

## **Capítulo 2: Introducción a los sistemas OFDM**

### **2.1 Introducción**

Como se comentó anteriormente, este capítulo pretende ser una guía introductoria a todo lo relacionado sobre la Múltiplexación por División en Frecuencia Ortogonales OFDM. No solo se intenta que el lector aprenda sobre las características analíticas de los sistemas OFDM, sino que también se pretende que se obtengan unos conocimientos sobre la evolución histórica que ha tenido, las normas y sistemas actuales que hacen uso de dicha modulación y los sistemas futuros de próxima implantación que hacen uso también de OFDM para la transmisión de la información.

Con esto se pretende que el lector obtenga una panorámica amplia sobre OFDM, por ello se ha dividido este capítulo en varias partes para poder obtener unos objetivos sobre los conocimientos que se desean exponer sobre OFDM. Los temas en los que se ha dividido este capítulo y los objetivos de cada uno son:

- Historia de OFDM: Se pretende que el lector puede obtener una visión de la rápida evolución de los sistemas OFDM y del porqué dicha modulación se fue introduciendo en los sistemas de comunicación para solucionar problemas que se iban produciendo a medida que evolucionaban las telecomunicaciones.
- Conceptos previos: Vamos a aclarar una serie de conceptos que tienen que quedar claros antes de realizar el estudio de los sistemas OFDM.
- Modelo OFDM: En esta sección se expone analíticamente los diferentes modelos de los sistemas OFDM. Se intenta realizar un estudio en profundidad de las formas de ondas, tanto en el tiempo como en frecuencia, que intervienen en un sistema.
- Características de los sistemas OFDM: Una vez conocido el funcionamiento de estos sistemas se abordará el estudio de sus principales ventajas e inconvenientes para comprender un poco más la utilidad de estos sistemas.
- Aplicaciones de los sistemas OFDM: Esta sección intenta mostrar la importancia actual de la modulación OFDM para ello se comenta un poco los sistemas de comunicaciones actuales donde se emplea dicha modulación.

## **2.2 Historia OFDM**

Podemos situarnos a comienzo de siglos con el uso del telégrafo. Este tipo de sistemas transmitía señales a través de un canal de ancho de banda relativamente grande, utilizando una frecuencia de portadora distinta para cada señal. Las portadoras estaban separadas por cierta banda de guarda para evitar solapamientos. Esto hacía que la eficiencia espectral fuera muy deficiente.

Para resolver este problema de la eficiencia espectral en la transmisión multitono, la primera solución que se adoptó fue el sistema Kineplex. Este sistema fue desarrollado por Collins Radio Co. para la transmisión de datos a través de un canal de radio HF sometido un gran desvanecimiento multitrayecto. En este sistema, cada uno de los veinte tonos se modulaba con una diferencial 4-PSK sin filtro. Sin embargo, ya de forma análoga a OFDM moderno, los tonos se espaciaban a intervalos de frecuencias casi iguales a la tasa de la señal siendo así más fácil la separación en el receptor.

A mediados de los años 60, Chang publica su artículo sobre la síntesis de señales limitadas en banda para transmisión multicanal. En él, Chang presenta una serie de principios para la transmisión simultánea de mensajes a través de un canal lineal limitado en banda, evitando por primera vez la Interferencia entre Símbolos (ISI) y la Interferencia entre Canales (ICI). Poco después de que Chang publicara su artículo, Saltzberg realizó un estudio de estos sistemas, concluyendo que para diseñar un sistema eficiente de transmisión paralelo se debe centrar más el diseño en reducir el crosstalk (parte de señal que se introduce en un canal que no es el suyo) entre canales adyacentes que en el perfeccionamiento individual de cada uno de los canales, ya que la distorsión debida a crosstalk tiende a ser dominante. Ésta es una importante conclusión que se comprobó como cierta con el procesado digital en banda base unos años después.

Una mayor contribución a OFDM fue realizada en 1971 por Weinstein y Ebert, quienes propusieron el uso de la Transformada Discreta de Fourier (DFT) para realizar la modulación y demodulación en banda base. Su trabajo no se enfocó a perfeccionar cada canal de manera independiente sino a un procesamiento eficiente y eliminar los desajustes propios de un banco de osciladores (en ese momento los bancos de osciladores eran necesarios en el transmisor y el receptor, un oscilador para cada uno de los subcanales, apareciendo serios problemas de sincronización y sintonización en los sistemas). Para combatir la ISI y la ICI, ellos usaron tanto un intervalo de guarda entre símbolos como un enventanado de tipo coseno alzado en el dominio del tiempo. Esta solución no conseguía una ortogonalidad perfecta entre subportadoras entre subcanales pero era ya una mejora considerable para la época y la mayor contribución aportada a OFDM hasta hoy día.

Otro gran avance fue el introducido por Peled y Ruiz en 1980, quienes introdujeron el prefijo cíclico (CP) o extensión cíclica, que resolvían los problemas que se producían en la ortogonalidad de las señales. En vez de utilizar un periodo de guarda vacío, ellos propusieron transmitir en ese espacio una extensión cíclica del símbolo OFDM. Esto, efectivamente, simula un canal que realiza una convolución cíclica, lo que implica ortogonalidad sobre canales dispersivos cuando el CP es mayor que la respuesta impulsiva del canal. Sin embargo, esto introduce una pérdida de energía proporcional a la longitud del CP, pero que queda justificada por la nula ICI.

En un principio los sistemas OFDM se diseñaron y se diseñan para pulsos rectangulares, aunque recientemente ha aumentado el interés por otros tipos de pulsos, pulse shaping. Esto permite elegir un poco la forma del pulso de tal forma que se obtengan mejores resultados desde el punto de vista de las interferencias.

### **2.3 Necesidad de OFDM**

Desde el punto de vista de la tecnología, la principal característica que define lo que se espera de las comunicaciones móviles futuras es el incremento en la velocidad de transmisión. Teniendo en cuenta que no va a ser posible aumentar la potencia de emisión por encima de los valores actuales, y que será difícil aumentar de forma significativa el número de emplazamientos para estaciones base, con respecto a los existentes y planificados para UMTS, el aumento de la capacidad radio requiere al menos dos nuevas actuaciones, como son:

1. La mejora de la interfaz radio a nivel de enlace.

Es decir, hay que desarrollar nuevos sistemas de modulación, detección, y antenas que permitan transmitir y recibir regímenes binarios más altos que en la actualidad, con eficiencias mejores.

2. El empleo de nuevas topologías de red radio.

Mediante el uso de repetidores y reencaminadores, de forma que desde un único emplazamiento se pueda llevar la señal radio, bien por fibra o bien por radioenlace, a pequeños puntos de acceso de baja potencia distribuidos en las zonas objetivo de cobertura a nivel microcelular o picocelular.

Una de las características fundamentales de las comunicaciones radio en enlaces terrestres es el de la propagación multitrayecto. Este tipo de propagación consiste en que entre el transmisor y receptor existe más de un camino de propagación, ya que la señal radio que se propaga no es un rayo estrecho que va directamente de la antena transmisora a la receptora, sino un frente de onda amplio que se va difractando y

reflejando a medida que encuentra obstáculos en su camino, como edificios altos o irregularidades del terreno.

El estudio y modelado del fenómeno de la propagación multitrayecto se puede resumir diciendo que al receptor llegan varias réplicas de la misma señal, con diferentes retardos entre ellas. Las primeras, tres o cuatro (dependiendo del entorno), pueden contener valores significativos de energía, mientras que las restantes suelen llegar muy atenuadas y se pueden despreciar. Se plantean dos escenarios posibles en función del valor máximo del retardo diferencial entre las réplicas significativas (requiriendo cada escenario un receptor diferente), los cuales tienen lugar cuando:

1. El retardo diferencial máximo no supera en dos o tres veces el periodo de símbolo de modulación, que es el caso que se plantea en GSM. Con una velocidad de modulación de 270,83 kbit/s y un periodo de símbolo de 3,7  $\mu$ s, el retardo entre los diferentes trayectos no suele ser superior a 10  $\mu$ s. Por cada símbolo transmitido, la señal temporal que se obtiene a la salida del demodulador del receptor es un pulso muy distorsionado, que interfiere de forma significativa a los pulsos adyacentes. Para devolver el pulso a su forma original en el receptor se requiere un ecualizador, tanto más complejo cuanto mayor sea el cociente entre el retardo diferencial máximo y la anchura de símbolo. En GSM el ecualizador es un filtro FIR de siete coeficientes que se suele implementar mediante un algoritmo de Viterbi.

2. El retardo diferencial es mucho mayor que el periodo de símbolo. En este caso, a la salida del demodulador lo que se obtiene no es un pulso, sino varios pulsos independientes, cada uno de ellos correspondiente a una réplica. Se puede considerar que la señal transmitida se ha “roto” en varias réplicas iguales, las cuales se encuentran bien separadas entre ellas. Este es el caso que se plantea en UMTS, donde el periodo de chip es 0,26  $\mu$ s, y los retardos diferenciales son de varios microsegundos. Para reconstruir la señal lo que se emplea es un receptor conocido como de tipo Rake, que alinea en el tiempo las diferentes réplicas y las suma en fase.

A medida que se aumenta el ancho de banda de transmisión el periodo de símbolo disminuye, y llega un momento en que la complejidad del receptor Rake se vuelve excesiva, siendo más ventajoso desde un punto de vista de implementación utilizar otro

sistema de modulación, la multiplexación por división ortogonal en frecuencia, OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Este sistema de modulación consiste en enviar la información no sobre una única portadora, sino sobre un múltiplex de muchas portadoras “adecuadamente espaciadas” en frecuencia, repartiendo la información entre todas ellas, de forma que aunque la velocidad de modulación del conjunto sea muy elevada, la de cada portadora individual es pequeña, simplificando el problema de propagación multitrayecto.

Lo que diferencia al OFDM de otros procedimientos de multiplexación en frecuencia es la ortogonalidad, pues el “espaciamiento adecuado” entre portadoras es un espaciamiento óptimo. Este espaciamiento consiste en que la separación espectral entre portadoras consecutivas es siempre la misma e igual al inverso del periodo de símbolo, de forma que la señal OFDM se puede expresar, en notación compleja, como:

$$s(t) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} d_i \exp \left[ j2\pi \left( f_c + \frac{i}{T} \right) t \right] \quad (2.1)$$

donde:

- $f_c$  es la frecuencia central.
- $T$  es el periodo de símbolo.
- $d_i$  es el símbolo que lleva la información
- $s(t)$  es la señal OFDM en el tiempo.

En la Figura 2.1 se muestra una representación de tres portadoras ortogonales. Viendo una señal OFDM en el tiempo se aprecia que en el periodo de la portadora más baja caben varios periodos de las otras portadoras, alineadas todas en fase, mientras que en la representación espectral el máximo de cada portadora coincide con un nulo de las demás.

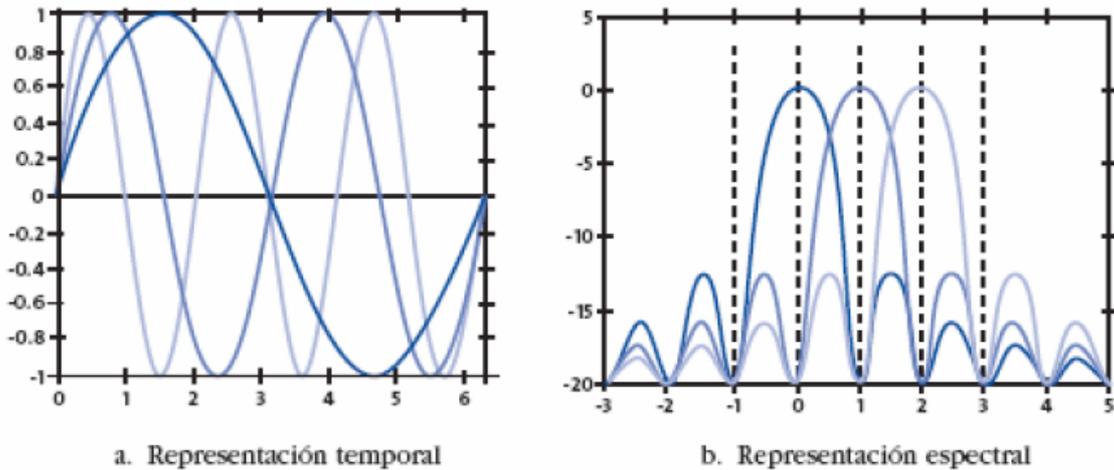


Figura 2.1: Señal OFDM

En principio, podría parecer que modular y demodular una señal OFDM requeriría tantas cadenas transmisoras y receptoras como portadoras tuviese el múltiplex. Si esto fuese así, el sistema sería inviable, pues un múltiplex de decenas o centenares de portadoras implicaría equipos terminales con decenas o centenares de cadenas transceptoras. Afortunadamente, sólo se requiere una cadena en cada sentido de transmisión, que modula o demodula todas las portadoras a la vez. Si se examina la ecuación anterior, se comprueba que una señal OFDM es la transformada inversa de Fourier de los coeficientes  $d_i$ , y, en consecuencia, los coeficientes son la transformada directa de  $s(t)$ . Por consiguiente, la acción de modular y demodular todas las portadoras a la vez de una señal OFDM consiste básicamente en aplicar los algoritmos de la transformada rápida de Fourier, muy conocidos y fáciles de implementar en los procesadores digitales.

Debido al problema técnico que supone la generación y la detección en tiempo continuo de los cientos, o incluso miles, de portadoras equiespaciadas que forman una modulación OFDM, los procesos de modulación y demodulación se realizan en tiempo discreto mediante la IDFT y la DFT respectivamente.

La modulación OFDM es muy robusta frente al multitrayecto, que es muy habitual en los canales de radiodifusión, frente al desvanecimiento debido a las condiciones meteorológicas y frente a las interferencias de RF.

Debido a las características de esta modulación, las distintas señales con distintos retardos y amplitudes que llegan al receptor contribuyen positivamente a la recepción, por lo que existe la posibilidad de crear redes de radiodifusión de frecuencia única sin que existan problemas de interferencia.

La ortogonalidad proporciona otra ventaja añadida: un mecanismo para eliminar, o reducir tanto como se quiera, el problema de la interferencia por propagación multitrayecto. Este mecanismo consiste en ampliar la duración correspondiente al periodo símbolo mediante un tiempo de guarda superior al máximo retardo diferencial entre los trayectos significativos. Durante la ampliación temporal se repite, o amplía, parte del propio símbolo, por lo cual se conoce a la ampliación como extensión cíclica. La justificación de por qué esta extensión elimina el problema de la propagación multitrayecto, la veremos en apartados posteriores.

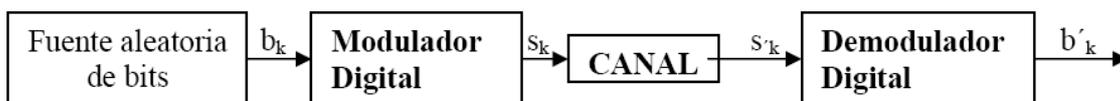
En lo que se refiere a la modulación de las portadoras, el símbolo  $d_i$  en un múltiplex OFDM en cada portadora se modula con una información diferente, aunque, por facilidad de implementación, el sistema de modulación suele ser el mismo para todas ellas, como QPSK o n2-QAM. Además, se suelen reservar algunas portadoras para transmitir información de sincronismo y ecualización espectral, o bien para establecer canales de servicio.

## **2.4 Conceptos importantes**

A continuación se exponen una serie de conceptos que son de mucha utilidad a la hora de comprender el funcionamiento y las características de los sistemas OFDM.

### **2.4.1 Diferencia Mapeador-Modulador**

Un sistema de comunicación digital básico está formado por lo que, normalmente, venimos llamando un modulador, canal y demodulador como muestra la Figura 2.2.



**Figura 2.2: Sistema de comunicación digital básico**

Sin embargo, la tarea realizada realmente por este “modulador” es mapear los bits de entrada al mismo como muestra la Figura 2.3., convirtiéndolos en símbolos de datos. No se está realmente utilizando varias frecuencias portadoras (únicamente  $f_p$  que será la frecuencia que lleve el espectro de la señal a radiofrecuencias). Luego resulta más adecuado llamar a éste bloque “mapeador” o “codificador”.

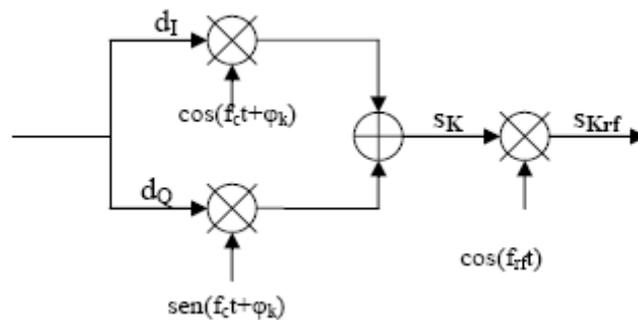


Figura 2.3: Mapeador del sistema básico

Luego el sistema de comunicación digital básico más correctamente sería el siguiente:

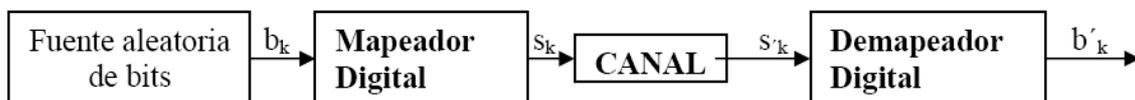


Figura 2.4: Sistema de comunicación básico

De esta forma, evitamos confusión al hablar de Modulador OFDM. OFDM sí realiza una modulación propiamente dicha. Realmente estamos dividiendo el espectro en  $N$  subcanales y transmitiendo los símbolos procedentes del mapeo a través de éstos canales. El proceso de multiplexación es decir, de modular en frecuencia es realizado por el bloque IDFT.

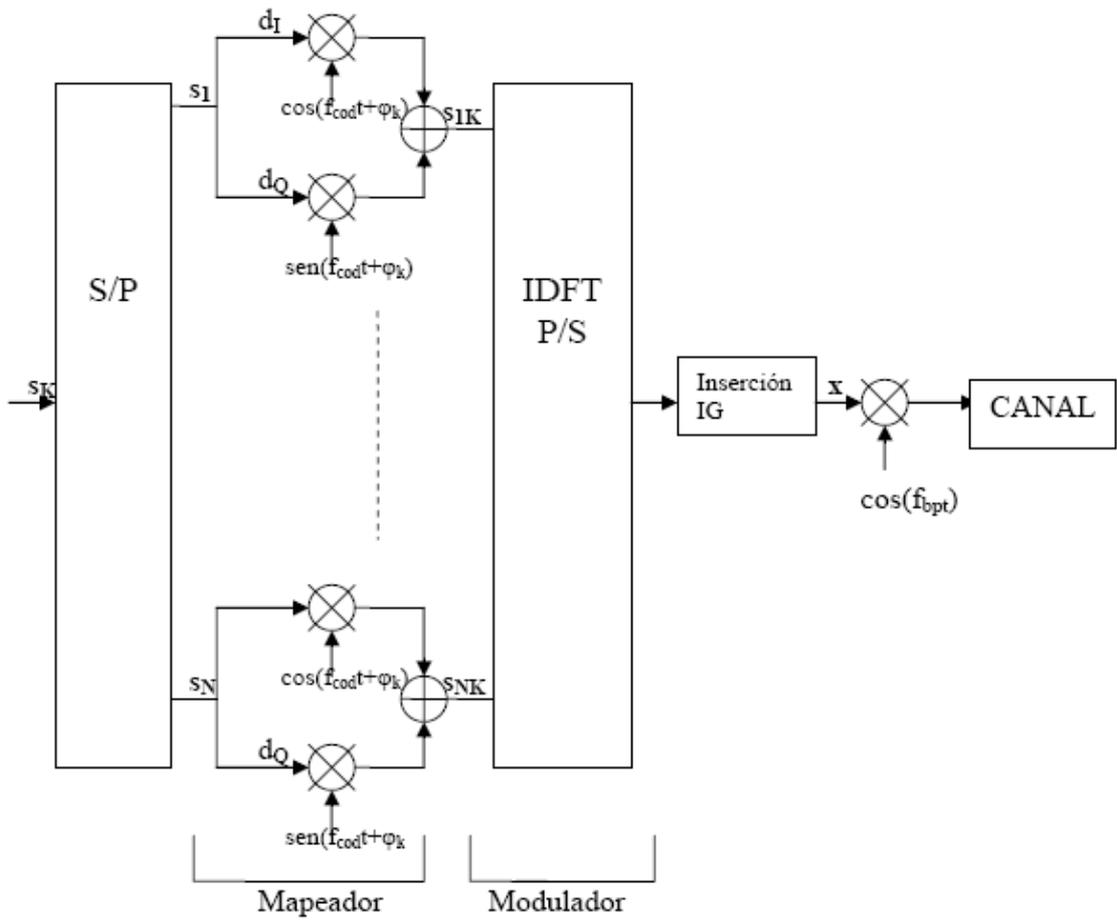


Figura 2.5: Transmisor en sistemas de modulación OFDM

El sistema de modulación OFDM incluye entre sus bloques un mapeador como el de la Figura 2.3 como muestra la Figura 2.5. Se han dibujado  $N$  mapeadores para que resulte más fácil comprender cómo se ha formado el símbolo OFDM con  $N$  símbolos del mapeo. Pero realmente, sólo será necesario un mapeador.

### 2.4.2 Caracterización de un canal wireless

La propagación de señales vía radio no es tan suave como una transmisión con cable. El medio de propagación es el aire y la señal no sólo se ve afectada por ruido, sino además interferida por obstáculos materiales como edificios, coches,... Así, al receptor llega la señal enviada (rayo directo), seguida de múltiples réplicas distorsionadas en amplitud y fase. Esto se conoce como recepción multipath (multitrayecto).

La estimación de un canal multipath, se obtiene mediante repetidas mediciones en un entorno de unas pocas longitudes de onda. Así tendremos el Perfil de Retardo de Potencia (PDP, Power Delay Profile). Es un promedio temporal o espacial de medidas consecutivas de respuestas al impulso recolectadas y promediadas sobre un área local. Los tiempos son dados respecto al rayo directo, cuyo momento de llegada se considera 0.0. Se obtienen la Dispersión de Retardo (Rms Delay Spread) y el Ancho de Banda de Coherencia (Coherence Bandwidth).

Matemáticamente el PDP se define como la distribución en el tiempo de potencia recibida desde un cierto  $\delta$  (pulso transmitido a través del canal).

$$P(\tau) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \delta(t - \tau_k) \quad (2.2)$$

- **Dispersión de retardo. ISI**

El RMS Delay Spread es una medida de cómo de dispersa resulta la respuesta al impulso del canal. Delay spread ( $\tau_{\text{RMS}}$ ) que caracteriza el retardo debido al canal en términos de momento de segundo orden del Perfil de Retardo de Potencia. Tiene en cuenta tanto la potencia relativa de los pulsos como también sus retardos, haciéndolo el mejor indicador de desempeño del sistema.

Si  $\tau_{\text{RMS}}$  es menor que el período de símbolo de la señal, el espectro del canal se mantiene aproximadamente plano en el ancho de banda de la señal. En este caso, no se producen Interferencia Intersímbolo (ISI). Es por tanto necesario evaluar estadísticamente el retardo de propagación para tener una indicación de la máxima velocidad de datos que puede ser utilizada de manera fiable en el canal en cuestión.

Los valores típicos son de microsegundos en comunicaciones al aire libre y del orden de nanosegundos en comunicaciones interiores.

Las Interferencias Intersímbolo (ISI) se producen cuando la señal recibida en un momento dado depende de la señal transmitida en ese instante pero también anterior o posteriormente. El problema es crítico cuando la dispersión de retardo es muy grande en

comparación con el período de símbolo  $T_s$  ( $\tau_{\text{RMS}} > T_s$ ). En concreto, en los canales actuales de banda ancha que proveen velocidades de datos muy altas, el período de símbolo deseado es a menudo mucho menor que el delay spread y por tanto la interferencia intersímbolo es severa. El fin de la modulación OFDM será asegurar altas velocidades de datos haciendo que las interferencias intersímbolo afecten lo menos posible a la comunicación, al asegurar  $\tau_{\text{RMS}} < T_s$ .

- **Ancho de banda de coherencia**

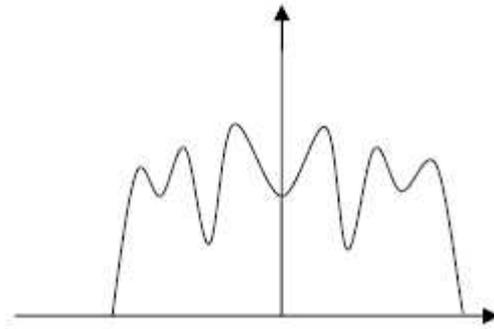
$B_c$  es una medida del rango de frecuencias sobre el cual el canal puede ser considerado plano, es decir, donde la atenuación del canal y el desplazamiento en fase permanecen aproximadamente constantes. Así, una señal con un ancho de banda ( $B_s$ ) menor que el ancho de banda de coherencia ( $B_c$ ) sufrirá una severa distorsión, puesto que el canal es selectivo en frecuencia y cada frecuencia se está viendo afectada por atenuaciones diferentes.

Por esta razón, en la práctica, modelos específicos de canal multitrayectoria de gran exactitud deben ser definidos para utilizarlos en el diseño y simulación de propagaciones inalámbricas.

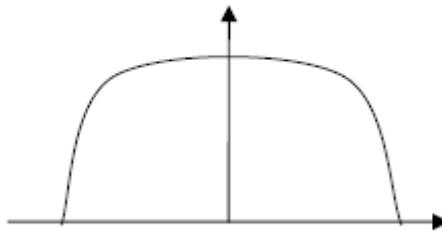
### **2.4.3 Concepto canal fading**

La potencia de la señal recibida cambia con el tiempo debido a fluctuaciones en la ganancia del canal causadas por efectos multipath. La distorsión en la ganancia puede ocasionar atenuaciones severas del espectro en frecuencia pudiendo llegar a convertirse en nulos en la misma.

Se considera que la transmisión se realiza con flat fading (característica deseable del canal) si el ancho de banda del canal es mayor que el ancho de banda de la señal a transmitir ( $B_c > B_s$ ). En este caso la estructura del canal es tal que las características del espectro de la señal transmitida son preservadas en el receptor. La Figura 2.7 ilustra éste caso comparándolo con el caso contrario en que el canal es selectivo en frecuencia de la Figura 2.6.



**Figura 2.6: Canal selectivo en frecuencia**



**Figura 2.7: Canal flat fading**

En OFDM, dividiendo el ancho de banda de la señal en varios anchos de banda más pequeños, con cada subportadora es enviada una parte de la información. De esta forma, si hay pérdidas en una subportadora, es recuperable puesto que corresponde a una pequeña parte del código.

#### **2.4.4 Concepto de multiportadora**

Cuando se realizan comunicaciones digitales, si el canal es paso banda, la señal de información debe ser generada en banda base y trasladada a continuación a la frecuencia del canal. Por tanto la señal se transmite empleando una única portadora. Este tipo de comunicaciones presenta un problema que ya ha sido introducido cuando se ha comentado las interferencias entre símbolos (ISI).

Al trabajar con un sistema con una única portadora, tendremos un ancho de banda de la señal grande, como muestra la Figura 2.8. Si queremos una velocidad de transmisión elevada, implica un período de símbolo de la modulación muy pequeño. Y un período de símbolo pequeño hace que afecten las interferencias entre símbolos dado que se verificará  $\tau_{\text{RMS}} > T_s$  que es la condición para que se produzcan.

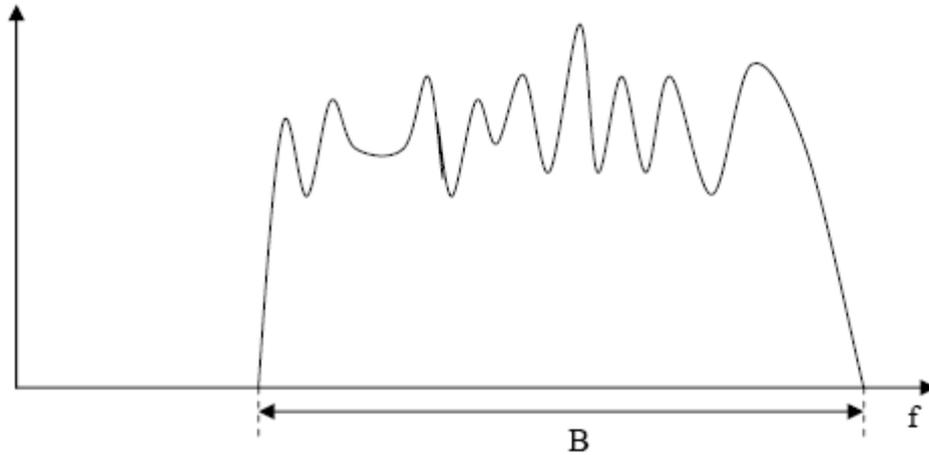


Figura 2.8: Espectro densidad de potencia de un sistema monoportadora

Una propuesta alternativa para el diseño de un sistema de comunicación paso-banda eficiente en presencia de distorsión de canal, son los sistemas multiportadora. Consisten en la división del ancho de banda del canal  $B$  disponible en  $N$  subcanales con un mismo ancho de banda  $\Delta f$  menor, de forma que  $B=N\Delta f$ . Así, el ancho de banda de cada subcanal es suficientemente estrecho para que se produzca flat fading independiente en cada uno de ellos. O lo que es lo mismo, ha aumentado el período de símbolo y se verifica  $\tau_{\text{RMS}} < T_s$  que es la condición para que no se produzcan interferencias entre símbolos. Los datos son transmitidos mediante Multiplexión por División en Frecuencia (FDM). Respecto al régimen binario en sistemas multiportadora, éste no cambia puesto que es la suma de los regímenes binarios de cada subcanal.

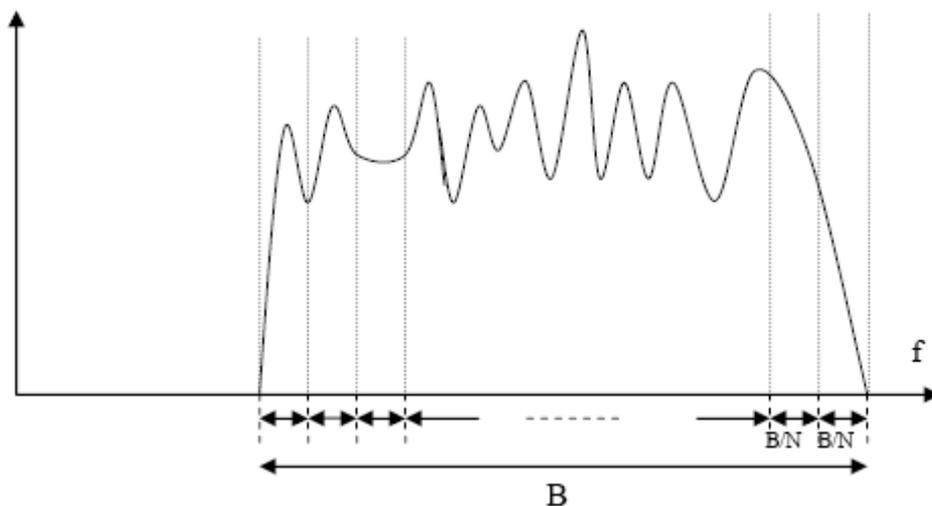


Figura 2.9: Espectro densidad de potencia de un sistema multiportadora

Comparando las Figuras 2.8 y 2.9, se observa la gran ventaja que supone la utilización de un sistema multiportadora. Es mucho más exacto al realizar una posterior ecualización del canal de transmisión, hacerlo para cada subcanal con ancho de banda  $B/N$  (que se mantiene aproximadamente constante), que en su totalidad  $B$  que incluye grandes atenuaciones debido a la selectividad en frecuencia del mismo.

La modulación OFDM tiene como fin fundamental adecuar los datos que se quieren transmitir a las características del canal empleado. Esta modulación es un sistema de comunicación en paralelo, es decir, los datos son transmitidos en el mismo instante de tiempo por  $N$  subportadoras, que se eligen particularmente, para que sean ortogonales entre sí.

### **2.4.5 Diferencia concepto FDM y OFDM**

La multiplexación hace referencia generalmente a señales independientes las cuales provienen de diferentes fuentes, así que el problema que acarrea estriba en el hecho de compartir el espectro entre todos los usuarios.

Cuando hablamos del concepto FDM (Multiplexación por División en Frecuencia), nos referimos a un conjunto de usuarios que intentan transmitir información y cada fuente de información independiente correspondiente a cada usuario se le asigna una portadora a una determinada frecuencia, por tanto lo que se hace es transmitir informaciones totalmente independientes en cada una de las portadoras. En cambio, cuando hablamos del concepto OFDM, hacemos referencia a un conjunto independiente de información transmitida en cada portadora pero que no son totalmente independientes entre sí, sino que la unión de ellas forman el mensaje.

Por tanto, la diferencia principal es que los sistemas OFDM, si se produce la pérdida de una portadora se pierde totalmente la información de ese usuario. En cambio, en los sistemas FDM si se pierde la información de una portadora solo se produce una pequeña parte de la información con lo que el mensaje puede ser reconstruido en el receptor.

Luego FDM y OFDM hacen referencia a dos conceptos muy diferentes, FDM a una técnica para enviar información de diferentes usuarios en diferentes canales, y

OFDM la transmisión de un usuario modulada en diferentes frecuencias, que por una serie de consecuencias estas frecuencias son ortogonales.

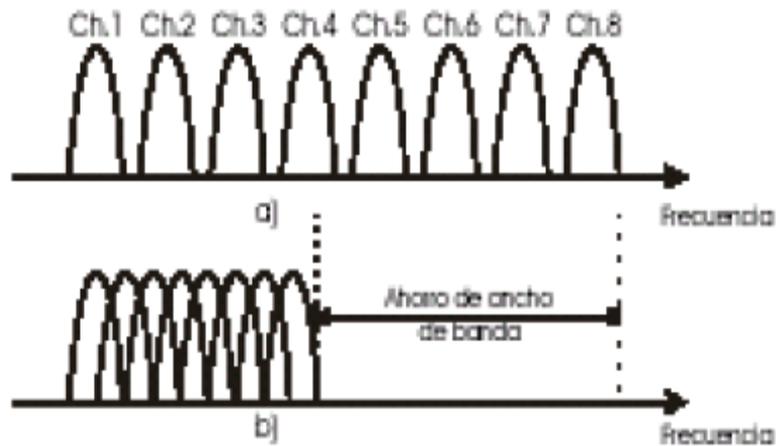
## **2.5 Definición OFDM**

La tecnología a la que hacemos referencia mediante OFDM (Orthogonal Frequency División Multiplexing) puede ser vista como una colección de técnicas de transmisión que consiste en enviar la información modulando en QAM o en PSK un conjunto de portadoras de diferente frecuencia. Cuando se aplican en un medio “no cableado”, como es el caso de la radiodifusión, son usualmente referenciadas como OFDM. Sin embargo, en medios “cableados”, el término DMT (Discrete Multitone) es más usual.

La Multiplexación por División Ortogonal en Frecuencia surge para compensar las trabas que introducen los medios dispersivos evitando complicar demasiado el sistema en el aspecto hardware.

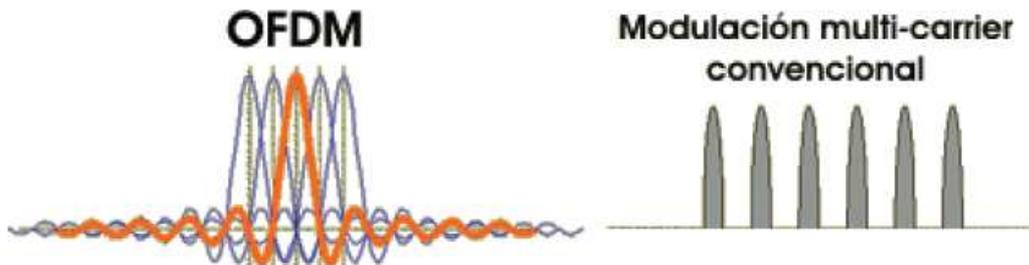
El origen de OFDM se da en aplicaciones de uso militar que trabaja dividiendo el espectro disponible en múltiples subportadoras. La transmisión entre puntos sin visión directa ocurre cuando entre el receptor y el transmisor existen reflexiones o absorciones de la señal lo que conlleva a una degradación de la señal recibida que se manifiesta por medio de los siguientes efectos: atenuación plana, atenuación selectiva en frecuencia o interferencia intersimbólica. Estos efectos se mantienen bajo control con el W-OFDM que es una tecnología propia de Wi-LAN que en 1994 fue patentada para comunicaciones inalámbricas de dos vías y banda ancha OFDM (WOFDM). Esta patente es la base para los estándares 802.11a, 802.11g, 802.11a R/A, 802.16. Los sistemas W-OFDM incorporan además estimación de canal, prefijos cíclicos y códigos Reed-Solomon de corrección de errores.

En la Figura 2.10 podemos observar las notables diferencias existentes entre los espectros de una transmisión usando una técnica multiportadora convencional y el caso en el que se utiliza una modulación con portadoras ortogonales:



**Figura 2.10: Multiplexadora convencional frente a portadoras ortogonales**

OFDM es una tecnología de modulación digital, una forma especial de modulación multi-carrier considerada la piedra angular de la próxima generación de productos y servicios de radio frecuencia de alta velocidad para uso tanto personal como corporativo. La técnica de espectro disperso de OFDM distribuye los datos en un gran número de portadoras espaciadas entre sí y ubicadas en ciertas frecuencias concretas. Esta separación frecuencial evita que los demoduladores consideren frecuencias distintas a las suyas propias.



**Figura 2.11: Espectro OFDM y multiplexadora convencional**

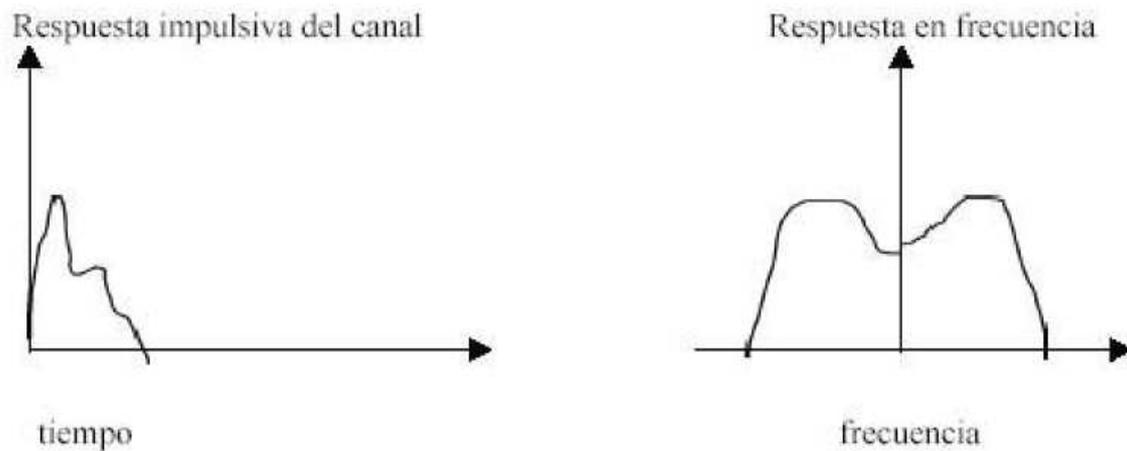
OFDM presenta una alta eficiencia espectral, resistencia a la interfaz RF y menor distorsión multitrayecto. Actualmente OFDM no sólo se usa en las redes inalámbricas LAN 802.11a, sino en las 802.11g, en comunicaciones de alta velocidad por vía telefónica como las ADSL y en difusión de señales de televisión digital terrestre en Europa, Japón y Australia.

Para crear una plataforma que permita la radiodifusión de aplicaciones multimedia, es necesario usar una transmisión de mínimo varios Megabits por segundo. Esta tasa binaria lleva asociada un problema en la transmisión vía radio, debido a que en este tipo de transmisión los canales se caracterizan por la recepción multitrayecto. La función de transferencia del medio de propagación varía con la frecuencia lo cual produce una distorsión de amplitud y fase en las señales transmitidas que incide notablemente sobre la calidad de recepción. Para velocidades de varios Megabits por segundo ocurre que el efecto del multitrayecto, debido a que el retraso temporal de las señales reflejadas es mayor que un periodo de símbolo, es muy importante.

Como comentamos, el principal problema existente en la recepción de las señales de radio es el desvanecimiento causado por la propagación. De entre los modelos propuestos para el medio de transmisión el más general es el denominado “multieco”, y tiene en cuenta el rayo directo y rayos o ecos de trayectos múltiples.

Estas señales son el resultado de reflexión de la onda en obstáculos terrenales tales como las montañas, colinas o árboles, o en obstáculos como personas, vehículos o edificios.

El desvanecimiento por multitrayecto se caracteriza por una respuesta impulsiva del canal (CIR). En la Figura 2.12 se muestra un ejemplo típico de CIR para entornos multitrayecto. Desde el punto de vista del tiempo se observa que la respuesta impulsiva del canal tiene memoria, es decir, la señal recibida en un instante depende de la señal transmitida en ese instante y del valor que tuvo en instantes pasados. Esto provoca ISI. Hay que tener en cuenta que el caso ideal es que la CIR sea una delta (no tiene memoria). Desde el punto de vista de frecuencia algunas frecuencias son enfatizadas mientras que otras son atenuadas.



**Figura 2.12: Respuesta impulsiva y frecuencial de un canal multitrayecto**

Para corregir la respuesta del canal podemos utilizar un ecualizador adaptativo ya que la respuesta del canal puede variar en el tiempo. El problema es que para las tasas binarias altas (Mbits/s) obtener un buen ecualizador con un coste aceptable es difícil. Para recobrar la señal transmitida a partir de la recibida es necesario almacenar varios símbolos sucesivos y ecualizar el dato recibido secuencialmente, lo que conlleva una gran carga computacional lo que encarece la implementación del ecualizador.

La Multiplexación por División Ortogonal en Frecuencia (OFDM) aparece como una fórmula para eliminar los problemas que presentan los medios dispersivos como los canales multitrayecto sin necesidad de utilizar un hardware excesivamente complejo.

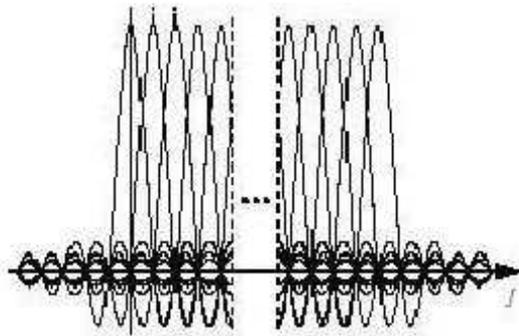
OFDM se puede ver como una colección de técnicas de transmisión en paralelo que reduce la influencia del desvanecimiento por multitrayecto y hace innecesaria una ecualización compleja. Esta colección de técnicas no sólo se pueden usar en medios no cableados, en cuyo caso se denomina OFDM, sino que también es aplicable a medios cableados tales como en Líneas Digitales de Abonado Asimétricas (ADSL) en cuyo caso el término Multitone Discrete (DMT) es más apropiado.

## 2.6 Modelo general de sistema OFDM

La idea básica es dividir el espectro disponible en varios subcanales. El hecho de tener canales de banda estrecha hace que cada subcanal vea un desvanecimiento plano que facilita la ecualización. Para obtener una eficiencia espectral alta, la respuesta en frecuencia de los subcanales (de aquí en adelante usaremos indistintamente el término

subcanal o subportadora a la hora de referirnos a una de las partes en que dividimos el ancho de banda utilizado) están sobrepuestos y son ortogonales, de ahí el nombre de OFDM. La ortogonalidad entre las subportadoras hace que la interferencia entre canales (ICI) se minimice.

Un ejemplo simbólico del espectro de una señal OFDM se muestra en la Figura 2.13. Se puede observar que cuando un subcanal alcanza el máximo, los canales adyacentes tienen un mínimo.



**Figura 2.13: Representación simbólica de los canales individuales para un sistema OFDM**

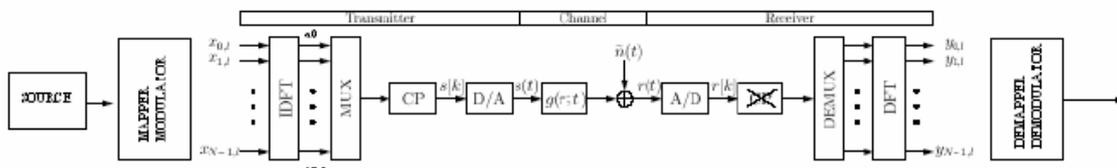
El hecho de la existencia de un canal multitrayecto provoca ISI ya que en el receptor un símbolo se ve afectado por los ecos de símbolos anteriores. Para evitar esto inicialmente se pensó en usar periodos de guarda donde no se transmite, pero como se dijo en la introducción, fueron Peled y Ruíz los que gracias a la incorporación del prefijo cíclico solucionaron además del problema de la ISI los problemas de ortogonalidad en el receptor.

En este apartado vamos a realizar un estudio matemático de las señales OFDM para demostrar que bajo ciertas condiciones se cumple la condición de ortogonalidad en el receptor y no existe ISI. Podemos adelantar que el hecho de que el prefijo sea cíclico se debe a la utilización de la IDFT y la DFT en la modulación/demodulación.

Abordaremos el modelado genérico de los sistemas OFDM de manera discreta en el tiempo, y suponiendo todas las señales en banda base. Esto nos dará una visión más aproximada de la implementación digital que dichos sistemas soportan en la actualidad.

Vamos a partir de una serie de suposiciones:

- Se utiliza el CP.
- La respuesta impulsiva del canal es menor que la longitud del CP.
- El transmisor y el receptor están perfectamente sincronizados.
- El ruido del canal es blanco, aditivo y gaussiano.
- El desvanecimiento es lo suficientemente bajo como para considerarlo constante durante el intervalo de un símbolo OFDM.



**Figura 2.14: Implementación digital de un sistema OFDM en banda base**

El sistema de la Figura 2.14 permite la transmisión en paralelo de un conjunto de  $N$  símbolos M-arios, habiéndose formado previamente dichos símbolos a partir del flujo binario generado de forma aleatoria. En la práctica la entrada de nuestro sistema será atacada por una línea digital.

Tras el Mapper/Modulator el flujo binario (M-PSK o M-QAM) es convertido de serie a paralelo, con lo que se tiene un conjunto de  $N$  números complejos  $x_k$  provenientes de una determinada constelación de señales.

Así pues los datos  $x_k$  son modulados sobre  $N$  portadoras mediante la aplicación de la Transformada Inversa de Fourier (IDFT), generándose los valores complejos  $a_k$ . Esta señal ataca a un serializador que copia las últimas  $L$  muestras a modo de preámbulo prefijo cíclico (CP) y origina el símbolo OFDM, el cual será transmitido a través de un canal discreto en el tiempo.

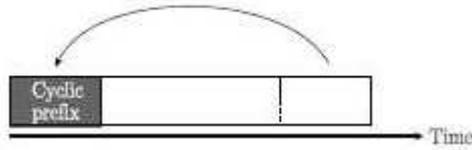


Figura 2.15: Creación de símbolo OFDM con CP

En el receptor la extensión cíclica es extraída y la señal resultante se demodula mediante la aplicación de un bloque DFT. La inserción del prefijo cíclico es comúnmente aceptada como la forma de evitar la ISI y preservar la ortogonalidad entre los tonos.

Existe otra posibilidad que se basa en que en el proceso de creación del símbolo OFDM, éstos no se originan añadiendo las últimas muestras del símbolo a las primeras, sino que se añade una cola de ceros de la misma longitud  $L$  que el prefijo cíclico. A esta técnica se le denomina Zero-Padding (ZP).

La dificultad de realizar un análisis teórico completo de un sistema OFDM hace que sea imposible abordarlo completamente. Por ello, usaremos modelos simplificados que nos permitan un análisis más simple sin pérdida de resultados. Se suelen clasificar estos modelos en dos tipos diferentes: de tiempo continuo y de tiempo discreto.

### 2.6.1 Modelo en tiempo continuo

Los primeros sistemas OFDM no empleaban modulación ni demodulación digital. Por ello, el modelo de tiempo continuo para OFDM puede ser considerado como el sistema OFDM ideal, que en la práctica es sintetizado digitalmente.

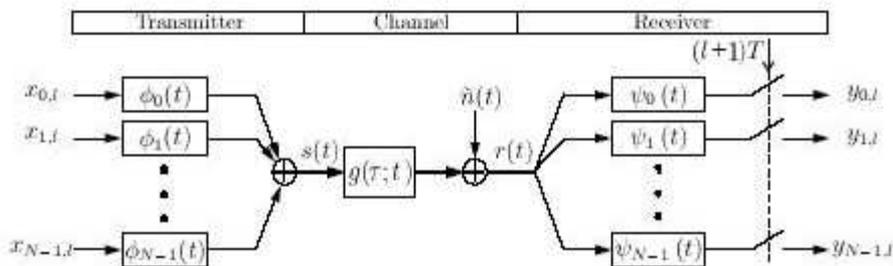


Figura 2.16: Modelo de un sistema OFDM en tiempo continuo

El modelo analítico del sistema de transmisión OFDM viene dado por las ecuaciones que expresan la funcionalidad de los distintos bloques que lo integran.

Supongamos que tenemos un conjunto de señales  $\phi$  donde  $\phi_p$  es el p-ésimo elemento. Se dice que las señales son ortogonales si se cumple:

$$\int_a^b \phi_p(t) \phi_q^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } p = q \\ 0 & \text{si } p \neq q \end{cases} \quad (2.3)$$

Un conjunto de señales que cumple la condición de ortogonalidad son los senos y cosenos.

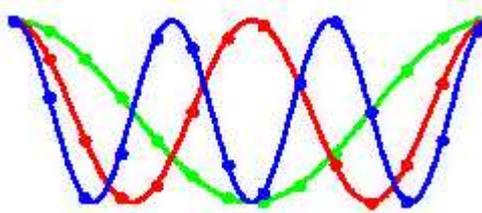


Figura 2.17: Conjunto de señales ortogonales

Gracias a la ortogonalidad se puede transmitir sin interferencia entre las subportadoras.

➤ **Transmisor**

Asumiendo un sistema OFDM con  $N$  subportadoras, un ancho de banda de  $W$  y que la duración del símbolo es  $T$ , de los cuales  $T_{cp}$  segundos pertenecen al prefijo cíclico, el transmisor puede usar las siguientes formas de onda.

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T - T_{CP}}} e^{j2\pi \frac{W}{N} K(t - T_{CP})} & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde  $T = N/W + T_{CP}$ .

Hay que indicar que  $\phi_k(t) = \phi_k(t + N/W)$  donde  $t$  esta dentro del prefijo  $[0, T_{CP}]$ , es decir la parte de la señal en  $[0, T_{CP}]$  es la misma que en  $[T_{CP}, T]$ .  $\phi_k(t)$  se puede ver como un pulso que modula una portadora de frecuencia  $kW/N$ , y la interpretación más usual de OFDM es que se están utilizando  $N$  subportadoras, cada una de las cuales transporta una baja tasa de bits. En la Figura 2.18 se ve de forma gráfica.

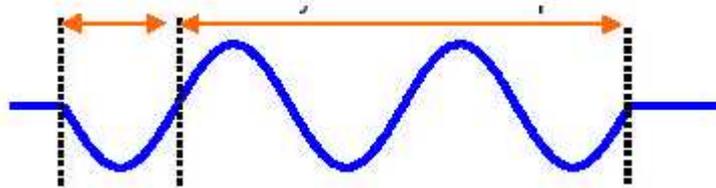


Figura 2.18: Señal transmitida por una subportadora en un símbolo OFDM

Las señales  $\phi_k(t)$  se utilizan en la modulación de forma que la señal en banda base transmitida para el  $l$ -ésimo símbolo OFDM es:

$$s_l(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} \phi_k(t - lT) \quad (2.5)$$

donde  $x_{0,l}, x_{1,l}, \dots, x_{N-1,l}$  son números en general complejos que provienen de los puntos de una constelación de señales. Observando la Ecuación (2.5) se aprecia que la señal en banda base tiene la misma expresión que una IDFT. Esto hace que se usen algoritmos rápidos de la IDFT (IFFT) para la transmisión.

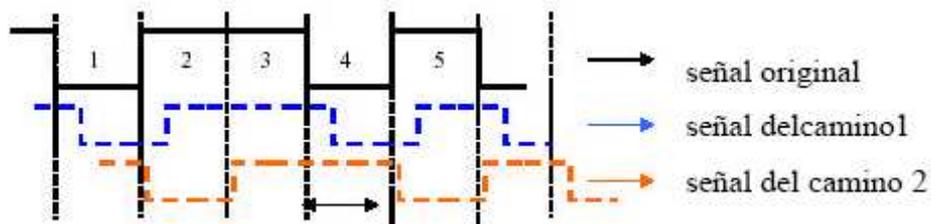
Cuando se transmite una secuencia infinita de símbolos OFDM, la salida del transmisor no es más que la yuxtaposición de símbolos OFDM individuales:

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} s_l(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} \phi_k(t - lT) \quad (2.6)$$

➤ **Canal físico**

El hecho de transmitir en paralelo reduce la tasa de símbolos en cada subcanal, lo que aumenta el periodo de símbolo. El resultado de aumentar el periodo es que la ISI provocada por las señales reflejadas disminuye. Esto se debe a que cuanto menor sea la duración de la respuesta impulsiva del canal en comparación con el periodo de símbolo la dispersión temporal de un símbolo afectara menos a otros símbolos posteriores. OFDM evita la ISI por lo tanto de dos formas: aumentando el periodo de símbolo de cada subportadora e introduciendo un periodo de guarda.

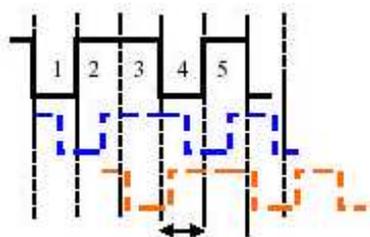
Vamos a mostrar como afecta el canal multitrayecto a la señal transmitida



**Figura 2.19: Efecto del multitrayecto sobre la señal transmitida**

En la Figura 2.19 se ve que la señal en el intervalo 2 depende del valor de esa señal en ese mismo intervalo pero también del valor en el intervalo 1.

Si representamos la figura anterior para un periodo de símbolo menor lo vemos gráficamente que la interferencia aumenta.



**Figura 2.20: Efecto del multitrayecto sobre la señal transmitida cuando se reduce el periodo de símbolo**

Ahora la señal en un intervalo depende del valor de la señal transmitida en ese intervalo y de los dos anteriores, eso hace la interferencia sea mayor.

En canales de radiopropagación, generalmente una señal transmitida no sólo es distorsionada por desvanecimiento multitrayecto, sino que también es corrompida por ruido térmico como se muestra en la Figura 2.21.

Pasemos a hacer un análisis matemático del canal. Asumimos que la respuesta impulsiva de este,  $g(\tau;t)$  está restringida al intervalo  $\tau \in [0, T_{cp}]$ , es decir la duración del prefijo cíclico.

$$r(t) = (g * s)(t) = \int_0^{T_{cp}} g(\tau;t)s(t-\tau)d\tau + \tilde{n}(t) \quad (2.7)$$

donde  $g(\tau;t)$  es la respuesta impulsiva del canal y donde  $\tilde{n}(t)$  es ruido Gaussiano blanco aditivo (AWGN) con densidad de potencia espectral  $N_0/2$ .

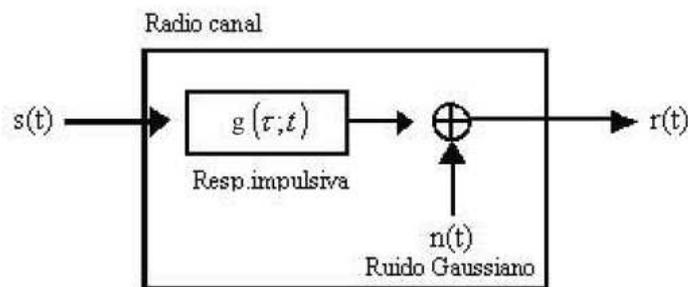


Figura 2.21: Modelo del canal

La ecuación anterior muestra que tras pasar por el canal, la señal se ve multiplicada por la respuesta impulsiva  $g(\tau;t)$  y después se le añade el ruido  $n(t)$ . Si la respuesta impulsiva del canal es una constante invariante en el tiempo dada por  $g(\tau;t) = G\delta(\tau)$  donde  $G$  es la ganancia del canal que toma valores complejos, se puede ignorar el efecto del desvanecimiento y sólo existirá AWGN en el canal. A este canal se le llama AWGN. Por otro lado, si la respuesta impulsiva del canal varía en el tiempo, entonces existirá desvanecimiento y AWGN en el canal, este canal se conoce como canal con desvanecimiento.

➤ **Receptor**

El receptor podemos analizarlo como un banco de filtros adaptados a la última parte de las señales del transmisor  $[T_{cp}-T]$ .

$$\psi_k(t) = \begin{cases} \phi_k^*(T-t) & \text{si } t \in [0, T - T_{cp}] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.8)$$

Como podemos comprobar el prefijo cíclico es eliminado en el receptor. Como el CP contiene toda la información acerca de la ISI del símbolo anterior, la muestra de salida procedente del banco de filtros del receptor no contiene interferencia. Para el estudio matemático podemos eliminar el subíndice  $l$  que indica el número de símbolo OFDM y tomar un símbolo cualquiera. Vamos a calcular la salida para el filtro  $k$ -ésimo.

$$\begin{aligned} y_k &= (r * \psi_k)(t)|_{t=T} = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) \phi(\tau - t) dt \\ &= \int_{T_{cp}}^T \left( \int_0^{T_{cp}} g(\tau; t) \left[ \sum_k^{N-1} x_k \phi_k(t - \tau) \right] d\tau \right) \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T - t) \phi_k^*(t) dt \end{aligned} \quad (2.9)$$

Si consideramos el canal constante en todo el intervalo de un símbolo OFDM y lo denotamos como  $g(\tau)$  podemos escribir:

$$y_k = \sum_k^{N-1} x_k \left( \int_{T_{cp}}^T \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \phi_k(t - \tau) \right) \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T - t) \phi_k^*(t) dt \quad (2.10)$$

la integral interior es

$$\begin{aligned} \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \phi_k(t - \tau) d\tau &= \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \frac{e^{j2\pi k'(t-\tau)W/N}}{\sqrt{T - T_{cp}}} d\tau \\ &= \frac{e^{j2\pi k'(t-T_{cp})W/N}}{\sqrt{T - T_{cp}}} \int_0^{T_{cp}} g(\tau) e^{-j2\pi k'\tau W/N} d\tau \quad , T_{cp} < t < T \end{aligned} \quad (2.11)$$

La última parte de la expresión es la respuesta en frecuencia del canal muestreada a la frecuencia  $f=k' W/N$ , es decir a la frecuencia de la  $k'$ -ésima portadora.

$$h_{k'} = G\left(k' \frac{W}{N}\right) = \int_0^{T_{cp}} e^{-j2\pi k' t W / N} dt \quad (2.12)$$

donde  $G(f)$  es la transformada de Fourier de  $g(t)$ . Usando esta notación se puede simplificar las expresiones.

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{k'=0}^{N-1} x_{k'} \int_{T_{cp}}^T \frac{e^{j2\pi k'(t-T_{cp})W/N}}{\sqrt{T-T_{cp}}} h_{k'} \phi_k^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T-t) \phi_k^*(t) dt = \\ &= \sum_{k'=0}^{N-1} x_{k'} h_{k'} \int_0^{T_{cp}} \phi_{k'}(t) \phi_k^* dt + n_k \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde  $n_k = \int_{T_{cp}}^T \tilde{n}(T-t) \phi_k^*(t) dt$ . Como las señales del transmisor son ortogonales

tenemos:

$$\int_0^{T_{cp}} \phi_{k'}(t) \phi_k^* dt = \delta[k - k'] \quad (2.14)$$

donde  $\delta[k]$  es la función delta de Kronecker y podemos simplificar y obtener

$$y_k = h_k x_k + n_k \quad (2.15)$$

La última expresión nos muestra matemáticamente el doble beneficio del prefijo. Por un lado evita ICI ya que la componente  $k$ -ésima de la salida sólo depende de la componente  $k$ -ésima de la entrada. Se dice que se mantiene la ortogonalidad. Por otra parte se evita ISI ya que la salida en un periodo de símbolo sólo depende de su periodo de símbolo correspondiente en la entrada. El medio por el que vamos a transmitir presenta un desvanecimiento que depende de la frecuencia pero el hecho de dividir el

ancho de banda en subcanales hace que cada uno de estos vea un desvanecimiento particular que se puede considerar plano y que se refleja en el término  $h_k$ .

### 2.6.2 Modelo en tiempo discreto

Un modelo de sistema OFDM en tiempo discreto se puede observar en la Figura 2.22. Comparando con el modelo en tiempo continuo, el modulador y el demodulador son reemplazados por módulos de IDFT y de FFT respectivamente, y el canal es una convolución en tiempo discreto. Así pues la principal diferencia radica en que las integrales serán sustituidas por sumatorios ya que el tratamiento que se le hace al CP es idéntico en ambos casos.

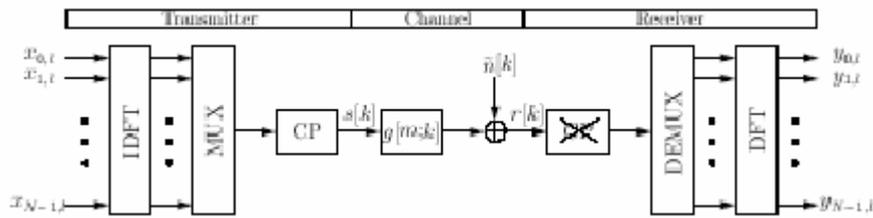


Figura 2.22: Sistema OFDM en tiempo discreto

Como se aprecia en la Figura 2.22, la secuencia de símbolos de entradas procedentes del mapeador se agrupan en bloques de  $N$  símbolos de datos denotados por  $x_m = [x_{0,L}, x_{1,L}, \dots, x_{N-1,L}]$ . A continuación, se aplica la transformada N-IDFT y se le añade un prefijo de longitud  $N_{cp}$  para crear el símbolo OFDM. El resultado es una señal en banda base discreta en el tiempo del  $m$ -ésimo símbolo OFDM que se puede escribir como:

$$s_m(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-N)/N} & \text{si } n \in [0, N + N_{cp} - 1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.16)$$

donde  $n$  es el índice de tiempo discreto.

La señal completa en el tiempo  $s(n)$  es la concatenación de todos los símbolos OFDM.

$$s(n) = \sum_{m=0}^{\infty} s_m(n - m(N + N_{cp})) \quad (2.17)$$

En general, la señal recibida es la suma de la convolución lineal con la respuesta discreta al impulso del canal  $g(n)$  y el ruido blanco, gaussiano y aditivo  $n(n)$ . Se suponen transmisor y receptor perfectamente sincronizados. Basándonos en el hecho de que el prefijo cíclico es suficientemente largo para “acomodar” la respuesta al impulso del canal, es decir  $g(n) = 0$  para  $n < 0$  y  $n > N_{cp} - 1$ , podemos escribir:

$$r(n) = \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta)s(n - \eta) + n(\eta) \quad (2.18)$$

En el receptor, la secuencia recibida es separada en bloques de longitud  $N + N_{cp}$  de los que se descarta el prefijo cíclico de cada uno de ellos. Así resulta el vector  $r_m$ .

El símbolo de datos recibido  $y_{k,m}$  se obtiene aplicando Transformada Discreta de Fourier (DFT) a éste vector  $r_{k,m}$ , quedando  $y_{k,m}$ :

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} r(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.19)$$

Sustituyendo  $r(n)$  de la Ecuación (2.18) en la Ecuación (2.19), ésta se puede escribir:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta)s_m(N_{cp} + n - \eta) \right) e^{-j2\pi kn/N} + \sum_{n=0}^{N-1} n(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.20)$$

Sustituyendo  $s_m(n)$  de la Ecuación (2.16), se llega al resultado siguiente:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-\eta)/N} \right) e^{-j2\pi kn/N} + n_{k,m} \quad (2.21)$$

donde  $\sum_{n=0}^{N-1} n(n) e^{-j2\pi kn/N}$  es la muestra k-ésima de  $n(n)$ . Dado que  $n(n)$  es ruido blanco y gaussiano,  $n_{k,m}$  también será ruido blanco y gaussiano.

Como  $g(\eta)=0$  para todo  $\eta > N_{cp}-1$ ,  $\eta$  toma valores de 0 a  $N-1$  en lugar de 0 a  $N_{cp}-1$ .

Reordenando y agrupando todas las fórmulas anteriores:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( \underbrace{\sum_{\eta=0}^{N-1} g(\eta) e^{-j2\pi k \eta / N}}_{\text{DFT}} \right) x_{k,m} e^{j2\pi kn/N}}_{\text{IDFT}} \right) e^{-j2\pi kn/N} + n_{k,m} \quad (2.22)$$

DFT

IDFT

DFT

Y resolviendo las operaciones anidadas se obtiene como resultado final:

$$y_{k,m} = h_k x_{k,m} + n_{k,m} \quad (2.23)$$

donde  $h_k$  es la transformada DFT de  $g(n)$ .

Esta fórmula demuestra que el símbolo de datos recibido  $y_{k,m}$ , es igual al símbolo de datos transmitido  $x_{k,m}$  multiplicado por el coeficiente  $h_k$  sumado a la contribución de la transformada del ruido  $n_{k,m}$ , lo que implica que el símbolo recibido solo depende de ese instante y no de instantes anteriores.

Analizando el sistema de una forma más analítica, la entrada en el receptor es la convolución lineal entre la señal transmitida y el canal más el ruido del canal. Desde el punto de vista del receptor, el uso de un CP con una longitud mayor que la del canal, implica la transformación de la convolución lineal en una convolución circular. Si denotamos esta convolución circular por  $\otimes$  podemos expresar el sistema OFDM completo como:

$$y_l = DFT(IDFT(x_l) \otimes g_l + \tilde{n}_l) = DFT(IDFT(x_l) \otimes g_l) + n_l \quad (2.24)$$

donde  $y_l$  contiene los  $N$  datos recibidos,  $x_l$  los  $N$  puntos pertenecientes a la constelación en el transmisor,  $g$  es la respuesta impulsiva del canal (rellenada de ceros hasta obtener la longitud  $N$ ), y  $\tilde{n}_l$  es el ruido introducido por el canal. Como el ruido lo consideramos blanco y gaussiano, entonces el término  $n_l = DFT(\tilde{n}_l)$  representa ruido gaussiano incorrelado. Así la DFT de la convolución circular de dos señales es equivalente al producto de las transformadas de cada una de las señales de forma individual. Denotando al producto elemento a elemento como “ $\cdot$ ” podemos escribir:

$$y_l = x_l \cdot DFT(g_l) + n_l = x_l \cdot h_l + n_l \quad (2.25)$$

donde  $h_l = DFT(g_l)$  es la respuesta en frecuencia del canal. Así hemos encontrado el mismo tipo de sistema que en el caso frecuencial con la única diferencia que la atenuación del canal  $h_l$  viene dada por la DFT de  $N$  puntos del canal discreto, en lugar de la respuesta frecuencial dada por  $h_l = G\left(k' \frac{W}{N}\right)$ , es decir la Transformada de Fourier de  $g(\tau)$ .

### 2.6.3 Imperfecciones respecto al modelo ideal

Dependiendo de la situación que se analice, las imperfecciones en un sistema real OFDM deben ser ignoradas o explícitamente incluidas en el modelo. A continuación, mencionamos algunas de estas imperfecciones y sus correspondientes efectos.

#### - **Dispersión**

Si la dispersión en tiempo y en frecuencia que introducen ISI e ICI no son suficientemente mitigadas por la utilización del CP y una separación larga entre las portadoras hay que incluirla en el modelo. Una forma de hacerlo es modelar estos efectos mediante un incremento del ruido aditivo.

#### - **No linealidades**

Los sistemas OFDM tienen una gran relación potencia de pico a potencia media (PAPR) y son muy exigentes en cuanto a linealidad en los amplificadores de potencia. Las no linealidades en los amplificadores causan tanto ISI como ICI en el sistema.

Especialmente, si los amplificadores no se diseñan para un back-off de salida (OBO) adecuado.

- **Interferencias externas**

Tanto los sistemas sobre cable como los inalámbricos están sujetos a interferencias externas. Para el caso inalámbrico, la interferencia suele provenir de otras transmisiones y equipamiento electrónico situado en la vecindad de los propios del sistema. Para los sistemas sobre soporte físico, lo más común será encontrarnos con crosstalk. En cualquier caso, la interferencia suele modelarse como un ruido coloreado.

## **2.7 Propiedades y características de OFDM**

En general los sistemas OFDM presentan las siguientes propiedades:

➤ **Ventajas:**

- Realiza un uso eficiente del espectro.
- Al dividir el canal en subcanales de banda estrecha el sistema se hace más robusto ante caídas selectivas en frecuencia.
- Eliminan el efecto de la ICI e ISI gracias a la inserción del CP.
- Usando una determinada codificación de canal y entrelazado, el sistema puede responder ante pérdidas de datos durante la transmisión.
- La ecualización es más sencilla que en los sistemas de portadora única.
- OFDM es computacionalmente eficiente debido al uso de la FFT.
- En unión con técnicas de modulación diferencial desaparece la necesidad de realizar estimación de canal.

➤ **Inconvenientes**

- Los sistemas OFDM son altamente sensibles a los errores de sincronización tanto frecuencial como temporal.
- La señal OFDM presenta un elevado rango dinámico y por tanto son muy sensibles a las no linealidades introducidas por los amplificadores, por lo que

requiere amplificadores de potencia en radio frecuencia con una elevada relación “potencia de pico frente a potencia media”.

Una vez enunciadas las principales ventajas de estos sistemas procederemos a realizar un análisis de ciertos aspectos en concreto.

### 2.7.1 Importancia de la ortogonalidad

El principal concepto de las señales OFDM es la ortogonalidad de las subportadoras. Si usamos como portadoras una señal senoidal, el área de un periodo es cero ya que la parte positiva de la señal se cancela con la negativa. Esta afirmación se comprueba fácilmente en la Figura 2.23:

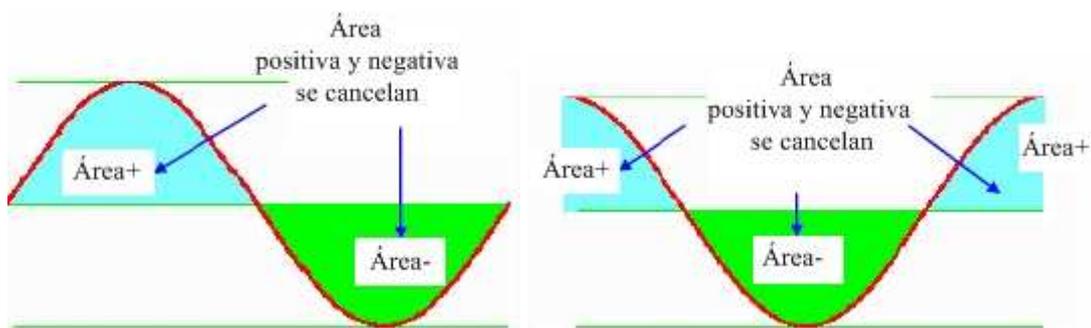


Figura 2.23: Señales sinusoidales de área nula

Consideremos una onda senoidal de frecuencia  $m$  y la multiplicaremos por otra de frecuencia  $n$ , siendo  $n$  y  $m$  enteros. La integral del área bajo este producto viene dada por  $f(t) = \sin(mt)\sin(nt)$ .

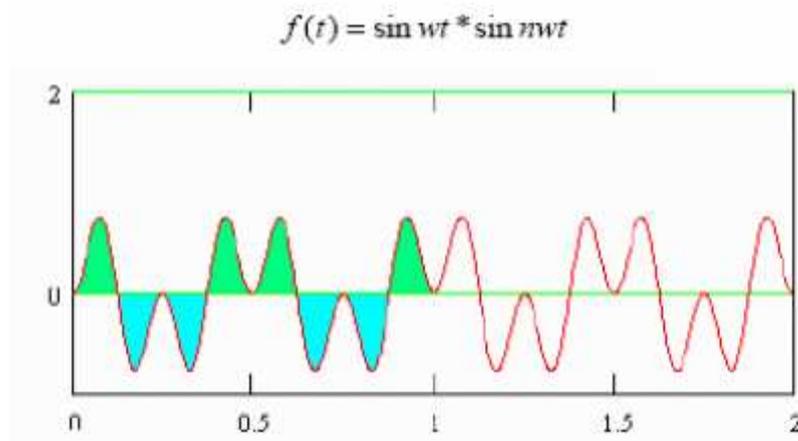


Figura 2.24: El producto de una señal sinusoidal por un armónico suyo es cero

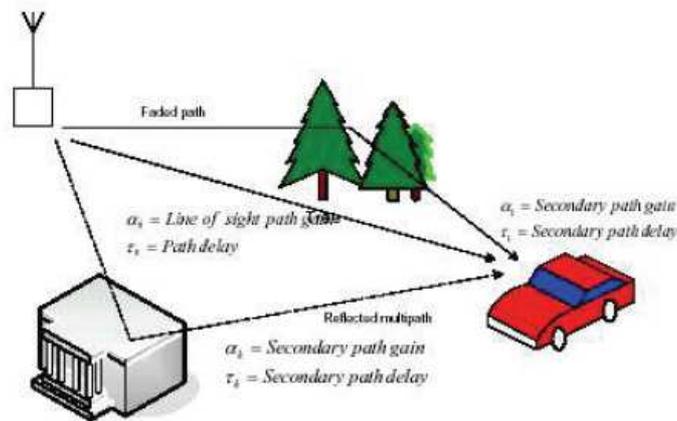
Basándonos en una sencilla regla trigonométrica podemos escribir:

$$f(t) = \sin(wnt)\sin(nwt) = \frac{1}{2}\cos(m-n) - \frac{1}{2}\cos(m+n) \quad (2.26)$$

Cada una de estas dos componentes es también una senoide, por lo que la integral bajo su área es cero. Podemos concluir pues que en general para todos los números enteros  $n$  y  $m$  las señales senoidales de frecuencias  $n$  y  $m$  son ortogonales entre sí. Este concepto de ortogonalidad es clave en OFDM ya que nos permite la transmisión simultánea en un estrecho rango de frecuencias y sin que se produzcan interferencias entre ellas.

### 2.7.2 Efecto del desvanecimiento

Si en el trayecto desde el transmisor al receptor se tienen reflexiones u obstrucciones, puede provocarse un efecto por desvanecimiento. En este caso, la señal puede alcanzar el receptor por medio de diferentes rutas, cada una de ellas copia de la original. Cada uno de estos rayos presenta una pequeña desviación en la fase, es decir un cierto retraso y en la ganancia. El resultado de estos retrasos se suma a la componente principal de la señal pudiendo producir una cierta degradación de la misma.



$$h_c(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \alpha_k \delta(t - \tau_k)$$

$\alpha_k$  = Complex path gain

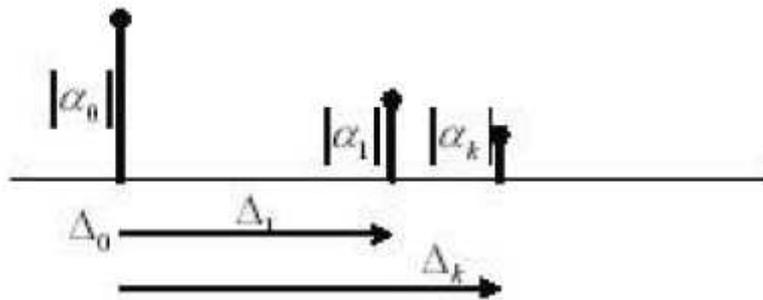
$\tau_0$  = Normalized path delay relative to LOS

$\Delta_k = \tau_k - \tau_0$  difference in path time

Figura 2.25: Señal con multitrayecto

El desvanecimiento es un gran problema que afecta a las señales. La señal se pierde y la demodulación ha de encontrar una forma de tratar esto. El desvanecimiento se da generalmente cuando se cambia de ruta, como por ejemplo cuando se va en coche, o se está dentro de un edificio o en un área urbana con edificios altos.

Si representamos las interferencias como impulsos, se pueden representar de la siguiente forma.



**Figura 2.26: Representación de señal principal y señales retrasadas**

En el desvanecimiento, las señales reflejadas que están retrasadas se añaden a la señal principal y provoca ganancias o desvanecimientos profundos en la señal. Por desvanecimientos profundos, entendemos que la señal está cerca de eliminarse y la señal es tan pequeña que el receptor no es capaz de reconocerla.

El máximo retraso permisible es conocido como el retraso extendido de la señal en un entorno determinado. Este retraso puede ser tal que sea menor o mayor que el tiempo de símbolo.

La Figura 2.27a representa el espectro de la señal, las líneas en negrita muestran la respuesta deseada en el canal, es como una especie de puerta por el que las señales deben pasar. La puerta es lo suficientemente larga como para que permita que la señal atraviese sin sufrir distorsión.

Un desvanecimiento de la respuesta del canal sería algo más parecido a lo que se muestra en la Figura 2.27b, se nota que en algunas frecuencias de la banda, el canal no permite el paso de información, son las frecuencias con desvanecimientos profundos. Esta forma de la respuesta en frecuencia del canal se conoce como desvanecimiento selectivo en frecuencia, porque este efecto no se provoca de una manera uniforme en toda la banda sino que ocurre sólo a determinadas frecuencias.

Si el entorno va cambiando, como por ejemplo cuando se va en un coche en movimiento, entonces la respuesta también va cambiando y el receptor ha de estar preparado para tratar este tipo de situación.

El término de desvanecimiento de Raileigh se usa cuando no existe componente directa y todas las señales que alcanzan el receptor son reflejadas. A este tipo de entorno se le conoce como desvanecimiento de Raileigh.

En general cuando el retraso es menor que un símbolo, se produce el llamado desvanecimiento plano. Cuando el retraso es mucho mayor que un símbolo se produce el desvanecimiento selectivo en frecuencia.

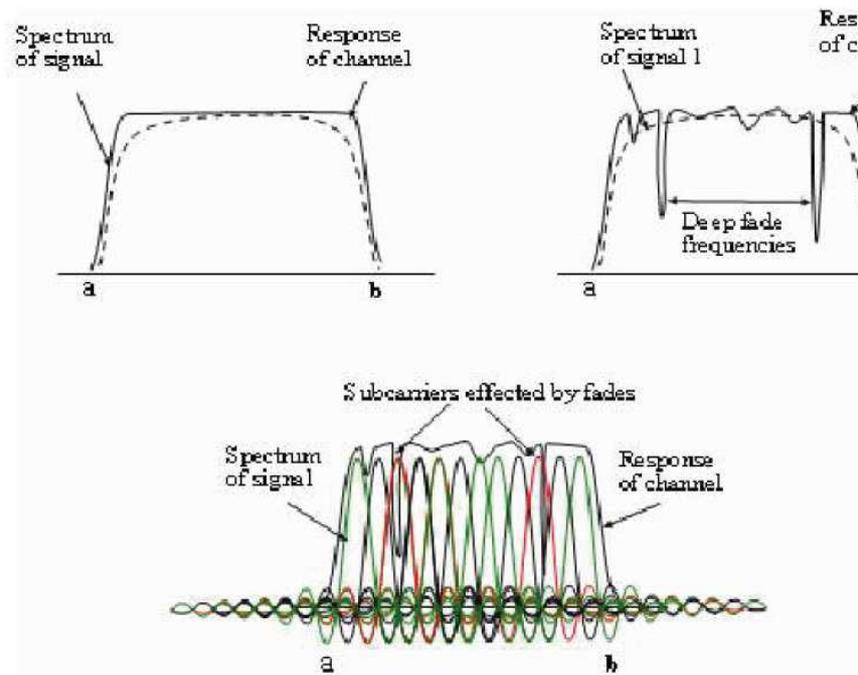


Figura 2.27: (a) Señal bajo canal ideal. (b) Canal con desvanecimientos profundos a determinadas frecuencias. (c) Señal OFDM bajo canal con desvanecimientos.

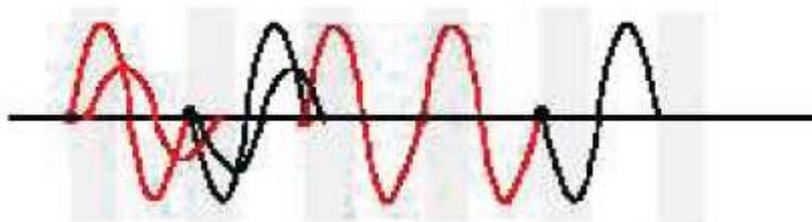
Una señal OFDM proporciona una ventaja en canales donde aparecen desvanecimientos selectivos en frecuencia. Como se puede observar en la Figura 2.27c, si colocamos el espectro de una señal OFDM con la respuesta del canal selectivo en frecuencia, sólo dos subportadoras se ven afectadas por el desvanecimiento, el resto permanecen intactas. Sólo se pierde una pequeña parte de los  $1/N$  bits, además con un código apropiado se puede recuperar.

La representación de la BER de una señal OFDM en un canal con desvanecimiento es mucho mejor que la representación de una señal simple QPSK/FDM. Pero en canales con desvanecimiento, OFDM proporciona una BER mucho mejor que la de una señal de banda ancha con la misma modulación. La ventaja proviene de la diversidad de las subportadoras ya que los desvanecimientos sólo afectan una pequeña parte.

En las portadoras FDM, normalmente la señal se forma con un pulso de coseno alzado RRC (Root Raised Cosine) para reducir su ancho de banda. En OFDM como el espacio entre las subportadoras es óptimo, lo que hace que su ancho de banda proporcione una ventaja natural, y entonces el uso de RRC no aportaría mejor solución.

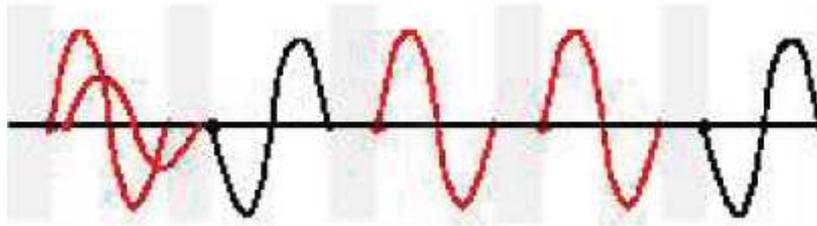
### **2.7.3 Retraso expandido y uso del prefijo cíclico**

Imaginemos que estamos conduciendo mientras llueve, y el coche es salpicado con un charco de agua por el coche que va delante. Entonces de manera intuitiva lo que tenderíamos a hacer sería aumentar la distancia entre los dos coches, lo suficientemente lejos como para que no te volviera a alcanzar el agua. Por analogía podríamos equiparar este ejemplo con el fenómeno que produce el retraso en la señal y la forma de evitarlo.



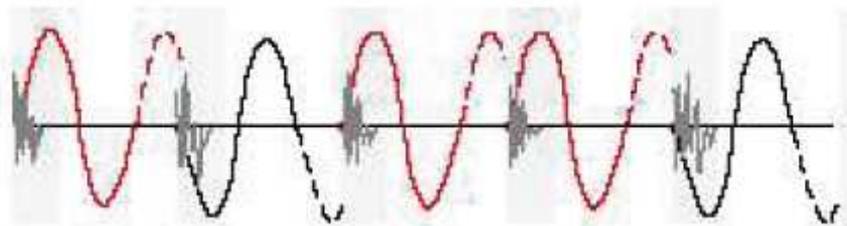
**Figura 2.28: Símbolo PSK y su versión retrasada**

Para eliminar el ruido que se produce al principio del símbolo, hemos de desplazar el símbolo lejos de la zona donde se encuentra el retraso de la señal precedente. Se dejará un pequeño espacio de guarda entre los símbolos para evitar este fenómeno. La Figura 2.29 muestra como al dejar los espacios en blanco entre los símbolos se evita la interferencia que aparecía en los símbolos posteriores.



**Figura 2.29: Símbolo PSK y su versión retrasada con espacios de guarda**

Sin embargo no podemos permitir la ausencia de señal entre símbolos, es decir no es admisible la falta de continuidad en las señales, ya que este fenómeno impedirá el correcto funcionamiento hardware del sistema ya que éste trabaja cíclica y continuamente con las señales. Es obvio pues, que nos enfrentamos con una gran adversidad que requiere una solución. En primera instancia se podría permitir que los símbolos tuvieran una mayor longitud. Tal y como se muestra en la Figura 2.30, si se extienden los símbolos, la parte final del mismo que contiene la información relevante a la fase se vería afectada por el solapamiento de las señales retardadas.

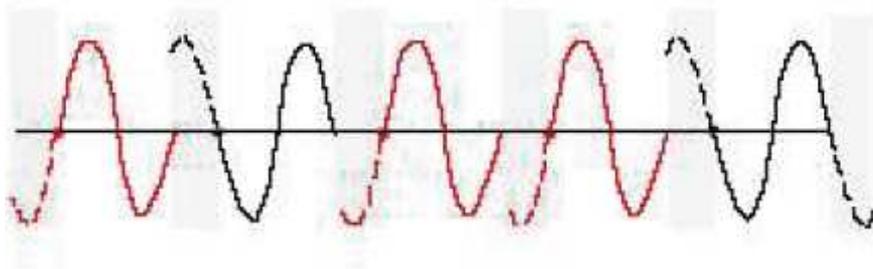


**Figura 2.30: Solapamiento producido al extenderse el símbolo**

Se extiende la señal en el espacio vacío de forma que el símbolo actual ocupa más de un ciclo. Sin embargo en este caso el comienzo del símbolo sigue perteneciendo a una zona conflictiva y éste es de vital importancia ya que el decisor establece en esta parte, el carácter del bit, es decir si es un “1” o un “0”. Para evitar posibles errores en

una zona tan conflictiva, se desplazará el símbolo hacia atrás de forma que el inicio del símbolo original se sitúe fuera de esa zona y se rellena el área desplazada.

Tal y como se desprende de la Figura 2.31, si se mueve el símbolo hacia atrás y se rellena convenientemente, no sólo se obtiene una señal continua (eliminado el problema anterior) sino que no surge el dilema de donde cortar la señal antes de demodular.

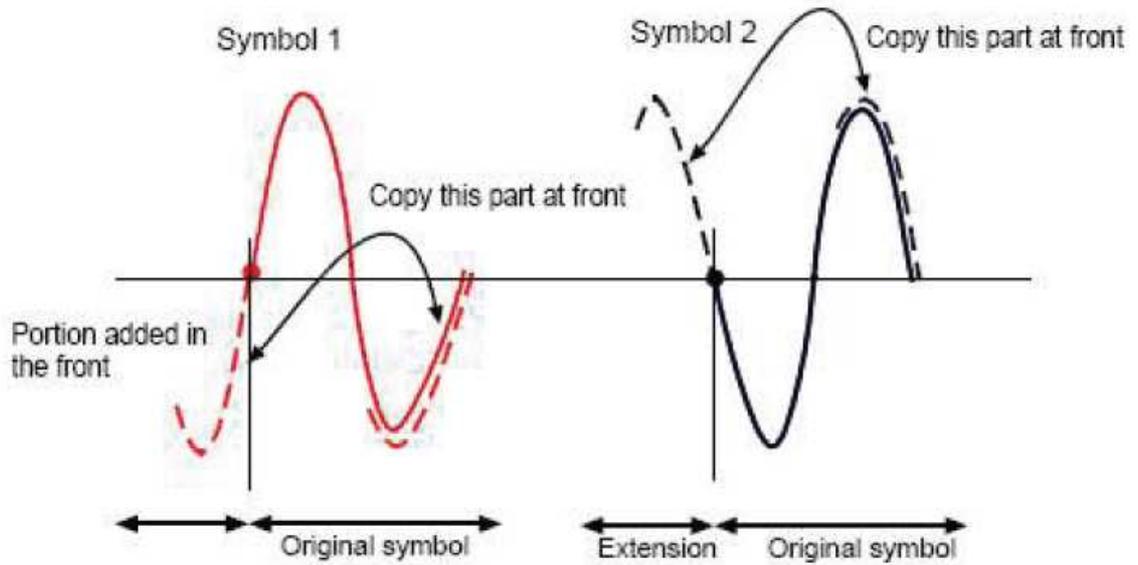


**Figura 2.31: desplazamiento del símbolo y relleno**

El proceso consiste pues en desplazar el símbolo de inicio hasta el límite que establece el esparcimiento producido por el retardo temporal y posteriormente rellenar el espacio de guarda generado con una copia procedente de la cola del símbolo. Con esta acción se cumple un doble objetivo:

1. Por un lado se mantiene el comienzo del símbolo fuera de la zona complicada con lo que se evita que se pueda corromper.
2. Se comienza la señal en la nueva frontera establecida por el límite del símbolo actual y que se encuentra fuera de la zona que no interesa.

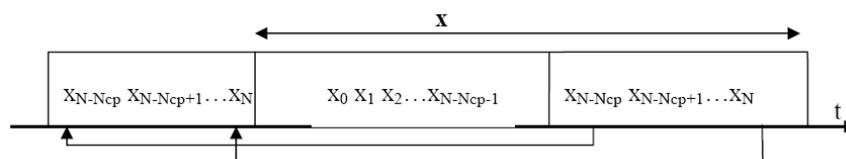
El proceso anteriormente descrito se conoce como adición de un prefijo cíclico.



**Figura 2.32: CP no es más que bits superfluos de señal añadidos al principio del símbolo**

En OFDM se producen se realizan exactamente los procesos descritos. Una de las mayores ventajas de OFDM es su eficiencia atajando los efectos de retardos del canal multitrayectoria. En la mayoría de aplicaciones de OFDM, se inserta un intervalo de guarda entre los símbolos OFDM para prevenir las interferencias intersímbolo (ISI). Este intervalo de guarda se elige con duración mayor que el máximo retardo de entre todas las subportadoras de forma que las componentes debidas al retardo de un símbolo no interfieran en el siguiente. Consiste normalmente en una ristra de ceros.

Sin embargo, en ese caso, mientras que ISI no afecta, la interferencia interportadora (ICI) puede causar la pérdida de ortogonalidad entre subportadoras. Para anticiparnos al problema ICI, normalmente el símbolo OFDM se extiende cíclicamente en el intervalo de guarda. Así, cualquier réplica directa o retrasada de la señal continuará teniendo un número entero de ciclos. Esto asegura la ortogonalidad de los distintos subcanales siempre que el retardo sea menor al intervalo de guarda elegido.



**Figura 2.33: Símbolo OFDM tras la introducción del Prefijo Cíclico**

Se define la duración del CP (en número de muestras) por el entero  $N_{cp}$ , que debe ser mayor que la longitud de la respuesta al impulso del canal para evitar efectivamente ISI e ICI. Se copian y pegan al principio los  $N_{cp}$  últimos bits del símbolo:  $x(-1) = x(N-1)$ ;  $x(-2) = x(N-2)$ ; ...;  $x(-N_{cp}) = x(N-N_{cp})$ .

En la Figura 2.34 se muestra un ejemplo de una señal OFDM con periodo igual a 32 muestras. Se desea añadir un CP del 25% para desplazar la señal. En primer lugar se toman trozos 32 muestras de longitud y se toma el 25% (es decir 8) de las muestras y se suman al principio.

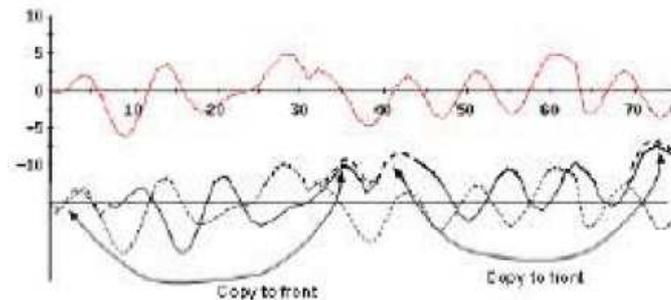


Figura 2.34: Adición del prefijo cíclico

Se añade el CP tras haber realizado el IFFT, justo antes de componer la señal. Tras haber llegado al receptor, se elimina el CP, para restablecer de nuevo la señal perfectamente periódica a la que aplicar la FFT y poder así recuperar la información de cada subportadora.

Pero no todos serán beneficios puesto que la inclusión del CP, a pesar que reduce los efectos del desvanecimiento y la interferencia intersimbólica, aumenta el ancho de banda de la señal y la energía que se debe transmitir incrementa con la longitud del prefijo cíclico.

La pérdida en SNR debida a la inserción del CP es:

$$SNR_{loss} = -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{N_{cp}}{N_T} \right) \quad (2.27)$$

donde  $N_{cp}$  es la longitud del prefijo cíclico y  $N_T = N_{cp} + N$ , siendo  $N$  la longitud de un símbolo OFDM.

### 2.7.4 Número óptimo de portadoras y del intervalo de guarda

Cuando la tasa de transmisión de símbolos, la selectividad en frecuencia y temporal del canal son restricciones, las prestaciones en la transmisión se vuelven más sensibles a la selectividad temporal, tanto más, cuanto mayor sea el número de subportadoras, puesto que la mayor anchura de la duración de símbolo hace al sistema más sensible al ruido FM aleatorio, mientras que se vuelven pobres cuando el número de subportadoras decrece, puesto que la anchura del espectro de potencia de cada subportadora hace al sistema ser menos robusto a la selectividad en frecuencia.

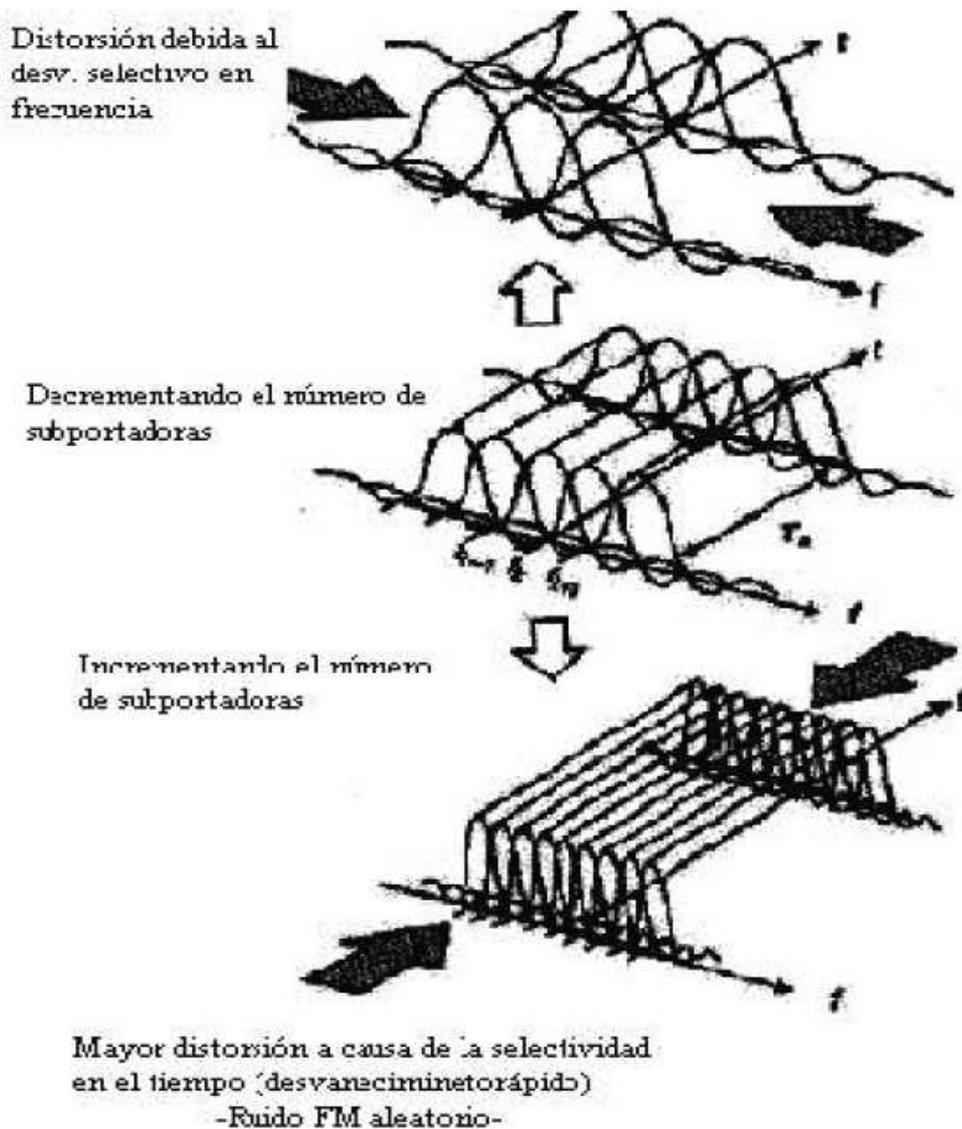


Figura 2.35: Relación entre en número de subportadoras, tiempo de símbolo, selectividad en tiempo y en frecuencia.

Por otro lado, las prestaciones de la transmisión se vuelven pobres cuando la longitud del intervalo de guarda se incrementa, ya que la transmisión de la señal en el intervalo de guarda introduce una pérdida de potencia, mientras que se vuelve más sensible a la selectividad en frecuencia cuando la longitud del intervalo de guarda decrece, ya que al ser más corto esa guarda lo hace menos robusto al retraso producido por el ensanchamiento.

### **2.7.5 Espectro de una señal OFDM**

Las señales QPSK producen un espectro cuyo ancho de banda se puede expresar como  $BW = (1+\alpha)R_S$ . En OFDM, las portadoras adyacentes a la de información, pueden solaparse tal y como se ve en la Figura 2.36.

La suma de dos portadoras, permite ahora transmitir  $3R_S$  sobre un ancho de banda de  $[-2R_S, 2R_S]$ . Esto produce una eficiencia espectral de  $4/3$  Hz por símbolo para tres portadoras o una de  $6/5$  para 5 portadoras.

Como regla general se cumple que si añadimos  $N$  portadoras, la eficiencia espectral vendrá dada por  $(N+1)/N$  Hz por símbolo.

Así, cuanto mayor sea el número de portadoras, mayor eficiencia. En la Figura 3.37 se nos muestra el espectro de una señal OFDM. Cabe destacar que el rango de la señal que no nos interesa disminuye rápidamente 50dB y si comparamos ese espectro con el de la Figura 3.38, comprobamos como ésta tiene mucha menor varianza y además las bandas laterales no disminuyen tan súbitamente.

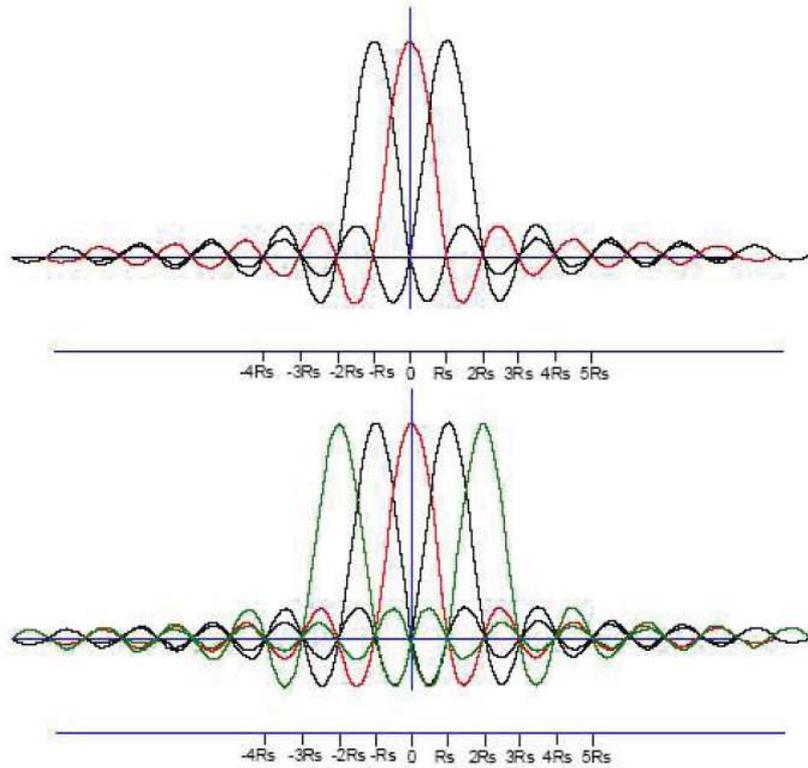


Figura 2.36: Espectro de una señal OFDM frente al espectro de una señal QPSK

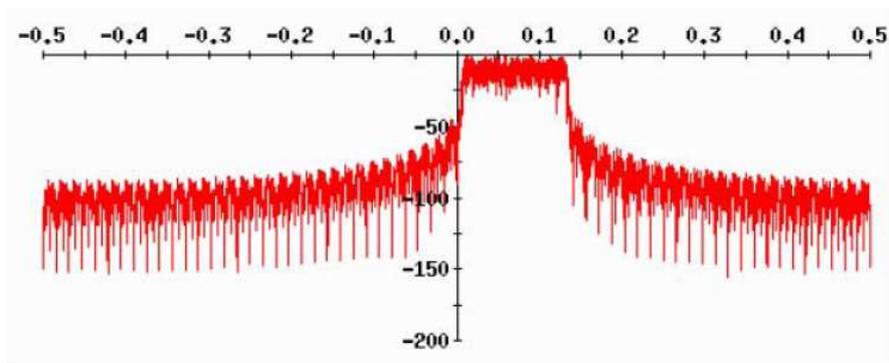


Figura 2.37: Espectro de una señal OFDM con 1024 portadoras

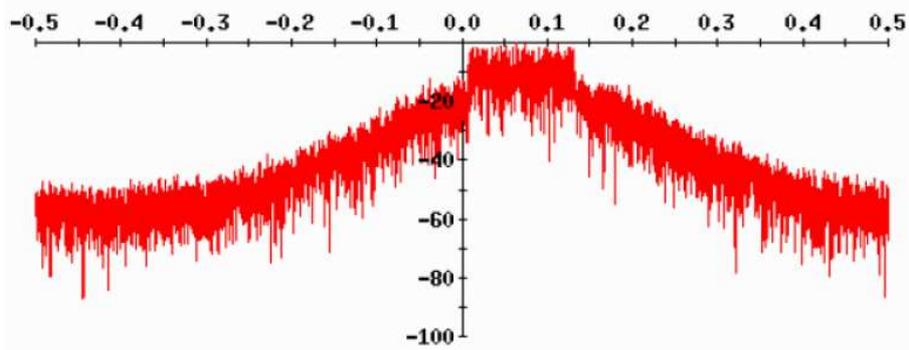


Figura 2.38: Espectro de una señal QPSK

### 2.7.6 PAPR (Peak to Average Power Ratio)

Si una señal procede de la suma de  $N$  señales cuya amplitud máxima es 1 voltio, no es descabellado pensar que en un determinado instante esta señal pueda alcanzar una amplitud máxima de  $N$  en el caso de que las  $N$  señales se encuentren sumando sus máximos simultáneamente.

La PAPR se define como:

$$R = \frac{|x(t)|^2}{P_{avg}} \quad (2.28)$$

donde  $P_{avg}$  representa la potencia media.

Para una señal OFDM con 128 sub-portadoras, cada una con una potencia normalizada de 1 W, el máximo PAPR que se puede producir es de 21 dB. Este será el caso en el que las 128 portadoras se combinen en su punto máximo. El valor medio de PAPR rondará los 10-12 dB.

La variación de la amplitud que se puede observar en la Figura 2.38 produce un aumento del nivel del ruido en la banda de interés y un incremento de la tasa de error de bit cuando una señal OFDM atraviesa un amplificador no lineal. Este efecto impide el uso de señales OFDM en aplicaciones que requieran estos amplificadores como puede ser un enlace satélite.

Para mitigar la PAPR existen varias posibilidades:

1. Mantener el nivel de potencia: Podemos mantener la potencia de la señal en un cierto nivel deseado. Esto reduce la PAPR pero introduce otras distorsiones y la ICI.
2. Mapeo Selectivo: Se trata de multiplicar la señal de datos por un conjunto de códigos, calcular la IFFT de cada uno y escoger aquel que presente menor PAPR.

3. IFFT parcial: Consiste en dividir la señal en celdas, calcular la IFFT de cada una y combinarlas. De esta forma, si subdividimos 128 subportadoras en cuatro grupos de 32, la máxima PAPR será de 12 dB en lugar de 21 dB del conjunto completo. Posteriormente se combinan las cuatro secuencias para formar la señal transmitida.

### **2.7.7 Parámetros de una señal real de OFDM**

Veremos los parámetros reales de los sistemas OFDM en cualquiera de las aplicaciones típicas de este tipo de modulación, como puede ser por ejemplo la DVB o ADSL.

Los parámetros con sus correspondientes valores son:

- Tasa de datos: De 6 Mbps a 48 Mbps.
- Tipo de modulación: BPSK, QPSK, 16 QAM y 64 QAM
- Codificación: Convolutacional concatenado con Reed Solomon.
- Periodo de la FFT : También denominado periodo de símbolo, su valor típico es de  $1/\Delta = 3.2 \mu\text{seg}$ .
- Tamaño de la FFT : 64 de los cuales se suelen usar sólo 58, 48 para datos y 4 para señales piloto.
- Separación de frecuencia entre subportadoras: 20 Mhz divididos en 64 portadoras de 0.3125 Mhz.
- Duración del periodo de guarda: Un cuarto de símbolo, es decir, 0.8  $\mu\text{seg}$ .
- Tiempo de símbolo: 4  $\mu\text{seg}$ .

## **2.8 Problemas OFDM**

Los principales problemas que tiene OFDM son la sensibilidad frente a errores en la sincronización, la existencia de picos en la señal mucho mayores que la media de la señal (la señal OFDM tiene el aspecto de una señal aleatoria esto hace que tenga picos mucho mayores que la media) y la potencia fuera de banda, además del problema que acarrearán las no linealidades que estudiaremos con más detenimiento en el Capítulo 3 de este proyecto.

A continuación se exponen los problemas de sincronización: de símbolo, de frecuencia de portadora y de frecuencia de muestreo así como el problema de la amplitud y el de la potencia fuera de banda. Al final de este apartado también se muestra el efecto de estos problemas en un entorno multitrayecto.

### 2.8.1 Sincronización de símbolo

En los sistemas OFDM se presta una gran atención a la sincronización de símbolo por su gran importancia, sin embargo los requerimientos de temporización se relajan gracias a la inclusión del CP.

Un offset de temporización provoca una rotación de las subportadoras dentro de la constelación de señales usada, mayor cuanto más cerca se encuentren de los extremos de la banda de frecuencia. Realizaremos un análisis de este fenómeno.

Supongamos que la señal en recepción lleva un retraso de  $n\varepsilon$  muestras no corregidas, es decir estamos la siguiente situación:

$$r(n - n\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \sum h(i) a_k e^{-j2\pi ki/N} \right] e^{-j2\pi k(n-n\varepsilon)/N} \quad (2.29)$$

Los puntos de la constelación que toma el demodulador en recepción sufren un doble efecto:

$$Z_k = a_k \left[ \sum h(i) e^{-j\frac{2\pi ki}{N}} \right] e^{-j\frac{2\pi kn\varepsilon}{N}} \quad (2.30)$$

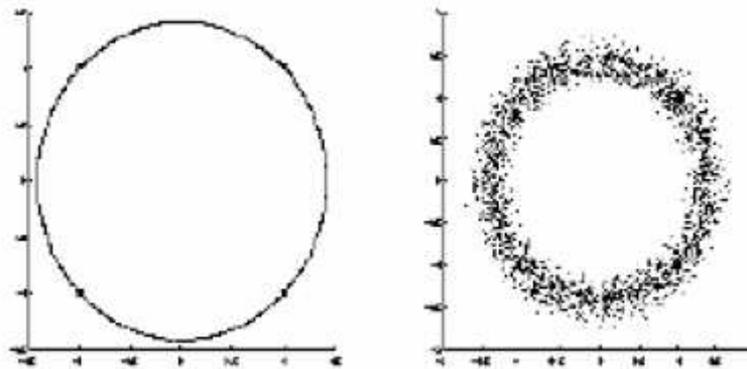
Por un lado  $k$  a toma el efecto del canal mediante el producto con la función de transferencia  $H(k)$ :

$$H(k) = \sum h(i) e^{-j\frac{2\pi ki}{N}} \quad (2.31)$$

Por otro lado  $a_k$  también sufre una rotación que viene determinada por el término de  $e^{-j\frac{2\pi kn\epsilon}{N}}$ .

Podemos ver como hemos dicho que el efecto es más intenso a medida que incrementamos la frecuencia, o lo que es lo mismo cuanto más nos acerquemos al extremo de la banda.

A continuación se muestra una imagen sobre el efecto en una constelación QPSK:



**Figura 2.39: Efecto de error en sincronización de símbolo sobre constelación QPSK**

Si el error de sincronización es lo suficientemente pequeño como para mantener la respuesta impulsiva del canal constante dentro del CP, entonces la ortogonalidad se mantiene. En este caso el offset se puede considerar como un desplazamiento de fase introducido por el canal, de manera que las rotaciones de fase introducidas pueden estimarse mediante un estimador de canal, sin embargo si el desplazamiento es mayor que la longitud del CP, entonces la ISI sí afectará nuestro sistema.

### 2.8.1.1 Estimadores de tiempo

Describiremos dos posibles alternativas basadas en estimadores de tiempo para minimizar las consecuencias de este negativo efecto: una primera opción basada en pilotos y otra en el prefijo cíclico.

➤ **Opción basada en pilotos:** Fueron Warner y Leung los que propusieron una solución del primer tipo. Utilizaron un esquema donde la señal OFDM se transmitía en FM, y el transmisor codificaba un cierto número de subcanales reservados con fases y amplitudes conocidas. Esto le permite la comparación entre la señal recibida y la que debería tener. Estos algoritmos se pueden dividir en tres etapas:

- En la primera (detección de potencia) se detecta si hay presencia de señal OFDM midiendo el nivel de potencia y comparándolo con un cierto umbral decidiendo si ha llegado un símbolo.
- En la segunda fase (detección gruesa) se adquiere un alineamiento de sincronización con un error máximo de 0.5 muestras. Este grado de alineamiento no es aceptable, sino que se usa para simplificar el posterior proceso de captura, ya que éste supone que el error de temporización es pequeño. Esta sincronización gruesa se obtiene correlando la señal recibida con una copia retrasada de la misma. Para poder detectar el pico de correlación con suficiente precisión, se usa un filtro digital que interpola los datos a una velocidad cuatro veces superior a la original.
- En la última fase (sincronización fina), los subcanales reservados se ecualizan con la estimación de canal obtenida a partir de los pilotos. Dado que la sincronización gruesa garantiza que el error de temporización es menor que 0.5 muestras, la respuesta impulsiva del canal se encuentra dentro del CP.

➤ **Opción basada en prefijo cíclico:** La diferencia entre dos muestras espaciadas  $N$  posiciones se puede representar como  $r(k) - r(k + N)$ . Cuando una muestra pertenece al prefijo cíclico y la otra al símbolo OFDM del cual se ha copiado, dicha diferencia es pequeña. Si se enventana con una ventana rectangular de la misma longitud que el CP obtendremos una serie de mínimos, cada uno de los cuales se encontrará al comienzo de los símbolos OFDM. Esta idea se formaliza matemáticamente mediante la función de verosimilitud, la cual se maximiza para obtener de manera simultánea los offsets temporal y frecuencial. Para el caso de offset frecuencial nulo y offset temporal  $\theta$  tenemos:

$$\Lambda(\theta) = \sum_{k=\theta}^{\theta+L-1} \frac{2}{SNR+1} \operatorname{Re}\{r(k)r^*(k+N)\} - \frac{SNR}{SNR+1} |r(k) - r(k+N)|^2 \quad (2.32)$$

### 2.8.2 Ruido de fase de portadora

Es causado por las imperfecciones de los osciladores del transmisor y del receptor. Para canales selectivos en frecuencia, la rotación de fase que introduce esta anomalía es indistinguible de las rotaciones de fase de un error de temporización. El ruido de fase se modela mediante un proceso de Wiener  $\theta(t)$  con  $E\{(\theta(t_0+t)-\theta(t_0))^2\}=4\pi\beta|t|$  donde  $\beta$  en Hz. Se puede estimar la degradación en la SNR provocada por el ruido de fase o lo que es lo mismo el incremento en la SNR necesitado para mantener la calidad del enlace.

$$D(db) \approx \frac{11}{6 \ln 10} \left( 4\pi N \frac{\beta}{W} \right) \frac{E_s}{N_0} \quad (2.33)$$

donde  $W$  representa el ancho de banda y  $E_s/N_0$  la SNR por símbolo. Nótese que la degradación aumenta con el número de portadoras. Debido a las rápidas variaciones de la fase del ruido, se pueden producir grandes problemas.

### 2.8.3 Sincronización de la frecuencia de muestreo

La señal continua recibida debe ser muestreada en instantes de tiempo dados por el reloj de recepción. Existen dos tipos de métodos que tratan con el error en la frecuencia de muestreo.

En sistemas de muestreo sincronizado un algoritmo de temporización controla un oscilador de cristal controlado por tensión con objeto de alinear los relojes de transmisión y recepción. El otro método es el de muestreo no sincronizado, en el cual la tasa de muestreo permanece fija y se realiza un post-procesado digital.

El efecto de un offset en la frecuencia es doble: la componente útil de la señal se ve rotada y atenuada, y por otro lado se introduce ICI en el sistema.

A partir de los estudios publicados hasta la fecha se desprende que los sistemas de muestreo no sincronizados son mucho más sensibles al offset de reloj que los de muestreo sincronizado.

### 2.8.4 Sincronización frecuencia de subportadora

El offset frecuencial se produce como consecuencia de diferencias en los osciladores de transmisor y receptor, desplazamientos Doppler o desfases introducidos por canales no lineales. Hay dos efectos destructivos provocados por el offset en la frecuencia de portadora: uno es la reducción en la amplitud de la señal como consecuencia de que las senoides no se muestrean en su máximo, el otro es la aparición de ICI en el sistema. Este último es provocado por la pérdida de de ortogonalidad entre los subcanales.

En la Figura 2.40 vemos la reducción de la amplitud, al no muestrearse en el máximo; y cómo se produce la ICI al tomar parte de la señal del subcanal contiguo.

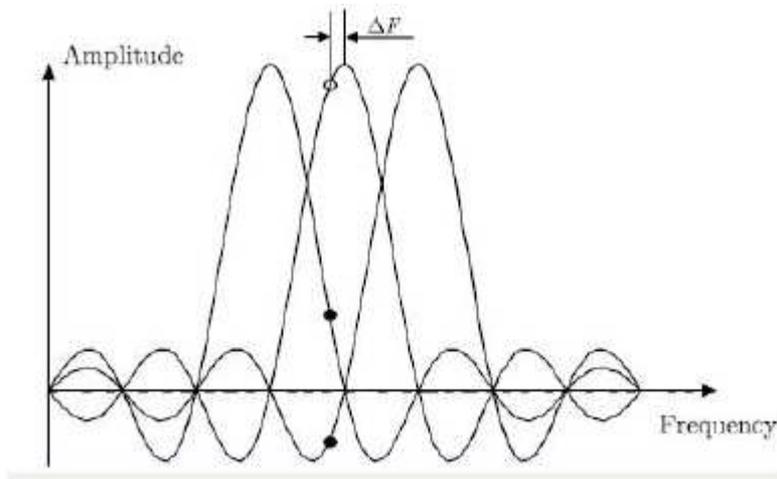


Figura 2.40: Representación de un efecto de offset en la frecuencia de muestreo

Pollet evaluó analíticamente la degradación en la BER provocada por la presencia de offset frecuencial de portadora para un canal AWGN. Denotemos el offset frecuencial relativo, normalizado por el espacio entre subcanales como:

$$\Delta f = \frac{\Delta F}{W/N} \quad (2.34)$$

donde  $\Delta F$  es el offset frecuencial,  $N$  es el número de subportadoras y  $W$  el ancho de banda de la señal OFDM. La degradación  $D$  que sufre la SNR (en dB) puede ser aproximada por:

$$D(\text{dB}) \approx \frac{10}{3 \ln 10} (\pi \Delta f)^2 \frac{E_s}{N_0} = \frac{10}{3 \ln 10} \left( \pi \frac{N \Delta f}{W} \right)^2 \frac{E_s}{N_0} \quad (2.35)$$

vemos como  $D$  aumenta con el cuadrado del número de canales cuando  $\Delta F$  y  $W$  son constantes.

### 2.8.4.1 Estimadores de frecuencia

Al igual que en el caso de la sincronización de símbolo, los distintos esquemas de sincronización de portadora se basan en el uso de pilotos o en el aprovechamiento de las características del CP.

➤ **Opción basada en pilotos:** En los algoritmos basados en pilotos, algunas subportadoras se usan para la transmisión de símbolos conocidos. Este conocimiento permite la estimación de las rotaciones de fase, las cuales tiene una correspondencia directa con el offset frecuencial.

➤ **Opción basada en prefijo cíclico:** Las técnicas basadas en el CP utilizan la redundancia introducida por éste de dos maneras: creando una función que alcanza su máximo en al instante de offset nulo y hallando dicho máximo, o bien usando estimación de máxima verosimilitud.

Es interesante resaltar la relación entre la sincronización temporal y frecuencial. Si deseamos facilitar ésta última, lo podemos hacer rebajando el número de subportadoras, lo cual hace aumentar el espaciado entre ellas, sin embargo esto dificultaría la sincronización temporal debido a que la disminución en  $N$  reduciría la longitud de los símbolos. Esta relación se puede representar con la siguiente ecuación:

$\Delta f_c \frac{N}{W} = 1$ , donde  $\Delta f_c$  es el espaciado frecuencial entre subportadoras,  $N$  el número de subportadoras y  $W$  el ancho de banda de la señal OFDM.

### **2.8.5 Problema de la amplitud**

Un problema importante en las señales es que las amplitudes tengan una gran dispersión ya que requiere que los amplificadores sean muy lineales y tengan un rango dinámico muy grande.

Este fenómeno se estudia con una figura denominada PAPR (Peak to Average Power Ratio) que mide la relación entre la máxima potencia que puede llegar a alcanzar una señal y la potencia media.

La señal que se obtiene a la salida de un transmisor OFDM tiene una gran dispersión en su amplitud por lo que hace que su PAPR sea elevada. La consecuencia directa de esto es la necesaria utilización de amplificadores muy buenos con un rango dinámico dos o cuatro veces el de un sistema con una sola portadora. Esto hace ineficiente el uso de OFDM para aplicaciones móviles ya que encarecería el terminal y limitarían la duración de la batería.

La amplitud de una señal OFDM sigue aproximadamente una distribución Gaussiana.

Aunque para las señales OFDM la PAPR es gen de la mayoría de la potencia esta concentrada en las amplitudes pequeñas y las amplitudes altas ocurren con poca probabilidad. Una técnica simple para eliminar los picos altos de la señal es acotarla (clipping) en la parte digital antes de que llegue a los amplificadores analógicos. Pero esto representa una pérdida de energía que aparece en el receptor como un ruido aditivo.

En general, la falta de linealidad en los amplificadores recorta la amplitud de la señal de entrada. Los repentinos cambios de amplitud generan componentes espectrales de alta frecuencia, en el espectro de la potencia de la señal, que hacen ensañar su espectro. Este fenómeno provocado por la falta de linealidad de los transistores finales de potencia provoca lo que se conoce como interferencia del canal adyacente (ACI). Si consideramos el caso de una señal OFDM que es amplificada por un elemento activo no lineal, esta señal no tendrá una envolvente constante; en otra palabras, la forma de onda es como la de un ruido Gaussiano de banda estrecha a consecuencia del teorema central

del límite. Además, si se intenta reducir el ensanchamiento espectral con un back-off elevado, no se pueden eliminar totalmente las repentinas variaciones de la señal de entrada. Por tanto, esta radiación generada fuera de banda provoca interferencia entre subportadoras. Esta es otra de las grandes desventajas de OFDM.

### 2.8.6 Potencia fuera de banda

Para reducir la interferencia con otros sistemas en las frecuencias adyacentes a la banda que utilizamos, hay que minimizar la señal en el ancho de banda deseado.

Para simplificar los cálculos suponemos que vamos a medir la potencia a una frecuencia  $f = \Delta f q$  donde  $\Delta f$  es la separación entre portadoras y  $q$  es un número entero.

Para una subportadora la señal transmitida en el periodo de un símbolo OFDM es

$$x(t) = \exp\left(j \frac{2\pi}{N} pt\right) \text{rec}(0, T) \quad (2.36)$$

$$X(f) = \frac{\sin(\pi(Tf - p))}{\pi(Tf - p)} \exp(-j\pi(Tf - p)) \quad (2.37)$$

que para una frecuencia normalizada  $k = \Delta f T$  nos queda

$$S_{k,p} = \frac{\sin(\pi(k - p))}{\pi(k - p)} \exp(-j\pi(k - p)) \quad (2.38)$$

La potencia a la frecuencia  $f = \Delta f q$  con  $q \in [N, \infty]$  es la suma de las potencias de todas las subportadoras.

$$P(q) = E \left[ \sum_{p=0}^{N-1} a_p s_{q,p} \right] \quad (2.39)$$

Si los datos a transmitir  $a_p$  se suponen estadísticamente independientes con media cero y potencia unidad

$$P(q) = \sum_{p=0}^{N-1} |s_{q,p}| \quad (2.40)$$

### 2.8.7 Problema del multitrayecto

Aunque hasta ahora sólo hayamos hecho un análisis del sincronismo considerando un canal perfecto, ahora se considerará un canal real en el cual se produce el fenómeno del multitrayecto.

Supondremos que la longitud del CP es mayor que la de la respuesta impulsiva del canal multitrayecto, evitando así ISI e ICI debida a posibles errores en el sincronismo de símbolo.

La parte de la señal transmitida sin el prefijo es:

$$x(t) = e^{j2\pi f_c t} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k t / T} \text{ para } (i-1)T < T < iT \quad (2.41)$$

La señal recibida debida a un único trayecto después de eliminar el prefijo es:

$$\begin{aligned} v_p(t) &= g_p e^{(j2\pi f_c (t-\tau_p))} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k (t-\tau_p) / T} = \\ &= g_p e^{(j2\pi f_c (t-\tau_p))} \sum_{k=0}^{N-1} a_{k,i} e^{j2\pi k t / T} e^{j(\theta_p + k\phi_p)} \text{ para } (i-1)T < T < iT \end{aligned} \quad (2.42)$$

donde  $g_p$  es la amplitud del eco  $p$ .

La rotación de fase se debe a dos componentes  $\theta_p = -2\pi f_c \tau_p$  y  $k\phi_p = -k2\pi f_c \tau_p / T$ . El primer término es el mismo para todas las subportadoras.

Para casos típicos el retraso introducido por un eco,  $\tau_p$ , es mucho mayor que el periodo de la portadora y los valores de  $\theta_p$ , de forma aproximada, se distribuyen uniformemente sobre  $2\pi$ . Si la duración de la respuesta impulsiva del canal es mucho menor que la duración del símbolo OFDM,  $k\phi_p$  es muy pequeño y prácticamente no tiene efecto. Cuando esto ocurre se dice que hay desvanecimiento plano y entonces para un eco todas las subportadoras sufren la misma atenuación.

Si los ecos crean un cambio en la frecuencia de la portadora (efecto Doppler) esta variación se estudia igual que se estudió el offset entre los osciladores. Para este caso y si se cumple la condición de desvanecimiento plano tenemos que en el receptor las salidas para un determinado canal son:

$$z_{m,i,p} = g_p e^{j\theta_p} \sum_{i=0}^{N-1} c_{l-m,p} a_{l,i} \quad (2.43)$$

donde

$$c_{l-m,p} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \frac{\sin\left(\pi\left(1-m+\Delta f_p T\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi\left(1-m+\Delta f_p T\right)}{N}\right)} e^{j\left(\frac{N-1}{N}\right)\pi(l-m+\Delta f_p T)} \quad (2.44)$$

$C_{l-m,p}$  es el peso para calcular la ICI sobre la subportadora  $m$  introducida por la subportadora  $l$  y  $\Delta f_p$  es el cambio de frecuencia que introduce el eco  $p$ .

La ICI total viene dada por:

$$\frac{\text{potencia media de la señal deseada}}{\text{potencia media ICI}} = \frac{\sum_{\forall \text{ca min os}} |c_{0,p}|^2}{\sum_{\forall \text{ca min os } l \neq m} \sum_{i=0}^{N-1} |c_{l-m,p}|^2} \quad (2.45)$$

Si no consideramos el CP, entonces aparece ISI e ICI debido a que cada eco llega con un retardo  $p$ . Este fenómeno se estudia igual que si no existiera sincronismo en el receptor. Entonces si  $z_{m,i,p}$  es el símbolo recibido en la subportadora  $m$  en el símbolo  $i$  debido al eco con retraso  $p$  se tiene:

$$z_{m,i} = \sum_{\forall \text{ca min os}} z_{m,i,p} \quad (2.46)$$

Si no consideramos el prefijo cíclico aparece ISI he ICI debido a que cada eco llega con un retraso  $p$ . Este fenómeno se estudia igual que si no existiera sincronismo en el receptor. Para cada camino, cada  $z_{m,i,p}$  tiene una ICI que se calcula igual que si calculamos la ICI debida a un error de duración  $p$  en el sincronismo.

## **2.9 Aplicaciones OFDM**

Debido a la complejidad de la implementación, la utilización de OFDM ha sido escasa hasta hace poco tiempo. Su uso se engloba dentro de las aplicaciones multimedia móviles de banda ancha en canales radio variantes en el tiempo y selectivos en la frecuencia.

La transmisión multimedia (gráficos, audio, texto, voz, video) requiere que el sistema de transmisión sea capaz de adaptarse a las diferentes peticiones de cada uno de los servicios en términos de velocidad, BER admisible y retraso máximo. Esta fue la razón por la que OFDM fue propuesta en 1987 para aplicaciones de radiodifusión y recepción móvil.

Entre los sistemas que usan la modulación OFDM destacan:

- La televisión digital DVB-T
- La radio digital DAB
- La radio digital de baja frecuencia DRM
- El protocolo de enlace ADSL
- El protocolo de red de área local IEEE 802.11<sup>a</sup>/g, también conocido como Wireless LAN y el estándar HIPERLAN2.
- El sistema de transmisión inalámbrica de datos WiMax.

La modulación OFDM fue desarrollada en el seno de los programas DAB( Digital Audio Broadcasting) y DVB-T ( Digital video Broadcasting-Terrestrial) del ETSI (European Telecommunications Standards Institute).

Más recientemente, OFDM ha sido empleada para aplicaciones con soporte 'cable', como los sistemas ADSL (Asynchronous Digital Subscriberline) y HDSL (High bit rate DSL). Además ha sido propuesta para comunicaciones por línea de potencia.

Se ha comprobado que OFDM es muy eficiente en el uso de ancho de banda disponible y en combatir los desvanecimientos por multitrayecto. Por esta razón, OFDM se está considerando actualmente como la técnica de transmisión más prometedora para

soportar las futuras comunicaciones multimediales inalámbricas en canales selectivos en frecuencia, y además se está investigando su aplicación conjunta con técnicas CDMA (Code Division Multiple Access).

Mientras tanto, OFDM ha sido adoptada como un estándar para las nuevas WLAN (Wireless LAN: redes de área local inalámbrica) de alta velocidad, como son IEEE802.11 (EEUU), HIPERLAN2 (Europa) y MMAC (Japón).

Debido al elevado rango dinámico de la señal OFDM, el principal factor de deterioro del sistema está dado por la distorsión no lineal generada por el amplificador de potencia (HPA: High Power Amplifier) situado a la salida del transmisor.

Aunque inadvertido durante algún tiempo, ha habido un incremento de interés hacia el tema de multiprotadora, y en particular, hacia Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM), no sólo para la difusión de audio digital (DAB) y la difusión de video digital (DVB), sino que también para modems de alta velocidad sobre líneas digitales de alta velocidad (xDSL), y, más recientemente, para banda ancha en redes locales inalámbricas (ETSI BRAN HIPERLAN/2 armonizado con IEEE 802.11<sup>a</sup>).

OFDM conlleva transmisiones de bloques redundantes y permite una simple ecualización de frecuencia selectiva a la respuesta impulsiva finita de canal (FIR), gracias a la IFFT (inverse fast Fourier transform) la transformada inversa rápida de Fourier, la precodificación y la inserción del conocido prefijo cíclico (CP) en el transmisor. Al final en el receptor, el CP es desechado para evitar la interferencia de interbloque (IBI), y cada bloque truncado es procesado por un algoritmo FFT de forma que esta operación transforma el canal selectivo en frecuencia en subcanales independientes de respuesta plana en paralelo, cada uno de los cuales corresponde a una subportadora diferente.