

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

6.1 Conclusiones

En este proyecto hemos podido comprobar que la propiedad de independencia de las fuentes es suficiente para la resolución del problema de separación ciega de fuentes. Además se ha demostrado cómo la propiedad de independencia no resulta ser demasiado restrictiva y se cumple en la mayoría de los casos de interés. También hemos visto como las técnicas PCA, pese a no resolver el problema de separación debido a que el hecho de que las fuentes no estén correladas entre sí no es suficiente para poder identificarlas a partir de sus mezclas, pueden ser bastante útiles y facilitar la resolución del problema de separación ciega de fuentes. Además se ha podido comprobar, a partir de las simulaciones, las limitaciones que presentan las técnicas ICA, como la incapacidad de determinar el orden y la energía de las fuentes y el hecho de que no se puedan separar fuentes con distribuciones de tipo gaussiano.

En el proyecto se ha estudiado el comportamiento de un algoritmo ideado para la separación de fuentes que, en su propagación hacia los receptores, sufren distintos retardos. Se ha considerado que el medio por el cual se propagan las señales introduce únicamente un retardo y una atenuación en la propagación de las fuentes. Al introducirse un cierto retardo, el modelo de mezclas instantáneas estudiado en el capítulo 2 ya no será totalmente válido. Este hecho se acentúa en el caso de la separación de señales de audio o *cocktail-party problem*, pues en el caso de señales de voz, la velocidad de propagación es la del sonido y una mínima separación entre las fuentes o receptores hará que los retrasos sean apreciables. Rigurosamente para resolver el problema de separación de las fuentes, tendría que emplearse el modelo para mezclas convolutivas en ICA, lo cual dificulta mucho la separación de las fuentes a partir de las mezclas recibidas, ya que este modelo es de gran complejidad matemática. Este

problema puede simplificarse mucho, si se utiliza para la separación de las fuentes un modelo basado en mezclas instantáneas de señal. Esto último, será posible si los retardos que sufren las señales en su propagación son pequeños. Bajo estas condiciones, el problema de separación de fuentes puede abordarse como un problema de mezclas instantáneas en el que las fuentes involucradas son las de interés y sus derivadas. Este es el fundamento básico del algoritmo implementado.

La versión inicial del algoritmo propuesto tenía algunas carencias, ya que realizaba siempre la separación ciega de las fuentes de interés y de sus derivadas. Además su comportamiento frente al ruido dependía mucho del tipo de filtro auxiliar utilizado para obtener la matriz de autocovarianzas filtrada de las observaciones.

Con el fin de eliminar estas carencias, se implementó una versión mejorada del algoritmo. La dependencia con el tipo de filtro utilizado se corrigió haciendo uso de varios filtros en lugar de uno solo. La obtención de las fuentes de interés se consiguió invocando varias veces al algoritmo y realizando la extracción de sólo la fuente de mayor energía mediante el método de las potencias. Una vez extraída la fuente de mayor energía, se elimina del vector de mezclas mediante la operación de deflación y se vuelve a ejecutar el algoritmo para obtener la siguiente fuente de mayor energía presente en la mezcla.

Estas mejoras consiguieron suplir las carencias del algoritmo, pero a costa de un mayor coste computacional, que de cara a una posible implementación física del algoritmo en un futuro, no parecen justificables, a la vista de los resultados obtenidos en las diversas simulaciones, ya que la calidad de las señales obtenidas fue bastante similar en ambos casos.

6.2 Líneas futuras de investigación

A la vista de los resultados obtenidos en las simulaciones, la versión básica del algoritmo posee unas prestaciones muy similares a la de la versión mejorada y su tiempo de respuesta es mucho más bajo. Sus carencias con respecto a la versión mejorada eran la dependencia con respecto al filtro auxiliar elegido y el hecho de que no distingue entre las fuentes de interés y sus derivadas. La primera de las carencias es fácilmente subsanable, eligiendo el filtro auxiliar de forma adecuada no tendremos problemas. Para resolver la segunda de las carencias, podrían idearse algunos métodos alternativos a la deflación, combinada con el método de las potencias para el cálculo de

los autovectores, con un coste computacional menor. Para ello podríamos basarnos en la energía de las señales estimadas, ya que, en condiciones normales, la energía de las señales de interés es mucho mayor que la de las derivadas.

Una vez encontrado el algoritmo que solucione los problemas descritos, podemos pensar en una implementación física del sistema de separación que funcione de forma aproximada en tiempo real.

Durante todas las simulaciones realizadas, se ha trabajado con señales de audio. También se podría hacer un estudio del comportamiento del algoritmo, con señales de comunicaciones, en lugar de señales sonoras, ya que en cualquier sistema de comunicaciones que tenga por objeto la recepción de señales, junto con las de interés se recibirán otras y, además, las señales sufrirán un retardo en su propagación hacia los receptores, por pequeño que sea. Por lo que este tipo de situaciones son fácilmente modelables con el algoritmo propuesto.

Por último, a la vista de la gran importancia que ha demostrado tener una correcta elección de los filtros auxiliares en presencia de ruido, podría abordarse un estudio más serio, para la elección de los filtros utilizados en el algoritmo. En las simulaciones, éstos han sido elegidos sabiendo que su respuesta impulsiva debe ser nula en el origen y teniendo en cuenta las propiedades de las señales de voz. En el caso, de que se utilizasen otro tipo de señales, posiblemente los filtros escogidos no mostrarían un comportamiento óptimo.

APÉNDICE A

DEMOSTRACIONES

A.1 Dependencias entre un proceso estacionario de primer orden y su derivada primera

Sea $\mathbf{x}(t)$ un proceso estacionario hasta segundo orden, los procesos $\mathbf{x}(t)$ y $\dot{\mathbf{x}}(t)$ no están correlados para un instante de tiempo dado.

Demostración:

Al ser $\mathbf{x}(t)$ un proceso estacionario hasta segundo orden, se cumple:

$$E[\mathbf{x}] = \eta_{\mathbf{x}} \text{ y } Var[\mathbf{x}] = \sigma_{\mathbf{x}}^2 \quad (\text{A.1})$$

Y además tendremos que:

$$E[\dot{\mathbf{x}}] = \frac{d}{dx}(E[\mathbf{x}]) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Para que los procesos no estén correlados, su matriz de autocovarianzas debe ser nula:

$$\text{cov}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = E[\mathbf{x}\dot{\mathbf{x}}^T] - E[\mathbf{x}]E[\dot{\mathbf{x}}] = E[\mathbf{x}\dot{\mathbf{x}}^T] = 0 \quad (\text{A.3})$$

Como veremos a continuación, se cumple que:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(0) = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T] = 0 \quad (\text{A.4})$$

Para un sistema con respuesta impulsiva $h(t)$ se cumple que:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xy}}(w) = \mathbf{S}_{\mathbf{xx}}(w) \cdot \mathbf{H}^*(w) \quad (\text{A.5})$$

Siendo $\mathbf{y}(t)$ y $\mathbf{x}(t)$ las salidas y entradas del sistema respectivamente. Por tanto, para un derivador tendremos:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}(w) = -jw\mathbf{S}_{\mathbf{xx}}(w) \quad (\text{A.6})$$

Pasando al dominio temporal, se obtiene la siguiente relación:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(\tau) = \frac{d\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(\tau)}{d\tau} \quad (\text{A.7})$$

Por otra parte $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t)$, por tanto, podemos escribir:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(\tau) = \frac{dE[\mathbf{A}\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)\mathbf{A}^H]}{d\tau} = \mathbf{A} \frac{dE[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)]}{d\tau} \mathbf{A}^H \quad (\text{A.8})$$

La matriz $E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)]$ es diagonal, ya que las fuentes son estadísticamente independientes entre sí. Los elementos de la diagonal vendrán dados por:

$$\left. \frac{dR_{s_i s_i}(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0 \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (\text{A.9})$$

Además $R_{s_i s_i}(\tau) = E[s_i(t)s_i^H(t+\tau)]$ es, por definición, la función autocorrelación de la fuente i -ésima.

Para $\tau = 0$ se cumple que $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(0) = 0$ porque los elementos de la diagonal de la matriz $E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)]$ son nulos, puesto que la función autocorrelación presenta un máximo en $\tau = 0$ y, por tanto, su derivada en ese punto se anula.

A.2 Limitaciones del método de separación propuesto para el caso de un medio que no introduce atenuación

Si las diferencias entre las distancias que separan las fuentes de los receptores son pequeñas, podemos considerar que todas las fuentes son recibidas en los receptores con la misma potencia, tal como se expuso en el capítulo 4.

Si en todos los receptores se reciben las señales con la misma potencia, el método de separación propuesto puede hacerse más robusto frente a los retardos si a las observaciones de los receptores distintos al de referencia les restamos la del de referencia. En este caso se obtendrá una nueva matriz de mezclas $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_3 \quad \mathbf{A}_4]$ de dimensiones $(M-1) \times 2N$.

Para que el algoritmo de separación funcione, todas las filas de la matriz \mathbf{A}_3 debían ser linealmente independientes. Tal como se vio, la matriz \mathbf{A}_3 es de la forma:

$$\mathbf{A}_3 = - \begin{bmatrix} \tau_{2,1} & \cdots & \tau_{2,j} & \cdots & \tau_{2,N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tau_{M,1} & \cdots & \tau_{M,j} & \cdots & \tau_{M,N} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Si los receptores están suficientemente alejados de las fuentes, podemos considerar que las fuentes se propagan en forma de frentes de onda, caracterizados por un vector de onda \mathbf{v}_j normal al plano e independiente de la posición de las fuentes. Los retardos relativos τ_{ij} sólo dependen de la distancia entre el sensor de referencia y el i -ésimo sensor, tal como se ilustra en la *figura A.1*. El vector \mathbf{u}_i indica la posición relativa del sensor i -ésimo con respecto al de referencia.

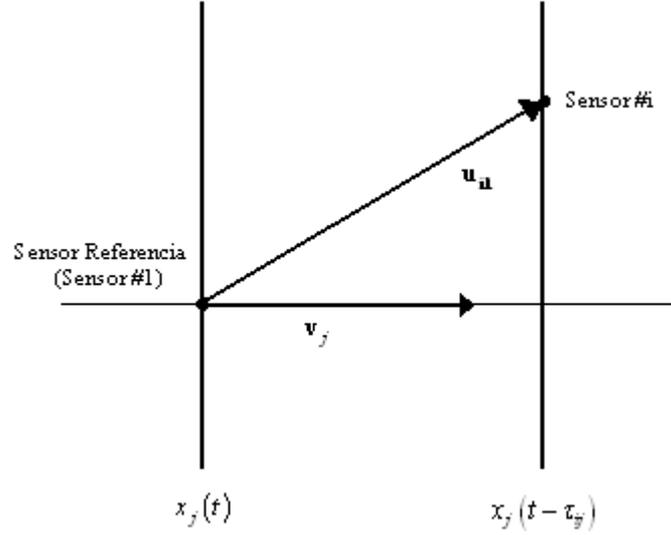


Figura A.1: Representación de los frentes de onda y de los receptores

El retardo relativo vendrá dado por el producto escalar,

$$\tau_{ij} = \frac{1}{c} \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j \quad (4.11)$$

Donde c es la velocidad de propagación en el medio. Como la dirección de propagación de los frentes de onda no depende de la posición de las fuentes, en el espacio tridimensional un conjunto de más de tres fuentes es linealmente dependiente:

$$\mathbf{v}_4 = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \mathbf{v}_j \quad (A.12)$$

De aquí puede deducirse que en el espacio tridimensional, la matriz

$$\mathbf{A}_3 = \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j], \quad i = 2, \dots, M; \quad j = 1, \dots, N \quad (A.13)$$

no tendrá más de tres filas linealmente independientes. En otras palabras, la identificación de más de tres fuentes no será posible.

APÉNDICE B

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADICIONALES

B.1 Cálculo de los autovectores de una matriz

Para el cálculo de los autovectores de la matriz de autocovarianzas filtrada, se decidió utilizar el método de las potencias. El método de las potencias se aplica a una matriz \mathbf{A} de dimensiones $n \times n$ con un autovalor estrictamente dominante λ_1 , lo que significa que λ_1 debe ser mayor en valor absoluto que cualquier otro autovalor. En este caso, el método de las potencias produce una sucesión escalar que se aproxima a λ_1 y una sucesión vectorial que se aproxima al autovector correspondiente.

Por sencillez, supondremos que \mathbf{A} es diagonalizable y que \mathbb{R}^n tiene una base de autovectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$, de manera que sus valores propios correspondientes $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ disminuyan de tamaño con el valor propio estrictamente dominante en primer lugar. Esto es,

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \geq \dots \geq |\lambda_n| \quad (\text{B.1})$$

Cualquier vector \mathbf{x} perteneciente a \mathbb{R}^n puede expresarse como combinación lineal de los autovectores de la matriz \mathbf{A} , por tanto, podremos escribir $\mathbf{x} = c_1 \mathbf{v}_1 + \dots + c_n \mathbf{v}_n$. Entonces se cumplirá para cualquier entero $k = 1, 2, \dots$ que:

$$\mathbf{A}^k \mathbf{x} = c_1 (\lambda_1)^k \mathbf{v}_1 + \dots + c_n (\lambda_n)^k \mathbf{v}_n \quad (\text{B.2})$$

Si $c_1 \neq 0$. Entonces, dividiendo entre $(\lambda_1)^k$;

$$\frac{1}{(\lambda_1)^k} \mathbf{A}^k \mathbf{x} = c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^k + \dots + c_n \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{v}_n \quad (\text{B.3})$$

Todas las fracciones $\lambda_2/\lambda_1, \dots, \lambda_n/\lambda_1$ son de módulo menor que 1, de manera que cuando $k \rightarrow \infty$, sus potencias tienden a cero. Por tanto:

$$(\lambda_1)^{-k} \mathbf{A}^k \mathbf{x} \rightarrow c_1 \mathbf{v}_1 \quad (\text{B.4})$$

Entonces para k grande el método nos devuelve el vector $c_1 \mathbf{v}_1$ que tiene la misma dirección que el autovector \mathbf{v}_1 . Realmente lo único que nos interesa en el algoritmo de separación propuesto es la dirección del autovector, puesto que el algoritmo es incapaz de determinar las energías de las señales. Para simplificar el cálculo, podemos normalizar los valores de $c_1 \mathbf{v}_1$ que se van obteniendo en cada una de las iteraciones. A modo de resumen, los pasos a seguir para estimar el autovector asociado al autovalor dominante de una matriz son los siguientes:

1. Seleccionamos un vector inicial \mathbf{x}_0 normalizado
2. Para $k = 1, 2, \dots$,
 - a. Calculamos $\mathbf{x}_k = \mathbf{A} \mathbf{x}_{k-1}$.
 - b. Normalizamos \mathbf{x}_k .
3. Para casi todas las elecciones de \mathbf{x}_0 , la sucesión $\{\mathbf{x}_k\}$ se aproxima al valor deseado

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Barrère, G. Chabriel, “*A Compact Sensor Array for Blind Separation of Sources*” IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, Vol 49, NO. 5.
- [2] A. Blanc-Lapierre , R. Fortet, “*Théorie des fonctions aléatoires,*”, Masson et Cie, Paris, France,1953
- [3] G. Chabriel, J. Barreré, “*Blind Identification of Slightly Delayed Mixtures*”, IEEE Transactions on Circuits and Systems
- [4] S. Cruces, “*Una visión unificada de los algoritmos de separación ciega de fuentes*”, Tesis Doctoral, Universidad de Vigo (1999)
- [5] D.M., Etter, “*Solución de problemas de ingeniería con MATLAB*”, Prentice-Hall, 1998
- [6] D. Hanselman, B. Littlefield, “*The Student Edition of MATLAB*”, Prentice-Hall, 1997
- [7] E. Hernández, “*Álgebra y geometría*”, Addison-Wesley,1994
- [8] A. Hyvärinen, J. Karhunen, E. Oja. “*Independent Component Análisis*”, Wiley_Interscience, 2001
- [9] D. C. Lay, “*Álgebra Lineal y sus Aplicaciones*”, Addison-Wesley,1999

BIBLIOGRAFÍA

- [10] S. Nakamura, “*Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB*”. Prentice-Hall, 1997
- [11] B. Noble y J. W. Daniel, “*Álgebra Lineal Aplicada2*”, Ed. Prentice-Hall, 1988
- [12] A. Papoulis, “*Probability, Random Variables, and Stochastic Process*”, New York: McGraw-Hill, 1984
- [13] Philippe G. Ciarlet, “*Introduction to numerical and linear algebra and optimisation*”, Cambridge University Press, 1989
- [14] L. Tong, R.-W. Liu, V.C. Soon, and Y.-F. Huang. “*Indeterminacy and identifiability of blind identification*”, *IEEE Trans. On Circuits and Systems*, 38:499-509, 1991