

UNIVERSIDAD DE SEVILLA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS



PROYECTO FIN DE CARRERA

**ANÁLISIS Y DISEÑO DE ACCESO
MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE CÓDIGO
ÓPTICO (O-CDMA) MEDIANTE REDES
DE DIFRACCIÓN EN FIBRA**

FRANCISCO JAVIER SOBRERO ORTEGA

CURSO 2005-06

UNIVERSIDAD DE SEVILLA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS

PROYECTO FIN DE CARRERA

**ANÁLISIS Y DISEÑO DE ACCESO
MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE CÓDIGO
ÓPTICO (O-CDMA) MEDIANTE REDES
DE DIFRACCIÓN EN FIBRA**

Autor: Francisco Javier Sobrero Ortega
Tutor: Alejandro Carballar Rincón

Septiembre 2006

*A mis padres,
Paco y Manolí.*

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría expresar mi más profundo agradecimiento a mis padres, Paco y Manoli, sin cuyo esfuerzo esto no hubiese sido posible. Gracias a mi padre por intentar hacerme ver las cosas de forma objetiva y a mi madre por tener siempre una sonrisa, y como no por ese optimismo que siempre ha mostrado, en los buenos y malos momentos.

Gracias a Davinia, mi hermana, por sentarse siempre a mi lado a “molestarme” mientras estudiaba, y como no a Natalia, por aguantar mi estricta dedicación a la carrera.

Gracias a Alejandro Carballar, por hacerme ver que detrás de un gran profesor puede haber una mejor persona. Gracias por su amistad desinteresada y por intentar ayudarme a que esta culminación de mis estudios sea lo mejor posible. En Chiclana siempre tendrás un amigo.

Y en definitiva gracias a todo aquel que me ha ayudado a que mis estudios y en general, estos últimos años hayan ido lo mejor posible. Espero responder a sus apoyos de la mejor forma posible. Por mi parte no va a faltar el menor esfuerzo.

*What we do in life
echoes in eternity.*

Índice

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. Evolución de los sistemas de Comunicaciones Ópticas | 2 |
| 1.2. CDMA: Acceso Múltiple por División de Código | 3 |
| <i>1.2.1. Capacidad de los métodos de acceso múltiple</i> | <i>5</i> |
| <i>1.2.2. Modelo de CDMA</i> | <i>7</i> |
| 1.3. Redes de difracción en fibra y su aplicación en sistemas O-CDMA | 9 |
| <i>1.3.1. Redes de difracción en fibra</i> | <i>9</i> |
| <i>1.3.2. Aplicación de las redes de difracción en O-CDMA</i> | <i>10</i> |
| | |
| 2. OBJETIVOS DEL PROYECTO | 12 |
| 2.1. Justificación del proyecto | 13 |
| 2.2. Organización del proyecto | 14 |
| | |
| 3. PULSOS ULTRACORTOS EN REDES DE DIFRACCIÓN PARA SU APLICACIÓN EN O-CDMA | 16 |
| 3.1. Modelado y Caracterización de redes de difracción en fibra | 17 |
| <i>3.1.1. Introducción a las redes de difracción</i> | <i>17</i> |
| <i>3.1.2. Modelo general de redes de difracción</i> | <i>18</i> |
| <i>3.1.3. Caracterización de redes de difracción</i> | <i>24</i> |
| 3.2. Uso de redes de difracción en O-CDMA. Pulsos ultracortos | 27 |
| <i>3.2.1. Propagación de pulsos ultracortos</i> | <i>27</i> |
| <i>3.2.2. Aplicación en O-CDMA</i> | <i>28</i> |
| <i>3.2.3. Caso particular: FH-CDMA</i> | <i>33</i> |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4. USO DE REDES DE DIFRACCIÓN MOIRÉ CHIRPEADAS EN WE/TS OCDMA | 55 |
| 4.1. Introducción a las redes Moiré chirpeadas | 56 |
| <i>4.1.1. Red de difracción linealmente chirpeada</i> | 56 |
| <i>4.1.2. Red de difracción Moiré chirpeada</i> | 60 |
| 4.2. WE/TS OCDMA con redes Moiré chirpeadas | 65 |
| <i>4.2.1. Principios de operación en WE/TS OCDMA</i> | 65 |
| <i>4.2.2. Diseño de los codificadores y decodificadores</i> | 67 |
| 4.3. Simulación del sistema | 73 |
| 4.4. Conclusiones | 87 |
| | |
| 5. DISEÑO DE CÓDIGOS 2-D PARA IMPLEMENTAR SISTEMAS W/T OCDMA | 89 |
| 5.1. Justificación del uso de códigos 2-D | 90 |
| 5.2. Algoritmo de construcción de códigos 2-D | 91 |
| 5.3. Análisis y resultados | 107 |
| | |
| 6. CÓDIGOS 2-D W/T EN SISTEMAS O-CDMA CON DETECCIÓN DIFERENCIAL | 112 |
| 6.1. Evolución hacia los sistemas con detección diferencial | 113 |
| 6.2. Estudio de la detección diferencial y de la señalización antipodal | 113 |
| 6.3. Diseño y análisis de códigos BCDD | 117 |
| 6.4. Simulación de un sistema O-CDMA con códigos BCDD y detección diferencial | 121 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 7. ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA EN O-CDMA | 132 |
| 7.1. Introducción | 133 |
| 7.2. Análisis Tiempo-Frecuencia | 134 |
| <i>7.2.1. Espectrograma</i> | 135 |
| <i>7.2.2. Optimización de la distribución tiempo-frecuencia (TF)</i> | 136 |
| 7.3. Aplicación de la distribución TF en O-CDMA | 138 |
| <i>7.3.1. Sistema con FH-CDMA y codificación unidimensional</i> | 138 |
| <i>7.3.2. WE/TS O-CDMA con redes Moiré chirpeadas.</i> | 140 |
| <i>7.3.3. Sistemas 2-D W/T O-CDMA con códigos bipolares y detección diferencial</i> | 142 |
| | |
| APÉNDICE I. BIBLIOGRAFÍA | 146 |
| | |
| APÉNDICE II. CONCEPTOS GENERALES SOBRE ÁRBOLES BINARIOS | 148 |
| AII.1. Introducción | 148 |
| AII.2. Términos asociados a los árboles binarios | 149 |
| AII.3. Recorrido del árbol | 150 |
| AII.4. Algoritmos para recorrer un árbol | 151 |
| | |
| APÉNDICE III. PROGRAMAS DE SIMULACIÓN | 154 |
| AIII.1. Programas de simulación | 154 |
| AIII.2. Estructura de directorios del CD | 155 |

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se pretende mostrar la evolución de los sistemas de Comunicaciones Ópticas y las redes de difracción en fibra para situarnos de forma aproximada en el estado actual del arte de los mismos, en cuyo marco cobra sentido la realización de este Proyecto Fin de Carrera.

Las redes de difracción en fibra están jugando un papel muy importante en la evolución de los sistemas de Comunicaciones Ópticas permitiendo la realización de dispositivos para múltiples aplicaciones, entre ellas la realización de codificadores/decodificadores para su aplicación en redes de Comunicaciones Ópticas con Acceso Múltiple por División de Código Óptico (O-CDMA), núcleo sobre el que versa el desarrollo de este trabajo.

1.1 EVOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS.

Desde los primeros sistemas de comunicaciones ópticas por fibra, propuestos en los años 70, hasta los de hoy en día, éstos se han utilizado principalmente para sustituir los enlaces de cables metálicos de los sistemas de larga distancia. Sin embargo, actualmente se pretende utilizar la fibra óptica para algo más que simplemente para la transmisión de señales punto a punto. Durante este tiempo, los desarrollos de fuentes y detectores ópticos compactos, fibras ópticas de bajas pérdidas, y dispositivos necesarios para las funciones de procesado de señal óptica han hecho de esta tecnología una alternativa realmente atractiva para cualquier sistema de comunicación involucrando distancias mayores de unos pocos metros. De hecho, debido a su flexibilidad y aplicabilidad en enlaces de telecomunicaciones de corto y largo recorrido, redes de distribución y redes de área local, la fibra óptica ha revolucionado el área de las comunicaciones y es especialmente responsable de la denominada “era de la información”.

Hoy en día, los sistemas de comunicaciones ópticas presentan un límite práctico para el régimen binario en torno a los 10Gb/s; siendo la electrónica el cuello de botella de estos sistemas. La invención de los amplificadores de fibra dopada con Erblio (Erbium Doped Fiber Amplifier - EDFA) ha hecho posible el desarrollo de los sistemas con multiplexación por longitud de onda o frecuencia óptica (Wavelength Division Multiplexing – WDM o Optical Frequency Division Multiplexing - OFDM). Estos sistemas, operando en tercera ventana, están basados en transmitir por una única fibra varias señales, modulando cada una de ellas a una frecuencia óptica o longitud de onda. A cada una de éstas se las denomina canal óptico.

Las tres primeras generaciones de sistemas de comunicaciones ópticas son sistemas de canal único, donde se hace uso de una sola portadora para transmitir la información. Tales sistemas tienen limitada su velocidad máxima de transmisión a aproximadamente 10 Gb/s debido fundamentalmente a la velocidad de los componentes electrónicos requeridos para el procesado de señal, no utilizándose eficientemente el ancho de banda disponible en la fibra óptica. La solución a este problema se ha encontrado en el empleo de sistemas multi-canal (sistemas de cuarta generación y posteriores). En dichos sistemas se transmiten simultáneamente varios canales de comunicación, haciendo uso de alguna estrategia de multiplexación. Se utilizan fundamentalmente dos esquemas de multiplexación: la multiplexación por división en longitud de onda (WDM) y la multiplexación por división en el tiempo óptico (OTDM).

Bajo esquemas WDM, el ancho de banda de la fibra se divide en un determinado número de bandas espectrales no solapadas, cada una de las cuales soporta un canal de comunicación. Son varias las tecnologías críticas para la implantación de este tipo de sistemas: sistemas de recepción y transmisión sintonizables, componentes selectivos en

longitud de onda para operaciones de multiplexación y demultiplexación, así como dispositivos para otras funciones de procesado de señal.

En un sistema OTDM, los pulsos (bits) asociados con los diferentes canales se intercalan en el dominio temporal, conformando un único tren de pulsos. Los sistemas OTDM requieren, entonces, de pulsos ópticos de duración menor que el periodo de bit dividido por el número máximo de canales a multiplexar, de un reloj óptico y de unidades de sincronización para asistir los procesos de multiplexación y posterior demultiplexación de canales.

Otro protocolo de acceso múltiple que está atrayendo recientemente el interés es el protocolo de acceso al medio óptico por división de código (“Optical CDMA”). En un esquema CDMA, la multiplexación de señales se consigue asignando códigos de mínima interferencia a pares de usuarios diferentes, de tal forma que cada usuario puede transmitir asincrónicamente con respecto a otros transmisores sobre un canal común. En principio, precisa de tecnologías más sencillas y, como otra de sus ventajas, los usuarios pueden transmitir sin retardo en lugar de tener que esperar al siguiente intervalo temporal (OTDM) o espectral (WDM) disponible [AZA01]. Cada uno de los esquemas de multiplexación tiene sus propias ventajas e inconvenientes.

En general, la tecnología más adecuada depende de la aplicación concreta y requerimientos del sistema al que deba incorporarse. No obstante, la combinación de varias tecnologías diferentes, por ejemplo esquemas híbridos WDM/OTDM o WDM/CDMA, puede resultar la solución tecnológica más acertada para cubrir de forma efectiva la creciente demanda de ancho de banda en los futuros sistemas de comunicaciones ópticas.

1.2 CDMA: ACCESO MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE CÓDIGO.

En cualquier sistema de comunicaciones vamos a tener recursos limitados que se tendrán que compartir: el recurso “*tiempo*” y el recurso “*ancho de banda*”. Por ello en el sistema debe de establecerse una política que permita compartir los recursos de la forma más eficiente posible entre los múltiples usuarios del sistema. Por tanto podemos establecer los recursos del sistema como si fuese un rectángulo en el que en una dimensión se expresa el recurso tiempo y en la otra el recurso ancho de banda. Esto se puede ilustrar en la siguiente figura, en la que también se ilustra las dos formas clásicas de acceso en las que se comparte una de las dimensiones y se divide la otra, dando lugar a las técnicas FDMA (Acceso múltiple por División en Frecuencia) y TDMA (Acceso Múltiple por División en el Tiempo).

Tal y como se desprende de la figura 1.1. la técnica FDMA consiste en la división del ancho de banda disponible en bandas de frecuencia o canales que pueden ser asignados

bien estáticamente (FDM: Multiplexión por división en frecuencia) o bien por demanda (FDMA) y en los que el propietario puede usar indefinidamente la banda.

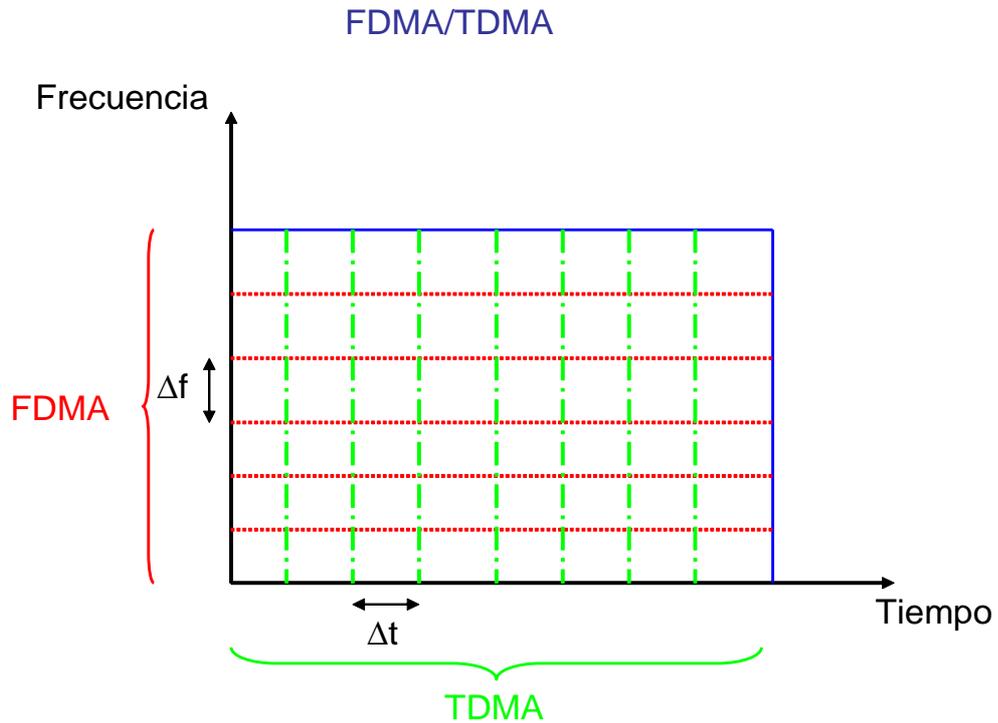


Figura 1.1. Comparación entre las técnicas FDMA y TDMA para compartir el mismo recurso.

En cambio la técnica TDMA consiste en repartir la banda disponible en ráfagas que se pueden asignar de forma fija (TDM: Multiplexión por división en el tiempo) o bien de forma dinámica (TDMA). En las siguientes figuras ilustramos las dos técnicas que hemos comentado.

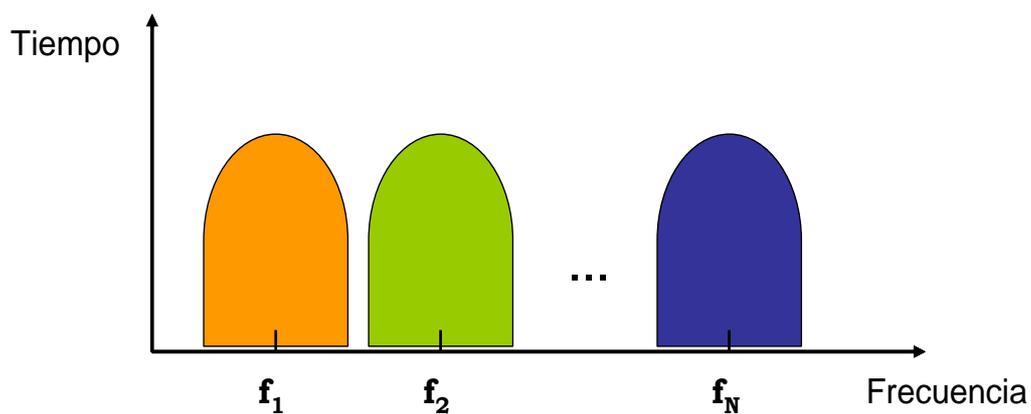


Figura 1.2. Ilustración de un sistema con FDMA.

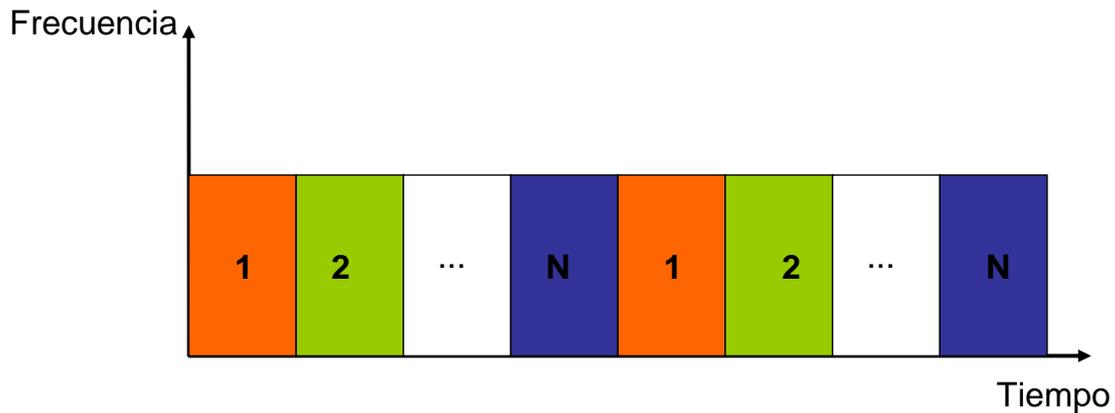


Figura 1.3. Ilustración de un sistema con TDMA.

Sin embargo CDMA es completamente diferente a las dos técnicas ya mencionadas. Esta técnica permite que cada estación pueda transmitir en el espectro completo de frecuencias y durante todo el tiempo. Las transmisiones se separan usando la teoría de la codificación y se supone que las múltiples señales se suman linealmente.

Antes de entrar en lo que son los algoritmos, ilustraremos el ejemplo conocido como *fiesta del cóctel* consistente en un cuarto grande donde hay muchas parejas de personas que están conversando. TDM es cuando toda la gente se encuentra en el centro del cuarto, pero se turnan para hablar, primero uno, luego el otro. FDM es cuando la gente se junta en grupos dispersos, llevando cada grupo su propia conversación al mismo tiempo que los demás, pero independientemente. CDMA es cuando todos están en el centro del cuarto hablando al mismo tiempo, pero cada pareja habla un lenguaje distinto, centrándose cada receptor en su lenguaje y rechazando lo demás como ruido aleatorio.

1.2.1. Capacidad de los métodos de acceso múltiple.

Es interesante comparar FDMA, TDMA y CDMA en términos de la tasa de información que cada método puede conseguir en un canal AWGN ideal con ancho de banda W . Vamos a comparar la capacidad de K usuarios, donde cada usuario usa una potencia media que viene dada por $P_i = P$, para todos los usuarios. Hay que recordar que en un canal AWGN ideal de ancho de banda W la capacidad de un único usuario viene dada por [PROAK01]:

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0} \right) \quad (1.1)$$

donde $\frac{1}{2}N_0$ es la densidad espectral de potencia del ruido gaussiano aditivo.

Si usamos la técnica de acceso FDMA, cada usuario está colocado en un ancho de banda que viene dado por W/K por lo que la capacidad de cada usuario es:

$$C_k = \frac{W}{K} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\left(\frac{W}{K}\right) N_0} \right) \quad (1.2)$$

y la capacidad total para los K usuarios es

$$KC_k = W \log_2 \left(1 + \frac{KP}{WN_0} \right) \quad (1.3)$$

Por lo tanto la capacidad total es equivalente a la de un único usuario con una potencia media $P_{av} = KP$. Es interesante darse cuenta que para un ancho de banda fijo W , la capacidad total aumenta hasta el infinito si el número de usuarios aumenta linealmente con K . Por otro lado, si el número de usuarios K aumenta, cada usuario tendrá designada una banda de frecuencia menor W/K y en consecuencia la capacidad disminuye.

En un sistema TDMA cada usuario transmite durante $1/K$ del tiempo total disponible a través del ancho de banda total W , con una potencia media KP . Por tanto, la capacidad por usuario es:

$$C_k = \left(\frac{1}{K}\right) W \log_2 \left(1 + \frac{KP}{WN_0} \right) \quad (1.4)$$

lo cual proporciona una capacidad idéntica a la técnica FDMA. Sin embargo, desde un punto de vista práctico, podemos enfatizar que en TDMA no es posible a los transmisores el sostener una potencia KP si K es muy grande. Por tanto hay una limitación por la cual la potencia del transmisor no puede ser incrementada al mismo ritmo que crece el número de usuarios.

En un sistema CDMA, cada usuario transmite una señal pseudoaleatoria con un ancho de banda W y una potencia media P . La capacidad del sistema depende del nivel de cooperación entre los K usuarios. En un extremo en el que no hay cooperación ninguna entre todos los usuarios, el receptor de un determinado usuario no sabe el ensanchado que sufre la señal del resto de usuarios o bien se elige ignorarlo en el proceso de demodulación. Este es el caso llamado de *detección monousuario*. Por tanto, el efecto de las señales de los otros usuarios puede ser visto como una interferencia que nos aparece en el receptor. Si asumimos que la señal pseudoaleatoria de cada usuario tiene una forma de onda gaussiana, entonces cada señal de un usuario va a ser corrompida por una interferencia gaussiana de potencia $(K-1)P$ y por ruido gaussiano y aditivo de densidad de potencia WN_0 . Por ello, la capacidad por usuario en el caso de detección de un único usuario es:

$$C_k = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0 + (K-1)P} \right) \quad (1.5)$$

o equivalentemente

$$\frac{C_k}{W} = \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0 + (K-1)P} \right) \quad (1.6)$$

y si el número de usuarios es muy grande, podemos usar la aproximación $\ln(1+x) \leq x$, por lo que:

$$\frac{C_k}{W} \leq \frac{P}{WN_0 + (K-1)P} \quad (1.7)$$

y en el caso ideal en el que se consiga eliminar el término de interferencia de los demás usuarios en casi su totalidad estaríamos ante un crecimiento lineal de la capacidad total en función del número de usuarios.

1.2.2. Modelo de CDMA.

En CDMA cada tiempo de bit se subdivide en m intervalos más pequeños denominados *chips*. A cada estación se le asigna un código único de m bits, o secuencia de chips. Para transmitir un bit 1, la estación envía su secuencia de chips, mientras que para transmitir un bit 0 se envía la secuencia complementaria. El aumento de la cantidad de información a ser enviada de b bits/seg a mb chips/seg sólo puede lograrse si el ancho de banda disponible se aumenta en un factor de m , haciendo de CDMA un forma de comunicación de espectro amplio por lo que también se le conoce como SSMA (Acceso Múltiple por espectro ensanchado) [TANENB].

Para fines pedagógicos es más conveniente usar una notación bipolar, siendo el cero binario -1 y el 1 binario $+1$. Cada estación tiene su propia secuencia de chips única. Dada una estación S representaremos por S el vector de m chips y por \bar{S} su negado. Si suponemos que todas las secuencias son ortogonales su producto escalar será cero, propiedad de ortogonalidad que como veremos más adelante será crucial.

$$S.T \equiv \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i T_i = 0 \quad (1.8)$$

Además hay que hacer notar que si $S.T = 0$, entonces $\bar{S}.\bar{T} = 0$. Otra propiedad importante es que el producto normalizado de cualquier secuencia de chips con ella misma es 1:

$$S.S = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i S_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\pm 1)^2 = 1 \quad (1.9)$$

Esto ocurre porque cada uno de los m términos del producto escalar es 1, por lo que la suma es m . También se puede ver que $S.\bar{S} = -1$.

Durante cada tiempo de bit, una estación puede transmitir un 1 enviando su secuencia de chips, puede transmitir un 0 enviando el negado de su secuencia de chips o

puede permanecer en silencio y no transmitir nada. Por el momento supondremos que todas las estaciones están sincronizadas en el tiempo, por lo que todas las secuencias de chip empezarán en el mismo momento.

Cuando dos o más estaciones transmiten simultáneamente, sus señales bipolares se suman linealmente. Para recuperar la cadena de bits de una estación individual, el receptor debe conocer las secuencias de chips de esa estación por adelantado. El receptor hace la recuperación calculando el producto escalar normalizado de la secuencia de chips recibida (la suma lineal de todas las estaciones que transmitieron) y la secuencia de chips de la estación cuyo flujo de bits se está tratando de recuperar. Si la secuencia de chips recibida es S y el receptor está tratando de escuchar una estación cuya secuencia de chips es C , simplemente calcula el producto escalar normalizado $S.C$.

Para ver que este método funciona correctamente, imagine que dos estaciones, A y C , transmiten un bit 1 al mismo tiempo que B transmite un bit 0. El receptor ve la suma: $S = A + \bar{B} + C$ y calcula lo siguiente:

$$S.C = (A + \bar{B} + C).C = A.C + \bar{B}.C + C.C = 0 + 0 + 1 = 1 \quad (1.10)$$

Los primeros dos términos desaparecen porque todos los pares de secuencias de chips se han elegido cuidadosamente para que sean ortogonales, como hemos mostrado en la ecuación (1.8). Ahora queda clara la importancia de dicha elección.

En un sistema CDMA sin ruido, la capacidad o número de estaciones puede hacerse arbitrariamente grande, de la misma forma que puede hacerse arbitrariamente grande la capacidad de un canal Nyquist sin ruido a medida que usamos más bits por muestra. En la práctica las limitaciones físicas reducen considerablemente la capacidad, ya que hemos supuesto una sincronización perfecta cosa que es prácticamente imposible. Como cabe esperar, a medida que la secuencia de chip es más grande, mayor es la probabilidad de detectarla correctamente en presencia de ruido. Si además deseamos una seguridad extra podemos usar **códigos correctores** de errores para la secuencia de **bits**, ya que la secuencia de chip nunca usa códigos correctores.

Además un supuesto importante en los sistemas que usan CDMA es que todas las estaciones del sistema transmiten con la misma potencia. Esto es especialmente difícil en sistemas de comunicaciones por radiofrecuencia, como es el caso del sistema de Comunicaciones Móviles de tercera generación UMTS. En nuestro caso estamos interesados en el estudio de redes por fibra óptica en el que supondremos que las localizaciones de las estaciones así como los tramos de fibra son conocidos por lo que esta es una limitación menor. Para los sistemas móviles una buena heurística es considerar que las estaciones transmiten con una potencia inversa a la que reciben de la estación base.

Otro factor adicional es que en nuestro desarrollo hemos supuesto que el receptor sabe quién es el transmisor, en caso contrario este debería de analizar las posibles

informaciones transmitidas por todas las estaciones transmisoras con el consecuente aumento en la complejidad de cálculo. En principio sólo habría que aplicar el mismo algoritmo a cada transmisor, sin embargo esto es más fácil decirlo que hacerlo. Además CDMA tiene muchos otros inconvenientes que hemos obviado en esta introducción y que lo convierten en una técnica complicada, pero que no obstante es un esquema ingenioso que ha sido aceptado rápidamente para los sistemas de comunicaciones.

Por último cabe comentar que esta explicación se corresponde con la idea básica de lo que es la técnica de acceso al medio CDMA, siendo su aplicación real relativamente sencilla cuando trabajamos con componentes electrónicos. En el presente trabajo vamos a tratar dicha técnica de acceso al medio en sistemas de Comunicaciones Ópticas (O-CDMA), por lo que debido a las características propias de los componentes ópticos que usaremos (redes de difracción en fibra, láseres, etc) la forma de generar las secuencias de chips así como el tipo de O-CDMA que se use puede variar un poco con respecto a lo que se usa en los sistemas de Comunicaciones Móviles.

1.3 REDES DE DIFRACCIÓN EN FIBRA Y SU APLICACIÓN EN SISTEMAS O-CDMA.

1.3.1 Redes de Difracción en Fibra.

Uno de los componentes que más ha contribuido al rápido desarrollo de los sistemas de Comunicaciones Ópticas ha sido la red de difracción de Bragg en fibra óptica, convirtiéndose en un dispositivo clave en la evolución de las mismas. Gracias a sus propiedades de alta selectividad en longitud de onda, bajas pérdidas de inserción y baja sensibilidad a la polarización, están siendo ampliamente utilizadas en el filtrado y selección de canales ópticos, en la cancelación de la dispersión cromática de los enlaces de fibra de largas distancias y en aplicaciones de sensado en general [CAR99].

También se ha demostrado su posible uso para implementar los codificadores/decodificadores en O-CDMA usando diversos métodos, ya sea la concatenación de diversas redes de difracción, la superposición de perturbaciones en una misma fibra para dar lugar a las redes Moiré o bien la superposición de ambas técnicas.

Físicamente, una red de difracción de Bragg en fibra óptica es una perturbación periódica del índice de refracción a lo largo del eje de la fibra, que se forma por exposición del núcleo de la misma a un patrón de interferencia óptica intenso. Estas redes funcionan como filtros paso banda que reflejan unas longitudes de onda específicas y dejan pasar el resto. Su funcionamiento puede ser explicado a partir de una suma sucesiva de reflexiones coherentes en los saltos de índice de refracción. El grabado de estas redes está basado en el efecto fotosensible por el cual el índice de refracción de las fibras cambia cuando incide luz

ultravioleta sobre ellas. Este cambio de índice de refracción es permanente en el sentido que tiene un tiempo de vida estimado de unos 25 años. El funcionamiento básico de una red de difracción en fibra consiste en hacer incidir un haz de luz láser en la red, que al sufrir sucesivas reflexiones en los saltos de perturbación van creando un haz de luz reflejada. Si se juega con la banda de frecuencia reflejada se pueden conseguir dispositivos tales como filtros, circuladores, selectores de canal, etc.

1.3.2 Aplicación de las redes de difracción en O-CDMA.

En este apartado vamos a explicar de forma breve por qué estas redes de difracción pueden ser usadas en O-CDMA. En un capítulo posterior se estudiará de manera mucho más detallada cada una de las posibilidades que estas nos ofrecen y los distintos tipos de O-CDMA que se pueden conseguir.

Como ya hemos comentado una red de difracción es un dispositivo que usado en reflexión nos proporciona una determinada banda de frecuencias de la banda total incidente. Por tanto si se concatenan varias redes de difracción cada una de ellas sintonizada a una determinada frecuencia y sobre ella se hace incidir luz blanca (delta temporal que contiene todo el espectro) como reflexión obtendremos una serie de pulsos cada uno de ellos a una determinada frecuencia. Por tanto de un único pulso incidente conseguimos varios pulsos en reflexión que formarán nuestro código. A este tipo de O-CDMA es lo que se le denomina WE/TS O-CDMA (Wavelength-Encoding/Time-Spreading), ya que estamos codificando en longitud de onda (o frecuencia) y de un único pulso se obtiene varios pulsos con el consecuente ensanchamiento temporal. Dicho esquema puede observarse en la figura 1.4.

Hay que hacer notar que el esquema que hemos comentado es el dual con respecto a la introducción a CDMA que se ha proporcionado en el apartado 1.2. En este caso el código es en frecuencia (no en tiempo como suelen usar los sistemas de Comunicaciones móviles de tercera generación) mientras que el ensanchamiento es temporal, al contrario que en el apartado 1.2. donde el ensanchamiento se producía en frecuencia al transmitir a una tasa más elevada. Por tanto se puede concluir que el sistema WE/TS es el complementario de los sistemas SSMA.

De la figura se desprende como realizar codificadores WE/TS con redes de difracción en fibra. Tal y como se comentará en un capítulo posterior el decodificador se obtiene simplemente invirtiendo físicamente el dispositivo, es decir, se hará incidir la luz por el lado contrario al del codificador.

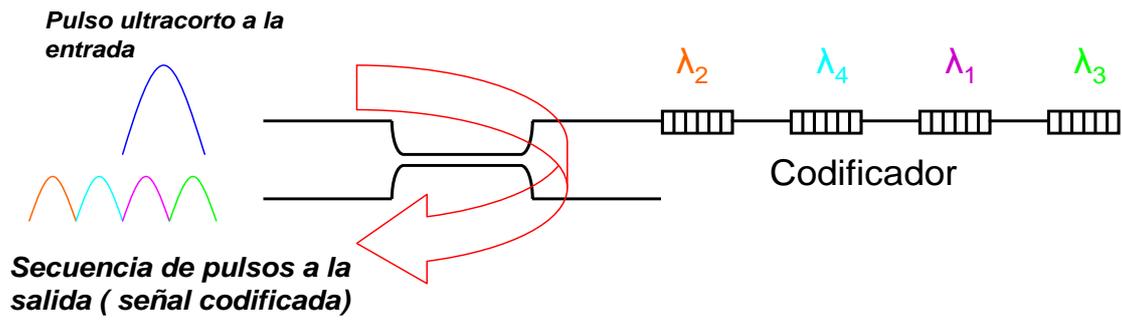


Figura 1.4. Esquema básico de codificación en un sistema WE/TS O-CDMA.

Capítulo 2

Objetivos del Proyecto

Este capítulo presenta los objetivos que se pretenden alcanzar con la realización de este Proyecto Fin de Carrera, realizado en la temática de las Comunicaciones Ópticas.

El principal objetivo de este proyecto es el estudio y posterior simulación del protocolo de Acceso Múltiple por División de Código Óptico (O-CDMA) para su aplicación en los recientes sistemas de Comunicaciones Ópticas. Dentro de este método de acceso se pretende dar una visión de las alternativas más recientes, analizándose sus ventajas e inconvenientes.

Para la implementación de dicho protocolo se usará como codificadores/decodificadores redes de difracción en fibra, por lo que se hace necesario un estudio general de este dispositivo, para particularizar los resultados obtenidos en su aplicación en O-CDMA.

Dado que estos sistemas trabajan a la vez en los dominios del tiempo y la frecuencia, sería de gran utilidad la aplicación de técnicas de análisis en tiempo-frecuencia, así como otro tipos de herramientas que permitan comprender el funcionamiento de la técnica de acceso múltiple.

Otro objetivo que también se nos plantea tras trabajar con estos sistemas consiste en analizar los distintos métodos que nos permiten producir códigos de forma software, así como herramientas para determinar el número máximo de códigos que podrían ser implementados posteriormente con las redes de difracción en fibra.

Por tanto, como objetivo final se pretende haber realizado una panorámica de la técnica O-CDMA para poder estar en condiciones de entender nuevos sistemas que se propongan o bien abordar mejoras de los ya existentes.

2.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO.

El Proyecto Fin de Carrera que se ha realizado y cuyo contenido se detalla en los capítulos sucesivos, nace tras un estudio general de las redes de difracción de Bragg. Este estudio ha sido posible gracias a la aportación por parte del tutor del proyecto, Alejandro Carballar Rincón, de su tesis doctoral así como la tesis doctoral de José Azaña Luna. Del amplio contenido de ambas, reseñamos a continuación los puntos más importantes desde el punto de vista del desarrollo del trabajo realizado.

En la primera de las tesis [CAR99] se realiza un modelado y caracterización de las redes de difracción en fibra de forma genérica, para lo que se usa una técnica de muestreo de la perturbación. Este muestreo nos proporciona una estructura multicapa con la que trabajamos de forma más sencilla que otras posibles técnicas, como puede ser la de teoría de modos acoplados. Una vez realizado este modelado y caracterización general, se procede al estudio de varios casos en concreto. De todos estos casos se realiza un análisis detallado de forma que se justifica todos los fenómenos físicos que se producen en el dispositivo y las aplicaciones concretas de cada red. Conocimientos importantes que se desprenden son los derivados de la función de apodizado, redes uniformes con y sin apodizado, redes chirpeadas que acoplan un ancho de banda mayor, redes Moiré chirpeadas, etc.

La segunda de las tesis doctorales que se ha estudiado [AZA01] versa sobre la aplicación de señal fotónica en redes de difracción en fibra mediante tratamientos duales. Esta tesis también posee un capítulo dedicado a modelos teóricos para caracterizar redes de difracción, en el que se muestran tanto la teoría de modos acoplados como la teoría multicapa. Sin embargo el contenido más importante para la realización de este proyecto fin de carrera se encuentra en el estudio de la propagación de pulsos en redes de difracción en fibra mediante distribuciones tiempo-frecuencia. En este estudio, una vez detallado en que consiste el análisis tiempo-frecuencia se pasa a analizar con este métodos fibras básicas (redes uniformes con y sin apodizado, de acoplo fuerte y débil, redes chirpeadas, etc) así como el análisis de estructuras de difracción en fibra complejas como pueden ser cavidades resonantes, estructuras basadas en la concatenación de redes y en la superposición de las mismas. La propagación de pulsos ultracortos a través de estructuras basadas en concatenación de redes de difracción uniforme ha sido previamente estudiada con detalle y como resultado, se ha propuesto su utilización en diversas aplicaciones para sistemas WDM y en la codificación/decodificación de secuencias de pulsos, con aplicación en sistemas CDMA. En dicha tesis además se demuestra un caso muy sencillo de codificación y decodificación usando tres redes de difracción uniformes concatenadas.

Por tanto una vez que se tiene una base en lo que respecta a las redes de difracción de Bragg y visto sus grandes aplicaciones, ya sea en sistemas WDM, CDMA y para la

realización de diversos componentes para sistema de comunicaciones ópticas, resultó muy interesante la profundización en lo que se refiere a la técnica de acceso múltiple por división de código óptico (O-CDMA). Para ello bastó con documentarse algo más sobre ese tema en concreto e ir realizando las distintas técnicas existentes.

2.2 ORGANIZACIÓN DEL PROYECTO.

El proyecto se ha organizado de la siguiente forma. El capítulo 3 trata sobre la aplicación de pulsos ultracortos en redes de difracción en fibra y su aplicación en sistemas O-CDMA. Durante la primera parte del capítulo se profundiza en el modelado y caracterización de redes de difracción y una vez que se ha descrito como tratar con las redes pasamos al estudio de la propagación de pulsos ultracortos. El hecho de que se haya introducido una parte que trata sobre el modelado y caracterización de redes ha sido porque se ha considerado necesario puesto que a la hora de trabajar con pulsos ultracortos y también a la hora de detallar el por qué las redes pueden ser usadas como codificadores y decodificadores se hace uso de muchos conceptos que se explican en esos apartados. Una vez que se trata matemáticamente el proceso de codificación y decodificación con redes de difracción se procede al estudio de un caso particular, un sistema O-CDMA con salto en frecuencia o FH-CDMA. El Capítulo 4 trata sobre el uso de redes de difracción Moiré chirpeadas en O-CDMA. En este capítulo se van introduciendo de forma escalonada los conceptos relativos a redes de difracción linealmente chirpeadas, para llegar posteriormente a las redes Moiré y su aplicación en acceso múltiple por división de código óptico. Esta aplicación no es directa y ha sido fruto de un gran estudio de las redes Moiré en general y de lo que se deseaba hacer. De hecho el método que se ha propuesto en este trabajo no ha sido visto en ningún sitio aunque se supone es el mismo que el que se usó en los artículos consultados sobre el tema. Para finalizar este capítulo también se realiza la simulación de un sistema en el que se usa redes Moiré y en este estudio se analizan posibles alternativas de implementación. El capítulo 5 introduce un concepto novedoso, el de los códigos bidimensionales. Estos códigos 2-D constituyen un gran mejora en lo que se refiere a los parámetros más importantes del sistema como pueden ser el número máximo de usuarios que operan en la red y la tasa de error de bit a la que lo hacen. El grueso de este capítulo trata sobre los algoritmos de generación de códigos. Estos algoritmos tienen que ver mucho con las estructuras de datos y algoritmos de búsqueda software, en el especial en este caso con los árboles binarios. Hay algoritmos muy potentes de producción de códigos mediante el uso de árboles binarios, así como también hay otros métodos también muy potentes que generan códigos de forma aleatoria. El uso de uno y otro depende de muchos factores como pueden ser el propio código, el resultado que se quiere obtener y en cuanto tiempo se desea obtener, la herramienta de la que se dispone para ejecutar los algoritmos

software, etc. Para finalizar el capítulo se hace un análisis más detallado de la familia de códigos que se ha propuesto, en lo que se refiere a los dos parámetros antes comentados. El capítulo 6 profundiza algo más en los códigos 2-D y trata sobre una familia de estos códigos que usan detección diferencial. El hecho de la inclusión de la detección diferencial aumenta en gran medida las prestaciones del sistema. También se hace un análisis de la generación de códigos y se compara con la familia de códigos que se ha visto en el capítulo anterior. Para finalizar el capítulo se realiza una simulación de un sistema que usa esta familia de códigos y analiza como se deberían de construir de forma más eficiente los codificadores y decodificadores. De las alternativas que hay se toma aquella que proporciona mejores resultados. Por último se ha añadido un capítulo de análisis tiempo-frecuencia, en concreto el capítulo 7. En él se hace una introducción a este tipo de análisis para posteriormente aplicarlo a cada uno de los casos de O-CDMA que hemos visto en los capítulos anteriores. Se puede observar como esta técnica de análisis es óptima para el acceso múltiple por división de código óptico pues nos permite observar en un mismo gráfico los intervalos de chip y las longitudes de onda que se reflejan en cada uno de ellos.

Capítulo 3

Pulsos ultracortos en redes de difracción para su aplicación en O-CDMA

En este capítulo se abordará el estudio de las redes de difracción y los pulsos ultracortos, ya que serán piezas clave en la realización de sistemas de Comunicaciones Ópticas con O-CDMA.

En primer lugar realizaremos un estudio teórico de redes de difracción en general, utilizándose para ello un modelo teórico consistente en considerar la perturbación del índice de refracción de la fibra como una estructura multicapa y así poder analizar la red con la teoría de matrices de transferencia.

Una vez caracterizados estos dispositivos de forma genérica, estaremos en condiciones de poder caracterizar teóricamente estructuras más complejas formadas por múltiples redes de difracción o bien redes de difracción con múltiples perturbaciones. Ambas estructuras son las piezas claves para las implementaciones de sistemas con Acceso Múltiple por División de Código Óptico que se plantean en este trabajo.

3.1 MODELADO Y CARACTERIZACIÓN DE REDES DE DIFRACCIÓN FIBRA.

3.1.1 Introducción a las redes de difracción

Varias han sido las teorías que se han utilizado para el modelado de las redes de difracción de Bragg en fibra, pero quizás la más utilizada es la teoría de modos acoplados desarrollada por A. Yariv en 1973. Esta teoría considera a la red de difracción como un dispositivo capaz de acoplar potencia óptica entre dos modos cuando el período de dicha red verifica la condición de adaptación de fases. Suponiendo β_1 y β_2 las constantes de propagación de cada uno de los modos y Λ el periodo de la red de difracción, la condición de adaptación de fases viene dada por la expresión:

$$\beta_1 - \beta_2 = \frac{2(k+1)\pi}{\Lambda}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

Dependiendo del sentido de propagación de los modos, se distingue entre acoplo codireccional y acoplo contradireccional. El primero de ellos se esquematiza en la figura 3.1, produciéndose el acoplo de potencia entre dos modos que se propagan en el mismo sentido. Debido a que la diferencia entre las constantes de propagación es pequeña, el periodo de estas redes es grande, dando lugar a las denominadas redes de difracción de período largo.

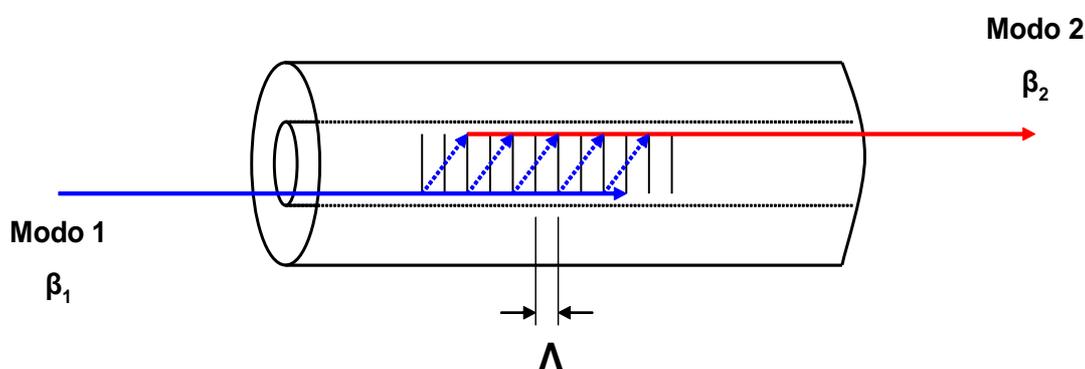


Figura 3.1. Acoplo codireccional. Redes de difracción de período largo.

El acoplo contradireccional está basado en el acoplo de potencia entre el modo fundamental que viaja en un sentido y el modo fundamental que viaja en sentido opuesto. Como la diferencia entre las constantes de propagación ahora es mayor (misma magnitud y signos opuestos), el período de la red se hace más pequeño dando lugar a las denominadas redes de difracción de período corto. Estas redes son las más extendidas debido a su sencillez de operación.

En este caso de acoplo contradireccional, las constantes de propagación de cada uno de los modos son β y $-\beta$ respectivamente, por lo que la condición de adaptación de fases se verifica para la radiación óptica de longitud de onda:

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \quad (3.2)$$

donde n_{eff} es el índice de refracción efectivo del modo fundamental, Λ es el período de la red, y λ_B es la longitud de onda de Bragg (longitud de onda reflejada o acoplada por el dispositivo).

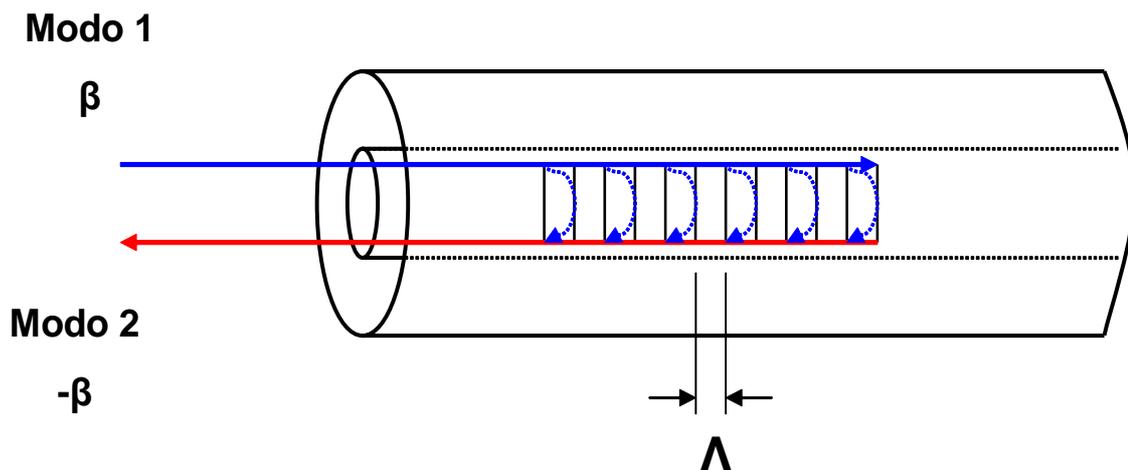


Figura 3.2. Acoplo contradireccional. Redes de difracción de período corto.

La teoría de modos acoplados es muy versátil en cuanto que contempla cualquier tipo de acoplo de potencia entre los diferentes modos que soporta la fibra óptica, sin embargo, presenta una serie de inconvenientes. Se ha de hacer notar que es una teoría aproximada que solo tiene en cuenta el primer orden de Bragg, y además no trabaja directamente con los parámetros físicos de la perturbación (tales como el índice de refracción) sino que utiliza parámetros normalizados aproximados como el coeficiente de acoplo entre modos y desviaciones sobre la condición de adaptación de fases.

3.1.2 Modelo general de redes de difracción en fibra.

Físicamente una red de difracción de Bragg en fibra óptica es una perturbación del índice de refracción del núcleo de la misma a lo largo de su eje, que se forma por exposición del núcleo a un patrón de interferencia óptica intenso. Estas redes funcionan como filtros ópticos paso banda que reflejan unas longitudes de onda específicas y dejan pasar el resto [CAR99]. Su principio de operación se puede observar en la figura 3.3.

En régimen monomodo la red de difracción puede considerarse como una variación unidimensional del índice de refracción del núcleo n a lo largo del eje de la fibra z , $n(z)$, suponiendo que el medio es homogéneo en el plano xy . Al trabajar en régimen lineal cada

componente de frecuencia de la radiación electromagnética interactúa independientemente con el medio. Por tanto, considerando una radiación electromagnética monocromática de frecuencia f , que incide perpendicularmente sobre la red de difracción, el campo eléctrico propagándose por el medio que satisface las ecuaciones de Maxwell para estas condiciones ha de ser de la forma:

$$\vec{E}(f) = E(z, f)e^{j2\pi ft} \hat{x} = [E^+(z, f) + E^-(z, f)]e^{j2\pi ft} \hat{x} \quad (3.3)$$

donde $E^+(z)$ y $E^-(z)$ son las amplitudes complejas de campo propagándose en el sentido de z y opuesto a z .

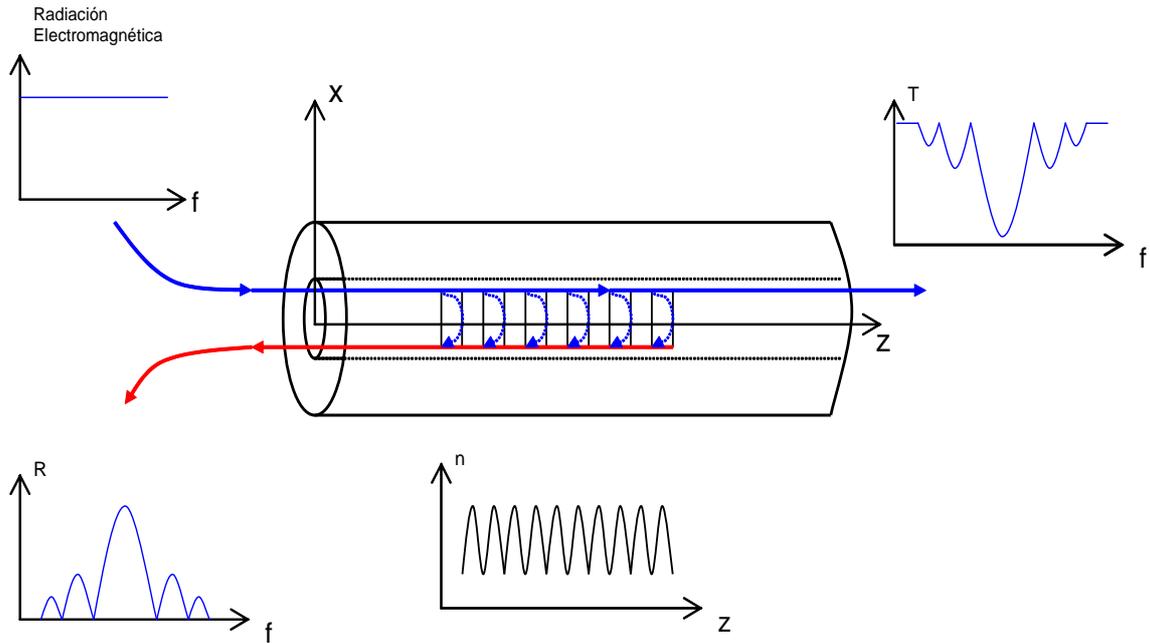


Figura 3.3. Principio de operación de las redes de difracción de Bragg de período corto.

De esta forma, el campo eléctrico, que se propaga por el dispositivo, en cualquier punto z puede representarse mediante un vector columna de dimensión 2×1 cuyos elementos serán $E^+(z)$ y $E^-(z)$. Para el caso general de una perturbación unidimensional del índice de refracción $n(z)$, los campos en dos planos cualesquiera $z = z_1$ y $z = z_2$ (figura 3.4) estarán relacionados por una matriz 2×2 denominada matriz de transferencia M y que vendrá dada por:

$$\begin{pmatrix} E^+(z_1, f) \\ E^-(z_1, f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^+(z_2, f) \\ E^-(z_2, f) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

siendo M_{11}, M_{12}, M_{21} y M_{22} los coeficientes de la matriz M .

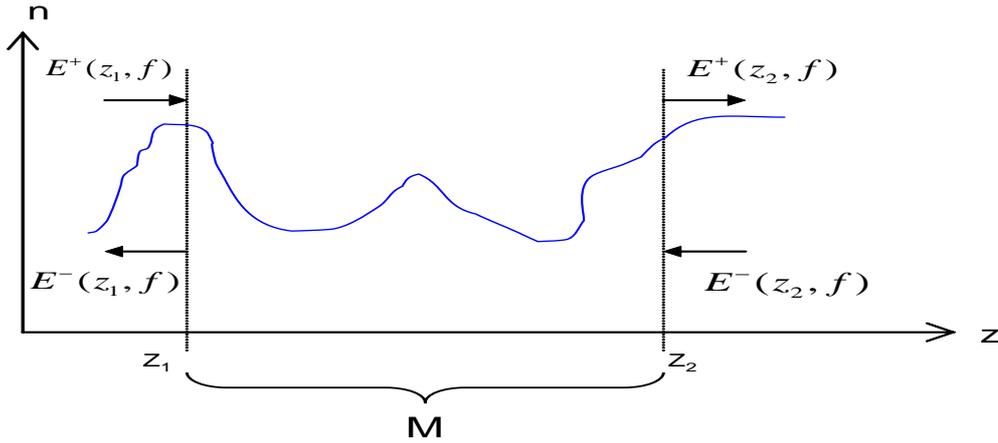


Figura 3.4. Matriz de transferencia M en un medio que relaciona las amplitudes complejas de los campos entre dos planos cualesquiera.

A continuación vamos a particularizar el análisis para una red de difracción de carácter general.

I. Perturbación genérica de la red de difracción y obtención de la estructura multicapa.

En general, la perturbación del índice de refracción que da lugar a la red de difracción en el núcleo de la fibra puede ser descrita de forma analítica mediante las expresiones:

$$n(z) = n_0 + \Delta n(z) \quad (3.5)$$

$$\Delta n(z) = \Delta n_{\max} \cdot A(z) \cdot F(\varphi(z)) \quad (3.6)$$

$$\varphi(z) = \int_0^z \frac{2\pi}{\Lambda(z')} dz' \quad (3.7)$$

donde n_0 es el índice de refracción del núcleo de la fibra sin perturbar e $\Delta n(z)$ representa la perturbación del índice de refracción que produce la red de difracción en la fibra. Este $\Delta n(z)$ será siempre positivo debido a que en el efecto fotorefractivo el índice de refracción responde a la potencia óptica de luz que recibe. Como no tiene sentido hablar de potencias negativas, lo único que podemos conseguir es hacer crecer el índice de refracción del núcleo de la fibra que sometemos al proceso de *crecimiento*, nombre que responde a este hecho. Esto será importante en capítulos posteriores en los que para conseguir codificadores/decodificadores adecuados necesitaremos perturbaciones especiales, que por tanto deben ser conseguidas con esta restricción. Δn_{\max} es la modulación máxima del índice de refracción, $A(z)$ describe la función de apodizado normalizada, $F(\cdot)$ representa la forma de la perturbación periódica y $\varphi(z)$ es la fase en radianes relacionada con el período de la red de difracción $\Lambda(z)$ (función de chirp o variación del período de la red a lo largo del eje de la fibra) por la expresión (3.7).

El tratamiento de la variación continua del índice de refracción es difícilmente abordable por lo que se muestrea dicha perturbación para obtener una estructura multicapa formada por capas de dieléctrico de índice de refracción constante y de un espesor fijado por el período de muestreo. Dicho período de muestreo z_m deberá de ser mucho menor que el período de la red de difracción $z_m \ll \Lambda(z)$ para así poder recoger en la estructura multicapa todo tipo de no uniformidades como funciones de apodizado, funciones de chirp, saltos de fase, estructuras muestreadas y redes Moiré.

En consecuencia, la estructura multicapa se compone de una sucesión de capas dieléctricas de índice de refracción constante y espesor igual al período de muestreo z_m . Se ha utilizado una técnica de muestreo uniforme por sencillez y para que sea susceptible de un posterior análisis mediante técnicas de Fourier.

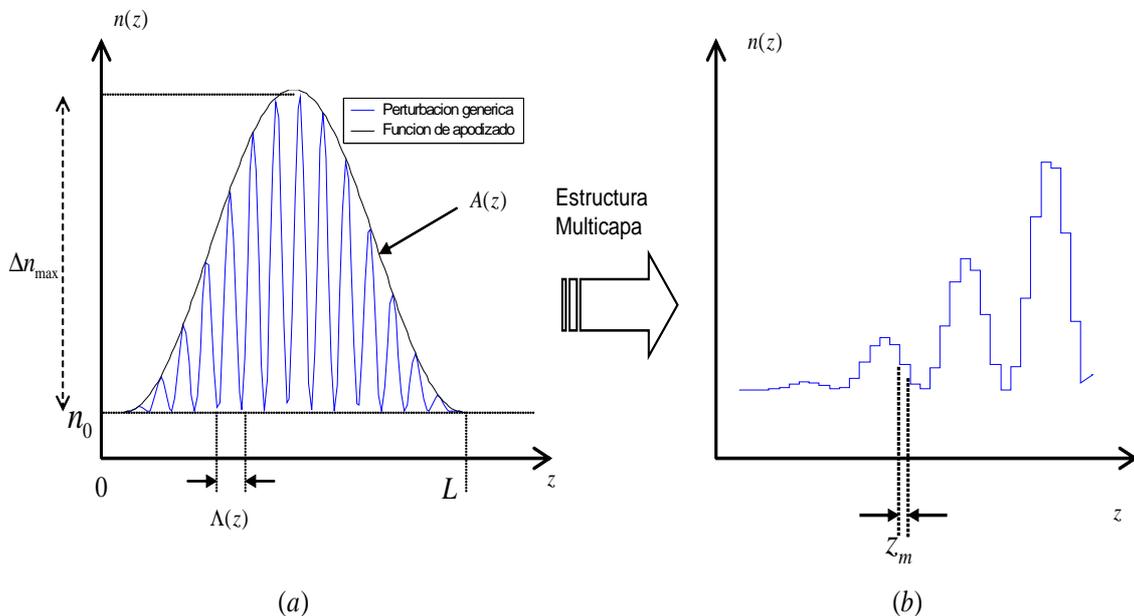


Figura 3.5. (a) Perturbación genérica del índice de refracción de una red de difracción en fibra y descripción de sus parámetros característicos.(b) Obtención de la estructura multicapa a partir de la expresión analítica de la perturbación de la red de difracción.

A continuación se analizan por separado cada uno de estos dos componentes que forman la estructura multicapa.

II. Interfase dieléctrica.

Suponiendo una onda plana monocromática de frecuencia f incidiendo perpendicularmente en la interfase entre dos medios dieléctricos de índice de refracción constante, como se muestra en la figura 3.6, las amplitudes complejas de los campos en dicha interfase deberán de cumplir las condiciones de contorno, deducidas a partir de las

ecuaciones de Maxwell, de continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético.

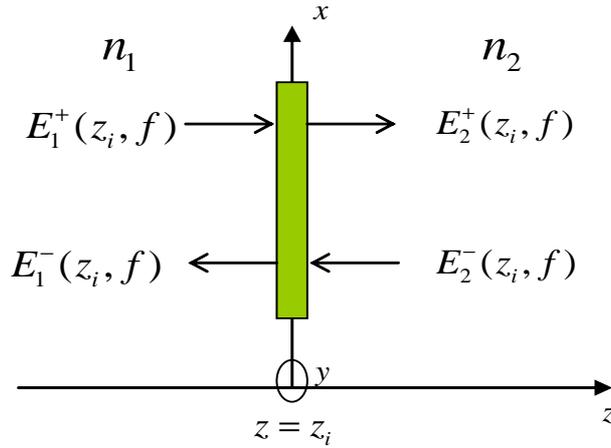


Figura 3.6. Interfase Dieléctrica.

Las ecuaciones que describen las condiciones de contorno en dicha interfase son:

$$E_1^+(z_i, f) + E_1^-(z_i, f) = E_2^+(z_i, f) + E_2^-(z_i, f) \quad (3.8)$$

$$n_1 (E_1^+(z_i, f) - E_1^-(z_i, f)) = n_2 (E_2^+(z_i, f) - E_2^-(z_i, f)) \quad (3.9)$$

Reordenando las ecuaciones anteriores y expresándolo de forma matricial se obtiene la matriz correspondiente a una interfase dieléctrica:

$$\begin{pmatrix} E_1^+(z_i, f) \\ E_1^-(z_i, f) \end{pmatrix} = \frac{1}{2n_1} \begin{pmatrix} n_1 + n_2 & n_1 - n_2 \\ n_1 - n_2 & n_1 + n_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+(z_i, f) \\ E_2^-(z_i, f) \end{pmatrix} = M_{\text{interfase}} \begin{pmatrix} E_2^+(z_i, f) \\ E_2^-(z_i, f) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Por tanto la matriz $M_{\text{interfase}}$ relaciona las amplitudes complejas de los campos a la entrada y a la salida de dicha interfase.

III. Capa homogénea isotrópica sin pérdidas.

Se analiza ahora el problema de la propagación de una onda plana monocromática de frecuencia f a través de una capa dieléctrica homogénea isotrópica sin pérdidas de índice de refracción n y de espesor z_m . Suponiendo igualmente incidencia perpendicular como se muestra en la figura 3.7, las expresiones que relacionan las amplitudes complejas de los campos a la entrada y a la salida de la capa serán:

$$E_2^+(z_i + z_m, f) = E_1^+(z_i, f) e^{-j \frac{2\pi}{c} f n z_m} \quad (3.11)$$

$$E_1^-(z_i, f) = E_2^-(z_i + z_m, f) e^{-j \frac{2\pi}{c} f n z_m} \quad (3.12)$$

donde c representa la velocidad de la luz en el vacío.

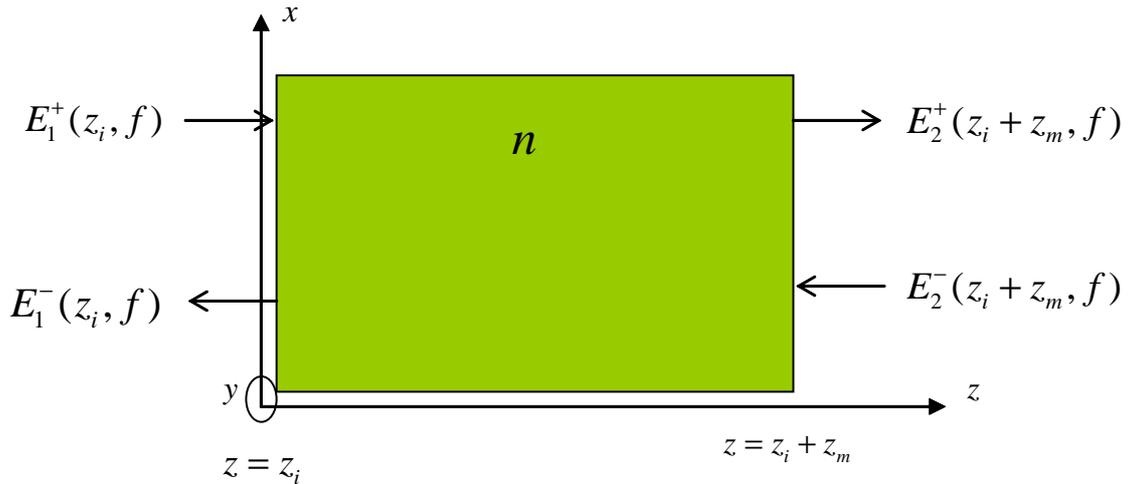


Figura 3.7. Capa homogénea isotrópica sin pérdidas.

En este caso si reordenamos las ecuaciones y las expresamos de forma matricial nos queda:

$$\begin{pmatrix} E_1^+(z_i, f) \\ E_1^-(z_i, f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{j\frac{2\pi}{c}nfz_m} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{2\pi}{c}nfz_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+(z_i + z_m, f) \\ E_2^-(z_i + z_m, f) \end{pmatrix} = M_{capa} \begin{pmatrix} E_2^+(z_i + z_m, f) \\ E_2^-(z_i + z_m, f) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

La matriz M_{capas} caracteriza completamente la propagación de una onda plana monocromática a través de una capa homogénea isotrópica sin pérdidas.

IV. Obtención de la matriz de transferencia de una red de difracción en fibra.

Considérese finalmente la estructura multicapa obtenida a partir del muestreo de la perturbación del índice de refracción de una red de difracción en fibra de longitud L , y compuesta por la sucesión alternada de interfases dieléctricas y capas de índice de refracción constante. La matriz de transferencia M_{FG} que caracteriza el comportamiento de la red de difracción y que relaciona las amplitudes complejas de los campos a la entrada $E^+(z=0, f)$ y $E^-(z=0, f)$ y a la salida $E^+(z=L, f)$ y $E^-(z=L, f)$ del dispositivo se obtiene mediante el producto de izquierda a derecha de todas las matrices correspondientes a los elementos (interfases y capas de índice de refracción constante) que forman la estructura multicapa.

$$M_{FG} = M_{interfase1} \times M_{capa1} \times M_{interfase2} \times M_{capa2} \times \dots \quad (3.14)$$

De esta forma, M_{FG} relaciona las amplitudes complejas de los campos a la entrada y a la salida de la red de difracción. Analíticamente la expresión matricial toma la forma:

$$\begin{pmatrix} E^+(z=0, f) \\ E^-(z=0, f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^+(z=L, f) \\ E^-(z=L, f) \end{pmatrix} = M_{FG} \begin{pmatrix} E^+(z=L, f) \\ E^-(z=L, f) \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

En consecuencia, es importante hacer notar que a partir de la expresión analítica de la perturbación del índice de refracción de una red de difracción cualquiera, puede obtenerse la matriz de transferencia característica mediante el tratamiento de la estructura multicapa que se consigue al muestrear dicha perturbación con un período de muestreo mucho menor que el período de la red. Cuanto más pequeño sea el período de muestreo mejor será la aproximación que se obtenga, pero la carga computacional que se requiere será mayor. Además esta técnica tiene la ventaja de que se pueden tratar todo tipo de uniformidades en la red, así como nos permitirá el tratar con estructuras más complejas consistentes en la concatenación de varias redes de difracción, siempre y cuando se mantenga constante el período de muestreo en todas las redes involucradas. Estas estructuras serán especialmente importantes en el diseño de los codificadores/decodificadores para O-CDMA.

3.1.3 Caracterización de redes de difracción en fibra.

Una vez que se ha modelado de forma genérica cualquier tipo de red de difracción en fibra, se pasa a su caracterización como sistema lineal invariante. Se distinguen dos tipos de caracterizaciones: en primer lugar una caracterización macroscópica que considera a la red de difracción como una caja negra a la cual se excita por uno de sus extremos y se analizan las respuestas a dicho estímulo tanto en transmisión como en reflexión; y en segundo lugar, una caracterización microscópica que consistirá en el cálculo de los campos que se propagan a través de la red de difracción [CAR99].

I. Caracterización macroscópica.

La caracterización macroscópica de las redes de difracción en fibra vendrá dada por las funciones de transferencia en reflexión y transmisión en el dominio de la frecuencia, y por las correspondientes respuestas impulsivas en el dominio del tiempo, estando relacionadas por la transformada de Fourier, tal y como podemos observar en la figura 3.8.

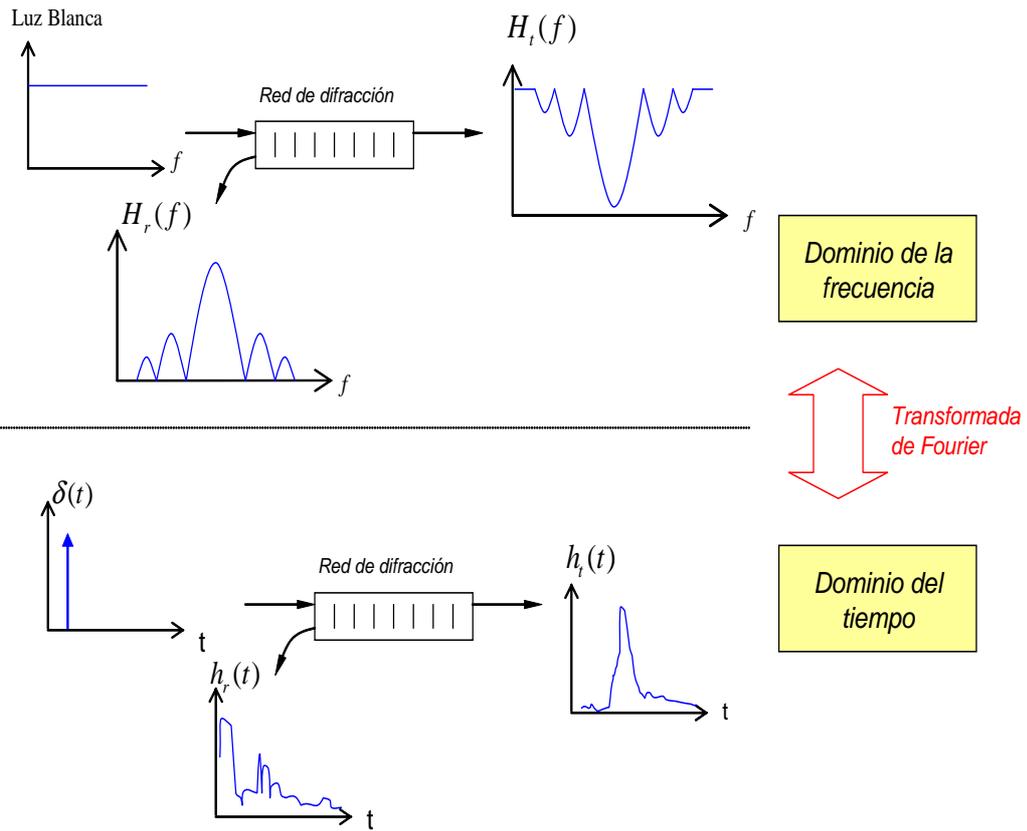


Figura 3.8. Caracterización macroscópica de una red de difracción general.

Esta caracterización macroscópica se obtendrá en el dominio de la frecuencia a partir de la matriz de transferencia característica de la red de difracción con el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión en campo ($H_r(f)$ y $H_t(f)$). Las respectivas respuestas impulsivas, $h_r(t)$ y $h_t(t)$, se obtendrán a partir de los coeficientes en campo tomando la transformada de Fourier inversa.

Considérese una red de difracción genérica caracterizada por su matriz de transferencia M_{FG} que relaciona las amplitudes complejas de campo a la entrada ($z=0$) y a la salida del dispositivo ($z=L$). Suponiendo que la red se excita por uno de sus extremos ($E^+(z=0, f)$) no podrá existir amplitud de campo en el extremo opuesto propagándose en sentido contrario a la excitación ($E^-(z=L, f)=0$). En consecuencia, con estas condiciones de contorno, se obtienen los coeficientes de reflexión y transmisión a partir de la matriz de transferencia característica de la estructura mediante las expresiones:

$$H_r(f) = |H_r(f)| e^{j\phi_r(f)} = \frac{E^-(z=0, f)}{E^+(z=0, f)} \Big|_{E^-(z=L, f)=0} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \quad (3.16)$$

$$H_t(f) = |H_t(f)| e^{j\phi_t(f)} = \frac{E^+(z=L, f)}{E^+(z=0, f)} \Big|_{E^-(z=L, f)=0} = \frac{1}{M_{11}} \quad (3.17)$$

donde f representa la frecuencia óptica y los coeficientes de reflexión y transmisión en campo son complejos representándolos en función de su amplitud y fase. A partir del módulo de éstos se define la reflectividad $R(f)$ y transmitividad $T(f)$ en potencia del dispositivo como:

$$R(f) = |H_r(f)|^2 = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad (3.18)$$

$$T(f) = |H_t(f)|^2 = \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 \quad (3.19)$$

El retardo de grupo en reflexión y transmisión se calcula diferenciando las fases de los coeficientes de reflexión y transmisión en campo con respecto a la frecuencia óptica. Así:

$$\tau_r(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_r(f)}{df} \quad (3.20)$$

$$\tau_t(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_t(f)}{df} \quad (3.21)$$

Finalmente, la caracterización en el dominio del tiempo con las respuestas impulsivas en reflexión y transmisión se obtiene tomando la transformada de Fourier inversa de los coeficientes de reflexión y transmisión en campo:

$$h_r(t) = F^{-1}(H_r(f)) \quad (3.22)$$

$$h_t(t) = F^{-1}(H_t(f)) \quad (3.23)$$

II. Caracterización microscópica.

Mediante el formalismo matricial que ya hemos presentado y que nos permite representar la red de difracción como una estructura multicapa podemos caracterizar el dispositivo de forma microscópica o interna. Para ello es necesario el cálculo del campo en cualquier punto interno a la red y aplicar pasos similares a los que hemos aplicado en la caracterización macroscópica. A continuación vamos a presentar los pasos básicos que hay que seguir para caracterizar el dispositivo microscópicamente a partir de los campos a la salida del mismo. Cabe mencionar que no es el único método y que de momento no detallaremos los pasos de forma matemática.

- a. Cálculo de la matriz de transferencia M_p desde el plano arbitrario considerado $z = z_p$ hasta el plano final del dispositivo $z = L$.
- b. Obtención de los campos en el plano $z = z_p$ usando las ecuaciones (3.16) y (3.17) teniendo en cuenta que $E^-(z = L, f) = 0$.
- c. Cálculo de la amplitud compleja del campo total en el plano $z = z_p$, que resulta de la suma de las dos componentes (codireccional y contradireccional).

3.2 USO DE REDES DE DIFRACCIÓN EN O-CDMA. PULSOS ULTRACORTOS.

3.2.1 Propagación de pulsos ultracortos.

En los últimos años las redes de difracción se están convirtiendo en componentes claves en los sistemas de Comunicaciones Ópticas debido a su selectividad en longitud de onda y a sus características dispersivas.

Normalmente las redes de difracción son usadas con fuentes incoherentes de banda ancha tales como diodos superluminiscentes, emisiones espontáneas de los EDFA's, fuentes CW y cuasi-CW [CHE98]. La propagación de pulsos en esos casos ha sido estudiada teóricamente y se presentan 2 alternativas:

- Ecuaciones o Teoría de Modos Acoplados.
- Formalismo de Matrices de transmisión (este será el que tratemos en este trabajo).

Ambos métodos tienen un objetivo común, el estudio de la propagación de pulsos ultracortos en redes de difracción. Nosotros vamos a estar interesados en la propagación lineal de pulsos ultracortos que se introducen a la entrada de dichas redes y cuyo ancho de banda es mayor que el ancho de banda de la red. En este caso los parámetros de la red que nos interesan son: índice máximo de modulación Δn_{\max} , período $\Lambda(z)$ y función de apodizado $A(z)$.

Para finalizar cabe comentar que la propagación de pulsos ultracortos en redes de difracción tiene potencial aplicación en dos campos de las Comunicaciones Ópticas como son: sistemas WDM y la implementación de acceso múltiple por división de código óptico O-CDMA.

3.2.2 Aplicación en O-CDMA.

En 1998, *Weiner et al.* demostraron la codificación y decodificación de pulsos ultracortos usando máscaras binarias de fase colocadas en el interior de un compresor de pulsos. La máscara binaria de fase simplemente desplazaba en fase las componentes espectrales del pulso de entrada en 0 ó π , resultando a la salida una ráfaga de pulsos pseudoaleatoria. Usando una máscara de fase complementaria a la anterior, la fase original del pulso de entrada podía ser recuperada y por tanto decodificada a su forma original. Cabe comentar que han sido desarrollados sistemas O-CDMA basados en esta técnica [CHE98].

A continuación vamos a realizar un estudio mediante el cuál mostraremos el por qué se pueden usar redes de difracción para su aplicación en O-CDMA.

I. Codificación y decodificación de pulsos ultracortos.

Una red de difracción tiene una estructura única que como ya hemos visto puede expresarse como una función de transferencia, ya sea en recepción $H_r(f)$ o en transmisión $H_t(f)$. Por las propiedades de la transformada de Fourier es equivalente a caracterizar a la red con sus respuestas impulsivas ($h_r(t)$ y $h_t(t)$).

Si caracterizamos la red en el dominio de la frecuencia, la función de transferencia se puede descomponer en módulo y fase:

$$H_r(f) = |H_r(f)| e^{j\phi_r(f)} \quad (3.24)$$

$$H_t(f) = |H_t(f)| e^{j\phi_t(f)} \quad (3.25)$$

Esta respuesta en frecuencia puede ser usada para modificar frecuencialmente o temporalmente el pulso ultracorto de entrada, tal y como se muestra en la figura 3.9.

De la misma forma una red de difracción complementaria que juegue el papel inverso decodificaría la señal, o en cualquier caso y como se muestra en la figura 3.9 nos permite obtener el pulso que inicialmente habíamos usado. Esta red inversa debe de tener la respuesta complementaria a la red de difracción original que se usó para codificar el pulso ultracorto, es decir, el producto de las respuestas frecuenciales de ambas redes debe de ser constante, es decir, $H_{r1}(f)H_{r2}(f) = cte$. Tal y como hemos comentado el proceso que hemos descrito se ilustra de una forma general en la figura 3.9. Esta pretende ilustrar en primera aproximación lo que se pretende conseguir con las redes de difracción, que no es más que una vez que la señal ha pasado por el codificador y decodificador tengamos a la salida la señal inicial. Esta figura no ilustra el proceso que se seguirá en O-CDMA ya que se verá más adelante así como también presenta una reconstrucción que físicamente no es

posible. Como esto será tema de discusión posteriormente hemos ilustrado un ejemplo al que nos podamos referir y en el que se vean las limitaciones existentes.

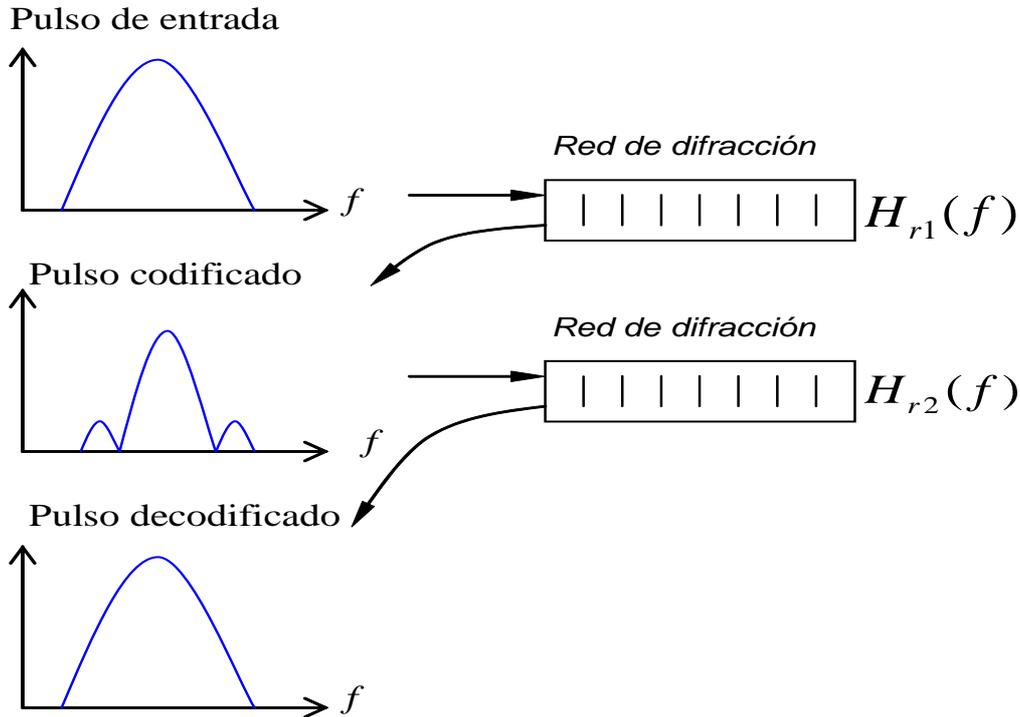


Figura 3.9. Proceso genérico que ilustra como a partir de dos redes de difracción pretendemos obtener un pulso codificado que en general no se parece al de entrada y un pulso decodificado igual al de entrada.

Hasta ahora hemos caracterizado las redes de difracción desde un punto de vista general obteniéndose sus funciones de transferencia (ecuaciones (3.16) y (3.17)) o sus respuestas impulsivas (ecuaciones (3.22) y (3.23)) sin darle excesiva importancia al extremo físico por el que se introduce luz. Esto es así debido a que en principio la red de difracción es simétrica, por lo que no importa el lado físico en el que midamos la respuesta en reflexión o transmisión. Sin embargo la disposición física de la red toma importancia en algunas aplicaciones tales como la compensación de la dispersión en la que hay que retrasar más unas frecuencias que otras y cada frecuencia se acopla en un punto, de ahí la importancia de la colocación física. Esto se debe básicamente al hecho de que en los compensadores de la dispersión la perturbación o índice de refracción no es simétrico. Esto también puede ocurrir en los codificadores/decodificadores usados en O-CDMA, ya que en ellos por ejemplo se pueden usar redes de difracción en cascada que proporcionen un índice de refracción que no es simétrico. Esto no afecta al módulo de la respuesta del conjunto pero sí a la fase que tiene especial importancia en temas relacionados con la codificación.

Debido a esto denotaremos las respuestas en reflexión y transmisión $H_r^{br}(f)$ y $H_t^{br}(f)$ cuando el pulso incide de izquierda a derecha. Igualmente definimos $H_r^{rl}(f)$ y $H_t^{rl}(f)$ cuando el pulso incide de derecha a izquierda.

$H_t^{rl}(f)$ como las respuestas cuando el pulso incide por la derecha. Esquemáticamente lo vemos en la siguiente figura.

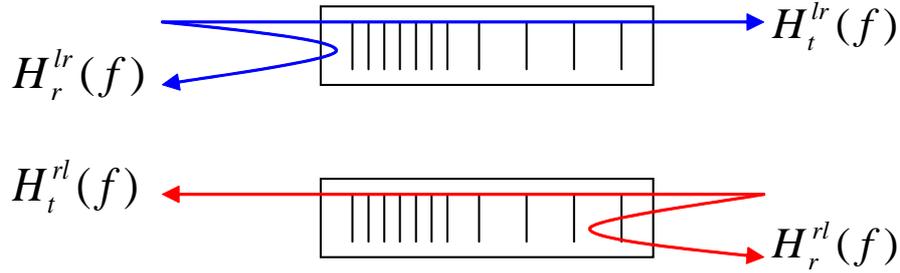


Figura 3.10. Caracterización en frecuencia (tanto de izquierda a derecha como derecha a izquierda) de una red de difracción general y no simétrica.

En el caso que tengamos un pulso a la entrada del codificador con respuesta en frecuencia $E(f)$ y asumiendo que incide por la izquierda, la señal codificada será:

$$E_{\text{codificado}}(f) = E(f)H_{r1}^{lr}(f) \quad (3.26)$$

Para obtener la señal inicial basta con que pasemos la señal codificada por un decodificador adecuado. De forma genérica la respuesta en frecuencia del decodificador será otra función de transferencia $H_{r2}^{lr}(f)$ por lo que a la salida se tendrá como señal decodificada:

$$E_{\text{decodificado}}(f) = E_{\text{codificado}}(f)H_{r2}^{lr}(f) = E(f)H_{r2}^{lr}(f)H_{r1}^{lr}(f) \quad (3.27)$$

En un principio parece lógico que como decodificador usemos la misma red de difracción que se ha usado como codificador pero invirtiéndola físicamente, es decir, si en el codificador la señal incide por el lado izquierdo, en el decodificador la señal incidirá por el lado derecho. En el proceso de decodificación buscamos deshacer los cambios que el codificador ha realizado sobre la señal de entrada, por lo que la inversión física hace que en el decodificador se reflejen en primer lugar las frecuencias que se reflejaron más tarde en el codificador y viceversa. Por tanto, si usamos el mismo dispositivo pero invertido físicamente podemos concluir que $H_{r2}^{lr}(f) = H_{r1}^{rl}(f)$, teniéndose por tanto que:

$$E_{\text{decodificado}}(f) = E(f)H_{r1}^{lr}(f)H_{r1}^{rl}(f) \quad (3.28)$$

La condición de reversibilidad impone la siguiente relación entre las respuestas a una determinada frecuencia (a partir de ahora denotaremos $H_{r1}(f) = H_r(f)$ ya que como hemos comentado sólo usamos un dispositivo, tanto en codificación como en decodificación):

$$H_r^{lr}(f_0) = -H_r^{rl}(f_0)e^{j2\phi_r^{lr}(f_0)} \quad (3.29)$$

donde $\phi_r^{lr}(f_0)$ es la fase de la respuesta en transmisión $H_r^{lr}(f_0)$ de la red cuando la señal de información incide por la izquierda. Usando la expresión (3.29) podemos decir que:

$$H_r^{lr} H_r^{rl} = -|H_r^{lr}|^2 e^{-j2\phi_r^{lr}} \quad (3.30)$$

y como el término de fase ϕ_r^{lr} en general dependerá de la frecuencia, no va ser constante, pudiéndose entonces concluir que:

$$H_r^{lr}(f) H_r^{rl}(f) \neq cte \quad (3.31)$$

así que $H_r^{rl}(f)$ no posee la respuesta apropiada para reconstruir completamente (fase incluida) el pulso original. En otras palabras, una inversión física de la red de difracción original que se ha usado como codificador no se corresponde con la red inversa. Si por el contrario, sólo necesitamos reconstruir la potencia de la señal original, el esquema que hemos visto en general funciona ya que:

$$|E_{\text{decodificado}}(f)| = |E(f)| |H_r^{lr}(f)| |H_r^{rl}(f)| = |E(f)| |H_r^{lr}(f)|^2 |e^{-j2\phi_r^{lr}(f)}| \propto |E(f)| \quad (3.32)$$

Hay que tener en cuenta que en los razonamientos anteriores se ha asumido que la reflexión del pulso en la red produce una codificación en la fase únicamente (es decir, que toda la energía del pulso es reflejada) ya que en caso contrario habría modificaciones en la amplitud y por tanto el pulso original no podría ser reconstruido perfectamente. Esto implica una respuesta plana en la banda de interés o bien que la reconstrucción no podrá ser perfecta.

Analicemos ahora el problema de la codificación/decodificación teniendo en cuenta más detalladamente la respuesta en frecuencia de la red de difracción. En términos de polos y ceros esta respuesta se puede escribir como [CHE98]:

$$H_r(\Delta) = H_r(0) e^{j \left[\frac{H_r(0)}{H_r(0)} \Delta \right]} \frac{\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\Delta}{c_m} \right) e^{j \left(\frac{\Delta}{c_m} \right)}}{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\Delta}{p_n} \right) e^{j \left(\frac{\Delta}{p_n} \right)}} \quad (3.33)$$

donde Δ es un parámetro obtenido haciendo un análisis mediante ondas de Bloch, c_m son los ceros, p_n son los polos y $H_r(0)$ es el valor máximo de la reflectividad.

Puesto que la señal codificada se obtiene como la reflexión de un pulso incidente en la red, la respuesta del decodificador debe de requerir una estructura inversa al codificador, lo que en principio supone un intercambio de polos y ceros tal y como se detalla a continuación:

$$H_r^{\text{inversa}}(\Delta) \propto e^{-j \left[\frac{H_r(0)}{H_r(0)} \Delta \right]} \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\Delta}{p_n} \right) e^{j \left(\frac{\Delta}{p_n} \right)}}{\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\Delta}{c_m} \right) e^{j \left(\frac{\Delta}{c_m} \right)}} \quad (3.34)$$

La razón por la que la inversión física no debe de coincidir con la respuesta inversa se ve más claramente analizando la ecuación (3.34), ya que la inversión física no debe por qué coincidir con un intercambio de polos y ceros de la red usada como codificador. El caso más sencillo es aquel en el que se considera una red simétrica, es decir, que se cumple $H_r^{lr}(f) = H_r^{rl}(f)$ en la que claramente se observa que $H_r^{lr}(f)$ y $H_r^{rl}(f)$ no tienen por qué coincidir con las ecuaciones (3.33) y (3.34), ya que en este caso no hay un intercambio de polos y ceros. En realidad, el filtro inverso, cuya respuesta en frecuencia es $H_r^{inverso} \propto \frac{1}{H_r}$ puede que no sea físicamente realizable puesto que quizás requiera de una respuesta no causal o bien de una ganancia infinita en ciertas zonas. Es en este punto donde volvemos a comentar lo ya citado en la figura 3.9. En esta figura se aprecia que la señal codificada posee nulos en frecuencia que no tenía la señal de entrada. Esto es debido a que la red de Bragg usada como codificador posee nulos en esa frecuencia. Para recuperar el pulso original pasamos la señal codificada por el correspondiente decodificador. Sin embargo, debido a que este es también una red de difracción, se trata de un sistema lineal y pasivo, por lo que a su salida (reflexión) no podrán existir componentes de frecuencia que no estén presentes en la señal codificada. Por tanto, hay casos en los que se plantea imposible recuperar la señal original, al menos perfectamente.

Por tanto, como conclusión a estos razonamientos cabe decir que como decodificador sólo podremos usar una red de Bragg que aproxime la respuesta requerida.

II. O-CDMA usando redes de difracción y pulsos ultracortos.

Consideremos un sistema O-CDMA consistente en K usuarios (transmisores y receptores) conectados en estrella por un acoplador. Cada bit de información del usuario j -ésimo es codificado en una forma de onda que denotamos por $s_j(n)$. Sea $n = 1 \dots N$ el valor del n -ésimo chip de un usuario dado con un código de longitud N. Cada receptor k lo que hace es correlar su propio código $c_k(n)$ con la señal recibida $s_j(n)$ así que la salida del receptor viene dada por:

$$R_k(n) = \sum_{p=1}^N s_j(p)c_k(p-n) \quad (3.35)$$

Si la señal ha llegado al usuario que es destinatario de esa información, $s_j(n) = c_k(n)$ y (3.35) representa la autocorrelación. Por otro lado si la señal ha llegado a un usuario que no es el destinatario, $s_j(n) \neq c_k(n)$ y (3.35) representa la correlación cruzada. Debido a esto los códigos son diseñados para cumplir las siguientes propiedades:

- ✓ Maximizar el valor en el origen de la autocorrelación y minimizar los lóbulos laterales.
- ✓ Minimizar la correlación cruzada.

Como no podía ser de otra forma estas propiedades intentan potenciar la recepción cuando llega al usuario que posee el código adecuado e intenta minimizar la recepción en los demás casos ya que la información no es interesante para el resto de los usuarios.

El diseño de códigos y por tanto el diseño de las apropiadas redes de difracción depende del tipo de CDMA que se va a usar: secuencia directa (DS), codificación en frecuencia (FE), por salto en tiempo (TH) y por salto en frecuencia (FH).

3.2.3 Caso particular: FH-CDMA.

A continuación vamos a realizar un estudio cualitativo de un tipo de CDMA, en particular CDMA por salto en frecuencia. Esta variante del acceso al medio por división de código también puede ser denominado WE/TS ó FE/TS (Codificación en longitud de onda/frecuencia y ensanchamiento temporal) con alguna variante. En este tipo de sistemas como codificador se usa una serie de redes de Bragg en cascada (también se denomina array de redes) donde se diseña cada una para reflejar una determinada longitud de onda o frecuencia. Cada una de estas múltiples redes resonando a una longitud de onda diferente son usadas para generar los saltos en frecuencia mientras que la posición de la red en el array permite el salto en el tiempo. De esta forma, un bit es codificado en longitud de onda y en tiempo.

En el ejemplo que vamos a analizar disponemos de 5 longitudes de onda. El codificador por tanto va a consistir en un array de 5 redes de difracción, una colocada a continuación de la otra. La disposición relativa de las longitudes de onda es la que determinará el código. Cuando sobre el array se haga incidir un pulso ultracorto, a la salida vamos a disponer de 5 pulsos en reflexión, por lo que se dispone de 5 slots de tiempo. De esta forma se puede representar como una matriz 5×5 en la que las columnas son los slots de tiempo y las filas representan las longitudes de onda.

Para representar un determinado código basta con ir marcando de forma adecuado las casillas de la matriz. A modo de ejemplo, si en una determinada matriz está marcada la casilla a_{mn} esto implicaría que en el slot de tiempo n se refleja un pulso que se encuentra centrado en λ_m (o equivalentemente f_m). En la figura 3.11 mostramos un posible código para un usuario así como una serie de flechas que ilustran de una manera más esquemática como de un slot de tiempo al siguiente se produce un salto en la frecuencia, de ahí que se trate de FH-CDMA. No obstante como ya hemos comentado anteriormente la posición de

las longitudes de onda determina el código, por lo que también se trata de CDMA por codificación en longitud de onda.

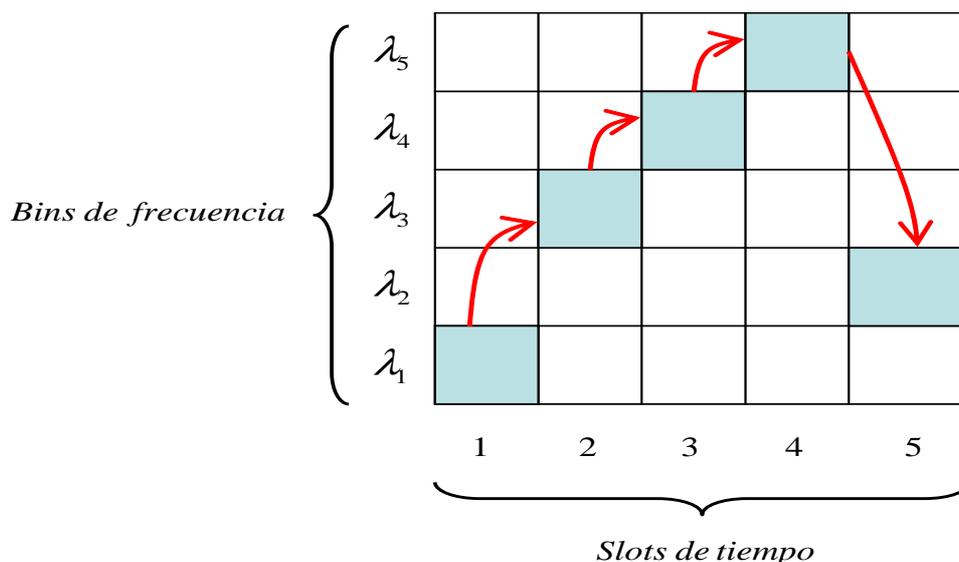


Figura 3.11. Representación matricial de un código en un sistema FH-CDMA 5x5. Las flechas representan los saltos en frecuencia que se producen.

El número máximo de usuarios para un sistema FH-CDMA depende de muchos factores:

- El n° máximo de frecuencias disponible depende del ancho de banda del pulso ultracorto y de la banda de cada una de las redes de difracción. Cuanto menor duración temporal del pulso ultracorto mayor anchura espectral y mayor n° de bins de frecuencia posibles, pero más restrictivo será el láser que haya que usar como transmisor, llegando a ser inviable duraciones excesivamente pequeñas de pulsos.
- EL n° de slots de tiempo depende de la tasa de bit (duración total del tren de pulsos reflejados). La duración de la señal reflejada debe de ser menor que la inversa de la tasa de bit. Aquí la restricción no es en sí tan tecnológica como la anterior, pero si puede afectar gravemente a la tasa de bit que se puede conseguir en el sistema.

Estas restricciones limitan el número y longitudes de las redes de Bragg que pueden ser usadas en el array codificador. Otro factor importante que podría limitar el número de frecuencias disponibles es la dispersión de la red, tal y como han demostrado *Eggletoon et al.* en sistemas WDM [CHE98]. Esto es así porque la codificación de un pulso ultracorto como reflexión en un array de redes de difracción puede ser visto en términos de un sistema WDM denso. En esta situación, si las frecuencias de las redes son muy cercanas, el pulso reflejado por una red puede crear dispersión en el que refleja la red adyacente. Para minimizar estos efectos dispersivos será necesario aumentar la separación entre las frecuencias centrales de las redes del array.

Tal y como ya se ha comentado, vamos a analizar un sistema en el que disponemos de 5 longitudes de onda en nuestro ancho de banda, y en el que se considerará la existencia de 2 usuarios, el usuario deseado y el usuario interferente. Con la inclusión de estos 2 usuarios en el sistema se pretende estudiar el funcionamiento básico de estos sistemas, en los cuales debemos de diseñar los codificadores/decodificadores de forma que para un usuario determinado (en nuestro caso el usuario deseado) pueda transmitir y recibir la información en las mejores condiciones y con los mínimos errores posibles, así como se pretende que la cantidad de usuarios en el sistema sea la máxima posible no sobrepasando en ningún momento un determinado límite de interferencia. Esta interferencia puede provocar que para un usuario dado la información recibida no se corresponda con la transmitida por una tasa elevada de errores, por lo que en los sistemas en los que se use CDMA siempre se tendrá que llegar a una solución de compromiso entre el número de usuarios activos y la tasa de error de cada usuario.

A continuación vamos a presentar de forma esquemática los códigos de ambos usuarios, para lo que usaremos la matriz que se usó en la figura 3.11, y para diferenciar entre usuario deseado e interferente distinguiremos a cada uno por un número, siendo el 1 el asociado al usuario deseado y el 2 el asociado al usuario interferente.

| | | | | | | |
|---------------------------|-------------|------------------------|---|---|---|---|
| <i>Bins de frecuencia</i> | λ_5 | | 2 | | 1 | |
| | λ_4 | | | 1 | | 2 |
| | λ_3 | 2 | 1 | | | |
| | λ_2 | | | | 2 | 1 |
| | λ_1 | 1 | | 2 | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | <i>Slots de tiempo</i> | | | | |

Figura 3.12. Códigos asociados al usuario deseado (1) e interferente (2).

Una vez que ya hemos definido el número de usuarios así como le hemos asignado un código válido cada uno de ellos, estamos ya en condiciones de poder simular el comportamiento de nuestro sistema FH-CDMA. Para ello el esquema que vamos a seguir es el que se muestra en la figura 3.13, en la que se puede observar tanto el codificador como el decodificador. Cabe comentar que como elementos adicionales se usan acopladores a 3 dB. Estos acopladores se usan para obtener la señal reflejada del codificador/decodificador.

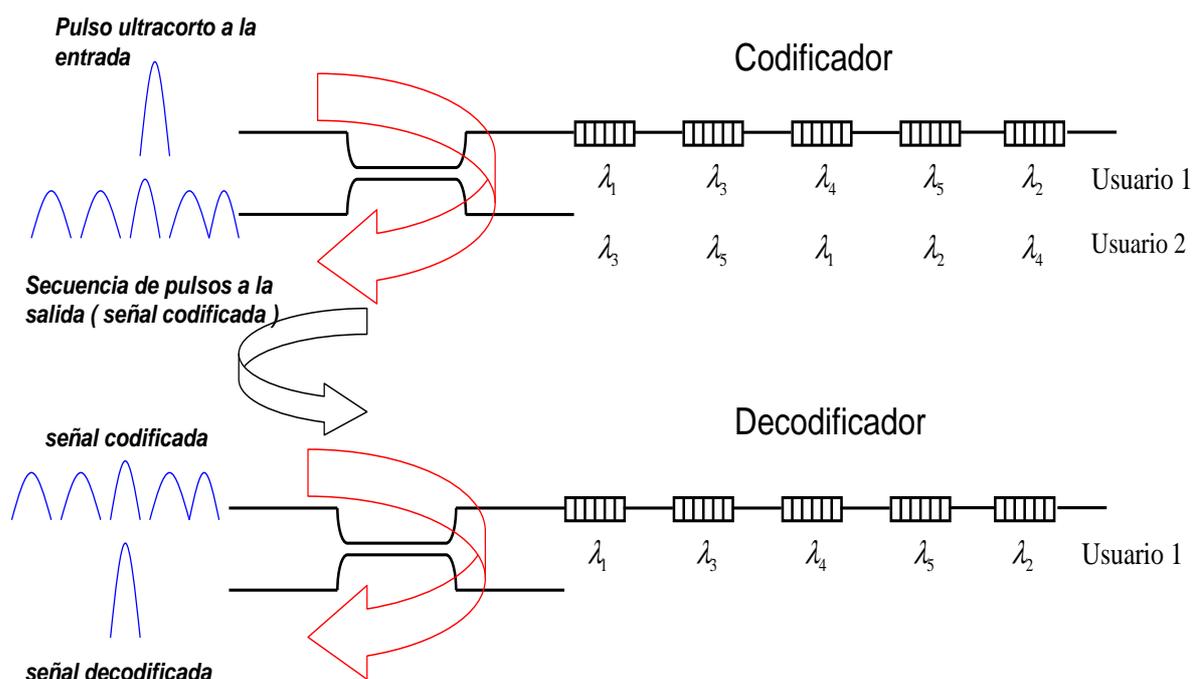


Figura 3.13. Esquema del sistema FH-CDMA 5x5.

Tal y como se muestra en la figura, sobre el codificador hacemos incidir un pulso ultracorto que es reflejado en forma de tren de 5 pulsos. Los pulsos reflejados tienen menos energía que el pulso incidente, ya que la energía del pulso incidente se tiene que repartir para formar los distintos pulsos. Esto también se puede ver en frecuencia, ya que los pulsos reflejados tienen menos ancho de banda que el pulso incidente. Por tanto, para cada usuario en reflexión tendremos un tren de 5 pulsos, pero sin embargo tal y como se observa en la figura cada uno de ellos tiene un código distinto. En este ejemplo hemos supuesto que los usuarios usan todas las longitudes de onda, por lo que la única diferencia entre un usuario y otro no es más que el slot de tiempo en el que se refleja una determinada longitud de onda. Una vez que tenemos el tren de pulsos, es el que se propaga por la red de comunicaciones (esto no se esquematiza en la figura 3.13). Una vez que ese tren de pulsos llega a un determinado usuario, lo que se hace es introducirlo en el decodificador. Este no es más que la estructura complementaria, y como se puede ver en la figura, en la que sólo hemos puesto el decodificador del usuario deseado, el decodificador sólo consiste en darle la vuelta físicamente al codificador. La secuencia de pulsos entra en el decodificador y si este es el adecuado a la salida tenemos un pulso que se ha formado por la suma de los 5 pulsos que había a la entrada ya que el decodificador hace que se igualen los caminos que recorre cada pulso. Si a la entrada del decodificador del usuario deseado estuviese la secuencia de pulsos del usuario interferente, a la salida no vamos a tener un único pulso. Lo que se obtenga va a depender del código, nunca habrá un único pulso, pero en función del código podremos obtener 3, 4 o 5 pulsos, ya que se en ciertas longitudes de onda se pueden

sumar si da la casualidad de que recorren el mismo camino. Aquí en principio encontramos un problema, ya que a la salida podemos tener como señal interferente pulsos con una amplitud considerable (el caso de que se sumen los pulsos de dos o tres longitudes de onda). Este problema se tiene por el hecho de que como ya hemos comentado todos los usuarios usan todas las longitudes de onda y lo único que los diferencia es el slot de tiempo. Debido a esto todos los usuarios (deseado o interferente) reflejan todos los pulsos que le llegan, lo que como ya hemos visto puede dar problemas de interferencia. Encontramos aquí que este tipo de sistemas no es muy adecuado, pudiéndose encontrar versiones mucho mejores de FH-CDMA que se estudiarán más adelante. Sin embargo este es un buen ejemplo para el objetivo de este punto, que no es más que introducirnos a los sistemas OCDMA viendo para ello un caso particular.

Para el estudio del sistema realizaremos una serie de pasos en los que se comenzará por los componentes más sencillos pero que después nos permitirán abordar los más complejos. Por tanto los pasos a realizar son:

I. Estudio de la red de difracción base para la construcción de los codificadores/ decodificadores.

En primer lugar vamos a estudiar las características de una cualquiera de las redes de Bragg que van a conformar el array. Para este primer ejemplo no usaremos perturbaciones excesivamente complicadas, pues sólo se pretende captar las nociones más básicas. Más adelante usaremos perturbaciones más complejas que nos reportarán algunas ventajas en nuestro diseño. Para este primer caso hemos probado usar tres tipos de perturbaciones, pudiéndose expresar las tres en función de la siguiente expresión:

$$n(z) = n_0 + \Delta n_{\max} A(z) \text{sen}^2 \left(\frac{\pi z}{\Lambda_U} \right) \quad (3.36)$$

Como se puede observar, esta expresión no es más que la de una red de difracción uniforme sintonizada a una determinada longitud de onda en función de su período Λ_U , función de apodizado $A(z)$, índice máximo de modulación Δn_{\max} e índice de refracción del núcleo de la fibra sobre la que se creará la perturbación n_0 .

Como se ha comentado hemos estudiado el caso de tres tipos de perturbaciones: en primer lugar la red de difracción uniforme en la cual no hay función de apodizado o bien es la unidad y dos redes de difracción uniforme con apodizado, una de ellas de tipo coseno alzado y la otra con apodizado gaussiano. En un principio sólo usamos las dos primeras, pero como veremos el apodizado gaussiano ofrece mejores características que el cosenoidal.

Otro parámetro importante de diseño es la longitud de la red de difracción. Debido a la dualidad con la transformada de Fourier, a mayor longitud de la red el ancho de banda

acoplado en reflexión será menor y viceversa. Sin embargo longitudes excesivamente grandes de redes harán que el tren de pulsos reflejado tenga mayor duración y por tanto el régimen binario máximo que se puede utilizar estará limitado. Por tanto habrá que tomar una solución de compromiso entre el ancho de banda total utilizado y el régimen binario máximo que se desea.

La función de apodizado se introduce para intentar eliminar los lóbulos secundarios que nos proporciona la red de difracción uniforme. Teniendo en cuenta este hecho, hemos diseñado las redes de forma que la longitud de la red uniforme es el doble que las que poseen apodizado. Con estas condiciones vamos a representar los tres tipos de redes en función de la frecuencia para poder elegir que red nos conviene más.

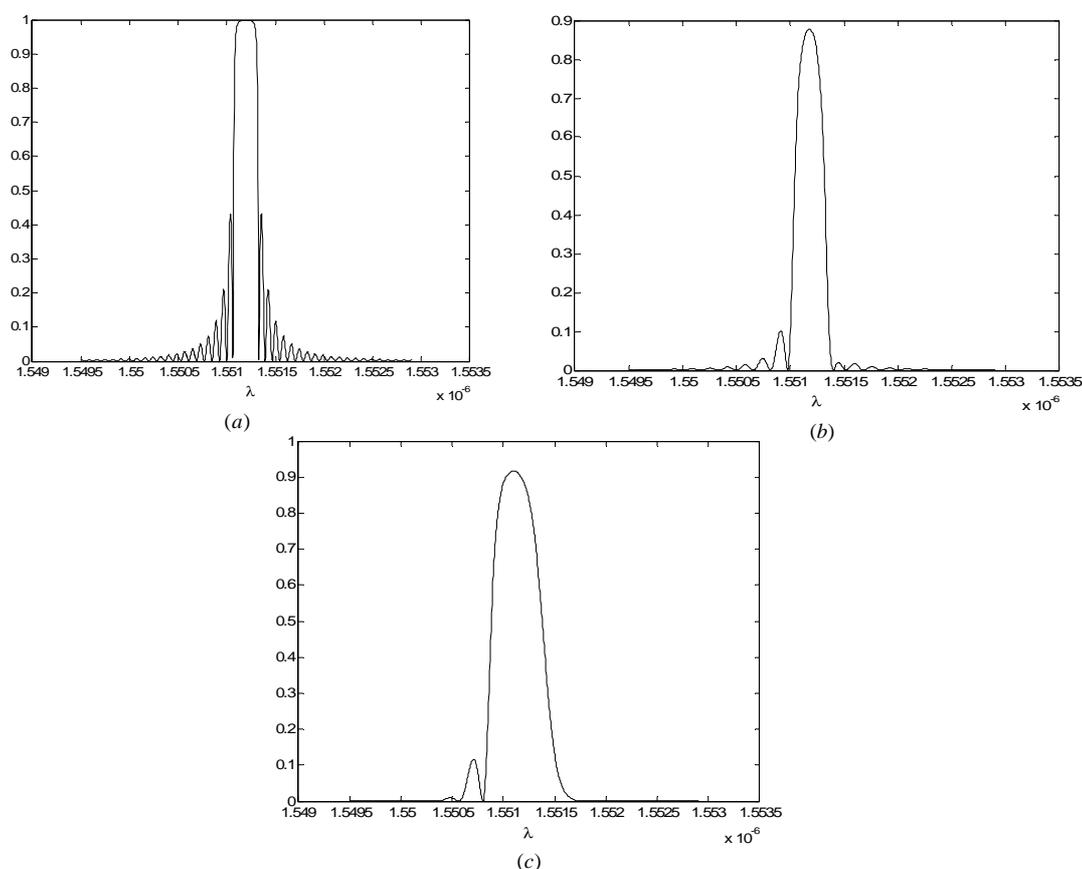


Figura 3.14. Respuesta en frecuencia del coeficiente de reflexión (a) red uniforme, (b) red uniforme con función de apodizado gaussiana y (c) red uniforme con función de apodizado coseno alzado.

En la figura se observa los tres tipos de perturbaciones que hemos comentado, y aunque no todas alcanzan una reflectividad igual a la unidad, esto se conseguiría aumentando un poco el índice de modulación, pero la respuesta es prácticamente la misma. Se puede observar claramente como la que nos proporciona un ancho de banda menor es la red uniforme sin apodizado, pero es la que posee los lóbulos secundarios más altos que nos pueden proporcionar interferencia. Es por esto por lo que la red uniforme hemos hecho que se de longitud doble a las demás. Cabe comentar que aunque se tome de igual

longitud (para las medidas que estamos hablando, en torno a los 5 o 10 mm) el ancho de banda que nos proporciona la red uniforme sigue siendo el menor. Esta discusión es exactamente la misma que se tiene en Tratamiento Digital de la Señal para el caso de enventanado. La red de difracción uniforme sin apodizado se corresponde con la ventana rectangular, que es la que proporciona un lóbulo principal más pequeño, pero la que tiene un menor nivel de lóbulo principal a secundario. Para solucionar esto se introducen nuevas ventanas como son las de Hamming, Hanning, Blackman, Barlett, Kaiser, etc. En este caso la función de apodizado de tipo coseno alzado se parece mucho a la de Hamming y Hanning que está formada por cosenos. También hemos introducido nosotros una ventana con forma gaussiana, y realmente para simularlo lo que hemos hecho es un enventanado del índice de refracción de la red uniforme. Además de la figura se desprende que la función de apodizado coseno alzado (figura 3.14 (c)) es la que proporciona un ancho de banda en reflexión mayor, y dado que queremos que nuestras 5 longitudes de onda ocupen el menor ancho de banda posible, este es el peor caso de los tres. Si se realizan simulaciones de todos los casos, el coseno alzado proporciona una interferencia excesiva para un ancho de banda total ocupado constante e igual al resto de casos. Es por esto por lo que en adelante el caso de red uniforme con función de apodizado coseno alzado no lo vamos a considerar ya que el apodizado gaussiano satisface las necesidades mucho mejor.

Ahora ya nos centramos en los dos caso de interés: red de difracción uniforme sin apodizado y con apodizado gaussiano, e iremos intentando apreciar las diferencias entre uno y otro. Es de esperar que ambos van a tener ventajas e inconvenientes, siendo por tanto la elección de uno y otro dependiente de lo que se quiera potenciar. En la siguiente figura vamos ya a mostrar las perturbaciones del índice de refracción que dan lugar a las redes de Bragg de forma ya más concreta así como la característica en reflexión que ya hemos visto (para la representación de la perturbación usaremos un período de muestreo superior con el objetivo de que se aprecie mejor).

En la figura 3.15 se muestran las perturbaciones así como sus respuestas en reflexión. Se puede observar en la figura 3.15 (b) que el apodizado gaussiano se ha realizado con una ventana gaussiana con una desviación típica en frecuencia pequeña, lo que equivale a decir que la ventana en el tiempo está muy ensanchado. Debido a este efecto el apodizado es muy pequeño, por lo que prácticamente los resultados son muy parejos con los de la red uniforme sin apodizado. Esto se puede observar en el ancho de banda que se acopla en reflexión, que en ambos casos es relativamente pequeño (sobre todo si lo comparamos con el apodizado cosenoidal). No obstante, y tal y como se aprecia en la figura 3.15 (d) ese pequeño apodizado se traduce en una drástica reducción de los lóbulos secundarios.

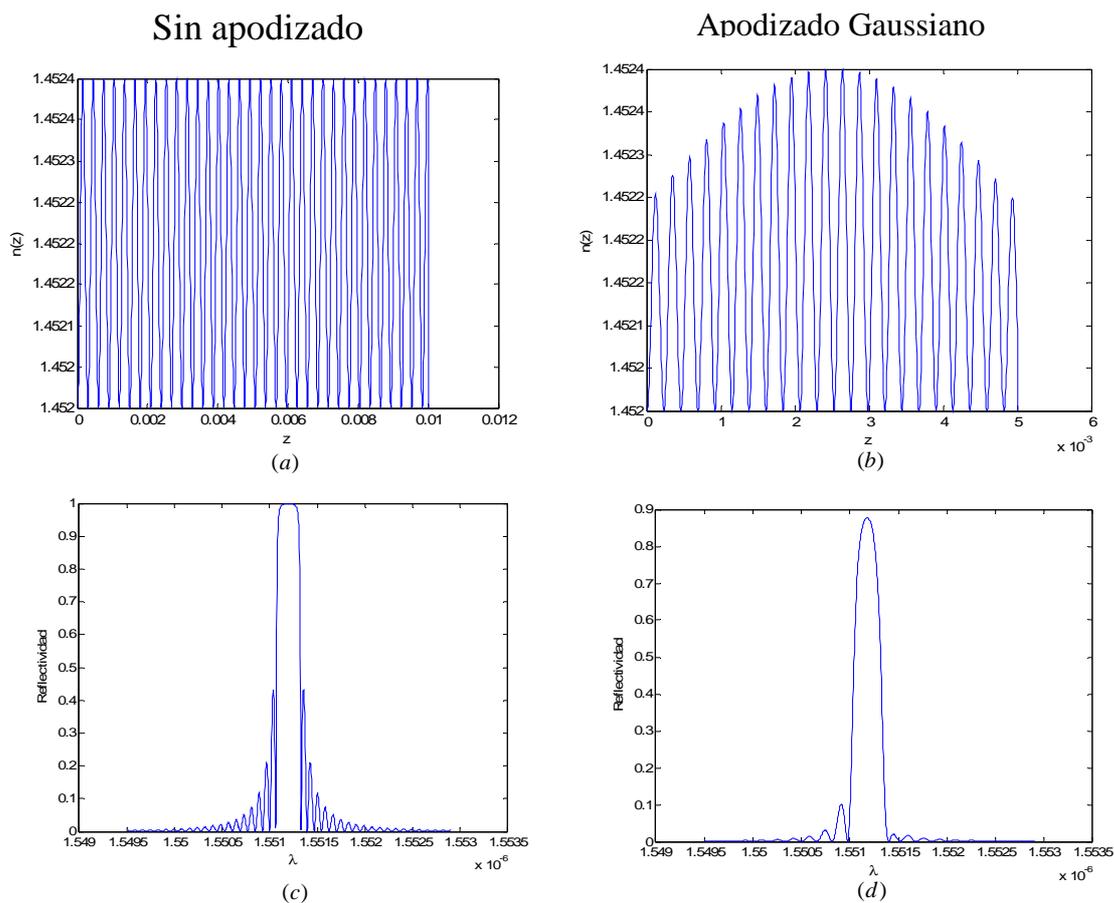


Figura 3.15. Perturbación resultante y respuesta en reflexión de la red: (a) y (c) red uniforme; (b) y (d) red uniforme con apodizado gaussiano.

En la figura se puede observar que ambas perturbaciones se han realizado sobre un núcleo de fibra con índice de refracción $n_0 = 1.452$ e índice de modulación $\Delta n_{\max} = 4.10^{-4}$, para así tener los mismos parámetros en los dos casos. Lo que si cambia es la longitud, siendo de 10 mm para la red uniforme y 5 mm para la red con apodizado. Puede observarse como el apodizado hace que se refleje menos potencia que en el caso uniforme, ya que en ciertas zonas (comienzo y final de la red) el índice de refracción es menor que en la red uniforme en la que se mantiene constante. Además los períodos de las redes se han diseñado para que la respuesta esté centrada en $\lambda = 1550.2nm$.

II. Construcción de los codificadores y decodificadores.

Una vez que hemos diseñado la red de difracción base estamos en condiciones de poder construir los codificadores y decodificadores del sistema. Para ello construimos el array, con las redes sintonizadas a las correspondientes longitudes de onda. En nuestro caso hay 5 longitudes de onda, que están colocadas tal y como se muestra en la siguiente tabla:

| λ_1 | λ_2 | λ_3 | λ_4 | λ_5 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1550 nm | 1550.6 nm | 1551.2 nm | 1551.8 nm | 1552.4 nm |

Tabla 3.1. Longitudes de onda que se usarán en el sistema para la construcción de los codificadores y decodificadores.

Como se puede apreciar se ha dejado un espaciado de 0.6 nm entre las distintas longitudes de onda. Obviamente el proceso realizado en el apartado anterior es necesario volverlo a repetir cambiando el período de las redes para que se sintonice la longitud de onda adecuada. Una vez que se ha realizado este trabajo, ya podemos unir las redes para formar el codificador. En nuestro caso sólo comentaremos como construir el codificador y decodificador para el usuario deseado, siendo sencillo seguir los mismos pasos para cualquier otro usuario.

A lo largo del trabajo estamos analizando las redes mediante el formalismo de matrices de transmisión y medios multicapa. Tenemos por tanto que extrapolar lo que ya hemos visto para una red de difracción para el caso en el que tenemos un array de redes. En la siguiente figura mostramos el caso de un array de formado por dos redes de difracción.

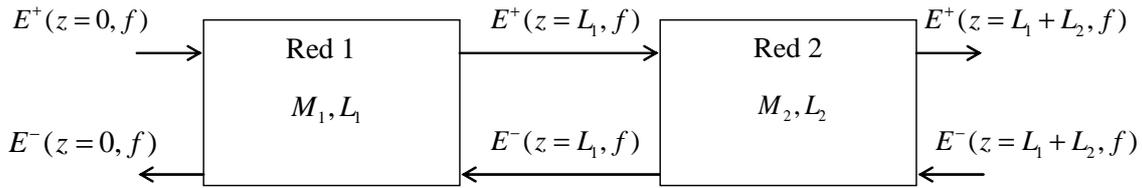


Figura 3.16. Array formado por dos redes de difracción.

Estamos interesados en caracterizar el array completo, es decir, estamos buscando una matriz tal que:

$$\begin{pmatrix} E^+(z=0, f) \\ E^-(z=0, f) \end{pmatrix} = M_{array} \begin{pmatrix} E^+(z=L_1+L_2, f) \\ E^-(z=L_1+L_2, f) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

donde M_{array} es la matriz de transmisión que caracteriza el array completo. Si se analiza cada red por separado obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} E^+(z=0, f) \\ E^-(z=0, f) \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} E^+(z=L_1, f) \\ E^-(z=L_1, f) \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\begin{pmatrix} E^+(z=L_1, f) \\ E^-(z=L_1, f) \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} E^+(z=L_1+L_2, f) \\ E^-(z=L_1+L_2, f) \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

donde basta con sustituir (3.39) en (3.38) para obtener lo siguiente:

$$\begin{pmatrix} E^+(z=0, f) \\ E^-(z=0, f) \end{pmatrix} = M_1 M_2 \begin{pmatrix} E^+(z=L_1+L_2, f) \\ E^-(z=L_1+L_2, f) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

de donde se desprende que $M_{array} = M_1 M_2$. En un caso general en el que se tiene un array de N redes de difracción se puede llegar a la conclusión de que $M_{array} = M_1 M_2 \dots M_N$. Además entre una red de difracción y la siguiente vamos a introducir trozos de fibra óptica de longitud igual a 5 mm con índice de refracción igual al de la fibra usada para crecer las redes de difracción y con el objetivo de aislar aún más las distintas longitudes de onda que componen el array. Estos trozos intermedios pueden ser caracterizados por una matriz M_{inter} de forma que la matriz de transmisión de un array de N redes de difracción con trozos intermedios de fibra será $M_{array} = M_1 M_{inter} M_2 M_{inter} \dots M_{N-1} M_{inter} M_N$.

Una vez que tenemos la matriz de transmisión del array la obtención del coeficiente de reflexión y otros parámetros es inmediato a través de la ecuación (3.16) y sucesivas. Esta será la caracterización del codificador, pero también queremos caracterizar el decodificador. Para ello giramos la red de difracción tal y como se muestra en la figura 3.17:

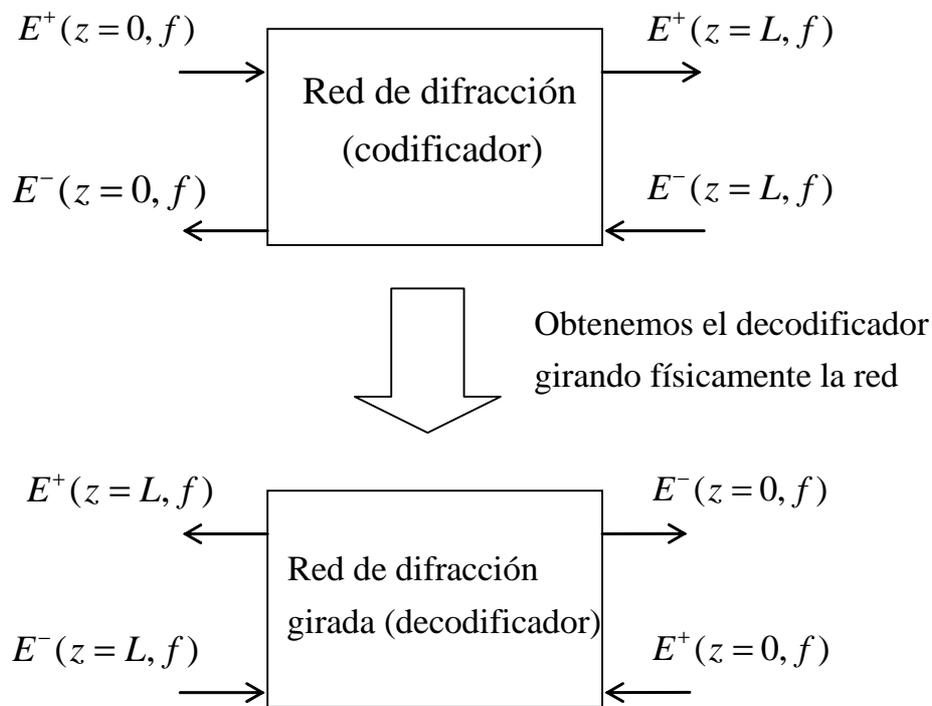


Figura 3.17. Obtención del decodificador a partir del codificador invirtiendo físicamente la red.

Los campos incidentes y reflejados satisfacen la ecuación (3.15). Analizando la parte inferior de la figura 3.17 se observa que se puede obtener cualquier parámetro del decodificador considerándolo como una red cualquiera y teniendo cuidado con los campos, ya que se encuentran cambiados. Por ejemplo, el coeficiente de reflexión del decodificador viene dado por:

$$H_r(f) = |H_r(f)| e^{j\phi_r(f)} = \frac{E^+(z=L, f)}{E^-(z=L, f)} \Big|_{E^+(z=0, f)=0} = -\frac{M_{12}}{M_{11}} \quad (3.41)$$

Ya estamos por tanto en condiciones de analizar tanto el codificador como el decodificador. A continuación vamos a ver los resultados que se obtienen para el codificador del usuario deseado usuario deseado, tanto la respuesta en frecuencia $H_r(f)$ como la respuesta temporal $h_r(t)$, en la que observaremos como cuando en la red se introduce una delta de Dirac a la salida se tienen 5 pulsos reflejados (la superposición de las 5 respuesta impulsivas, cada una de ellas con el retraso adecuado).

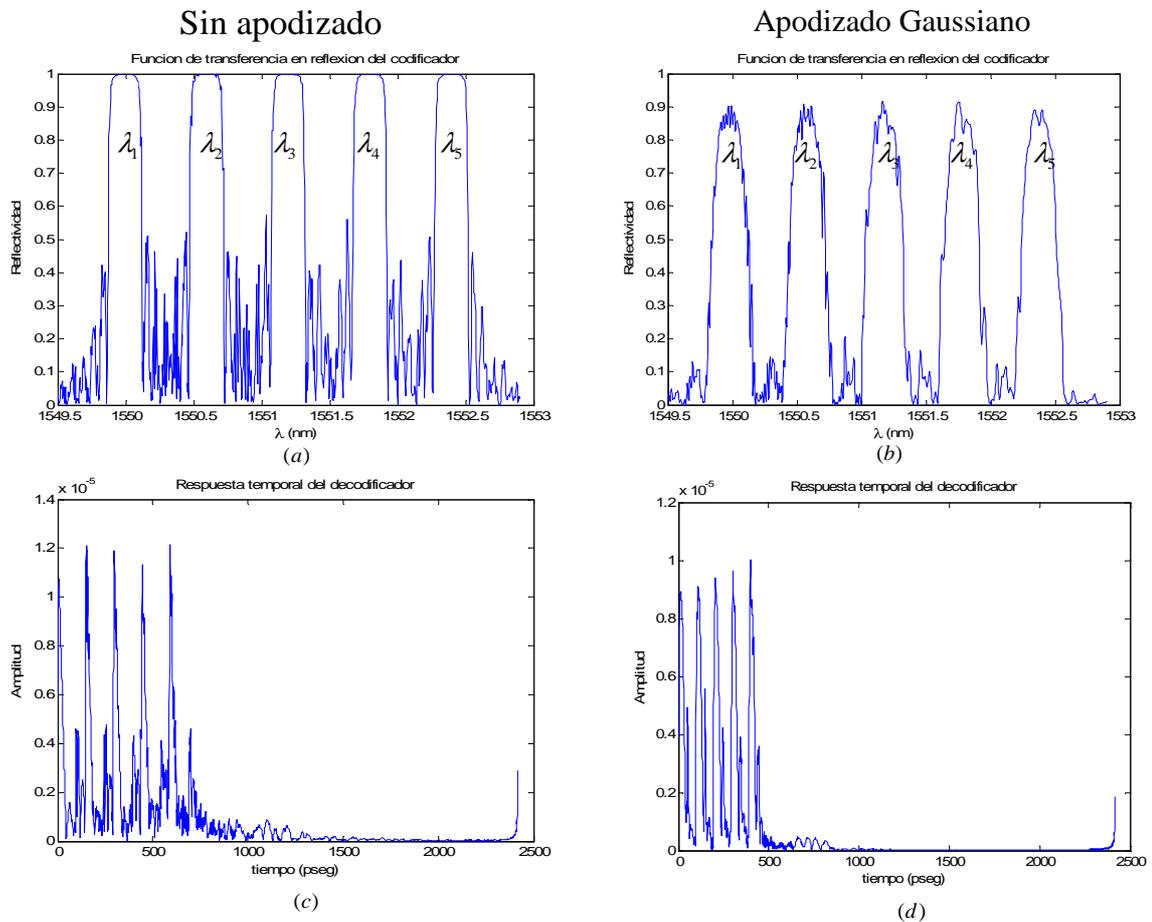


Figura 3.18. Respuesta en frecuencia y respuesta temporal del codificador: (a) y (c) red uniforme; (b) y (d) red uniforme con apodizado gaussiano.

En la figura 3.18 (a) y (c) se puede observar como la respuesta del codificador tiene 5 picos de frecuencia, cada uno centrado en la frecuencia correspondiente. En el caso de la red uniforme se observa como entre un pico y otro hay mucha interferencia producida por los lóbulos secundarios. Si se situasen las respuestas en frecuencia de cada red en el mismo eje se observan cuales son los picos que interactúan. Además al no haber apodizado la respuesta tiene un nivel considerable bastante lejos del centro de la respuesta, produciéndose la citada interferencia. Esta interferencia está mucho menos acusada en el

caso de apodización gaussiana, y es por esto por lo que se ha introducido el apodizado. Debido a que en este último caso los picos de reflectividad son menores, los picos resultantes del codificador tienen más oscilaciones. Esto se subsanaría aumentando el índice de modulación en este caso, pero también conllevaría el aumento del ancho de banda acoplado en reflexión. Mediante la ecuación (3.41) podemos obtener las respuestas del decodificador, aunque la respuesta en frecuencia es la misma mientras que la respuesta temporal se encontrará invertida.

Si se observa la respuesta impulsiva del codificador, por ejemplo en el caso de red de difracción uniforme y sin apodizado, podemos obtener tiempos característicos tales como tiempos de ida y vuelta. En la figura 3.19 analizaremos los dos primeros pulsos y algunos tiempos en los que se producen efectos importantes.

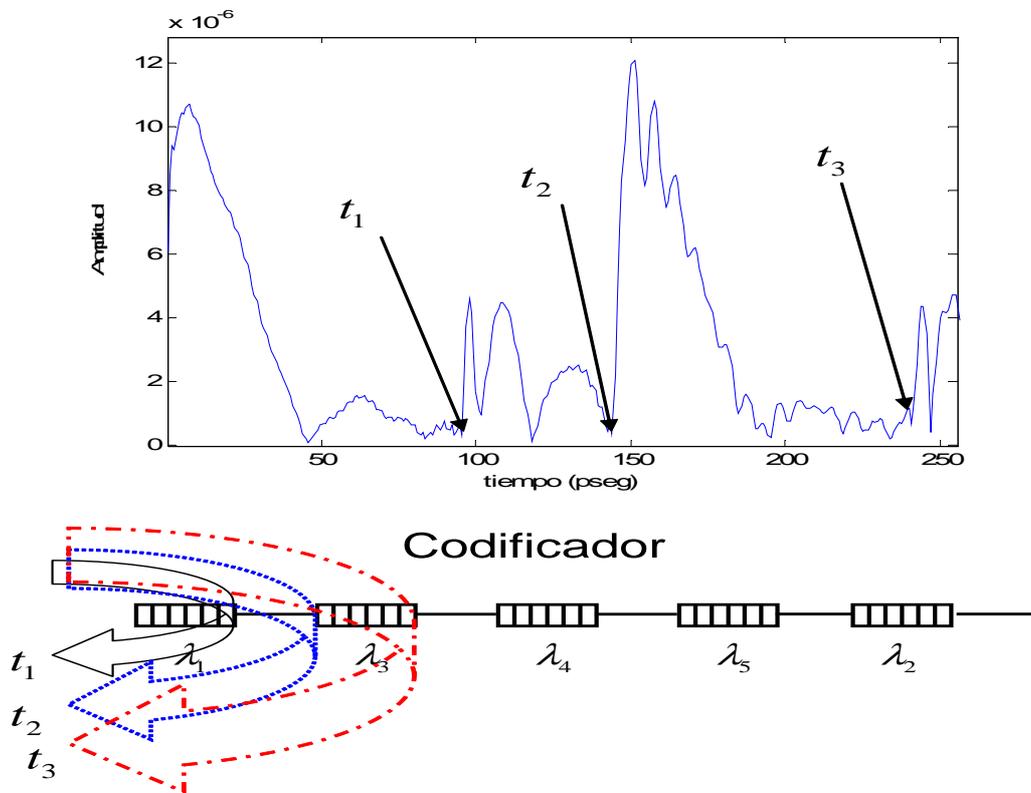


Figura 3.19. Respuesta temporal del codificador en la que se han marcado los tiempos que se indican en el esquema inferior.

Tal y como se observa en la figura hemos marcado 3 tiempos que describiremos y calcularemos a continuación. En ellos será de utilidad saber que la velocidad de los pulsos en las redes de difracción viene dada por:

$$v_{FG} = \frac{c}{n_{eff}} = \frac{c}{n_0 + \frac{\Delta n}{2}} \quad (3.42)$$

mientras que si el pulso va por la fibra óptica que forman los trozos intermedios se propaga a una velocidad $v_{Fibra} = \frac{c}{n_0}$. Los tiempos marcados son:

- t_1 : Es el tiempo de ida y vuelta en la primera red de difracción, por lo que es el tiempo necesario para que se forme el primer pulso del tren de 5 pulsos que se obtiene en reflexión, y es la duración de un slot de tiempo o lo que también conocemos como un intervalo de chip. Es por tanto el que marca la tasa de chip y viene dado por:

$$t_1 = t_{chip} = \frac{2L_{FG}}{c/n_{eff}} = \frac{2 \times 10 \cdot 10^{-3} \times 1.4522}{2.99793 \cdot 10^8} \approx 96.88 \text{ pseg} \quad (3.43)$$

- t_2 : Es el tiempo necesario para que en la entrada del codificador se reciba ya el segundo de los pulsos del tren. Para ello el pulso ultracorto inicial debe de recorrer la primera red y el primer trozo intermedio para comenzar a reflejarse a la entrada de la segunda red y volver a recorrer el mismo camino ya comentado.

$$t_2 = \frac{2L_{FG}}{c/n_{eff}} + \frac{2L_{inter}}{c/n_0} = t_1 + \frac{2 \times 5 \cdot 10^{-3} \times 1.452}{2.99793 \cdot 10^8} \approx 145.31 \text{ pseg} \quad (3.44)$$

- t_3 : Es el tiempo necesario para que el segundo pulso del tren reflejado lo haga completamente, por lo que al camino anterior habrá que sumarle el tiempo de ida y vuelta en la segunda red de difracción que es el mismo tiempo que en la primera:

$$t_3 = t_2 + t_1 \approx 242.2 \text{ pseg} \quad (3.45)$$

Hay que hacer notar que tanto entre t_1 y t_2 como a continuación de t_3 se observa un pequeño pulso de menor amplitud. Esto no son más que lóbulos secundarios del pulso que se deben a las resonancias internas del dispositivo que se producen ya que a la entrada del dispositivo parte del pulso reflejado se vuelve a reflejar hacia el interior de la red para hacer un nuevo camino de ida y vuelta. Esto en frecuencia se ha visto expresado en los lóbulos secundarios, y es uno de los detalles que hemos arreglado con el apodizado.

III. Propagación del pulso ultracorto y trenes de pulsos.

Una vez que hemos construido el codificador y el decodificador se procede a estudiar la propagación de un pulso ultracorto a lo largo del sistema. Para ello usaremos un pulso con forma gaussiana, centrado en $f_0 = 193.25 \text{ Thz}$ lo que se corresponde con una longitud de onda de onda aproximada de $\lambda_0 = 1551.5 \text{ nm}$. Este pulso será de una potencia de 1 mW, con una anchura aproximada de 0.3 pseg y estará retrasado un tiempo de 150 pseg, tiempo que hemos puesto para asegurarnos de que el pulso sea causal. Tal y como se puede ver el ancho del pulso es muy pequeño, del orden de los femtosegundos, por lo que en función de los láseres disponibles puede ser esto una limitación tecnológica. Para

solucionar esto hay otras opciones que se comentarán en capítulos posteriores y que consisten en usar una fuente que emita múltiples pulsos cada uno centrado a una longitud de onda, que coincidirá con las longitudes de onda de los codificadores.

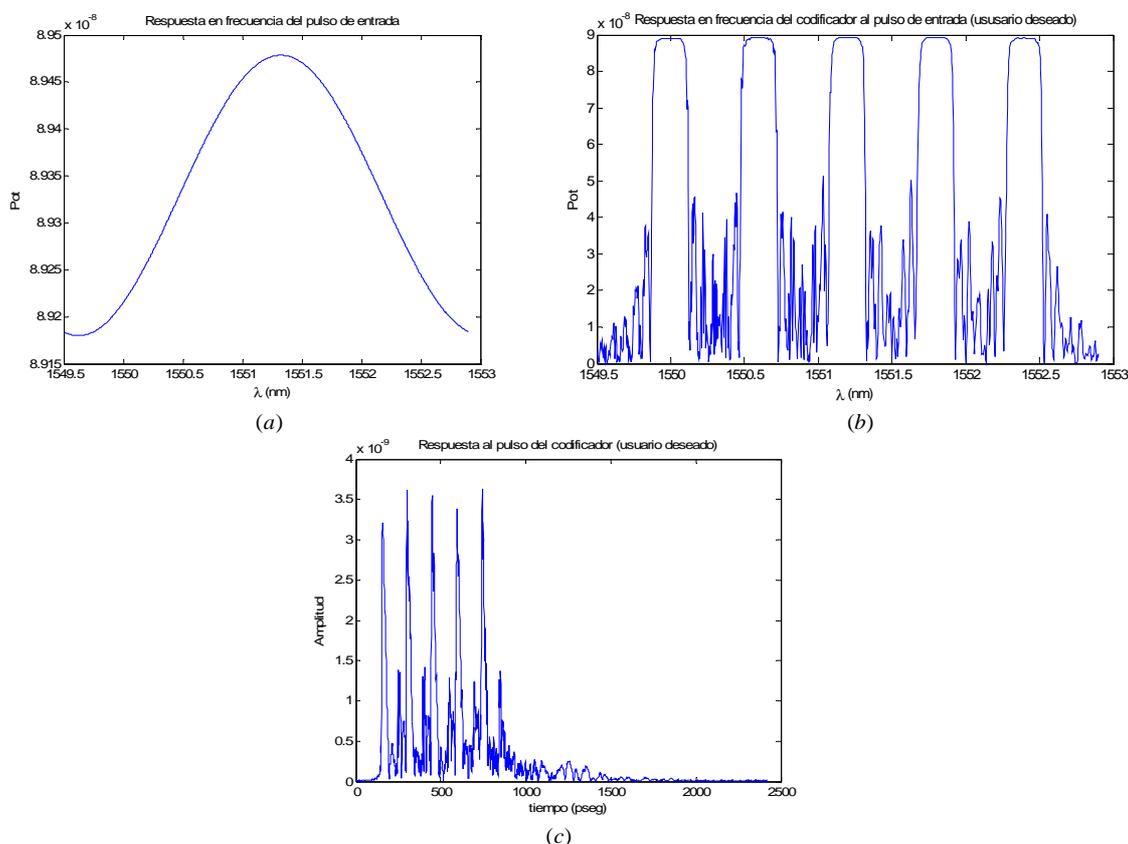


Figura 3.20. (a) Respuesta en frecuencia del pulso ultracorto de entrada. (b) Respuesta en frecuencia del codificador al pulso de entrada. (c) Respuesta temporal del codificador al pulso de entrada.

De la respuesta en frecuencia del pulso de entrada se aprecia que prácticamente los niveles dentro del ancho de banda son muy similares, por lo que lo único que estamos viendo en la figura 3.20 (a) es la punta de la campana. Esto se ve más claro si acudimos a la figura 3.20 (b) en la que vemos como los distintos picos del decodificador tienen niveles similares. La pequeña diferencia de nivel entre una longitud de onda y otra se puede apreciar en la respuesta temporal (figura 3.20 (c)), aunque ese pequeño desnivel también puede deberse a otros efectos. Esta última figura es la que posee el tren de pulsos que se obtiene en reflexión, que como se puede ver está formada por 5 pulsos y la respuesta del primer pulso no comienza hasta pasados 150 pseg que es el retraso de la entrada. Los tiempos consecutivos en los que comienza cada pulso o termina se pueden ir calculando como ya lo hemos hecho en la figura 3.18 considerando el camino recorrido en ida y vuelta y al final teniendo en cuenta los 150 pseg de retraso. Además como ya hemos comentado entre un pulso y otro se aprecia claramente la segunda respuesta debido a las resonancias internas.

A continuación pasamos a describir el efecto que se sufre al pasar por el codificador y justo después por el decodificador. En realidad el pulso se refleja en el codificador y en reflexión tenemos un tren de pulsos que podemos considerar que es la salida de ese sistema que en frecuencia viene caracterizado por su respuesta en frecuencia $H_r^{lr}(f)$ y esa salida es una nueva señal que se introduce en el decodificador y en reflexión obtenemos la salida deseada tras pasar por un nuevo sistema con respuesta en frecuencia $H_r^{rl}(f)$. Por tanto la salida del sistema completo (codificador y decodificador) viene dada por la ecuación (3.28). Otra alternativa es unir ambas respuestas en frecuencia en un único sistema cuya respuesta es $H_r^{lr}(f)H_r^{rl}(f)$ y hacer que nuestra señal de entrada pase por ese sistema. Por tanto el conjunto global, codificador y decodificador se puede caracterizar por una respuesta en frecuencia cuya magnitud se muestra a continuación.

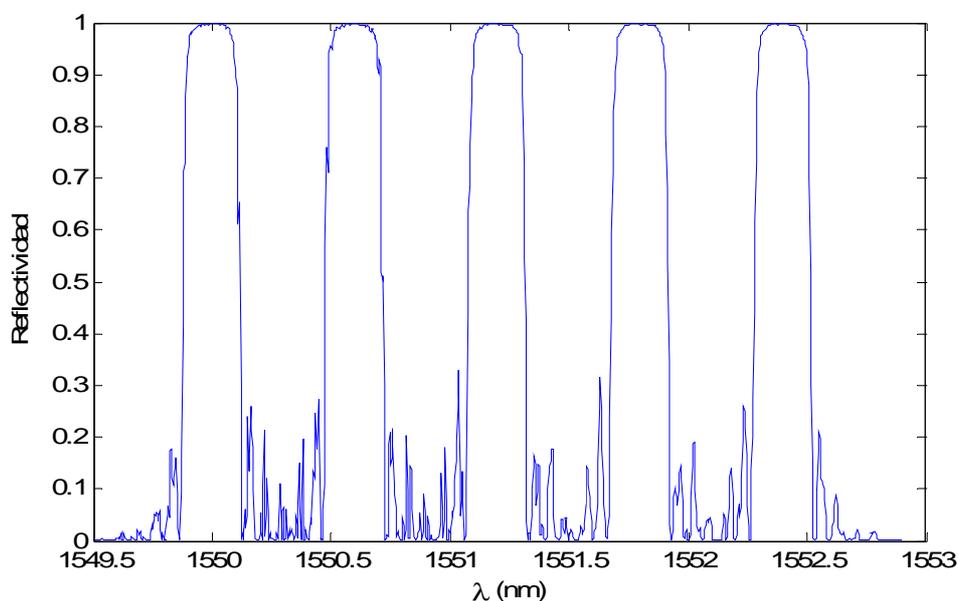


Figura 3.21. Magnitud de la respuesta en frecuencia del sistema equivalente que resulta de la unión del codificador y el decodificador.

De la figura 3.21 se pueden apreciar varios detalles. En primer lugar se observa que los problemas de interferencia se han reducido en gran medida, ya que las zonas situadas entre picos de reflectividad tienen ahora niveles más pequeños. Esto se debe a que hemos multiplicado las respuestas de dos sistemas que son similares y con valores menores o iguales que uno (ya que hablamos de reflectividad de un sistema pasivo) por lo que sólo los valores máximos cercanos a uno son los que mantienen un nivel parecido en el sistema resultante mientras que los demás son seriamente penalizados. También ya comentamos en el estudio de estos dispositivos para su aplicación en O-CDMA que la respuesta en frecuencia en todos sus puntos debía de ser plana, sin embargo, al usar el mismo dispositivo pero girado físicamente sólo conseguimos una aproximación. Esta aproximación sólo se consigue en las longitudes de onda de interés ya que las zonas del

espectro que en teoría no son reflejadas no pueden ser reconstruidas, y no interesan que sean reconstruidas ya que el tren de pulsos no va a tener componentes a esas frecuencias.

Una vez caracterizado el sistema completo, podemos hacer incidir el pulso ultracorto en el sistema tal y como mostramos en la figura 3.13. Vamos a mostrar tanto la respuesta en frecuencia del pulso resultante como su respuesta temporal. Hay que recordar en este instante que nosotros al fin y al cabo lo que hemos introducido en el sistema es un único pulso ultracorto, por lo que cabe esperar que a la salida se obtenga algo parecido a un único pulso. Todo esto se muestra a continuación:

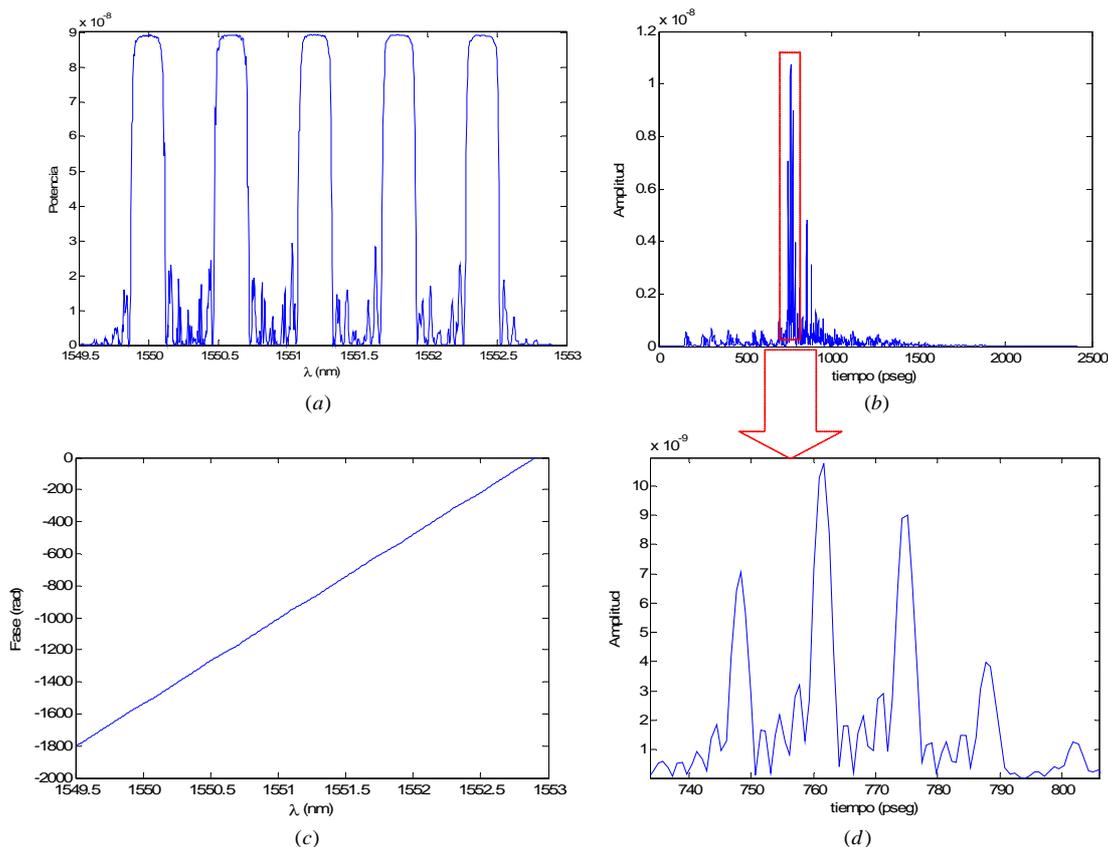


Figura 3.22. (a) y (c) Magnitud y fase de la respuesta en frecuencia de la salida del decodificador al tren de pulsos. (b) Respuesta temporal del decodificador al tren de pulsos. (d) Ampliación de la parte principal de la figura (b).

La figura 3.22 (a) es similar a la figura 3.21 con la diferencia de que las amplitudes se encuentran escaladas por la magnitud del pulso a la entrada. Esta respuesta tiene un reflectividad máxima en las longitudes de onda de interés. En la figura 3.22 (c) se observa la fase, que tiene una forma lineal lo que nos va a dar un retraso de grupo aproximadamente constante, lo que indica que la distorsión del sistema completo a las señales que se propagan por él no es excesiva. La respuesta temporal la encontramos en la figura 3.22 (b), en la que como ya hemos comentado cabe esperar que se obtenga un único pulso como consecuencia de la reagrupación temporal de todos los pulsos del tren de entrada. En un principio la zona recuadrada parece un único pulso. Justo detrás de esta zona hay un pico más pequeño, que no es más que el mismo proceso que ha sufrido el tren de pulsos pero

aplicados a cada uno de los pulsos secundarios que se producen por resonancias internas en todas y cada una de las redes, y que como ya hemos comentado está acentuado por el hecho de usar redes uniformes. El apodizado solucionará esto en alguna medida. Si ampliamos la zona principal de la parte principal de la respuesta temporal como se ha hecho en la figura 3.22 (d) se observa que en principio no es un único pulso. Pero se deduce que lo que se tiene es una envolvente gaussiana que parece que ha sido muestreada. Esta especie de muestreo proviene de la reagrupación temporal de 5 pulsos a longitudes de onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ y λ_5 que da lugar a un único pulso de alta intensidad (es la suma de varios pulsos). La reagrupación temporal hace que se sumen 5 pulsos con envolvente gaussiana pero cada uno de ellos es como si tuviese una portadora distinta por lo que es imposible que a la salida la envolvente sea gaussiana. La aproximación hace que la envolvente sea una gaussiana muestreada. Este efecto se debe a que como ya hemos visto la respuesta en fase no es constante sino que depende de la frecuencia, por lo que $H_r^{lr}(f)H_r^{rl}(f) \neq cte$ y la recuperación sólo se puede hacer en magnitud tal y como se indica en la ecuación (3.32). No obstante la fase de la respuesta en frecuencia es lineal, lo que implica un retardo de grupo constante y por tanto cabe esperar que la distorsión que sufren las señales que se propagan por el sistema sea mínima. De hecho no se recupera mejor porque hay zonas del espectro del codificador y decodificador donde la respuesta se pretende que sea nula, si no fuese así recuperaríamos mejor la envolvente gaussiana, pero estaríamos ante un sistema que no nos valdría para usarlo en O-CDMA. Por tanto no hay que ver como algo negativo el que la envolvente que se obtenga sea gaussiana sino que es algo intrínseco de la aplicación para la que estamos usando las redes de difracción.

Ahora nos centramos más en parámetros de la figura 3.22 (d). En ella se puede observar como el máximo se sitúa en torno a los 11 nV, que debe ser un valor resultante de la suma de 5 pulsos y que más a continuación compararemos con los valores obtenidos para el usuario interferente. En cuanto al tiempo de comienzo del pulso se puede ver que se encuentra en torno a:

$$t_{inicio} = t_{retraso} + \frac{2 \times (4 \times L_{FG})}{c/n_{eff}} + \frac{2 \times (4 \times L_{inter})}{c/n_0} \approx 731.25 \text{ pseg} \quad (3.46)$$

mientras que el final del pulso viene dado por el tiempo de comienzo más el tiempo de ida y vuelta en una red de difracción, lo que viene a ser un slot de tiempo o bien la duración de un chip:

$$t_{final} = t_{comienzo} + t_{chip} \approx 731.25 + 96.88 \approx 828.13 \text{ pseg} \quad (3.47)$$

Procedemos ahora a estudiar el caso del usuario interferente, cuyo proceso será igual al del usuario deseado con la única e importantísima diferencia de que su codificador no es el recíproco del decodificador que le vamos a aplicar. En este usuario no se va a producir

una reagrupación perfecta de los 5 pulsos de chip que conforman el tren de entrada al decodificador, sino que se va a producir una reagrupación más aleatoria. En primer lugar analizamos la respuesta en frecuencia del conjunto codificador del usuario interferente y decodificador del usuario deseado.

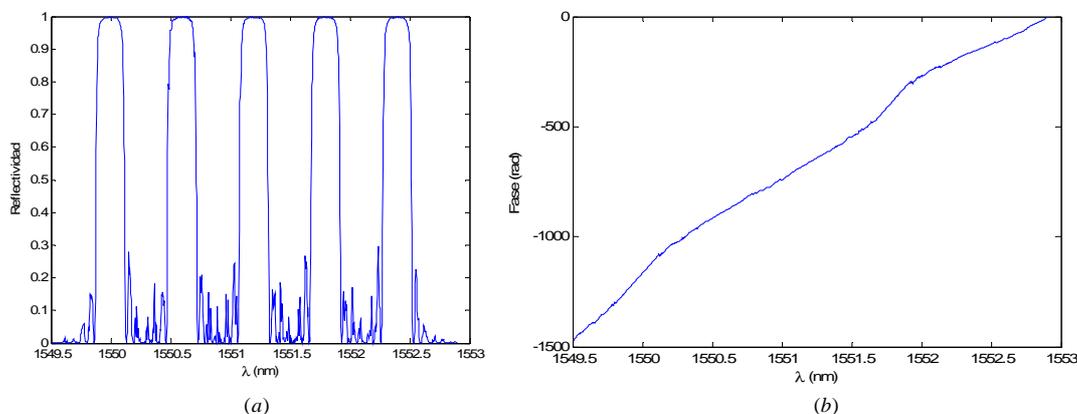


Figura 3.23. (a) Magnitud y (b) fase de la respuesta en frecuencia de la unión del codificador del usuario interferente con el decodificador del usuario deseado.

La figura 3.23 (a) muestra como la respuesta en magnitud para ambos usuarios es la misma, lo que en principio puede llevar a pensar que el sistema no distingue a los usuarios. La diferencia se aprecia en la figura 3.23 (b) en la que se ve como en este caso la fase nos es lineal, lo que implica un retraso de grupo que no va a ser constante y por tanto la señal de entrada al propagarse por ese sistema va a sufrir distorsión. Esta distorsión se va a traducir en que la reagrupación no va a ser total. Sin embargo ya comentamos que en este sistema debido a que todos los usuarios usan todas las longitudes de onda, las prestaciones no son muy buenas ya que como vemos a continuación, el usuario interferente dará a la salida 5 pulsos, que aunque no se agrupen en un pulso, si se agrupan formando pulsos de amplitud doble. En el momento que haya mas de dos usuarios tenemos un grave problema, pues pueden dar pulsos con una amplitud igual o superior a la que da el usuario deseado. Por tanto este es un sistema que no tiene mucha aplicación en un caso real, sólo tiene sentido porque permite entender los procesos que se producen en O-CDMA y que seguirán apareciendo en sistemas más avanzados pero de forma distinta.

Si acudimos al esquema que se muestra en la figura 3.13 podemos apreciar que para el usuario interferente ocurre que:

- El pulso de chip a λ_5 recorre únicamente una red y un trozo intermedio de fibra tanto en el codificador como en el decodificador. Por tanto este pulso aparecerá antes de los previsto y con una amplitud correspondiente a un único chip, que comenzará en:

$$t'_1 = t_{retraso} + \frac{2 \times (2 \times L_{FG})}{c/n_{eff}} + \frac{2 \times (2 \times L_{inter})}{c/n_0} \approx 440.64 \text{ pseg} \quad (3.48)$$

- Los pulsos de chip a λ_2 y λ_3 recorren en total 3 redes de difracción y 3 trozos intermedios de fibra, dando como resultado un pulso de amplitud doble al pulso de chip que comienza en:

$$t'_2 = t_{retraso} + \frac{2 \times (3 \times L_{FG})}{c/n_{eff}} + \frac{2 \times (3 \times L_{inter})}{c/n_0} \approx 585.94 \text{ pseg} \quad (3.49)$$

- Los pulsos de chip a λ_1 y λ_4 recorren en total 6 redes de difracción y 6 trozos intermedios de fibra, dando como resultado un pulso de amplitud doble al pulso de chip que comienza en:

$$t'_3 = t_{retraso} + \frac{2 \times (6 \times L_{FG})}{c/n_{eff}} + \frac{2 \times (6 \times L_{inter})}{c/n_0} \approx 1021.88 \text{ pseg} \quad (3.50)$$

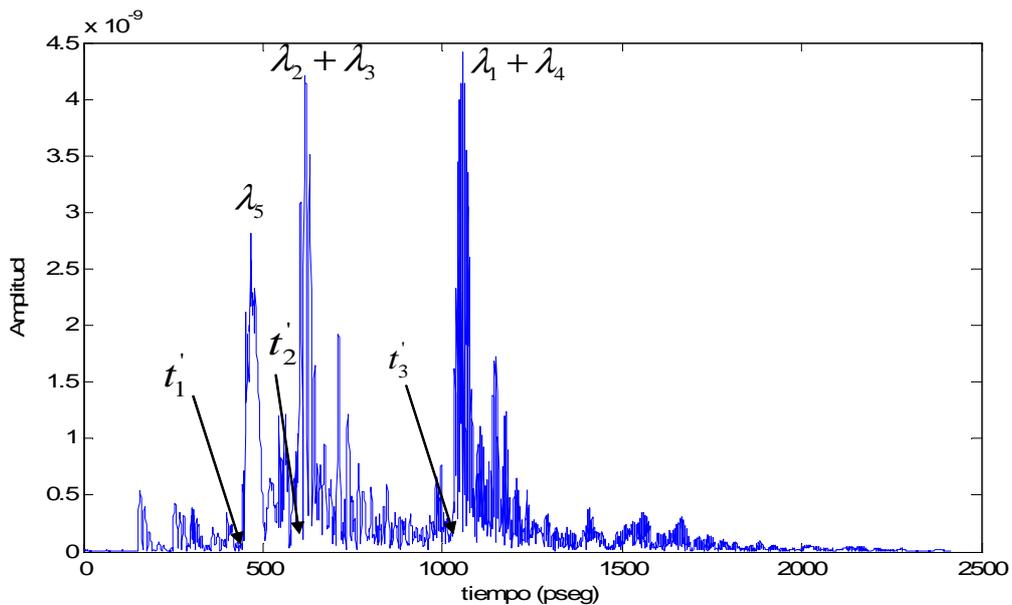


Figura 3.24. Respuesta temporal del decodificador del usuario deseado al tren de pulsos creado por el codificador del usuario interferente.

Con la figura 3.24 ya estamos en condiciones de comparar la respuesta al usuario deseado con la respuesta al usuario interferente. Como ya comentamos la amplitud en el caso deseado está entorno a 11 nV, mientras que en el caso interferente el primer pulso posee una amplitud en torno a los 2.25 nV (se aprecia muy bien haciendo un zoom). Este es el único caso en el que hay un pulso de chip, por lo que podemos concluir que aproximadamente el chip posee una amplitud de unos 2.25 nV. Los dos siguientes pulsos en el caso interferente poseen una amplitud doble a la del chip que debe estar por tanto en torno a $2 \times 2.25 \text{ nV} = 4.5 \text{ nV}$, valor aproximado que se alcanza en la figura. Si ahora

volvemos al usuario deseado, obtuvimos que la amplitud estaba en torno a los 11 nV, mientras que la suma de 5 chips da $5 \times 2.25nV = 11.25nV$.

En el caso interferente, el chip a λ_5 al ser único posee un parecido a la respuesta impulsiva de la red con una cierta envolvente gaussiana. Los dos pulsos siguientes ya tienen forma de envolvente gaussiana, pero al ser una suma de menos pulsos de chip, se producen menos interferencias constructivas y destructivas al sumar las portadoras, por lo que se percibe mucho mejor la envolvente gaussiana, como se muestra en la siguiente figura:

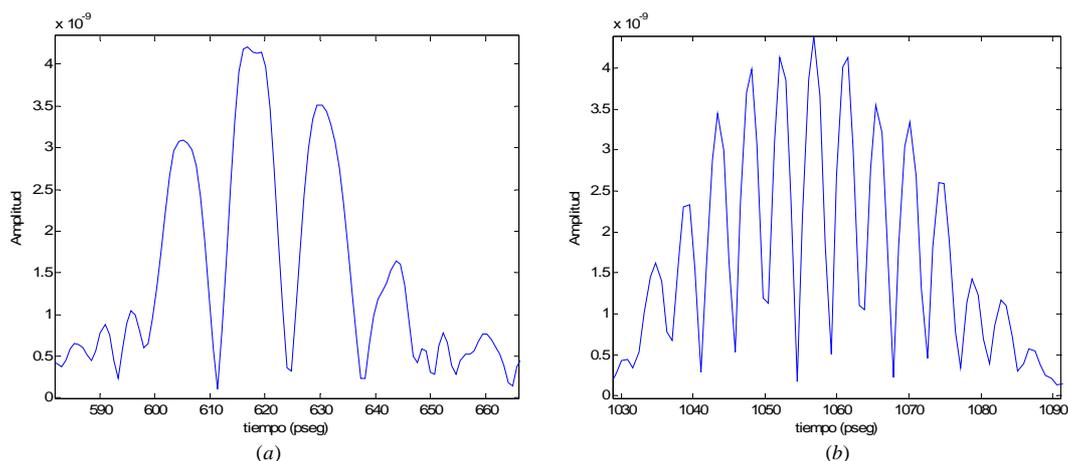


Figura 3.25. (a) Reagrupación de los chips a λ_2 y λ_3 . (b) Reagrupación de los chips a λ_1 y λ_4 .

Vemos como es cierto que se aprecia mejor la envolvente gaussiana, aunque realmente todo es un problema estético, ya que la figura 3.25 (a) y (b) representan el mismo efecto, sin embargo queda más patente en la segunda el muestreo de la envolvente gaussiana. El que ambas sean diferentes se debe a que se están sumando pulsos de chip de la misma forma, amplitud y duración pero que tienen portadoras distintas.

Para concluir este apartado lo que nos queda es imaginar una situación en la que tanto el usuario deseado como el usuario interferente transmiten a la vez. En este caso, si suponemos sincronización perfecta, a la salida del decodificador vamos a tener una señal que resulta de la superposición de la salida del usuario deseado y la salida del usuario interferente. Si mostramos el resultado, queda patente en la figura 3.26 el efecto dañino que las interferencias pueden causar en la recepción. Como ya hemos comentado no es difícil que si hubiesen más usuarios, se pueda decodificar que el usuario deseado ha transmitido un pulso ultracorto (lo que normalmente va a implicar que se quiere transmitir un 1 binario) cuando realmente no ha transmitido nada (equivalente a un 0 binario). Lo contrario es más difícil, pero la interferencia de excesivos pulsos, como ya hemos visto, hace que la envolvente no se muestree tan claramente por lo que podría dar lugar a error.

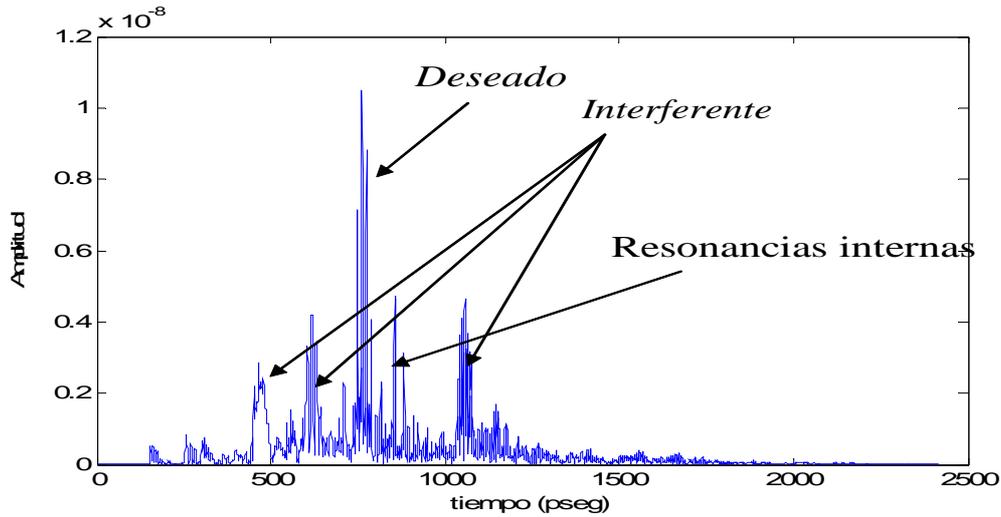


Figura 3.26. Respuesta temporal del sistema codificador/decodificador a resultado de la transmisión de un pulso ultracorto por parte del usuario deseado e interferente.

Puede apreciarse en la figura 3.26 de forma clara la diferencia de nivel entre el pulso debido al usuario deseado y los que se deben al usuario interferente. Pero además debemos de contar con el efecto de las resonancias internas, que dan una amplitud aproximadamente igual a la del chip. Si ya es problemática la existencia de usuarios interferentes, esto está añadiendo una fuente de error adicional. Por eso recurrimos al apodizado gaussiano, con el que podemos hacer todos los pasos que hemos mencionado. El caso de la figura 3.26 pero con apodizado se muestra en la figura 3.27:

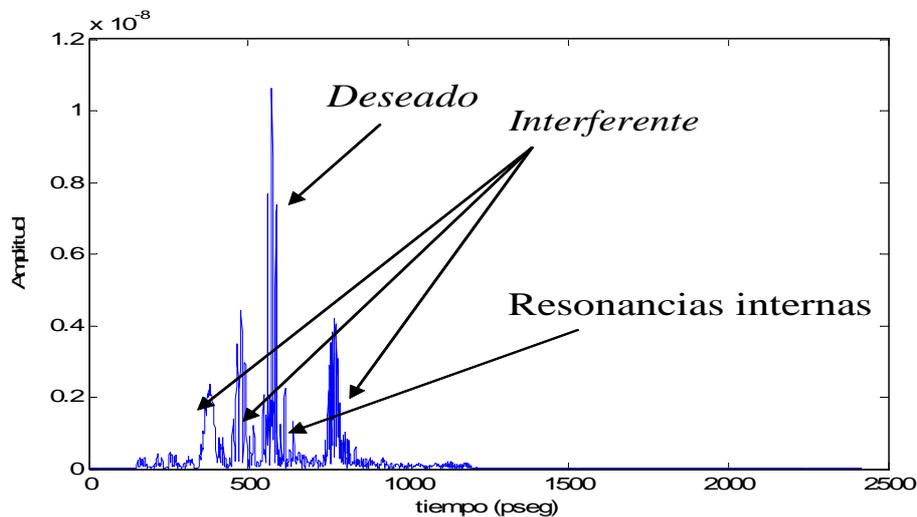


Figura 3.27. . Respuesta temporal del sistema codificador/decodificador a resultado de la transmisión de un pulso ultracorto por parte del usuario deseado e interferente en el caso de apodizado gaussiano.

La figura 3.27 presenta una drástica reducción de las resonancias internas, de forma que a primera vista estas ya no parecen un problema. Por tanto es mucho mejor recurrir a redes de difracción que presenten un apodizado ya que esta función nos garantiza un cambio gradual en el índice de refracción y por tanto la respuesta impulsiva sólo tendrá una

parte principal. Es cierto que la apodización puede darnos un mayor ancho de banda en reflexión, por lo que al separar las longitudes de onda que forman el código el ancho de banda se puede hacer muy grande. Esto como ya hemos comentado se puede solucionar con un transmisor que tenga varias fuentes, cada una a una longitud de onda. De esta forma se puede mejorar las características de los codificadores y de los decodificadores, sin tener que recurrir a un láser invariable desde el punto de vista tecnológico.

Capítulo 4

Uso de redes de difracción Moiré Chirpeadas en WE/TS O-CDMA

En este capítulo se pretende demostrar que es posible usar redes de difracción Moiré Chirpeadas para la implementación de un sistema de acceso múltiple por división de código óptico con codificación en longitud de onda y ensanchado temporal.

En primer lugar será necesario introducir el tipo de red de Bragg que se va a usar: las redes Moiré Chirpeadas, de forma que tras un análisis general de dichos dispositivos podamos pasar a un uso más específico en O-CDMA.

Una vez que ya hemos introducido el uso de codificadores y decodificadores básicos realizados mediante redes de difracción, en este capítulo se pretende dar un paso más, de forma que no sólo diseñemos los códigos sino que se hagan de una forma más eficiente y en un sistema que ya tendría aplicación real.

Por último se pretende dar una visión general de los resultados que se obtendrían si se aplicase este método en las redes de comunicaciones ópticas, centrándonos en parámetros tales como la tasa de transmisión y la interferencia multiacceso (MAI).

4.1 INTRODUCCIÓN A LAS REDES MOIRÉ CHIRPEADAS.

En esta introducción se pretende dar una idea general acerca de las redes Moiré Chirpeadas para lo que en primer lugar analizaremos las redes chirpeadas para finalmente llegar a la consecución de un patrón Moiré. Es evidente que el objetivo final es el uso de estas redes en sistemas de acceso al medio por división de código óptico por codificación en longitud de onda y ensanchamiento temporal (WE/TS O-CDMA), pero en primer lugar daremos una idea general de las redes Moiré, sin centrarnos excesivamente en aplicaciones específicas.

4.1.1 Red de difracción linealmente chirpeada.

Las redes de difracción en fibra con función de chirp o lo que es equivalente, variación del período de red a lo largo del eje de la fibra $\Lambda(z)$, surgen para solucionar dos problemas que presentaban las redes uniformes [CAR99]:

- i. el primero de ellos es el problema del *ancho de banda acoplado* por una red uniforme ya que éste puede hacerse todo lo estrecho que se desee aumentando la longitud de la red, pero es difícil conseguir anchos de banda acoplados grandes ya que la red no puede hacerse infinitamente pequeña en longitud debido a que sino no se produce el acoplo de potencias. La solución a este problema nace a partir de la idea que si idealmente una red de difracción con un periodo de red uniforme acopla una única frecuencia de Bragg, una red de difracción que contenga una serie de periodos acoplará una la serie de frecuencias ópticas. En consecuencia, una red de difracción con un período que varia a lo largo de su eje acoplará un ancho de banda compuesto por todas las frecuencias ópticas que verifiquen la condición de Bragg.

- ii. el otro problema que solucionan estas redes es el conseguir un dispositivo pasivo en fibra que presenta un retardo de grupo lineal en función de la frecuencia. Esta característica es requerida por los *dispositivos compensadores de la dispersión* para cancelar el efecto de la dispersión cromática introducido en los enlaces de fibra de larga distancia. El principio de funcionamiento es sencillo ya que si el período de la red varía linealmente de mayor a menor a lo largo del eje de la fibra, las frecuencias ópticas menores se acoplarán al comienzo de la red y no sufrirán prácticamente ningún retardo en reflexión. Sin embargo, las frecuencias mayores se acoplarán en los períodos más cortos cerca de la salida de la red y por tanto, estas frecuencias sufrirán un retardo en reflexión igual al tiempo de tránsito. Las frecuencias intermedias se acoplarán en puntos intermedios y sufrirán retardos intermedios. He

aquí por tanto un dispositivo pasivo en fibra que permite diseñar independientemente la dispersión del filtro y el ancho de banda acoplado ya que el primero vendrá determinado por la longitud del dispositivo y el segundo por la función de chirp (variación del período de red a lo largo del eje de fibra).

Tal y como hemos comentado, la red de difracción linealmente chirpeada incorpora una variación adecuada del período de red, $\Lambda(z)$, con la que se consigue un aumento del ancho de banda reflejado y una característica de retardo de grupo en reflexión lineal. Básicamente, la red de difracción incorpora una variación lineal de la frecuencia espacial de la perturbación $2\pi/\Lambda(z)$ a lo largo de la longitud de fibra z ; tal variación se traduce en una dependencia lineal de la frecuencia Bragg local con la posición $f_B(z)$, teniendo en cuenta que $f_B(z) = \frac{c}{2n_{eff}\Lambda(z)}$, que equivalentemente podemos escribir que la longitud de onda acoplada en función de la distancia es $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda(z)$.

Generalmente estas redes de difracción chirpeadas incluyen funciones de apodizado para disminuir las resonancias Fabry-Perot que se producen en los extremos de la red y que se traducen en un alto rizado de la banda de paso y oscilaciones en la característica de retardo de grupo en función de la frecuencia. Se han realizado varios estudios sobre que funciones de apodizado son las más óptimas para este fin, llegándose a la conclusión que la tangente hiperbólica presenta los mejores resultados [CAR99].

En este caso la perturbación que da lugar a la red chirpeada es:

$$n(z) = n_0 + \Delta n_{max} A(z) \text{sen}^2 \left(\int_0^z \frac{\pi}{\Lambda(z')} dz' \right) \quad (4.1)$$

$$A(z) = \begin{cases} \tanh\left(\frac{2az}{L}\right) & 0 \leq z \leq L/2 \\ \tanh\left(\frac{2a(L-z)}{L}\right) & L/2 \leq z \leq L \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\Lambda(z) = \Lambda(z=0) + \frac{\Delta\Lambda}{L} z \quad (4.3)$$

donde n_0 es el índice de refracción del núcleo de la fibra sin perturbar, a es el parámetro de la tangente hiperbólica, $\Lambda(z=0)$ es el período en el origen de la red y $\Delta\Lambda$ es el incremento del período de la red a lo largo de toda la longitud. Como puede verse $\Delta\Lambda$ puede ser positivo o negativo según aumente o disminuya el período a lo largo del dispositivo.

Para el análisis de este tipo de redes acudimos a un ejemplo concreto de red de difracción linealmente chirpeada con función de apodizado tangente hiperbólica con

parámetro $a = 4$, longitud $L = 10\text{mm}$, $n_0 = 1.452$ e índice de modulación $\Delta n_{\max} = 1 \times 10^{-3}$. El período de la red lo hacemos variar desde $\Lambda(z = 0) = 535\text{nm}$ hasta $\Lambda(z = L) = 535.4\text{nm}$. En nuestro caso el incremento de períodos es positivo y de valor $\Delta\Lambda = \Lambda(z = L) - \Lambda(z = 0) = 0.4\text{nm}$, por lo que la variación del período a lo largo de la red es una línea recta con pendiente positiva. A continuación mostramos la variación del período de la red a lo largo del dispositivo así como la forma final de la perturbación tras el apodizado de tipo tangente hiperbólico.

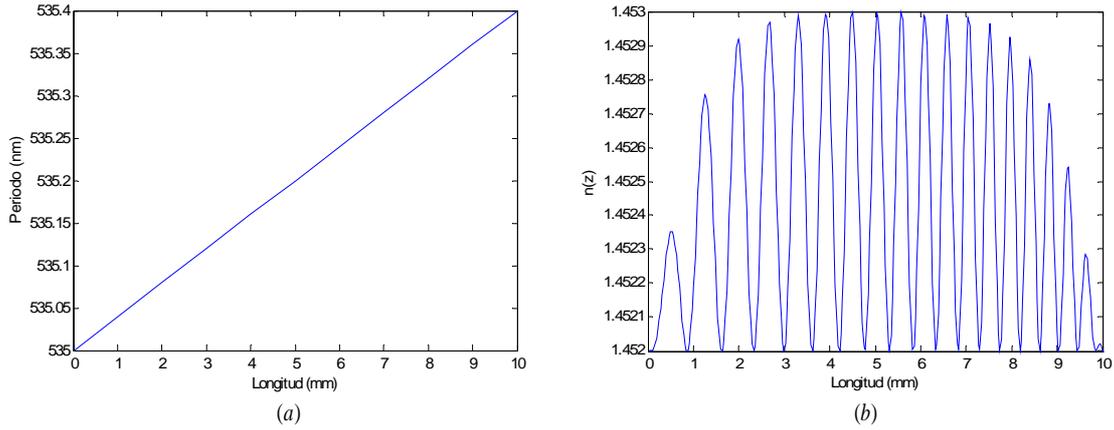


Figura 4.1. (a) Variación lineal del período a lo largo del dispositivo. (b) Perturbación resultante en la red de difracción linealmente chirpeada con apodizado de tipo tangente hiperbólico.

En la figura 4.1 (a) se observa como el período de la red varía de forma lineal entre 535 nm y 535.4 nm. Por tanto al comienzo de la red se reflejan los períodos menores, y al final se van reflejando los períodos mayores, cosa que se observa claramente en la perturbación de la figura 4.1 (b). Como comentamos anteriormente la frecuencia que se refleja en cada punto de la red es $f_B(z) = \frac{c}{2n_{\text{eff}}\Lambda(z)}$, por lo que en nuestro caso en primer lugar se reflejan las frecuencias mayores (longitudes de onda menores) y al final las frecuencias menores (longitudes de onda mayores).

La figura 4.1 (b) nos muestra la perturbación resultante, donde se observa claramente el efecto de la función de apodizado para proporcionar un cambio más gradual en el índice de refracción desde n_0 hasta $n_0 + \Delta n_{\max}$.

Una vez que hemos definido la variación del período a lo largo de la red y hemos obtenido la perturbación, se procede a caracterizar la red desde el punto de vista macroscópico, cosa que realizamos en la figura 4.2. Con respecto a la reflectividad (figura 4.2 (a)) ha de notarse que el ancho de banda en reflexión puede ser fácilmente diseñado a partir de la adecuada elección de los períodos inicial y final de la red, y teniendo en cuenta que la frecuencia acoplada según la condición de Bragg depende del período de la red $\Lambda(z)$ y del índice efectivo n_{eff} . Es importante destacar en este punto que para acoplar

grandes anchos de banda no solamente hay que aumentar el incremento de periodos en la función de chirp sino que además hay que aumentar la modulación máxima del índice de refracción de la perturbación, es decir, si se quiere aumentar el ancho de banda acoplado por la red que aquí se presenta y mantener la misma reflectividad se deberá de aumentar el incremento de periodos, $\Delta\Lambda$, y a la misma vez aumentar la modulación máxima del índice de refracción de la perturbación, Δn_{\max} , ya que de no hacerlo así se conseguiría acoplar el ancho de banda deseado pero con una reflectividad menor.

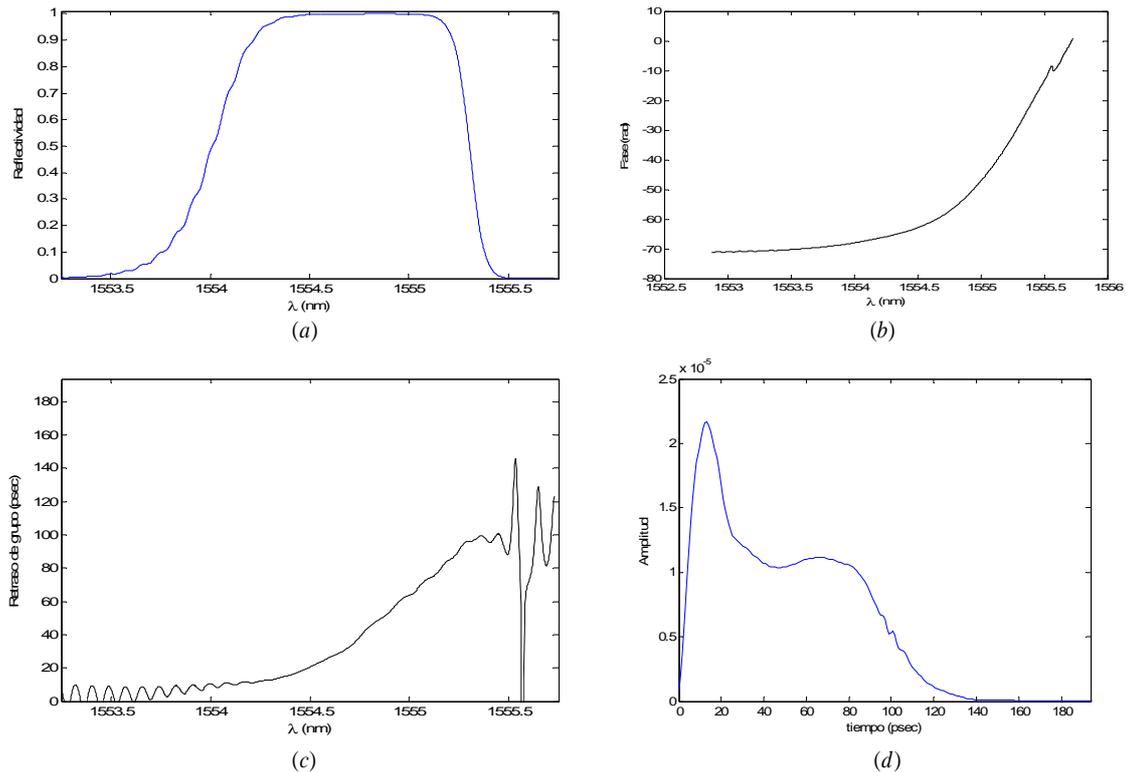


Figura 4.2. Caracterización macroscópica de la red linealmente chirpeada con apodizado tangente hiperbólico: (a) Reflectividad $R(\lambda)$. (b) Respuesta en fase de la reflectividad $\phi_r(\lambda)$. (c) Retraso de grupo en reflexión $\tau_r(\lambda)$. (d) Respuesta impulsiva en reflexión $|h_r(t)|$.

La característica en fase (figura 4.2 (b)) tiene forma parabólica, lo que según la ecuación (3.20) nos va a proporcionar un retraso de grupo lineal. Efectivamente en la figura 4.2 (c) el retraso de grupo tiene una variación lineal dentro del ancho de banda de interés, produciéndose grandes oscilaciones fuera del mismo. La mayor desviación de la característica lineal se produce en las longitudes de onda inferiores (en torno a los 1554.5 nm) que son las que se acoplan al comienzo de la red, y se debe a la inercia que sufre la radiación electromagnética debido al cambio brusco de índice efectivo que se produce. Este efecto puede disminuirse utilizando funciones de apodizado con pendientes más suaves a la entrada y a la salida de la red pero por el contrario se modifica en gran medida la condición de Bragg a lo largo de la estructura y en consecuencia se pierde la linealidad de la

característica de retardo en función de la frecuencia. Por tanto hay que llegar a una solución de compromiso, siendo la elección de la función de apodizado tangente hiperbólica la que ofrece mejores prestaciones. Este efecto puede observarse también claramente en la respuesta impulsiva en reflexión (figura 4.2 (d)) ya que aunque tiene forma cuadrática y se ve el efecto de la apodización al empezar la respuesta en cero, se produce una fuerte oscilación al comienzo de la red para luego amortiguarse progresivamente.

4.1.2 Red de difracción Moiré Chirpeada.

Estas redes de difracción Moiré son redes de difracción en fibra que están compuestas por dos perturbaciones del índice de refracción superpuestas. El objetivo que se persigue con el desarrollo de estas redes ha sido principalmente conseguir características de filtrado espectral que trabajen en transmisión, bien mediante la ausencia de perturbación que se produce en algunos puntos a lo largo del eje de la fibra consecuencia del patrón Moiré, o bien reflejando bandas espectrales anchas y dejando entre ellas bandas de paso estrechas que se transmiten [CAR99]. Estas redes también están siendo utilizadas recientemente para conseguir filtros ópticos cuadrados en transmisión y ser utilizados en sistemas de comunicaciones para acceso al medio por división de código, siendo esta aplicación la que se desarrollará a lo largo de este capítulo.

En este apartado sólo pretendemos dar una idea general acerca de las redes Moiré chirpeadas, sin centrarnos en la aplicación que tienen en O-CDMA porque no es directa, sino que surge tras un estudio más completo. Sin embargo una vez caracterizada la red de forma genérica, si podremos comentar el por qué se usan mucho en sistemas WDM. Para ello estudiaremos una red de longitud $L=20$ mm, en la que se superponen dos perturbaciones de forma que la perturbación resultante del índice de refracción viene dada por:

$$n(z) = n_0 + \Delta n_1(z) + \Delta n_2(z) \quad (4.4)$$

$$\Delta n_i(z) = \Delta n_{\max,i} \operatorname{sen}^2 \left(\int_0^z \frac{\pi}{\Lambda_i(z')} dz' \right) \quad i=1,2 \quad (4.5)$$

donde $n_0 = 1.452$ es el índice de refracción medio del núcleo de la fibra sin perturbar e $\Delta n_1(z)$ y $\Delta n_2(z)$ son las perturbaciones del índice de refracción superpuestas que originan la red de difracción y dan lugar al patrón Moiré. Las perturbaciones máximas del índice de refracción para cada una de las perturbaciones son iguales y de valor $\Delta n_{\max,1} = \Delta n_{\max,2} = 7 \times 10^{-4}$, variando los períodos de cada una de las redes de forma lineal entre 535 nm y 534nm la primera y entre 534.94 nm y 533.94 nm la segunda. Las expresiones analíticas de los períodos son:

$$\Lambda_1(z) = 535 \times 10^{-9} + \frac{-1 \times 10^{-9}}{L} z \quad (4.6)$$

$$\Lambda_2(z) = 534.94 \times 10^{-9} + \frac{-1 \times 10^{-9}}{L} z \quad (4.7)$$

donde podemos observar como no hay prácticamente diferencia entre los períodos que barre una red y la otra. Sin embargo ese pequeño desplazamiento de períodos será el que nos proporcione el efecto Moiré. A continuación mostramos de forma gráfica la variación de ambos períodos así como la perturbación resultante en la red Moiré chirpeada:

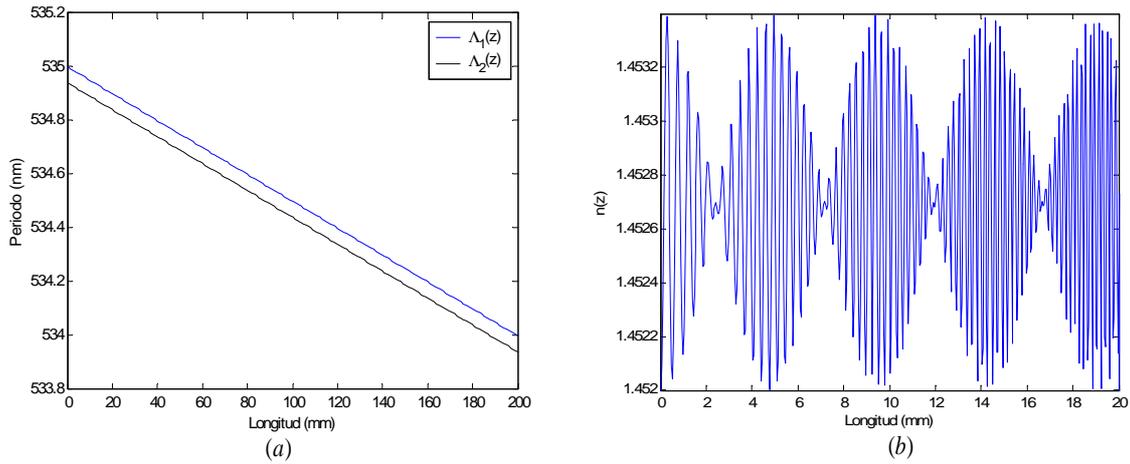


Figura 4.3. (a) Variación de los períodos con la longitud. (b) Perturbación resultante $n(z)$ de la red de difracción Moiré Chirpeada.

En la figura 4.3 (a) se observa la variación lineal de los períodos en función de la distancia. En este caso hemos escogido una variación lineal decreciente, al contrario que lo hicimos con la red linealmente chirpeada. Se aprecia lo comentado acerca de la cercanía entre ambas rectas. El desplazamiento entre una recta y otra es el que proporciona el patrón Moiré. En este caso la perturbación resultante $n(z)$ posee 5 lóbulos (aunque no todos están completos). Si la separación se va haciendo más grande, la diferencia entre el rango de períodos que barre una red y la que barre la otra aumenta, por lo que las perturbaciones interfieren más ya que el argumento de los senos es más dispar, dándose lugar a una perturbación que poseerá un mayor número de lóbulos. Otra cosa que hay que notar es que en este caso el índice de refracción efectivo o medio ha cambiado con respecto a la red linealmente chirpeada, ya que en este caso hemos sumado dos perturbaciones.

Como hemos hecho con la mayoría de redes de difracción, vamos a empezar caracterizando la red Moiré Chirpeada en reflexión, ya que en nuestro trabajo siempre estamos interesados en usar las redes en reflexión. No obstante y dado lo especial de estas redes, también la caracterizaremos en transmisión, ya que también tienen otros usos en esa modalidad y que son más evidentes que el que abordaremos a lo largo del capítulo.

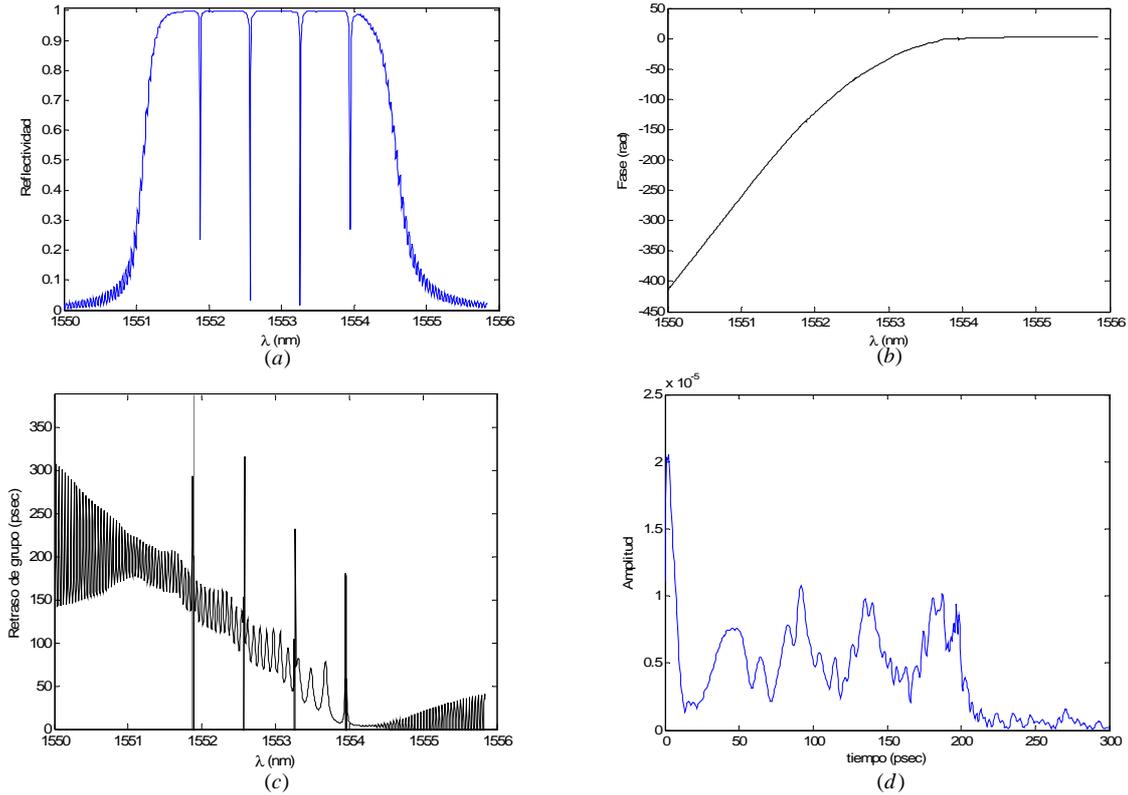


Figura 4.4. Caracterización macroscópica de la red Moiré linealmente chirpeada en reflexión: (a) Reflectividad $R(\lambda)$. (b) Respuesta en fase de la reflectividad $\phi_r(\lambda)$. (c) Retraso de grupo en reflexión $\tau_r(\lambda)$. (d) Respuesta impulsiva en reflexión $|h_r(t)|$.

De la respuesta en reflectividad (figura 4.4. (a)) se puede deducir que se refleja prácticamente toda la banda seleccionada por los períodos de las redes excepto algunas longitudes de onda en las que hay reflectividad nula, es decir, la respuesta en reflectividad está compuesta por lóbulos, como analogía a la perturbación. De hecho, la respuesta en reflectividad y la perturbación poseen el mismo número de lóbulos, ya que como es evidente cada uno de ellos está relacionado con un determinado rango de frecuencia. En los sitios donde la perturbación se anula también se están anulando los períodos que se acoplaban en esa zona y por tanto esas longitudes de onda dadas por la condición de Bragg $\lambda_B(z) = 2n_{eff}\Lambda(z)$ no serán reflejadas. Estos son los mínimos que aparecen en el espectro de reflexión. En la figura 4.4 (b) se muestra la característica en fase, observándose una variación aproximadamente parabólica dentro de la banda de interés, aunque no es una variación completamente parabólica como muestra el retardo de grupo. Este retardo, es mostrado en la figura 4.4 (c) y se observa que su variación en la banda de interés es aproximadamente lineal y decreciente. Es decreciente porque al ser el período también decreciente, al final del dispositivo se acoplan las λ más pequeñas, que son las que presentan un retraso de grupo mayor al recorrer más distancia, mientras que las λ superiores se acoplan al principio y poseen un retraso de grupo cercano a cero. Como

hemos comentado, este retraso no es completamente lineal, observándose un pequeño rizado superpuesto, debido a pequeñas variaciones de la fase con respecto a la variación cuadrática y que se pueden observar con un zoom de la figura 4.4 (b). Además de este pequeño rizado, el retardo de grupo presenta grandes picos en las longitudes de onda en las que la reflectividad es mínima o prácticamente nula. Esos picos son evidentes, pues al no ser reflejadas, en esas longitudes de onda el retraso de grupo tiende a infinito. Por último en la figura 4.4 (d) se presenta el valor absoluto de la respuesta impulsiva, de la que podemos decir que es muy similar a la que se obtuvo en la red linealmente chirpeada, aunque posee máximos y mínimos característicos del patrón Moiré que ha dado lugar a la red. Es muy fácil observar, que al igual que la reflectividad $R(\lambda)$ o la perturbación $n(z)$, la respuesta impulsiva también posee 5 máximos y 4 mínimos situados en posiciones intermedias.

A continuación vamos a presentar la característica en transmisión de la red, en la figura 4.5 que posee un formato similar al de la figura 4.4.

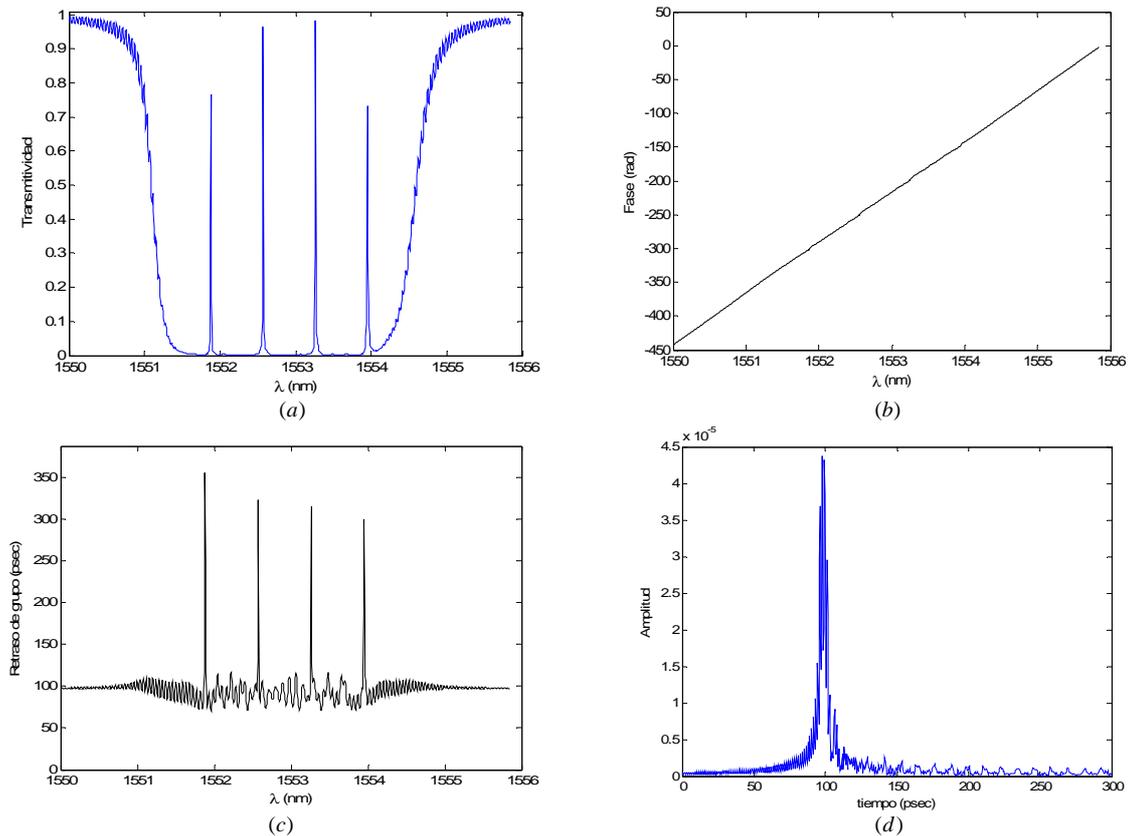


Figura 4.5. Caracterización macroscópica de la red Moiré linealmente chirpeada en transmisión: (a) Transmitividad $T(\lambda)$. (b) Respuesta en fase de la transmitividad $\phi_t(\lambda)$. (c) Retraso de grupo en transmisión $\tau_t(\lambda)$. (d) Respuesta impulsiva en transmisión $|h_t(t)|$.

Como se puede ver en la figura 4.5 (a), la respuesta de la transmitividad posee 4 máximos en la banda de interés, pudiéndose utilizar este dispositivo en transmisión para filtrado óptico multicanal en sistemas WDM. Si este es el objetivo, basta con una adecuada

elección de los parámetros de la red para obtener una colocación de máximos y separación entre ellos adecuada. La fase se muestra en la figura 4.5 (b) y tiene una forma lineal, lo que dará un retraso de grupo prácticamente constante. En el retraso de grupo en transmisión (figura 4.5 (c)) se muestra que los canales o longitudes de ondas seleccionadas poseen un retraso aproximadamente igual, ya que todas deben de recorrer la longitud completa del dispositivo. Por ello el retraso de grupo posee picos a las longitudes de onda donde hay máximos de transmitividad y cuyo valor máximo nos da el retraso asociado a esa longitud de onda. Con respecto a la respuesta impulsiva en transmisión (figura 4.5 (d)) cabe decir que es muy parecida a la de la red linealmente chirpeada, y que es la resultante de la suma de las respuestas impulsivas de cada uno de los picos de transmisión, y como cada uno está a longitud de onda diferente se produce un pulso con una envolvente muestreada. Esto se produce porque en reflexión cada longitud de onda recorre un camino diferente, luego a la salida se tiene una respuesta impulsiva detrás de la otra. En transmisión todas las frecuencias recorren el mismo camino, obteniéndose a la salida un único pulso compuesto por la suma de varios. Este efecto ya lo vimos en el capítulo 3 en un contexto algo diferente. En ese capítulo ya comentamos el por qué de la obtención de un pulso cuya envolvente está muestreada. Este resultado viene a corroborar lo que ya obtuvimos en el sistema FH-CDMA. En la figura 4.6 mostramos una ampliación del valor absoluto la respuesta impulsiva en transmisión $|h^+(z=L,t)|$.

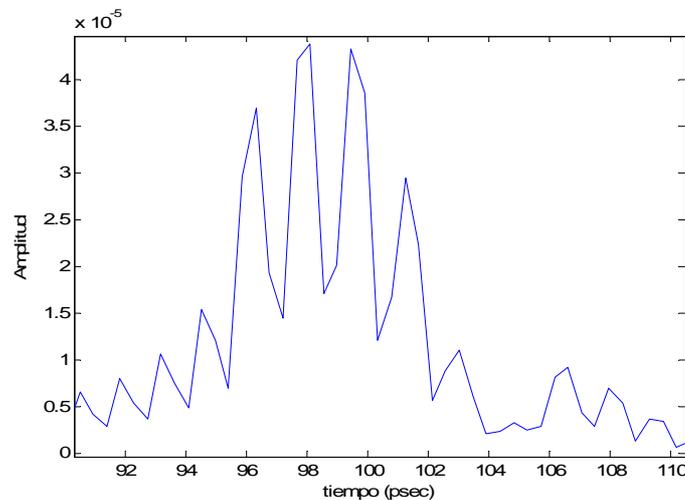


Figura 4.6. Respuesta impulsiva en transmisión $|h^+(z=L,t)|$ de la red Moiré linealmente chirpeada.

En la figura anterior se observa el efecto que ya hemos comentado, producido por la suma de respuestas impulsivas similares pero a distinta frecuencia.

4.2 WE/TS O-CDMA CON REDES MOIRÉ CHIRPEADAS.

4.2.1 Principios de operación en WE/TS O-CDMA.

El acceso al medio por división de código óptico (O-CDMA) tiene un especial interés en el acceso múltiple de redes de área local (LAN's) ya que su potencial permite que haya múltiples usuarios que compartan el mismo medio asincrónicamente. A lo largo de los últimos años se han propuesto múltiples aproximaciones a esta técnica, incluida aquellas que usan redes de difracción y que son las que estamos tratando en este trabajo.

En este capítulo nos vamos a centrar en los esquemas WE/TS O-CDMA incoherentes que usan para ello redes de difracción Moiré chirpeadas para realizar las operaciones de codificación y decodificación, todo ello en fibra. La principal diferencia de este esquema con otros es que en este sólo necesitaremos una única estructura pasiva (red de difracción Moiré) para realizar simultáneamente la codificación en frecuencia o longitud de onda (WE) y para realizar el ensanchado en el tiempo (TS). Para demostrar este cometido, trabajaremos con un sistema en el que habrá 4 usuarios y en el que mostraremos los principios de codificación y decodificación así como verificaremos el rechazo a la interferencia multiacceso (MAI).

En un principio, la codificación resulta de la reflexión de un pulso de banda ancha en una red de difracción Moiré chirpeada. La señal codificada incluye longitudes de onda del pulso de entrada ensanchadas o reordenadas en un orden definido por la combinación de las características espectrales y temporales de la red, es decir, en función del patrón WE/TS. En la decodificación, las longitudes de onda deben de ser recuperadas en el mismo slot de tiempo, proceso que se denomina desensanchado (*despread*). Las estructuras del codificador y decodificador son idénticas redes Moiré chirpeadas, en las que usaremos las reflexiones tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda (girando físicamente la red). Hay que notar que este esquema es incoherente desde el punto de vista de que no estamos reconstruyendo el pulso de banda ancha original que había a la entrada.

Los múltiples usuarios del sistema son diferenciados por códigos, cada uno de los cuales está definido por el patrón WE/TS que tiene asociado, es decir, que longitudes de onda se codifican y en que slot de tiempo lo hace cada una. Sin embargo en este esquema vamos a usar como codificadores y decodificadores redes Moiré chirpeadas, por lo que se presentará una limitación entre la codificación en frecuencia y el slot de tiempo que se le asocia a cada una. Esta limitación no es más que estas redes consisten en una superposición de variaciones lineales de los períodos, por lo que cada período y su longitud de onda asociada lo hace en una determinada zona de la red que llevará asociado un determinado retraso. Este retraso no puede ser modificado por lo que no hay libertad a la hora de elegir el slot en el que se refleja cada longitud de onda. La limitación afecta al patrón TS, cuyo

número estará limitado, aunque se podrán tener múltiples patrones WE. Esta limitación viene de usar una única red, que es una de las grandes ventajas de este esquema. En este sistema estaremos algo limitados en lo que se refiere al número máximo de códigos (y por tanto el número máximo de usuarios) que se podrán obtener con unas condiciones de interferencia dadas. No obstante si el número de usuarios en la red no es muy elevado, el hecho de que cada codificador y decodificador consisten en una única red puede aportar considerables ahorros de costes y de complejidad.

El sistema que vamos a simular en este capítulo se presenta en la figura 4.7:

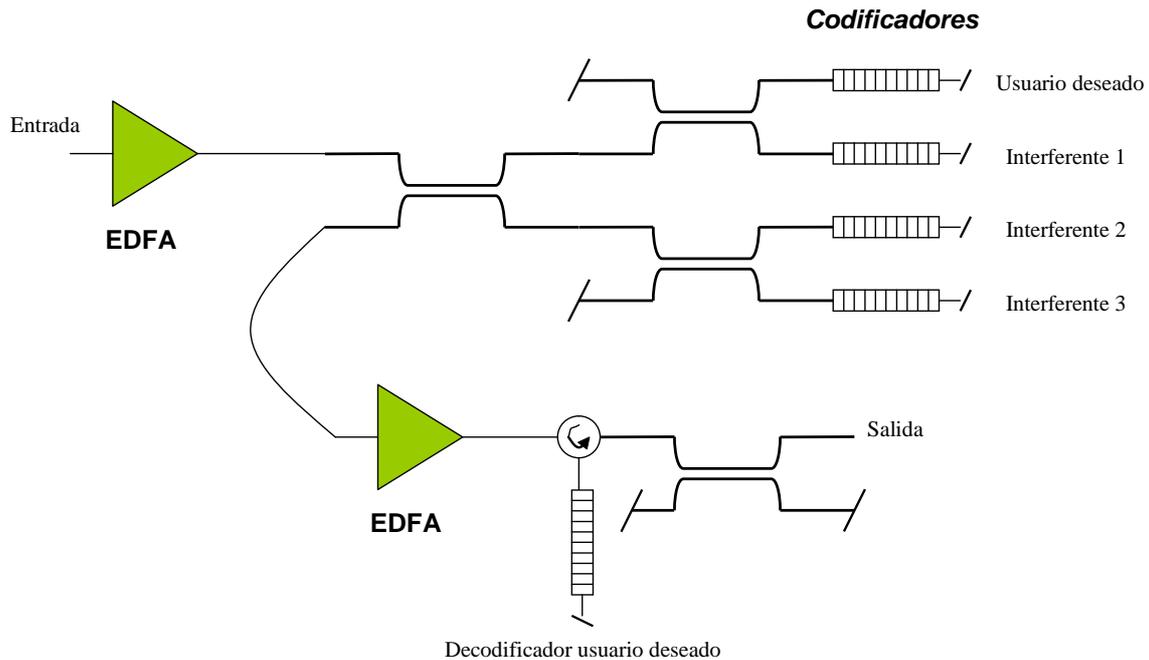


Figura 4.7. Esquema básico del sistema WE/TS O-CDMA usando redes Moiré linealmente chirpeadas con 4 usuarios. EDFA: Amplificador de fibra dopada con Erblio.

Como vemos en la figura 4.7, cada usuario posee una red Moiré que usa como codificador, mientras que como decodificador se usa la red Moiré del usuario deseado. Estas redes son las que se usan para implementar los códigos. Estos códigos pueden ser diseñados estrictamente ortogonales (los diferentes patrones temporales TS no poseen longitudes de onda que solapen con otros códigos) o cuasiortogonales (los diferentes patrones de codificación en frecuencia WE poseen al menos una longitud de onda que solapa con otro código). De esta forma, los códigos pueden ser representados por un array $1 \times N$, en el cual cada entrada indica la longitud de onda mientras que la correspondiente posición designa el slot de tiempo en el que es reflejada. N es la longitud del código mientras que las w entradas distintas de cero en el array determinan el peso del código.

Ya hemos comentado que en este sistema existen ciertas limitaciones, que no son más que por ejemplo la primera entrada del array puede tener un 1 indicando que en ese slot se refleja λ_1 o bien puede haber un 0 indicando que en ese slot no se refleja nada. Sin

embargo no puede haber otra entrada, puesto que en ese slot de tiempo se refleja la longitud de onda que están situadas en el primer lóbulo de reflexión o primer lóbulo de la perturbación $n(z)$. De forma genérica, en el slot i hay dos posibilidades: o se refleja λ_i si así consta en el patrón WE o bien no se refleja nada.

4.2.2 Diseño de los codificadores y decodificadores.

En este apartado vamos a estudiar como es posible la obtención de los códigos deseados a partir de una red de difracción Moiré linealmente Chirpeada. Nuestro sistema va a estar compuesto por 4 usuarios, uno deseado y 3 interferentes, cuyos códigos podrán escoger de un patrón WE consistente en 8 longitudes de onda y se definen a continuación:

$$c_{des} = [0, 2, 0, 4, 0, 0, 7, 0] \quad (4.8)$$

$$c_{int}^1 = [0, 2, 3, 0, 5, 0, 0, 0] \quad (4.9)$$

$$c_{int}^2 = [1, 0, 3, 0, 5, 0, 0, 0] \quad (4.10)$$

$$c_{int}^3 = [0, 0, 3, 0, 5, 0, 0, 8] \quad (4.11)$$

Se puede ver que el usuario interferente 1 (c_{int}^1) tiene un código cuasiortogonal al del usuario deseado (λ_2 es la longitud de onda que solapa), mientras que los usuarios interferentes 2 y 3 (c_{int}^2 y c_{int}^3 respectivamente) tienen un código estrictamente ortogonal al del usuario deseado. Como ya hemos comentado más de una vez, el decodificador tiene el código complementario a c_{des} , que es representado por:

$$\bar{c}_{des} = [0, 7, 0, 0, 4, 0, 2, 0] \quad (4.12)$$

En un principio tratamos con una red cuya perturbación tendrá una longitud L_{per} , así como n_0 será el índice de refracción del núcleo sin perturbar, $\Delta n_{max,i}$ será el índice de modulación máximo de la perturbación i que supondremos iguales y las respectivas variaciones de los períodos de cada una de las perturbaciones serán $\Lambda_1(z)$ y $\Lambda_2(z)$.

En este caso estamos trabajando con un patrón WE compuesto por 8 longitudes de onda, por lo que como ya hemos visto, necesitaremos 8 lóbulos de la respuesta en reflectividad (un lóbulo por cada longitud de onda). Esto implica que necesitamos una perturbación del índice de refracción que tenga 8 lóbulos, con mínimos intercalados entre los máximos. Estos mínimos darán una reflectividad nula, y como hemos comentado vienen impuestos porque en el patrón Moiré en ese punto la perturbación es nula, y por tanto el índice de refracción es igual al del núcleo de la fibra. Por tanto, a la hora de diseñar una red de difracción Moiré chirpeada es necesario saber las posiciones de esos mínimos. Ya hemos comentado que el número de lóbulos depende del desplazamiento de $\Lambda_1(z)$ con

respecto a $\Lambda_2(z)$. Este desplazamiento lo medimos como la diferencia existente entre los cortes con el eje z , por lo que se puede apreciar que este desplazamiento puede ser controlado variando las pendientes de las rectas $\Lambda_1(z)$ y $\Lambda_2(z)$. De esta forma, la separación entre los canales en transmisión de la red, o equivalentemente la separación entre los mínimos de reflectividad (relacionados con los mínimos de $n(z)$) se fija mediante la pendiente de la función lineal de variación del período de la red. Además como en la fibra hemos superpuesto dos variaciones del período de la red, la primera determina una condición de Bragg que varía linealmente a lo largo de la estructura mientras que la segunda variación del período de la red establece la misma condición de Bragg pero en distinta frecuencia, ya que se han desplazado los períodos. Por tanto, en la red existen dos puntos físicos con el mismo período de red y que por tanto acoplan la misma frecuencia. Este efecto no es más que un resonador Fabry-Perot selectivo en frecuencias, situándose los mínimos de reflectividad a las frecuencias a las que se cumple la condición de interferencia destructiva en la onda contradireccional. Sea Δz la separación entre los puntos que acoplan la misma frecuencia dentro de nuestra red y sea Δf la separación en frecuencia de los mínimos de reflectividad o canales WDM en transmisión, debido al efecto Fabry-Perot se puede concluir que ambas magnitudes están relacionadas por la siguiente expresión:

$$\Delta f = \frac{c}{2 \cdot \Delta z \cdot n_{eff}} \quad (4.13)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y n_{eff} es el índice de refracción efectivo de la red, una vez que se han superpuesto todas las perturbaciones. La expresión anterior resulta de particularizar la diferencia de frecuencias seleccionadas por un resonador Fabry-Perot en el caso que su longitud sea Δz . Hay que recordar que un resonador de longitud L_m e índice de refracción n , selecciona las frecuencias que vienen dadas por $f_p = p \frac{c}{2L_m n}$.

En la figura 4.8 se muestra la diferencia entre las variaciones lineales de los períodos $\Lambda_1(z)$ y $\Lambda_2(z)$, de forma que es esta magnitud una de las más importantes en el diseño. Mostraremos un caso en el que las pendientes son positivas, aunque de forma análoga se puede tratar el caso en el que las pendientes sean negativas. Para encontrar el desplazamiento basta con extrapolar las rectas hasta los cortes por cero. Una vez que se tienen definidas las variaciones de los períodos, la perturbación resultante se puede expresar como:

$$n(z) = n_0 + \Delta n_{max} \text{sen}^2 \left(\int_0^z \frac{\pi}{\Lambda_1(z')} dz' \right) + \Delta n_{max} \text{sen}^2 \left(\int_0^z \frac{\pi}{\Lambda_2(z')} dz' \right) \quad (4.14)$$

donde ya hemos supuesto que los índices de modulación son iguales en las dos perturbaciones a superponer.

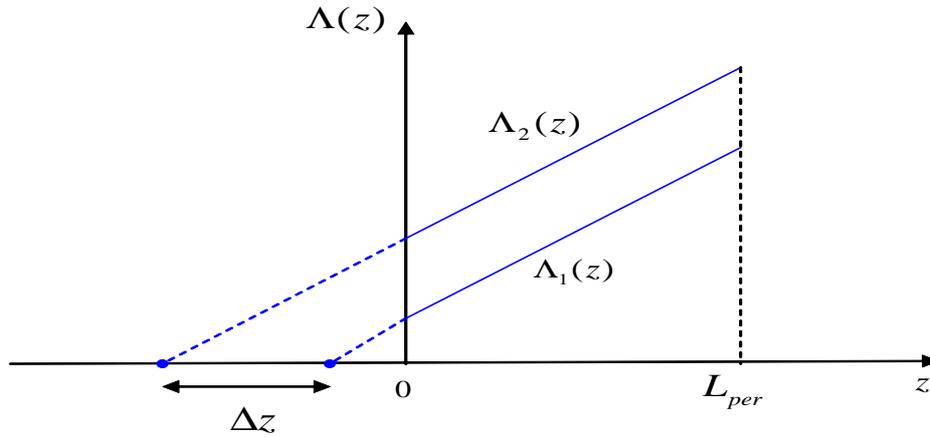


Figura 4.8. Desplazamiento entre las variaciones lineales de los períodos de una red Moiré chirpeada donde las pendientes son positivas.

Una vez definido los períodos con su correspondiente desplazamiento, tendremos una respuesta con una reflectividad cuyos mínimos están separados según indica la expresión (4.13). Por tanto, el ancho de banda que se tiene debe de ser lo suficientemente amplio como para que tengan cabida todos los lóbulos que se desean. Si el ancho de banda es suficiente y no plantea problemas, hay que tener en cuenta que para conseguir un espectro en reflexión con N lóbulos, hay que diseñar el sistema para que en nuestra banda entren $N - 1$ mínimos. Entre esos $N - 1$ habrá un total de $N - 2$ lóbulos, a los que habrá que sumar los lóbulos laterales (desde el primer o último mínimo hasta el final de la banda que estamos acoplando con los períodos). Estos lóbulos laterales pueden que no tengan el mismo ancho que los demás, cosa que en principio no aporta problemas si se diseña con cuidado.

En nuestro caso queremos 8 lóbulos en el espectro de reflexión, por lo que hay que conseguir 8 lóbulos en la perturbación resultante $n(z)$, cada uno de los cuales está relacionado de forma biunívoca con la reflectividad $R(\lambda)$. En la figura 4.9 se muestra la perturbación resultante del índice de refracción con la que se consiguen 8 lóbulos y a su vez la reflectividad que se obtiene. En cada lóbulo indicamos la frecuencia o longitud de onda que acopla, para que se vea de forma más sencilla la relación entre $n(z)$ y $R(f)$. No obstante, esta figura sólo nos muestra una red Moiré chirpeada tal y como la hemos caracterizado ya en un apartado anterior. Como muestra la reflectividad, esta red reflejará las 8 longitudes de onda, ya que su respuesta posee los 8 lóbulos. Nuestra forma de intentar cambiar la reflectividad tiene que ser diseñando perturbaciones del índice de refracción que posibiliten que haya longitudes de onda que no se reflejen, es decir, tenemos que encontrar un método que nos permita grabar en una red de difracción el patrón WE. Si no fuese de

esta forma, no podríamos diseñar códigos distintos para cada usuario, y por tanto no se podría usar este dispositivo en WE/TS O-CDMA.

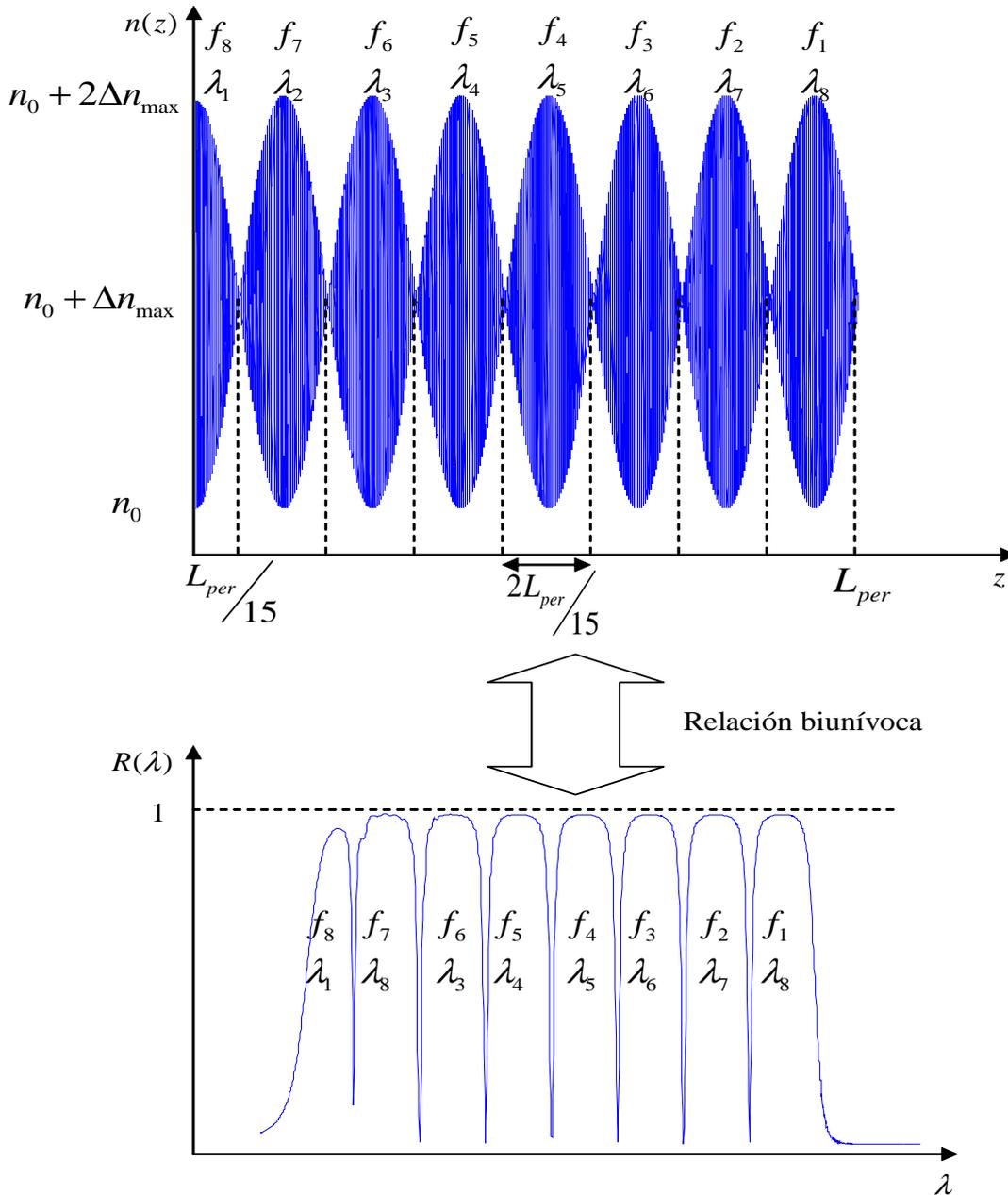


Figura 4.9. Relación entre el índice de refracción $n(z)$ y la reflectividad $R(\lambda)$ para una red Moiré chirpeada con 8 lóbulos en la banda de trabajo.

Por tanto hasta ahora lo que tenemos es un selector de canales WDM que trabaja en transmisión. Para poder usar este dispositivo necesitamos que el índice de refracción (y por tanto la reflectividad) sólo posea los lóbulos que indican los códigos dados por las ecuaciones (4.8) a (4.11).

Nuestro objetivo a partir de ahora será diseñar perturbaciones que al hacerlas incidir sobre la estructura que hemos caracterizado en la figura anterior nos permitan quedarnos sólo con los lóbulos deseados y eliminar el resto para así de esta forma poder implementar los códigos de los distintos usuarios. No obstante nuestro método se basa en un diseño de

perturbaciones a medida mediante una superposición de perturbaciones. Es por esto por lo que hay que detenerse en este punto, para analizar más detalladamente cuál es el proceso que estamos siguiendo. Tal y como ya comentamos en el apartado 3.1.2 (subapartado I) la expresión genérica de una perturbación viene dada por la siguiente expresión:

$$n(z) = n_0 + \Delta n(z) \quad (4.15)$$

donde n_0 es el índice de refracción del núcleo de la fibra sin perturbar e $\Delta n(z)$ representa la perturbación del índice de refracción que produce la red de difracción en la fibra. Este $\Delta n(z)$ será siempre positivo debido a que en el efecto fotorefractivo el índice de refracción responde a la potencia óptica de luz que recibe. Por tanto al sumar perturbaciones estamos haciendo un proceso de *crecimiento* del índice de refracción, de forma que la eliminación de los lóbulos que no pertenecen al código no es directa, sino que será el resultado de sumar una perturbación especial que hará que la nueva perturbación (con un índice de refracción medio mayor) no poseerá ya esos lóbulos. Para saber la perturbación que hay que sumar, usamos la expresión del índice de refracción de la red Moiré chirpeada descrita en la ecuación (4.14) y la siguiente relación trigonométrica:

$$\text{sen}^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} \quad (4.16)$$

por tanto, si a la expresión anterior le sumamos $\frac{\cos(2\alpha)}{2}$ nos queda:

$$\text{sen}^2(\alpha) + \frac{\cos(2\alpha)}{2} = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} + \frac{\cos(2\alpha)}{2} = \frac{1}{2} = \text{cte} \quad (4.17)$$

Luego sumando el coseno del ángulo doble conseguimos que el resultado se constante, por lo que si en esa zona hay un lóbulo que no pertenece al código, el resultado ya no lo poseerá sino que tendrá un índice de refracción constante. Si ya nos referimos más concretamente al caso de la red Moiré, tenemos que la perturbación a sumar a la ecuación (4.14) sería:

$$n_{\text{cosenoidal}}(z) = \Delta n_{\text{max}} + \frac{\Delta n_{\text{max}}}{2} \cos\left(\int_0^z \frac{2\pi}{\Lambda_1(z')} dz'\right) + \frac{\Delta n_{\text{max}}}{2} \cos\left(\int_0^z \frac{2\pi}{\Lambda_2(z')} dz'\right) \quad (4.18)$$

donde el objetivo del término constante Δn_{max} no es otro que la perturbación anterior no tenga ningún punto en el que se requiera un índice de refracción negativo, puesto que como ya hemos visto, no podemos restar índice de refracción, sino que siempre hay que hacerlo crecer. Hay que hacer notar que la ecuación (4.18) nos proporciona una perturbación en toda la longitud de la red de forma que si se la sumamos a la perturbación original de la red Moiré nos quedará un índice de refracción constante en toda la red. Sin embargo esto no plantea ningún problema ya que si lo que se quiere es eliminar un lóbulo comprendido entre z_1 y z_2 , lo que haremos es que la integral de los argumentos de los

cosenos variarán sólo en ese intervalo, quedando entonces una perturbación a sumar sólo en ese intervalo, mientras que en el resto sumaremos Δn_{\max} para mantener el índice medio, ya que en el intervalo $[z_1, z_2]$ la perturbación ha crecido.

Aunque en principio aquí hablamos de argumentos de funciones cosenoidales y de integrales, realmente esto se puede hacer de forma física. Para ello sólo necesitaremos dos funciones de variación lineal del período $\Lambda_1'(z)$ y $\Lambda_2'(z)$ que se definirán de la forma:

$$\Lambda_1'(z) = \Lambda_1(z) \quad z \in [z_1, z_2] \quad (4.19)$$

$$\Lambda_2'(z) = \Lambda_2(z) \quad z \in [z_1, z_2] \quad (4.20)$$

de forma que es como si estuviésemos extrayendo el trozo de recta que realmente nos interesa. Una vez definidos esos períodos, nuestra longitud es la del intervalo, que será por ejemplo L' (tomando z_1 como nuestro nuevo origen de coordenadas), por lo que la perturbación cosenoidal queda como:

$$n_{\text{cosenoidal}}(z) = \Delta n_{\max} + \frac{\Delta n_{\max}}{2} \cos\left(\int_0^{L'} \frac{2\pi}{\Lambda_1'(z')} dz'\right) + \frac{\Delta n_{\max}}{2} \cos\left(\int_0^{L'} \frac{2\pi}{\Lambda_2'(z')} dz'\right) \quad (4.21)$$

Este razonamiento no tiene más objetivo que mostrar que lo que estamos sumando son perturbaciones totalmente válidas y que en general podrían ser perturbaciones válidas en otras redes de difracción, con la propiedad de que si se la sumamos a nuestra red Moiré chirpeada nos permite en cierta forma ir construyendo los códigos. Para ello veamos el proceso de forma gráfica que se ilustra a continuación en la figura 4.10.

En ella se muestra como sería posible eliminar el segundo de los lóbulos de una red Moiré con 2 lóbulos en total. Este proceso se puede extender a un caso más general. Hay que destacar la importancia del término de continua de la perturbación cosenoidal y también el hecho de que hemos pasado de una perturbación $n_{MFG}(z)$ con índice efectivo $n_{\text{eff}} = n_0 + \Delta n_{\max}$ a una perturbación $n_{MFG}'(z)$ con índice efectivo $n_{\text{eff}} = n_0 + 2\Delta n_{\max}$, debido precisamente al término de continua. Este hecho será fundamental a la hora de diseñar los codificadores, porque cuando se construya la red Moiré que servirá como base debemos de tener en cuenta el índice efectivo que se conseguirá al final del proceso, puesto que las longitudes de onda acopladas dependerán de ello según la condición de Bragg.

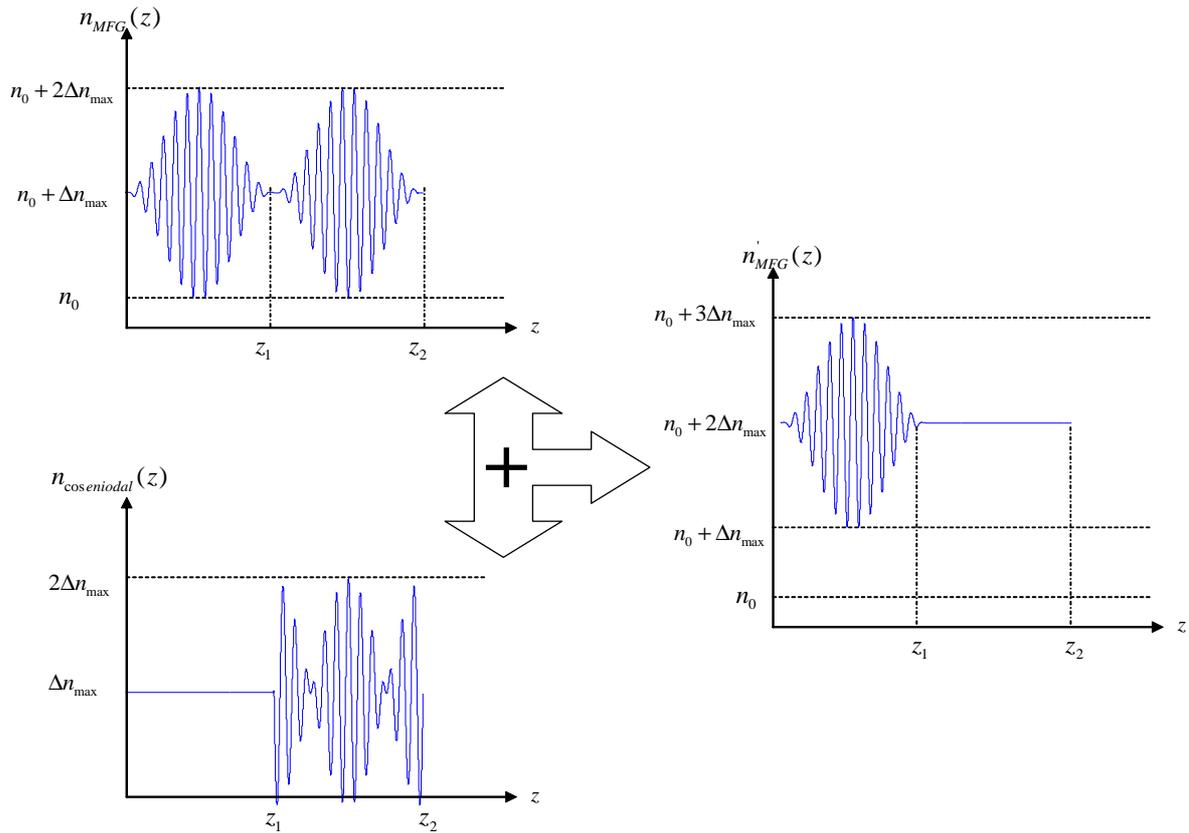


Figura 4.10. Eliminación de lóbulos no deseados de la perturbación mediante el crecimiento de la red Moiré chirpeada (MFG) con una perturbación cosenoidal.

4.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA.

Una vez desarrollado el método de diseño con redes Moiré linealmente chirpeadas para la obtención de los codificadores y decodificadores, el siguiente paso es realizar ya una simulación concreta de un sistema de ese tipo, de forma que se puedan extraer más información. Para ello dividiremos la simulación en varios apartados, de forma que podamos ir avanzando desde la construcción de la CMG hasta el análisis de la transmisión de información y de la interferencia multiacceso (MAI).

I. Red Moiré linealmente chirpeada (CMG) base.

Como ya hemos visto, la base de este sistema es una única red en la que hacemos incidir dos variaciones lineales del período de red, de forma que como resultado se obtiene un patrón de interferencia denominado patrón Moiré y que posee unas características especiales. En nuestro caso usaremos una fibra con índice del núcleo $n_0 = 1.452$ en la que haremos incidir dos perturbaciones, ambas con $\Delta n_{\max} = 6 \times 10^{-4}$ a lo largo de una longitud $L_{per} = 35mm$. En esta red se tendrá un índice de refracción efectivo igual a

$n_{eff} = n_0 + \Delta n_{max} = 1.4526$, ya que se han superpuesto dos perturbaciones. Nótese que la longitud es bastante grande comparado con lo que hemos visto hasta el momento. Esto es debido a que una única red se está usando para acoplar un gran ancho de banda. En nuestro caso van a ser 8 longitudes de onda, lo que en el capítulo anterior se hubiese hecho con 8 redes separadas por trozos intermedios de fibra, de forma que con toda probabilidad la longitud del dispositivo completo superase el de la CMG. Se podría trabajar con longitudes inferiores de la red Moiré, pero esto repercutiría en una pérdida de calidad de la respuesta en frecuencia ya que cada período, y por tanto longitud de onda, estarían peor acoplados.

En cuanto a la variación de los períodos, se hace de forma que la reflectividad presente mínimos separados 100 Ghz. A la hora de determinar los períodos o bien la separación entre rectas, es necesario usar el índice de refracción efectivo. En nuestro caso usamos $n'_{eff} = n_{eff} + \Delta n_{max}$, ya que como se muestra en la figura 4.10, al final del proceso tenemos una perturbación con índice de refracción efectivo n'_{eff} debido a la contribución de la perturbación cosenoidal. De esta forma se intenta compensar un poco el aumento de índice efectivo final, para que así las longitudes de onda o frecuencias acopladas sean lo más cercanas a las que se diseñaron inicialmente. El ancho de banda que vamos a usar estará aproximadamente comprendido entre $\lambda_{ini} = 1548.14nm$ y $\lambda_{fin} = 1554.16nm$, valores que nos proporcionan los ocho lóbulos y que nos permiten obtener los períodos tal y como sigue:

$$\Lambda_1(z=0) = \frac{\lambda_{ini}}{2n'_{eff}} = 532.67nm, \quad \Lambda_1(z=L_{per}) = \frac{\lambda_{fin}}{2n'_{eff}} = 534.74nm \quad (4.22)$$

$$\Delta\Lambda = \Lambda_1(z=L) - \Lambda_1(z=0) = 2.0713nm \quad (4.23)$$

$$\Delta z = \frac{c}{2n'_{eff} \cdot 100 \cdot 10^9} = 1.03 \times 10^{-3} \quad (4.24)$$

$$\Lambda_2(z=0) = \pm \Delta z \frac{\Delta\Lambda}{L_{per}} + \Lambda_1(z=0) = 532.73nm \quad (4.25)$$

donde la elección del signo de la ecuación (4.25) sólo depende de si se va a situar la segunda perturbación por encima o por debajo de la primera. En nuestro caso hemos tomado el signo positivo, sin embargo esto no es un factor importante ya que el grueso de los períodos es compartido por ambas perturbaciones y sólo se diferencian en los extremos, y las primeras o últimas longitudes de onda acopladas no son de vital importancia en los codificadores y decodificadores.

Una vez que se han superpuesto las perturbaciones, mostramos en la figura 4.11 las características de esta red. En la figura 4.11 (a) se muestra la perturbación resultante, que como ya hemos comentado posee 8 lóbulos. Cabe comentar que el primero de ellos tiene

una longitud igual a la mitad de los demás, por lo que su comportamiento no es idéntico a los demás como se desprende de la figura 4.11 (b).

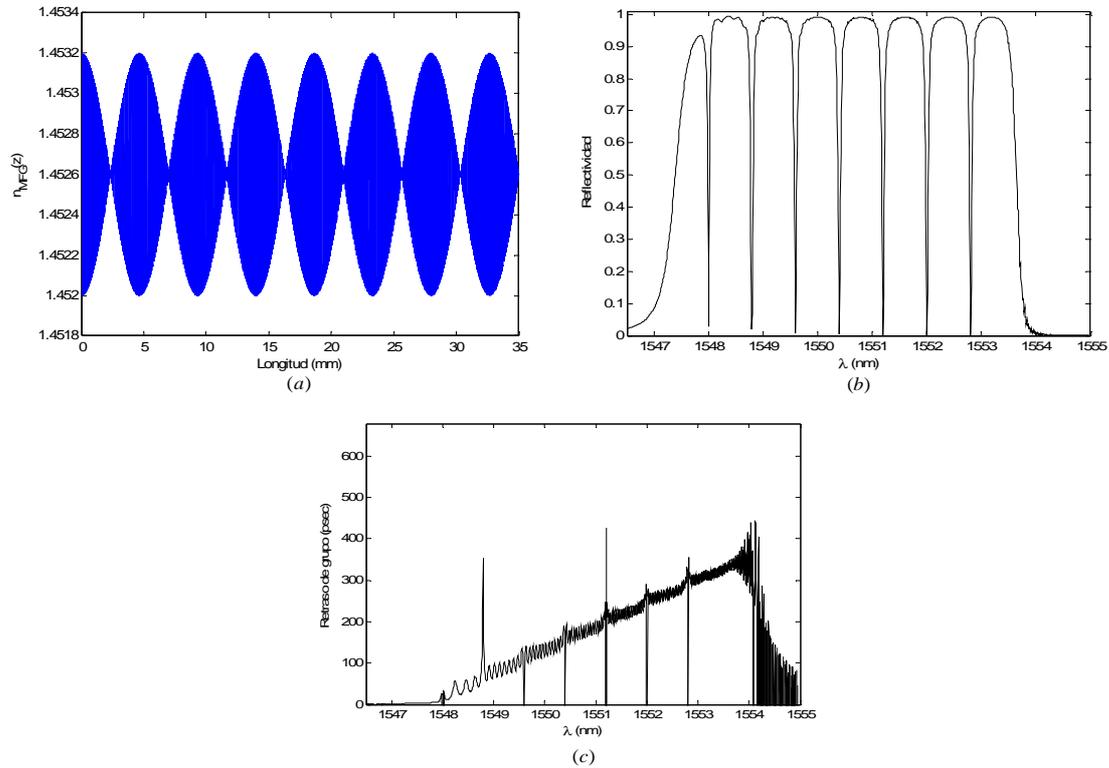


Figura 4.11. (a) Perturbación resultante de la MFG $n_{MFG}(z)$. (b) Reflectividad $R(\lambda)$. (c) Retraso de grupo en reflexión $\tau_r(\lambda)$.

En cuanto al retraso de grupo (figura 4.11 (c)) se observa que es lineal excepto en los extremos (frecuencias no acopladas) y en aquellas frecuencias en las que la reflectividad es mínima. Se observa por tanto como hay una relación indisoluble entre el patrón WE y el patrón TS, pues no podemos conseguir un retraso de grupo a nuestro antojo, sino que sólo podemos conseguir que sea lineal.

II. Codificadores y decodificadores.

Para conseguir los codificadores y decodificadores adecuados construimos una perturbación tal y como indica la ecuación (4.21) en las zonas en las que estamos interesados en suprimir lóbulos. Una vez realizado este proceso ya tenemos implementados los códigos mediante redes de difracción. A continuación mostramos las perturbaciones obtenidas en cada uno de los casos.

La figura 4.12 (a)-(d) muestra las perturbaciones de los 4 usuarios del sistema. Se observa que en las zonas en las que no hay que acoplar ninguna longitud de onda porque esa zona no pertenece al patrón WE lo que encontramos es un índice de refracción igual al efectivo, de forma que en esas zonas no habrá reflexión.

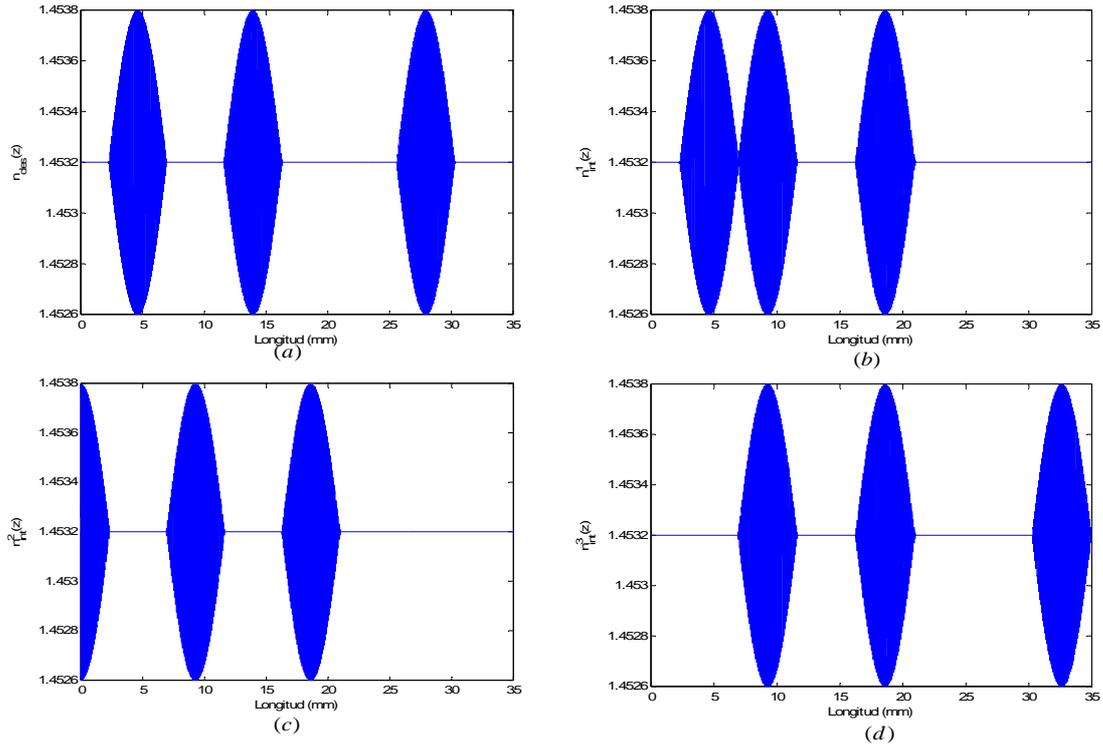


Figura 4.12. Perturbaciones resultantes de los 4 usuarios, deseado e interferentes: (a) $n_{des}(z)$.
 (b) $n_{int}^1(z)$. (c) $n_{int}^2(z)$. (d) $n_{int}^3(z)$.

Ahora procedemos a caracterizar cada una de esas redes, para así obtener las respuestas en frecuencia de los codificadores y decodificadores y observar ya realmente que se corresponden con los códigos de cada usuario. Esto se puede apreciar en la figura 4.13, en la que en la figura (a) se muestra la respuesta en frecuencia del usuario deseado y del interferente 1. Claramente se ve como ambos tienen un código cuasiortogonal, pues su respuesta comparte un pico en λ_2 . Sin embargo estos usuarios no coinciden en las restantes longitudes de onda, pero los lóbulos se ensanchan más de lo esperado por lo que se tiene que gran parte de la respuesta centrada en λ_3 solapa con la respuesta centrada en λ_4 , y así ocurre con todas las longitudes de onda adyacentes. La figura 4.13 (b) muestra los usuarios interferentes 2 y 3, que comparten dos lóbulos. Sin embargo tampoco van a ser estrictamente ortogonales al usuario deseado debido al ensanchamiento de los lóbulos. Este efecto se produce por haber eliminado parte de la perturbación original, y como las dos perturbaciones están desplazadas una con respecto a la otra, la eliminación justo en los bordes sólo afecta a una perturbación, por lo que la otra mantiene ese pequeño rango de longitudes de onda sin alterar, por lo que proporciona una pequeña respuesta. Esta respuesta es pequeña debido a que no se produce el efecto Fabry-Perot entre las dos perturbaciones, pero es lo suficiente como para que los lóbulos se ensanchen un poco y den unos resultados que no eran los esperados.

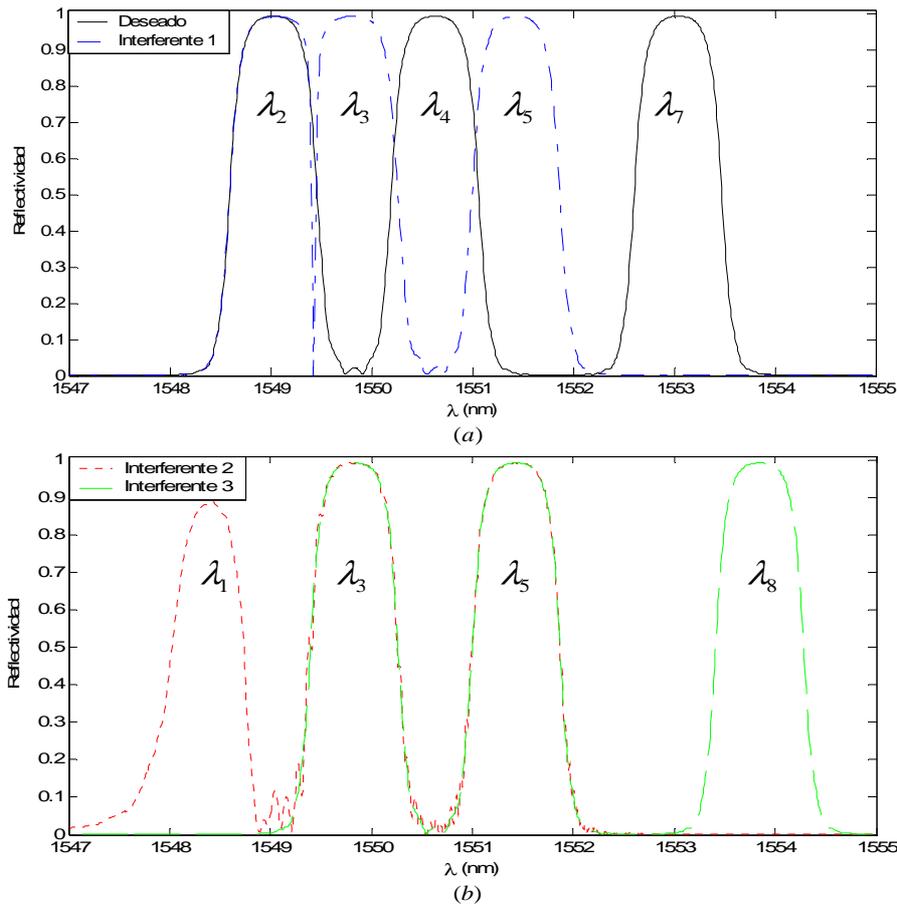


Figura 4.13. Respuesta en frecuencia de los codificadores: (a) Usuario deseado e interferente 1. (b) Usuarios interferente 2 y 3.

Este ensanchamiento provocará que al multiplicar las respuestas de los codificadores de los usuarios interferentes por la respuesta del decodificador del usuario deseado se obtengan valores altos en zonas del espectro donde en teoría la respuesta debía de ser nula, lo que repercutirá en una interferencia multiusuario intolerable. Esta elevada interferencia se puede ver mejor si mostramos las respuestas en frecuencia del producto de los distintos codificadores por el decodificador del usuario deseado. Sólo en el caso del usuario deseado se debería de obtener una respuesta apreciable en las tres longitudes de onda que indica su código, así como el usuario interferente 1 también debe de poseer un único lóbulo. Esto se muestra en la figura 4.14, en la que en la figura (a) se ve claramente como el usuario deseado e interferente tienen un código cuasiortogonal, ya que ambas respuestas son máximas en λ_2 , pero además se aprecian 3 grandes picos en otras frecuencias, llegando estos algunas veces a superar los -10 dB. En cuanto a la figura 4.14 (b) se puede apreciar que aunque los códigos son estrictamente ortogonales la respuesta es notable en ciertas frecuencias llegando a rozar los -5 dB. Esto va a repercutir en una interferencia elevada, por lo que el aislamiento que se consigue no es bueno.

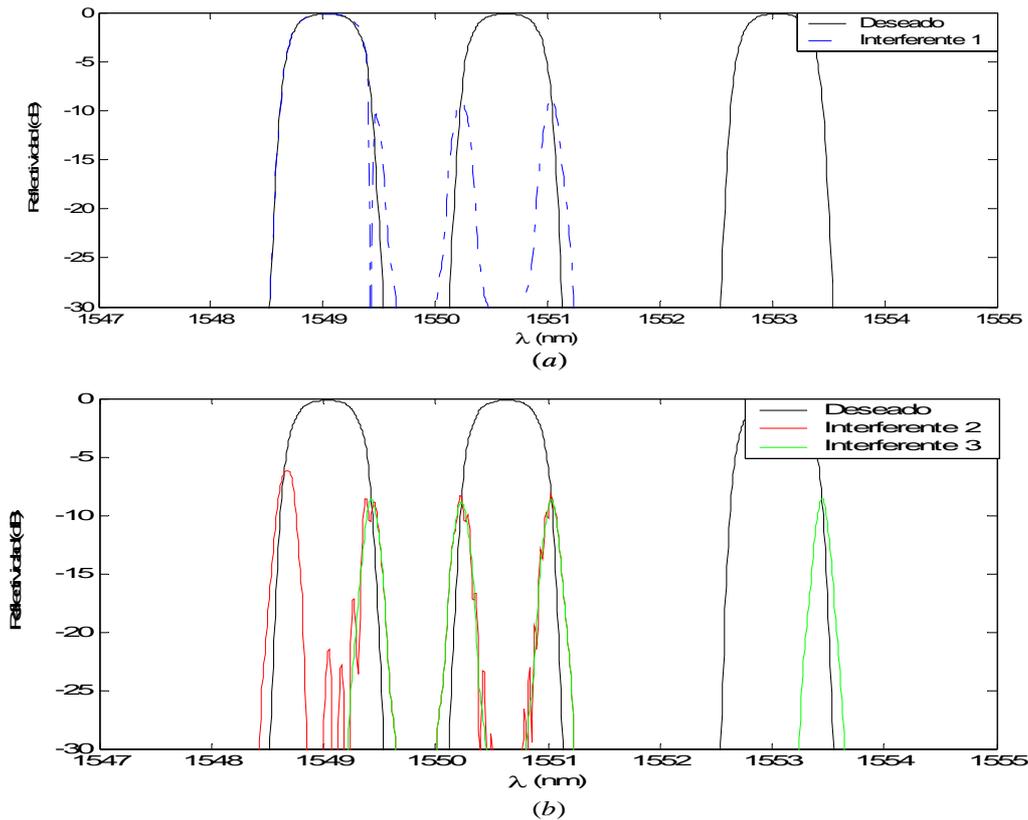


Figura 4.14. Respuestas en frecuencia del producto de cada codificador por el decodificador del usuario deseado. (a) Usuario deseado e interferente 1, que tienen códigos cuasiortogonales (coinciden en λ_2). (b) Usuario deseado e interferentes 1 y 2, que tienen códigos ortogonales.

Por tanto, llegados a este punto nos tenemos que plantear el método de diseño propuesto, proponiendo aquí varias alternativas.

Debido a que el problema se produce en las frecuencias cercanas a los mínimos, tanto de la perturbación original como del espectro, una posible solución es eliminar esas frecuencias, de forma que las zonas laterales de los lóbulos deseados también sean eliminadas para que las frecuencias cercanas a las transiciones no se acoplen y se reduzca la interferencia. En cuanto a la eliminación no plantea mayor problema, pues como ya se expuso en (4.21), podemos diseñar la perturbación cosenoidal prácticamente a medida, para eliminar la zona que nos interese. Todo depende de lo grande que sea el trozo que se elimine, pero básicamente las perturbaciones quedan como se muestra en la figura 4.15. Al haber eliminado períodos de los lóbulos deseados estas frecuencias no deberían de acoplarse, lo que en teoría debe de repercutir en una disminución del ancho de los lóbulos. Sin embargo salta a la vista que esta perturbación es mucho más abrupta, por lo que nos proporciona una respuesta en frecuencia en la que la disminución del ancho de los lóbulos es muy pequeña, y prácticamente sólo se aprecia en valores altos de la reflectividad. Al final se tiene que el ancho es a efectos prácticos el mismo y por el contrario nos aumenta mucho la respuesta en zonas del espectro donde antes era nula, debido a los saltos de la

perturbación. Prácticamente no se observa mejora, y las respuestas son menos nítidas, con muchas más oscilaciones.

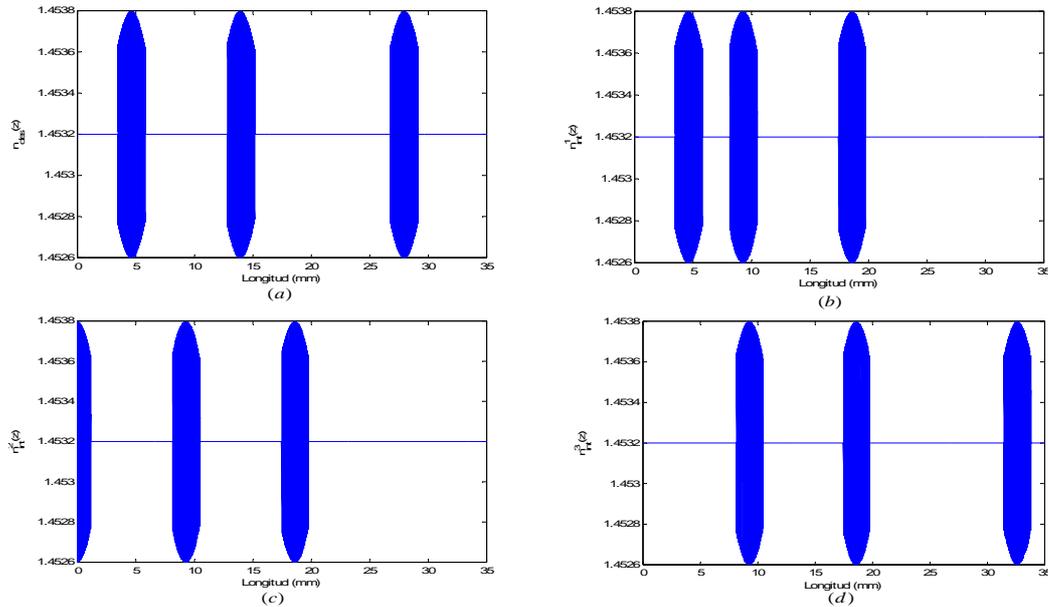


Figura 4.15. Perturbaciones resultantes de los 4 usuarios, deseado e interferentes, donde hemos eliminado parte de los lóbulos deseados: (a) $n_{des}(z)$. (b) $n_{int}^1(z)$. (c) $n_{int}^2(z)$. (d) $n_{int}^3(z)$.

Además el método anterior tiene un inconveniente. No hay que olvidar que los mínimos se producen como consecuencia de que los resonadores Fabry-Perot producen mínimos en una serie de frecuencias múltiplos de una en concreto y de las que sólo apreciamos las que caen dentro del ancho de banda barrido por los períodos de las perturbaciones. Por tanto al eliminar la parte de perturbación cercana a los mínimos, estamos haciendo que nuestro ancho de banda no capte esos mínimos. Por ello otra alternativa es que en vez de eliminar parte de los lóbulos deseados, hacer lo contrario, dejar parte de los lóbulos adyacentes para que no se perturbe la zona de los mínimos y estos aparezcan reflejados en frecuencia. Si se hace esto, la respuesta es parecida al caso anterior, en la que prácticamente el ancho se mejora muy poco y se acaba pagando en unos picos muy abruptos entre lóbulos que dan una interferencia elevada. Por tanto las estrategias de forzar los mínimos eliminando su acoplo mediante los períodos o bien respetar los mínimos para que aparezcan en frecuencia no son muy buenas, ya que dentro de las frecuencias que deseamos se obtiene en cierto modo un comportamiento correcto, la mejora no llega a ser suficiente para lo que empeora la respuesta en otras frecuencias. Y no se mejora excesivamente apodizando las perturbaciones una vez que se han recortado, y la dificultad crece pues hay que apodizar una zona que ya tiene una perturbación, con todo lo que implica en el diseño.

Como los problemas que hemos comentado se basan principalmente en que se desea que los anchos de los lóbulos permanezcan lo más cercano posible a como eran en la perturbación Moiré original, recurrimos a modificar un poco los parámetros de la red de

forma que se potencie lo que deseamos. Para ello doblamos la longitud de la red, que pasará a ser ahora de $L_{per} = 70mm$, y bajamos el índice de modulación, debido al incremento de la longitud que favorece el trasvase de potencia entre los modos direccional y contradireccional y también para obtener una respuesta con lóbulos con más pico que la que se obtendría si el índice de modulación es elevado. Un buen resultado se obtiene si se toma $\Delta n_{max} = 4 \times 10^{-4}$.

De esta forma las perturbaciones de los distintos usuarios son idénticas a las mostradas en la figura 4.12, ya que como se ha comentado, no merece la pena retocar más las perturbaciones y con la diferencia de que la longitud de cada lóbulo es mayor. La mejora se aprecia mostrando el resultado de la multiplicación de los codificadores por el decodificador del usuario deseado:

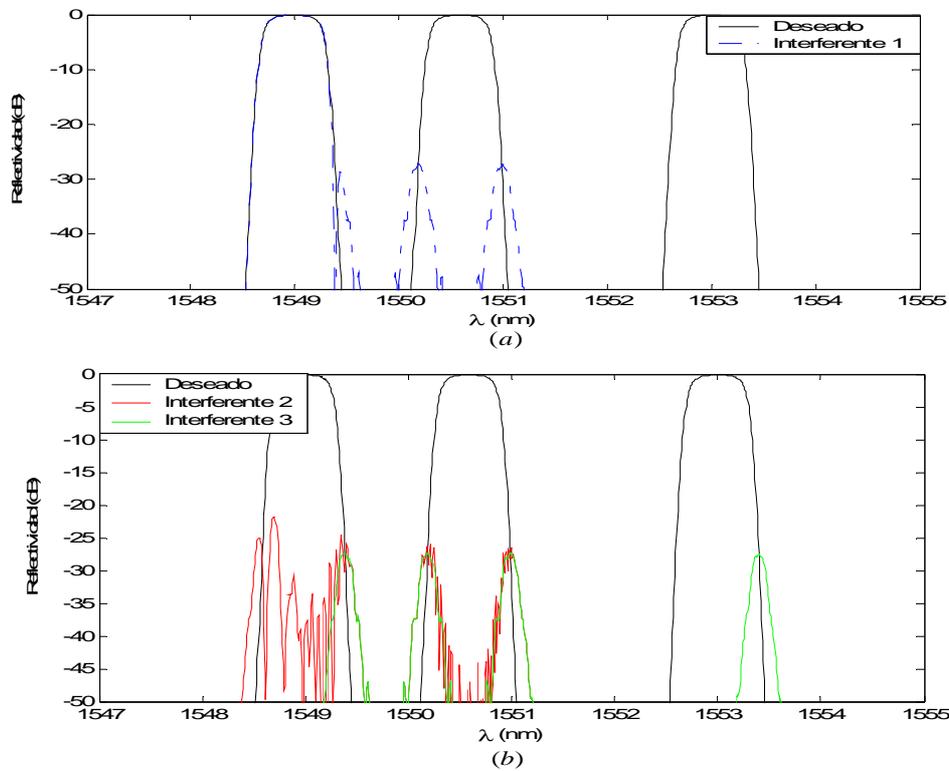


Figura 4.16. Respuestas en frecuencia del producto de cada codificador por el decodificador del usuario deseado, en el caso de $L_{per} = 70mm$. (a) Usuario deseado e interferente 1, que tienen códigos cuasiortogonales (coinciden en λ_2). (b) Usuario deseado e interferentes 1 y 2, que tienen códigos ortogonales.

En la figura 4.16 (a) se aprecia como los tres picos interferentes ahora se encuentran por debajo de los -27 dB, por lo que se ha ganado mucho aislamiento. En la figura 4.16 (b) se tiene el mismo efecto, ya que hay una drástica reducción de los lóbulos interferentes, situándose la mayoría por debajo de los -25 dB. Por tanto el aumento de la longitud de la red al doble nos ha proporcionado que el aislamiento entre el usuario deseado y los

interferentes crezca en torno a los 20 dB o más. En todos los casos el usuario deseado es claramente distinguible del resto de usuarios.

Por tanto la solución a nuestro problema pasa por aumentar la longitud de la red. Claro está que este aumento de longitud repercutirá en que el régimen binario que se podrá alcanzar es menor, ya que los chips que producen la red son ahora más largos y también se aprecia que la carga computacional requerida para la simulación es amplia, ya que son longitudes de redes muy grandes. Sin embargo es necesario tomar esta medida ya que los resultados que obtenemos aquí están en la frontera de lo que es mínimamente tolerable en cuanto a interferencia. Si no se dispone de un método mejor para la implementación de los códigos en los codificadores y decodificadores a partir de la red Moiré linealmente chirpeada, estamos obligados a usar una longitud suficiente que nos proporcione un mínimo aislamiento.

III. Operación del Sistema.

Una vez construido los codificadores y decodificadores procedemos a evaluar el sistema una vez puesto en ejecución, para lo que seguimos el esquema que se presentó en la figura 4.7. Para ello se debe hacer incidir un pulso ultracorto en el sistema, de forma que el ancho de banda del pulso sea mayor que el del dispositivo sobre el que incide. Como el pulso es muy corto, a efectos de simulación es prácticamente una delta, por lo que en adelante vamos a trabajar con respuestas impulsivas, ya que los resultados van a ser equivalentes. Por supuesto, y como ya hemos comentado, en estos sistemas se necesitarán láseres con respuestas temporales muy pequeñas, lo que puede ser un inconveniente.

En frecuencia ya hemos caracterizado a los codificadores y decodificadores, tanto en dB como se muestra en la figura 4.16 como en unidades naturales (basta recurrir a la figura 4.13 y la respuesta con el doble de longitud es idéntica pero con lóbulos más estrechos). Por tanto ahora vamos a caracterizar los componentes mediante las respuestas impulsivas, de forma que se emula el caso en el que un determinado usuario quiere transmitir información, ya que lo hará haciendo incidir un pulso ultracorto en su codificador. Este pulso se propagará por la red y hasta que no llegue al destino adecuado no encontrará un decodificador hecho a medida para él, es decir, un decodificador con su mismo patrón WE y con el patrón TS invertido para compensar la diferencia de caminos recorrida por cada chip.

Por ello a modo de ejemplo mostramos la respuesta temporal del codificador del usuario deseado a un pulso ultracorto, obteniéndose como resultado un tren de tres pulsos o chips, ya que en este caso el peso de los códigos que estamos usando es 3. La perturbación y secuencia de chips resultante se muestra en la figura 4.17, en la que se han recalcado valores que se comentarán a continuación.

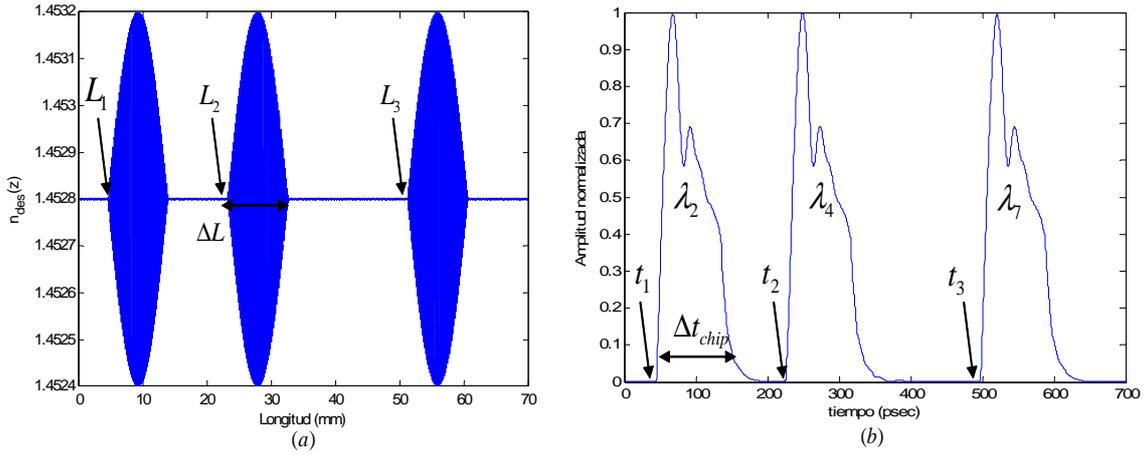


Figura 4.17. (a) Perturbación resultante del usuario deseado $n_{des}(z)$. (b) Señal codificada o secuencia de chips resultante del codificador del usuario deseado.

En la perturbación (figura 4.17 (a)), se han recalado las longitudes en las que empiezan a acoplarse cada una de los chips y son $L_1 = 4.66mm$, $L_2 = 23.33mm$ y $L_3 = 51.33mm$. A su vez se ha recalado el ancho de un lóbulo de la red Moiré, que en este caso es de $\Delta L = 9.3mm$. La secuencia de chip que se muestra en la figura 4.17 (b) está caracterizada por los tiempos de inicio de cada chip, así como por la duración de un intervalo de chip. Estos tiempo se pueden obtener de las longitudes medidas en la perturbación y mediante las siguientes expresiones:

$$t_1 = \frac{2L_1}{c/n_{eff}} = 45.16 pseg \quad (4.26)$$

$$t_2 = \frac{2L_2}{c/n_{eff}} = 226.11 pseg \quad (4.27)$$

$$t_3 = \frac{2L_3}{c/n_{eff}} = 497.49 pseg \quad (4.28)$$

valores que se corresponden totalmente con los obtenidos en la simulación de la secuencia de chips. Ya sólo nos queda relacionar la longitud del lóbulo con la duración del chip, para lo que usamos el tiempo que tarda el pulso en recorrer la distancia ΔL en ida y vuelta:

$$\Delta t_{chip} = \frac{2\Delta L}{c/n_{eff}} = 90.13 pseg \quad (4.29)$$

que es un tiempo que acota la mayor parte del pulso que se obtiene mediante simulación. Cabe comentar que los valores de las longitudes también se podrían haber obtenido mediante las expresiones de la figura 4.9.

Para los usuarios interferentes se puede proceder de la misma forma, y en todos obtendremos un secuencia con tres chips, pero con una duración equivalente a 8 chips, o

más concretamente a 7 chips y medio, ya que el correspondiente a λ_1 posee un lóbulo de anchura mitad, debido a las características de la perturbación Moiré. Esto repercute en una reflectividad inferior al resto de longitudes de onda, por lo que es bueno tener en cuenta que se debe de asignar lo menos posible este valor al patrón WE, al menos en aquellos casos en los que el número de usuarios no es muy elevado y se dispone de códigos suficientes.

Una vez que se ha codificado las señales y el tren de chips se ha propagado por la red, hacemos que lleguen al decodificador del usuario deseado. Si se considera que sólo transmite dicho usuario, la salida del decodificador es un único pulso suma de los tres pulsos de chip de la secuencia que había a la entrada. Esta suma se produce porque hay una correcta reordenación de los pulsos de entrada y se muestra en la figura siguiente:

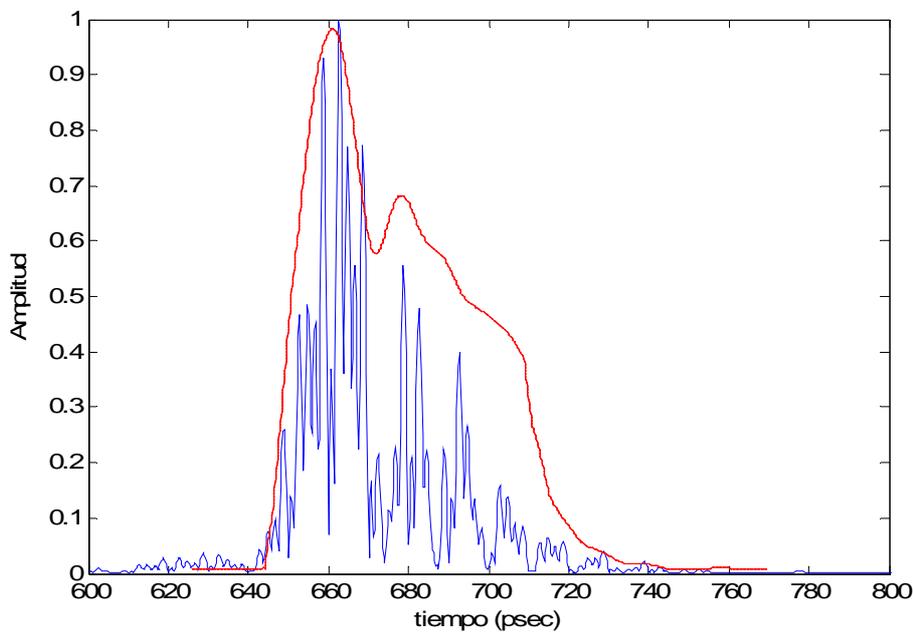


Figura 4.18. Salida normalizada del decodificador del usuario deseado cuando sólo éste se encuentra transmitiendo, y en línea discontinua se muestra la forma de un pulso de chip.

En la figura 4.18 se muestra la salida del decodificador cuando sólo el usuario deseado se encuentra transmitiendo, a la que le hemos superpuesto la forma de un pulso de chip para que se aprecie de una forma más directa como la reordenación de los pulsos mantiene la forma inicial pero debido a que cada chip está a una frecuencia distinta se produce el ya comentado muestreo de la envolvente. A continuación mostramos la salida del decodificador cuando están transmitiendo cada uno de los usuarios interferentes de forma aislada y normalizada por el valor máximo del pulso de la figura 4.18 para así poder comparar las magnitudes:

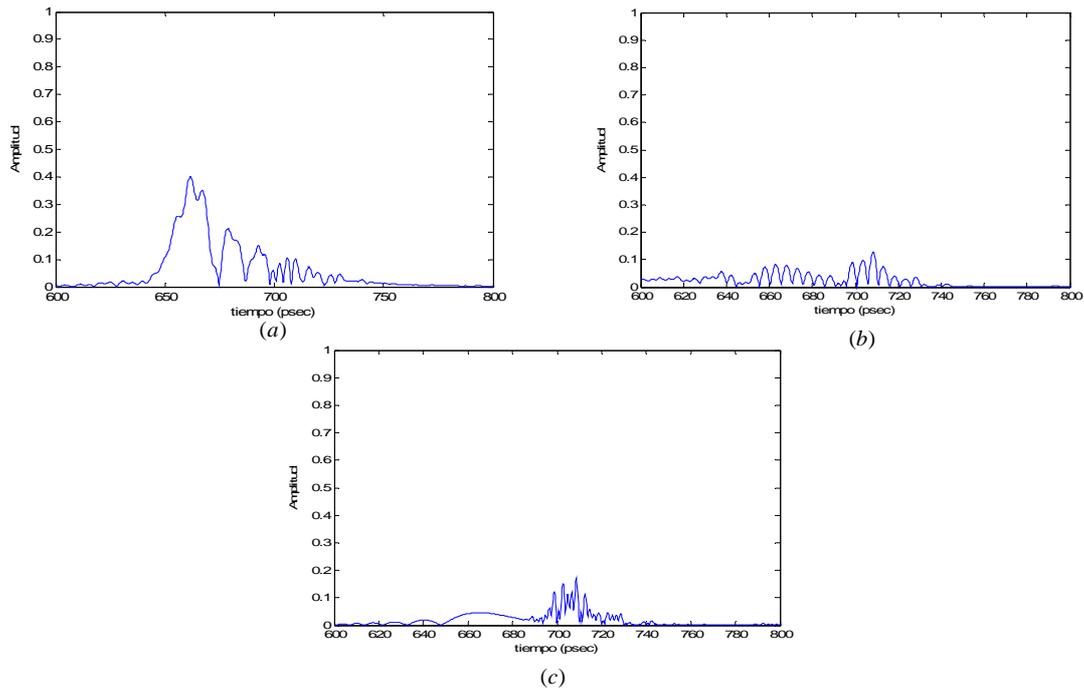


Figura 4.19. Salidas del decodificador del usuario deseado al usuario: (a) Interferente 1, (b) Interferente 2 y (c) Interferente 3 normalizadas por el valor máximo de la salida del usuario deseado.

De la figura anterior podemos ver como las salidas son inferiores al caso del usuario deseado puesto que al no coincidir el patrón WE/TS no se produce una reagrupación correcta de la secuencia de chip. Además hay que tener presente que en esta versión de OCDMA se pretende que en el caso en el que el patrón WE/TS no coincide la salida sea nula, y no como en el capítulo anterior en el que todos los usuarios tenían el mismo patrón WE y difería el patrón TS, por lo que a la salida del decodificador siempre estaban todos los chips, con la consiguiente interferencia. Que la salida sea nula no se consigue porque el aislamiento que nos proporciona la MFG es bastante pequeño y ha sido uno de los problemas que hemos encontrado en el diseño. De la figura 4.19 (a) se desprende que al ser un código cuasiortogonal, la salida es elevada. De hecho la salida debía ser $1/3$ de la del usuario deseado, pues de tres longitudes de onda solapan en una. Además se ve como al ser un único chip el que se ha sumado la salida no presenta el efecto de muestreo, sino que la salida es continua y está seguida de señales debido a la interferencia. El valor máximo normalizado en este caso está en torno a 0.36, lo que quiere decir que se tiene una relación de aislamiento en torno a $2.75:1$. El caso ideal sería una relación $3:1$, sin embargo esto sólo se obtiene en el caso en el que el aislamiento tienda a ∞ , algo que es imposible de forma práctica con un red Moiré chirpeada. De hecho, con la modificación de la longitud lo único que hemos conseguido es acercarnos lo máximo posible a esa razón de aislamiento. En cuanto a los demás usuarios interferentes, como tienen códigos estrictamente ortogonales por lo que el aislamiento es muy superior, en torno a $10:1$ para

el usuario interferente 2 y 7.6:1 para el usuario interferente 3. Sin embargo hay que recalcar que hemos buscado para ello un valor significativo de las salidas de los usuarios interferentes, pero sus salidas no tienen una forma de pulso como en el caso deseado o del usuario interferente 1, por lo que es de prever que si esas salidas se pasan por un fotodetector adecuado la relación de aislamiento llegue incluso a ser superior a una relación 10:1. Esto será así porque el fotodetector también va a responder significativamente a la cantidad de luz que recibe y no va a afectar mucho porque haya un pico superior pero no muy significativo en relación al total de la respuesta.

A continuación vamos a suponer un caso en el que transmiten todos los usuarios pero cada uno con un retraso diferente, es decir, que transmiten de forma asíncrona. Este va a ser el caso que nos encontraremos en realidad, ya que los usuarios transmiten a ráfagas y sólo lo hacen cuando hay que transmitir información. Para ello asignamos a cada usuario un retraso uniformemente distribuido entre 0 y 14 nseg, simplemente para que no sea el resultado de colocar la transmisión de cada usuario de forma deliberada.

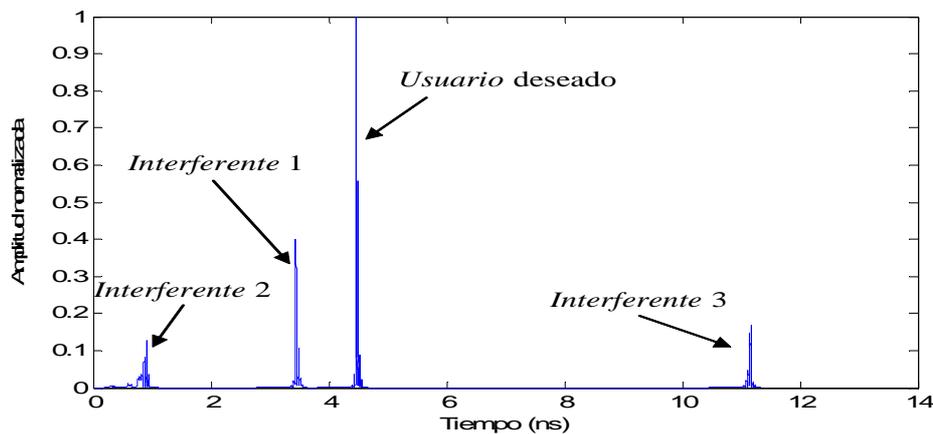


Figura 4.20. Salida temporal del decodificador cuando todos los usuarios se encuentran transmitiendo de forma asíncrona.

Como apreciamos en la figura 4.20, la diferencia entre la salida que produce el usuario deseado y la que producen los demás usuarios es significativa. De hecho se aprecia que es prácticamente el nivel que nos da el usuario interferente 1 el que se debe de tomar como referencia para un posible umbral, y todo ello debido a que estamos simulando un sistema en el que hemos permitido un código cuasiortogonal solapando en unas de las longitudes de onda del patrón WE, ya que también es importante el estudio de esos casos. Si el diseño de los códigos se hace más estricto (entiéndase la exigencia de códigos ortogonales como ocurre en los interferente 2 y 3) la condición acerca del umbral se puede relajar algo más.

La siguiente prueba que vamos a realizar es aquella en la que el usuario deseado se encuentra transmitiendo una secuencia de bits de información, en concreto vamos a asignarle una secuencia de 8 bits dada por el patrón “0 0 1 0 1 1 0 0”. A su vez, los usuarios interferentes transmiten secuencias aleatorias de bit, de forma que en un determinado

intervalo la transmisión de un 0 o un 1 binario es equiprobable. De esta forma se busca simular todas las posibles combinaciones para una secuencia fija del usuario deseado. El tiempo necesario para transmitir un bit va a ser de 800 pseg, por lo que el régimen binario máximo que se podrá alcanzar será de 1.25 Gbps. Esto es así porque no hemos supuesto que haya retorno a cero, en cuyo caso el intervalo de bit se duplicaría, quedando una tasa máxima de 625 Mbps, lo que nos encaja de forma extraordinaria para simular un sistema OC-12 en el que la transmisión se realiza a una velocidad de 622.08 Mbps. De esta forma la duración de un chip es $\Delta t_{chip} = 800/7.5 = 106.6 \text{ pseg}$, ya que el primer chip dura la mitad, y es un valor que encaja muy bien con el valor obtenido en la expresión (4.29). De hecho al ser menor el valor real del chip que el que estamos dejando el sistema trabajará con más facilidad. No obstante hay que recordar que aquí estamos trabajando con las señales que realmente se obtienen como salida de los codificadores y del decodificador, pero que no son con las que se trabajarían en un sistema real, pues en estos sistemas las señales para ser visionadas y poder trabajar con ellas con diversos instrumentos deben de ser pasadas por un fotodetector. Este fotodetector tendrá un determinado tiempo de respuesta y ancho de banda, ambos relacionados, de forma que en esos casos sería más conveniente la transmisión de un patrón en el que haya retorno a cero, de forma que durante la segunda mitad del período de bit no haya transmisión y por tanto las restricciones acerca de las características del fotodetector se relajarían. En ese caso el régimen binario máximo sería de 625 Mbps, para lo que sería suficiente trabajar con un fotodetector de unos 850 Mhz, que aunque incrementa los tiempos de subida y bajada de la señal decodificada, se ha comprobado que soporta cómodamente dicha tasa [CHE00]. No mostraremos los resultados en ese caso porque a efectos de simulación no tienen mucho sentido, pues como ya hemos comprobado sin retorno a cero hay una holgura suficiente.

En la figura 4.21 mostramos la salida del codificador y del decodificador con las condiciones antes comentadas y en el caso en el que el usuario deseado transmite dos veces el mismo patrón. De la figura 4.21 (a) se puede apreciar que es muy complicado determinar que es lo que está transmitiendo el usuario deseado a la vista de la señal codificada. De hecho a excepción de la salida entre los 2.5 y 3 nseg, en el que por lo que se ve a coincidido que todos los usuarios transmitían un cero binario (ausencia de señal) se observa que en los demás intervalos de bit la salida prácticamente alcanza siempre la misma cota y con formas muy similares. Además al final de la transmisión de la segunda ráfaga la salida es muy elevada y sabemos que el usuario deseado ha transmitido un cero. Analizando lo que ha transmitido cada uno en la simulación obtenemos que esos valores se deben a que tanto el usuario interferente 1 como el 2 han acabado la transmisión con un 1 binario. No obstante aunque es difícil de apreciar que se ha transmitido, cuando pasamos esa señal por el decodificador a la salida se muestra una señal mucho más clara, en la que ya sí se puede distinguir de forma más fácil el patrón de bits deseado. Esta salida se muestra ya

normalizada en la figura 4.21 (c). En los casos en los que se ha transmitido un 0 binario la salida está en torno a 0.35-0.4, ya que al transmitir todos los usuarios el aislamiento se aleja algo más de la relación 3:1.

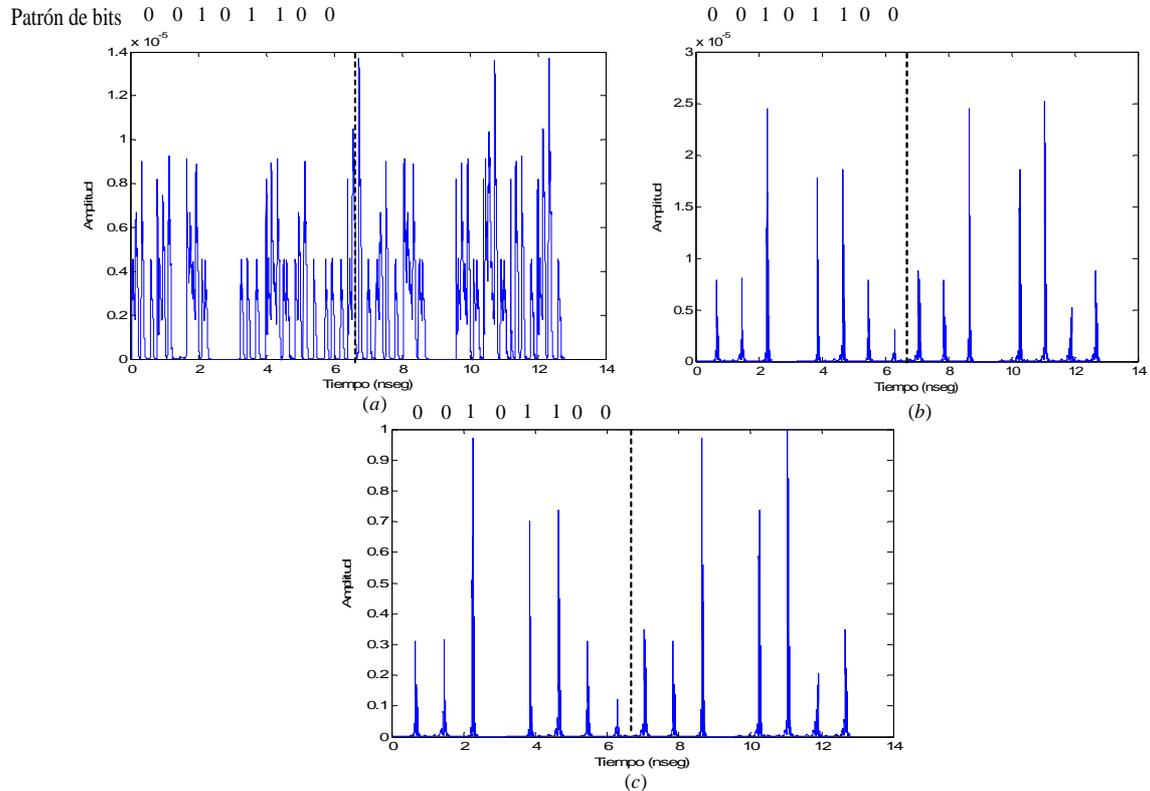


Figura 4.21. (a) Salida del codificador cuando el usuario deseado transmite el patrón de bits indicado y los interferentes secuencias aleatorias de bits. (b) Salida del decodificador para la señal codificada en (a). (c) Salida del decodificador normalizada por su valor máximo.

Con tomar un umbral entre 0.4 y 0.5 (amplitud en torno a 1×10^{-5} y 1.5×10^{-5}) sería suficiente para que en este caso se decodificara la secuencia de bits correcta. En este caso se puede demostrar que el sistema se encuentra operando con una BER en torno a $10^{-4} - 10^{-5}$. Sin embargo este es un caso hostil en el que todos los usuarios transmiten a la vez y de forma simultánea. En condiciones normales de operación, debido a la naturaleza asíncrona y a ráfagas del tráfico es de esperar que el sistema opere en mejores condiciones, en torno a un punto en el que $BER \approx 10^{-9}$ [CHE00].

4.4 CONCLUSIONES.

En este capítulo hemos demostrado como se puede usar una única red de difracción Moiré linealmente chirpeada para la realización de los codificadores y decodificadores de los usuarios de una red en la que el protocolo de acceso al medio es WE/TS O-CDMA. Para dicho diseño se necesita una red Moiré en la que se han superpuesto dos

perturbaciones adecuadas y que posteriormente son retocadas en función del código de cada usuario.

Este método de diseño cuenta con la gran ventaja de que con un único dispositivo somos capaces de diseñar un codificador o decodificador que antes de forma general constaba de tantas redes de difracción como tamaño tenía el patrón WE. No obstante se tienen dos grandes inconvenientes, ambos relacionados con la propia naturaleza de la MFG. En primer lugar hay una relación biunívoca entre el patrón WE y el patrón TS, de forma que la longitud de onda λ_i sólo puede ser reflejada en el intervalo de chip i , lo que limita en gran medida el número máximo de códigos que pueden ser generados (y por ello el número máximo de usuarios que pueden compartir el mismo medio de transmisión). Esta relación se debe a la dependencia que existe entre el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia para un sistema en general. La segunda limitación que nos encontramos se debe a que las propiedades de aislamiento de unas longitudes de onda con respecto a otras en una red Moiré son bajas, lo que propicia un gran aumento de la interferencia multiacceso (MAI) cuando se rediseña la red para que implemente un determinado código. Este bajo aislamiento ha propiciado que se tengan que proponer diversas mejoras del método de diseño de los códigos, siendo la mejor de ellas un aumento de la longitud de la perturbación con la consiguiente disminución del índice de modulación para contrarrestar la mejora en el acoplo entre los modos. Esto nos lleva a trabajar con redes de difracción excesivamente grandes, lo que implica simulaciones que requieren una gran carga computacional y cuyos resultados nos son del todo satisfactorios. Para poder trabajar con más usuarios sería necesario aumentar la longitud del código (lóbulos de la perturbación), manteniendo o incluso incrementando el peso del código. Se puede demostrar que con una longitud igual a 21 y un peso $w=3$ se pueden tener 48 usuarios trabajando con una $BER \approx 10^{-9}$ [CHE00].

No obstante, incluso con las limitaciones comentadas, hemos demostrado la implementación de un sistema WE/TS O-CDMA que usa MFG's para la codificación/decodificación, y en los que las simulaciones muestran el efecto del rechazo a la interferencia multiusuario y la recuperación adecuada de una determinada información transmitida por el usuario deseado. Es por ello por lo que esto sólo es el principio, pudiéndose mejorar mucho en las técnicas de diseño de códigos e implementación en redes de difracción. Esto es lo que se pretende mostrar en los siguientes capítulos.

Capítulo 5

Diseño de códigos 2-D para implementar sistemas W/T O-CDMA

En este capítulo abordamos el estudio de códigos 2-D con propiedades de autocorrelación y correlación cruzada adecuadas para su uso en W/T O-CDMA. Para ello examinaremos como el peso y tamaño del código afectan a los parámetros de interés del sistema como son la probabilidad de error en términos de la interferencia multiusuario y el número máximo de códigos que pueden ser generados.

Para la obtención de estos códigos usaremos teoría de árboles binarios y el algoritmo de búsqueda en profundidad, que nos va a permitir producir una gran cantidad de códigos. Para comprobar el potencial de este algoritmo usaremos resultados que se han obtenido en el estudio de otros tipos de códigos para acceso múltiple por división de código óptico y con los que realizaremos las comparaciones oportunas.

5.1 JUSTIFICACIÓN DEL USO DE CÓDIGOS 2-D.

El acceso múltiple por división de código óptico (O-CDMA) es una tecnología ideal para usar en redes de comunicaciones ópticas que soportan tráfico a ráfagas y asíncrono. En estas redes, los dos parámetros de vital importancia son la tasa de error de bit (BER) efectiva en términos de la interferencia multiusuario y el número máximo de usuarios (o códigos) Φ_{\max} que son soportados. Estos dos parámetros dependen directamente del tipo de código usado [YIM02].

En los últimos años esta tecnología ha despertado un gran interés debido a las ventajas que proporciona frente a otras técnicas de acceso al medio en redes con las características que hemos comentado. Este interés creciente ha proporcionado una gran cantidad de estudios de esta tecnología, y como resultado se tiene la existencia de una gran cantidad de algoritmos para la construcción de códigos. A partir de estos estudios y con la base que ya se tenía en lo que se refiere a códigos unidimensionales, se propuso el uso de códigos bidimensionales (2-D) en sistemas O-CDMA incoherentes. El objetivo de estos es reducir el tamaño total de los códigos proporcionando un incremento en la flexibilidad del diseño de los mismos y lo que es más importante, incrementar el número simultáneo de usuarios operando en el sistema dado un valor mínimo para la BER.

En este capítulo presentaremos un nuevo método de diseño de códigos 2-D convenientes para W/T ($\lambda-t$) O-CDMA. Estos códigos van a satisfacer unas determinadas restricciones en lo que se refiere a autocorrelación y correlación cruzada, y como diferencia principal con respecto a otros códigos 2-D ($\lambda-t$) que se han propuesto, permitimos códigos con múltiples pulsos por fila (*MPPR* \equiv *Multiple pulses per row*) y múltiples pulsos por columna (*MPPC* \equiv *Multiple pulses per column*). Esto significa que, respectivamente, múltiples pulsos de distintas longitudes de onda pueden ocurrir dado un intervalo de chip y que dada una longitud de onda, esta puede ocupar múltiples intervalos de chip.

En los dos capítulos anteriores hemos estudiado sistemas O-CDMA en los que se usaban códigos unidimensionales, por lo que en un intervalo de chip sólo podía aparecer una determinada longitud de onda (según el patrón WE). Esto repercute en que para aumentar el número de usuarios en el sistema había que aumentar la longitud del código, pues es la única manera que hay de diferenciar un usuario de otro. En estos casos y como hemos visto en el capítulo anterior los códigos pueden ser representados por un array o vector. En este capítulo en vez de aumentar la longitud del array lo que se propone es convertir ese array en una matriz, de forma que dado un tamaño de código será mucho más conveniente un código 2-D que un código en forma de vector.

Un parámetro importante cuando trabajamos con códigos es el peso del mismo (*weight*), y también es de vital importancia en códigos bidimensionales. De hecho en este

capítulo el peso del código será una de las variables de diseño más importante. Por tanto un código bidimensional lo vamos a representar mediante una matriz en la que el número de columnas indica los intervalos de chip y el número de filas indica las longitudes de onda disponibles. Dentro de esta matriz, que podemos denominar \underline{C} , si el elemento c_{ij} es igual a 1 indica que en el intervalo de chip t_j habrá un pulso de chip a λ_i , mientras que si su valor es 0 es que no ocurrirá lo antes comentado. Por tanto, si la matriz es $m \times n$ (m longitudes de onda y n intervalos de chip), el tamaño del código va a ser $m \times n$ y el peso será el número de elementos iguales a 1 que hay en la matriz. La representación de estos códigos es similar a la que se muestra en la figura 3.11 pero teniendo en cuenta que se permiten códigos MPPR y MPPC. En dicha figura el código era de tamaño 5×5 y como no podía ser de otra forma era de peso 5. En la figura 5.1 mostramos un código del mismo tamaño y con peso 10, para ilustrar la posibilidad de múltiples pulsos por fila y por columna.

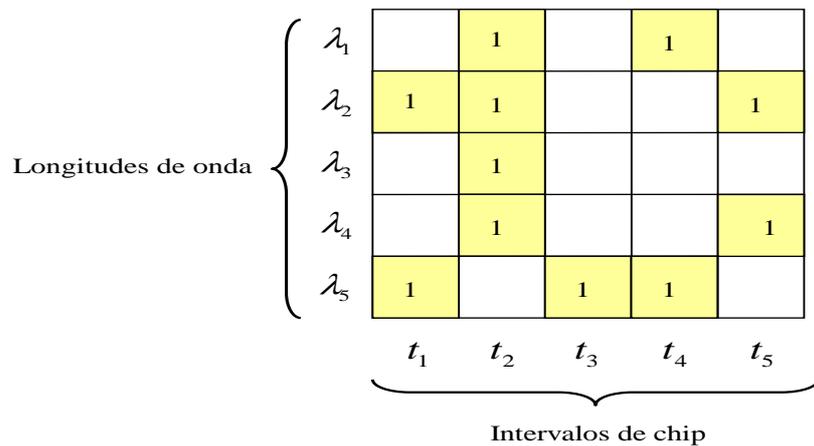


Figura 5.1. Ejemplo de código 2-D de tamaño 5×5 y peso $w = 10$.

En la figura 5.1 puede observarse un código en el que hemos ilustrado los efectos MPPR y MPPC. De hecho se puede ver, por ejemplo, como en el intervalo de chip t_2 tendremos un pulso que será la suma de 4 pulsos a las longitudes de onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ y λ_4 mientras que la longitud de onda λ_5 ocupa dos intervalos de chip consecutivos, $t_3 + t_4$.

Como objetivos de este capítulo pretendemos estudiar los efectos de m, n y w en la ejecución del sistema: tasa de error de bit (BER) y máximo número de códigos permitidos.

5.2 ALGORITMO DE CONTRUCCIÓN DE CÓDIGOS 2-D.

Ya hemos visto en el apartado anterior que un código bidimensional puede ser representado por una matriz de tamaño $m \times n$, donde m es el número de filas o longitudes

de onda existentes y n es el número de columnas o intervalos de chip. La notación que usaremos para hacer referencia al código de un usuario cualquiera p será \underline{C}^p , mientras que el elemento situado en la fila i y columna j lo denotaremos como $c_{i,j}^p$. Una vez definida la notación, vamos a considerar códigos que cumplan las siguientes restricciones [YIM02], que van a ir encaminadas a la obtención de códigos que garanticen unas condiciones de funcionamiento adecuadas:

- 1) Peso constante.

$$w_p = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{i,j}^p = cte \quad \forall p \quad (5.1)$$

- 2) La correlación cruzada entre diferentes códigos es menor o igual que uno para cualquier desplazamiento arbitrario.

$$r_{pq}(k) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{i,j}^p c_{i,(j+k) \bmod n}^q \leq 1 \quad \forall p,q \quad k=0,1,\dots,n-1 \quad (5.2)$$

donde p y q representa a cualquier par de códigos válidos en el sistema y k es el desplazamiento.

- 3) Los lóbulos secundarios de la autocorrelación es menor o igual que uno para todos los códigos.

$$r_p(k) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{i,j}^p c_{i,j+k \bmod n}^p \leq 1 \quad \forall p, \quad k=1,\dots,n-1 \quad (5.3)$$

En nuestro caso y al contrario de la mayoría de códigos 2-D permitimos códigos con múltiples pulsos por fila y por columna, lo que dará mayor flexibilidad en el diseño de códigos.

La generación de códigos exige la elección de un determinado algoritmo. Puesto que ya hemos puesto las restricciones a cumplir, cualquier algoritmo que cumpla con ellas y genere el mayor número de códigos de forma eficiente será susceptible de ser usado. A continuación vamos a comentar 3 tipos de algoritmos, de los cuales los dos primeros se encuentran relacionados con los árboles binarios, mientras que el tercero es completamente distinto.

I. Depth First Search Algorithm (DFS).

Este algoritmo también es conocido como “*búsqueda en profundidad*” y lo que hace es recorrer, tal y como se indica en el algoritmo DFS, un árbol binario en búsqueda de códigos válidos. Esto se muestra esquemáticamente en la figura 5.2, de forma que los elementos superiores son los que serán asignados en los primeros intervalos de chip,

mientras que los elementos inferiores serán asignados en los últimos intervalos de chip. Esto no quiere nada más que decir que el orden de construcción de la matriz que representa el código 2-D es por columnas.

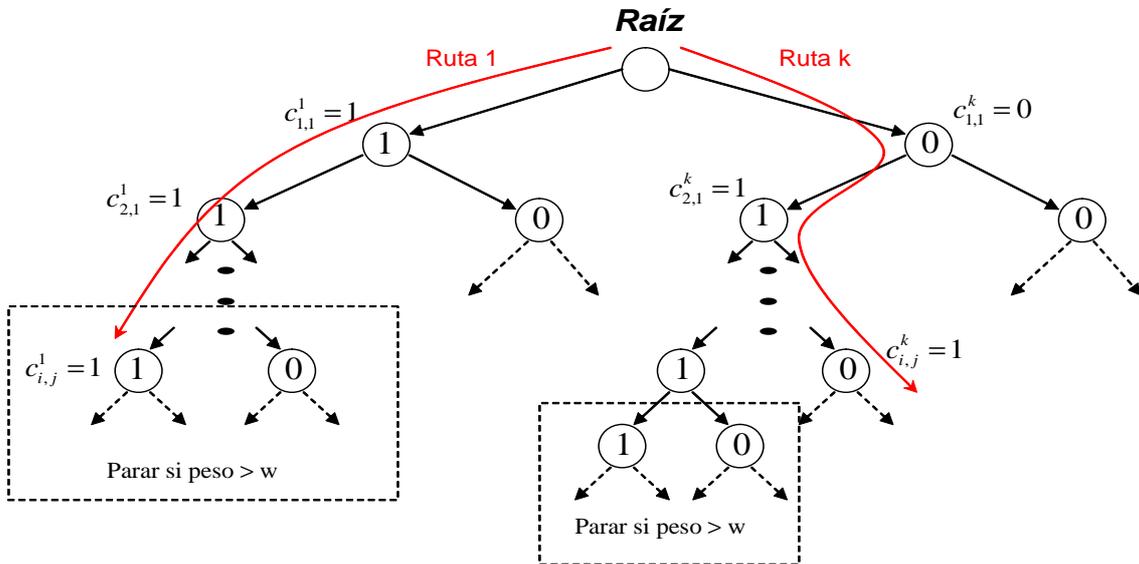


Figura 5.2. Árbol binario usado para la generación de códigos en el que hemos ilustrado el algoritmo de búsqueda en profundidad o DFS.

El árbol binario es recorrido según el algoritmo DFS, al que añadimos dos posibles condiciones de parada. En primer lugar puede ser que llegemos a un punto en el que los nodos que llevamos recorridos ya posean un peso (número de nodos con valor 1) igual al deseado, por lo que en ese momento se “poda” esa rama del árbol y no se sigue el algoritmo en ella puesto que todos los códigos que vienen a continuación ya no cumplirán la primera restricción, al tener un peso mayor del deseado. En este caso si el código no tiene la longitud adecuada se rellena con ceros hasta que se consiga. La otra condición de parada puede venir impuesta porque en esa ruta ya se haya recorrido un número de nodos igual al tamaño del código. En este caso se mira si el código tiene el peso deseado y en caso de no ser así se desecha. Una vez que se ha explorado completamente una ruta, bien sea porque se ha alcanzado el peso o la longitud deseada, ya tenemos una matriz de tamaño $m \times n$ con w unos.

En estas condiciones comprobamos si el código generado satisface el test de la correlación cruzada indicado por (5.2) con los códigos que anteriormente se han validado. Si este código ha sido el primero en encontrarse, es decir, la ruta 1, entonces se considera que satisface el test de la correlación cruzada, pues no hay ningún código con el que comprobarlo.

Si el código generado por la ruta en estudio satisface las condiciones anteriores ya sólo queda que satisfaga las restricciones en cuanto la autocorrelación tal y como se indica en la expresión (5.3). Si el código en cuestión es válido se añade a los códigos que ya se han

validado anteriormente. El próximo código que se genere deberá de cumplir las condiciones de correlación cruzada también con este último código.

Sobre el algoritmo DFS cabe comentar que recorre el árbol completo, por lo que para un tamaño de código dado, con este algoritmo se generan todas las posibles matrices de tamaño $m \times n$ que tienen w unos y el resto de elementos a cero. Por ello podemos concluir que una vez ha finalizado el algoritmo, el número de códigos que se obtiene como resultado es exactamente el máximo número de códigos que satisfacen las 3 restricciones que le hemos impuesto. No obstante esta gran ventaja puede ser un inconveniente, ya que si el tamaño del código es excesivamente grande y el peso también es considerable, vamos a obtener un árbol muy grande, que requerirá una capacidad de cómputo enorme. El número de nodos en un nivel de un árbol binario crece de forma exponencial con base 2. De hecho, si nos encontramos en el nivel k de un árbol binario el número de nodos en ese nivel es 2^k . Por tanto de ese nivel salen 2×2^k ramas, ya que de cada nodo salen dos nuevas ramas. Si el tamaño de nuestro código es $m \times n$ el último nivel poseerá $2^{m \cdot n}$ nodos, por lo que en un principio tenemos que trabajar con un árbol que posee ese número de ramas.

Es cierto que en nuestro algoritmo cuando llegamos a un nodo y el peso deseado ya se ha alcanzado, a partir de ese punto el árbol es podado y el número de ramas final va a ser menor. Sin embargo esta es una buena medida de la carga computacional que hay que soportar puesto que si el producto $m \times n$ es elevado, el número de ramas es tan grande que la reducción de ramas es insignificante. A continuación vemos una tabla con distintos tamaños y pesos de códigos, así como el número total de ramas que posee el árbol. Como ya hemos comentado, debido a que el peso siempre es menor que el tamaño realmente no se van a explorar todas las ramas posibles. Por ello en la última columna se indica el número de ramas que realmente explora el algoritmo (denominadas ramas efectivas), y es este número el que realmente va a ser una medida más fiel de la carga computacional que se requiere. Hay que tener en cuenta que ese número de ramas es algo superior al número máximo de posibles códigos que se pueden generar que tengan w unos en un tamaño de $m \times n$ ya que hay algunas ramas en las que la exploración termina porque el número de nodos visitados es igual a la longitud del código pero tienen un número de unos inferior al peso del código. En cuanto al tamaño del código sólo nos interesa realmente el producto $m \times n$, y no importa si uno es mayor o el otro, o ambos valen lo mismo. Por ello en la tabla por ejemplo las primeras entradas que son $m=3$ y $n=4$ son equivalentes al caso contrario $m=4$ y $n=3$. Por ello en la tabla sólo indicamos un caso.

Vemos además como dado un tamaño de código, cuando el peso es pequeño la carga computacional no es muy grande, de forma que el algoritmo explora pocas ramas ya que la mayoría son podadas por el hecho de que se alcanza muy pronto el peso deseado, y muy pocas ramas tienen que detenerse por alcanzarse la longitud del código. También podemos

observar como una vez que el peso del código se acerca a la mitad del tamaño el número de ramas exploradas es prácticamente igual al número de ramas existentes. En estos casos el problema es que excepto las primeras ramas de la izquierda (nodos a 1) que alcanzan el peso muy rápido, las demás deben de ser exploradas en gran medida.

| m | n | w | Total ramas | Ramas efectivas |
|-----|-----|-----|--------------------------|---------------------------|
| 3 | 4 | 2 | 4096 | 79 |
| 3 | 4 | 3 | 4096 | 299 |
| 3 | 4 | 4 | 4096 | 794 |
| 3 | 4 | 8 | 4096 | 3797 |
| 4 | 4 | 2 | 65536 | 137 |
| 4 | 4 | 3 | 65536 | 697 |
| 4 | 4 | 4 | 65536 | 2517 |
| 4 | 4 | 6 | 65536 | 14893 |
| 4 | 4 | 8 | 65536 | 39203 |
| 6 | 4 | 2 | 16777216 | 301 |
| 6 | 4 | 3 | 16777216 | 2325 |
| 6 | 4 | 4 | 16777216 | 12951 |
| 6 | 4 | 8 | 16777216 | < 735471 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 16 | 16 | 2 | 1.15792×10^{77} | < 32640 |
| 16 | 16 | 3 | 1.15792×10^{77} | < 2763520 |
| 16 | 16 | 4 | 1.15792×10^{77} | < 174792640 |
| 16 | 16 | 6 | 1.15792×10^{77} | < 3.6853×10^{11} |
| 16 | 16 | 8 | 1.15792×10^{77} | < 4.0966×10^{14} |
| 32 | 16 | 2 | 1.3408×10^{154} | < 130816 |
| 32 | 16 | 4 | 1.3408×10^{154} | < 2829877120 |
| 32 | 16 | 6 | 1.3408×10^{154} | < 2.4295×10^{13} |
| 32 | 16 | 8 | 1.3408×10^{154} | < 1.1086×10^{17} |
| 32 | 16 | 16 | 1.3408×10^{154} | < 8.4114×10^{29} |

Tabla 5.1. Número total de ramas y número efectivo de ramas que explora el algoritmo DFS en función de m,n y w.

En las primeras filas de la tabla estamos tratando con tamaños de códigos aceptables, menores que 16. En estos casos aunque el peso sea grande los resultados pueden ser obtenidos. El caso más costoso es aquel en el que n=4, m=4 y w=8 en el que se exploran 39203 ramas de las 65536 que en general debía de haber. Esto ya está en torno a un 60 % del total del árbol.

A partir de aquí ya pasamos a un código de tamaño 24. No encontramos problemas hasta el momento en el que el peso es 8. En ese caso ya la simulación del número de ramas es muy costosa, por lo que aproximamos el número de ramas exploradas por el número

máximo de posibilidades que podemos generar. Indicamos que el valor que realmente debía de ir en la casilla es mayor que el que hemos colocado. De ahí en adelante en todas las filas tenemos que recurrir al mismo método ya que las simulaciones se hacen inviables. De hecho, para un tamaño de 256 ($m=16$ y $n=16$) se observa que el tamaño del árbol es descomunal, y aunque el número de ramas que recorre el algoritmo DFS está varios órdenes de magnitud por debajo, sigue siendo totalmente inviable. De hecho las únicas simulaciones abordables, son aquellas en las que el peso es 2 o 3 (tamaños 256 y 512), pero no tiene sentido esos pesos para códigos de tamaño tan elevados. Simplemente los hemos indicado para ver la evolución que sufre el número de ramas visitadas.

Por tanto a la vista de la tabla 5.2 podemos reafirmar que si el tamaño de los códigos con los que tratamos son considerables, el método de búsqueda en profundidad o DFS sólo debe ser usado en casos en los que se requiera una máxima precisión. Sólo es aconsejable si por algún motivo se necesita saber exactamente el número máximo de códigos que cumplen las restricciones impuestas. Además hay que ser consciente de que si aún así se desea continuar con la ejecución de este método, se debe de hacer en una máquina adecuada, ya que la cantidad de recursos que se necesitan son enormes y todos los PC no se encuentran preparados para ello.

II. *Iterative Deepening Depth First Search Algorithm (ITDFS).*

Este algoritmo también es conocido como “*búsqueda en profundidad progresiva o iterativa*”. En este algoritmo lo que se hace es recorrer un árbol binario de la misma forma que se hacía en el algoritmo DFS pero con la diferencia de que vamos variando la profundidad de exploración de forma progresiva [WIKIP]. Esto quiere decir que la condición de parada por longitud en este caso no es porque se recorran $m \times n$ nodos, sino que progresivamente vamos variando la longitud máxima, claro está hasta llegar al valor del tamaño del código. En un principio puede parecer que esta técnica no es eficiente puesto que no se recorre el árbol completo hasta la última iteración. Lo importante es saber que es lo que se desea, ya que si fuese únicamente recorrer el árbol completo, se aplicaría DFS o cualquier algoritmo de lectura de árboles. Sin embargo nuestro objetivo es encontrar la solución a un problema, que no es más que el número máximo de códigos que cumplen una serie de restricciones y puede ocurrir que dado un tamaño de código el algoritmo ITDFS encuentre la solución antes que el DFS. Hay que hacer notar que el algoritmo DFS recorre el árbol completo, pero nadie nos asegura que a partir de una determinada profundidad de exploración ya no hayan códigos válidos que añadir. Es por esto por lo que el algoritmo ITDFS puede ser muy potente.

Las ventajas e inconvenientes de este método de forma general pueden verse tomando dos caso extremos. Si el tamaño del código es pequeño con un peso aceptable, el

algoritmo ITDFS al ir realizando iteraciones puede ser más costoso que el algoritmo DFS que en una única iteración explora el árbol sin problemas y da un resultado exacto. Sin embargo el caso extremo de tamaño elevado y peso considerable, el algoritmo ITDFS puede proporcionar un resultado aceptable (probablemente no exacto) con una carga computacional no muy excesiva, mientras que el algoritmo DFS puede ser imposible de usar. Por ejemplo puede ocurrir que el límite de carga computacional sea una profundidad en torno a p , por lo que si este valor es del orden de magnitud del tamaño del código el resultado de ITDFS con profundidad p es un valor muy aproximado al real. Sin embargo, dado que $p < m \times n$, el algoritmo DFS es inviable. De hecho el algoritmo ITDFS no es viable al 100 %, sino que sólo podría alcanzar una profundidad en torno a p .

| Máximo número de códigos | | | | | | |
|---------------------------------|----------|----------|------------|-----------------|--------------|--------------------|
| <i>m</i> | <i>n</i> | <i>w</i> | <i>DFS</i> | <i>Longitud</i> | <i>ITDFS</i> | <i>Profundidad</i> |
| 3 | 4 | 2 | 15 | 12 | 15 | 8 |
| 3 | 4 | 3 | 4 | 12 | 4 | 8 |
| 4 | 4 | 2 | 28 | 16 | 28 | 11 |
| 4 | 4 | 3 | 8 | 16 | 8 | 12 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 16 | 4 | 14 |
| 6 | 4 | 2 | 66 | 24 | 66 | 17 |
| 6 | 4 | 3 | 19 | 24 | 19 | 18 |
| 6 | 4 | 4 | 8 | 24 | 8 | 21 |
| 8 | 4 | 2 | 120 | 32 | 120 | 23 |
| 8 | 4 | 3 | 37 | 32 | 33(37) | 21(32) |
| 8 | 4 | 4 | 16 | 32 | 13(16) | 22(30) |
| 8 | 4 | 6 | 3* | 32 | 2(3) | 17(24) |
| 8 | 8 | 2 | 248 | 64 | 248 | 48 |
| 8 | 8 | 3 | 75 | 64 | 70 | 48 |
| 8 | 8 | 4 | 33* | 64 | 29 | 46 |
| 16 | 8 | 2 | 1008 | 128 | 1008 | 79 |

Tabla 5.2. Comparación entre los algoritmos DFS e ITDFS en función del tamaño, peso y número máximo de códigos que proporcionan. Los resultados marcados con * indican que realmente se han obtenido con otro método.

No obstante, si el tamaño es excesivamente grande para que ITDFS proporcione un resultado bueno la profundidad debe de ser elevada y como este algoritmo en última instancia no es más que DFS, puede llegar a ser inviable por las mismas razones que este último.

Por tanto no existe una solución sencilla sobre que algoritmo usar, todo depende de los resultados que se desean obtener. Para realizar una pequeña comparación mostraremos en la tabla 5.2 el máximo número de códigos que predicen tanto DFS como ITDFS para algunos tamaños y pesos. En esta misma tabla proporcionamos la longitud del código que

no es más que el número máximo de nodos que recorre DFS así como el número de códigos que predice ITDFS junto con la profundidad necesaria a la derecha. Esta profundidad es una medida directa de la eficiencia de ITDFS. El caso ideal es aquel que predice el máximo número de códigos con la menor profundidad posible. Cabe comentar que en esta tabla también hemos puesto códigos con valores de m distintos a los de n , y que no ocurre lo mismo que en la tabla 5.1, donde el número efectivo de ramas sólo depende de la longitud total. En este caso el número máximo de códigos que por ejemplo se alcanza en el caso $m=3$ y $n=4$ con $w=2$ no es el mismo que se alcanzaría con $m=4$, $n=3$ y $w=2$. De hecho proporcionan 15 y 22 códigos respectivamente. Sin embargo el objetivo de esta tabla no es un análisis de ese tipo que se hará posteriormente, por lo que en este caso nos limitamos a estudiar distintos casos y comparar los algoritmos DFS e ITDFS, sin estudiar los ejemplos recíprocos.

Procedemos ya a comentar los resultados concretos de la tabla 5.2. Por ejemplo en los dos primeros casos ($m=3$, $n=4$ y $w=2$ y 3) se puede ver como el algoritmo ITDFS obtiene el mismo número máximo de códigos pero con una profundidad de 8, cuando la longitud es 12. Este valor está en torno a un 66 % del total, por lo que nos ahorramos la exploración de algo más del 30 % del árbol. Otro caso es por ejemplo cuando $m=8$ y $n=4$, para distintos pesos. Vemos como para $w=2$, con 23 iteraciones de 32 posibles se alcanza el número deseado. Sin embargo para pesos $w=3,4$ y 6 hemos puesto una aproximación y entre paréntesis cuando se llega al número máximo. En este caso cuando el peso del código es 3 vemos como en 21 iteraciones ya hemos descubierto 33 de los 37 posibles códigos lo que ya da una magnitud muy cercana al número que realmente vamos a obtener. Para llegar al resultado exacto vemos como el número de iteraciones en ITDFS iguala al algoritmo DFS. Este efecto se puede ver cuando el peso del código crece, el algoritmo ITDFS se hace menos eficiente porque aumentan el número de combinaciones y al tener un peso mayor las restricciones en cuanto a autocorrelación y correlación cruzada hacen que muchos códigos deban de ser eliminados, resultando por tanto la búsqueda mucho más costosa.

En el caso $m=16$, $n=8$ y $w=2$, se obtienen 1008 códigos disponibles. El algoritmo ITDFS proporciona este valor por primera vez en la iteración número 79, lo que está en torno a un 60 % del total. Es evidente por tanto que en algunas iteraciones anteriores el valor proporcionado por ITDFS ya rondaba los mil códigos, por lo que con una exploración de menos del 60 % del árbol ya estamos consiguiendo un valor muy aproximado. Los resultados de la tabla muestran que la exploración del árbol está entre un 60 % para pesos pequeños y un 75 % para pesos algo superiores, y que en algunos casos si el peso es comparable al tamaño del código hay que realizar una exploración del 100 % del árbol.

También hay que hacer notar que en algunos caso el número máximo de códigos que proporciona DFS se ha remarcado con un *, siendo esto así porque ese número se ha

obtenido mediante otro método y puede ser que incluso no sea del todo exacto. Esto se ha realizado así porque estamos ante el caso comentado de que la carga computacional de DFS es inviable, mientras que con ITDFS nos podemos acercar al resultado con un número menor de iteraciones.

Por tanto es muy útil usar el algoritmo ITDFS pero hay que ser consciente de las limitaciones que presenta, no ya tanto desde el punto de vista computacional sino desde la interpretación del resultado que proporciona. En la tabla 5.2 hemos visto la eficacia de ITDFS en algunos casos frente a DFS, pero esto se ha podido determinar porque de forma previa conocíamos el valor que proporcionaba DFS. Queremos que dado un caso, poder tomar una decisión acerca de que método elegir y no usar los dos. Por ello si escogemos ITDFS con un número dado de iteraciones realmente nunca vamos a estar seguros de que el resultado que proporciona es cierto o de cuanto se acerca al valor real. Además no es conveniente usar el algoritmo ITDFS variando el número de iteraciones en un rango muy amplio porque la carga computacional de cada iteración es menor que la de DFS pero la suma total puede superarla. Por ello este algoritmo viene muy bien en ciertas ocasiones para dar una aproximación y saber el orden de magnitud del resultado, pero no se puede usar pretendiendo encontrar el resultado exacto. Por ello es una buena primera aproximación, y si el resultado es convincente se puede pasar más adelante a la evaluación con DFS (siempre que sea viable).

III. *Algoritmo de generación de códigos aleatorio.*

El algoritmo de generación de códigos aleatorio es un algoritmo muy sencillo y que sin embargo posee una elevada potencialidad. Este algoritmo básicamente lo que hace es generar un código de forma aleatoria y comprobar si cumple las restricciones impuestas, en cuyo caso es un código válido en el sistema. En caso contrario el código no es válido, por lo que se desecha y se procede a la generación de otro código. La generación de códigos se realiza mediante una matriz en la que la probabilidad de que uno de sus elementos sea 1 es $p_1 = w/n.m$ y la probabilidad de que sea 0 es $p_0 = 1 - p_1$. De esta forma estamos forzando a que en la mayoría de los casos el número de 1 en la matriz sea w , tal y como se desea. Sin embargo estamos tratando con probabilidades, por lo que puede ser que la mayor parte de los códigos que se generan no cumplan la restricción del peso. No obstante modificamos la generación aleatoria del código para forzar que todos tengan el mismo peso. Esto se hace controlando el algoritmo de generación de forma que si llega un momento en el que el número deseado de ceros o unos ya se ha alcanzado se rellena el código con los elementos que le faltan. De esta forma no se generan códigos que no puedan ser válidos en el sistema por el simple hecho de que su peso no es el adecuado.

Una vez generado el código, como hemos comentado se procede a validarlo. Por tanto este algoritmo continuamente está generando códigos y validándolos. Lo único que nos queda es establecerle una condición de parada con el objetivo de que no esté continuamente ejecutándose. Para ello una buena condición es aquella por la que se para el algoritmo si se ha generado un número de códigos igual a 100 veces el tamaño del código y en todos ellos no se ha encontrado ningún código nuevo que añadir a los códigos válidos [YIM03]. En ese caso se concluye que es muy probable que ya no existan más códigos.

Se puede apreciar que este algoritmo es muy potente desde el punto de vista de la complejidad de cálculo. La carga computacional que requiere puede ser muy elevada, con bucles con muchas iteraciones y en cada iteración hay que comprobar muchas cosas, como por ejemplo la correlación cruzada con el resto de códigos, pero en ningún momento estamos hablando de que la carga computacional crezca como la potencia de dos. Es por ello por lo que es raro el caso que este algoritmo no pueda analizar, habrá algunas situaciones en las que dará un respuesta rápida y otras en la que tardará mucho tiempo, pero ninguna de ellas será inviable. Claro está que esa gran ventaja va acompañada de una gran limitación, que no es más que el resultado que proporciona este método no puede ser calificado de exacto en ningún momento, a no ser que se conozca de antemano el resultado. Por tanto este método será de gran utilidad en los casos en los que los dos algoritmos anteriormente comentados sean inviables desde el punto de vista de la carga computacional. De hecho los resultados mostrados en la tabla 5.2 que poseen un * se han obtenido con este método.

Ahora vamos a pasar a comparar los resultados de este algoritmo con los resultados exactos, para lo que usaremos la tabla 5.3. En esta tabla se aprecia como el algoritmo aleatorio proporciona unos excepcionales resultados ya que en la mayoría de los casos nos da el valor exacto. En la segunda fila hemos puesto dos resultados para ilustrar uno de los posibles comportamientos de este método. Para el caso $m=6$, $n=4$ y $w=3$ se sabe que el número máximo de códigos es de 19. Probando con el método aleatorio en una primera ejecución nos proporciona 18 códigos. Como sabemos que hay más, volvemos a ejecutar y ya en esta segunda ocasión nos da el resultado exacto. Por tanto si el tiempo de simulación lo permite es muy bueno ejecutar el método aleatorio varias veces pues esto nos dará información de lo veraz que puede ser el resultado, en el sentido de si siempre se obtiene el mismo valor o por el contrario hay una pequeña oscilación. Sobre todo es muy importante saber el máximo valor que se obtienen del conjunto de simulaciones, ya que este valor podrá ser tomado como una cota inferior. También hay casos en los que hemos puesto el primer valor de la simulación para ilustrar que el algoritmo aleatorio no da siempre el valor exacto pero en casos sencillos como son las primeras filas de la tabla es sencillo repetir la simulación varias veces y con casi toda seguridad se acaba obteniendo el resultado deseado.

Otro caso de interés es aquel en el que $m=8$, $n=8$ y $w=4$, donde se presenta inviable el uso de algún algoritmo como DFS. Por ello no se posee el número exacto de códigos válidos, pero el método aleatorio nos proporciona como valores máximos de las simulaciones 33 códigos, por lo que tomamos ese valor como bueno.

| m | n | W | Máximo número de códigos | |
|-----|-----|-----|--------------------------|------------------|
| | | | <i>Exacto</i> | <i>Aleatorio</i> |
| 6 | 4 | 2 | 66 | 66 |
| 6 | 4 | 3 | 19 | 18,19 |
| 6 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 8 | 4 | 2 | 120 | 120 |
| 8 | 4 | 3 | 37 | 34 |
| 8 | 4 | 4 | 16 | 14 |
| 8 | 8 | 2 | 248 | 248 |
| 8 | 8 | 3 | 75 | 75 |
| 8 | 8 | 4 | - | 33 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 16 | 16 | 4 | 284** | 261 |
| 16 | 16 | 6 | 92** | 66 |
| 16 | 16 | 8 | 50** | 23 |
| 32 | 32 | 4 | 1108** | 912 |
| 32 | 32 | 6 | 367** | 363 |
| 32 | 32 | 8 | 171** | 144 |

Tabla 5.3. Comparación entre los resultados exactos y los que proporciona el algoritmo de generación de códigos aleatorio. Los valores marcados con ** han sido tomados de [YIM02].

A partir de ahí consideramos códigos con un gran tamaño y peso elevado que requieren una gran carga computacional. Los datos exactos se encuentran marcados con ** para indicar que no han sido obtenidos a lo largo del desarrollo de este trabajo con alguno de los métodos anteriormente comentados sino que se han obtenido de uno de los artículos de la bibliografía [YIM02], en la que se comenta explícitamente que se ha usado el algoritmo DFS pero es imposible determinar en que condiciones se ha ejecutado (en lo que se refiere a hardware, software usado y tiempo de simulación empleado).

Por ejemplo en el caso $n=16$, $m=16$ y $w=4$ se sabe que el número de códigos que se puede obtener es 284, pero sin embargo el método nos proporciona un valor de 261. Además este valor no es el resultado de una única simulación, sino que es el resultado de varias simulaciones. Tras algo más de 4 horas de simulación se obtuvieron 256 códigos, y a partir de ahí se puede partir de esos datos y ejecutar nuevas simulaciones para ver si se obtienen nuevos códigos válidos. Aún así es difícil obtener el resultado exacto. De hecho la condición de parada del algoritmo es que no se encuentren nuevos códigos después de haber generado $100 \times n \times m$ códigos (esto equivale a 25600 códigos). Suponiendo el caso

extremo de que cada bucle se haya ejecutado hasta la última iteración posible y que cada vez hemos generado un código distinto (cosa totalmente improbable) habríamos generado el siguiente número de códigos:

$$N_{\text{códigos}} = 25599 \times 261 = 6681339 \quad (5.4)$$

es decir más de seis millones y medio de códigos. Pero resulta que en este caso el número de posibilidades está en torno a los 175 millones. Por tanto en un caso ideal no generamos ni el 4 % del número de combinaciones. Por tanto para acercarse más al resultado real habría que aumentar la condición de parada, pero esto incrementaría el número de horas o días de simulación y aún así no se asegura nada, puesto que todo es aleatorio y no sabemos el número de veces que se podrá repetir un código. Este resultado muestra el por qué de la viabilidad de este método y no de otros. Ni el 4 % del total ya requiere horas o días de simulación, por lo que un porcentaje mayor dispararía la carga computacional. Sin embargo esto se puede analizar desde otra perspectiva, y es que el algoritmo aleatorio explorando menos del 4 % de todas las posibilidades es capaz de hallar casi el 92 % del resultado exacto. Es por esto por lo que en el comienzo de este apartado comentamos que este método era muy sencillo pero a la vez muy potente.

IV. Comparativa de los algoritmos de generación de códigos.

En este apartado vamos a hacer una pequeña comparativa entre los tres métodos de generación de códigos que hemos visto: *Depth First Search* (DFS), *Iterative Deepening Depth First Search* (ITDFS) y *algoritmo aleatorio*.

Esta comparativa la basaremos en las dos magnitudes de interés: el máximo número de códigos que proporciona el algoritmo y la carga computacional que requiere para ello. Como ya hemos visto estos algoritmos están diseñados para buscar el máximo número de códigos que cumplen unas determinadas restricciones. Estos códigos no son más que matrices de tamaño $n \times m$ en la que los elementos son 1 o 0. El número de 1 que posee la matriz es lo que se denomina peso del código o *weight*. Por tanto, dado un tamaño y peso de un código no tenemos más que w unos que se van distribuyendo en $n \times m$ posiciones. Por tanto es de especial interés saber el número máximo de combinaciones distintas que se pueden generar, ya que el árbol binario que recorre completamente el algoritmo DFS o parcialmente ITDFS posee todas esas combinaciones y es por tanto una primera medida de la carga computacional requerida.

El número máximo de combinaciones que se pueden obtener al distribuir w unos en $m \times n$ posiciones viene dado por la siguiente expresión:

$$N_{\text{max}} = \binom{m \times n}{w} = \frac{m \times n!}{w! \cdot (m \times n - w)!} \quad (5.5)$$

de forma que se puede apreciar claramente que si aumenta el tamaño del código y el peso, el número máximo de combinaciones crece en gran medida debido a los factoriales y por tanto se necesitará un árbol binario mayor. Esto repercutirá en que la carga computacional se incrementará exponencialmente. En la tabla 5.4 vamos a mostrar como varía el número máximo de combinaciones para varios tamaños de código y a medida que incrementamos el peso. En esta tabla se han tomado ya códigos de un tamaño apreciable. Se puede observar para cada uno de los tamaños (64, 256 y 1024) como a medida que el peso se va incrementando el número de combinaciones se hace varios órdenes de magnitud superior a la medida anterior. Estas son las cifras que revelan como cuando el tamaño del código es considerable algunos algoritmos se hacen inviables, ya que simular un árbol binario de esas magnitudes no es sencillo. No hay más que saber que la forma de recorrer un árbol binario es mediante funciones recursivas y si el tamaño es muy grande se realizarán muchas llamadas que necesitarán apilar muchas variables para cuando se produzca el retorno de la llamada. Por ello si se usa un algoritmo de exploración de árboles binarios con tamaños grandes y se hace en una máquina no adecuada es muy fácil que se obtengan un error por desbordamiento de la pila.

| m | n | w | N_{max} |
|-----|-----|-----|-------------------------|
| 8 | 8 | 2 | 2016 |
| 8 | 8 | 4 | 635376 |
| 8 | 8 | 6 | 74974368 |
| 8 | 8 | 8 | 4426165368 |
| 16 | 16 | 2 | 32640 |
| 16 | 16 | 4 | 174792640 |
| 16 | 16 | 6 | 3.6853×10^{11} |
| 16 | 16 | 8 | 4.0966×10^{14} |
| 32 | 32 | 2 | 523776 |
| 32 | 32 | 4 | 4.5545×10^{10} |
| 32 | 32 | 6 | 1.5779×10^{15} |
| 32 | 32 | 8 | 2.9172×10^{19} |

Tabla 5.4. Variación del número máximo de combinaciones de w unos en $m \times n$ posiciones a medida que aumenta w .

Está claro que nuestro interés reside en encontrar el número máximo de códigos que pueden ser generados dado un tamaño y peso y que cumplan con las especificaciones detalladas en las expresiones (5.1), (5.2) y (5.3). Por tanto cuando abordemos un problema de estas características debemos de elegir un método adecuado para la obtención de los códigos. Para decidir entre los distintos métodos que hemos visto necesitamos en primer lugar tener una idea de la carga computacional que se va a requerir. Esta carga computacional estará estrechamente ligada al número máximo de combinaciones que se

pueden dar en nuestro caso y que viene detallado por (5.5). Ambas magnitudes van a estar directamente relacionadas.

En la figura 5.3 mostramos de forma esquemática que algoritmo de generación de códigos es el más adecuado en función del tamaño del código y de su peso, o lo que es lo mismo, en función de la carga computacional. Hay que destacar que en esta figura tratamos con 3 tipos de problemas: carga computacional baja, media y alta. Esto es una simplificación y no se pretende nada más que ilustrar donde es útil cada método y donde deja de serlo. Está claro que si tratamos con códigos con tamaños pequeños, la mejor opción casi independientemente del peso es usar el algoritmo DFS ya que nos dará un resultado exacto (exploración completa del árbol). En esta zona no es muy útil usar el algoritmo aleatorio puesto que no es seguro que se obtenga el resultado exacto y a que con casi toda probabilidad se tardará más en realizar los bucles de comprobación que en recorrer el árbol completo. Si hay un método exacto y eficiente, no hay razón por qué usar otro. Es cierto que si el peso crece el algoritmo ITDFS puede cobrar importancia pero a no ser que se consiga centrar las iteraciones en las profundidades adecuadas se perderá más tiempo haciendo iteraciones que con DFS.

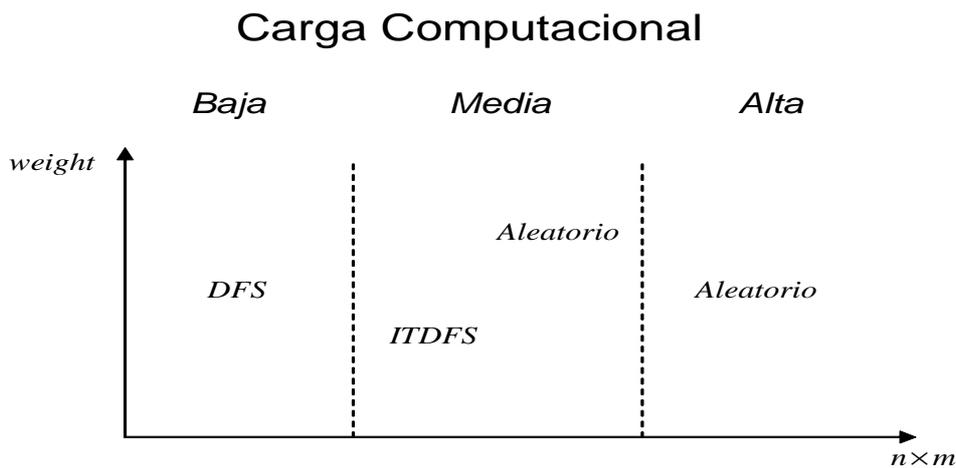


Figura 5.3. Comparativa de los distintos métodos de generación de códigos en función de la carga computacional (tamaño y peso del código).

En una segunda zona clasificamos aquellos problemas en los que la carga computacional es media. En ellos si el peso no es muy grande hemos comprobado como el algoritmo ITDFS se comporta bien ya que recorriendo en torno al 60-75 % del árbol binario se obtiene un resultado muy bueno, bien exacto o cercano. En estos casos al haber aumentado el tamaño del código aumenta la longitud del árbol binario, con el consiguiente aumento de niveles y de ramas a explorar. Dado que el número de nodos crece exponencialmente en función del número de niveles, la ejecución del algoritmo DFS cada vez es más costosa (exponencialmente más costosa) lo que justifica el optar por un camino alternativo que quizá sólo nos de un resultado aproximado. No obstante si estamos en casos cercanos a las fronteras está claro que la ejecución de cualquiera de los algoritmos

que están a un lado o el otro ya es una elección propia. En esta misma zona si el peso es mayor, la carga computacional crece muy rápido (no hay más que observar la tabla 5.4) por lo que llegará un momento en el que es más adecuado el uso del algoritmo aleatorio. Este algoritmo puede proporcionar resultados aproximados iguales de válidos que los que proporciona el algoritmo ITDFS.

A partir de ahí entramos en una zona en la que el tamaño es elevado y cualquier valor para el peso nos dará un número de combinaciones elevado (evitando casos de pesos bajos como $w=1,2$ o 3). Es por ello por lo que en esta zona la única posibilidad es el algoritmo de generación de códigos aleatorio puesto que ya hemos llegado a una zona donde resulta inviable recorrer árboles binarios de esas magnitudes. Cabe comentar que en estos casos la carga computacional sigue siendo muy alta, aunque se use el método aleatorio, y los resultados pueden tardar horas, e incluso días en aparecer. Sin embargo se está evitando un desbordamiento de la pila prácticamente seguro con DFS o ITDFS.

Una nota a tener en cuenta es la separación entre las zonas, que como ya hemos comentado no es directa sino que hay una pequeña zona de transición entre una zona y otra en la que cualquiera de los métodos adyacentes es válido. Sin embargo encontrar esas zonas es difícil y además es dependiente del equipo que se esté usando para la simulación. Esto quiere decir que lo que para un equipo es carga computacional elevada para otro puede que todavía esté en carga computacional baja. Sin embargo, si se observa la tabla 5.4, en el caso $m=32$, $n=32$ y $w=8$ hay 2.9172×10^{19} combinaciones posibles y este número es ciertamente elevado para cualquier computador que se use. Está claro que trabajamos con un árbol con 1024 niveles, en los que en el último nivel habría 2^{1024} nodos, y aunque muchas ramas van a ser podadas, es difícil tratar con esos órdenes de magnitud.

A continuación vamos a hacer un análisis de los tres algoritmos en lo que se refiere a carga computacional, para lo que definiremos una serie de pruebas que ejecutaremos con cada uno de los métodos y mediremos el tiempo de simulación necesario en cada uno de los casos. A la hora de presentar los resultados de tiempo de simulación hay que tener en cuenta que son fuertemente dependientes de la máquina que se use para realizar la simulación, pero si todas se ejecutan en la misma máquina la comparación relativa proporciona mucha información. En cuanto a lo que se refiere a ITDFS, vamos a realizar las simulaciones partiendo desde el 70 % de la profundidad máxima y pararemos la simulación cuando se haya obtenido el resultado exacto bien una muy buena aproximación en muy poco tiempo. Los resultados los mostramos en la siguiente tabla:

| <i>m</i> | <i>n</i> | <i>w</i> | DFS | | ITDFS | | Aleatorio | |
|----------|----------|----------|-----------------|---------------|---------------------|---------------|-----------------|---------------|
| | | | $T_{sim} (seg)$ | $N_{códigos}$ | $T_{sim} (seg)$ | $N_{códigos}$ | $T_{sim} (seg)$ | $N_{códigos}$ |
| 8 | 4 | 2 | 21.5 | 120 | 19.5 | 120 | 132.7 | 120 |
| 8 | 4 | 3 | 60.5 | 37 | 48 | 35 | 46.6 | 33 |
| 8 | 4 | 4 | 239.7 | 16 | 154.4 | 13 | 21.7 | 15 |
| 8 | 8 | 2 | 221.8 | 248 | 204.1 | 248 | 698.9 | 248 |
| 8 | 8 | 3 | 1109.7 | 75 | 901.2 | 70 | 192.8 | 75 |
| 8 | 8 | 4 | 6787.5 | 33 | 2623.5 | 29 | 197.2 | 33 |
| 16 | 6 | 2 | 1221,1 | 752 | 503,02 | 751 | 4317,2 | 752 |
| 16 | 6 | 3 | 8703,8 | 229 | 1859,4 | 199 | 1614,4 | 229 |
| 16 | 6 | 4 | + de 30000 | 99 | en torno a 11000 | 85 | 571,32 | 96 |

Tabla 5.5. Comparativa entre los tiempos de simulación de los 3 algoritmos en estudio: DFS, ITDFS y algoritmo aleatorio. $T_{sim} \equiv$ Tiempo de la simulación, $N_{códigos} \equiv$ Número máximo de códigos válidos en el sistema.

En la tabla 5.5 se aprecia como en los tres tamaños en estudio, cuando el peso del código es igual a 2, el algoritmo más eficiente es el DFS. Es cierto que puede ser que ITDFS tenga una carga temporal menor, pero para que realmente ITDFS sea mejor en estos caso hay que tener mucha precisión a la hora de establecer el rango de las iteraciones, y es que hablamos de una diferencia de pocos segundos. En estos casos el algoritmo aleatorio es ineficiente puesto que encuentra los códigos de una forma rápida ya que hay un número elevado de códigos válidos, pero hay veces que hace iteraciones muy grandes y sobre todo para parar el algoritmo hay que realizar un número de iteraciones prefijado y elevado. Además en todas y cada una de las iteraciones hay que realizar un gran número de comparaciones con todos los códigos ya validados. Una vez que pasamos a una situación más intermedia, como es el caso de un peso igual a 3, se aprecia como ya si el algoritmo ITDFS empieza a tomar ventaja sobre DFS, siendo la diferencia de tiempos de simulación ya más notoria. Además ya empieza a tomar cuerpo el algoritmo aleatorio pudiéndose considerar el más eficiente, y es que realmente este algoritmo es muy potente. La única duda es la precisión del resultado que nos proporciona, pero puede verse que es bastante elevada ya que le número que proporciona es igual al de DFS. A partir de aquí todo lo que suponga incrementar la carga (pesos superiores y tamaños mayores) implica que el único algoritmo que podemos emplear es el de generación de códigos aleatorios.

En la figura 5.4 vamos a ilustrar de forma gráfica la evolución que siguen los tiempos de simulación para los distintos algoritmos a medida que aumenta la carga computacional requerida.

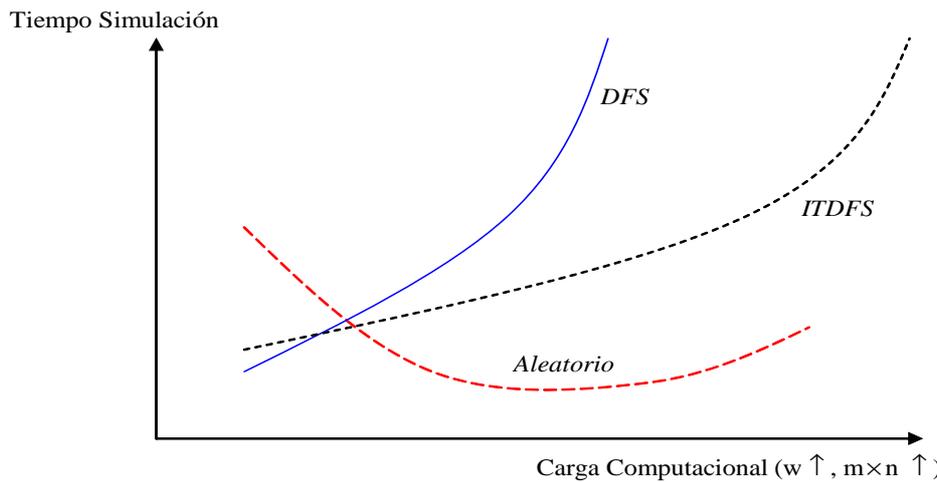


Figura 5.5. Comportamiento en cuanto a tiempo de simulación en función de la carga computacional de los tres algoritmos estudiados.

La figura 5.5 no tiene más objetivo que ilustrar de forma gráfica los comportamientos que ya hemos comentado. En los algoritmos de exploración de árboles llega un momento en el que su tiempo de simulación se dispara, y ya no son viables. Esto le ocurre antes a DFS, mientras que ITDFS hay una zona en la que todavía se puede seguir usando antes de llegar al punto en el que se dispara. El algoritmo aleatorio es ineficiente al principio, después pasa por una zona en la que es muy eficiente. Sin embargo si la carga computacional requerida crece mucho, este algoritmo también puede tardar mucho tiempo en proporcionar resultados pero es sin duda el más eficiente y casi el único que se puede usar.

5.3 ANÁLISIS Y RESULTADOS.

En este apartado vamos a estudiar los efectos de cada uno de los parámetros que conforman un código, entendiéndose por ello su tamaño, tanto en número de longitudes de onda como de intervalos de chip, así como el peso y el efecto que estos producen en el máximo número de códigos que se pueden generar.

Para ello usamos la figura 5.6 en la que se ilustra la variación del máximo número de códigos o usuarios en el sistema (Φ_{\max}) en función de los parámetros que definen el código. La figura 5.6 (a) y (b) muestran el número máximo de códigos como una función de m y n . En la figura 5.6 (a) m varía desde 2 hasta 8, con $n=8$ mientras que en la figura 5.6 (b) se intercambian los papeles de m y n . Se puede observar claramente que incrementar el número de longitudes de onda (m) permite generar mayor número de códigos válidos en el sistema que lo que se consigue incrementando el número de chips (n). El caso $m=8, n=6$ y $w=2$, que denotaremos como $(8,6,2)$ permite 184 usuarios simultáneamente en nuestra red de comunicaciones ópticas con O-CDMA, mientras que el caso $(6,8,2)$ sólo permite 138. Otro ejemplo es que el número de usuarios en el caso $(8,4,2)$ es 120 mientras que el caso

(4,8,2) sólo permite la mitad, 60. Esto puede ser explicado fácilmente notando que cuando se añaden más intervalos de chip estamos aumentando el tamaño del código, pero sin embargo el crecimiento en lo que se refiere al número de códigos va a estar limitado por la restricción de la correlación cruzada (expresión (5.3)), ya que esta condición se debe de cumplir para cualquier desplazamiento arbitrario.

En cambio, la figura 5.6 (c) muestra Φ_{max} como función del peso del código w para un tamaño dado. A medida que el peso del código aumenta, la probabilidad de correlación entre los distintos códigos aumenta por lo que disminuye el máximo número de códigos soportado. Es evidente que aunque a mayor peso más combinaciones existentes, también habrá muchas posiciones de la matriz que solapen por lo que la correlación tendrá valores mayores.

Por tanto encontramos que la mejor solución es usar códigos con peso bajo y una relación longitud de onda a número de chips alta.

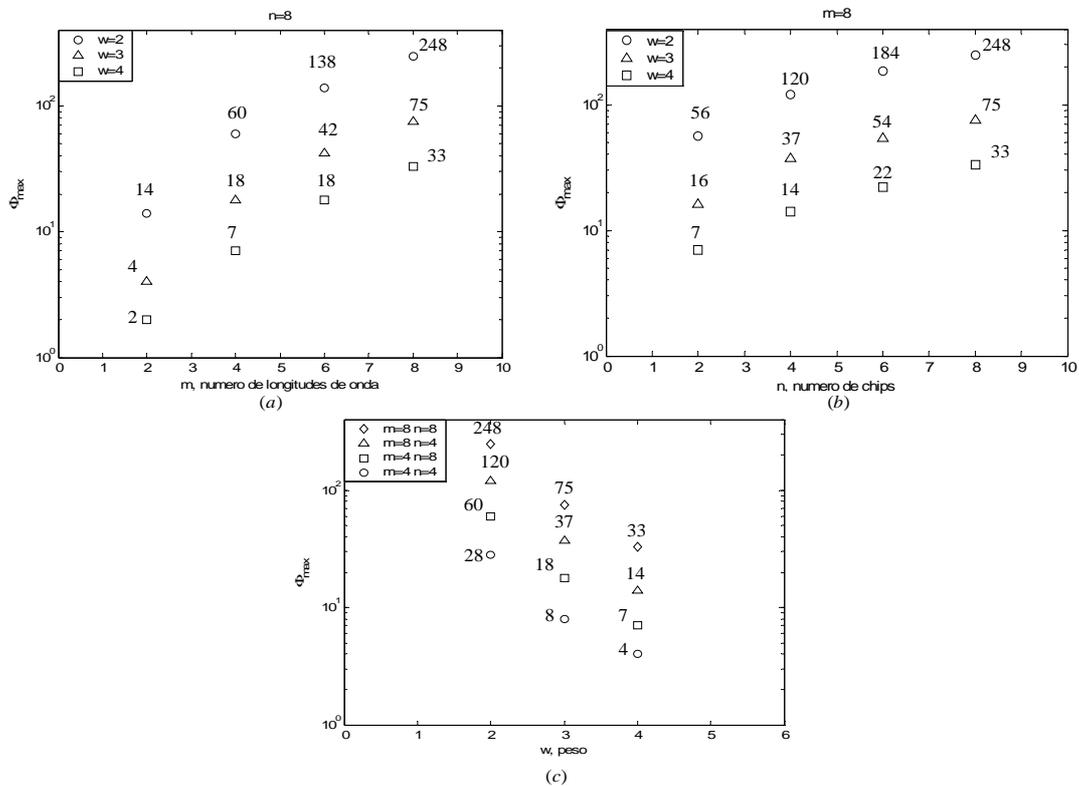


Figura 5.6. Máximo número de usuarios soportado (Φ_{max}) en función de (a) m con $n=8$ y (b) n con $m=8$, con $w=2$ (círculos), $w=3$ (triángulos) y $w=4$ (cuadrados); (c) w con $n=8$ y $m=8$ (rombos), $m=8, n=4$ (triángulos), $m=4, n=8$ (cuadrados) y $m=4, n=4$ (círculos).

Otro de los análisis de gran interés dentro de un sistema de comunicaciones es encontrar la calidad de las comunicaciones que en él se producen. En un sistema de comunicaciones digitales la calidad se mide en términos de la probabilidad de error. No obstante una medida más acorde cuando el sistema de comunicaciones ya se encuentra en operación es la BER o tasa de error de bit. Para obtener una aproximación a la BER de

nuestra red de comunicaciones con acceso múltiple por división de código, hacemos las siguientes suposiciones [YIM02]:

- i. Sincronización perfecta entre los intervalos de chip de todos los usuarios interferentes. Esta suposición permite que las autocorrelaciones y correlación cruzada se puedan calcular desplazando una matriz por encima de la otra como si se trataran de secuencias discretas y se simplifiquen notoriamente los cálculos.
- ii. Pulsos temporales rectangulares e ideales para las señales codificadas y decodificadas.
- iii. Superposición incoherente de la interferencia multiusuario (ya que una fuente de banda ancha es usada como entrada de los decodificadores).
- iv. Ausencia de ruido tanto en el canal como en el receptor, por lo que se obtendrá la BER en función de la interferencia multiusuario.

En este caso si se usa el teorema central del límite, una distribución de media μ y varianza σ^2 puede ser usada para aproximar a interferencia multiusuario cuando en el sistema el número de ellos es elevado. La detección de un bit se realiza con un umbral óptimo situado en $\mu + \frac{w}{2}$, lo que nos proporciona una tasa de error de bit en función de la interferencia multiusuario que viene dada por [YIM02]:

$$BER = Q\left(\frac{\sqrt{SIR}}{2}\right) = Q\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{w^2}{(K-1)\bar{\sigma}_{pq}^2}}\right) \quad (5.6)$$

donde K es el número de usuarios simultáneos en el sistema (activos), $\bar{\sigma}_{pq}^2$ es la varianza media de la correlación cruzada aperiódica de Hamming entre cada par de códigos p y q teniendo en cuenta los $2n$ posibles desplazamientos y la función $Q(x)$ viene dada por:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt \quad (5.7)$$

Por su parte la correlación cruzada aperiódica de Hamming entre dos secuencias p y q viene dada por [IAC02]:

$$H_{pq} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-|k|} h(p_{i,j}, q_{i,j+k}) \quad k=-(n-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1 \quad (5.8)$$

$$h(p, q) = \begin{cases} 1 & p=q \\ 0 & p \neq q \end{cases}$$

donde hay que tener en cuenta que esta correlación no es igual a la correlación cruzada convencional que definimos en (5.2), en la que si se desbordaba la matriz por unos de los extremos se entraba por el otro (como si se hubiese hecho una extensión periódica de los

códigos). En este caso al ser una correlación cruzada aperiódica cuando desbordamos es como si multiplicásemos por cero.

Para el cómputo de la BER dado un número de usuarios simultáneos realizamos una simulación en el que la varianza se calcula empleando códigos aleatorios y con un total de 10000 muestras a las que se le realizará la media. Una vez calculada la varianza media $\bar{\sigma}_{pq}^2$ procedemos al computo de la tasa de error de bit usando (5.6). En la figura 5.7 se muestran los análisis realizados en los que se refiere a la tasa de errores.

Como era de esperar para un número de usuarios K dado y un peso, las prestaciones del sistema mejoran conforme se va incrementando el tamaño del código. Esto es debido a que la probabilidad de correlación entre las secuencias de ensanchado decrece a medida que aumenta el tamaño del código. Para el caso (16,24,6), (16,32,6) y (16,48,6) el número de usuarios que se encuentran transmitiendo simultáneamente con una $BER \approx 10^{-9}$ es aproximadamente 6, 8 y 12 respectivamente.

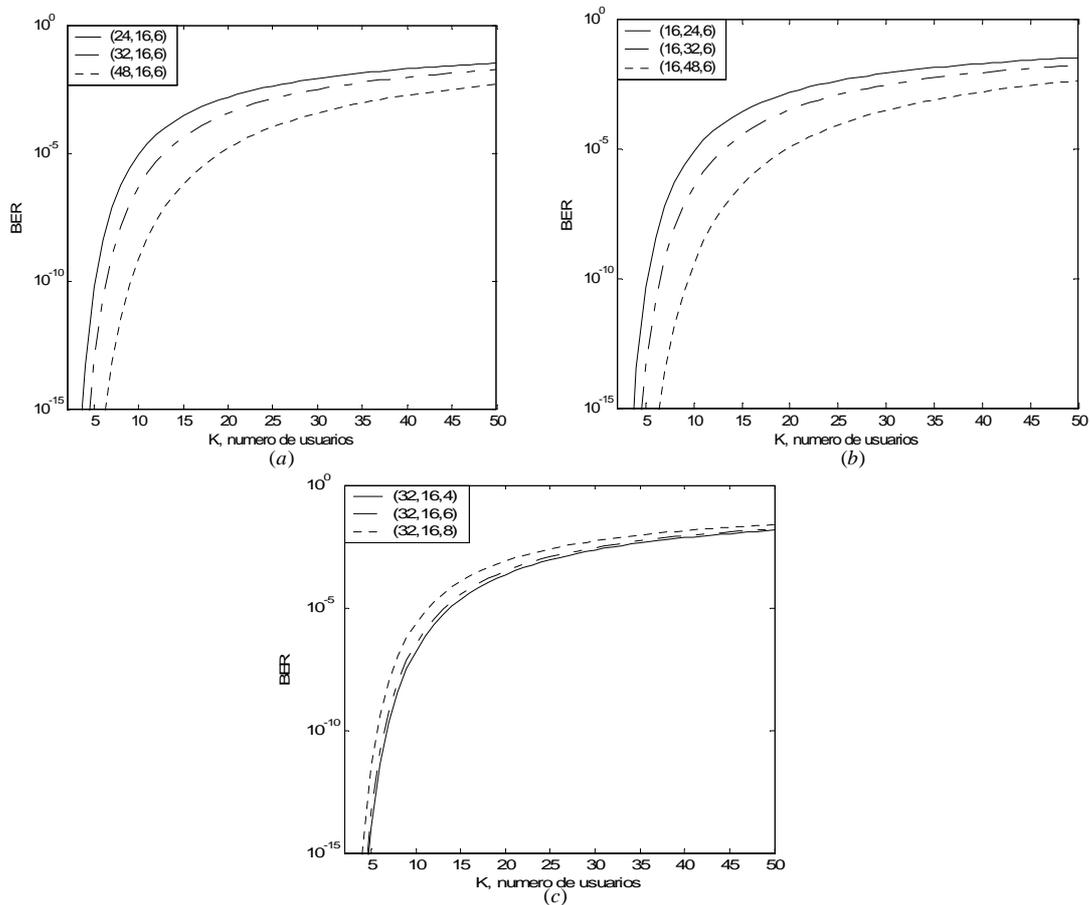


Figura 5.7. Tasa de error de bit (BER) en función del número de usuarios simultáneos para (a) $n=16, w=6$ y m como parámetro. (b) $m=16, w=6$ y n como parámetro. (c) $m=32, n=16$ y w como parámetro.

Resultados similares se obtiene en los casos (24,16,6), (32,16,6) y (48,16,6). En este caso como todos los códigos deben de satisfacer las mismas restricciones en lo que se

refiere a correlación cruzada y autocorrelación, es importante recordar que se obtienen mayor número de códigos válidos en el caso $m > n$.

En la figura 5.7 (c) hacemos un análisis para un tamaño fijo y vamos variando w . Se puede apreciar que los resultados son muy parecidos en todos los casos. De hecho la pequeña variación entre un caso y otro se puede achacar más a las limitaciones en cuanto a la generación de códigos (debido al enorme número de posibilidades que hay y la excesiva carga computacional necesaria) que la hecho de que se haya variado el peso del código. La pequeña variación se debe a que como aumenta el peso, esto va a repercutir en un aumento de la varianza media $\bar{\sigma}_{pq}^2$, por lo que en (5.6) se incrementa tanto el numerador como el denominador, de ahí la similitud de los resultados. No obstante en los casos en los que w es menor se puede generar una mayor cantidad de códigos Φ_{\max} , por lo que son casos interesantes y trabajan en unas condiciones de calidad muy buenas.

Para finalizar podemos decir que este algoritmo presenta mejores características en lo que se refiere al conjunto número máximo de códigos Φ_{\max} y tasa de error de bit BER que otros algoritmos como códigos *prime-hop* (PH), *fast frequency hopped* (FFH) y los códigos bidimensionales obtenidos a partir de códigos unidimensionales mediante el algoritmo de mapeo de *Yu y Park* (YP) [YIM02].

Una mejora que se puede proponer en este método es el uso de corrección de errores hacia delante (FEC), que mediante el envío de redundancia en la información nos permite detectar y corregir errores en el receptor, de forma que nos reducen la BER del sistema, por lo que el número de usuarios trabajando a una determinada tasa de error puede llegarse a cuadruplicar sobre lo que muestra la figura 5.7. Un algoritmo puede ser el uso del algoritmo Reed-Solomon.

Capítulo 6

Códigos 2-D W/T en sistemas O-CDMA con detección diferencial

En este capítulo se pretende dar un paso más en el estudio de las distintas versiones de acceso múltiple por división de código óptico. Para ello seguimos con el estudio de códigos bidimensionales pero con la novedad añadida de que realizamos una detección diferencial que nos va a permitir trabajar con señales antipodales en sistemas de comunicaciones ópticas.

El objetivo será evaluar los parámetros más importantes del sistema, que al igual que el capítulo anterior será el máximo número de códigos que se podrá generar y la tasa de error de bit en función del número de usuarios simultáneamente activos en el sistema.

En cuanto al algoritmo de generación de códigos que usaremos, en la mayor parte de los casos será un algoritmo de generación de códigos aleatorios con una determinada condición de parada.

6.1 EVOLUCIÓN HACIA LOS SISTEMAS CON DETECCIÓN DIFERENCIAL.

El acceso múltiple por división de código óptico (O-CDMA) es una técnica de acceso múltiple cuyo uso resulta de especial interés en aquellas redes en las que existe un tráfico a ráfagas y asíncrono. En estas redes, los dos parámetros más importantes del sistema como son el número máximo de usuarios (o códigos Φ_{\max}) que son soportados con una determinada tasa de error *BER* en función de la interferencia multiacceso (MAI), dependen directamente del tipo de código usado. En este sentido, numerosas técnicas y algoritmos de diseño de código han sido propuestos (tanto matemáticos como usando computadores) tanto para códigos con una dimensión como con más de una.

Algunos de los algoritmos que se han propuesto son capaces de conseguir un gran número de códigos Φ_{\max} , sin embargo, la tasa de error que se consigue está limitada por el uso de la técnica on-off con detección directa. Es por ello por lo que en un principio se planteó realizar una detección diferencial en los sistemas de comunicaciones óptica con O-CDMA, y aunque se consiguió realizar este tipo de detección, el número de códigos que se conseguía era pequeño [YIM03].

En este capítulo pretendemos estudiar una nueva familia de códigos bidimensionales (2-D) para sistemas $(\lambda-t)$ O-CDMA que usan detección diferencial, a cuyos códigos vamos a llamar BCDD (*Bipolar Codes with Differential Detection*). En este caso la autocorrelación y correlación cruzada no tiene por qué estar restringida a ser menor o igual que uno, y se establece el peso del código como la mitad del tamaño del mismo. Este tipo de códigos puede permitir que el número de usuarios en un sistema operando con una determinada *BER* se duplique con respecto a los sistemas en los que se usa detección directa. A esto se le puede añadir que en los sistemas de O-CDMA con detección diferencial también podemos añadir técnicas de detección y corrección de errores, lo que incrementará aún más el número de usuarios permitidos.

6.2 ESTUDIO DE LA DETECCIÓN DIFERENCIAL Y DE LA SEÑALIZACIÓN ANTIPODAL.

En la mayoría de los sistemas de comunicaciones ópticas la información se transmite de forma binaria en la que si en un intervalo de bit se quiere enviar un 1 se realiza inyectando luz desde la fuente en la fibra óptica mientras que si en ese intervalo se quiere transmitir un 0 no se inyecta luz en la fibra. Por tanto, en términos de la potencia usada en transmisión, sólo el 1 binario la requiere. A estos sistemas se les conoce con el nombre de modulación on-off (OOK- *On Off Keying*) o bien sistemas MI/DD (Modulación en intensidad con detección directa). En ellos se usa la curva característica del láser para

transmitir la información. Es evidente que estos sistemas están mucho más limitados que los sistemas genéricos de comunicaciones digitales. En estos últimos se pueden transmitir señales con voltajes negativos o positivos, por lo que hay múltiples constelaciones que se pueden implementar. En los sistemas de comunicaciones ópticas hay dos posibilidades, o se inyecta luz en la fibra o no se inyecta por lo que las posibilidades de constelaciones quedan muy limitadas.

Es por ello que sería muy interesante que en los sistemas de comunicaciones ópticas se pudiese usar la señalización antipodal, es decir, lo que sería equivalente a transmitir señales con tensión positiva y negativa. Es evidente que físicamente en la fibra óptica no se puede enviar una cantidad negativa de luz, por lo que la construcción de la señalización antipodal debe de construirse de otra forma. En la figura 6.1 mostramos las constelaciones de los sistemas OOK y del sistema con señalización antipodal en el caso de dos símbolos (caso binario).

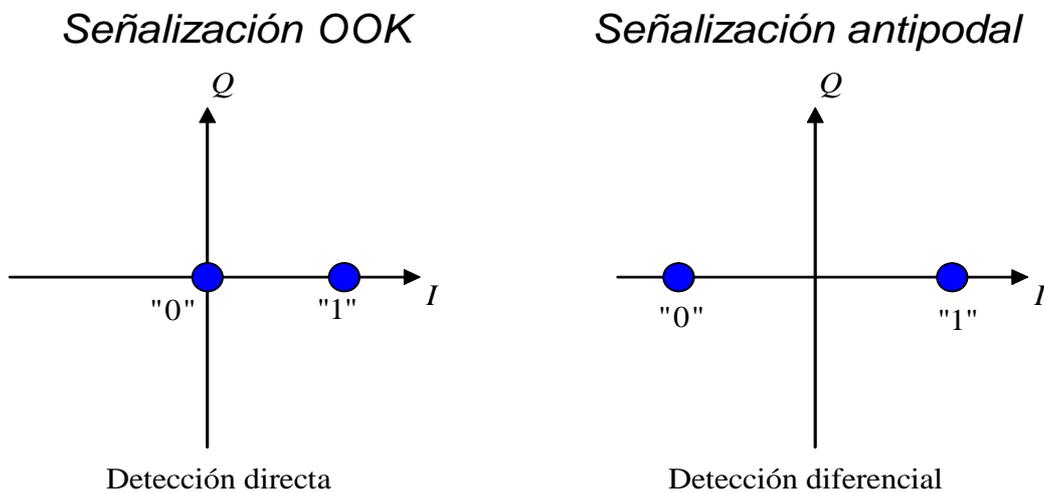


Figura 6.1. Comparación entre las constelaciones en los casos de señalización OOK (On Off Keying) y señalización antipodal. I y Q son las componentes en fase y cuadratura respectivamente.

Como se desprende de la figura 6.1 en el caso de señalización antipodal, la misma cantidad de potencia es empleada en la transmisión de un 1 que de un 0 binario. Estos bits se encuentran situados en puntos opuestos del espacio de señal, tomando como referencia el origen del mismo. En O-CDMA, la potencia empleada depende del peso del código o secuencia de ensanchado. De forma analítica el peso del código puede ser expresado como $w = \langle s_u^1, s_u^1 \rangle = \langle s_u^0, s_u^0 \rangle$ donde s_u^1 y s_u^0 son las secuencias de ensanchado del usuario u empleadas en la transmisión de un "1" y "0" respectivamente. El producto interno se define como:

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n u_{ij} v_{ij} \quad (6.1)$$

donde $u_{ij} = \{0,1\}$ es el valor del chip en la longitud de onda i -ésima en el intervalo de chip j -ésimo de la secuencia u , y además $i \in \{1,2,\dots,m\}$ son las longitudes de onda y $j \in \{1,2,\dots,n\}$ son los intervalos de chip.

Dado un slot de tiempo, la señal transmitida por el usuario u es $b_u \cdot s_u^1 + \bar{b}_u \cdot s_u^0$, donde $b_u \in \{0,1\}$ es el bit transmitido y $\bar{b}_u = 1 - b_u$. La señal recibida por el mismo usuario una vez ha pasado por el filtro adaptado y la detección diferencial puede ser modelado por:

$$salida_u = \left(\langle r, s_u^1 \rangle + \eta_1 \right) - \left(\langle r, s_u^0 \rangle + \eta_2 \right) \quad (6.2)$$

donde r es la señal recibida y que se corresponde con la suma de todas las señales transmitidas por todos los usuarios activos asumiendo que se encuentran sincronizados perfectamente y η_1 y η_2 son los ruidos asociados a los detectores del receptor balanceado. Como ya hicimos en el capítulo anterior, en nuestro análisis nos centraremos en la operación del sistema en función de la interferencia multiacceso (MAI) y omitiremos el ruido del receptor. Además, sin ninguna pérdida de generalidad vamos a suponer que el usuario 1 es el usuario deseado. Entonces la salida del filtro adaptado toma la siguiente expresión:

$$salida_1 = (b_1 - \bar{b}_1) \cdot w + \left\langle \sum_{k=2}^K s_k(X_k, Y_k, \tau_k), s_1^1 - s_1^0 \right\rangle \quad (6.3)$$

donde K es el número de usuarios activos, $s_k(X_k, Y_k, \tau_k)$ denota la secuencia de ensanchado del usuario k cuando ha transmitido los bits $X_k Y_k \in \{00,01,10,11\}$ de forma consecutiva, con un retraso relativo de τ_k entre el usuario k y el usuario 1. Hay que hacer notar que se ha podido combinar el productor interno de todos los usuarios debido a que hemos asumido que el ruido es nulo. X e Y son variables de Bernoulli idénticamente distribuidas con una probabilidad de $p = 1/2$, y τ es una variable aleatoria discreta uniformemente distribuida en el rango $\{0,1,2,\dots,n-1\}$. El primer término en (6.3) representa el valor medio de la señal decodificada por el usuario 1, mientras que el segundo término representa la interferencia multiacceso. Hay que tener en cuenta que los códigos son de peso w , por lo que a la salida vamos a tener la suma de w pulsos de chip en un mismo intervalo, por lo que el resultado será un pulso de amplitud $\pm w$ en función de que se haya transmitido un “1” o un “0”.

En estas condiciones la tasa de error de bit puede ser calculada mediante la siguiente expresión [YIM03]:

$$BER = P_r(b_1 = 1)P_r(MAI < -w) + P_r(b_1 = 0)P_r(MAI > w) \quad (6.4)$$

Si en el sistema hay K usuarios activos y se usa una aproximación gaussiana para la MAI, la BER puede ser expresada en términos de la relación señal a interferencia (SIR) como sigue:

$$BER = Q(\sqrt{SIR}) = Q\left(\sqrt{\frac{w^2}{(K-1)\bar{\sigma}_{uv}^2}}\right) \quad (6.5)$$

donde

$$Q(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt \quad (6.6)$$

y

$$\bar{\sigma}_{uv}^2 = E_{u,v} \left[\text{VAR}_{X,Y,\tau} \left(\langle s_v(X_v, Y_v, \tau_v), s_u^1 - s_u^0 \rangle \right) \right] \quad (6.7)$$

es la varianza media de la correlación cruzada aperiódica de Hamming entre cada par de códigos u y v dentro de los $2n$ posibles desplazamientos. Tal y como se puede apreciar, la BER expresada en (6.5) representa una clara mejora con respecto a los sistemas con detección directa en los que se tiene que $BER = Q\left(\sqrt{SIR}/2\right)$.

La mejora que se produce en la BER puede ser entendida observando la figura 6.2 en la que comparamos las distribuciones estadísticas de la señal recibida en el caso de sistemas O-CDMA con detección directa y con señalización antipodal.

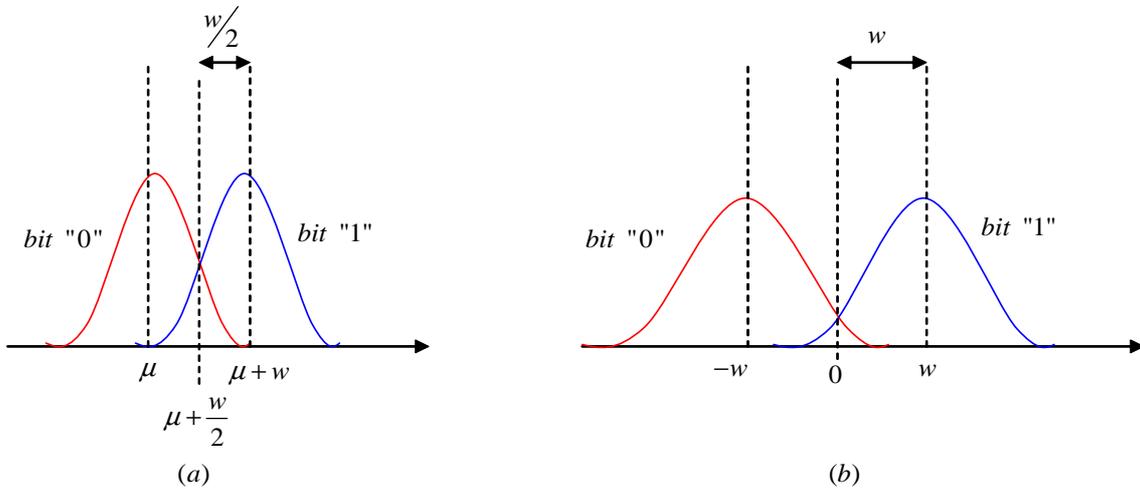


Figura 6.2. Representación gráfica de las diferencias entre las distribuciones del “0” y “1” de la señal recibida en un sistema O-CDMA usando (a) detección directa (μ representa la media de la MAI) y (b) señalización antipodal.

Para el mismo peso del código, la varianza de la interferencia multiacceso o MAI es mayor en el caso de señalización antipodal que en el de detección directa ya que el receptor recibe potencia de las señales interferentes que transmiten un “1” y de las que transmiten un “0”. Sin embargo este incremento en la varianza de la interferencia es ponderado por el

aumento de la distancia del “1” y el “0” en el espacio de señal, resultando en un incremento de la relación señal a interferencia (SIR).

Además en contraste con otros sistemas O-CDMA basados en detección directa, el uso de la detección diferencial puede hacer que la media de la MAI tienda a cero como oposición a un valor dinámico que depende del número de usuarios activos en la red. Esta característica es muy deseable en las redes de comunicaciones que soportan tráfico a ráfagas.

6.3 DISEÑO Y ANÁLISIS DE CÓDIGOS BCDD.

La principal diferencia entre el diseño de los códigos BCDD que vamos a ver en este apartado y el diseño de otras familias de códigos para detección diferencial es que estos últimos usan secuencias de ensanchado menos claras y además tienen restricciones de correlación mucho más estrictas.

En el diseño de nuestra familia de códigos BCDD vamos a imponer las siguientes restricciones [YIM03]:

- 1) El peso del código es la mitad de su tamaño, es decir:

$$w = \langle s_u^1, s_u^1 \rangle = \langle s_u^0, s_u^0 \rangle = \frac{1}{2} m \times n \quad (6.8)$$

- 2) El máximo de la autocorrelación de los códigos para el bit “1” y el “0” (códigos positivo y negativo) o secuencias de ensanchado es a lo sumo k_a :

$$\left| \langle s_u(X, Y, \tau), s_u^1 - s_u^0 \rangle \right| \leq k_a \quad \tau \neq 0 \quad (6.9)$$

- 3) El máximo de la correlación cruzada de cada código positivo y negativo es como mucho k_c :

$$\left| \langle s_v(X, Y, \tau), s_u^1 - s_u^0 \rangle \right| \leq k_c \quad (6.10)$$

para cualquier par de usuarios u y v y cualquiera de las combinaciones de bits $XY \in \{00,01,10,11\}$ y $\tau \in \{0,1,\dots,n-1\}$. Hay que hacer notar que $s_q^0 = 1 - s_q^1$ para todos los chips. Además en nuestro diseño de códigos siempre impondremos que $k_a = k_c$.

En cuanto a la generación de códigos usaremos el algoritmo de generación de códigos aleatorios que satisfagan las tres condiciones anteriores. Secuencias aleatorias de longitud $m \times n$ y con $\frac{w}{2}$ unos son generadas y luego convertidas a una matriz de m filas

y n columnas. Una vez que hemos generado la matriz que representa el código probamos si el código correspondiente al “1” y al “0” satisface las restricciones de la autocorrelación indicadas en (6.9). Si el resultado es positivo procedemos a comprobar la restricción de la correlación cruzada, en caso favorable el código se añade al conjunto de códigos válidos mientras que por el contrario se procese con un nuevo código. El algoritmo se detiene cuando después de generar un número determinado de códigos aleatorios no se encuentra ningún nuevo código que sea válido (en torno a 100 veces el tamaño del código).

Para poder comparar los códigos BCDD con otras familias de códigos, haremos uso de una correlación normalizada c , definida como la relación entre la correlación cruzada del código con el peso del mismo:

$$c = \frac{k_c}{w} \tag{6.11}$$

| DFS | | BCDD | |
|--------------------|---------------|--------------------|---------------|
| Código (n,m,w) | Φ_{\max} | Código (m,n,c) | Φ_{\max} |
| (8,2,2) | 56 | (8,2,0.5) | 153 |
| (8,2,4) | 7 | (8,2,0.25) | 13 |
| (2,8,2) | 14 | (2,8,0.5) | 41 |
| (2,8,4) | 2 | (2,8,0.25) | 3 |
| (8,4,2) | 120 | (8,4,0.5) | + de 900 |
| (8,4,4) | 14 | (8,4,0.25) | 18 |
| (4,8,2) | 60 | (4,8,0.5) | + de 500 |
| (4,8,4) | 7 | (4,8,0.25) | 10 |
| (8,6,2) | 184 | (8,6,0.5) | + de 1000 |
| (8,6,4) | 22 | (8,6,0.25) | 28 |
| (6,8,2) | 138 | (6,8,0.5) | + de 1000 |
| (6,8,4) | 18 | (6,8,0.25) | 22 |
| (16,6,4) | 96 | (16,6,0.25) | 161 |
| (6,16,4) | 36 | (6,16,0.25) | 63 |
| (16,16,4) | 284 | (16,6,0.25) | + de 1000 |
| (16,16,6) | 92 | (16,6,0.1666) | 68 |
| (16,16,8) | 50 | (16,16,0.125) | 17 |

Tabla 6.1. Comparativa entre el número máximo de códigos que nos proporciona la familia DFS y la familia de códigos con detección diferencial BCDD. En una misma fila se colocan los códigos que son equivalentes en ambas familias.

También definiremos la tasa del código como el cociente entre el número máximo de códigos que son permitidos Φ_{\max} entre el tamaño del código $m \times n$. Así un código BCDD (m, n, c) denota un sistema que emplea m longitudes de onda, n intervalos de chip y una correlación normalizada c .

Para comparar los códigos hacemos uso de la tabla 6.1 en la que para distintas combinaciones de códigos mostramos el número máximo de usuarios permitidos Φ_{\max} obtenidos para sistemas con detección directa con el algoritmo DFS (familia de códigos del capítulo anterior) con la familia de códigos con detección diferencial BCDD.

En la tabla 6.1 se puede observar como en la mayoría de los casos, con los códigos BCDD conseguimos un resultado mayor. Esta diferencia no se hace muy patente cuando el peso del código es elevado, lo que se traduce en un valor de la correlación normalizada $c = \frac{k_c}{w}$ pequeño. En estos casos ambos algoritmos están muy parejos, pudiéndose dar incluso casos en los que la familia de códigos DFS es capaz de soportar un mayor número de códigos. Esto es así porque la familia de códigos BCDD tiene un peso bastante alto (la mitad del peso) y si se le pone una condición muy restrictiva en lo que se refiere a k_c y k_a , habrá, muy pocos códigos que satisfagan (6.9) y (6.10). Esto se debe a que los códigos de la familia BCDD poseen un peso elevado (la mitad del tamaño) por lo que las correlaciones van a tener valores importantes. Si se relaja la condición sobre la correlación cruzada y la autocorrelación, ya hay una gran cantidad de códigos que son generados en el caso BCDD. De hecho, en el caso de códigos 16×16 el algoritmo DFS con peso igual a 8 proporciona 50 códigos frente a los 15 que proporciona el equivalente BCDD con $c = 0.125$. Sin embargo si nos vamos al caso DFS $(16, 16, 4)$, este sólo proporciona 284 códigos mientras que el BCDD $(16, 16, 0.25)$ es capaz de generar más de 1000 códigos.

A continuación veremos de forma gráfica el número máximo de códigos que se obtienen en distintos tipos de códigos BCDD y DFS. Mostraremos la tasa de código (número máximo de códigos generados entre el tamaño del mismo) en función de los valores de la correlación normalizada.

De la figura 6.3 se pueden sacar algunas conclusiones. Al igual que ocurría en el caso DFS se puede apreciar que se genera una mayor cantidad de códigos cuando $m > n$, y además el aumento del tamaño favorece a que se incremente la tasa de código. Otro aspecto a comentar es que en esta familia se pueden conseguir tasas de códigos superiores a la unidad, es decir se genera un número de códigos superior al tamaño del mismo, cosa que no es posible en todos los algoritmos de diseño de códigos bidimensionales. Además este hecho se produce para un valor de correlación normalizada bastante inferior al que se podría conseguir con el algoritmo DFS, y puede ser que el valor de la correlación normalizada implique un peso irrealizable. En la figura se aprecia como el caso BCDD

(32,16,0.125) produce el mismo número de códigos que el DFS (32,16,8), pero si nos trasladamos ya al caso DFS (32,16,6), se encuentra ya muy alejado de la curva de variación del código BCDD (32,16). Por lo tanto si comparamos la familia BCDD con la DFS, la primera generará un número de códigos igual o mayor y con menor valor de la correlación normalizada c .

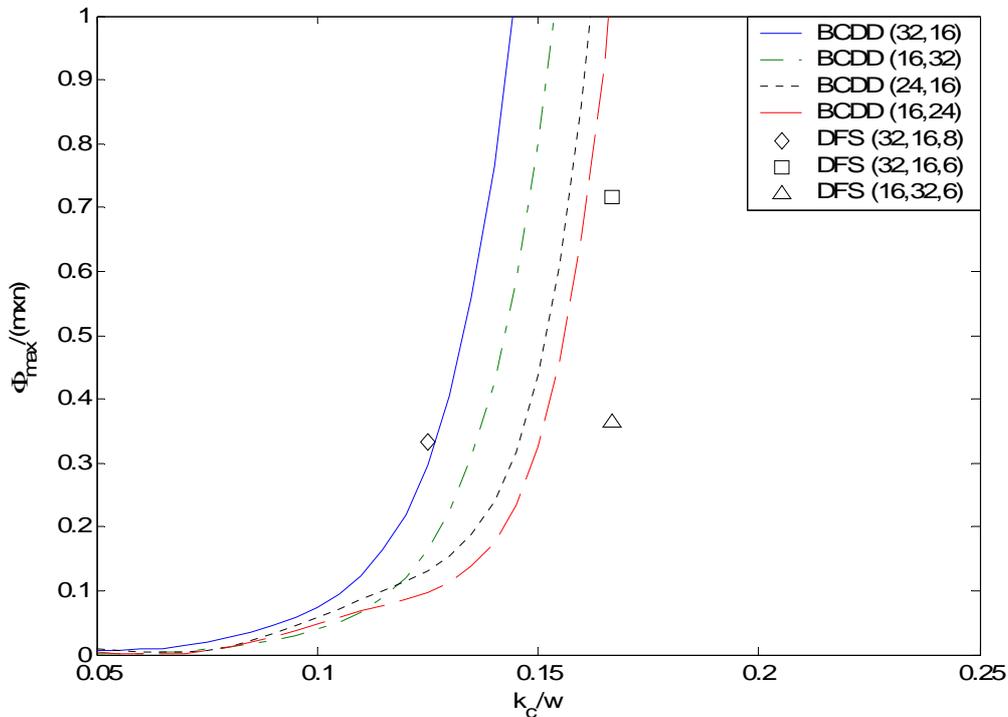


Figura 6.3. Tasa del código $\Phi_{\max}/m \times n$ en función de la autocorrelación normalizada para distintos tamaños de código.

Sin embargo no sólo estamos buscando un método que permita generar un mayor número de códigos de forma que el número de usuarios activos en el sistema sea mayor, sino que también buscamos mejorar las condiciones de operación, lo que se traduce en obtener una *BER* más pequeña. Esta mejora se va a obtener gracias al uso de la señalización antipodal tal y como ya comentamos en la figura 6.2. Para hacernos eco de esta mejora mostramos en la figura 6.4 la tasa de error de bit para algunos códigos BCDD así como también mostramos un caso del algoritmo *Depth First Search*.

Para los cálculos de la *BER* que se muestran en la figura 6.4 hemos hecho las suposiciones estándar en estos casos y además se ha seguido los mismos pasos para los códigos BCDD como para los códigos DFS de forma que se obtenga una comparación lo más fidedigna posible. Se puede observar como en la familia de códigos BCDD a medida que aumenta el tamaño se van obteniendo mejores resultados en lo que a la *BER* se refiere, mientras que también se aprecia como un código de la familia DFS proporciona peores resultados que códigos BCDD de tamaño inferior. Una tasa de error de bit bastante

aceptable en sistemas de comunicaciones digitales es 10^{-9} , ya que con ella se pueden llegar a conseguir comunicaciones de gran calidad. De la figura anterior podemos deducir que el número de usuarios simultáneos en el sistema operando a una tasa de 10^{-9} y para cada uno de los casos es: 7 usuarios en el DFS (32,16,0.166), 9 en el BCDD (16,16,0.25), 14 en el BCDD (24,16,0.175) y 18 en el BCDD (32,16,0.15), por lo que vemos que en el último caso hay más del doble de usuarios que en el caso del código DFS que es de características muy similares.

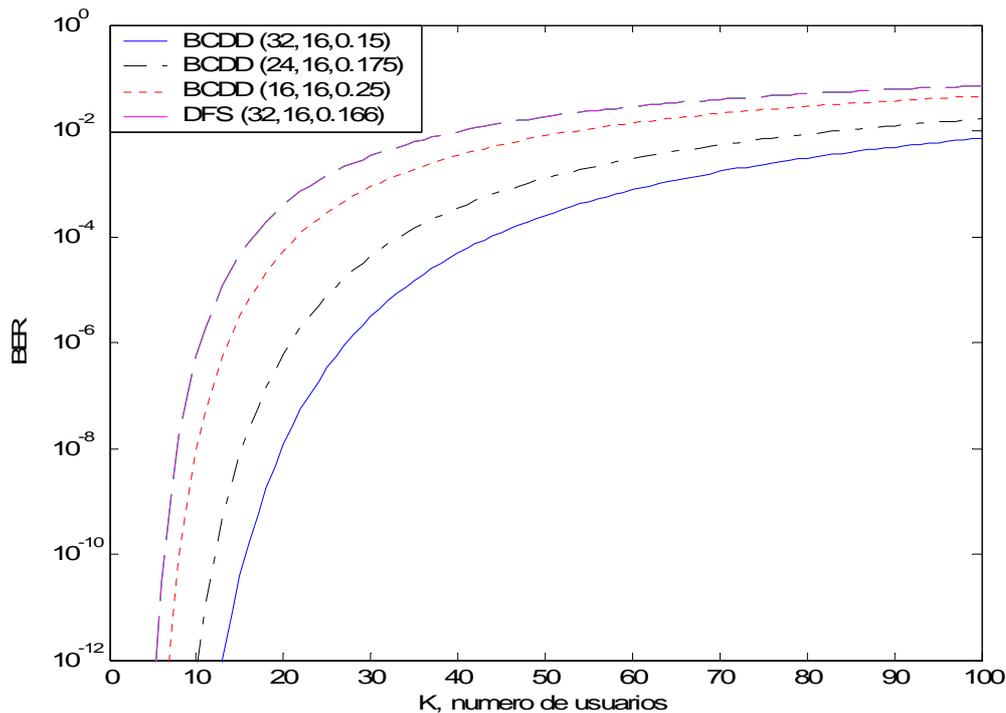


Figura 6.4. Tasa de error de bit BER para distintos códigos BCDD y DFS.

Una mejora que se puede proponer en este método es el uso de corrección de errores hacia delante (FEC), que mediante el envío de redundancia en la información nos permite detectar y corregir errores en el receptor, de forma que nos reducen la BER del sistema. Entre estos algoritmos pueden estar el Reed-Solomon y el TPC (*Turbo Product Codes*).

6.4 SIMULACIÓN DE UN SISTEMA O-CDMA CON CÓDIGOS BCDD Y DETECCIÓN DIFERENCIAL.

En este apartado vamos a realizar la simulación de un sistema de comunicaciones ópticas con acceso múltiple por división de código óptico en el que se usarán códigos bidimensionales con detección diferencial (BCDD). La codificación O-CDMA 2-D ($\lambda-t$) ha atraído mucho la atención ya que en ella se puede hacer uso de una gran

cantidad de componentes como son WDM's, AWG's, divisores-combinadores de potencia, trozos de fibra, etc. Unido a esto, el uso de la detección diferencial frente a los antiguos sistemas que usaban detección directa, nos permite reducir en gran medida e incluso eliminar la interferencia multiacceso (MAI). Además en el caso de sistemas BCDD y como ya hemos visto el número máximo de usuarios que pueden operar en la red con una $BER = 10^{-9}$ es superior a otros casos.

Cabe recordar que los códigos BCDD son una familia de códigos que satisfacen las restricciones que se indican en (6.8), (6.9) y (6.10). Para un usuario determinado, el código para la transmisión de un 0 binario es el complementario del código para la transmisión de un 1, sin embargo, hay que notar que ambas señales, las del "0" y "1", son señales positivas. Sin embargo los códigos están diseñados para explotar la detección diferencial, de forma que estamos emulando una señalización antipodal. Cuando un usuario quiere transmitir un determinado bit, transmite por la red de comunicaciones el código o señal de ensanchado adecuada. Esta señal cuando llega al receptor pasa por los dos decodificadores, el del código positivo y el del negativo. Si el receptor es el adecuado, y por ejemplo hemos transmitido un "1", el primer decodificador da una señal alta mientras que el decodificador del "0" no da salida ninguna pues son códigos complementarios u ortogonales. Por tanto el detector diferencial da como salida un único pulso positivo. Si se hubiese transmitido un "0" ocurriría lo contrario, obteniéndose como salida el mismo pulso pero con polaridad invertida. Si el receptor no es el del usuario adecuado sino que es de otro usuario, en este caso ya el código no va a ser ortogonal a ninguno de los códigos del receptor, por lo que ambos receptores dará una salida que será distinta de cero, pero la detección diferencial restará esas salidas y por tanto la salida total es más pequeña en magnitud y estará en el margen $[-k_c, k_c]$ según nos indica la ecuación (6.10).

En nuestro caso vamos a considerar códigos BCDD con $m = 4$ longitudes de onda y $n = 4$ intervalos de chip, y en los que $k = 1$. Esta elección de parámetros resulta en una pequeña cantidad de usuarios permitidos en el sistema, pero viene mejor para contemplar el comportamiento del sistema. Como ya hemos visto el número de usuarios en el sistema puede incrementarse aumentando el producto $m \times n$ y relajando la condición de la correlación cruzada. Además vamos a considerar dos usuarios, el deseado y el usuario interferente, cuyos códigos se muestran en la figura 6.5 [CHE05].

Una vez que hemos determinado como son los códigos procedemos a realizar lo que sería la implementación física. Hay que tener en cuenta que estamos trabajando con códigos que permiten varios pulsos por fila y por columna, de forma que en un mismo intervalo de chip se pueden reflejar pulsos sintonizados a varias longitudes de onda. La implementación de los códigos se realizará mediante redes de difracción de Bragg, de forma que cada intervalo de chip lo vamos a construir con una red de difracción a la que le superpondremos tantas perturbaciones como número de "1" haya en la columna

correspondiente a ese chip. Por tanto para el usuario deseado en el primer chip construiremos una red de difracción a la que se le sumarán dos perturbaciones, una a λ_1 y otra a λ_3 . A la hora de unir estas redes de difracción hay dos posibilidades: la primera de ellas es concatenar las 4 redes directamente y la segunda es unir las 4 redes mediante acopladores de forma que es como si tuviésemos 4 codificadores independientes y los acopladores nos ayudarán a sumar todas las respuestas para conseguir la deseada.

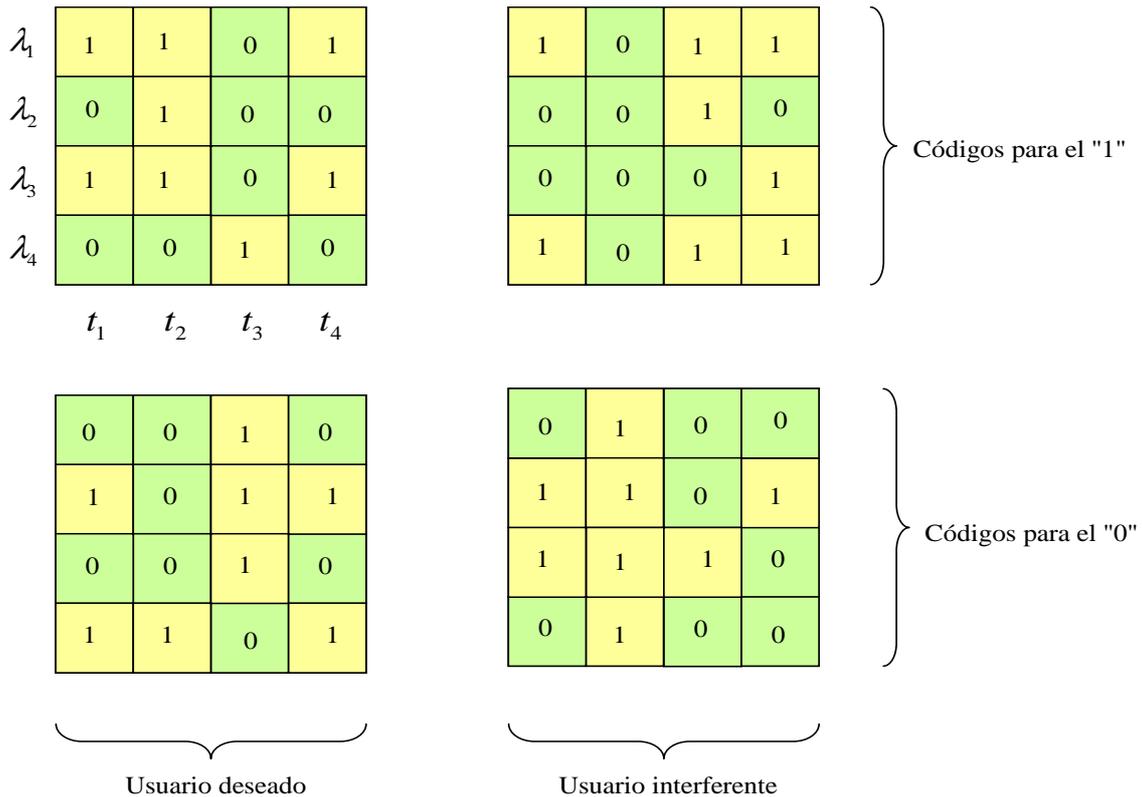


Figura 6.5. Códigos BCDD del usuario deseado e interferente con $m=n=4$ y $k=1$ para la simulación de la codificación y decodificación 2-D con códigos bipolares.

Si vamos a concatenar las redes hay que tener en cuenta un detalle que puede provocar que los codificadores y decodificadores no funcionen como se espera. Este detalle consiste en que si en el primer chip y por ejemplo a λ_3 creamos una perturbación cuya reflectividad esté cercana a la unidad, en ese punto se va a reflejar todo el contenido espectral de la entrada a λ_3 por lo que si hay intervalos de chip posteriores que tienen respuesta a esa longitud de onda en realidad no van a tener prácticamente respuesta. Por ello esto nos lleva a que si se desea concatenar las redes de difracción tal y como se muestra en la figura 6.6 debemos de aplicar perturbaciones de acoplo muy débil, de forma que la señal pueda recorrer toda la estructura.

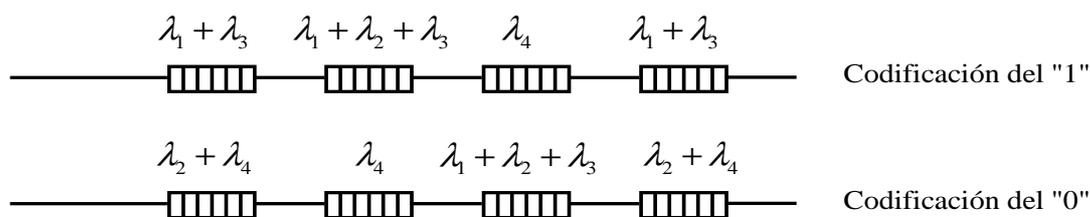


Figura 6.6. Implementación de los codificadores del usuario deseado para la transmisión del “0” y del “1” mediante 4 redes de difracción concatenadas directamente.

Por lo tanto es imprescindible que el acoplo sea débil para que el sistema funcione de forma correcta. Otra alternativa es unir las redes mediante acopladores de forma que las 4 respuestas se suman en la salida para componer la respuesta total o señal de ensanchado. Como cada red se corresponde con un intervalo de chip, antes de cada red añadimos un trozo de fibra que nos asegure el retraso adecuado con respecto a los otros chips. De esta forma el codificador queda como se muestra en la figura 6.7.

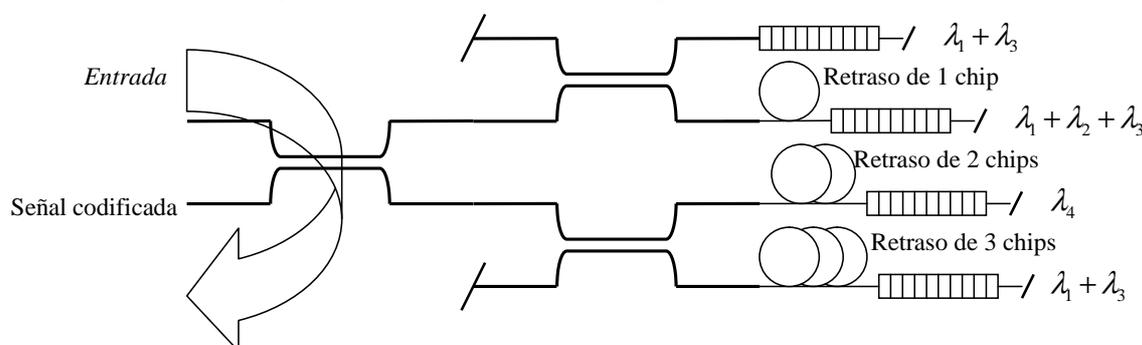


Figura 6.7. Implementación del codificador mediante 4 redes de difracción y acopladores.

Los parámetros del sistema se muestran en la tabla 6.2. Como hemos visto, al contrario que en la codificación unipolar, en este caso tanto la transmisión de un 0 como de un 1 implica una señal positiva. Por ello usaremos un pulso positivo con retorno a cero a la mitad del intervalo de bit (RZ) para representar los bits “1” y “0”. La diferencia entre ellos resultará en que en el receptor, gracias a que usaremos un fotodetector balanceado (diferencial) el “0” implicará en la salida un pulso negativo.

| Parámetro | Valor |
|---------------------------------|--------------------------------|
| Rango de las longitudes de onda | 1529.5, 1530, 1530.5 y 1531 nm |
| Tasa de transmisión | 622.08 Mbps (OC-12) |
| Tasa de chip | 2.488 Gbps (OC-48) |

Tabla 6.2. Parámetros del sistema.

De los parámetros del sistema se puede deducir que la duración de un bit está en torno a los 1.607 ns, mientras que un chip durará 401.87 ps. No obstante y dado que usaremos una codificación con retorno a cero, la duración efectiva del chip va a ser de la

mitad de lo que hemos reseñado. Por tanto para establecer la longitud de las redes de difracción que vamos a usar recurrimos a la siguiente expresión:

$$t_{chip} = \frac{L_{per}}{c/n_{eff}} = 200.94 ps \Rightarrow L_{per} \cdot n_{eff} = 0.060240405 \quad (6.12)$$

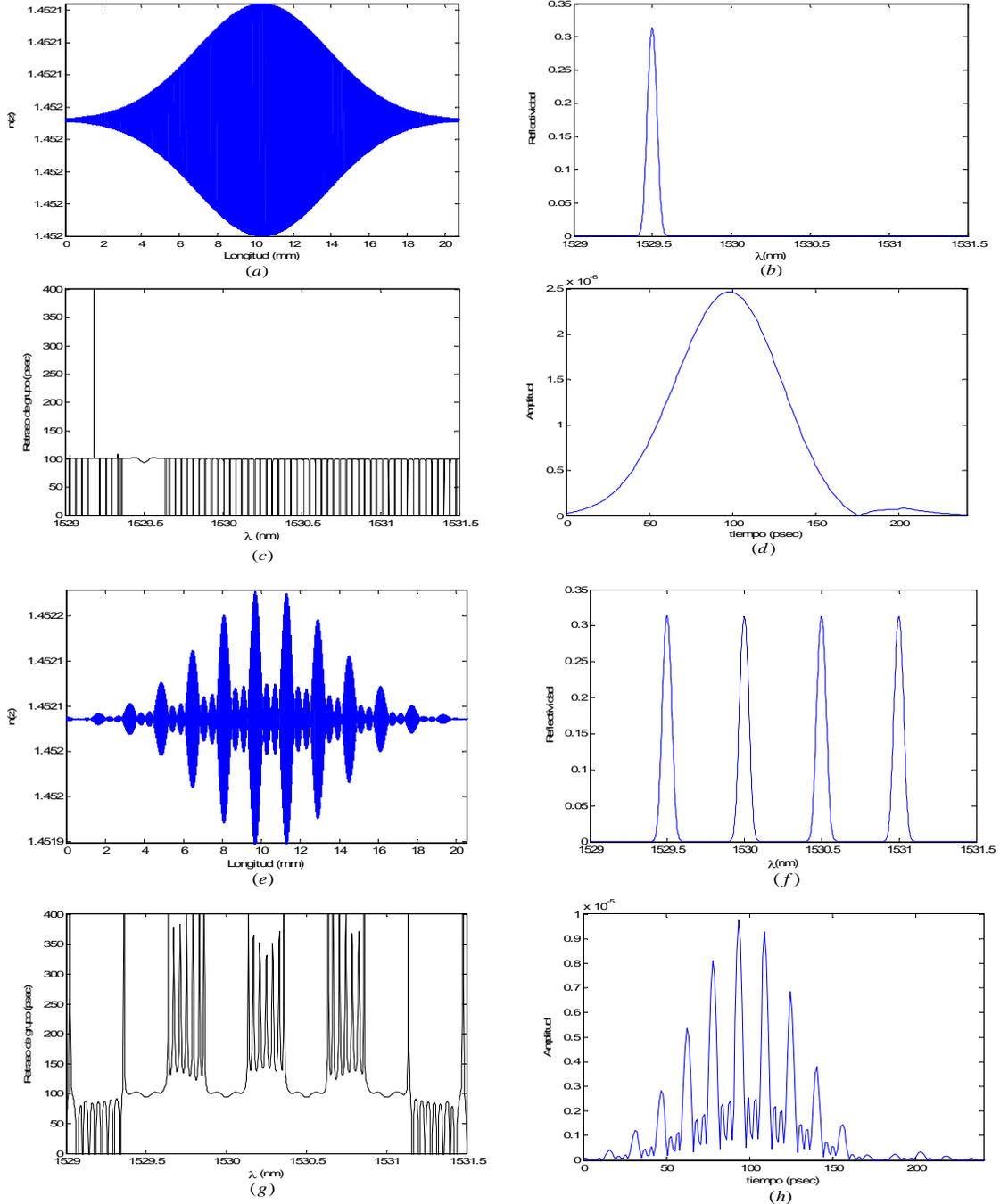


Figura 6.8. Caracterización de las redes de difracción sintonizadas a una longitud de onda y a todas las longitudes de onda respectivamente: (a) y (e) perturbaciones resultantes del índice de refracción. (b) y(f) Respuestas en frecuencia o reflectividad. (c) y (g) Retardo de grupo en reflexión $\tau_r(\lambda)$. (d) y (h) Respuestas temporales en reflexión.

Las perturbaciones que usaremos son de acoplo débil con un índice de modulación dado por $\Delta n_{\max} = 0.74 \times 10^{-3}$ y un índice de refracción del núcleo sin perturbar $n_0 = 1.452$. Cabe destacar que usaremos redes de difracción uniformes con función de apodizado con forma gaussiana para reducir los lóbulos secundarios y también con el objetivo de que la envolvente temporal tenga forma de gaussiana. La longitud de las redes de difracción con esos datos está en torno a $L_{\text{per}} \approx 20.74 \text{ mm}$. Esta longitud también se aplica en los trozos de fibra necesarios para incluir los retrasos adecuados, de hecho las longitudes de esos trozos de fibra son respectivamente 20.74 , 2×20.74 y $3 \times 20.74 \text{ mm}$, ya que básicamente lo que hacemos es sustituir los trozos de redes que debería de haber si se concatenaran directamente por fibras ópticas con índice de refracción del núcleo igual a $n_0 + \frac{\Delta n_{\max}}{2}$.

También es muy importante el hecho de que usaremos perturbaciones con índice de refracción medio constante, lo que tiene por objetivo que el índice de refracción efectivo que ve la luz en el codificador o decodificador no dependa del intervalo de chip (ya que cada intervalo tiene una red en la que se suman un número de perturbaciones). De esta forma la perturbación resultante en la red se puede describir como:

$$n(z) = n_0 + \frac{\Delta n_{\max}}{2} + \frac{\Delta n_{\max}}{2} A(z) \sum_{i=1}^4 \delta_i \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi z}{\Lambda_i} \right) \quad (6.13)$$

donde δ_i es igual a 1 si en ese chip hay respuesta a λ_i y 0 en caso contrario.

Para ilustrar las distintas respuestas que podemos tener analizaremos dos casos opuestos, el primero de ellos una red en la que sólo se ha sintonizado una longitud de onda y el segundo una red en la que se han sintonizado todas las longitudes de onda. Esto se muestra en la figura 6.8, en la que intentamos caracterizar los dispositivos tanto en el tiempo como en la frecuencia. Podemos apreciar en las figuras 6.8 (a) y (e) como el índice de refracción tiene un apodizado con forma gaussiana y como en el último caso como hemos superpuestos varias perturbaciones se producen una serie de máximos y mínimos debido a las interferencias constructivas y destructivas, pero no obstante se aprecia como el índice de refracción medio en ambos casos es el mismo. En las figuras 6.8 (b) y (f) hemos representado la reflectividad en función de la longitud de onda y se pueden observar dos hechos relevantes: las respuestas a cada una de las longitudes de onda tienen forma gaussiana y como la reflectividad máxima está muy por debajo de la unidad lo que corresponde con el acoplo débil que hemos forzado. Además el valor máximo está ajustado el ejemplo en concreto que vamos a analizar, pero lo conveniente sería que el máximo no sobrepasase el valor $\frac{1}{n}$, de forma que en el caso más extremo de que una longitud de onda estuviese en todos los intervalos de chip la respuesta sería correcta. En las figuras 6.8 (c) y (f) se muestra el retraso de grupo resultante en la red, observándose una respuesta prácticamente plana en las bandas de interés (si hay respuesta) y oscilaciones muy fuertes

en las longitudes de onda que no nos interesan. Por último, las figuras 6.8 (d) y (h) muestran las respuestas impulsivas en reflexión, en las que se observa la envolvente gaussiana. La primera de ellas nos proporciona una única gaussiana puesto que sólo tenemos una perturbación mientras que en la segunda se observa perfectamente el efecto que se produce de muestreo de la envolvente ya que hemos sumado varias perturbaciones. Otro hecho relevante es que el máximo de la respuesta impulsiva en el segundo caso es casi cuatro veces el máximo de la primera respuesta impulsiva ya que en el segundo caso tenemos el resultado de la suma de 4 pulsos.

Por tanto ya tenemos la base de los codificadores y los decodificadores y sólo nos queda el unirlos de forma adecuada para implementar los códigos BCDD. Como ya hemos visto hay dos posibilidades, concatenar directamente las cuatro redes o bien mediante acopladores. Como veremos, la mejor opción es la segunda. Esto se debe a que si concatenamos las 4 redes directamente se produce un efecto de rebotes de forma que si en varios chips hay respuesta a una misma longitud de onda, la luz puede ir rebotando de una red a otra como si fuese un láser Fabry-Perot y de esta forma superpuesta a la señal deseada obtenemos interferencias debidas a esos efectos. Esto también repercute en que la respuesta no estará acotada a los 800 ns que debería (la mitad del intervalo de bit por ser una codificación RZ). Por tanto lo más adecuado es realizar los codificadores y decodificadores tal y como se muestra en la figura 6.7 y tener en cuenta que los acopladores nos introducen pérdidas ya que dividen la señal en dos y que el acoplo es débil por lo que la señal reflejada por la red es mucho menor a la que sería si fuese de acoplo fuerte. Por tanto se hace prácticamente imprescindible que se usen amplificadores ópticos para compensar esos efectos. La estructura de la figura nos vale para la transmisión de un bit, por lo que cada usuario debe de disponer de dos estructuras de ese tipo y que sean las complementarias.

Vamos ahora a caracterizar al usuario deseado de forma que se pueda observar la forma que tiene la señal codificada y que ocurre tras ser decodificada. En la figura 6.9 podemos observar las respuestas temporales de los codificadores y la respuestas del conjunto codificador/decodificador. La figura 6.9 (a) muestra la señal codificada cuando se transmite un "1" y se pueden observar perfectamente los 4 chips que componen la señal de ensanchado, cuyas duraciones están en torno a los 200 ps. La respuesta completa como ya hemos comentado está en torno a los 800 ps que se corresponde con la mitad del período de bit. En las figuras se puede observar el efecto de muestreo de la envolvente y además la variación de la amplitud en función del número de longitudes de onda que se reflejen en ese chip. Además vemos como la respuesta de la figura 6.9 (b) es la complementaria de la (a). Por último en las figuras 6.9 (c) y (d) se muestran las respuestas completas del conjunto codificador/decodificador que se aprecian que están centradas en torno a los 800 ps.

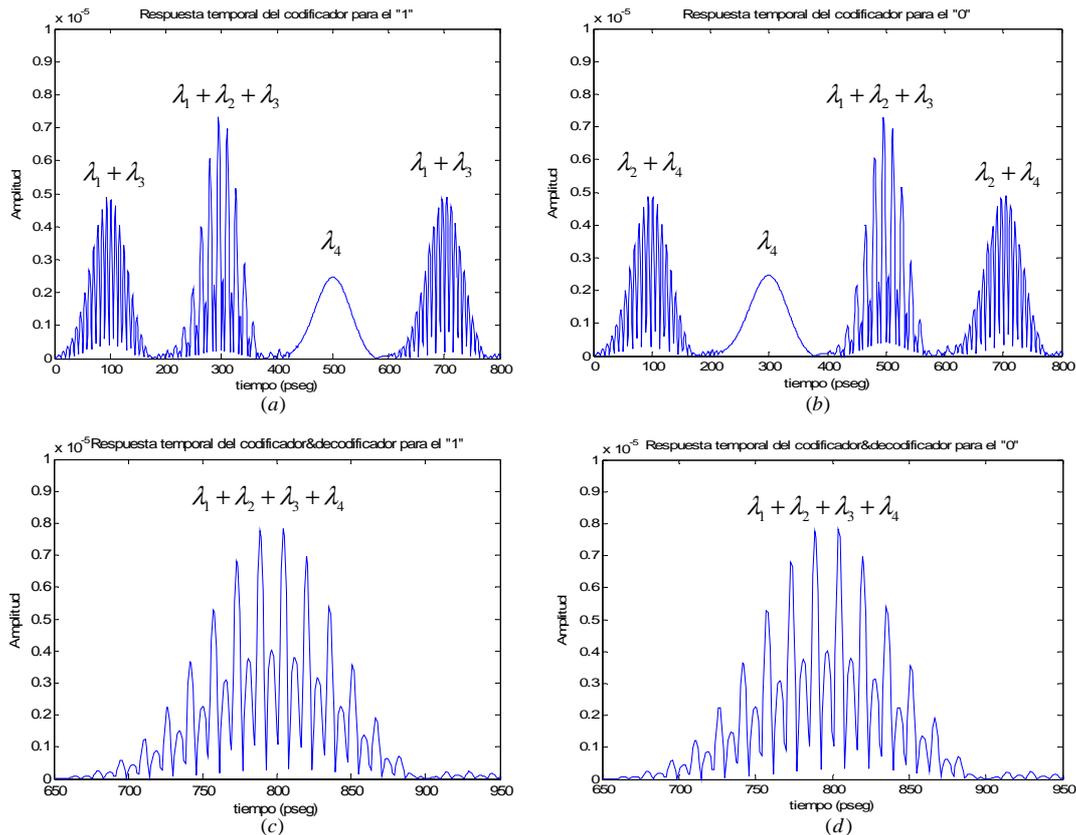


Figura 6.9. Respuestas temporales del usuario deseado para: (a) transmisión de un "1", (b) transmisión de un "0", (c) respuesta completa del codificador y decodificador para el códigos positivo y (d) respuesta completa para el código negativo.

Hay que hacer en este caso dos aclaraciones importantes: en primer lugar las dos respuestas son muy similares, y en el caso del "0" no es negativa. Esto se debe a que estamos analizando la señal de salida del conjunto codificador/decodificador y que se encuentra justo a la entrada del fotodetector balanceado. Una vez que introduzcamos dicho efecto se apreciará el cambio en el signo. En segundo lugar se aprecia como la salida del conjunto es de nivel similar al de la señal codificada, por lo que no se aprecia el efecto de que se hayan sumado tantos pulsos como el peso del código indica. Este efecto de reducción de la amplitud se debe a que para decodificar la señal la hemos hecho pasar por la estructura complementaria, que no es más que la misma red de difracción girada y por tanto es una red de acoplo débil que no es que presente pérdidas en sí, sino pérdidas asociadas a su baja reflectividad. El último análisis que realizamos sobre el usuario deseado se trata de cruzar los códigos, es decir, ver el aislamiento que tiene un mismo usuario con él mismo. Para ello por ejemplo hacemos que el usuario deseado transmita un "1" y lo intentamos decodificar con el decodificador para el "0", obteniéndose una salida muy pequeña, indistinguible si se pone a escala de la señal deseada. De hecho se llega a obtener un aislamiento superior a los 70 dB, por lo que el uso de estas redes de difracción para codificar y decodificar, en lo que respecta a un único usuario, es correcto.

A continuación ya vamos a tratar el sistema completo, en el que suponemos una topología en estrella de forma que la información transmitida por un usuario le llega a todos los demás y el decodificador es el que se debe de encargar de seleccionar la información adecuada. La duración de un bit la vamos a establecer en 1.6 ns, de forma que utilizamos una codificación RZ y la señal que nos permite realizar esto proviene de una fuente que llega a todos los usuarios. Una forma sencilla de hacer esto es con una fuente que nos proporcione pulsos a las 4 longitudes de onda de interés de forma que no se tenga que usar un pulso ultracorto excesivamente exigente y que implique el uso de un láser prácticamente inviable. Un esquema de la red de comunicaciones que vamos a simular se puede observar en la figura 6.10 [CHE05]. En ella se puede apreciar como los codificadores nos proporcionan a la salida las dos señales, tanto la del “1” como la del “0” y es un interruptor o switch el que con la ayuda de la información binaria que se está transmitiendo determina la señal de ensanchado que se transmite hacia la red. Una vez la señal llega a la red de comunicaciones con topología en estrella (de esto se encarga el acoplador en estrella) llega a todos los receptores y sólo deberá ser decodificada correctamente por aquel receptor que posea el código adecuado. Ya hemos visto en la figura 6.9 (c) y (d) la salida que nos proporciona el decodificador en ese caso, por lo que ahora estaremos interesados en modelar el efecto de un usuario interferente en el sistema.

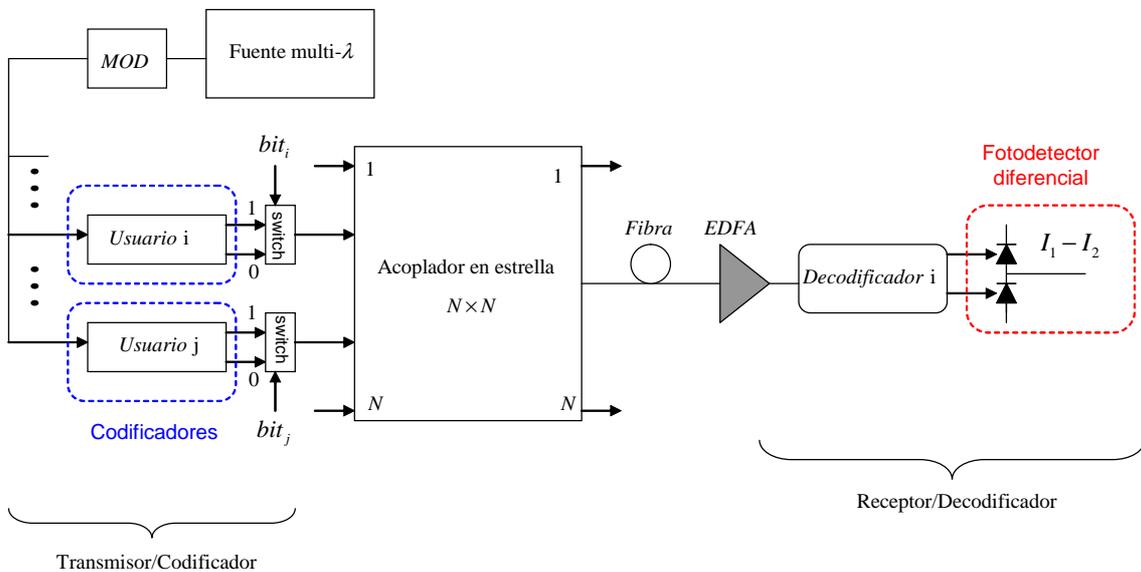


Figura 6.10. Esquema de la red de comunicaciones que se va a modelar.

En el esquema de la figura 6.10 se observa de forma muy sencilla el comportamiento del sistema. El switch es el encargado de determinar la señal que se envía a la red, si la positiva o la negativa. Una vez que esta señal llega al decodificador, pasa por los dos decodificadores, el del “1” y el del “0” y esas señales de salida van a un fotodetector diferencial o balanceado de forma que la salida total del decodificador es $I_1 - I_2$. Si el usuario deseado transmite un “1” la señal llega al decodificador y la rama superior proporciona la respuesta que se muestra en la figura 6.9 (c) y la rama inferior proporciona

una señal residual que está más de 70 dB por debajo, por lo que la salida del sistema es una señal positiva de valor I_1 . Si se hubiese transmitido un "0" la rama inferior del fotodetector recibiría el pulso positivo que se muestra en la figura 6.9 (d) por lo que el fotodetector balanceado a la salida nos proporciona una señal de valor $-I_2$. En el caso de que la señal recibida sea de un usuario distinto o interferente se tiene que a la salida tendremos una señal diferencia de lo que proporciona el decodificador del "1" y el del "0".

A continuación observamos el efecto que tiene el hecho de que el usuario deseado e interferente transmitan a la vez, lo que se traducirá en que sobre la señal decodificada del usuario deseado se superpondrá una señal debida a la interferencia multiacceso o MAI. En la figura 6.11 representamos todos los casos posibles que se pueden dar. En las figuras 6.11 (a) y (b) el usuario interferente transmite un "1" mientras que el deseado transmite un "1" y un "0" respectivamente. Las figuras 6.11 (c) y (d) representan el mismo análisis pero en el caso de que el usuario interferente se encuentre transmitiendo un "0".

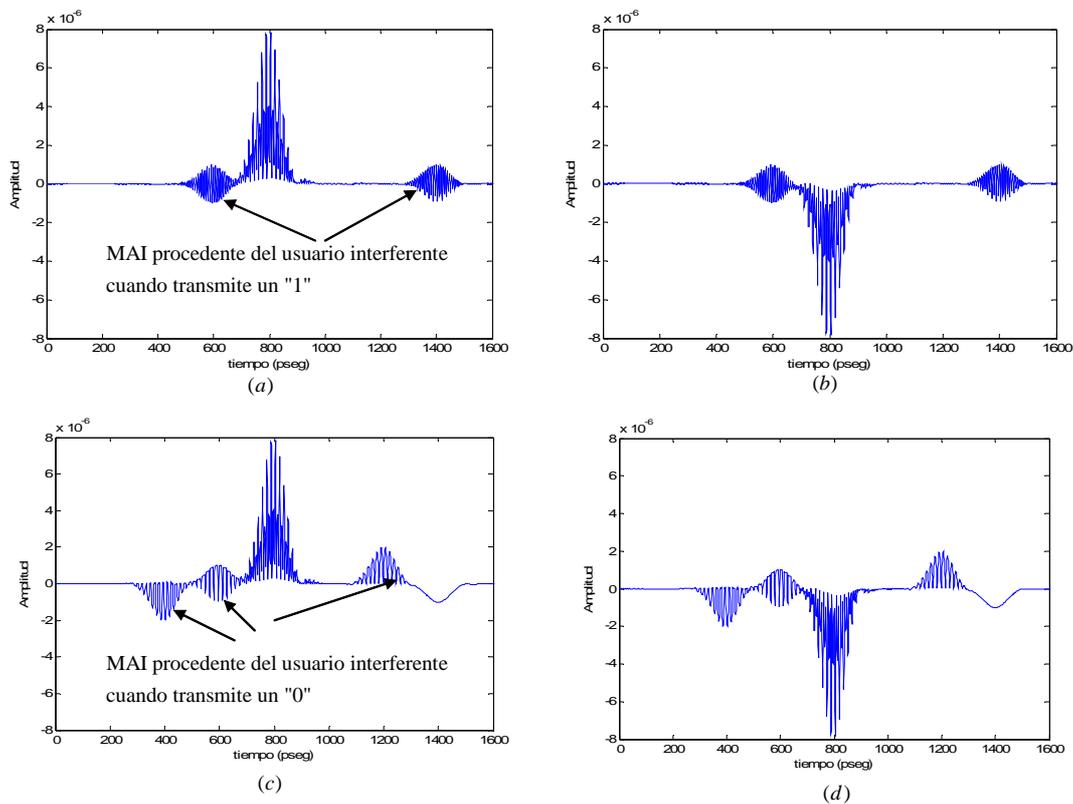


Figura 6.11. Efecto de la interferencia multiacceso (MAI) en la señal decodificada del usuario deseado cuando el usuario deseado e interferente transmiten respectivamente: (a) 11, (b) 01, (c) 10 y (d) 00.

Para finalizar el análisis de este sistema concluimos con el caso en el que el usuario deseado transmite ya una información, en concreto un patrón de 8 bits RZ con la siguiente secuencia: [1 1 0 1 0 0 1 0] y el usuario interferente transmite también una secuencia de 8 bits pero que son seleccionados de forma aleatoria. En este caso, la salida del fotodetector balanceado se muestra en la figura 6.12, en la que se puede distinguir claramente el patrón

de bits del usuario deseado y se observa que todavía hay un amplio margen sobre la interferencia antes de que esta pueda provocar algún error en el receptor.

Patrón de bits: 1 1 0 1 0 0 1 0

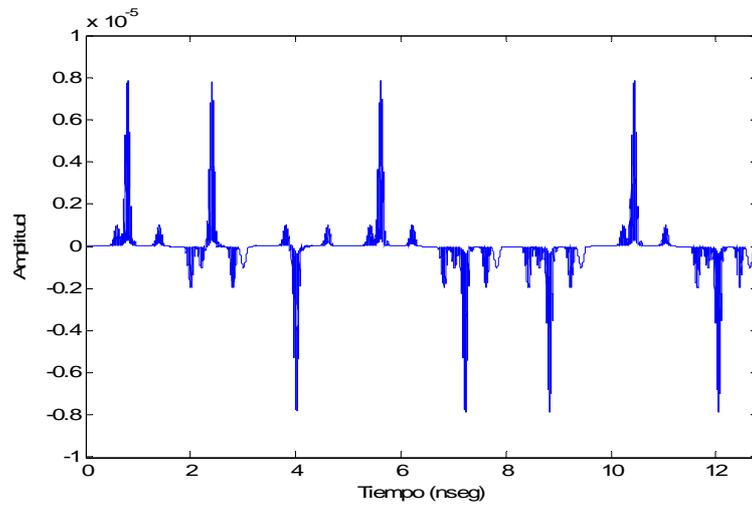


Figura 6.12. Salida del fotodetector balanceado cuando el usuario deseado transmite la secuencia de 8 bits indicada sobre la imagen y el usuario interferente transmite una secuencia de bits aleatoria.

Capítulo 7

Análisis Tiempo-Frecuencia en O-CDMA

El objetivo de este capítulo es aplicar la distribución tiempo-frecuencia al análisis de los dispositivos (codificadores y decodificadores) construidos mediante redes de difracción y para su uso en O-CDMA que se han desarrollado a lo largo de este trabajo.

Esta distribución nos va a proporcionar gran información. Hasta ahora sólo hemos podido caracterizar los dispositivos en uno de los dos dominios, el tiempo o la frecuencia, pero el contenido espectral no nos proporciona información acerca del intervalo de chip en el que se refleja un pulso mientras que la respuesta temporal no proporciona información del contenido espectral de un determinado pulso. Por ello este análisis nos va a proporcionar una información muy buena desde el punto de vista de O-CDMA.

Por ello intentaremos caracterizar los dispositivos que se han elaborado a lo largo del trabajo de forma que sea mucho más intuitivo y sencillo el diseño de codificadores y decodificadores para acceso múltiple por división de código óptico.

7.1. INTRODUCCIÓN.

El estudio general de propagación de ondas en medios periódicos ha atraído el interés de numerosos investigadores. En particular, varios trabajos centran su atención en la propagación de pulsos a través de redes de difracción en fibra óptica y los efectos de dispersión que condicionan tal propagación. El conocimiento de las propiedades dispersivas de las redes de difracción en fibra resulta tanto o más importante que el de sus propiedades de filtrado (respuesta de amplitud espectral). Por ejemplo, de cara a su aplicación como filtro selectivo de canal en sistemas WDM (multiplexación por división en longitud de onda), el efecto de la dispersión del componente en los canales transmitidos adyacentes resulta altamente negativo. En tanto que tal efecto supone el ensanchamiento y distorsión temporal de los pulsos que se propagan por dichos canales, puede limitar drásticamente las velocidades de transmisión máximas admisibles por el sistema. Como resultado, las redes de difracción en fibra precisan de una caracterización detallada de sus propiedades dispersivas, y tal ha sido la motivación de los trabajos de investigación que, en los últimos años, han centrado su atención en este punto.

Pero las características dispersivas de las redes de difracción, tan negativas en algunos casos, pueden también aprovecharse para llevar a cabo tratamientos concretos sobre formas de onda temporales, de interés en muy diversas aplicaciones. El componente, de cara a tal uso, resulta especialmente atractivo, en tanto que las modernas técnicas de grabado de patrones de difracción en fibra permiten el crecimiento de perturbaciones prácticamente “a medida”, proporcionando las propiedades dispersivas que en cada caso se requieran. Hasta el momento, el estudio detallado del comportamiento dispersivo de las redes de difracción y su efecto en la propagación de pulsos temporales ha permitido el desarrollo de algunas nuevas aplicaciones para estos componentes: fuentes multi-frecuencia para sistemas WDM, codificadores/decodificadores de secuencias de pulsos para sistemas de acceso múltiple por división de código (o CDMA), aplicaciones de conformación de formas temporales de pulsos ópticos (“optical pulse shaping”), etc [AZA01].

El estudio de las características dispersivas de las estructuras de difracción en fibra puede ser abordado con el análisis tiempo-frecuencia. Este tipo de análisis de señal (análisis TF) resulta óptimo para la caracterización de los componentes desde el punto de vista de su comportamiento dispersivo, en tanto que involucra a las dos variables de interés, el tiempo y la frecuencia, de forma simultánea. De hecho tal análisis de señal se ha aplicado con anterioridad a la caracterización y medida de dispersión cromática en fibras ópticas y ha permitido, así mismo, el desarrollo de una revolucionaria técnica, para la medida de la intensidad y la fase de pulsos ultracortos arbitrarios, utilizando como referencia el mismo pulso que pretende medirse.

Además el método TF puede aplicarse al estudio de estructuras de difracción en fibra arbitrarias, con independencia de su nivel de complejidad. En el presente trabajo se presentan los resultados del análisis de las estructuras (más complejas que simples redes de difracción uniformes, con o sin apodizado, linealmente chirpeadas, etc) que se han usado en los capítulos anteriores para construir los codificadores y decodificadores de los distintos esquemas de acceso múltiple por división de código óptico.

7.2 ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA.

Por teoría de señal se conoce que la representación de señales puede hacerse bien en el dominio del tiempo o bien en el dominio de la frecuencia, y que ambas representaciones están relacionadas por la transformada de Fourier. El análisis de Fourier permite, entonces, la descomposición de una señal arbitraria en un conjunto discreto (caso de señales periódicas) o continuo (caso de señales no periódicas) de sinusoides de diferentes frecuencias (componentes espectrales), estableciendo la intensidad relativa de dichas componentes. Este análisis, no obstante, no proporciona información alguna sobre los instantes de tiempo en que cada una de dichas componentes ocurre. Y sin embargo la mayor parte de las señales con las que nos encontramos en la práctica son señales no estacionarias, en el sentido de que sus características espectrales dependen del tiempo. Es por tanto deseable el disponer de una representación conjunta Tiempo-Frecuencia (T-F) que permita analizar las señales de forma más completa. En esencia, la representación Tiempo – Frecuencia debe de ofrecer una imagen de la dinámica de formación, a lo largo del tiempo, del espectro de la señal [CAR99]. Recientemente, este análisis Tiempo - Frecuencia está tomando mucho auge en teoría de señal debido a la información más dinámica que proporciona de las mismas. En este sentido, está siendo ampliamente utilizado en el análisis de señales biomédicas, en reconocimiento automático del habla, en el análisis de señales musicales, al igual que en aplicaciones de sonar y radar.

Conviene destacarse que dependiendo del área y aplicación concreta, la información proporcionada por las distribuciones TF se ha presentado gráficamente de muy diferentes formas. La forma de representación más común es una imagen bidimensional donde la intensidad de la distribución se representa por el nivel relativo de brillo (en una escala de grises, por ejemplo). Es precisamente esta forma de representación la que mejor se ajusta a nuestros propósitos y por tanto la que se utiliza a lo largo de este capítulo.

Son muchos los métodos conocidos para la representación TF de señales. En general, no existe un método óptimo en términos absolutos, sino que el método más apropiado en cada caso depende de la aplicación que pretenda darse a la distribución, e incluso de la misma señal a procesar.

7.2.1. Espectrograma.

El SP o espectrograma es la técnica más extendida en el área de señal para el tratamiento de eventos no estacionarios. Desde un punto de vista conceptual, el SP resulta una simple extensión del análisis básico de Fourier: si se quiere analizar que ocurre en un instante determinado, puede “tomarse” una pequeña porción de la señal alrededor de dicho instante, calcularse su distribución espectral de energía, y repetir la operación para cada instante de tiempo en el intervalo de interés. Formalmente, el SP se calcula como el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de tiempo-corto (“Short-Time Fourier Transform” o STFT). Consideraremos una señal de representación temporal $h_r(t)$. La STFT asume que la señal $h_r(t)$ es casi-estacionaria y la analiza, en consecuencia, tomando la transformada de Fourier de la señal “enventanada” en cada instante de tiempo. Específicamente, para una función ventana $g(\tau)$, centrada en el instante t , se calcula la densidad espectral de energía de $h_r(\tau)g(\tau-t)$, es decir:

$$SP(t, \omega) = |STFT(t, \omega)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h_r(\tau)g(\tau-t)e^{-j\omega\tau} \right|^2 \quad (7.1)$$

La función ventana se elige de tal forma que elimine la señal para tiempos alejados del instante de interés, t , y mantenga aproximadamente inalterada la señal en torno a dicho instante; de esta forma se consigue una estimación local (alrededor de cada instante t) de las características espectrales de la señal. De una manera similar, el SP puede definirse a partir de la transformada de Fourier de frecuencia-corta (“Short-Frequency Fourier Transform” o SFFT); la SFFT admite una interpretación dual, en el dominio de la frecuencia, de la que se ha dado para la STFT. En este caso, la distribución se calcula a partir de la representación espectral de la señal, $H_r(\omega)$ (transformada de Fourier de la señal en su representación temporal $h_r(t)$), utilizando la relación:

$$SP(t, \omega) = |SFFT(t, \omega)|^2 = \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_r(\Omega)G(\omega-\Omega)e^{j\Omega t} \right|^2 \quad (7.2)$$

donde $G(\Omega)$ es la representación espectral de la función ventana.

El proceso de “enventanado” de la señal para el cálculo de su distribución SP afecta de manera esencial a las propiedades de la representación: éstas dependen fundamentalmente de las características de la función ventana que se elige para el cálculo. Así, la resolución en tiempo de la representación viene determinada por la duración de la función ventana, en la misma medida que la anchura espectral de dicha función fija la resolución en frecuencia. Este hecho se traduce en un compromiso entre la resolución que puede conseguirse en tiempo y la que puede conseguirse en frecuencia, de forma simultánea. Dicho compromiso tiene su origen en el principio de incertidumbre que para

cualquier señal, en general, y para la función ventana, en particular, fija un límite inferior al producto duración temporal, Δt , por anchura espectral, $\Delta \omega$. Formalmente, dicho principio se expresa como:

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2} \quad (7.3)$$

donde la duración temporal y anchura espectral se definen en el sentido RMS (“*root-mean-square*”). Como resultado, una buena resolución temporal requiere una función ventana de corta duración, mientras que una buena resolución espectral precisa de una función ventana de larga duración. Por todo ello, la principal limitación del SP es su incapacidad para proporcionar buenas resoluciones en los dos dominios simultáneamente. Conviene destacarse en este punto que la utilización de una función Gaussiana como señal ventana resulta óptimo desde el punto de vista de la resolución de la representación, en tanto que tal función minimiza el principio de incertidumbre (ecuación 4.3), es decir, lo verifica con el signo de igualdad. En este caso, la distribución SP se refiere habitualmente como transformada Gabor.

Como ventaja fundamental, la distribución SP permite la representación de señales en el dominio simultáneo TF sin la inclusión de términos interferentes entre las componentes de la señal (dichas componentes en su representación TF se refieren habitualmente como términos propios). En concreto, el SP solamente introduce términos interferentes al analizar una determinada señal si los términos propios de la misma solapan en el dominio TF. En consecuencia, estos términos interferentes pueden evitarse, en la mayor parte de los casos, mediante una selección apropiada de la forma y duración de la función ventana que se utiliza en el cálculo de la distribución.

7.2.2. Optimización de la distribución tiempo-frecuencia (TF).

En este apartado mostraremos que existen alternativas al espectrograma, aunque no obstante sólo lo comentaremos puesto que con la distribución SP se puede ver que los resultados más que suficientes para lo que se pretende en este trabajo y no presenta algunos problemas que presentan otras distribuciones como veremos a continuación.

Son muchos los métodos conocidos para la representación TF de señales. En general, no existe un método óptimo en términos absolutos, sino que el método más apropiado a cada caso depende de la aplicación que pretenda darse a la distribución, e incluso de la misma señal a procesar. En general, la mayor parte de las aplicaciones del análisis de señal TF, incluida la aplicación que aquí se presenta, precisan una representación TF de alta resolución sin la presencia de términos interferentes. La distribución espectrograma (SP) permite una representación de señal en el dominio TF sin términos de interferencia, pero a costa de comprometer la resolución que puede conseguirse en tiempo y la que puede

conseguirse en frecuencia, de forma simultánea. En el extremo opuesto, la distribución Wigner-Ville (WV) para la representación TF de señales, proporciona una resolución óptima en los dos dominios, tiempo y frecuencia, simultáneamente, pero introduce términos interferentes en el análisis de señal multicomponente. A continuación se procede al análisis detallado de esta última distribución.

La distribución WV fue la primera en ser propuesta y es ciertamente una de las más ampliamente estudiada y aplicada. El análisis de señal WV constituye una de las herramientas más potentes para la representación de la señal en el dominio TF, en tanto que proporciona una resolución TF simultánea óptima. La distribución WV de una señal arbitraria, de representación temporal $h_r(t)$, viene dada por la siguiente ecuación:

$$WV(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_r\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) h_r^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (7.4)$$

donde τ es la variable de integración, y t y ω representan las variables tiempo y frecuencia angular de la distribución. El asterisco hace referencia a la operación de conjugación compleja; evidentemente si la señal es real (como en el caso que nos ocupa) su inclusión es innecesaria. De forma similar, la distribución puede obtenerse a partir de la representación espectral $H_r(\omega)$ de la señal, transformada de Fourier de la señal en su representación temporal $h_r(t)$. En este caso, la distribución viene dada por la siguiente expresión:

$$WV(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H_r^*\left(\omega + \frac{1}{2}\Omega\right) H_r\left(\omega - \frac{1}{2}\Omega\right) e^{-j\Omega t} d\Omega \quad (7.5)$$

donde Ω es, ahora, la variable de integración. Como ya se ha indicado, la distribución WV describe la naturaleza TF de cualquier señal mejor que muchas otras distribuciones en tanto que proporciona una representación de la densidad energética de la señal en el plano TF con muy alta resolución para las dos variables involucradas, la temporal y la espectral, de forma simultánea. Sin embargo, esta distribución presenta un inconveniente importante: se trata de una distribución altamente no local, donde las propiedades de la representación en cada instante, o a cada frecuencia, dependen de las propiedades de la señal en otros instantes y a otras frecuencias. Como reflejo fundamental de su propiedad de no localidad, la distribución WV introduce términos de interferencia (normalmente conocidos como interferencia de términos-cruzados) cuando se utiliza para el análisis de señales multicomponente ;en ese caso, la representación muestra intensidad no nula en regiones del plano TF donde debería anularse.

7.3. APLICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN TF EN O-CDMA.

En este apartado se pretende aplicar la distribución tiempo-frecuencia TF (en particular el espectrograma) a los distintos sistemas de acceso múltiple por división de código óptico que se han visto a lo largo de este trabajo. Como ya hemos comentado las ventajas que tiene esta distribución es que es óptima desde el punto de vista de esta técnica de acceso pues nos permite comparar en una misma distribución las dos variables de interés a la hora de realizar la codificación, y que son las longitudes de onda o frecuencias usadas y los intervalos de chip. Esta distribución nos va a permitir observar de forma directa que longitud o longitudes de onda se reflejan en cada intervalo de chip. Esto es así porque en un mismo gráfico vamos a disponer de la información temporal (respuesta impulsiva) y del contenido espectral (coeficiente de reflexión en campo).

Una vez descrito el por qué esta herramienta es muy importante a la hora de entender que es lo que realiza el codificador y el decodificador, pasamos a evaluar algunos de los ejemplos que hemos visto, y tal y como se ha hecho a lo largo de este trabajo comenzaremos por los primeros pasos que se realizaron en O-CDMA hasta llegar a las técnicas recientes de codificación bipolar.

7.3.1. Sistema con FH-CDMA y codificación unidimensional.

En este sistema como se comenta en el apartado 3.2 (en particular en el ejemplo del apartado 3.2.3) la codificación se realiza mediante un array de redes de difracción de forma que cada red se sintoniza a una determinada longitud de onda dentro de 5 posibilidades. Cada red de difracción se corresponde con un intervalo de chip y entre cada par de redes de Bragg se introduce un trozo intermedio de fibra óptica a modo de que las posibles resonancias entre redes sean menos perjudiciales. Las 5 posibles longitudes de onda se muestran en la tabla 3.1 que volvemos a repetir aquí:

| λ_1 | λ_2 | λ_3 | λ_4 | λ_5 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1550 nm | 1550.6 nm | 1551.2 nm | 1551.8 nm | 1552.4 nm |

Tabla 7.1. Longitudes de onda que se usarán en el sistema para la construcción de los codificadores y decodificadores.

Como ya comentamos en su momento este sistema tenía muchas limitaciones, una de las más importantes era que todos los usuarios tenían todos los chips “activos”, es decir, en cada chip se reflejaba un pulso a una determinada longitud de onda perteneciente a la tabla 7.1, por lo que lo único que hace el código es asignar el orden en el que se reflejan. Por esto, cuando al decodificador de un determinado usuario le llegan las señales del resto (señales interferentes) todos los chips son reflejados y enviados hacia el fotodetector de

forma que la señal interferente total es muy grande. La única protección del usuario deseado con el resto es que sólo su señal es reordenada de forma correcta en un único pulso consistente en la suma de los 5 pulsos de chip. A continuación mostramos en las figuras 7.1 y 7.2 tanto el código del usuario deseado como el análisis tiempo-frecuencia de su codificador, pudiéndose comprobar la similitud entre dicho análisis y la matriz que representa el codificador:

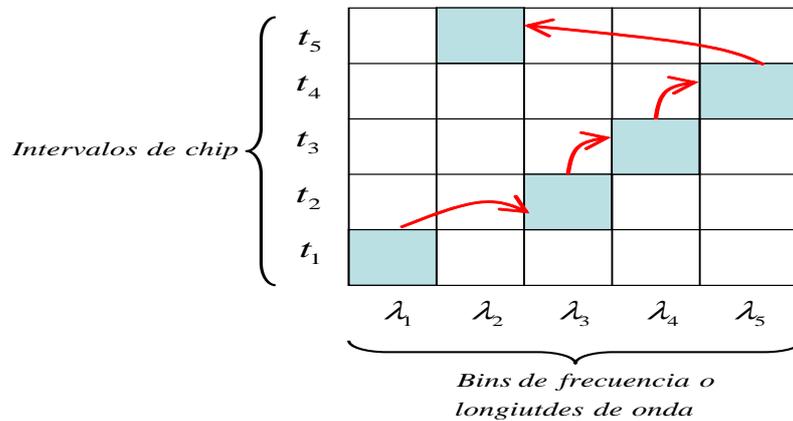


Figura 7.1. Representación matricial del código del usuario deseado en el sistema FH-CDMA. Las flecha ilustran los saltos en frecuencia que se producen de un intervalo de chip al siguiente.

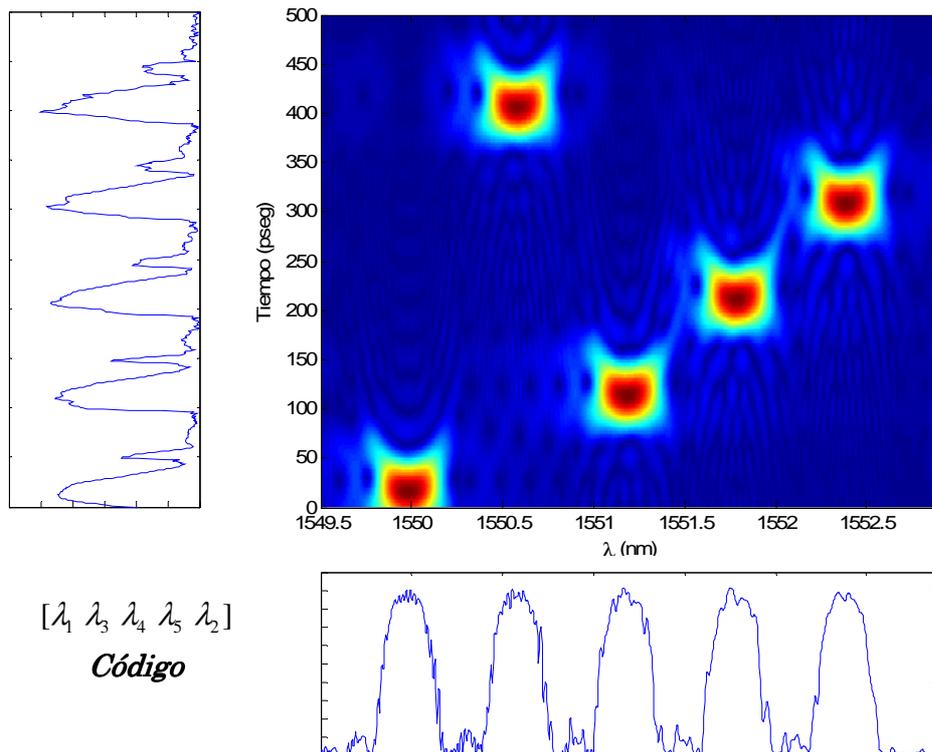


Figura 7.2. Análisis TF del codificador del usuario deseado en el sistema FH-CDMA al que se le ha añadido en la parte izquierda e inferior la respuesta impulsiva y la función de transferencia en reflexión para comprobar los resultados.

En la figura 7.2 se puede observar como realmente el array de redes de difracción implementa la matriz mostrada en 7.1. El diagrama TF muestra los valores altos en color rojo o negro según el mapa de colores que se use (diagramas en color o bien en escala de grises) y los valores más bajos en tonos azules o blancos respectivamente. Se puede observar como el diagrama TF se corresponde perfectamente con la respuesta impulsiva y la función de transferencia en reflexión que se han colocado en la parte izquierda e inferior. Si trazásemos líneas horizontales espaciadas en 96.88 pseg más el tiempo necesario para recorrer los trozos intermedios de fibra tendríamos que cada fila se corresponde con un chip y en la figura se observa claramente como cada fila sólo posee un máximo.

7.3.2. WE/TS O-CDMA con redes Moiré chirpeadas.

Como ya vimos en el capítulo 4 este sistema es una extensión del anterior con algunas diferencias, tales como ahora no se usa un salto en frecuencia FH sino una codificación en longitud de onda y ensanchado temporal WE/TS, por lo que ahora en un intervalo de chip no se tiene por qué reflejar una determinada longitud de onda, sino que ese hecho depende del patrón WE. En los sistemas WE/TS genéricos se tiene absoluta libertad a la hora de configurar los patrones WE y TS, pero como ya se ha visto una de las limitaciones de usar redes Moiré era que el patrón WE y TS estaban ligados de forma que había una correspondencia entre los intervalos de chip y las longitudes de onda que podía reflejar ese intervalo (debido a la relación que existe entre el módulo y la fase de la red Moiré).

Una vez que se había diseñado la Moiré de acuerdo a nuestras necesidades, mediante el ancho de banda acoplado en reflexión y el número de mínimos existentes en él, se construye el codificador mediante la suma de una perturbación de tipo cosenoidal y que se realiza a medida. Este procedimiento se describe en el apartado 4.2.2 y la perturbación a sumar en la ecuación (4.21). Tras este procedimiento tenemos ya diseñado el codificador a medida. La figura 7.3 muestra el análisis TF de la red Moiré linealmente chirpeada que se usa como base para la construcción de los codificadores. Se observa como las longitudes de onda acopladas van aumentando en función del tiempo que se acoplan. Los tiempos mayores acoplan a las longitudes de onda mayores. La pendiente que se observa en la gráfica es debida al chirp que hemos introducido en la red, ya que el período acoplado en la misma varía de forma lineal. Otra cosa que se observa muy bien es que no se consiguen mínimos en la respuesta espectral que estén cercanos a cero, ya que la tonalidad que se tiene entre las zonas rojas nunca llega a ponerse azul.

La figura 7.4 describe el análisis TF del codificador del usuario deseado en el caso del sistema WE/TS O-CDMA con redes Moiré. En este caso se observa perfectamente con que parte de la figura anterior nos hemos quedado.

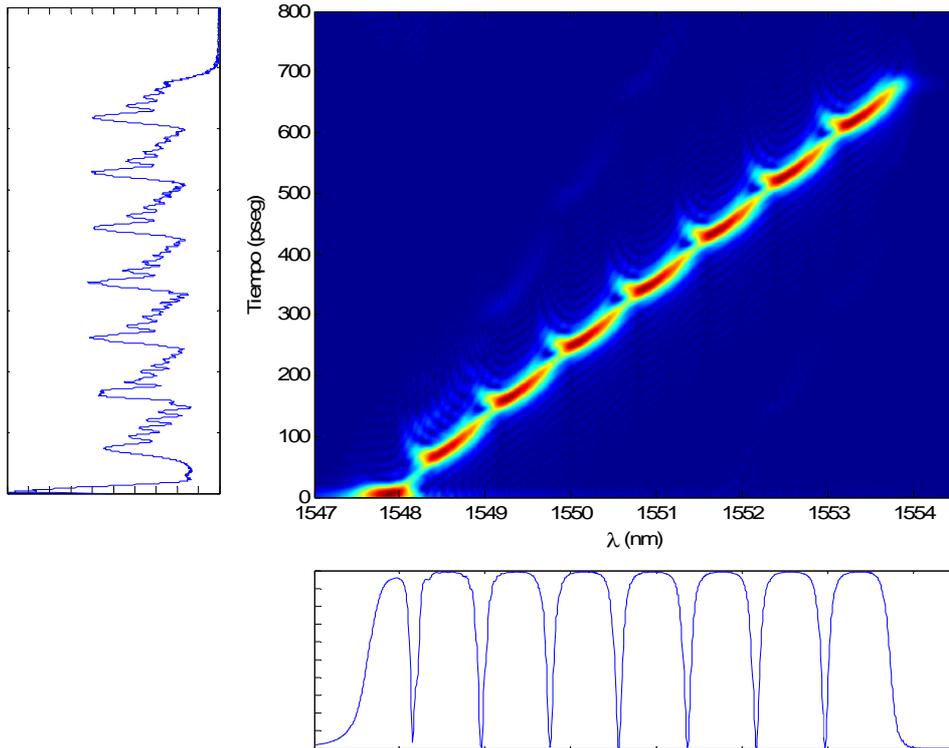


Figura 7.3. Análisis TF de la red de difracción Moiré chirpeada que se usa como base para construir los codificadores y decodificadores de los distintos usuarios del sistema.

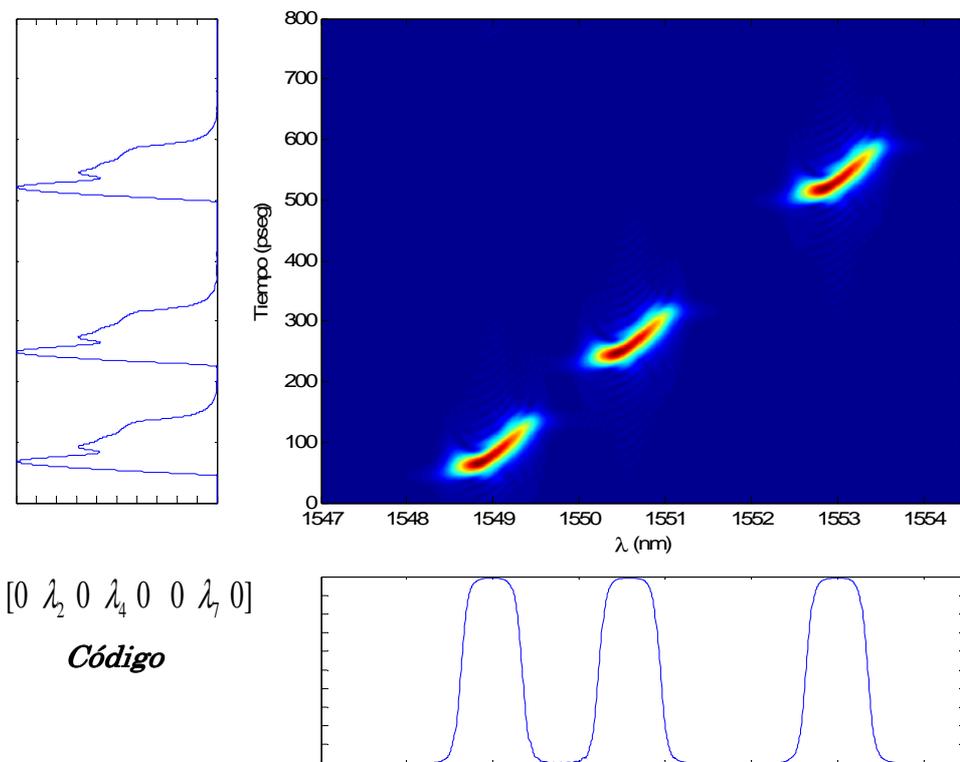


Figura 7.4. Análisis TF del codificador del usuario deseado. En la parte inferior izquierda se muestra el código de dicho usuario que se ha implementado.

Es cierto que este hecho se podía observar también a través de la respuesta en frecuencia del coeficiente de reflexión, pero sin embargo con la representación TF se puede ver directamente con que patrón WE nos quedamos y que repercusión tiene en tiempo, es decir, vemos en que intervalos se refleja cada longitud de onda. En la parte inferior izquierda de la figura 7.4 se muestra el código que se está implementando a efectos de que se pueda comparar con el resultado del espectrograma.

También se puede observar el efecto que se comentó en el capítulo dedicado a este sistema de que la respuesta frecuencial se desplaza un poco debido al aumento del índice de refracción efectivo que se produce como consecuencia de la superposición de la perturbación cosenoidal.

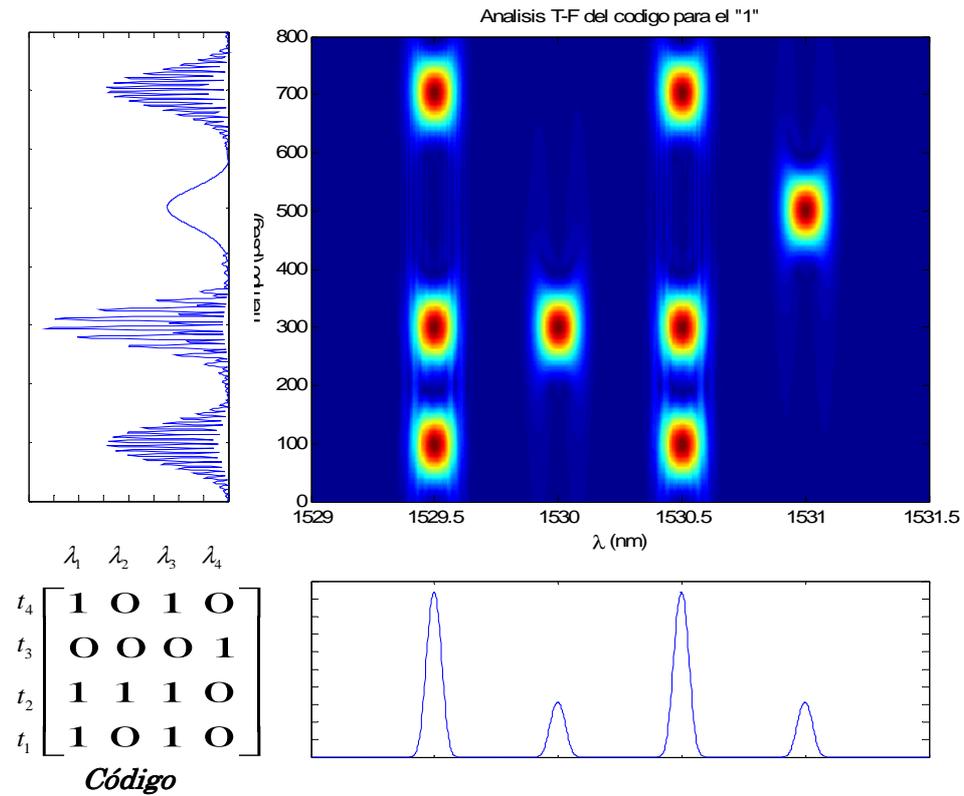
7.3.3. Sistema 2-D W/T O-CDMA con códigos bipolares y detección diferencial.

A lo largo del capítulo 6 se ha descrito los sistemas de comunicaciones ópticas que usan acceso múltiple por división de código óptico con códigos bidimensionales y detección diferencial. Estos sistemas tienen la gran ventaja de que se puede usar la señalización antipodal, es decir, lo que sería equivalente a transmitir señales con tensión positiva y negativa. Es evidente que físicamente en la fibra óptica no se puede enviar una cantidad negativa de luz, por lo que la construcción de la señalización antipodal debe de hacerse de otra forma. Las constelaciones resultantes tanto en el caso de detección directa como detección diferencial se muestran en la figura 6.1.

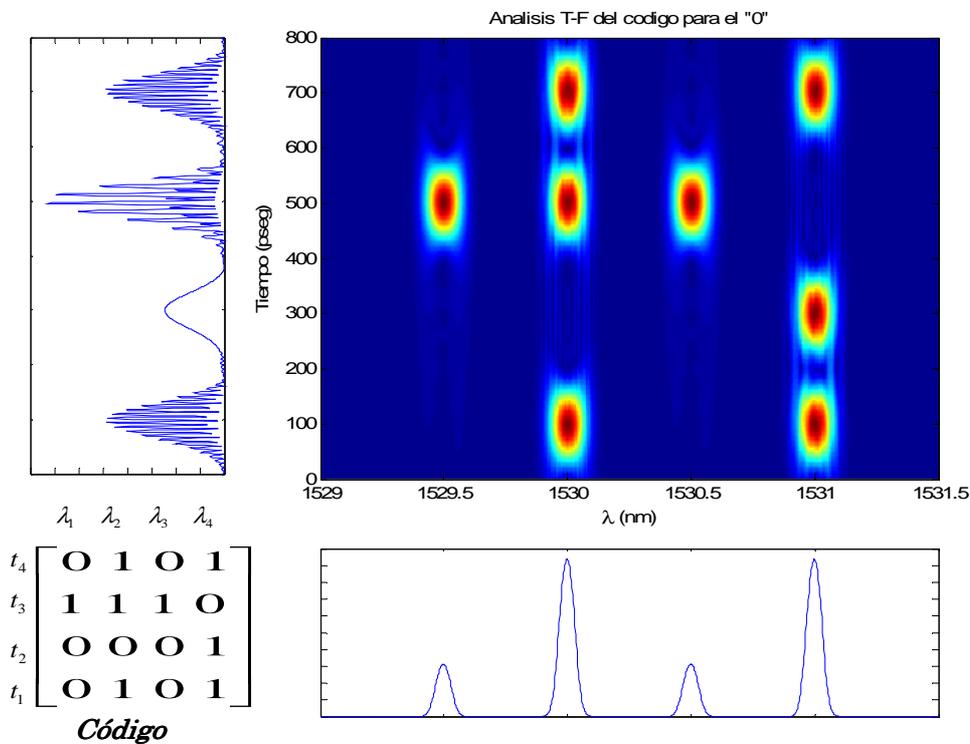
De esa figura se desprende que en el caso de señalización antipodal, la misma cantidad de potencia es empleada en la transmisión de un 1 que de un 0 binario. Estos bits se encuentran situados en puntos opuestos del espacio de señal, tomando como referencia el origen del mismo. En O-CDMA, la potencia empleada depende del peso del código o secuencia de ensanchado. De forma analítica el peso del código puede ser expresado como $w = \langle s_u^1, s_u^1 \rangle = \langle s_u^0, s_u^0 \rangle$ donde s_u^1 y s_u^0 son las secuencias de ensanchado del usuario u empleadas en la transmisión de un “1” y “0” respectivamente.

En la figura 7.5 se realiza el análisis TF del codificador del usuario deseado para los casos de la transmisión de un 1 binario y de un 0. Se puede observar claramente como los diagramas son totalmente complementarios. En la parte inferior izquierda se adjunta la matriz que representa el código BCDD y se puede observar la correspondencia con el espectrograma. Además la parte inferior muestra la respuesta en reflexión, observándose como varía el contenido espectral en función del número de veces que esa longitud de onda se refleja, siendo mayor el espectro cuantas más veces aparezca en el código. A su vez este efecto también se muestra en la respuesta impulsiva en la que en un determinado chip a mayor número de pulsos que lo conformen mayor amplitud y más se nota el efecto de muestreo de la envolvente. Este análisis que hemos comentado ya se había realizado en el

capítulo anterior pero era más difícil de interpretar en el sentido de que el diagrama TF no muestra todo por separado y en una única representación, por lo que queda más claro.



(a)



(b)

Figura 7.5. Análisis TF del codificador BCDD del usuario deseado para el caso de la transmisión de un: (a) "1" y (b) "0".

También se puede notar en la figura 7.5 como en el análisis TF las zonas acopladas presentan simetría de revolución, lo que se debe a que el acoplo débil nos permite que tanto el espectro como la envolvente temporal tengan forma gaussiana. Además se puede observar como los máximos están colocados perfectamente en las longitudes de onda usadas y como la duración temporal de los chips es de 200 ps. Esto repercute en que la respuesta total es de 800 ps, y como usamos una codificación RZ, el intervalo de bit es de 1,6 ns. Todo esto coincide con los parámetros del sistema que se muestran en la 6.2 que volvemos a repetir aquí:

| <i>Parámetro</i> | <i>Valor</i> |
|---------------------------------|--------------------------------|
| Rango de las longitudes de onda | 1529.5, 1530, 1530.5 y 1531 nm |
| Tasa de transmisión | 622.08 Mbps (OC-12) |
| Tasa de chip | 2.488 Gbps (OC-48) |

Tabla 7.2. Parámetros del sistema.

Otro análisis muy interesante es el que se puede realizar al decodificador. En ese caso se puede observar como la respuesta es la misma pero que se invierte temporalmente de forma que el primer intervalo de chip que se ha codificado pasa a decodificarse en cuarto lugar, el segundo en codificarse se decodifica en tercer lugar y así consecutivamente. El efecto es como si al diagrama TF se le diese un giro de 180° verticalmente (siempre y cuando el eje y represente el tiempo). En la figura 7.6 mostramos el análisis TF para el caso de los decodificadores, tanto para el caso de la transmisión de un “1” como un “0”.

De nuevo aquí podemos recalcar lo potente que es este análisis en el caso de estos sistemas pues nos permite tratar tanto con la respuesta impulsiva y en frecuencia de forma simultánea así como nos permite tratar con las matrices que representan los códigos de forma que dado un análisis TF de un codificador y de un decodificador estamos en condiciones de poder decir si se trata del mismo usuario y en caso contrario podemos predecir cual va a ser la señal interferente resultante.

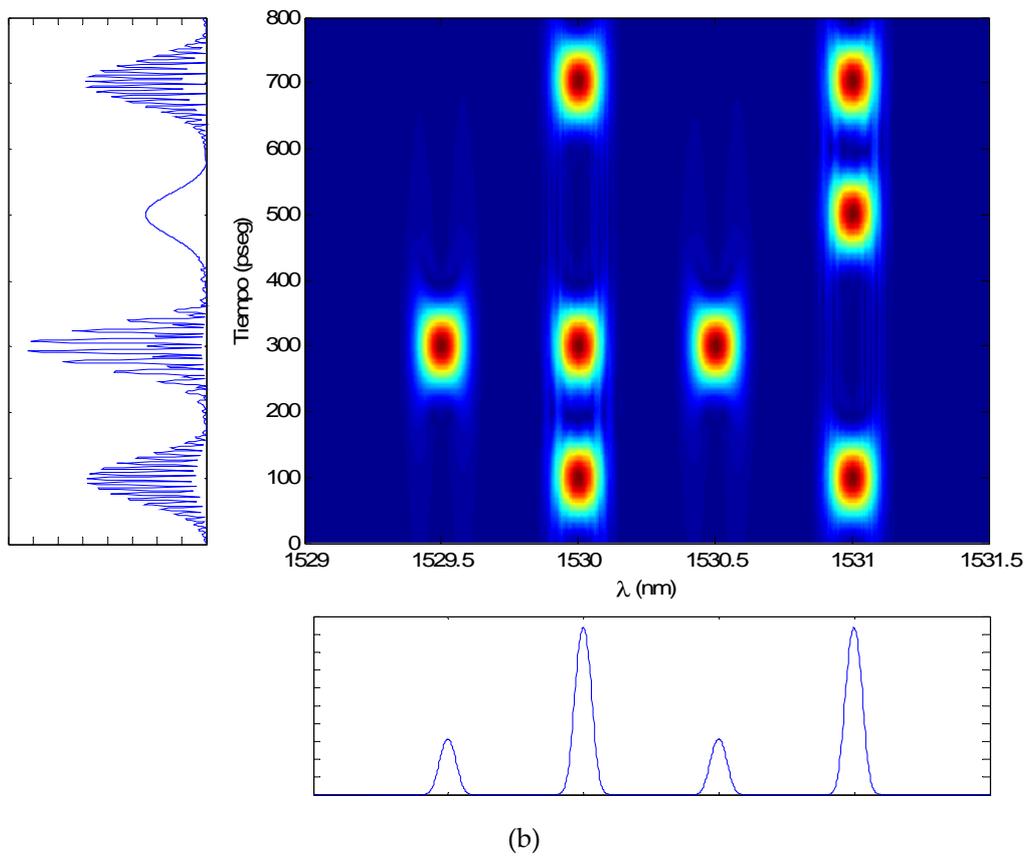
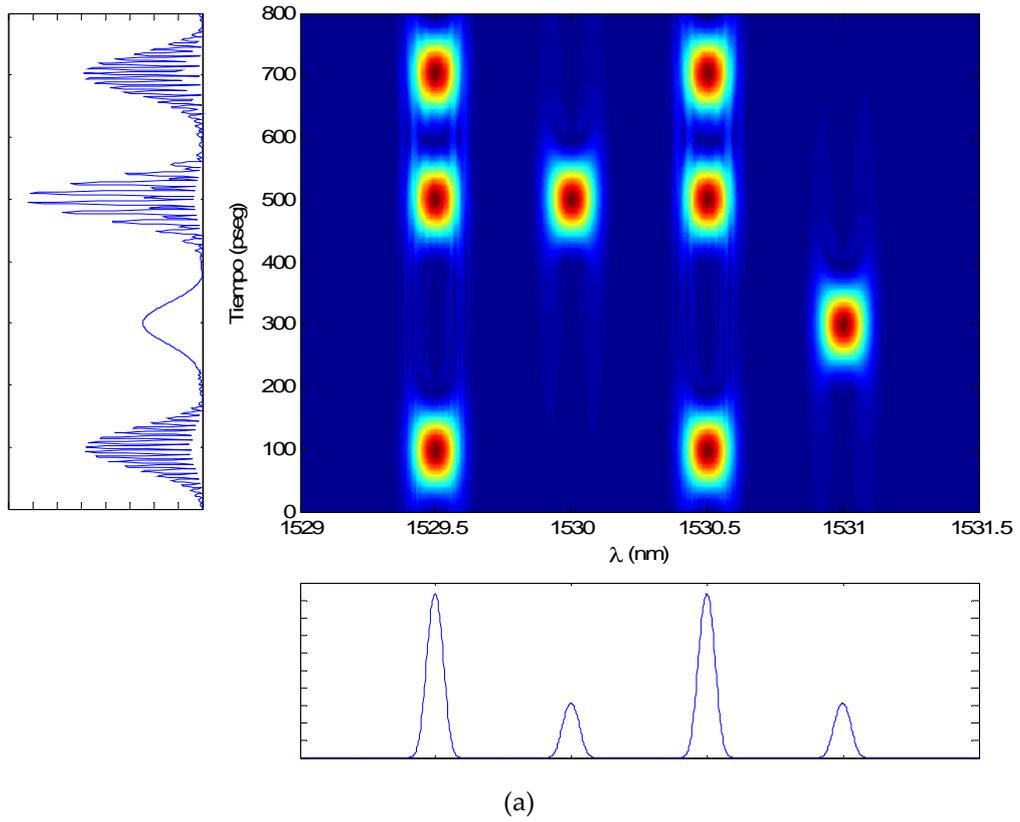


Figura 7.6. Análisis TF de los decodificadores del usuario deseado para el caso del: (a) "1" y (b) "0".

Apéndice I

Bibliografía

- [AZA01] J. Azaña.
“Procesado de Señal Fotónica mediante Tratamientos Duales en Redes de Difracción en Fibra”
Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (2001).
- [CAR99] A. Carballar
“Estudio de Redes de Difracción en Fibra para su Aplicación en Comunicaciones Ópticas”
Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (1999).
- [CHE98] L. R. Chen, S. D. Benjamin, P. W. E. Smith, J. E. Sipe
“Applications of Ultrashort Pulse Propagation in Bragg Gratings for Wavelength-Division Multiplexing and Code-Division Multiple Access”
IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 34, nº 11, pp. 2117-2129, (1998).
- [CHE00] L.R.Chen, P.W.E. Smith
“Demonstration of Incoherent Wavelength-Encoding/Time-Spreading Optical CDMA Using Chirped Moiré Gratings”
IEEE Photonics Letters vol.12 nº 9 (2000).
- [CHE05] R. Adams, J. Faucher, L. Thomas, D.V. Plant, L.R. Chen
“Demonstration of Encoding and Decoding 2-D Wavelength-Time Bipolar Codes for OCDMA Systems With Differential Detection”
IEEE Photonics Letters vol.17 nº 11 (2005).
- [IAC02] Maria Stella Iacobucci, Maria-Gabriella Di Benedetto
“Multiple Access Design for Impulse Radio Communication Systems”
European Union project nºIST-2000-25197-whyless.com.
- [PROAK01] John G. Proakis
“Digital Communications”
McGraw-Hill Electrical Engineering Series, 2001, ISBN 0-07-118183-0
- [TANENB] Andrew S. Tanenbaum
“Redes de Computadoras”
Prentice Hall, Pearson Education ISBN 968-880-958-6

- [YIM02] R.M.H. Yim, L.R. Chen, J. Bajcsy
“Design and Performance of 2-D Codes for Wavelength-Time Optical CDMA”
IEEE Photonics Letters vol.14 n° 5 (2002).
- [YIM03] R.M.H. Yim, L.R. Chen, J. Bajcsy
“A New Family of 2-D Wavelength-Time Codes for Optical CDMA With Differential Detection”
IEEE Photonics Letters vol.15 n° 1 (2003).
- [WIKIP] Wikipedia
“Consulta sobre árboles binarios y algoritmos para recorrerlos”

Apéndice II

Conceptos generales sobre árboles binarios

AII.1 INTRODUCCIÓN.

Un árbol binario es una estructura de datos, es decir, una forma de organizar un conjunto de datos elementales (un dato elemental es la mínima información que se tiene en el sistema) con el objetivo de facilitar la manipulación de estos datos como un todo o individualmente. En el caso particular de árboles binarios, se trata de una estructura en la cual cada nodo tiene como máximo dos nodos hijos. Típicamente los nodos hijos son llamados izquierdo y derecho.

En teoría de grafos, se usa la siguiente definición: un árbol binario es un grafo conexo, acíclico y no dirigido tal que el grado de cada vértice no es mayor a 3. De esta forma sólo existe un camino entre un par de nodos.

Un árbol binario con enraizado es como un grafo que tiene uno de sus vértices, llamado *raíz*, de grado no mayor a 2. Con la raíz escogida, cada vértice tendrá un único padre, y nunca más de dos hijos (el izquierdo y el derecho). En la figura AII.1 se aprecia de forma esquemática un árbol binario.

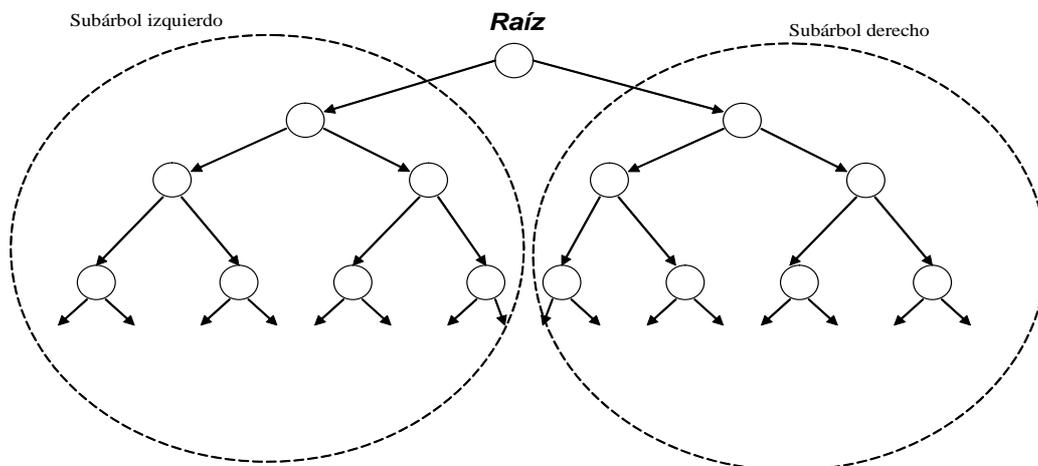


Figura AII.1. Esquema de un árbol binario.

Los tipos de árboles binarios que hay son:

- **Árbol binario lleno:** es un árbol en el que cada nodo tiene cero o dos hijos.
- **Árbol binario perfecto:** es un árbol binario lleno en el que todas las **hojas** (vértices con cero hijos) están a la misma profundidad (distancia desde la **raíz**, también llamada **altura**).
- A veces un árbol binario perfecto es denominado **árbol binario completo**. Otros definen un árbol **binario completo** como un árbol binario lleno en el que todas las hojas están a profundidad n o $n-1$, para alguna n .
- **Árbol casi-completo:** es un árbol en el que cada nodo que tiene un hijo derecho también tiene un hijo izquierdo. Tener un hijo izquierdo no requiere que un nodo tenga un hijo derecho. Dicho de otra forma, un **árbol casi completo** es un árbol donde para un hijo derecho, hay siempre un hijo izquierdo, pero para un hijo izquierdo puede no haber un hijo derecho

AII.2 TÉRMINOS ASOCIADOS A LOS ÁRBOLES BINARIOS.

A continuación vamos a detallar una lista de términos que se usan frecuentemente cuando se trabaja con árboles:

- Si A es la raíz de un árbol y B es la raíz de su subárbol izquierdo (o derecho), se dice que A es el **padre** de B y se dice que B es el **hijo izquierdo (o derecho)** de A.
- Un nodo que no tiene hijos se denomina **hoja**.
- El nodo a es **antecesor** del nodo b (y recíprocamente el nodo b es **descendiente** del nodo a), si a es el padre de b o el padre de algún ancestro de b.
- Un nodo b es un descendiente izquierdo del nodo a, si b es el hijo izquierdo de a o un descendiente del hijo izquierdo de a. Un **descendiente derecho** se define de la misma forma.
- Dos nodos son **hermanos** si son hijos izquierdo y derecho del mismo padre

A continuación vemos algunas definiciones asociadas al funcionamiento y la topología del árbol:

- El nivel de un nodo es el número de aristas que se deben recorrer para llegar desde ese nodo al nodo raíz. De manera que el nivel del nodo raíz es 0, y el nivel de cualquier otro nodo es el nivel del padre más uno.
- La **profundidad** de un nodo es el máximo nivel de cualquier hoja en el árbol.

Si un árbol binario tiene m nodos en el nivel l , el máximo número de nodos en el nivel $l+1$ es $2m$. Dado que un árbol binario sólo tiene un nodo en el nivel 0, puede contener un máximo de 2^l nodos en el nivel l . Un árbol binario completo de profundidad d es el árbol que contiene exactamente 2^l nodos en cada nivel l entre 0 y d . La cantidad total de nodos t_n en un árbol binario completo de profundidad d , es igual a la suma de nodos en cada nivel entre 0 y d , por tanto:

$$t_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^d = \sum_{j=0}^d 2^j \quad (\text{AII.1})$$

donde usando inducción matemática se puede demostrar que $t_n = 2^{d+1} - 1$. Dado que todas las hojas en este árbol están en el nivel d , el árbol contiene 2^d hojas y, por tanto, 2^{d-1} nodos que no son hojas. Si conocemos el número total de nodos t_n en un árbol binario completo, podemos calcular su profundidad d , a partir de la expresión $t_n = 2^{d+1} - 1$. Así sabemos que la profundidad es igual a 1 menos que el número de veces que 2 debe ser multiplicado por sí mismo para llegar a $t_n + 1$. Es decir, que en un árbol binario completo:

$$d = \log_2(t_n + 1) \quad (\text{AII.2})$$

AII.3 RECORRIDO DEL ÁRBOL.

Al proceso de acceder a los nodos de un árbol se le denomina *recorrido del árbol*. Para ver las distintas formas que existen de recorrer un árbol usaremos un ejemplo sencillo que mostramos en la figura AII.2:

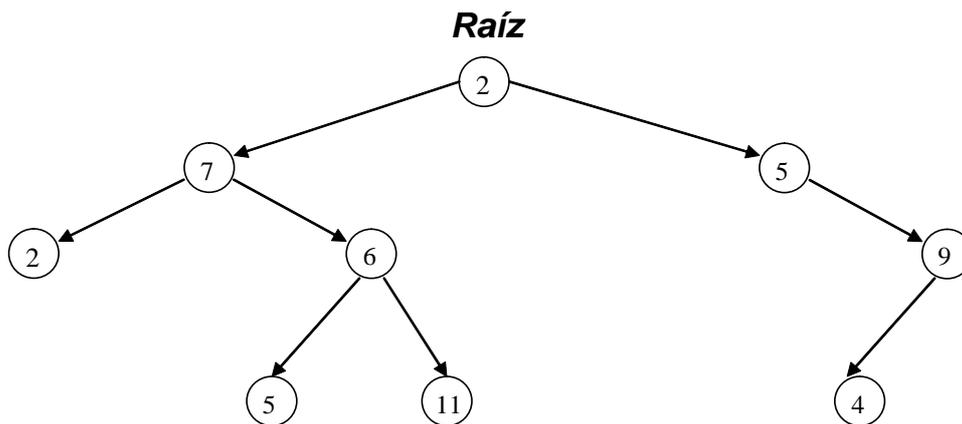


Figura AII.2. Ejemplo sencillo de un árbol binario.

I. Recorridos en profundidad.

- Recorrido en preorden: En este tipo de recorrido se realiza cierta acción (quizás simplemente imprimir por pantalla el valor de la clave de ese nodo) sobre el nodo actual y posteriormente se trata el subárbol izquierdo y cuando se haya concluido, el

subárbol derecho. En el árbol de la figura el recorrido en preorden sería: 2, 7, 2, 6, 5, 11, 5, 9 y 4. Las operaciones a realizar se pueden resumir de la siguiente forma:

- i. Visitar la raíz.
- ii. Recorrer el subárbol izquierdo en preorden.
- iii. Recorrer el subárbol derecho en preorden.

➤ Recorrido en postorden: En este caso se trata primero el subárbol izquierdo, después el derecho y por último el nodo actual. En el árbol de la figura el recorrido en postorden sería: 2, 5, 11, 6, 7, 4, 9, 5 y 2. Las operaciones a realizar son:

- i. Recorrer el subárbol izquierdo en postorden.
- ii. Recorrer el subárbol derecho en postorden.
- iii. Visitar la raíz.

➤ Recorrido en inorden: En este caso se trata primero el subárbol izquierdo, después el nodo actual y por último el subárbol derecho. En un árbol binario de búsqueda este recorrido daría los valores de clave ordenados de menor a mayor. En el árbol de la figura el recorrido en inorden sería: 2, 7, 5, 6, 11, 2, 5, 4 y 9. Las operaciones a realizar son:

- i. Recorrer el subárbol izquierdo en inorden.
- ii. Visitar la raíz.
- iii. Recorrer el subárbol derecho en inorden.

II. Recorridos en amplitud (o por niveles).

En este caso el recorrido se realiza en orden por los distintos niveles del árbol. Así, se comenzaría tratando el nivel 1, que sólo contiene el nodo raíz, seguidamente el nivel 2, el 3 y así sucesivamente. En el árbol de la figura el recorrido en amplitud sería: 2, 7, 5, 2, 6, 9, 5, 11 y 4.

Al contrario que en los métodos de recorrido en profundidad, el recorrido por niveles no es de naturaleza recursiva. Por ello, se debe utilizar una cola para recordar los subárboles izquierdos y derecho de cada nodo.

AII.4 ALGORITMOS PARA RECORRER UN ÁRBOL.

I. Depth First Search Algorithm (DFS) o búsqueda en profundidad.

El algoritmo DFS o de búsqueda en profundidad es un algoritmo que permite recorrer todos los nodos de un grafo o árbol de manera ordenada, pero no uniforme. Su manera de funcionar se basa en ir expandiendo cada una de los nodos que va localizando,

de manera recursiva, recorriendo todos los nodos de un camino concreto. Cuando ya no quedan más nodos por visitar en este camino, regresa hacia atrás (backtracking), de tal manera que comienza el mismo proceso con cada uno de los hermanos del nodo ya procesado.

El backtracking es una técnica usada para resolver problemas en los que satisfagan ciertas restricciones y que tienen una solución completa y en la que el orden de los elementos no importa. El problema en sí consiste en un conjunto de variables a las que habrá que asignarle un determinado valor sujeto a unas determinadas restricciones. El backtracking va probando todas las combinaciones con el objetivo de obtener una solución.

En el caso del árbol mostrado en la figura AII.2 la salida que proporcionaría este algoritmo será: 2,7,2,6,5,11,5,9,4. Por tanto se trata de la técnica general que en árboles binarios particulariza en recorrer el árbol en preorden.

II. *Breadth First Search Algorithm (BFS).*

El algoritmo de búsqueda en anchura o BFS consiste en empezar por la raíz del árbol y visitar todos los vecinos que este tiene. Una vez visitado los vecinos se procede con ellos de forma idéntica, visitando los vecinos que todavía no han sido localizados. En el ejemplo de la figura AII.2 la salida sería: 2,7,5,2,6,9,5,11 y 4. Este algoritmo no es más que lo que ya hemos comentado de búsqueda en profundidad.

III. *Iterative Deepening Depth First Search Algorithm (ITDFS).*

El algoritmo ITDFS no es más que un algoritmo de búsqueda en el que la estrategia que se sigue es realizar de forma repetida búsquedas en profundidad en las que la profundidad máxima de búsqueda se encuentra limitada, hasta que se llega a una profundidad d en la que el algoritmo para. En cada iteración, el algoritmo ITDFS visita los nodos del árbol en el mismo orden que lo haría el algoritmo DFS, pero el orden acumulativo en el que los nodos son visitados, asumiendo que no hay ramas del árbol que se hayan podado, es en realidad BFS.

Este algoritmo combina la eficiencia espacial de DFS y es casi igual de completo que BFS. La complejidad espacial de ITDFS es $O(bd)$, donde b es el peso de la rama.

No obstante en realidad la carga computacional de este algoritmo es muy parecida a la de DFS y BFS.

En el ejemplo de la figura AII.2 la salida sería (sin repetir cuando se visita un nodo varias veces): 2,7,5,2,6,9,5,11,4. Esta salida es similar a la de BFS pero en realidad en la última iteración el árbol se ha recorrido tal y como la hace DFS, de forma que esta técnica combina a las dos.

IV. Conclusiones.

A la hora de trabajar con árboles binarios el escoger entre un algoritmo u otro depende del tipo de problema con el que se esté tratando. Normalmente los problemas tratan de encontrar una solución. Puede ser que se busque una determinada combinación dentro del árbol, en cuyo caso el algoritmo de búsqueda en profundidad puede resultar más eficiente ya que la posible solución puede encontrarse en la parte superior del árbol. Sin embargo si lo que se desea es recorrer el árbol completo, puede ser que la carga computacional de DFS sea menor que la de BFS, y ya no digamos con respecto a ITDFS, que sería totalmente ineficiente puesto que sólo en la última iteración recorrería el árbol de forma completa.

Apéndice III

Programas de Simulación

Para realizar las distintas simulaciones de este proyecto fin de carrera se ha recurrido al programa de cálculo Matlab. En este programa se ha realizado la programación de funciones y scripts que realizasen lo que se deseaba. Dicho programa posee como característica principal una programación sencilla acompañada de una gran potencialidad gráfica. Así mismo, en Matlab se han implementado numerosas funciones de utilidad para usar en todo tipo de ámbitos, uno de ellos las comunicaciones. Por ejemplo es mucho más sencillo trabajar con señales en los dominios del tiempo y la frecuencia con Matlab que hacerlo con un lenguaje de programación general como C o Java.

Sin embargo Matlab es un programa orientado al uso de vectores y matrices, siendo algunas operaciones típicas de programación general muy ineficientes. Esto habrá que tenerlo en cuenta a la hora de realizar los distintos programas de simulación.

AIII.1 PROGRAMAS DE SIMULACIÓN.

Tal y como se ha comentado la herramienta de simulación que se ha usado ha sido Matlab. Los programas de simulación que se han creado tienen por tanto extensión .m y algunos resultados se han almacenado en los ficheros .mat.

Se ha decidido adjuntar un CD en el que se han almacenado los programas que se han usado así como los resultados que se han ido obteniendo. Se ha hecho de esta forma para no cargar en exceso el documento con líneas de código y dado que hay muchos programas similares, como son los necesarios para crear las redes de difracción en el que sólo hay que cambiar parámetros y la perturbación.

AIII.2 ESTRUCTURA DE DIRECTORIOS DEL CD.

En el CD se puede ver una carpeta que responde al nombre del proyecto fin de carrera y que incluye en su interior dos nuevas carpetas: una que contiene la memoria y otra que contiene los programas de simulación. Dentro de la carpeta simulaciones encontramos 5 carpetas correspondientes a los capítulos 3,4,5,6, y 7. Los capítulos 1 y 2 no han requerido de simulaciones. Estas carpetas contienen todos los programas de simulación, algunos de los cuales pasamos a comentar aquí:

I. Capítulo 3.

En esta carpeta encontramos otras dos, ambas con el mismo contenido a excepción de que en una de ellas se trabaja con redes de difracción uniformes de longitud $L_{per} = 10 \text{ mm}$, mientras que en la otra se trabaja con redes uniformes de longitud $L_{per} = 5 \text{ mm}$ y con una función de apodizado de tipo gaussiano. Los programas de simulación son:

- **rdu_apg_1.m,...,rdu_apg_5.m:** Simula redes de difracción uniformes con apodizado gaussiano. En ese script se pueden modificar los parámetros aunque ya se encuentran ajustados al sistema que se simula en el capítulo 3. Cada script está ajustado a una de las 5 longitudes de onda. Los resultados se guardan en su correspondiente fichero .mat.
- **rdu_1.m,...,rdu_5.m:** Exactamente igual que los anteriores pero ahora no existe apodizado sino que usamos redes de difracción uniformes.
- **inter_rdu.m:** Como se comenta en el capítulo 3 entre cada par de redes de difracción se sitúa un trozo intermedio de fibra. Con este script se consigue simular ese trozo intermedio ya que lo que se hace es simular una red de difracción en la que la perturbación no existe.
- **Encoger_ud.m** y **encoger_ui.m:** Estos programas se encargan de crear el codificador y decodificador del usuario deseado e interferente respectivamente. Para ello van concatenando redes de difracción según indica el código y van intercalando trozos de fibra.
- **Caracteriza_redes.m:** Este es un script en el que simplemente se realiza llamadas secuenciales a los 5 ficheros de simulación de redes que ya se han comentado. Simplemente se usa esto porque como las simulaciones son costosas en tiempo así nos aseguramos de simular las 5 a la vez sin necesidad de interactuar tantas veces con el PC.

II. Capítulo 4.

En esta carpeta encontramos los ficheros de simulación de las redes Moiré. También existen carpetas en las que se ha ido almacenando los resultados. Los ficheros que encontramos son:

- **Mfg_c_base.m:** El objetivo de este programa es la simulación de una red Moiré linealmente chirpeada. En él se detalla como introducir la primera variación lineal del período de red y después se introduce la segunda que creará el patrón Moiré a través del desplazamiento de una sobre la otra. A partir de ahí se crea la perturbación y se simula la red Moiré cuyos resultados se guardan en el correspondiente archivo .mat.
- **Mfg_c_1.m:** Se crea una Moiré pero a efectos de la explicación general que se hace en el capítulo de las redes Moiré linealmente chirpeadas.
- **fg_ch1.m:** Se simula una red de difracción linealmente chirpeada con apodizado tangente hiperbólico. Se usa para la explicación general de redes linealmente chirpeadas.
- **caracteriza_fg_ch1.m** y **caracteriza_mfg_c_1.m:** Estos programas se usan para caracterizar estas redes microscópicamente y obtener las figuras que se muestran en ese capítulo, tales como respuestas impulsivas, en frecuencia y retardos de grupo tanto en transmisión como en reflexión.
- **Sistema_WE_TS.m:** Con este programa se construye los codificadores y decodificadores de los usuarios deseado e interferentes a partir de la red Moiré linealmente chirpeada que se usa como base. Para la construcción de estos codificadores a medida se usa la función **encoder.m** que modifica la perturbación a medida de cada usuario. Una vez que el índice de refracción es el adecuado al código se llama a la función **c_macro_y_micro.m** que no es más que un programa de simulación de redes de difracción pero diseñado para recibir ya un índice de refracción como parámetro. Los resultados se guardan en un fichero cuyo nombre depende del usuario deseado y que son: Mfg_c_ud.mat, Mfg_c_ui1.mat, Mfg_c_ui2.mat y Mfg_c_ui3.mat. Con esos 4 archivos se puede ir caracterizando el sistema en lo que se refiere a aislamiento e interferencia multiacceso.

A partir de aquí encontramos carpetas con resultados, en las que el nombre indica la longitud y el índice de modulación usado. Inmediatamente detrás de estas carpetas encontramos el fichero de la red Moiré base y otras carpetas en las que se almacenan los ficheros de cada uno de los usuarios y el nombre de la carpeta se corresponde con el valor del parámetro p usado que no es más que un valor que indica el porcentaje de lóbulo que se queda en el codificador. Si $p < 1$, se recortan parte de los lóbulos deseados con el objetivo de mejorar el aislamiento. No obstante los mejores valores se obtienen para una longitud de 70 mm y $p=1$.

III. Capítulo 5.

En este capítulo nos procedemos a simular los códigos bidimensionales. Los resultado se almacenan en carpetas cuyo nombre responde al formato (m, n, w) , donde el tamaño del código es $m \times n$ y el peso es w . Los resultado están almacenados en un árbol. Para acceder al número de elementos del árbol basta con teclear $M_Code(1)$, y para acceder al elemento i basta con introducir el comando $branch(M_Code, i)$.

- **gca_aleatorio.m, gca_dfs.m** y **gca_itdfs.m**: Con estos programas se consiguen obtener códigos válidos mediante los algoritmos de generación de códigos aleatorio, el DFS o ITDFS respectivamente. Basta con modificar los valores de m, n y w a lo que se desea y ejecutar la simulación.
- **autocorr.m** y **crosscorr.m**: Calculan la autocorrelación y correlación cruzada de los códigos que se pasan como argumentos.
- **dfs.m** e **itdfs.m**: Aplican el algoritmo dfs e itdfs, mediante llamadas recursivas a ellas mismas.
- **Hamm_ap_crosscorr.m**: Calcula la correlación cruzada aperiódica de Hamming, que es necesaria para evaluar su varianza que es uno de los parámetros importantes existentes en la expresión de la **BER**.
- **random_code.m**: Genera un código aleatorio con el tamaño y peso que se le pasa como argumento.
- **valida_codigo.m**: Es la que se encarga de comprobar que el código que se ha generado por alguno de los métodos satisface las restricciones que se han impuesto en el sistema en lo que se refiere a peso y valores de la correlación cruzada y la autocorrelación.
- **Calc_BER.m**: Este script se encarga de obtener las gráficas correspondientes a la **BER** en función del número de usuarios activos en el sistema y para ello se hace uso de las expresiones adecuadas.
- **vect2mat_code.m**: Con esta función se convierte un vector de longitud $m \times n$ en una matriz de m filas y n columnas. Esto se hace así porque se genera primero el vector y después se pasa a matriz.

IV. Capítulo 6.

En este capítulo los ficheros que se usan son similares a los del capítulo anterior modificando ciertas cosas características de los códigos bipolares. Sólo se añade:

- **representa_BCDD.m:** Aquí representamos la variación del número máximo de códigos generados en función del valor de la correlación normalizada. Como sólo disponemos de varios puntos de la gráfica obtenemos un polinomio por regresión que es el que finalmente representamos.

V. Capítulo 7.

En este caso sólo se adjunta el fichero **sfft_gsf.m** que es el encargado de calcular la distribución espectrograma de la función de transferencia que se le pasa como segundo parámetro.