

## **4. ALGORITMOS DE SUPER-RESOLUCIÓN**

### **4.1 INTRODUCCIÓN A MATRIX PENCIL Y MUSIC**

El objetivo de dicho estudio es la predicción con total exactitud del tiempo de llegada (TOA) en wireless local area networks (WLAN). Se presentarán dos métodos diferentes para la estimación del TOA para cada trayectoria. Dichos métodos son;

- **MATRIX PENCIL**
- **MUSIC**

Se representarán las características de ambos y una vez obtenidos los resultados se comparará con la teoría de Ray Tracing.

### **4.2 ALGORITMO DE SUPER RESOLUCIÓN MATRIX PENCIL**

#### **4.2.1 Introducción**

Esta es una técnica para el cálculo de los distintos retrasos asociados a los componentes de una señal en un canal de comunicación multi-trayecto. Matrix Pencil es usado para calcular dichos retrasos a partir de la respuesta impulsiva en frecuencia del canal. Este algoritmo tiene diversas ventajas sobre otros algoritmos tradicionales de súper-resolución tales como MUSIC. Lo principal es que Matrix Pencil únicamente requiere una estimación simple del canal y puede estimar los retrasos asociados a los componentes coherentes de multi-trayecto. [2]

### 4.2.2 Modelo del canal y estimación

La propagación a través del canal se traduce en atenuaciones, adición de ruido complejo aditivo blanco y gaussiano (AWGN) y efectos de multitrayecto con un retardo máximo de propagación  $D$ . El AWGN es modelado con media cero y energía unitaria. Si no consideramos ningún ruido, la respuesta impulsiva del canal (CIR),  $h(t)$ , se modela como una suma de  $M$  impulsos delta (componentes multi-trayecto) desplazados de acuerdo con sus correspondientes tiempos de retraso. La magnitud de cada componente es modelada como una variable distribuida aleatoria de Poisson. La utilización de la distribución de Poisson es apropiada para canales inalámbricos. El canal y su representación en el dominio de la frecuencia vienen dadas por

$$h(t) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \delta(t - \tau_m) \quad (1)$$

$$H(j\omega) = \sum_{m=1}^M \alpha_m e^{j\omega\tau_m} \quad (2)$$

donde  $M$  es el número de señales multi-trayecto generado por el canal,  $\alpha_m$  es la amplitud del componente  $m$ -ésimo y  $\tau_m$  el retraso asociado. La ecuación (2) muestra que dado el canal, los retrasos pueden ser estimados usando técnicas de súper-resolución tales como MUSIC.

De la ec. (2), la respuesta en el dominio de la frecuencia del ruido estimado CIR es modelado como

$$H(j2\pi k\Delta f) = \sum_{m=1}^M \alpha_m z_m^k + n_m \quad (3)$$

donde  $n_m$  representa el AWGN del cana, y  $z_m = e^{j2\pi\Delta f\tau_m}$  con  $\Delta f = 1/N\Delta t$ . Podemos ver que si estimamos  $z_m$  podríamos estimar los componentes de retraso  $\tau_m$ . [2],[3]

### 4.2.3 Algoritmo Matrix Pencil

El algoritmo Matrix Pencil fue originalmente desarrollado para la estimación de los polos de un sistema. La  $k$ -ésima muestra a  $k\Delta f$  de la ML estimada es representada como  $H_{ML}(k)$ ,  $k = 0 \dots N - 1$ . Considerando la siguiente matriz  $(N - L) \times (L + 1)$  formada usando datos de las muestras simples en el tiempo,

$$X = \begin{vmatrix} H_{ML}(0) & \dots & \dots & H_{ML}(L) \\ H_{ML}(1) & \dots & \dots & H_{ML}(L+1) \\ \dots & & & \\ H_{ML}(N-L-1) & \dots & \dots & H_{ML}(N-1) \end{vmatrix} \quad (4)$$

donde  $L$  es denominado como el parámetro pencil. Definimos dos matrices  $(N - L) \times L$   $X_0$  y  $X_1$  como las primeras  $L$  y las últimas  $L$  columnas de  $X$ , es decir, en notación MATLAB,

$$X_0 = X(:, 1:L) \quad (5)$$

$$X_1 = X(:, 2:L+1) \quad (6)$$

Estas dos matrices pueden ser escritas como,

$$X_0 = Z_1 A Z_2 \quad (7)$$

$$X_1 = Z_1 A Z_0 Z_2 \quad (8)$$

donde,

$$Z_1 = \begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 \\ z_1 & \dots & z_M \\ \dots & & \dots \\ z_1^{(N-L-1)} & \dots & z_M^{(N-L-1)} \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$Z_2 = \begin{vmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{(L-1)} \\ 1 & z_2 d & \dots & z_2^{(L-1)} \\ \dots & \dots & & \dots \\ 1 & z_M & \dots & z_M^{(L-1)} \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$Z_0 = \text{diag}[z_1 z_2 \dots z_M] \quad (11)$$

$$A = \text{diag}[\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_M] \quad (12)$$

Considerando lo siguiente en matrix pencil,

$$X_1 - \lambda X_0 = Z_1 A [Z_0 - \lambda I] Z_2 \quad (13)$$

Eligiendo  $\lambda = z_m$ , para algunas  $m$ , se reduce el rango de pencil a uno. Las estimaciones para  $z_m$  son, por ello, los valores particulares generalizados de la matriz  $[X_1, X_0]$ .

$L$  es denominado el parámetro pencil. Para valores elevados de  $L$  el cálculo del algoritmo de alta resolución aumenta. El valor de  $L$  tiene que ser seleccionado como un compromiso entre la resolución y la complejidad de computación.  $L$  es elegido empíricamente entre  $N/3$  y  $2N/3$  para obtener un buen desarrollo, donde  $N$  es el número de puntos que tenemos de la estimación del canal en frecuencia.

Una vez que los valores de  $z_m$  han sido calculados, vemos que la estimación de los retrasos es,

$$\tau_k = \text{abs}(\text{imag}(\log(d))/(2*\pi*Fs)) \quad (14)$$

La amplitud compleja  $\alpha_k$  de la respuesta impulsiva puede ser obtenida resolviendo el sistema lineal de (2) que puede ser formulado como una ecuación matricial.

$$\overline{H} = S \overline{A} \quad (15)$$

donde

$$S = \begin{bmatrix} e^{-jw_0\tau_1} & e^{-jw_0\tau_2} & \dots & e^{-jw_0\tau_L} \\ e^{-jw_1\tau_1} & e^{-jw_1\tau_2} & \dots & e^{-jw_1\tau_L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-jw_{N-1}\tau_1} & e^{-jw_{N-1}\tau_2} & \dots & e^{-jw_{N-1}\tau_L} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\overline{H} = [H(w_0)H(w_1)\dots H(w_{N-1})]^T \quad (17)$$

$$\overline{A} = [a_1 a_2 \dots a_L]^T \quad (18)$$

Donde  $w=2\pi f_n$ . Ec. (15) es un sistema sobredeterminado que puede ser resuelto para encontrar amplitudes complejas  $\alpha_i$  usando aproximaciones pseudo inversas como sigue:

$$\overline{A} = (S^* S)^{-1} S^* \overline{H} \quad (19)$$

siendo \* es la matriz compleja traspuesta hermítica [2], [3]

#### 4.2.4 Resultados de Matrix Pencil

Vamos a estudiar una situación concreta del transmisor (Tx) y del receptor (Rx) para la comprensión de la funcionalidad de Matrix Pencil. Las situaciones exactas de ambas antenas vienen determinadas en la Fig 4.1. La habitación seleccionada para llevar a cabo dicho ejemplo será la SN.22.2. Se encuentra situada en la 4ª planta y en el siguiente esquema se puede ver un plano completo de dicha clase.

Las antenas tendrán diferentes ángulos, Tx=80° y Rx=100°, según la referencia mostrada en la figura 4.1. Se transmitirá una señal desde Tx hasta Rx con los ángulos previamente comentados. Mediante el algoritmo Matrix Pencil podremos obtener los tiempos de llegada (TOA) de cada una de las trayectorias, además de la amplitud de cada uno de estos rayos. En la figura 4.1 la línea azul representa la trayectoria directa entre ambas antenas, mientras que la línea roja representa la reflexión de la trayectoria. En concreto para este ejemplo nos vamos a centrar en la reflexión proveniente de la pared GLASS H3.

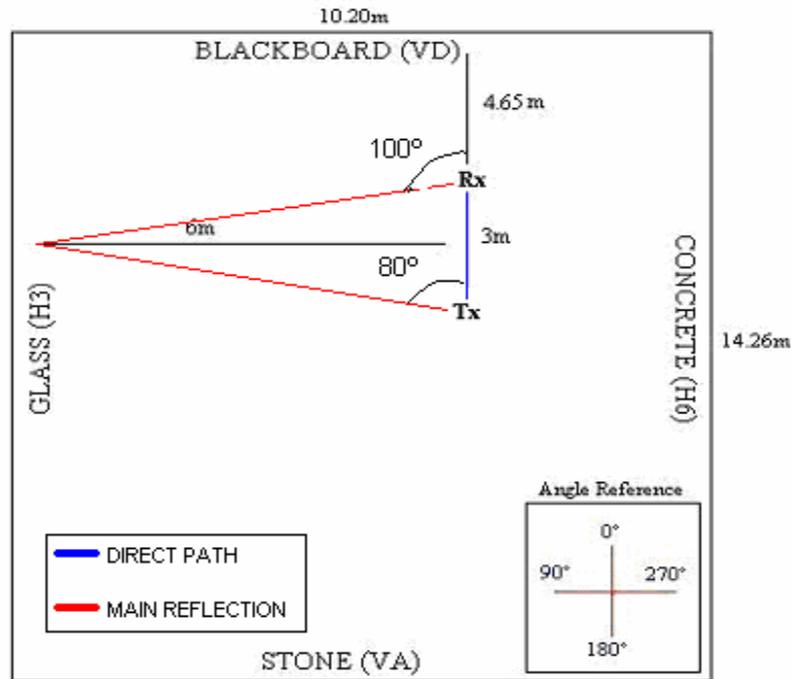


Figura 4.1 Plano de clase SN.22.2

Matrix Pencil utiliza los datos adquiridos mediante el Analizador de Red. La Respuesta Impulsiva del Canal en el dominio del tiempo puede ser calculada realizando la Transformada Inversa de Fourier. Con las situaciones prefijadas en la figura anterior podemos realizar un análisis teórico previo en el cual se calculará el tiempo estimado de llegada del rayo directo, así como el tiempo de llegada de la principal reflexión en la situación anterior. En este caso la principal reflexión proviene de GLASS (H3).

La distancia entre ambas antenas es de 3 m, siendo la velocidad de la luz de  $3 \cdot 10^8$  m/s, por tanto el rayo directo deberá de llegar a la antena Rx en

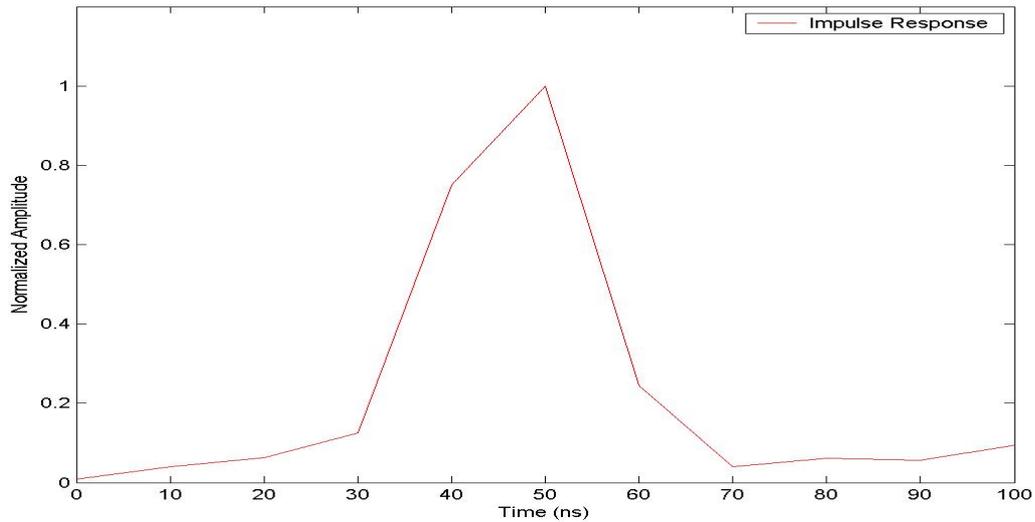
$$Arrival\_direct\_path = \frac{3}{3 \cdot 10^8} = 10ns$$

La distancia recorrida por el rayo proveniente de H3 es de 12.37m, por consiguiente

$$Arrival\_reflect\_glass = \frac{12.37}{3 \cdot 10^8} = 41.23ns$$

Estos son los tiempos teóricos de llegada para ambas trayectorias. Como podremos observar más tarde, los resultados obtenidos mediante el algoritmo Matrix Pencil no van a ser del todo exactos, tendrán todos ellos un valor constante de unos 5 o 6 ns que tendrá que ser eliminado para obtener los resultados esperados. Este tiempo de retraso es el tiempo de adquisición de datos por parte del Analizador de Red. Por tanto habrá que tenerlo en cuenta a la hora de realizar todas las simulaciones.

Una vez que obtenemos la respuesta en frecuencia del canal, realizamos la Transformada Inversa de Fourier. Se representa en la figura 4.2



**Figura 4.2** Respuesta Impulsiva en el dominio del tiempo

El máximo de dicha figura representa el tiempo de llegada esperado para la reflexión. Será el de mayor amplitud debido a la posición de las antenas. Como hemos comentado anteriormente es necesario restarle esos 5 o 6 ns para obtener el resultado adecuado.

Los resultados obtenidos con Matrix Pencil vienen representados en la siguiente Tabla 4.1. Los resultados en negrilla son respectivamente el rayo directo, a 16.1277 ns y el reflejado en el cristal H3, a los 47.0992 ns.

<b>TIEMPO DE LLEGADA (ns)</b>	<b>AMPLITUD</b>	<b>AMPLITUD NORMALIZADA</b>
<b>16.1277</b>	<b>0.0004</b>	<b>0.04</b>
31.5973	0.0005	0.05
35.1523	0.001	0.1
<b>47.0992</b>	<b>0.01</b>	<b>1</b>
48.1518	0.0035	0.35
61.4427	0.0001	0.01
75.0951	0.0004	0.04
80.4907	0.0006	0.06
90.0748	0.0003	0.03

**Tabla 4.1** Resultados con MATRIX PENCIL

La figura 4.3 muestra la amplitud para las diferentes trayectorias. El tiempo teórico de llegada para el rayo directo era de 10 ns, comparado con los resultados obtenidos con este algoritmo, podemos ver esos 6 ns. de diferencia. Por otra parte el rayo reflejado proveniente de GLASS (H3) llega a Rx a los 47.09 ns., que comparado de nuevo con el tiempo teórico de 41.23 ns. nos muestra de nuevo esa diferencia de tiempo.

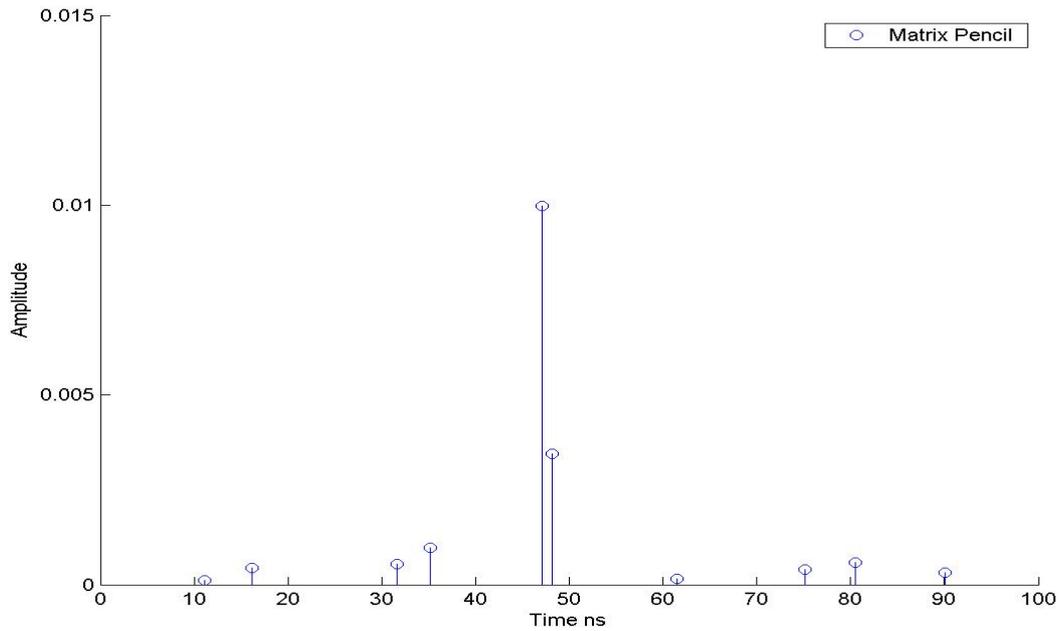


Figura 4.3 Amplitud para Tx=80° y Rx=100°

Otros tiempos interesantes de llegada son;

$$\tau_{\text{Concrete\_wall}} = 35.15 \text{ ns}$$

$$\tau_{\text{Blackboard\_wall}} = 48.15 \text{ ns}$$

El resto de tiempos de llegada son los provenientes de la reflexión en el resto de paredes del edificio tales como el suelo, techo, otras plantas... La figura 4.4 es una comparación entre la Respuesta Impulsiva en el dominio del tiempo y los resultados obtenidos utilizando Matrix Pencil.

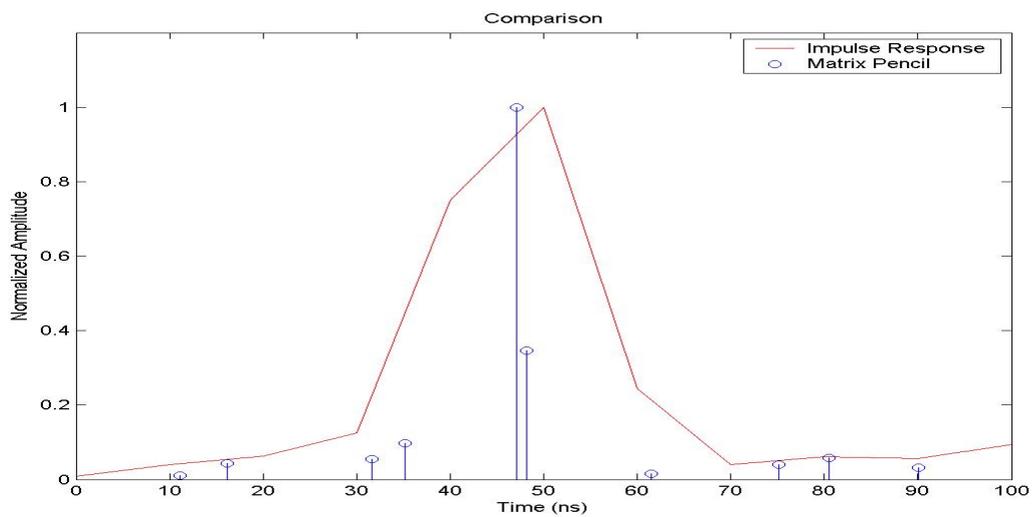


Figura 4.4 Comparación entre Respuesta Impulsiva y MATRIX PENCIL

### 4.3 ALGORITMO DE SUPER RESOLUCIÓN MUSIC

#### 4.3.1 Introducción

La aparición de aplicaciones basadas en la localización y las redes inalámbricas de próxima generación basadas en el tiempo de llegada TOA, es el método más popular para un sistema de posicionamiento exacto. El problema básico de las técnicas basadas en TOA es el de estimar de forma exacta el retraso de la señal radio proveniente de la trayectoria directa (direct line of sight) DLOS. Con dicho método intentamos estimar dicho DLOS

Como siempre en las zonas de interior y zonas urbanas, debido a las rigurosas condiciones de multitrayecto y a la complejidad de la propagación radio, el DLOS no siempre puede ser calculado de forma exacta. Aumentando en el dominio del tiempo la resolución de la respuesta del canal para determinar la trayectoria DLOS, se mejora el desarrollo de sistemas de localización empleando técnica de estimación de TOA. Las técnicas de súper-resolución han sido estudiadas en el campo de la estimación espectral. Recientemente se han aplicado un número de investigaciones para técnicas de súper resolución espectral para el análisis en el dominio del tiempo de diferentes aplicaciones. Estas aplicaciones incluyen mecanismos electrónicos, medidas de parámetros y estudios de propagación radio multitrayecto. En la técnica de súper-resolución se empleó en el dominio de la frecuencia para calcular el tiempo multitrayecto parámetros tales como excess delay y el root-mean-square delay spread.

En este estudio se presentarán y evaluarán técnicas que pueden ser implementadas en la práctica para calcular el desarrollo de la estimación de TOA [4].

#### 4.3.2 Implementación del algoritmo MUSIC

El canal radio de propagación multitrayecto esta normalmente modelado como una respuesta impulsiva equivalente compleja paso-baja dada por

$$h(t) = \sum_{k=0}^{L_p-1} \alpha_k \delta(t - \tau_k) \quad (1)$$

donde  $L_p$  es el número de componentes multitrayecto y  $\alpha_k = |\alpha_k| e^{j\theta_k}$  y  $\tau_k$  son la atenuación compleja y el retraso de propagación de la  $k$ -ésima trayectoria respectivamente, mientras que las componentes multitrayecto están ordenadas de forma que los retrasos de propagación  $\tau_k$ ,  $0 \leq k \leq L_p-1$  están en orden ascendente. Como resultado  $\tau_0$  en el modelo, denota el retraso de propagación de la trayectoria directa DLOS, es decir, el TOA necesario para ser detectado. Tomando la Transformada de Fourier de la primera ecuación, la respuesta del canal en el dominio de la frecuencia puede ser expresada como

$$H(f) = \sum_{k=0}^{L_p-1} \alpha_k e^{-j2\pi f \tau_k} \quad (2)$$

Los parámetros  $\alpha_k$  y  $\tau_k$  son funciones aleatorias variables en el tiempo debido al movimiento de personas y de equipos en el interior y fuera del edificio. Como siempre, si la tasa de variación es muy pequeña comparada con el intervalo de tiempo medido, estos parámetros pueden ser tratados como variables aleatorias invariantes en el tiempo dentro de una medida instantánea. La fase de la atenuación compleja,  $\theta_k$ , se presupone aleatoria de un instante a otro con una función de densidad de probabilidad uniforme  $U(0, 2\pi)$ . Por otra parte, estos parámetros son dependientes de la frecuencia desde que se relacionan con las características de la señal radio tales como coeficientes de transmisión y reflexión. Como siempre para las bandas de frecuencia utilizadas en este estudio se puede asumir que son independientes de la frecuencia.

Se considera la estimación de superresolución TOA basada en la medida de la respuesta impulsiva del canal en el dominio de la frecuencia. En la práctica, muestras discretas de la respuesta del canal en el dominio de la frecuencia se pueden obtener muestreando el canal a diferentes frecuencias usando técnicas de modulación de multiportadora tales como OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing), o bien DSSS (direct-sequence spread spectrum).

Si intercambiamos el rol de las variables de tiempo y frecuencia, se puede observar como se obtiene un modelo armónico de señal

$$H(\tau) = \sum_{k=0}^{L_p-1} \alpha_k e^{-j2\pi f \tau} \quad (3)$$

el cual es bien conocido en el campo de la estimación espectral. Consecuentemente, cualquier técnica de estimación espectral que sea apropiada para el modelo de señal armónica puede ser aplicado para la respuesta impulsiva de canales radio indoor multitrayecto para el desarrollo del análisis en el dominio del tiempo. Los datos discretos medidos son obtenidos muestreando la respuesta en frecuencia del canal  $H(f)$  a frecuencias  $L$  equidistantes. Considerando el ruido blanco aditivo en el proceso de medida, la respuesta muestreada del canal en el dominio de la frecuencia viene dada por,

$$x(l) = H(f_l) + w(l) = \sum_{k=0}^{L_p-1} \alpha_k e^{-j2\pi(f_0 + l\Delta f)\tau_k} + w(l) \quad (4)$$

donde  $l=0,1,\dots,L-1$  y  $w(l)$  denota el ruido blanco aditivo con media cero y varianza  $\sigma_w^2$ . Podremos escribir este modelo de señal en forma vectorial

$$x = H + w = V a + w \quad (5)$$

donde

$$\begin{aligned} x &= [x(0)x(1)\dots x(L-1)]^T \\ H &= [H(f_0)H(f_1)\dots H(f_{L-1})]^T \\ w &= [w(0)w(1)\dots w(L-1)]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \left[ v(\tau_0) v(\tau_1) \dots v(\tau_{L_p-1}) \right] \\
 v(\tau_k) &= \left[ 1 e^{-j2\pi f \tau_k} \dots e^{-j2\pi(L-1)\Delta f \tau_k} \right]^T \\
 a &= \left[ \alpha'_0 \alpha'_1 \dots \alpha'_{L_p-1} \right]^T \\
 \alpha'_k &= \alpha_k e^{-j2\pi f_0 \tau_k}
 \end{aligned}$$

y el superíndice T la matriz traspuesta.

La técnica de súper-resolución MUSIC está basada en la descomposición de autovalores de la matriz de auto correlación del modelo de señal anterior en

$$R_{xx} = E \{ xx^H \} = VAV^H + \theta_w^2 I \quad (6)$$

donde  $A = E \{ aa^H \}$  y el súper índice H denota la operación traspuesta conjugada, es decir, Hermítica, de la matriz. Desde el retraso de propagación  $\tau_k$  en la primera ecuación, pueden asumirse teóricamente todos diferentes, y la matriz V un rango de columna completo, es decir, los vectores columna de V son linealmente independientes. Si asumimos la magnitud de los parámetros  $\alpha_k$  constante y la fase una variable aleatoria uniforme en  $(0, 2\pi)$ , la matriz de covarianza A ( $L_p \times L_p$ ) no es singular. Por ello, de la teoría de álgebra lineal, se asume que  $L > L_p$ , el rango de la matriz  $VAV^H$  es  $L_p$ , o equivalentemente, los  $L - L_p$  autovalores menores de  $R_{xx}$  son iguales a  $\theta_w^2$ . Los vectores propios (EVs) correspondientes a los  $L - L_p$  menores autovalores de  $R_{xx}$  se denominan ruido EVs, mientras que los EVs correspondientes a los  $L_p$  mayores autovalores se denominan EVs de señal. De esta manera, el subespacio dimensional que contiene el vector de señal puede ser dividido en dos subespacios ortogonales, conocidos como subespacio de señal y de ruido, para los EVs de la señal y los EVs de ruido respectivamente. La matriz de proyección del subespacio de ruido es determinada por

$$P_w = Q_w (Q_w^H Q_w)^{-1} Q_w^H = Q_w Q_w^H \quad (7)$$

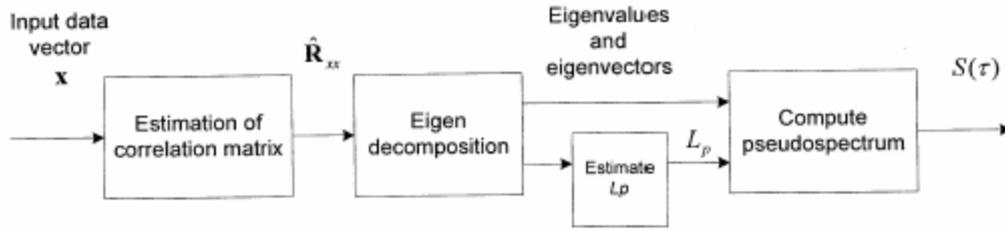
donde  $Q_w = [q_{L_p} \ q_{L_p+1} \ \dots \ q_{L-1}]$  y  $q_k$ ,  $L_p \leq k \leq L-1$  son ruido EVs. Como el vector  $v(\tau_k)$ ,  $0 \leq k \leq L_p-1$  tiene que estar en el subespacio de la señal, tenemos

$$P_w v(\tau_k) = 0 \quad (8)$$

De esta manera, los retardos multitrayecto  $\tau_k$ ,  $0 \leq k \leq L_p-1$  pueden ser determinados encontrando los valores de retardo para los cuales el siguiente pseudoespectro MUSIC alcanza un valor máximo

$$\begin{aligned}
 S_{MUSIC}(\tau) &= \frac{1}{\|P_w v(\tau)\|^2} = \frac{1}{v^H(\tau) P_w v(\tau)} = \frac{1}{\|Q_w^H v(\tau)\|^2} \\
 &= \frac{1}{\sum_{k=L_p}^{L-1} |q_k^H v(\tau)|^2} \quad (9)
 \end{aligned}$$

El diagrama de bloques funcional del algoritmo de superresolución de estimación de TOA, MUSIC es



La estimación de TOA es obtenida detectando el primer pico del pseudoespectro en el eje de retrasos usando un algoritmo de detección de máximos. [4]

#### 4.3.3 Utilización en la implementación práctica

Si observamos en el análisis, consideramos la teórica verdadera matriz de correlación  $R_{xx}$ . En la práctica, la matriz de correlación debe de ser estimada del muestreo de datos medidos. Si solo disponemos de una medida de datos instantáneos de longitud  $N$ , la secuencia de datos es dividida en  $M$  segmentos consecutivos y la matriz de correlación es estimada como

$$\hat{R}_{xx} = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(k)x(k)^H \quad (10)$$

donde  $M=N-L+1$  y  $x(k)=[x(k) \dots x(k+L-1)]^T$  [4]

#### 4.3.4 Determinación de los parámetros $L$ y $L_p$

Si únicamente usamos unos datos instantáneos medidos de longitud  $N$  para estimar el TOA, el primer paso es determinar la estimación de  $R_{xx}$ . Para valores grandes de  $L$ , la potencia de la alta resolución del algoritmo MUSIC aumenta. Por otra parte podemos observar que para un valor fijo de  $N$ , el valor de  $M$  disminuye cuando  $L$  aumenta. La disminución en  $M$ , aumenta las fluctuaciones en la matriz  $R_{xx}$ , resultando grandes perturbaciones en los autovalores y EVs de  $R_{xx}$  y reduciendo el número de  $\alpha_k$  coherentes que pueden ser detectados. Consecuentemente, el valor necesario de  $L$  debe de ser seleccionado de forma que provoque un balance entre resolución y estabilidad del algoritmo. Nosotros hemos usado el valor  $3N/4$ .

Otro parámetro que necesita ser determinado en el uso de técnicas de súper-resolución es el número de componentes multitrayecto  $L_p$ . En la implementación práctica, especialmente cuando la matriz de correlación es estimada a partir de un número limitado de datos muestreados, los autovalores de ruido son todos diferentes, lo que dificulta distinguir claramente los autovalores de señal y de ruido. El criterio teórico de información para la selección del modelo, incluyendo el criterio teórico de información Akaike y el criterio de longitud mínima de Rissanen (MDL) es aplicado a dicho problema. El criterio de estimación MDL viene dado por,

$$MDL(k) = -\log \left( \frac{\prod_{i=k}^{L-1} \lambda_i^{1/(L-k)}}{\frac{1}{L-K} \sum_{i=k}^{L-1} \lambda_i} \right) + \frac{1}{2} k(2L-k) \log M \quad (11)$$

donde  $\lambda_i$  son los autovalores de la matriz de correlación en orden descendente. La estimación de  $L_p$  viene determinada como el valor de  $k \in [0, L-1]$  para el cual la MDL es mínima. Xu *et al.* muestra que cuando el método de estimación usado es forward-backward, el criterio MDL no puede ser directamente aplicado y el segundo término del criterio debe ser modificado a [4]

$$(1/4)k(2L-k+1)\log M$$

### 4.3.5 Resultados de MUSIC

Se considera la misma situación para las antenas que en el caso de Matrix Pencil, para observar con claridad las diferencias y similitudes entre ambos algoritmos. La posición exacta de las antenas es;

$$T_x = (631, 4160, 1245)$$

$$R_x = (931, 4160, 1245)$$

El aula seleccionada para la realización de dichas medidas será de nuevo el SN.22.2. Se encuentra situada como habíamos mencionado anteriormente en la 4ª planta. La Fig.4.5 representa un esquema de dicha clase.

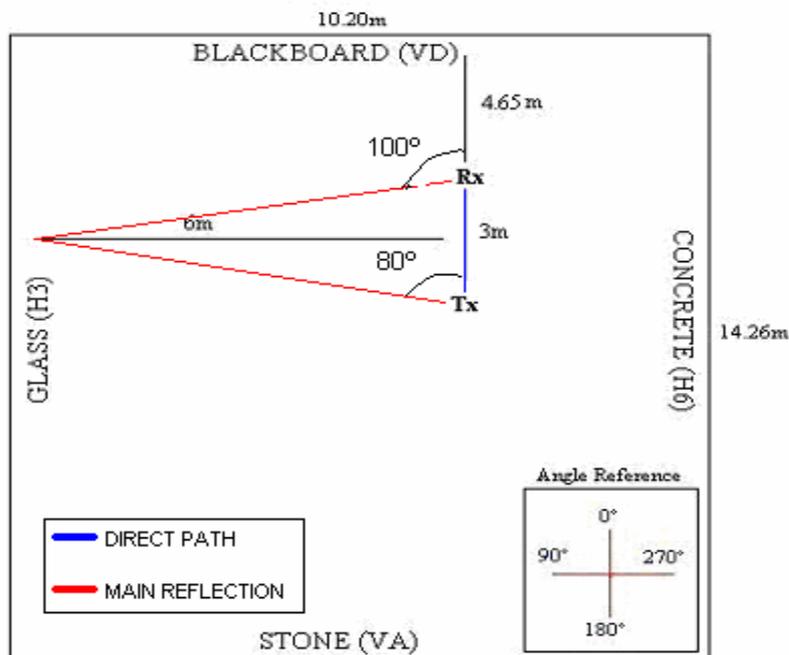
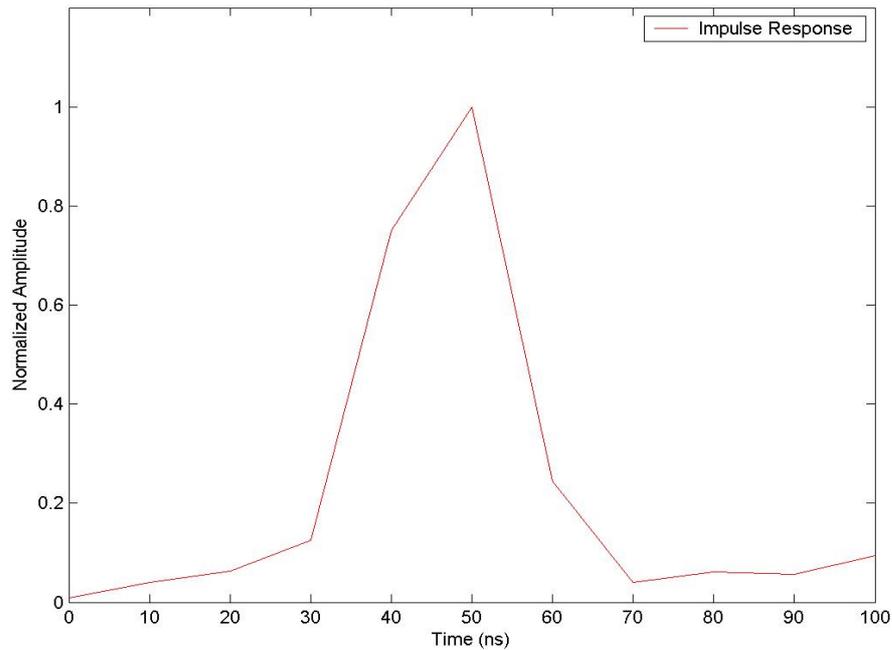


Figura 4.5 Plano de aula SN.22.2

Las antenas van a tener ángulos diferentes cada una de ellas,  $T_x=80$  y  $R_x=100$ , con la referencia mostrada en la figura 4.5. Se transmitirá una señal desde la antena Tx

hasta la receptora, pero en este caso, con el algoritmo MUSIC, únicamente tendremos información acerca del tiempo de llegada de las diferentes trayectorias. No obtendremos información alguna sobre la amplitud de cada rayo recibido.

Los datos utilizados para la implementación del algoritmo serán los mismos que en el caso de Matrix Pencil. La respuesta impulsiva como vimos la podemos obtener a partir de la respuesta en frecuencia, realizando la transformada de Fourier. La Fig 4.6 lo muestra



**Figura 4.6 Respuesta Impulsiva en el Dominio del Tiempo**

Es interesante la comparación de las dos trayectorias principales, la directa y la reflejada en la pared de cristal GLASS. Los valores teóricos de dichos tiempos eran calculados en el apartado anterior, como la situación sigue siendo la misma, se vuelven a repetir,

$$Arrival\_direct\_path = \frac{3}{3 \cdot 10^8} = 10ns$$

$$Arrival\_reflect\_glass = \frac{12.37}{3 \cdot 10^8} = 41.23ns$$

Un resumen de los resultados obtenidos con el algoritmo MUSIC se muestra en la tabla 4.2

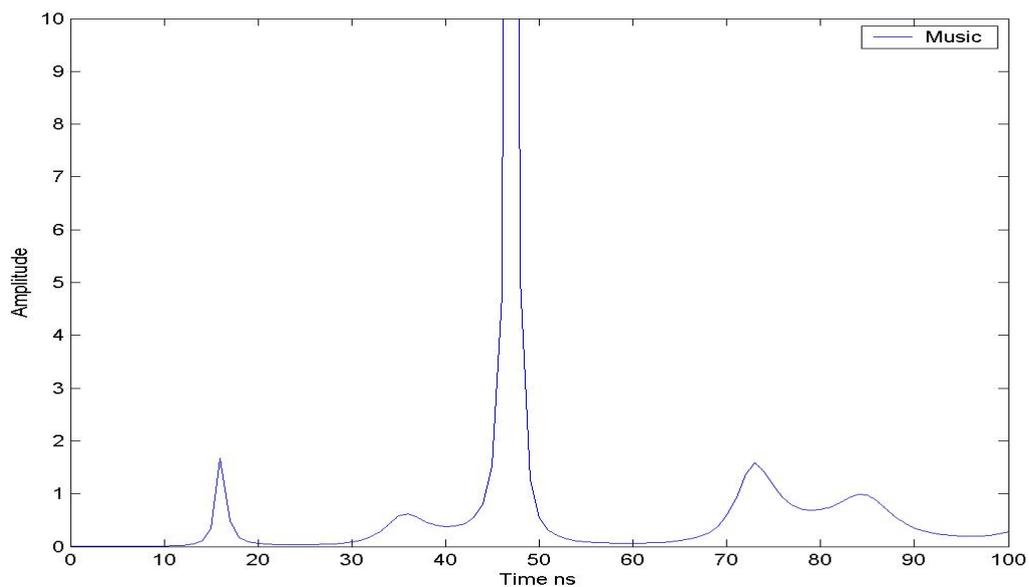
<b>TIEMPO LLEGADA (ns)</b>
<b>17</b>
<b>37</b>
<b>48</b>

74
85
109
123
184
207
235

**Tabla 4.2 Resultados con MUSIC**

Se han seleccionado los diez primeros tiempos de llegada. En negrilla hemos puesto en relieve el rayo directo y el reflejado en el cristal. Al igual que en el caso de Matrix Pencil, los tiempos tienen un retraso de unos 6 ns. que será necesario eliminar para obtener los valores teóricos. Este retraso es de nuevo debido al tiempo de adquisición de datos por parte del Analizador de Red.

La Fig 4.7 muestra los resultados de MUSIC. Los tiempos de llegadas son, como se estudió en la teoría, donde se encuentran situados los picos de la figura. Cada uno de los picos se corresponde con una trayectoria.



**Figura 4.7 Resultados de MUSIC para  $T_x=80^\circ$  y  $R_x=100^\circ$**

Como se puede observar en la Fig 4.7, el primero de los picos aparece a los 17 ns, representando a la trayectoria directa, en la teoría vimos que debería de llegar a los 10 ns. Por lo que podemos ver de nuevo esa diferencia más o menos constante. El segundo pico aparece a los 37 ns. Este rayo proviene de otras de las paredes de la habitación, la CONCRETE WALL. El tercero de los picos, el mayor, es el proveniente del GLASS. Este es el rayo en el que estamos interesados. La Fig 4.8 en una gráfica comparativa entre la Respuesta Impulsiva en el dominio del tiempo y los resultados de MUSIC. Dichos resultados se encuentran normalizados respecto de la trayectoria proveniente del GLASS, de manera que la visión de la gráfica comparativa sea la más adecuada.

Se puede observar la similitud en la trayectoria proveniente del GLASS tanto para MUSIC como para la Respuesta Impulsiva. En comparación con el algoritmo Matrix Pencil, MUSIC no nos proporciona información alguna sobre la amplitud exacta de cada trayectoria, pero nos servirá como referencia a la hora de calcular el tiempo de llegada de los diferentes rayos. Esta es la principal desventaja con respecto a Matrix Pencil.

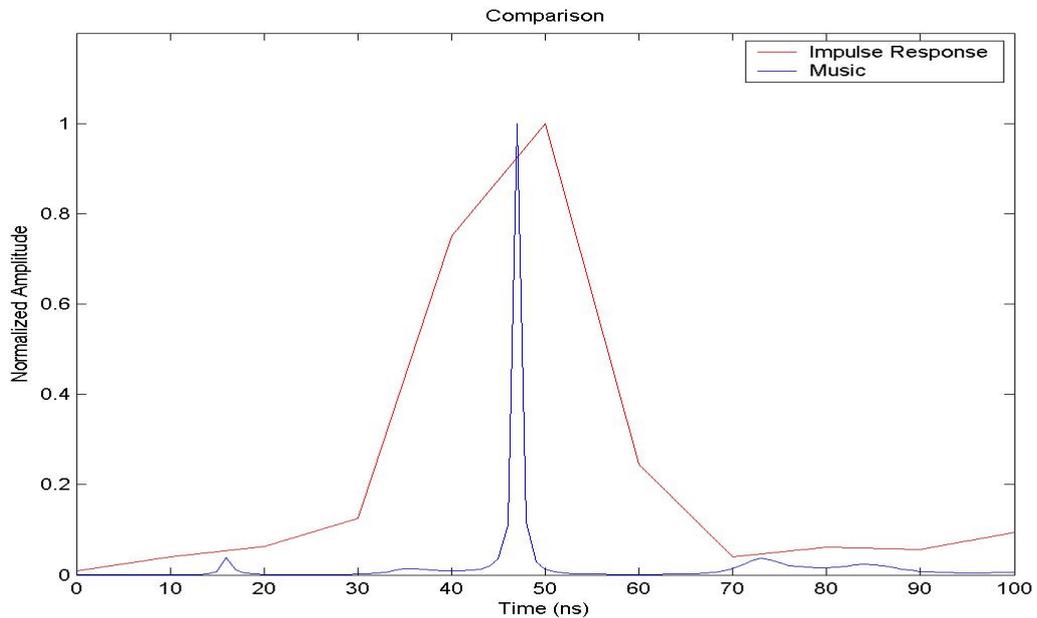


Figura 4.8 Comparación entre Respuesta Impulsiva y MUSIC

#### 4.4 COMPARACIÓN ENTRE MATRIX PENCIL Y MUSIC

En esta sección se llevará a cabo un estudio comparativo entre los dos algoritmos que estamos estudiando. La situación de las antenas será la misma que en las secciones anteriores. La Fig 4.9 representa el esquema a seguir

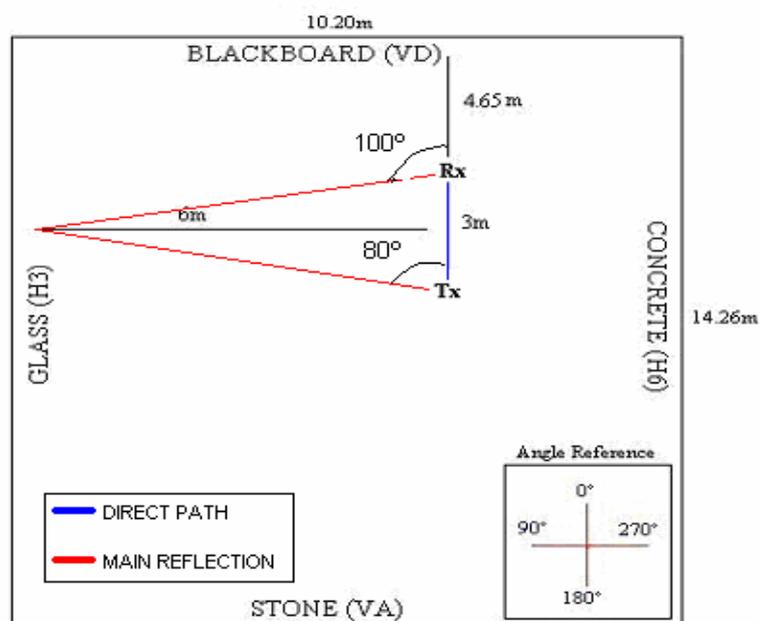


Figura 4.9 Esquema del aula SN.22.2

La Tabla 4.3 representa los diferentes tiempos de llegada para cada uno de los métodos; Ray Tracing, Matrix Pencil y Music.

TRAYECTORIA	RAY TRACING (ns)	MATRIX PENCIL (ns)	MUSIC (ns)
<b>Direct</b>	<b>10</b>	<b>16.12</b>	<b>17</b>
Concrete	29.73	35.15	37
<b>Glass</b>	<b>41.23</b>	<b>47.099</b>	<b>48</b>
Blackboard	43	48.15	

Tabla 4.3 Comparación de tiempos de llegada

Las trayectorias en negrita son aquellas en las que estamos interesados para realizar la comparación. Como puede observarse, Matrix Pencil como hemos comentado ofrece siempre un retraso constante entre 5 y 6 ns. respecto del tiempo teórico. Por otra parte el retraso de MUSIC con respecto a la teoría es de 6 o 7 ns. LA figura 4.10 es una comparación entre los tres métodos.

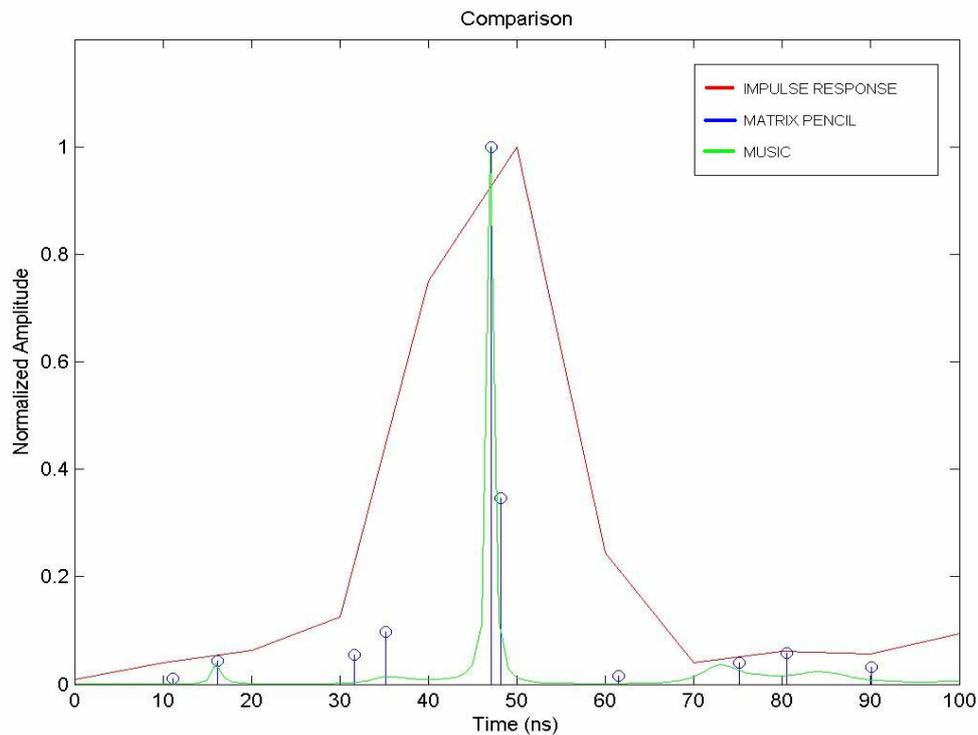


FIGURA 4.10 Comparación entre teoría, MATRIX PENCIL y MUSIC

Con ambos métodos no se obtiene siempre los mismos resultados. Esto es debido a la resolución y sensibilidad de cada uno de ellos. Como se observa, dicha resolución y sensibilidad es mayor en Matrix Pencil, por lo que por lo general se obtienen siempre más trayectorias mediante este método que mediante MUSIC.