

Capítulo 3

Cobertura en redes de sensores: Mejor y Peor caso

3.1

Mejor y peor cobertura: una panorámica

1) Introducción y elementos del problema

Ya se ha visto que el concepto de cobertura es esencial tanto en las redes de sensores (tanto en las inalámbricas como en las convencionales), ya que, generalmente, la cobertura puede ser considerada como una medida de la calidad del servicio (vigilancia) de una determinada red de sensores puede proporcionar. Sin embargo, debido tanto a la gran variedad de sensores como a la amplitud de sus aplicaciones, el concepto de su cobertura está sujeta a un gran número de interpretaciones.

Aquí, nosotros enfocaremos nuestra atención en la clase *isotrópica* de sensores (esto es, sensores con capacidad de detección de intrusos en *todas* direcciones), desplegados en un campo para detectar ciertas actividades. Un ejemplo de tal escenario pueden ser los sensores sísmicos o acústicos desplegados en un campo de batalla para detectar los movimientos del enemigo, (recordemos que el término “*intruso*”, o “*agente*”, denotaba el fenómeno a ser detectado por los sensores). El objetivo ahora es formular analíticamente *el peor caso* y *el mejor caso* de cobertura y presentar algoritmos para su cálculo, evaluando su comportamiento y correspondiente complejidad computacional.

En el problema del caso de peor cobertura, queremos encontrar la distancia *más cercana* a los sensores que debe encontrar al menos una vez un intruso atravesando cualquier camino en el campo de sensores. La idea principal aquí es que la distancia más cercana a los sensores es una métrica por la que se puede caracterizar la cobertura de los sensores del campo, y el esquema es del “peor caso”, puesto que se determina la distancia más cercana a los sensores incluso si el intruso intenta evitar óptimamente a los sensores.

En el problema análogo del caso de mejor cobertura, lo que se pretende es encontrar la distancia más lejana a los sensores que un intruso atravesando cualquier camino en el campo de sensores debe tener, incluso si intenta quedarse tan cerca de los sensores como sea posible. Aunque los dos problemas parecen similares (de hecho son, de alguna forma, duales), los problemas que resuelven tienen interpretaciones físicas radicalmente distintas.

Ambos problemas han sido estudiados por *Meguerian et al.* (2005). y la principal contribución de su trabajo, tanto desde un punto de vista conceptual como algorítmico, al estudio de la cobertura, es el algoritmo que de tiempo polinomial (probablemente óptimo) que proponen para el cálculo del mejor y del peor caso de cobertura de una red de sensores. Para ello, *Meguerian et al.* (2005) combinan técnicas clásicas de Geometría Computacional, tales como el Diagrama de Voronoi, con teoría de grafos. El uso de Diagramas de Voronoi transforma el problema geométrico continuo de cobertura en un problema discreto de grafos, lo que posteriormente permite la aplicación directa de técnicas de búsqueda en el grafo resultante. La relevancia de este procedimiento surge al comprobar que, si bien la literatura e investigación existente sobre redes de sensores se ha centrado en el concepto de Cobertura, el planteamiento algorítmico de *Meguerian et al.* (2005) es el primero que aborda estos problemas desde el punto de vista de la Geometría Computacional, y no sólo mediante técnicas físicas, analíticas y/o de geometría estocástica.

Una breve panorámica de la literatura sobre el tema muestra que las técnicas algorítmicas utilizadas para estudiar las diversas redes de sensores se han desarrollado en función de la aplicación *física* del problema, y se han orientado fundamentalmente a procedimientos de *diseño* de la red o a problemas de *optimización de recursos* (sensores, dispositivos, etc.), en función de un nivel de funcionamiento o de cobertura deseado. Así, por ejemplo, se han descrito métodos sistemáticos para *diseñar* redes de sensores orientadas a monitorizar sistemas complejos (como centrales nucleares), pero sin proponer algoritmos que caractericen la cobertura. También para *diseñar* una red para monitorizar cambios de color en el océano mediante sensores que recojan la distribución y abundancia del plancton marino, problema que se ha aproximado mediante simulaciones a partir de datos proporcionados por satélites. Otros estudios

abordan problemas de cobertura de radar (y de sónar), y se han enfocado sobre todo a proponer métodos para *localizar óptimamente* los radares, minimizando su número, al objeto de cubrir satisfactoriamente la zona deseada, dado que los recursos de radar son limitados. También cabe citar los estudios sobre cobertura de redes inalámbricas orientados a mantener la conectividad de la red (por ejemplo, en telefonía móvil), donde los algoritmos propuestos se han orientado fundamentalmente a *optimizar* el número de estaciones-base (o de antenas, o de repetidores) para alcanzar los objetivos del Operador de telefonía móvil.

A continuación abordamos el estudio de la cobertura en el mejor y el peor caso a través del trabajo desarrollado por *Meguerian et al.* (2005). Dicho estudio está orientado a analizar la impermeabilidad de la red frente a la invasión de intrusos desplazándose por su interior. Concretamente, dado un campo monitorizado por sensores y unas localizaciones inicial y final, se trata de identificar las características de determinados caminos por los que un intruso puede atravesar la red sin ser detectado, tanto en el mejor como en el peor caso de cobertura. Veremos que tales caminos son de dos tipos:

- El camino de máxima anchura (MBP), que corresponde al *peor caso* de cobertura, y que tiene la propiedad de que para cualquier punto del camino la distancia al sensor más cercano es la máxima posible.
- El camino de mínimo soporte (MSP), que identifica al *mejor caso* de cobertura, ya que responde a la propiedad de que, para cualquier punto del camino, su distancia al sensor más cercano es la mínima posible.

La obtención de ambos caminos requiere el uso de técnicas de Geometría Computacional, concretamente se aplican Diagramas de Voronoi y Triangulaciones de Delaunay para obtener los caminos MBP Y MSP, respectivamente. Por ello dedicaremos unas líneas a explicar todos estos conceptos.

2) Consideraciones sobre la Red de Sensores y sobre los Métodos Computacionales utilizados

Comenzamos estableciendo los elementos básicos del problema, así como la descripción de las técnicas computacionales que se aplicarán en los algoritmos propuestos.

A) Topología de la red y el modelo de sensor:

Generalmente las redes de sensores inalámbricas actuales están orientadas a funcionar con una extrema miniaturización, disponibilidad, precisión, y ahorro de energía. Todo esto requiere una infraestructura de red con pequeños nodos físicos, bajo consumo de energía y bajo coste, en resumen, dicha infraestructura condiciona la comunicación de cada nodo con su entorno inmediato. Hay varios modelos existentes de sensores con funcionamientos que varían de acuerdo a su complejidad. Sin embargo la mayoría comparte una característica común, y es que la capacidad de detección (ó sensibilidad) del sensor depende directamente de la distancia. Por ello se asume, de forma general, que la sensibilidad de un sensor, o capacidad para detectar a un intruso, disminuye al aumentar la distancia que separa a ambos.

B) Sistemas de posicionamiento y localización:

La información geográfica es un atributo integral de cualquier medida física. Por tanto, conocer la localización de los nodos es a menudo un dato crucial para el funcionamiento de la red. La naturaleza de la mayoría de las redes convencionales precisan que cada nodo determine su localización a través de un proceso de descubrimiento de localización (como el GPS, iniciales que designan al Global Positioning System, sistema de posicionamiento global vía satélite). Aunque el GPS es una elegante solución para el proceso de localización, tiene severas limitaciones que entorpecen su uso en las aplicaciones a redes de sensores inalámbricas. Primero, el GPS es costoso tanto en términos de hardware como en consumo de energía. Segundo, el GPS requiere una línea de visión entre el receptor y el satélite, esto es, no funciona bien cuando hay obstáculos tales como árboles y montañas que bloquean la visión directa de los satélites. Como consecuencia de esto, se han propuesto otras técnicas para resolver

estos problemas, que utilizan diferentes indicadores de la emisión y/o recepción de señales para establecer la ubicación de los nodos. Partiremos de que éste estudio sobre la red se hace en una fase previa del problema, de forma que en los apartados siguientes, asumiremos que *la localización de los nodos es ya conocida*.

C) Herramientas de Geometría Computacional: Diagrama de Voronoi y Triangulación de Delaunay:

Los diagramas de Voronoi son una de las estructuras fundamentales dentro de la Geometría Computacional, de alguna forma ellos almacenan toda la información referente a la proximidad entre puntos. La idea del diagrama de Voronoi se basa fundamentalmente en la proximidad. Suponemos dado un conjunto finito de puntos en el plano $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ (con n mayor o igual que 2) y a cada punto p_j le asociamos aquellos puntos del plano que están más cerca o igual suya que de cualquier otro de los puntos p_i , con i distinto de j . Todo punto del plano queda así asociado a algún p_j , quedando el plano particionado en un conjunto de polígonos convexos (o regiones). Existirán puntos que disten lo mismo de dos elementos de P y que formarán la frontera de cada polígono. Los polígonos resultantes forman lo que se denomina una *teselación* del plano, en el sentido de que son exhaustivos (todo punto del plano pertenece a alguno de ellos) y mutuamente excluyentes salvo en su frontera. Llamamos a esta teselación *Diagrama de Voronoi* plano. A cada una de las regiones resultantes las llamaremos *regiones de Voronoi* o *polígonos de Voronoi*. Los puntos p_i del conjunto P reciben el nombre de *generadores* del diagrama. Claramente, para cada polígono de Voronoi, todos los puntos del polígono son los más cercanos al punto generador (Figura 3.1, izquierda).

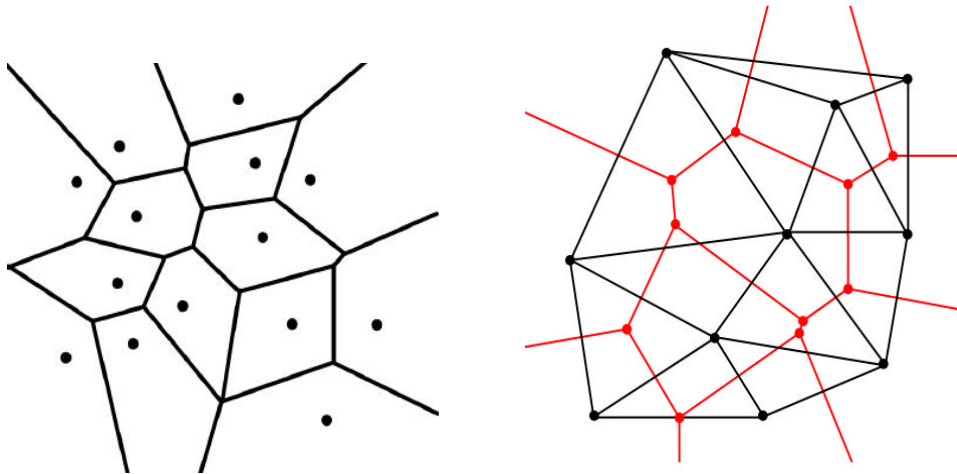


Figura 3.1: Ejemplos de Diagrama de Voronoi y Triangulación de Delaunay

Otra estructura que está directamente relacionada con el Diagrama de Voronoi es la Triangulación de Delaunay, que se puede obtener a partir del diagrama de Voronoi conectando los puntos generadores del diagrama de Voronoi cuyos correspondientes polígonos tengan una arista común (Figura 3.1, derecha). Entre todas las posibles triangulaciones que se pueden obtener a partir del conjunto dado de puntos P , la Triangulación de Delaunay es aquella en la que los puntos próximos entre sí están conectados por una arista, o, dicho de otro modo, en la que los triángulos son lo más regulares posible. Dicha triangulación presenta una serie de propiedades interesantes tanto desde el punto de vista geométrico como topológico: en primer lugar, la de maximizar el ángulo mínimo dentro de cada triángulo. Además, una Triangulación de Delaunay de un conjunto de puntos P debe satisfacer la propiedad del “círculo vacío”, que establece que la circunferencia circunscrita a cualquier triángulo no contiene en su interior a ningún otro punto de P (Figura 3.2).

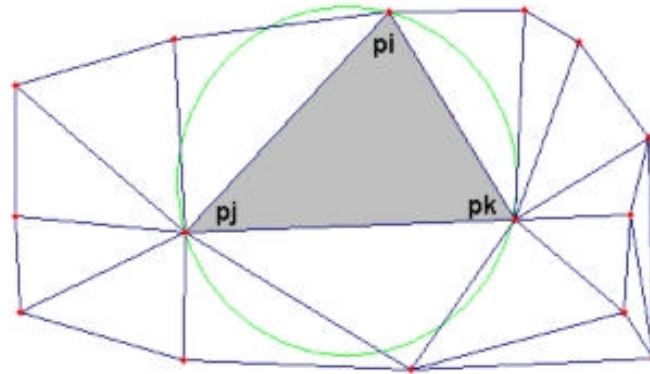


Figura 3.2: Propiedad del “círculo vacío” de la Triangulación de Delaunay

También proporciona información sobre los puntos del entorno uno dado, ya que, al estar los puntos próximos conectados entre sí por una arista, se pueden encontrar los puntos más cercanos identificando las aristas más cortas en la triangulación.

Todas estas propiedades, tanto del Diagrama de Voronoi como de la Triangulación de Delaunay, se usarán para resolver los casos de mejor y peor cobertura. Haremos una observación complementaria: como el recinto donde opera la red de sensores es, en principio, limitado, consideraremos un diagrama de Voronoi *acotado* por los límites del recinto, para lo cual introduciremos como “aristas extra” las aristas correspondientes a dichos límites.

D) Implementación:

La comunicación multisalto es una de las principales herramientas en la reducción del consumo de potencia en las redes de sensores. La energía E requerida para la comunicación entre dos sensores arbitrarios s_i y s_j depende directamente de la distancia d entre ambos, y puede ser modelada mediante la expresión $E = B d^y$, ($y > 1$), donde B , y , son parámetros que dependen de las características físicas de los sensores y del entorno en el que estén situados. Dada esta relación entre la energía y la distancia, parece más eficiente usar varias “saltos” (ó etapas) intermedios cortos para la emisión/recepción de señales entre los dos sensores. Sin embargo, una conclusión incorrecta llevaría a usar un número infinito de saltos sobre las distancias más cortas posibles. Esto es impracticable por dos razones:

- 1) El número de “saltos” intermedios está limitado por el número de nodos entre s_i y s_j .
- 2) La energía no es sólo la energía radiada a través del emisor, hay también energía “disipada”, que se pierde en el proceso de recepción y preparación de la señal para su retransmisión.

Dicha energía debe ser incorporada en las aplicaciones relacionadas con el cálculo de la cobertura de la red. De hecho se han desarrollado técnicas de compresión para reducir el gasto de potencia a expensas de disminuir la cantidad de energía emitida por nodo, lo que supone un aumento del tiempo de computación (esto es, una mayor lentitud en la transmisión). Todos estos argumentos ponen de manifiesto que, en redes de sensores inalámbricas, el diseño de un *buen* algoritmo requerirá una *mínima cantidad de comunicaciones* (modelo centralizado), lo que supone un nítido contraste con los sistemas clásicos basados en un modelo distribuido, donde el objetivo generalizado es maximizar la velocidad de ejecución. Consecuentemente, se asumirá un modelo centralizado de computación.

3.2

Tratamiento Algorítmico

1) Cobertura Determinística

Para alcanzar la cobertura en el caso determinístico, una red *estática* debe desplegarse de acuerdo a una configuración predefinida. Las localizaciones predeterminadas de los sensores pueden ser bien uniformes en diferentes áreas del campo de sensores, o bien puede estar ponderadas para compensar la monitorización de ciertas áreas más críticas. Un ejemplo de una cobertura determinística uniforme la tenemos en una red de sensores desplegada según una estructura de mallado básico, donde los sensores están localizados en las intersecciones de los puntos del mallado. En este caso, el problema de cobertura del campo de sensores se reduce al problema de cobertura de una celda y sus contiguas, debido a la simetría y periodicidad del

esquema de despliegue. Por otra parte, un ejemplo de despliegue determinístico ponderado lo tenemos en los sistemas de seguridad usados en los museos, donde las obras más valiosas están equipadas con más sensores para maximizar la cobertura de su entorno. Sin embargo, aunque el estudio de la mejor y peor cobertura puede aplicarse a esquemas predefinidos (determinísticos), su interés fundamental radica en los esquemas de despliegue estocástico.

2) Cobertura Estocástica

En muchas aplicaciones, el despliegue determinístico no es ni factible ni práctico. En estos casos, lo aconsejable es cubrir la zona a monitorizar con sensores aleatoriamente distribuidos por todo el campo. Este despliegue aleatorio puede ser modelizado estocásticamente según varias distribuciones de probabilidad (uniforme, Gaussiana, o cualquier otra basada en las condiciones físicas del problema), aunque por lo general, y salvo casos específicos, la distribución uniforme es la más utilizada. Por ello se adoptará, en el análisis que sigue, la distribución aleatoria uniforme de los sensores en el campo de trabajo.

3.2.1 Caso de Peor Cobertura y Camino Ruptura Maximal (MBP):

Al objeto de introducir el peor caso de cobertura, primero definiremos *ruptura* para un camino en un campo de sensores. Para ello, consideremos un campo A controlado por una red de sensores S , donde para cada sensor $s_i \in S$, se conoce la localización (x_i, y_i) , las áreas I y F corresponden a las localizaciones inicial (I) y final (F) de un intruso. Para cualquier camino P conectando I y F , la distancia euclídea de un punto $\mathbf{x}_p = (x_p, y_p)$ de P al sensor s_i viene dada por:

$$d(\mathbf{x}_p, s_i) = \sqrt{|x_p - x_i|^2 + |y_p - y_i|^2}$$

La distancia euclídea de P a s_i es la menor distancia de los puntos de P a s_i :

$$d(P, s_i) = \min \{d(\mathbf{x}_p, s_i) : \mathbf{x}_p = (x_p, y_p) \in P\}$$

Asimismo, la distancia de un punto $\mathbf{x}_p$ de P a los sensores de la red S , es la distancia de $\mathbf{x}_p$ al sensor más cercano de S : $d(\mathbf{x}_p, S) = \min \{d(\mathbf{x}_p, s_j) : s_j \in S\}$.

- Definición de Ruptura (“Breach”): Dado un camino P que conecta las áreas I y F , la *ruptura* P , denotado por $Br(P)$, se define como la *mínima* distancia euclídea de P a cualquier sensor en S (ver Figura 3.3). Equivalentemente, por la distancia euclídea de P al sensor más cercano: $Br(P) = \min\{d(P, s_i), \forall s_i \in S\}$.

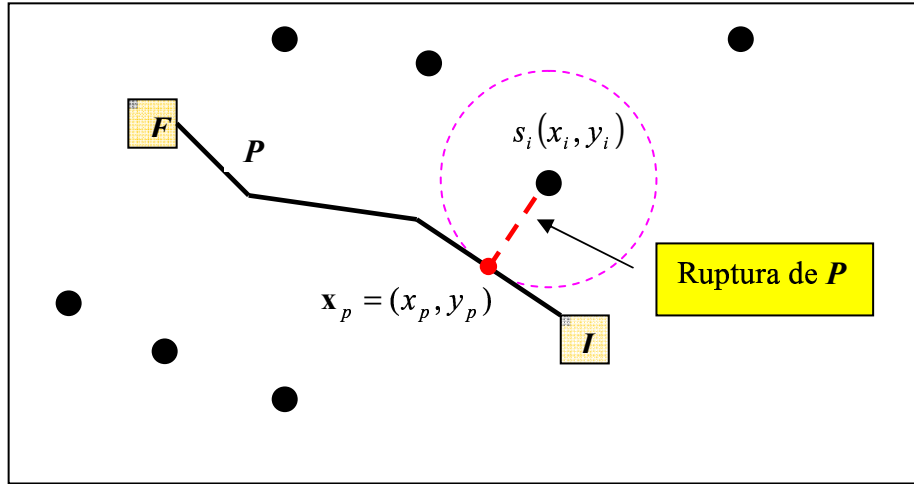


Figura 3.3: Ruptura de P , dada por la distancia euclídea de P al sensor más cercano.

De esta manera, basado en el concepto anterior, el problema del caso de peor cobertura es equivalente al problema de identificar el “mejor” camino para el intruso, esto es, a buscar el camino por el cual el intruso tiene la mayor holgura para lograr su propósito de atravesar el campo de I a F , lo que equivale a encontrar el camino que maximice la distancia al sensor más cercano. Equivalentemente, a buscar el camino de Máxima Ruptura:

- Problema Camino Ruptura Máxima (MBP, Maximal Breach Path): Identificar una Camino Ruptura Maximal P_B , en A , conectando las áreas I y F .

Formalmente, el problema consiste en encontrar el camino P_B tal que:

$$Br(P_B) = \max\{Br(P), P \text{ camino enlazando } I \text{ y } F\}$$

Las regiones I y F son regiones arbitrarias (determinadas por la tarea a realizar) y pueden estar ubicadas en cualquier parte, dentro o fuera del campo de sensores. En el siguiente resultado, *Meguerian et al.* (2005) establecen cómo encontrar P_B :

- **Teorema:** Al menos un Camino de Ruptura Maximal P_B se encuentra en una línea de segmentos del Diagrama de Voronoi acotado obtenido a partir de las localizaciones de los sensores en S .

Esto es, dicho camino está formado por una cadena de segmentos del diagrama de Voronoi de los sensores. En efecto, ya que por construcción del diagrama de Voronoi, si algún punto p del camino P_B se desviase de dicha línea de segmentos, debería estar más cercano a al menos un sensor en S .

A continuación describimos el Algoritmo para encontrar el camino P_B :

Algoritmo MBP para el Caso de Peor Cobertura:

1. Generar un Diagrama de Voronoi D para el conjunto S .
2. Aplicar la teoría de grafos para transformar D en un grafo G ponderado, donde los vértices y los segmentos del diagrama de Voronoi son, respectivamente, los nodos y las aristas de G , y asignando a cada arista del grafo un peso igual a su mínima distancia al sensor más cercano de S .
3. Encontrar P_B utilizando una búsqueda binaria y una búsqueda en anchura (Breadth-First Search, BFS). Básicamente el algoritmo trabaja mediante una búsqueda binaria entre las aristas de menor y mayor peso de G . En cada paso, se aplica una búsqueda BFS para detectar la existencia de un camino desde I hasta F usando sólo aristas con pesos mayores que el valor que en ese momento tenga la el máximo valor del Peso-Ruptura (que se va actualizando en cada iteración).

En las siguientes Figuras se ilustra un ejemplo del funcionamiento del algoritmo.

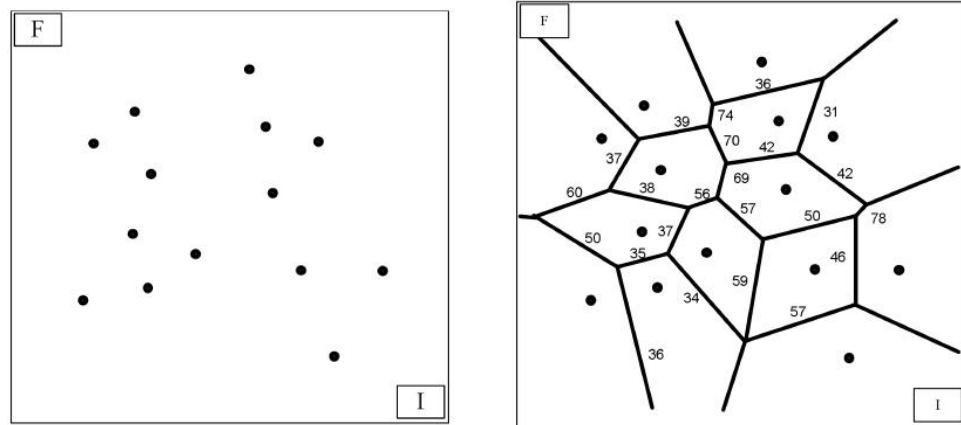


Figura 3.4: Red de sensores aleatoria, y Diagrama de Voronoi

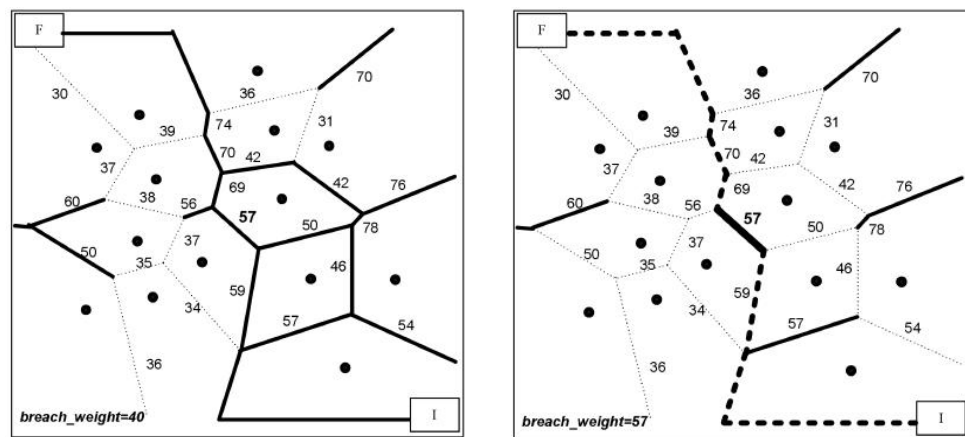


Figura 3.5: Iteración del algoritmo, donde se ignoran las aristas de peso menor que 40, y Camino de Ruptura Maximal, con *Peso-Ruptura* = 57.

Complementariamente, hemos de observar que el *Camino Ruptura Maximal* no tiene por qué ser único. De hecho, pueden existir varios caminos identificados como de Ruptura Maximal que, si bien usen aristas con pesos mayores (o iguales) al valor del *Peso-Ruptura*, al menos contienen una arista con un peso igual al del *Peso-Ruptura*.

Por último, señalemos que el *Peso-Ruptura* (57) encontrado en la Figura 3.5, representa la *mínima distancia* a los sensores que debe encontrar al menos una vez

cualquier intruso que atraviese el campo A , desde I hasta F por cualquier camino del campo.

3.2.2 Caso de Mejor Cobertura y Camino Soporte Maximal (MSP)

Ahora abordaremos estudio del caso de mejor cobertura que, de forma contraria al planteamiento anterior, se orienta a identificar el “peor” camino para el intruso, esto es, el camino que presenta la mínima holgura para que un intruso logre su propósito de desplazarse de I a F a través dicho camino sin ser detectado. Dicha holgura es un indicador de lo bien cubierto que está el campo, en el sentido de que cuanto menor sea la holgura del camino mejor cobertura presenta la red, ya que aumentan las dificultades que tiene el intruso para atravesar el campo sin ser detectado.

Similar a la formulación para la Cobertura (Ruptura) del peor caso, se introducirá el concepto de *Soporte* de un camino P para resolver la Cobertura en el mejor caso. Como antes, se dispone de un campo A controlado por una red de sensores S , donde para cada sensor $s_i \in S$, se conoce la localización (x_i, y_i) , las áreas I y F corresponden a las localizaciones inicial (I) y final (F) de un intruso.

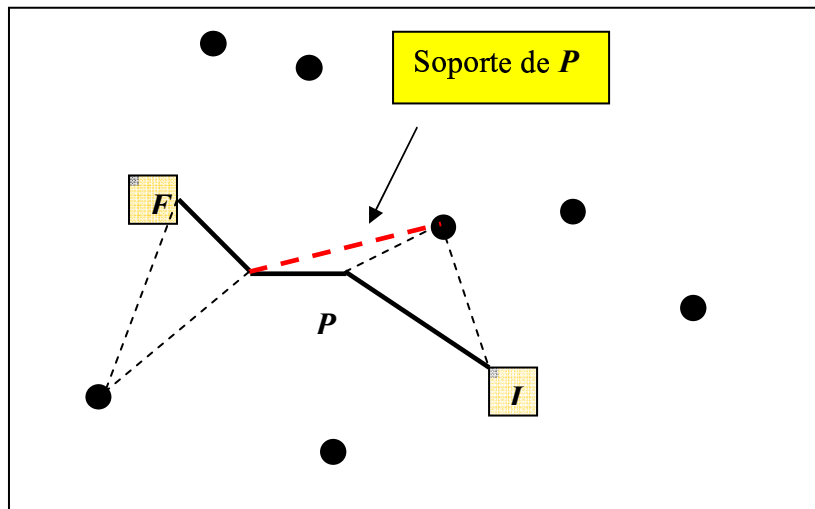


Figura 3.6: Soporte de P , dado por la máxima distancia euclídea de los puntos de P al correspondiente sensor más cercano a cada punto

- Definición de Soporte (“Support”): Dado un camino P que conecte las áreas I y F , el Soporte de P : $Sup(P)$, se define como la *máxima* distancia euclídea desde P al sensor más cercano en S (Figura 3.6).

Como ya hemos señalado, la Cobertura en el Mejor caso se calcula identificando el “peor” camino para el intruso, esto es, el camino que minimiza la máxima distancia de los puntos del mismo al sensor más cercano. Equivalentemente, calculando el Camino de **mínimo** Soporte, problema que se formula como sigue:

- Problema del Camino Soporte Maximal (MSP, Maximal Support Path): Identificar P_S , el Camino Soporte Maximal en S , conectando las áreas I y F .

Formalmente, el problema consiste en encontrar el camino P_S tal que

$$Sup(P_S) = \min \{Sup(P), P \text{ camino enlazando } I \text{ y } F\}$$

Claramente, P_S es el camino con la propiedad de que para cualquier punto x_p en el camino P_S , se minimiza la distancia de x_p al sensor más cercano. Tal distancia mínima se alcanza en una *arista crítica*, que contiene al punto más lejano a los sensores. El siguiente resultado establece cómo encontrar dicho camino:

- Teorema: Al menos un Camino Soporte Maximal se encuentra en las aristas de la Triangulación de Delaunay (exceptuando los puntos inicial y final I y F conectados por P_S).

Como observación complementaria, apuntaremos que el *Camino Soporte Maximal* P_S puede consistir en una línea de segmentos conectando sensores. En el algoritmo, los extremos I y F se conectan a los respectivos sensores más cercanos. Por otra parte, y al igual que en el caso anterior, la unicidad del camino P_S no está garantizada, ya que el único requerimiento es que en dicho camino se minimiza la distancia euclídea desde el punto más lejano en P_S al sensor más cercano. Por tanto, solo necesitamos comprobar que la arista de P_S que contiene al punto más lejano desde los sensores, se encuentre en la Triangulación de Delaunay, no existiendo restricciones para usar cualquier otra línea de

segmentos en la construcción del camino con tal que estén más cercanos a los sensores que dicha arista crítica.

Para la obtención del resultado anterior basta demostrar la contradicción que resulta de suponer que la arista de P_s más lejana de los sensores no está en la Triangulación de Delaunay. En tal caso, llamando a y b a los extremos de la arista (sensores), y construyendo los círculos centrados en a y b , y de radio la distancia entre a y b , no puede haber otros sensores dentro de la región intersectada por ambos círculos (región sombreada en la Figura 3.7), ya que en caso contrario ab no sería una arista crítica, es decir, la que contiene al punto más lejano de los sensores. Por tanto, existe un círculo que contiene sólo a los puntos (sensores) a y b , lo que implicaría que ambos puntos deben estar conectados por una arista de la triangulación, lo que contradice la hipótesis de partida.

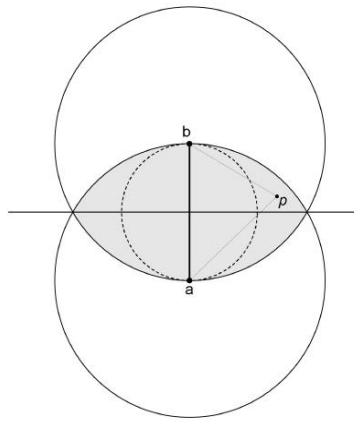


Figura 3.7: La arista crítica ab debe encontrarse en la Triangulación de Delaunay

Algoritmo MSP para el Caso de Mejor Cobertura:

El algoritmo para encontrar P_s es muy similar al algoritmo anterior del Camino Ruptura, con las siguientes excepciones:

1. El Diagrama de Voronoi es reemplazado por la Triangulación de Delaunay T .
2. A partir de T se obtiene el grafo ponderado G , donde a cada arista se le asigna un peso igual a la mayor distancia de dicha arista al sensor más cercano.

3. En las iteraciones del algoritmo, el *Peso-Ruptura* se reemplaza por el *Peso-Soporte*, y la búsqueda se orienta a **minimizar** dicho *Peso-Soporte*.

Claramente, el valor del *Peso-Soporte* representa la *máxima distancia* al sensor más cercano que debe encontrar al menos una vez un intruso que atraviesa el campo A por cualquier camino desde I hasta F . Consecuentemente, si es posible desplegar sensores adicionales o bien mover los existentes para disminuir el *Peso-Soporte*, entonces se aumentará la Cobertura en el Mejor caso.

3) Complejidad Computacional de los Algoritmos

Dados n sensores, el algoritmo más eficiente para la generación del Diagrama de Voronoi es de complejidad $O(n \log n)$. Por otra parte, el Diagrama de Voronoi resultante tiene un número lineal de vértices y de aristas, esto es, en el Diagrama de Voronoi, $|V|$ (número de vértices) y $|E|$ (número de aristas) son ambos $O(n)$, lo que implica que el Grafo G del segundo punto se puede construir en tiempo $O(n)$. De esta manera, el BFS y la búsqueda binaria de la última fase tienen una complejidad de $O(n \log rango)$, donde “*rango*” es la diferencia entre el peso de la arista de mayor peso y el de la de menor peso en el Grafo G obtenido del Diagrama de Voronoi. En la práctica la generación del Diagrama de Voronoi domina todo el proceso, por lo que la complejidad final de los algoritmos es $O(n \log n)$.

A continuación se ilustra un ejemplo de Mejor y Peor Cobertura con 30 sensores aleatorios desplegados. La Figura 3.8 muestra el Diagrama de Voronoi subyacente y el Camino Ruptura Maximal P_B , y la Figura 3.9 muestra, para los mismos sensores, el Camino Soporte Maximal P_S y la correspondiente Triangulación de Delaunay. Ambos caminos están conjuntamente representados en la Figura 3.10.

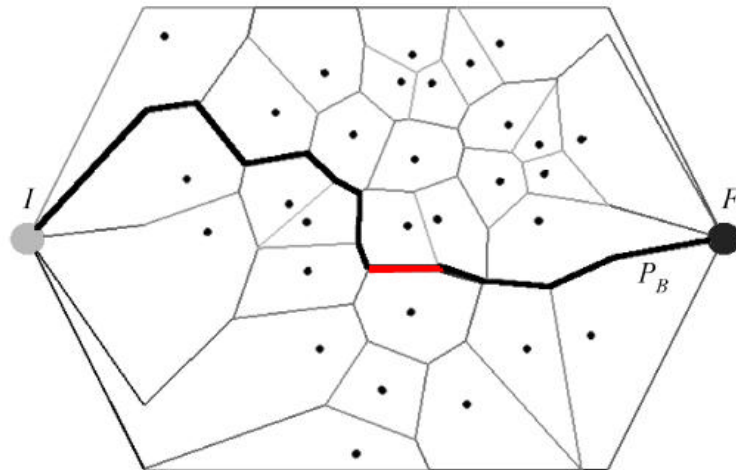


Figura 3.8: Diagrama de Voronoi y Camino Ruptura Maximal P_B

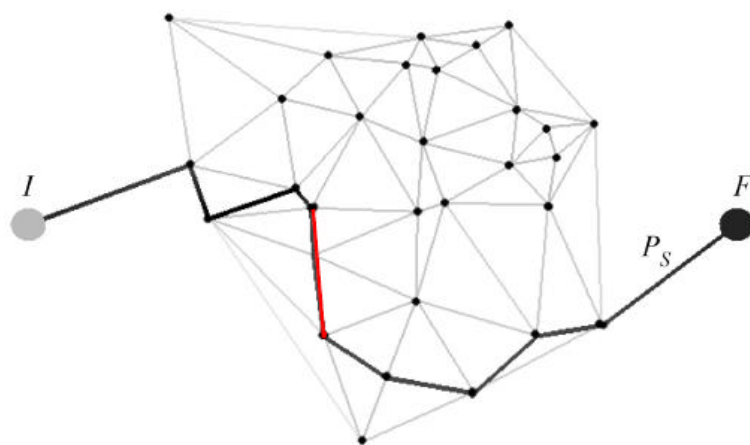


Figura 3.9: Triangulación de Delaunay y Camino Soporte Maximal P_S

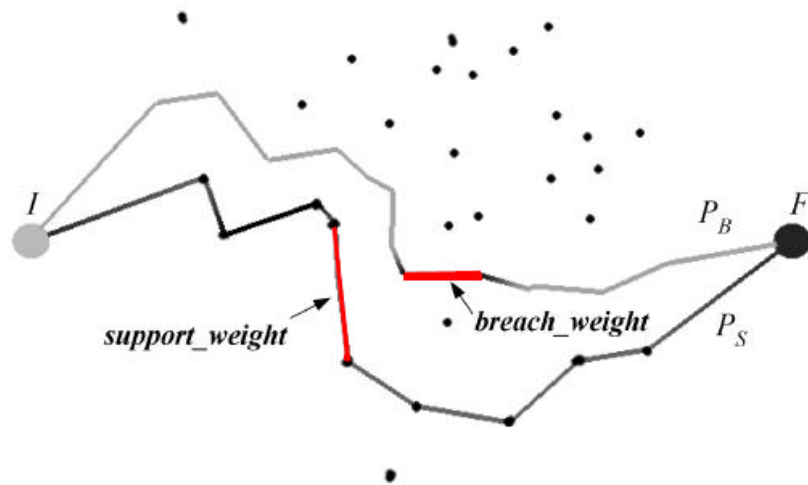


Figura 3.10: Para los mismos sensores, representación conjunta de ambos caminos.

4) Heurísticos para el despliegue de sensores adicionales

Finalmente, para terminar este capítulo, observemos que las aristas correspondientes al *Peso-Ruptura* pueden usarse como guía para el despliegue de nuevos sensores. Puesto que el *Peso-Ruptura* corresponde a la arista, en el Camino Ruptura Maximal P_B , donde dicho camino está más cerca de los sensores, el despliegue de sensores adicionales a lo largo de dicha arista puede usarse como un procedimiento heurístico (esto es, aproximado) para mejorar la Cobertura total del campo.