

7. EL PROBLEMA DE ENCAMINAMIENTO EN UNA RED ATM

7.1. Antecedentes y presupuestos del problema

En ATM existen dos parámetros fundamentales de referencia a la hora de determinar si la información recibida por el nodo destino cumple con el grado de servicio contratado con la red: el número de células perdidas por la red antes de llegar al destino y el retardo sufrido por la información que finalmente llega.

En este proyecto se estudia la posibilidad de encaminamiento dinámico de la información en redes que utilizan tecnología ATM, utilizando como elemento de análisis para ello la pérdida de células producida en la red. Sin embargo, también se atiende al otro parámetro fundamental (el retardo), ya que se procede a buscar el encaminamiento óptimo minimizando la pérdida de células, a la vez que se incorporan unas condiciones mínimas, a satisfacer, sobre el retraso en las comunicaciones a través de red.

Se trata, por lo tanto, de trabajar con una red de telecomunicaciones con una topología dada, de forma que la aplicación del algoritmo desarrollado permita elegir por qué camino se deben establecer las conexiones para conseguir el funcionamiento más óptimo y eficiente posible.

Para alcanzarlo, se estudia la función de pérdidas que siguen los procesadores de conmutación utilizados y se aplica a un modelo matemático de optimización de rutas, el cual deberá ser analizado y resuelto. Finalmente, se aplicará el algoritmo sobre distintas topologías de red y se analizará la bondad de los resultados que se obtengan.

Los presupuestos desde lo que de parte el proyecto se muestran en la Tabla 1:

Tabla 1: Tabla representativa de las premisas fundamentales.

Descripción / Premisas fundamentales	Descripción general
Tráfico CBR	En ATM se utilizan tráficos distintos con diferentes características, de emisión, de grado de servicio que contratan, todo esto hace muy difícil su implementación conjunta en un modelo. El tráfico CBR es el que presenta las restricciones más estrictas en cuanto a calidad, y es el tipo de tráfico elegido para el desarrollo que se realiza.
Conmutadores con colas	Procesadores de conmutación con colas a la salida: Actualmente existe una gran gama de tipos de conmutadores. El utilizado para el modelo en cuestión es el conmutador con colas a la salida
Enlaces STM-1	Enlaces STM-1: Las redes consideradas están formadas por enlaces con capacidad de 155,52 Mb/s.

7.2 Características básicas del encaminamiento en una red ATM

Como se ha indicado en ATM la necesidad de un encaminado óptimo de células por la red es evidente, ya que las prestaciones que pueda ofrecer la red dependerán en gran medida de la bondad del encaminamiento del tráfico que circule por la misma.

El problema de optimización de ruta - encaminado, encaminamiento o enrutado- en redes de telecomunicaciones ha sido tratado en multitud de ocasiones, sea en redes con servicio orientado a conexión (como la RTB) o en redes con servicio no orientado a conexión (por ejemplo una red IP). ATM tiene similitud con los dos tipos de redes indicados anteriormente sin embargo, no se puede considerar como válidos los algoritmos de encaminamiento que se utilizan para ninguna de ellas, debido a sus diferencias evidentes.

Una red ATM se puede representar mediante un grafo $G = (N, E)$ donde N sea el conjunto de nodos (conmutadores) y E el conjunto de enlaces de comunicación. Cada nodo estaría compuesto por un conjunto de búferes y una 'fábrica de interconexión'. Por búfer se entiende un lugar de almacenamiento para células, normalmente con capacidad finita. Se usa siempre que es necesario compartir los recursos entre usuarios, ya que todos no pueden ser servidos a la vez, y de otra forma serían desechados sin ser servidos. Con 'fábrica de interconexión' se denomina al conjunto de conexiones internas que existen en el conmutador de forma que cualquier célula que entre en el sistema pueda ser conmutada a la salida que le corresponda. Esto se puede implementar de formas muy diversas, ya sea por medio de una matriz de interconexión, por memoria central o por un bus o un anillo de interconexión. Cada una de ellas presenta ventajas e inconvenientes, por esto se utiliza una implementación u otra en función del tipo de red.

Se representará cada buffer como una cadena de Markov y se buscará un método para calcular las pérdidas. Tomando como base la probabilidad de pérdida de célula se expone un modelo de encaminamiento de tráfico para una red ATM. Las pérdidas que se tendrán en cuenta serán únicamente las que se producen en el interior de los conmutadores.

Las redes ATM poseen varias características que las hacen merecedoras de la gran aceptación que están teniendo en el mundo de las telecomunicaciones. Sobre todo, porque son capaces de integrar sobre ellas

cantidades variables de flujos con características muy distintas, y a alta velocidad. He ahí la característica fundamental.

ATM es una tecnología de alta velocidad. Así, es capaz de transferir unidades de información entre nodos extremos de una comunicación con una velocidad elevada. Es por ello que en una red ATM los requerimientos de retardo son muy estrictos, ya que se debe conseguir la gran velocidad de transmisión que se espera de ella. Para que una red de estas características pueda funcionar satisfactoriamente será imprescindible un medio físico capaz de permitir dicha velocidad. El medio físico que se utiliza es la fibra óptica. Sin embargo, no bastará tener una red potencialmente veloz, también será necesario buscar el camino óptimo por el que enviar los datos de cada conexión, de forma que estos ocupen los recursos de la red durante el menor tiempo posible. Dicho de otra forma, la importancia de un buen encaminamiento radica en que, partiendo de la misma topología y datos de demanda, dependiendo del reparto que se haga del flujo, se puede obtener una buena transmisión del flujo o bien una transmisión lenta y/o defectuosa de los datos. Esto último implicaría que quedarán algunos enlaces demasiado cargados y otros infrautilizados. Por ello es tan importante encaminar correctamente.

Desde un principio, se ha indicado la importancia del retraso para ATM, se podría entonces determinar como función objetivo la minimización del retardo para encaminar óptimamente por la red. Esto ya se ha contemplado en ocasiones, por ejemplo, en Amiri et al (1998). Sin embargo, no se debe ni se puede olvidar que en ATM se garantizan los servicios. Cuando se abre una conexión, la red negocia con el usuario unos parámetros de servicio, y se compromete a garantizarlos durante todo el tiempo que la conexión permanezca abierta. La red, antes de aceptar una conexión deberá, por lo tanto, analizar los recursos de los que dispone en ese momento. Sabrá qué recursos necesitan utilizar las conexiones que hay abiertas en el sistema. Si no se concluye que se pueden mantener los requerimientos de la nueva conexión, no la acepta. Si la acepta es necesario asegurar la calidad de la conexión mediante una serie de parámetros. Entre ellos está el retraso medio de las células por conexión, pero también otros, como la variación del retraso de célula y la tasa de células perdidas. Se considera por ello, que la pérdida de información en la red es igualmente importante, si no más, que el exceso de retardo. De forma que si el número de células que se pierde aumenta, aun cuando la red sea sumamente rápida, no se podría asegurar que sus prestaciones fueran buenas. Las células que llegaran lo harían con retardos pequeños, pero no llegaría toda la información que requiere el servicio. Por lo tanto, realmente no se estarían soportando los servicios con la calidad requerida. Por esta razón se procede a buscar el

encaminamiento óptimo minimizando la pérdida de células, a la vez que se incorporan unas condiciones mínimas, a satisfacer, sobre el retraso en las comunicaciones de red.

En las redes ATM, para conseguir rapidez, se han eliminado tanto el control de flujo por ventana entre nodos adyacentes, como la retransmisión de células. Estas dos formas de corrección frente a pérdidas dan lugar a mucho tráfico por la red, tráfico que se eliminará en ATM, toda vez que el medio de transmisión será de pérdidas muy pequeñas. La utilización de un medio físico como la fibra óptica permitiría la transmisión de información con una tasa de pérdidas prácticamente nula. En este contexto no sería, por tanto, necesario considerar la minimización de pérdida de células como objetivo a considerar en la optimización del encaminamiento de la red. Pero este razonamiento no resulta válido, pues de hecho se producen pérdidas en ATM, sobre todo en los conmutadores de células.

Se refleja en la Tabla 2 que en ATM las células se pierden fundamentalmente de cuatro maneras:

Tabla 2: Representación de los distintos tipos de pérdidas en una red ATM

Descripción /Tipos de pérdidas	Descripción general
Errores de transmisión en las líneas	Estas pérdidas son muy pequeñas y por ello no se tienen en cuenta
Debido al control UPC	Se realizan por la red en los conmutadores
Falta de espacio en los búferes de los conmutadores	Se producen al almacenar las células que llegan
Limitaciones que existen en la propia fábrica de interconexión	Se encarga de encaminar las células que entran por cualquier entrada hacia la salida correspondiente.

Como se ha indicado, el modelo buscará la asignación óptima del flujo atendiendo a los requerimientos de pérdidas de células en cada conexión, y de forma que se pierda el menor número de células posibles

Se partirá de una serie de datos como son: la topología de la red, la capacidad de los enlaces de la misma y la demanda entre cada par de nodos que quieran establecer una conexión. También será dato el máximo número

de células perdidas por conexión, que determinará el grado de servicio de la misma.

Como se ha indicado con anterioridad, el objetivo principal del modelo planteado será buscar la ruta óptima para cada flujo de datos atendiendo a las pérdidas, no al retraso sufrido por una célula al atravesar la red que se impondrá como restricción de diseño. Esta será la forma de enfocar el problema de encaminamiento aun sabiendo que los requerimientos respecto a retrasos en ATM son muy estrictos. La explicación que sostiene este enfoque resulta simple si analizamos las fuentes de retraso que existen en la red. A continuación, se muestran los diferentes tipos de retraso en la Tabla 3:

Tabla 3: Tabla representativa de los diferentes tipos de retraso.

Descripción / Tipos de retrasos	Descripción general
Conversión señal óptica en eléctrica	Este retraso no afecta a la red troncal, que es la que se maneja, ya que en ella la señal ya se encuentra convertida y no hacen falta posteriores conversiones de un modo a otro.
Propagación señal en medio físico	El medio físico utilizado es la fibra óptica, entre cuyas características se encuentra un retraso de transmisión de la señal despreciable.
Cola conmutador	Las células que no pueden ser servidas inmediatamente tienen que esperar hasta que llegue su turno, esto lógicamente conlleva un retraso sobre el tiempo de transmisión ideal de la célula.

De las cuatro fuentes de retraso que existen, las dos primeras introducen un retraso despreciable. Las otras dos sí provocan retardos en las células, si bien debemos recordar que debido a las características que presenta ATM estos retardos son bastante menores que los que presentan los conmutadores de otro tipo de redes.

Se puede concluir que el único retardo que aparece se introduce en los conmutadores. Así el retraso depende en exclusiva del número de conmutadores que atraviesan los datos, y esto depende a su vez del encaminamiento utilizado. Por lo tanto, bastaría con determinar un número máximo de saltos concedidos a cada paquete, o lo que es lo mismo, un número máximo de nodos que cada unidad de información puede atravesar para llegar al destino. Así, se podría introducir una restricción para limitar el retraso, lo que se pediría al sistema es que el número de conmutadores atravesados entre origen y destino de una conexión fuera el mínimo posible. Esto se atendería mediante la determinación de una cota superior sobre el número de saltos de conmutadores. En el modelo propuesto se busca minimizar las pérdidas, pero se encuentra que las fuentes de pérdidas significativas están, al igual que las de retraso, en los conmutadores. Si se quieren minimizar las pérdidas, el número de conmutadores que atraviesen las células de una conexión deberá ser el menor posible. Será pues lógico pensar que con el modelo propuesto se está buscando de forma indirecta la minimización del número de saltos de las células por la red, y como consecuencia, se estará limitando el retardo de la información sin necesidad de incluir una restricción específica al respecto.

7.3. Escalas de tiempo

Cualquier análisis basado en la variación del tráfico que fluye por una red de telecomunicaciones tiene que tener una ubicación temporal. Esto es, el análisis deberá centrarse en un periodo de tiempo que resulte significativo para el estudio que se pretende realizar. Además, si se pretende representar la red con un conjunto de variables será importante determinar la relación que éstas guardan con el tiempo. Para poder establecer esta última relación, es fundamental conocer las escalas de tiempo que se adecuan al comportamiento del sistema. De esta forma se seleccionarán las escalas de tiempo en las cuales sea posible identificar la ocurrencia de algún proceso estocástico relevante para el análisis.

Para el modelo de Erlang (universalmente aceptado para telefonía tradicional con circuitos conmutados) se considera una única escala de tiempos. Es la escala de conexión, también conocida como *connection scale* o *call scale* en inglés. Esta escala de tiempos viene determinada por la llegada de una llamada al sistema. Sin embargo, cuando se habla de tráfico de banda ancha no es posible limitarse a la escala de conexión. Esto se debe a que se producen otros procesos importantes en otras escalas de

tiempo más pequeñas que no se pueden ignorar. En Medova (1998) se realiza un análisis detallado al respecto considerando tres niveles o escalas de tiempo. A saber: *call level*, *burst level* y *cell level* que corresponden en castellano al nivel de conexión, de ráfaga y de célula respectivamente. Estos niveles corresponden a tres niveles jerárquicos para la gestión de redes de telecomunicaciones de banda ancha.

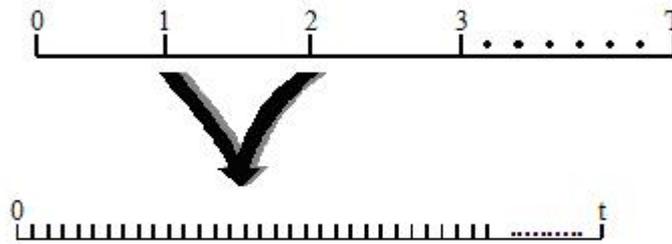
En éste proyecto, se trabajará con dos de estos tres niveles, o escalas jerárquicas. El nivel de conexión y el de célula.

Trabajar con el nivel de célula resulta indispensable si se tiene en cuenta que el análisis de pérdidas en los conmutadores debe hacerse célula a célula. Los conmutadores se encargan de encaminar las células pertenecientes a distintas conexiones por el camino correcto. El conmutador, por lo tanto, trabaja a nivel de célula y para poder contabilizar las pérdidas en los conmutadores las variables de flujo deberán estar referidas a esta escala de tiempo.

El encaminamiento de una llamada, por tratarse de una red ATM, se mantendrá durante todo el tiempo que dure la misma. De esta forma, todas las células que pertenecen a una conexión entre dos nodos recorrerán el mismo camino desde el origen al destino. Según esto, si se intenta buscar el encaminamiento entre dos nodos habrá que tener en cuenta que las variables que indiquen el camino a recorrer por las células deberán estar referidas a una conexión. Se moverían en otra escala de tiempos distinta a la de las variables de flujo. Este sería el nivel de conexión o de llamada.

En la Figura 1 que se incluye a continuación se pueden observar los distintos niveles que se utilizan y la relación que guardan entre sí:

Nivel de llamada: cada ranura representa el tiempo medio de duración de una llamada, t .



Nivel de célula: cada llamada se divide en un conjunto de células. Cada una de ellas ocupa un tiempo fijo.

Figura 1: Diferentes escalas de tiempo.

7.4 Pérdidas producidas en los conmutadores ATM

La función de pérdidas utilizada, guarda una gran relación con la estructura interna de los conmutadores de la red. Un conmutador ATM debe encaminar las células que le llegan hacia la salida apropiada. Se han desarrollado gran variedad de conmutadores distintos para el encaminamiento en ATM. Cada uno de ellos presenta una serie de ventajas e inconvenientes dependiendo de la distinta ubicación de los búferes y del tipo de interconexión utilizada. Sin embargo, actualmente, la forma mas usada es la que utiliza malla o red de interconexión con colas a la salida.

Así, el número de células perdidas en un conmutador ATM dependerá del tipo de conmutador, habiéndose mostrado que los que mejor rendimiento ofrecen son aquellos que presentan las colas a la salida. Por ello, se considerará la red diseñada con este tipo de conmutadores.

Los conmutadores ATM son sistemas ranurados en los que cada ranura, o slot en literatura inglesa, ocupa el tiempo de transmisión de una célula (aproximadamente $2,8\mu\text{seg}$ si la velocidad de transmisión es de $155,52\text{ Mb/s}$). Para poder analizar el comportamiento de las células en el conmutador hay que tener en cuenta los instantes de tiempo en los que se produce cada suceso en el búfer de salida. En una red ATM existe sincronización, de esta forma, el suceso de partida de una célula abandona

el buffer al final de la ranura de tiempo y para ser servida se sincroniza con el comienzo de la siguiente ranura. Las llegadas de células se pueden producir en cualquier instante durante todo el tiempo que dura una ranura. No es relevante el instante de llegada de cada célula, sin embargo, se establece que cualquiera que sea el instante de una llegada, ésta se producirá antes del instante de partida de la célula que esté en la cabecera del buffer (siempre que no esté vacío). Esta forma de gestión del buffer se llama de 'llegadas primero'. También se supone que si una célula llega durante la ranura n tendrá que esperar como mínimo a la $n+1$ para ser servida.

Con la palabra puerto se designará a cada una de las entradas que llegan al conmutador, así como cada una de las salidas que parten de él. Se diferencian por lo tanto dos tipos de puertos: de entrada y de salida del conmutador. Cada puerto de salida llevará a un enlace de salida y cada puerto de entrada será la terminación de un enlace de entrada al conmutador. Al nombrar un enlace de salida, teniendo en cuenta que a cada uno de ellos hay asociada una cola y un servidor que desemboca en un puerto de salida, se podrán utilizar independientemente los términos de enlace de salida, salida, puerto de salida o cola del sistema.

A continuación, se incluye un esquema del sistema en la Figura 2 según lo expuesto anteriormente:

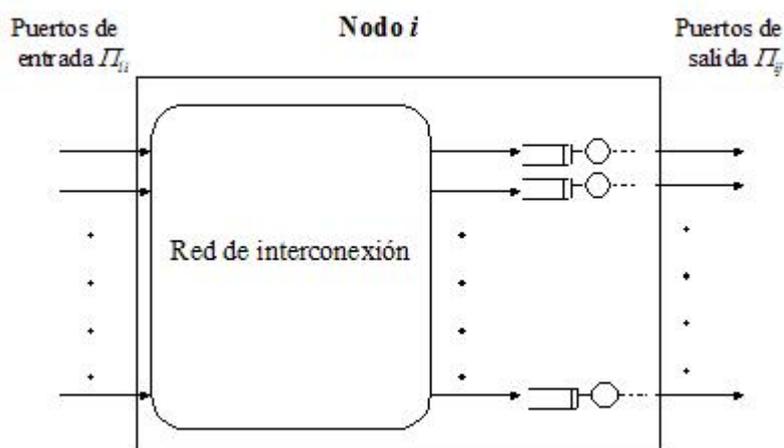


Figura 2: Red de interconexión.

7.4.1. Conmutadores con colas

No se pretende en este apartado hacer un análisis exhaustivo de la teoría de colas, sino más bien introducir aquellos aspectos de la misma más relevantes para la justificación de la expresión de la función de pérdidas utilizada.

Se presenta la teoría de colas para tratar las pérdidas en los conmutadores debido a que los recursos que se tienen en los mismos son limitados. ATM establece conexiones, sin embargo, no hay que perder de vista el hecho de que toda conexión consiste en un flujo de células que debe atravesar la red compartiendo los recursos de la misma, también los conmutadores. Para el análisis, éstos no serán más que una fábrica de interconexión y un conjunto de colas.

Los clientes, en este caso células, llegarán al sistema – el conmutador o nodo - para ser conmutados, esperando en la cola si no pueden ser servidos inmediatamente. Cuando les llegue el turno, serán servidos y abandonarán el sistema.

Un sistema de colas se describe por una serie de parámetros: el patrón de servicio, el número de servidores, la capacidad del sistema, la disciplina de cola y el patrón de llegadas:

- El patrón de servicio: vendrá descrito por el tiempo requerido para servir a un cliente, s , o bien, por la tasa de servicio μ . Normalmente, si el sistema está vacío se dice que el servidor está ocioso, pero en ATM, aunque el buffer de células esté vacío se seguirá transmitiendo, ya que el flujo debe ser siempre continuo. Es por ello que los servidores con los que se trata son sincronizados y deterministas. El tiempo de servicio que se toma es siempre el mismo e igual a una ranura de tiempo, que es lo que tarda en transmitirse una célula.

- El número de servidores: con ello determinamos cuantos canales hay en servicio, o cuantos clientes pueden ser servidos simultáneamente. Cuando hay más de un servidor, cada uno puede tener su propia cola, o bien, que el sistema sea de cola compartida de forma que sólo haya una cola en el sistema. Para el caso que se considera, cada servidor se encargará de ofrecer servicio a los clientes que tiene en su cola.

- La capacidad del sistema: consiste tanto en la zona de espera (capacidad de la cola), como en los canales de servicio. Puede ser finita o

infinita. Evidentemente, para sistemas reales debe ser finita, sin embargo, muchas veces el suponer capacidad infinita proporcionará simplificaciones enormemente útiles que ayudarán a describir el comportamiento del sistema aun a riesgo de perder cierta exactitud en los resultados.

- El patrón de llegadas: se refiere a las llegadas de clientes al sistema, puede ser especificado con el número medio de llegadas en la unidad de tiempo ($\bar{\lambda}$) o bien con el tiempo medio entre llegadas de los clientes. Si se considera que las células no llegan de una en una sino en lotes - grupos, o batches, en literatura anglosajona - debemos tener en cuenta que el número de células que llegan en cada ranura podría variar.

La notación usada comúnmente para describir los sistemas de colas, a partir de los parámetros ya descritos es la de Kendall: A/B/X/Y/Z:

- A especifica la distribución del tiempo entre llegadas al sistema.
- B especifica la distribución del tiempo de servicio.
- X especifica el número de servidores.
- Y especifica la capacidad del sistema.
- Z especifica la disciplina de cola

Por defecto, se toma:

$$Y = \infty$$

$$Z = FIFO$$

Para obtener el valor de las pérdidas primero hay que determinar cual será el comportamiento del sistema. Teniendo en cuenta que la tasa de servicio es constante e igual al tiempo de duración de una ranura y suponiendo la distribución de llegadas exponencial, así como el tamaño de cola finito K, se concluye que el modelo de colas que mejor se ajusta al sistema que se estudia será el M/D/1/K.

Se considera por lo tanto, que la disciplina de cola es FIFO. Esto es, el primer elemento que entra en la cola es el primero que se sirve (first in first

out en inglés). Esta suposición lleva consigo una simplificación del sistema para facilitar el análisis, ya que el comportamiento real no se ajustará siempre a esta disciplina de cola. En las redes ATM existirán células con distintas prioridades que requerirán distinto trato a la hora de esperar a ser servidas. Entre estas células se encuentran las de control y gestión de la red que tendrán mayor prioridad que las de datos.

El modelo M/D/1 está ampliamente estudiado y las fórmulas de probabilidad de estado son conocidas y aparecen en numerosos textos. No ocurre lo mismo para el caso M/D/1/K en el que las colas dejan de ser infinitas. Es por esta razón que a continuación se hace un pequeño estudio hasta obtener la probabilidad de pérdida del sistema, análisis que se hace se basa fundamentalmente en el flujo de células a través de un buffer ATM. En el caso que se está considerando el tiempo entre llegadas viene dado por una distribución exponencial negativa (Pitts et al, 1996). Es conveniente señalar que esta es la misma distribución que se toma cuando se habla del comportamiento del usuario a la hora de establecer llamadas en una red de circuitos conmutados. Sin embargo, aunque se esté tomando el mismo patrón, en realidad se están tratando dos cosas totalmente distintas. Las escalas de tiempo también lo son. En el caso que se estudia, la escala de tiempo que interesa es de una ranura, el tiempo de transmisión de una célula. Si continuamos con el patrón de llegadas, se pueden considerar dos distribuciones distintas según se considere un eje temporal continuo o discreto.

Tiempo Continuo: En tiempo continuo la distribución de llegadas según una exponencial negativa forma un proceso de Poisson donde la probabilidad de que se produzcan k llegadas en un intervalo continuo de tiempo T, siendo λ la tasa de llegada de células, viene dada por:

$$P(k) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T} \quad \text{Ecuación 1}$$

La variable aleatoria k indica el número de llegadas que se producen en el periodo de tiempo T. Por lo tanto, como se determina en la Ecuación 1, la variable k se distribuye según una Poisson de parámetros λT , donde λT es la tasa de llegada de células durante todo el periodo de tiempo considerado: T.

Tiempo Discreto: En tiempo discreto, el patrón de llegadas forma un proceso de Bernoulli en el que la probabilidad de que haya una llegada en una ranura es p y la probabilidad de que la ranura esté vacía es de $1-p$. Si en lugar de considerar una sola ranura consideramos N ranuras, entonces se configura una distribución Binomial, donde la probabilidad de que se den k llegadas en N slots será:

$$P(k) = \frac{N!}{(N-k)!k!} (1-p)^{N-k} p^k \quad \text{Ecuación 2}$$

La distribución tiende a una Poisson a medida que N aumenta.

Para cualquier tipo de distribución se pueden considerar las llegadas en lotes. Entonces, en lugar de considerar que se produzca la llegada de una célula con probabilidad p , se considerará que con esta probabilidad se produce la llegada de un grupo con varias células (a priori se desconoce cuantas). Esta forma de ver las llegadas es especialmente útil cuando se trata de modelar las llegadas a los conmutadores, ya que a las colas de los mismos podrán llegar células desde cualquiera de los puertos de entrada.

Los conmutadores considerados tendrán las colas en los puertos de salida, pudiendo un búfer recibir en una ranura de tiempo un número variable de células, dependiendo del número de puertos que tenga a la entrada. Si se considera el número de puertos a la entrada igual a M , el número de células que se pueden recibir en un lote variará de 0 a M , incluyendo ambos extremos. De forma que ahora p será la probabilidad de que haya una llegada en grupo en una ranura de tiempo, y $1-p$ será la probabilidad de que no la haya. La probabilidad de que haya k células en un lote cuando se produzca una llegada en racimo, se llamará $b(k)$. Para este tipo de procesos con llegadas en lotes la distribución del número de células por ranura $a(k)$ se puede describir de la forma:

$$a(0) = 1 - p$$

$$a(1) = pb(1)$$

.....

$$a(k) = pb(k) \quad \forall 0 < k \leq M$$

Si se intenta buscar la distribución del número de llegadas por intervalo de tiempo $a(k)$ para un proceso de Poisson de tasa λ células por unidad de tiempo, y suponiendo el caso concreto en el que el intervalo de tiempo T tiene una duración igual a una ranura de tiempo. Podría entonces escribirse:

$$a(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{Ecuación 3}$$

Análogamente, para la distribución Binomial, encontramos que la probabilidad de que se produzcan k llegadas en una única ranura de tiempo, suponiendo M puertos de entrada, cada uno de ellos con probabilidad p de producir la llegada de una célula en cualquier slot, es la que sigue:

$$a(k) = \frac{M!}{(M-k)!k!} (1-p)^{M-k} p^k \quad \text{Ecuación 4}$$

La tasa total de llegadas es de Mp células por ranura de tiempo. La distribución Binomial tiende a la de Poisson a medida que M aumenta y p disminuye.

7.5. Ecuaciones de balance

Para poder estudiar el comportamiento del sistema es necesario plantear las ecuaciones de balance del mismo. Para poder hacerlo se considerarán dos casos: el de un sistema sin pérdidas (con capacidad ilimitada) y de un sistema real. Para el estudio se tomarán las llegadas como procesos de Poisson.

Se considera que cada nodo tiene, asociado a cada puerto de salida, un buffer de tamaño finito b . Por lo tanto, cada puerto de salida se comportará como un servidor con una cola de tamaño b . Se tomará cada cola como una cadena de Markov con b estados. El cual, si el sistema se encuentra en el estado j querrá decir que hay j células esperando en cola al final de la

ranura de tiempo considerada. Se entenderá por $s(j)$ que el sistema esté en el estado j .

Si se analiza el sistema para llegar a las ecuaciones de balance, se encuentra que el hecho de que el número de llegadas de células a cada sistema sea en lotes, i.e. cada llegada se produce con un número aleatorio de células, se puede que pasar a un estado j no sólo a partir de los estados inmediatamente anterior, $j-1$, y posterior, $j+1$, sino que también se podrá hacer a partir de cualquiera de los estados anteriores al j . A continuación se pueden ver las posibles transiciones hacia un estado cualquiera i . Siendo $a(k)$ la probabilidad de que lleguen k células en una misma ranura de tiempo.

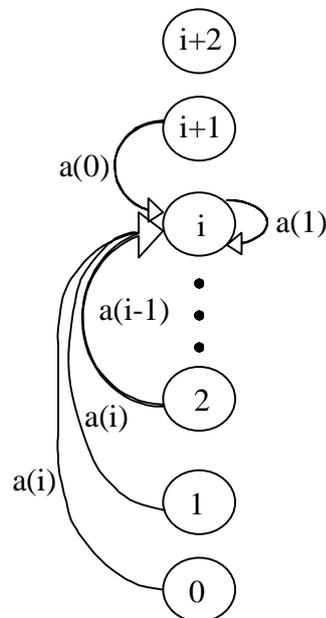


Figura 3: Diagrama de estado del sistema

Hay que notar sin embargo que, como queda reflejado en la Figura 3, el sistema si bien puede recibir en un intervalo de tiempo un grupo de células, sólo es capaz de servir una célula en cada ranura de tiempo. Por esto, si estamos en el estado j , podremos pasar al $j-1$ en caso de que no llegue ninguna célula nueva, y a cualquiera de los estados superiores $j+1, j+2, \dots$, en función de las células que lleguen, en caso de que sí lleguen células.

7.5.1. Colas infinitas

Se ha señalado que para sistemas reales no es posible considerar recursos infinitos. Sin embargo, para llegar a la distribución de la probabilidad de estado de los búferes de salida, primero se considerará que su capacidad es ilimitada, para luego, con ayuda de algunos de los resultados obtenidos, poder hacer un análisis más exacto del sistema con capacidad finita.

Para obtener los valores de las variables de estado s se analizarán estado a estado cómo puede ser alcanzado cada uno de ellos. Por ejemplo, para determinar la ecuación del estado 0, éste se puede alcanzar desde el estado 1 o el 0. Si el sistema estaba al final de la ranura $n-1$ en el estado 0, para mantenerse en el mismo estado en la en la ranura n no debe haber recibido ninguna célula durante este periodo de tiempo. Si se encontraba en el estado 1, durante la ranura n tampoco debe haber recibido ninguna célula para poder pasar al estado 0. Estas son todas las formas posibles de llegar al estado 0 en el sistema. Esto se puede escribir en forma de ecuación:

$$s(0) = s(0)a(0) + s(1)a(0) \quad \text{Ecuación 5}$$

Toda vez que $a(k)$ es la probabilidad de que lleguen k células en una ranura de tiempo cualquiera. Reescribiendo la Ecuación 5, es posible obtener la ecuación correspondiente para $s(1)$:

$$s(1) = \frac{1 - a(0)}{a(0)} s(0) \quad \text{Ecuación 6}$$

Análogamente, se puede escribir la ecuación de balance para $s(1)$ que llevará a la expresión correspondiente para $s(2)$ como se ve en la Ecuación 8:

$$s(1) = s(0)a(1) + s(1)a(1) + s(2)a(0) \quad \text{Ecuación 7}$$

$$s(2) = \frac{s(1) - s(0)a(1) - s(1)a(1)}{a(0)} \quad \text{Ecuación 8}$$

Haciendo lo mismo hasta llegar al estado general x , a partir de la ecuación de balance de $x-1$ se obtiene

$$s(x) = \frac{s(x-1) - s(0)a(x-1) - \sum_{i=1}^{x-1} s(i)a(x-i)}{a(0)} \quad \text{Ecuación 9}$$

Todavía no se ha utilizado el hecho de que la cola sea infinita. Para calcular $s(0)$ si será necesaria esta condición. Todo sistema cumple la ecuación de balance, esto es, el tráfico cursado es igual al tráfico ofrecido al sistema, menos las pérdidas que se producen en el mismo. O lo que es lo mismo: se cursan todas las células que llegan al sistema menos las que se pierden. Escrito matemáticamente queda:

$$C = A - L \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde C es el tráfico que se cursa, A es el tráfico ofrecido al sistema y L es el volumen de tráfico que se pierde. Si el sistema considerado tiene capacidad ilimitada, no se perderá ninguna célula por desbordamiento del búfer, con lo que $L=0$, o escrito de otra manera: $C=A$. Considerando que las células llegan a tasa λ (cel/seg), y que el tiempo de servicio es s , igual a una ranura de tiempo, se puede escribir:

$$\lambda = \frac{\rho}{s} \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde ρ será la utilización del sistema. Si se denomina $E(k)$ al número medio de llegadas por ranura, es posible identificarlo con ρ . De forma matemática se obtiene que $E(k)=\rho$, ya que se está suponiendo un sistema sin pérdidas. Siguiendo con el razonamiento, se puede decir que la utilización no es más que la probabilidad de que el sistema no esté vacío.

Con todo esto se llega a que:

$$E(k) = \rho = 1 - s(0) \Rightarrow s(0) = 1 - E(k) \quad \text{Ecuación 12}$$

De esta forma, sólo a partir de la tasa de llegadas se llega a determinar la probabilidad de que el sistema esté vacío. Una vez obtenida $s(0)$ ya es posible analizar el comportamiento del sistema.

Es importante remarcar que la tasa media de llegada de usuarios a la cola $E(k)$ no sobrepasará normalmente la unidad. Si $E(k) > 1$ el sistema tiende a hacerse inestable de forma que se satura. El que $E(k) > 1$ significará que llegan, como media, al sistema más de una célula por rendija de tiempo - o más de 155Mb/s que es la capacidad máxima de transmisión de ATM si se implementa sobre un STM-1- como consecuencia, es normal que sature. Otra cosa distinta es que en un slot determinado concurren dos o más células a la entrada de la cola, debido a la aleatoriedad de las llegadas. Si no se dieran estas coincidencias en las llegadas no tendría sentido la utilización de los búferes en los conmutadores.

7.5.2. Colas infinitas

Para esta situación, sí se considerarán pérdidas en el sistema de colas. Los búferes serán de tamaño limitado b . Se puede, como se hizo en el caso de colas infinitas, buscar recursivamente las ecuaciones de balance del sistema, obteniendo las mismas ecuaciones para $s(x)$. Sin embargo, ahora existe una dificultad añadida, ya que no será posible encontrar $s(0)$ a partir de la ecuación de balance de tráfico. Esto es debido a que existen pérdidas cuyo valor ignoramos, ya que es precisamente el número de células perdidas la incógnita buscada.

Para resolver la cuestión se propone un cambio de variables, (la variable $s(x)$ por $u(x)$). Se define la nueva variable $u(x)$ del modo:

$$u(x) = \frac{s(x)}{s(0)} \quad \text{Ecuación 13}$$

de forma que para $x=0$ sabemos que $u(0)=1$.

Si hacemos el cambio de variable en la Ecuación 13, obtenemos:

Ecuación 14

$$u(1) = \frac{1 - a(0)}{a(0)}$$

Análogamente, para la Ecuación 14, obtenemos:

$$u(x) = \frac{u(x-1) - a(x-1) - \sum_{i=1}^{x-1} u(i)a(x-i)}{a(0)} \quad \text{Ecuación 15}$$

La cola considerada es de tamaño finito, luego debe aparecer en el análisis un caso adicional que no se tenía en cuenta en el caso ideal, será aquel estado en el que la cola esté llena al final de la ranura de tiempo considerada - estado b -. Este será el último estado posible del sistema. Con la estrategia de gestión de colas que se considera, de 'llegadas primero', resulta que para que se pueda afirmar que el sistema se encuentra en el estado b, tiene que ocurrir que el búfer esté vacío al comienzo de la ranura, y que lleguen durante esa ranura de tiempo, al menos, b células.

Inicialmente se podría pensar que para alcanzar el último estado es indiferente que el sistema se encuentre inicialmente vacío y que basta con que llegue un número suficiente de células como para llenar el búfer. No obstante, si se considera el caso de que la cola no comience la ranura vacía, y suponiendo que llegasen suficientes células como para llenarla, cuando llegara el final de la ranura se produciría una salida de la cola: la célula de la cabecera, que ya llevaría al menos una ranura de tiempo esperando, se sirve. De esta forma, de nuevo la cola dejaría de estar completa, no habría b clientes esperando. Con lo cual no estaría en el estado b. Llegando a esta conclusión es posible escribir la ecuación del estado b de la forma:

$$s(b) = s(0) A(b)$$

Ecuación 16

Donde A(k) es la probabilidad de que lleguen al menos k células a la cola en una ranura de tiempo.

$$A(k) = 1 - a(0) - a(1) - \dots - a(k-1) \quad \text{Ecuación 17}$$

Aplicando para la Ecuación 16 el cambio de variable indicado en la Ecuación 13 se obtiene que $u(b)=A(b)$. Una vez llegados a este punto, ya será posible evaluar $u(x)$ para todos los valores de x desde 0 a b , ambos inclusive.

Sin embargo con ello no se ha llegado a la expresión buscada. Para obtenerla será necesario utilizar la ecuación de balance de flujo, sabiendo que ahora no todo lo que llega se cursa. La utilización ' ρ ' será el número medio de células servidas por ranura de tiempo. De esta forma

$$L = E(k) - \rho = E(k) - (1 - s(0)) = E(k) + s(0) - 1 \quad \text{Ecuación 18}$$

De nuevo, L se refiere a la tasa de células perdidas, ρ será la utilización del sistema y $E(k)$ el número esperado de células que llegan.

Para resolver esta última ecuación es necesario conocer el valor de $s(0)$, así bastará considerar que la suma de todas las probabilidades de estado, $s(i)$, tiene que ser igual a la unidad. Con esto se obtiene

$$s(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^b u(i)} \quad \text{Ecuación 19}$$

y para el resto de los $s(x)$, a partir de la Ecuación 13:

$$s(x) = s(0)u(x) \quad \text{Ecuación 20}$$

No obstante, debido a la importancia que presentan para el transporte de información el cumplimiento de los grados de servicio establecidos, una posible línea de futuro sería hacer un análisis profundo sobre el comportamiento de los conmutadores, en cuanto a retraso de información se refiere, y completar el modelo aquí presentado con otras limitaciones más fuertes sobre el retraso. Limitaciones que estarían determinadas por los

grados de servicios contratados. Y que quedan como línea de trabajo abiertas.

Con todo esto se llega a la obtención de las pérdidas, L , que indicará el número de células perdidas en cada puerto de salida del conmutador, supuestas colas de longitud b , durante una ranura de tiempo de tamaño s , y medido en células/ranura.

Para el modelado del problema, se tomará la función de pérdidas obtenida mediante este desarrollo. El valor de L , calculada en un nodo i determinado, representa las pérdidas obtenidas en el nodo para un puerto de salida concreto a partir de un tráfico ofrecido al mismo, λ . Estas pérdidas pasarán a ser denominadas $L_{ij}^t(\lambda)$. La notación indica con el subíndice que se refiere al puerto de salida del conmutador i que está asociado a la salida, o puerto de salida, j , y con el superíndice se indica la localización dentro del horizonte temporal. Esta función de pérdidas, dependerá del tráfico ofrecido a cada puerto de salida. De ahí que el parámetro que se le asocia sea λ .

7.5.2.1. *Tamaño de la cola*

Una vez concluido el análisis anterior y sabiendo la probabilidad de estado del sistema resulta sencillo obtener la probabilidad de pérdida del sistema. Ahora bien, para poderlo hacer hay que determinar el tamaño que ha de dársele a la cola. La asignación de este parámetro no resulta indiferente ni a nivel económico ni de buen funcionamiento del sistema.

Cada conmutador ATM debe tener una cola de tamaño suficiente para que el número de pérdidas no supere como norma a los valores estándares permitidos. Sin embargo, si las colas son excesivamente grandes, aunque el número de células perdidas se reduzca enormemente ocurrirá que el retraso acumulado por las unidades de información será cada vez mayor. Esto puede provocar un funcionamiento de pésima calidad, ya que en multitud de ocasiones la llegada de información con excesivo retraso puede tener efectos aún peores que los que provocaría la pérdida de los mismos (basta pensar en lo que ocurriría en una conversación telefónica si se perdiese una sílaba de una palabra y compararlo con lo que ocurriría si llegasen con retardos variables).

Dada la importancia de determinar el tamaño de los búferes correctamente se intentará al menos acotar el valor del parámetro en función del comportamiento del sistema. Es importante destacar que éste último variará dependiendo del tipo de tráfico que tenga que ser transportado. Una de las hipótesis con la que se trabajará en este documento es que el tráfico que fluye por la red es exclusivamente del tipo CBR, es decir, de tasa de bits constante

7.6. Modelo lineal de encaminamiento ATM

7.6.1. Parámetros del modelo

Tabla 4: Representación del modelo a utilizar

Descripción/ Parámetros del modelo	Descripción general
N	Nodos de la red
E	Enlaces de la red
M	Conjunto de pares origen-destino que pueden establecer la conexión
H(m)	Conjunto de caminos posibles que pueden establecer una conexión entre los nodos del par
T	Horizonte temporal a nivel de conexión. Estará compuesto por divisiones temporales de duración de una llamada $t \in T$. Este último será el parámetro que se utilizará a nivel de célula, $\tau \in t$.
N(h)	Conjunto de nodos que forman parte del camino h
E(h)	Conjunto de enlaces del camino h
A(i)	Conjunto de nodos antecesores al nodo i.
D(i)	Conjunto de nodos sucesores al nodo i.

7.6.2. Variables del modelo

Tabla 5: Representación de las variables del modelo

Descripción / Variables del modelo	Descripción general
$P_h^{m,t}$	Variable binaria que indica si la conexión entre los nodos origen y destino del par $m - O(m)$ y $D(m)$ respectivamente- se hace por el camino h . Referido al intervalo de tiempo $t \in T$. Por lo tanto es una variable referida al nivel de conexión.
$X_{h,ij}^{m,\tau}$	Flujo asociado al par m que va por el enlace (i,j) , y en esa dirección (de i a j), donde (i,j) es un enlace del camino h . Referido al periodo $\tau \in t$, con lo que esta variable se considera a nivel de célula. Se expresa en células por ranura.
$l_{h,ij}^{m,\tau}$	Pérdida de células que se produce en el enlace (i,j) debido al nodo i perteneciente al camino h . Se refiere al par m , en el intervalo $\tau \in t$ (variable del nivel de célula). Expresado en células por ranura de tiempo.
F_{ij}^τ	Flujo total de células desde el nodo i que se debería encaminar hacia el nodo j . Está referido a un intervalo de tiempo $\tau \in t$ (variable considerada a nivel de célula). Se mide en células por ranura.

La diferencia entre esta última variable y la variable de flujo $X_{h,ij}^{m,\tau}$, radica en que mientras que F_{ij}^τ se refiere al flujo total de células que idealmente deberían atravesar el enlace (i,j) suponiendo que no se produjeran pérdidas, $X_{h,ij}^{m,\tau}$ es el flujo real de células que se encaminan hacia j atravesando el enlace (i,j) . Esta explicación se puede ilustrar con un

- ejemplo: Sean los nodos v, w, y, z los nodos antecesores a un nodo cualquiera i . Sean los nodos j, k los nodos sucesores al nodo en cuestión i . Supóngase que en un instante t hay flujo en dirección a i desde los cuatro nodos anteriores al mismo. El flujo proveniente de v, z debe ser encaminado hacia el nodo j , y el que llega de w y de y será encaminado hacia el conmutador k . Con estas premisas a continuación se incluye la Figura 4 en la que se aprecia claramente la diferencia entre las dos variables F_{ij}^τ y $X_{h,ij}^{m,\tau}$

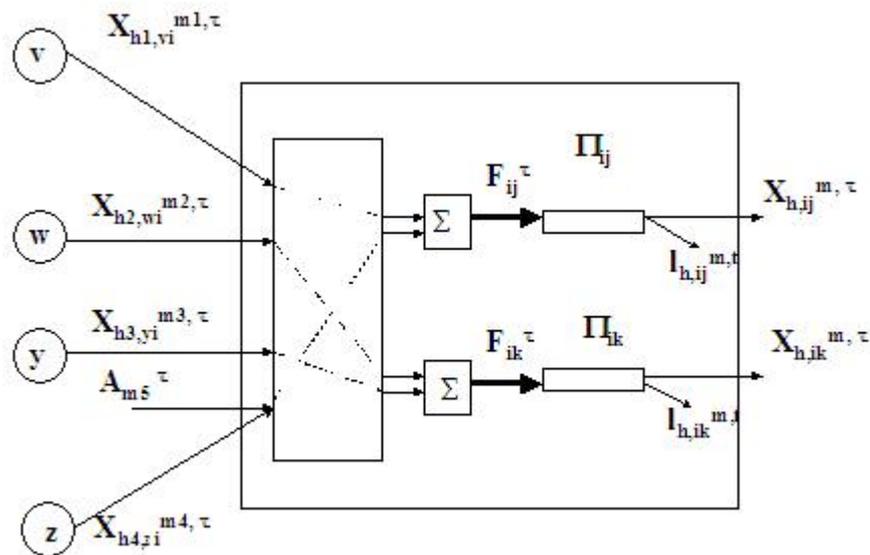


Figura 4: Representación de las distintas variables

7.6.3. Parámetros del modelo

Tabla 6: Tabla de parámetros del modelo

Descripción / Parámetros del modelo	Descripción general
Q_{ij}	Capacidad del enlace (i,j) (que une los nodos i y j), expresado en células por ranura de tiempo.
A_m^τ	Demanda del par m en el intervalo. Esto es, referida al nivel de célula.

Descripción / Parámetros del modelo	Descripción general
	.Esto es, referida al nivel de célula. Se expresa en células/ranura.
$GOS _{cel}^m$	Máximo número de células perdidas para la conexión m, (células/ranura)

7.6.4. Restricciones del modelo

(1)

$$\sum_{h \in H(m)} P_h^{m,t} = 1 \quad \forall m \in M, \forall t \in T$$

Esta restricción obliga a que cada conexión entre el par de nodos $O(m)$ - $D(m)$, se realice a través de sólo un camino. De esta forma, de entre todos los caminos posibles para abrir una conexión entre los extremos de cada par m , se tomará uno y sólo uno de acuerdo a la conmutación en modo ATM. Esto será para cada periodo de tiempo t del horizonte T . O dicho de otra manera, si h es el camino único para establecer la conexión entre dos nodos lo será durante todo el tiempo que dure la llamada.

La ecuación representa el balance de flujo sobre todo nodo de la red. El término de la izquierda muestra el flujo a través del enlace (i,j) que forma parte del camino h que une el par origen - destino m , más las pérdidas de células que se producen en el buffer de almacenamiento de salida del nodo i . El término de la derecha refleja dos situaciones: En la primera el nodo i es el nodo origen de comunicación, con lo cual incluye todo el tráfico creado en el origen y que se ha enviado por el camino h ; en la segunda, el nodo i es un nodo intermedio del camino h , así la expresión recoge todo el flujo que llega al nodo i procedente del nodo k , precedente en el camino - enlace (k,i) - . El tráfico que llega proveniente de los nodos anteriores lleva acumulado un retraso debido a los conmutadores. A pesar de que el modelo se basa en las pérdidas de los nodos de conmutación para buscar el encaminamiento apropiado, y no en el retraso introducido por los mismos, la consideración de un retraso mínimo de conmutación es imprescindible a la hora de implementar el sistema.

Nótese cómo con esta ecuación se ligan las variables de pérdidas $l_{h,ij}^{m,\tau}$ con el camino elegido h , de forma que, si $P_h^{m,t}$ es igual a cero (lo cual indica que h no es el camino elegido para encaminar la conexión), la correspondiente variable de pérdidas también lo será. Este balance de flujo se hace a nivel de célula.

(3)

$$F_{ij}^{\tau} = \sum_{m \in M} \sum_{\substack{h \in H(m), \\ (q,i) \in E(h): j \in N(h)}} \sum_{q \in A(i)} X_{h,qi}^{m,\tau-1} + \sum_{m \in M / i=0(m)} A_m^{\tau} \quad \forall (i,j) \in E, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$$

En la ecuación anterior se aplica la definición de la variable F_{ij}^{τ} . Como se puede ver en la igualdad, El flujo total que comprende la variable incluirá los flujos procedentes de aquellos nodos predecesores al i que deban ser encaminados hacia el j para poder alcanzar sus respectivos destinos así como los generados en ese mismo nodo por ser origen de una conexión. Se vuelve a considerar el retraso producido por el conmutador anterior en el flujo entrante de la red. La explicación de este retraso ha sido detallada anteriormente.

(4)

$$\sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m)} l_{h,ij}^{m,\tau} \geq L_{ij}^{\tau}(F_{ij}^{\tau}) \quad \forall i \in N, \forall (i,j) \in E, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$$

Con esta restricción se obliga a que las variables $l_{h,ij}^{m,\tau}$ reflejen al menos las pérdidas debidas al desbordamiento de las colas de los puertos de salida. Se utiliza la expresión gramatical ‘al menos’ porque, como se puede ver, la restricción indica que las pérdidas reales contabilizadas para cada puerto de salida deben ser mayores o iguales que las pérdidas estimadas para ese puerto por la función de pérdidas L_{ij}^{τ} . Así, se consideran otras posibles causas de pérdidas de células en las redes ATM, que aunque no son ni con mucho tan importantes como las pérdidas debidas a desbordamiento en los búferes, también existen y ya las hemos indicado anteriormente. No obstante, en las cercanías del óptimo la holgura de la restricción tiende a reducirse para los caminos que constituyen la solución básica.

A continuación, se pasa a detallar los sumatorios que componen la ecuación (3) del modelo. La restricción se aplica nodo a nodo, y dentro de cada nodo se aplica en cada puerto de salida, de ahí que se escriba $\forall i \in N, \forall (i, j) \in E$.

En el término de la izquierda, se suma el valor total de las pérdidas en el nodo i con un doble sumatorio, el primero es para todos los caminos posibles de una conexión, de forma que sea cual sea el camino, si la conexión pasa por el nodo que se está considerando, se contabilicen las pérdidas. En el segundo sumatorio, se termina de contabilizar las pérdidas producidas en el puerto de salida $\exists ij$ del nodo i , ya que se suma para todas las conexiones abiertas. Es decir, todas las conexiones que pasen por el puerto $\exists ij$ contribuirán con sus pérdidas a las pérdidas totales del puerto.

En el término de la derecha, se calculan las pérdidas que se producen para una de las colas de salida del nodo que se está considerando, la que lleva al nodo j . Utiliza como parámetro el tráfico que pasa por el nodo i , y tiene como siguiente salto el nodo j , independientemente de cual sea su destino final k y del camino h correspondiente que esté utilizando para alcanzarlo.

La función L , que ya fue definida anteriormente, está muy relacionada con la estructura interna de los conmutadores. Dependerá de si estos tienen un tamaño de buffer que pueda ser considerado infinito o no, y sobre todo de la situación de las colas contemplada. En este desarrollo se ha considerado que las colas se encuentran a la salida de los conmutadores, ya que ofrecen mejor relación retraso - rendimiento.

(5)

$$\sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m): (i, j) \in E(h)} X_{h, ij}^{m, \tau} \leq Q_{ij} \quad \forall (i, j) \in E, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$$

Con esta restricción se impone que el flujo total por un enlace cualquiera (i, j) , que une los nodos i y j , no supere la capacidad del mismo.

(6)

$$\sum_{\tau \in t} \sum_{h \in H(m)} \sum_{(i, j) \in E(h): j \in D(i)} I_{h, ij}^{m, \tau} \leq GOS_{cel}^m \quad \forall m \in M, \forall t \in T$$

Condición restrictiva sobre las pérdidas. Se impone el grado de servicio contratado por una conexión como límite máximo de células perdidas en todo el camino que recorre el flujo de una conexión. De esta forma, para cada par m se cumplirá que el conjunto de pérdidas que se producen a lo largo de todo el trayecto h no supere la cota impuesta. Debe quedar claro, que no se impone la condición para cada nodo, sino para cada conexión m abierta. Se va sumando lo perdido en cada nodo del camino.

Se argumenta, a continuación que no es necesaria la inclusión de la variable multiplicando a la variable de pérdidas, de forma que se sumaran pérdidas sólo en caso de que el camino h considerado fuera el camino real por el que van las células de la conexión. En cuyo caso la ecuación quedaría como sigue:

$$\sum_{h \in H(m)} \sum_{(i,j) \in E(h): j \in D(i)} l_{h,ij}^{m,\tau} P_h^{m,t} \leq GOS \mid_{cel}^m \quad \forall m \in M, \forall t \in T$$

En efecto, la inclusión de las variables $P_h^{m,t}$ sólo llevaría a considerar una no linealidad no necesaria. Las variables $l_{h,ij}^{m,\tau}$ se relacionan con el camino h seguido y con la conexión m que se trata en cada momento, de forma que, cuando la ruta seguida para una conexión no sea la correcta, la correspondiente variable $l_{h,ij}^{m,\tau}$ tendrá valor nulo. De esta forma, cuando se sume para un camino h que no pertenezca a la ruta válida de la conexión m , la variable de pérdidas correspondiente no aportará nada al sumatorio. Estará fijada a cero y verificará la restricción. Así, se concluye que la inclusión de la no linealidad indicada en la ecuación es innecesaria.

Finalmente, se plantean las especificaciones del modelo (7), (8) y (9):

$$(7) \quad l_{h,ij}^{m,\tau} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E, \forall m \in M, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$$

$$(8) \quad X_{h,ij}^{m,\tau} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E, \forall m \in M, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$$

Evidentemente, ni las pérdidas ni el flujo de células pueden ser negativos

$$(9) P_h^{m,t} \in (0,1) \quad \forall m \in M, \forall h \in H(m), \forall t \in T$$

Como ya se había dicho, $P_h^{m,t}$ es una variable binaria.

7.6.5. Función Objetivo

En el caso discutido, el encaminamiento óptimo se determina atendiendo a las pérdidas en los conmutadores, intentando minimizarlas. Por lo tanto, si se tienen en cuenta todas las conexiones que soportará la red, la función objetivo requerida es la que sigue:

$$MIN \sum_{t \in T} \sum_{\tau \in t} \sum_{(i,j) \in E} \sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m)} J_{h,i,j}^{m,t}$$

Como se puede leer, se pretende minimizar las pérdidas totales en todos los enlaces y para todo el horizonte.

La función objetivo busca una red en la cual el número de pérdidas totales sea mínimo. Para conseguirlo, se minimizan las pérdidas nodo a nodo y para cada puerto de salida. Para conseguir esto, habrá que contabilizar como sigue:

1. Sumando para todos los caminos h disponibles para la conexión m . De esta forma se asegura la contabilización de las pérdidas, ya que sólo se establece un camino por conexión.
2. Sumando para todas las conexiones m abiertas que atraviesan el nodo. Así se contabilizan las pérdidas que se producen en un puerto de salida independientemente de su origen y destino final. Contabilizándose todas las pérdidas para cada puerto de salida en cada uno de los nodos
3. Sumando para todos los enlaces que salen de cada nodo, así se tienen en cuenta las pérdidas debidas a cualquiera de los puertos de salida (o colas) de cada uno de los nodos.

4. Sumando para cada uno de los instantes que componen el horizonte temporal (esto se hace con los dos sumatorios, uno para cada una de las escalas de tiempo).

7.6.6. Modelo

El modelo final se muestra en la Tabla 7:

Tabla 7: Tabla representativa del la función objetivo y las respectivas restricciones del modelo

Ecuaciones /Modelo	Descripción de las restricciones y la Función Objetivo
Función Objetivo	$MIN \sum_{t \in T} \sum_{\tau \in t} \sum_{(i,j) \in E} \sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m)} I_{h,ij}^{m,t}$
R1	$\sum_{h \in H(m)} P_h^{m,t} = 1 \quad \forall m \in M, \forall t \in T$
R2	$X_{h,ij}^{m,\tau} + I_{h,ij}^{m,\tau} = \begin{cases} A_m^{\tau} P_h^{m,t} & \text{si } i = O(m) \\ X_{h,ki}^{m,\tau-1} & \text{si } i \neq O(m) \end{cases}$ $\forall t \subset T, \forall \tau \in T, \forall h \in H(m), \forall m \in M, \forall i \in N, \forall (i,j) \in E(h), \forall (k,i) \in E(h), i,j,k \in N(h)$
R3	$F_{ij}^{\tau} = \sum_{m \in M} \sum_{\substack{h \in H(m), \\ (q,i) \in E(h), j \in N(h)}} \sum_{q \in A(i)} X_{h,qi}^{m,\tau-1} + \sum_{m \in M, i=O(m)} A_m^{\tau} \quad \forall (i,j) \in E, \forall t \subset T, \forall \tau \in T$
R4	$\sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m)} I_{h,ij}^{m,\tau} \geq L_{ij}^{\tau} (F_{ij}^{\tau}) \quad \forall i \in N, \forall (i,j) \in E, \forall t \subset T, \forall \tau \in T$
R5	$\sum_{m \in M} \sum_{h \in H(m); (i,j) \in E(h)} X_{h,ij}^{m,\tau} \leq Q_{ij} \quad \forall (i,j) \in E, \forall t \subset T, \forall \tau \in T$

Ecuaciones /Modelo	Descripción de las restricciones y la Función Objetivo
R6	$\sum_{\tau \in t} \sum_{h \in H(m)} \sum_{(i,j) \in E(h): j \in D(i)} I_{h,ij}^{m,\tau} \leq GOS_{cel}^m \quad \forall m \in M, \forall t \in T$
R7	$I_{h,ij}^{m,\tau} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E, \forall m \in M, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$
R8	$X_{h,ij}^{m,\tau} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E, \forall m \in M, \forall \tau \subset t, \forall t \in T$
R9	$P_h^{m,t} \in (0,1) \quad \forall m \in M, h \in H(m), t \in T$