

Simulación numérica directa de turbulencia homogénea.  
Paralelización de un método pseudoespectral.

Ignacio López Díaz



A mis padres por su cariño y apoyo,  
a Patricia por su amor y paciencia,  
y a todos aquellos que me hacen  
sentir la vida.



Quisiera expresar mi agradecimiento a todos los que me han ayudado a la elaboración del proyecto. Especialmente al Dr. Javier Dávila por su tutela y colaboración y al Dr. Manuel Contreras por su ayuda en la correcta formulación matemática, así como a todo el Área de Mecánica de Fluidos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla por su apoyo durante el desarrollo del proyecto.



# Índice general

<b>1. Resumen del proyecto y nomenclatura</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del problema . . . . .	1
1.2. Estructura del proyecto . . . . .	1
1.3. Nomenclatura . . . . .	2
<b>2. Notas de turbulencia</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción . . . . .	3
2.2. Turbulencia . . . . .	3
2.3. Cascada de Kolmogorov . . . . .	4
2.4. Espectro . . . . .	8
2.5. Invariantes . . . . .	9
<b>3. Análisis de Fourier</b>	<b>11</b>
3.1. Series de Fourier . . . . .	11
3.1.1. Definición . . . . .	11
3.1.2. Propiedades . . . . .	12
3.2. Transformada Discreta de Fourier (DFT) . . . . .	14
3.2.1. DFT en una dimensión . . . . .	14
3.2.2. DFT en tres dimensiones . . . . .	15
3.2.3. DFT de una secuencia real . . . . .	16
3.2.4. La DFT en el problema de estudio . . . . .	16
3.2.5. FFT . . . . .	17
3.3. Relación de la DFT con la serie de Fourier . . . . .	18
<b>4. Desarrollo teórico</b>	<b>19</b>
4.1. Introducción . . . . .	19
4.2. Aproximación por series de Fourier . . . . .	19
4.2.1. Cálculo del término no lineal . . . . .	21
4.3. Integración numérica . . . . .	22
4.3.1. Paso previo . . . . .	22
4.3.2. Método de Euler . . . . .	23
4.3.3. Método de Runge-Kutta de segundo orden . . . . .	24
4.3.4. Método de Adams-Bashforth de segundo orden . . . . .	24
<b>5. Cluster</b>	<b>27</b>
5.1. Introducción . . . . .	27
5.2. Descripción del cluster <i>Euler</i> . . . . .	27
5.3. Configuración del cluster <i>Euler</i> . . . . .	28
5.3.1. Sistema operativo . . . . .	28

5.3.2.	Instalación de las tarjetas SCI . . . . .	29
5.3.3.	Instalación de fftw . . . . .	36
<b>6.</b>	<b>Implementación del código numérico</b>	<b>37</b>
6.1.	Introducción . . . . .	37
6.2.	Codificación . . . . .	38
6.3.	Diagramas de flujo . . . . .	38
6.4.	Configuración en tiempo real . . . . .	42
6.5.	Compilación y ejecución del programa . . . . .	44
6.6.	Paralelización . . . . .	44
6.6.1.	Introducción . . . . .	44
6.6.2.	Uso de índices . . . . .	45
6.6.3.	Uso de la librería MPI . . . . .	46
<b>7.</b>	<b>Resultados</b>	<b>49</b>
7.1.	Estado . . . . .	49
7.2.	Parámetros . . . . .	50
7.3.	Evolución de $K_{max}\eta$ . . . . .	51
7.4.	Espectro . . . . .	52
7.5.	Invariantes . . . . .	53
7.6.	Errores numéricos . . . . .	54
7.7.	Paralelización . . . . .	56
<b>8.</b>	<b>Conclusiones y futuras líneas de investigación</b>	<b>59</b>
8.1.	Conclusiones . . . . .	59
8.2.	Futuras líneas de investigación . . . . .	60
	<b>Bibliografía</b>	<b>61</b>
	<b>A. Código fuente</b>	<b>63</b>