

Capítulo 3: Algoritmos de estimación de canal

3.1 Introducción

Como hemos podido comprobar durante el capítulo 2, este aspecto de la modulación OFDM es muy importante. Conocer el canal de transmisión cuando trabajamos en radiocomunicaciones permitirá deducir los efectos del mismo de la señal recibida equiparando la calidad de los sistemas wireless a los wireline, propiciando su expansión en el mercado actual. Para ello, una herramienta muy útil que se puede aplicar a OFDM son los algoritmos de estimación de canal. Este capítulo se ha dedicado a la introducción de los mismos para familiar al lector con su manejo, se tratarán los siguientes temas:

- Introducción a los algoritmos de estimación de canal: se pretenderá dar una perspectiva general de los mismos explicando sus funciones básicas y su funcionamiento de la forma más general posible.

- Tipos de algoritmos de estimación de canal: de los múltiples tipos de algoritmos de estimación de canal, haremos una distinción en la forma de comunicarse el transmisor y el receptor, de esta manera obtendremos dos grupos: algoritmos de estimación de canal basados en secuencias de entrenamiento y algoritmos ciegos de estimación de canal. Se describirán ambos tipos de algoritmos y se realizará una comparativa de los mismos.
- Algoritmos ciegos de estimación de canal: se dará una noción de sus fundamentos principales que son comunes a la mayoría de los mismos. También se explicará el funcionamiento teórico, uno a uno, de los cuatro algoritmos que han sido objeto de análisis de este proyecto.

3.2 Introducción a los algoritmos de estimación de canal

La modulación OFDM se suele usar en entornos de radiocomunicaciones, esto conlleva que el canal de transmisión sea multitrayecto provocando cierta interferencia intersimbólica en la señal recibida. Como ya se vio en el capítulo anterior, OFDM goza de una defensa natural ante este efecto dado su relativamente pequeño ancho de banda por portadora, no obstante conviene mejorar la mitigación de este efecto mediante algoritmos de estimación de canal. En general, la estimación de canal permite realizar una ecualización de la señal recibida eliminando ganancias y la interferencia intersimbólica introducidas por el canal.

El funcionamiento básico de estos algoritmos comienza en el transmisor, este incluye cierta información en los datos. El carácter de esta información definirá la naturaleza del algoritmo, si incluye cierta información adicional o se limita a una codificación previa de los datos, esto marcaría si se trata de un algoritmo de estimación mediante secuencias de entrenamiento o ciego, volveremos a eso más tarde. Una vez incluida la información, se modula la señal oportunamente y se envía. Al atravesar el canal, este actúa sobre los datos incluidos por el transmisor de la misma forma que sobre los otros. Al llegar al receptor se demodula la señal y se extrae la información del transmisor,

esta le permite realizar una estimación del canal atravesado pudiendo así actuar sobre la los datos.

Teniendo en cuenta la constante variación de los canales de radio, la aplicación de los algoritmos de estimación de canal es constante permitiendo realimentar al detector y adaptarse dinámicamente a los posibles cambios. Además, las estimaciones no son absolutas, es decir, no son perfectas desde la primera vez, reiterar la ejecución permite además promediar las estimaciones mejorando la eficiencia de los mismos. Por lo cuál, los resultados no sólo son usados para alimentar al detector, sino para realimentarse ellos mismos. Un esquema del funcionamiento de los mismos se muestra en la figura 3.1.

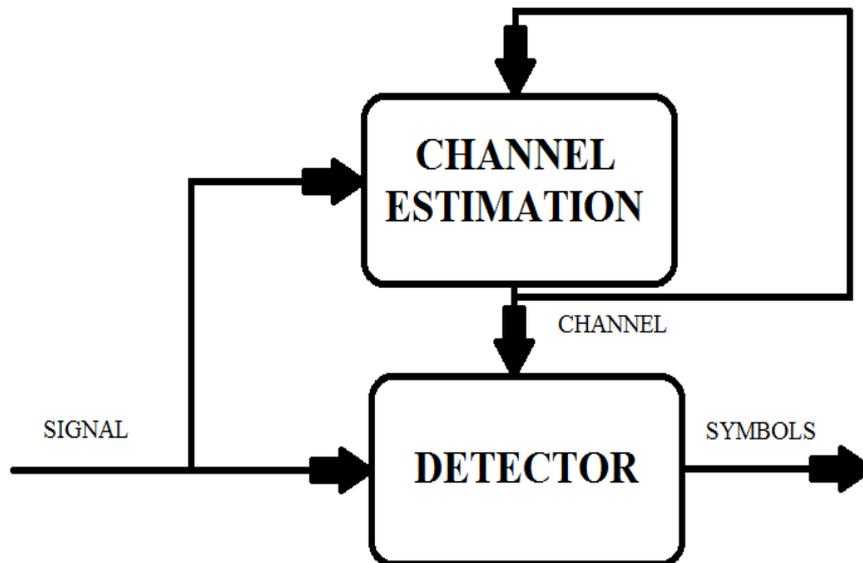


Figura 3.1 Funcionamiento de un algoritmo de estimación de canal

Dado que estos algoritmos se usan para mejorar la recepción de los símbolos permitiendo una optimización del detector, se implementan en el receptor, tras la demodulación de la señal mediante el uso de la DFT, tal y como se muestra en la figura 3.2. Se hace de esta forma porque es necesario el procesamiento previo de la señal para obtener la información incluida por el transmisor.

Una vez se realiza la estimación de canal, se puede proveer al detector de información suficiente para llevar a cabo la ecualización. En el caso de OFDM, esta ecualización es bastante sencilla ya que sólo se necesita la respuesta en frecuencia del canal, su aplicación es directa dada las propiedades de la modulación. [9]

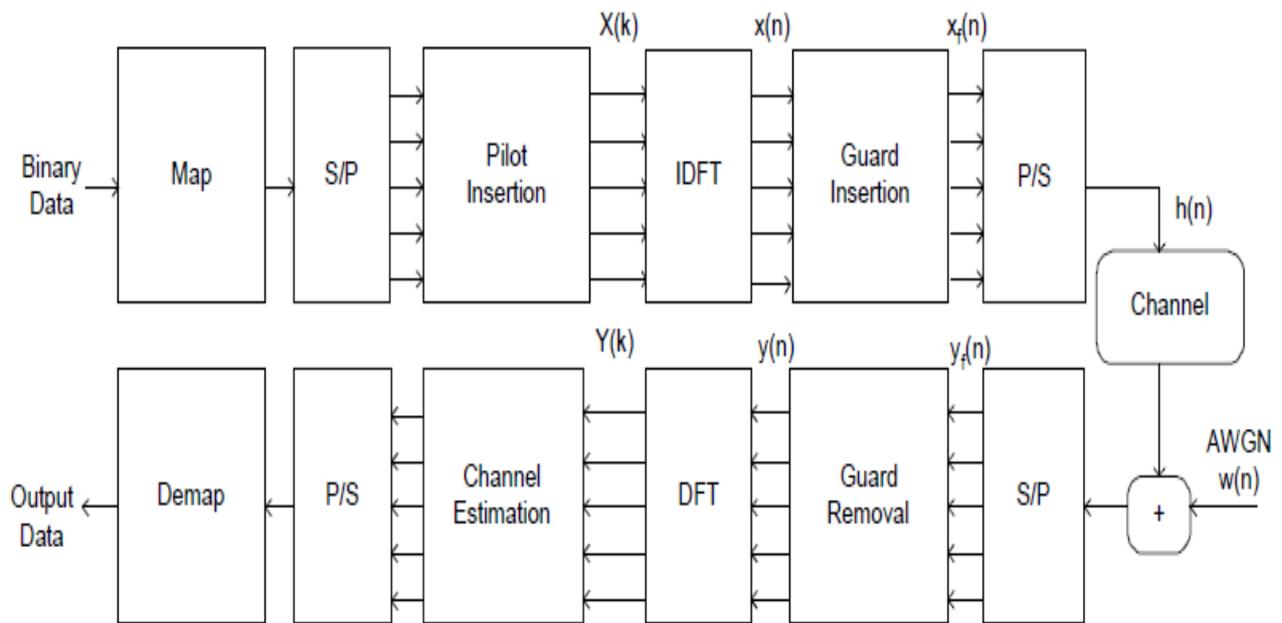


Figura 3.2 Ubicación de los algoritmos de estimación de canal [9]

3.3 Tipos de algoritmos de estimación de canal

3.3.1 Algoritmos basados en secuencias de entrenamiento

Existen multitud de algoritmos que permiten realizar una estimación del canal, cada uno con sus propias características. Normalmente la estimación del canal está basada en una secuencia de

bits conocidas, esta es única para cada transmisor y se repite en cada transmisión, es lo que se conoce comúnmente como algoritmo de estimación de canal basado en secuencias de entrenamiento.

Estos algoritmos siguen el patrón anteriormente expuesto, es decir, el transmisor introduce cierta información en la señal a enviar, el receptor conoce esta información de forma que puede actuar sobre la trama recibida y realizar una estimación del canal atravesado. La información que estos algoritmos introducen son una serie de secuencias programadas de antemano que se añaden a la trama que se enviará. En la figura 3.3 se muestra el resultado de este proceso en una trama GSM. Estas secuencias son conocidas por el receptor que observa su variación para realizar una estimación de la respuesta impulsiva del canal. [10]



Figura 3.3 Ejemplo de trama GSM con inserción de secuencia de entrenamiento [10]

La forma de introducir esta secuencia en un sistema OFDM es mediante el uso de portadoras pilotos, estas portadoras contienen información exclusivamente destinada a la estimación de canal en el receptor. Existen dos tipos de algoritmos según se usan portadoras piloto o no, la figura 3.4 hace una ilustración de las mismas. El tipo block, designa siempre las mismas portadoras en cada bloque OFDM que se encargarán de transportar la secuencia de entrenamiento, mientras que el tipo comb, cada cierto tiempo introduce la secuencia de entrenamiento en todas las subportadoras de un mismo bloque OFDM. [11]

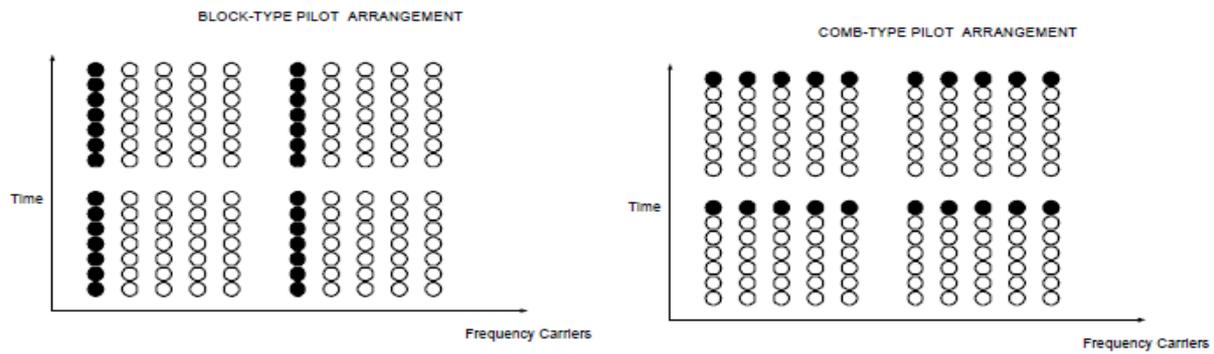


Figura 3.4 Tipos de inclusión de pilotos, a la izquierda el tipo block y a la derecha el tipo comb[11]

Como se puede observar por la descripción, este método es fácilmente introducible a cualquier sistema de comunicaciones. Siendo sólo necesario una programación previa del transmisor y el receptor integrando en los mismos la secuencia que permitirá realizar la estimación del canal. Este proceso es relativamente simple de llevar a cabo, ya que la introducción de la secuencia de entrenamiento sólo implica un leve retraso por parte del transmisor. Por otro lado el proceso de estimación de canal se limita a una comparación por parte del receptor entre lo que llega y lo que debería llegar observando la distorsión sufrida por la señal a causa del canal.

Sin embargo esta facilidad de implementación, así como el bajo coste computacional conllevan una pérdida notable en la transmisión. Esto se traduce en un descenso del rendimiento de la información incluida en la trama debido a que parte de la capacidad de transmisión de información por parte del receptor es necesario destinarla a la transmisión de la secuencia de entrenamiento. Para hacernos una idea de las pérdidas veremos un ejemplo con parámetros reales de un sistema de transmisión basado en OFDM dados por la tabla 3.1.

Parámetro	Especificación
Tamaño de la FFT	64
Número de portadoras	64
Proporción de pilotos	1/16
Tamaño de período de guarda	16
Tipo de período de guarda	Extensión cíclica
Tasa de la señal OFDM	1Mbps por subportadora
Constelación	16 QAM

Tabla 3.1 Parámetros de un sistema OFDM [12]

Los parámetros que nos interesan de la tabla son número de portadoras, proporción de pilotos y Mbps por subportadora. Número de portadoras indica el número de portadoras existente en un bloque OFDM, con proporción de pilotos se hace referencia al porcentaje de pilotos transmitidos en un bloque OFDM, mientras que con Mbps por subportadora se indica la tasa por portadora.

Sólo es necesario un cálculo muy simple de cuanto régimen binario se invierte con el método de la secuencia de entrenamiento, en primer lugar calcularemos que régimen binario destinado a la secuencia de entrenamiento, teniendo en cuenta que son 64 portadoras (supondremos que todas transmiten información) y una relación de pilotos de 1/16, tendríamos 4 portadoras piloto por bloque OFDM que serían 4 Mbps. Ahora, el régimen binario total suponiendo que no hay estimación de canal sería de 64 Mbps de los cuáles se usarían 4 Mbps si se implementase el algoritmo estimador de canal. Todo esto nos llevaría a que un porcentaje del 6.25% de la capacidad de nuestro sistema es usada para la estimación del canal. Dicho porcentaje es una cantidad bastante grande de información “no necesaria” transmitida, lo que obliga a una cierta reconsideración del uso de estos algoritmos. A pesar de este último inconveniente, la estimación de canal mediante secuencias de entrenamiento es el más usado a día de hoy, dada su extensión y efectividad a la hora de realizar las estimaciones.

3.3.2 Algoritmos ciegos

Para el desarrollo de este apartado, el 3.3.2, se ha extraído información de [14], [15], [16] y [17].

Existe un grupo que nos interesa particularmente en este proyecto dado su alto rendimiento y ventajas que aporta. Este grupo permite realizar estimaciones ciegas de canal, es decir, no necesitan recibir información adicional del transmisor para poder comparar resultados, estos algoritmos funcionan partiendo sólo del proceso de la señal recibida.

Con el término ciego se hace referencia a que no existe una vía adicional de comunicación entre el transmisor y el receptor, además de la información pertinente, como ocurría con los algoritmos basados en portadoras piloto. El algoritmo se limita a realizar una precodificación previa de la trama a enviar, no añadiendo en ningún momento información adicional que ocupe el ancho de banda de transmisión del sistema en cuestión.

La precodificación de la trama se realiza mediante una matriz de precodificación de cierta forma tal que se atribuyen propiedades matemáticas a la trama. Estas serán aprovechadas en el receptor para, mediante la aplicación de procesos matemáticos, realizar un esbozo del canal atravesado. Por supuesto, por otra parte, la matriz permitirá su completa eliminación de forma sencilla en el receptor quedando sólo los símbolos para el detector. Otra característica importante de estas matrices es que al aplicarlas no alteran la distribución uniforme de potencia entre los símbolos, impidiendo de esta forma afectar su llegada al receptor y su correcta detección. Existen numerosos algoritmos que realizan dichas funciones con resultados prometedores.

En principio, las propiedades mencionadas en los párrafos anteriores podrían pensarse que son ideales. El hecho de que sólo mediante operaciones matemáticas los sistemas sean capaces de estimar los canales, parece una solución perfecta al problema de consumo de capacidad que venían dando los algoritmos basados en portadoras piloto. No obstante esto introduce una complejidad

importante en los sistemas, ya que los bloques OFDM tienen el tamaño del número de elementos que se usan en la FFT, que con frecuencia es elevado. Procesar estos elementos para realizar las operaciones que son necesarias para los algoritmos requiere de una complejidad computacional importante, ya que para ello son necesarios equipos capaces de soportar las operaciones.

Además, no sólo es necesario que lo lleven a cabo, sino que se haga conforme van llegando los datos. Hay que tener en cuenta que aunque la velocidad de cada subportadora no es elevada el proceso de las mismas tiene lugar en paralelo, así que en realidad la velocidad de procesado deberá ser acorde a la suma de todas las tasas de las subportadoras. Este hecho fuerza al receptor a funcionar a una frecuencia bastante elevada, lo cuál es complicado cuando se trabaja en tiempo real. Teniendo esto en cuenta es comprensible que la implementación de estos algoritmos, dado el volumen de datos que manejan y la velocidad que necesitan, tiende a encarecer los sistemas hasta el punto plantearse si es viable o no el desarrollo de los mismos.

A pesar de su complejidad computacional, proporciona la enorme ventaja de eliminar la necesidad de utilizar parte del canal para transmitir información adicional entre el transmisor y el receptor. Traduciendo esto a un nivel práctico, se puede decir que para un régimen binario especificado los algoritmos basados en secuencias de entrenamiento necesitarán un ancho de banda de transmisión mayor para dar los mismos resultados que los algoritmos ciegos, mientras que estos últimos podrán ser realizables en canales de ancho de banda más estrechos. Por desgracia, el ancho de banda de canal, tal y como se expuso en la introducción, no es susceptible de modificación, por lo que para ciertos entornos puede no ser opcional la elección de un algoritmo u otro, siendo los algoritmos ciegos la única alternativa posible.

3.3.3 Comparativa entre ambos

Una vez explicados los dos tipos de algoritmos, se pueden ver que ambos ofrecen grandes ventajas y la elección de uno u otro dependerá de las especificaciones con las que nos encontremos, así pues, a modo de resumen aclaratorio se exponen las principales características de ambos en la tabla 3.2 con el objeto de clarificar al lector las ventajas e inconvenientes de ambos tipos.

Algoritmos basados en secuencias de entrenamiento	Algoritmos ciegos
La secuencia de entrenamiento que conocerá el receptor se incluye en la trama enviada	No son necesarias las secuencias de entrenamiento, en su lugar se usan matrices de precodificación
Fácil de implementar en un sistema de comunicaciones	Difícil de implementar en sistemas de tiempo real
Es el método más usado hoy en día	Uso de las propiedades matemáticas de la trama enviada
Baja carga computacional	Alta carga computacional
Desperdicio del ancho de banda de transmisión	Excelente para uso en sistemas de ancho de banda estrecho

Tabla 3.2 Principales características de los algoritmos de estimación de canal [13]

A pesar de que los algoritmos más utilizados hoy en día sean los que usan secuencias de entrenamiento, este proyecto se centrará en los algoritmos ciegos que a pesar de su complejidad ofrecen mejores prestaciones prácticas que los otros. Para ello se analizarán diferentes algoritmos examinándolos uno a uno mediante simulaciones.

3.4 Algoritmos ciegos de estimación de canal

Una vez introducidos los conceptos de OFDM y algoritmos de estimación de canal, podemos dedicarnos de lleno al objetivo del presente proyecto, los algoritmos ciegos de estimación de canal. Para ello comenzaremos dando una visión general del funcionamiento de los mismos, dando a conocer sus aspectos comunes ayudándonos a crear un patrón de comportamiento. Por último procederemos a explicar el funcionamiento individual de los algoritmos analizados durante este proyecto.

3.4.1 Funcionamiento

Para el desarrollo de este sub-apartado, el 3.4.1, se ha extraído información de [14], [15], [16] y [17].

El esquema de funcionamiento de estos algoritmos se ilustra en las figuras 3.5 y 3.6. Se comienza con una precodificación lineal que atribuye a la trama a transmitir una serie de propiedades matemáticas que se explotarán en el receptor para realizar la estimación. Dicha precodificación se lleva cabo según la siguiente ecuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{P}\mathbf{d} \quad 3.1$$

Donde \mathbf{d} es el vector de tamaño N con los símbolos a transmitir, \mathbf{s} es el vector de tamaño N con los símbolos precodificados y \mathbf{P} es lo que llamaremos matriz de precodificación. Para que este proceso tenga los resultados deseados, se escoge la matriz de precodificación con una serie de propiedades matemáticas que permitan su posterior uso en el receptor. La matriz se aplica sobre los datos antes de realizar la IDFT, esto indica que la precodificación se realiza en frecuencia. Este hecho es importante porque al tener lugar el proceso en el dominio de la frecuencia se crea una diversidad de frecuencia en la señal OFDM, permitiendo el efecto provocado por ceros en el canal en la frecuencia de ciertas subportadoras.

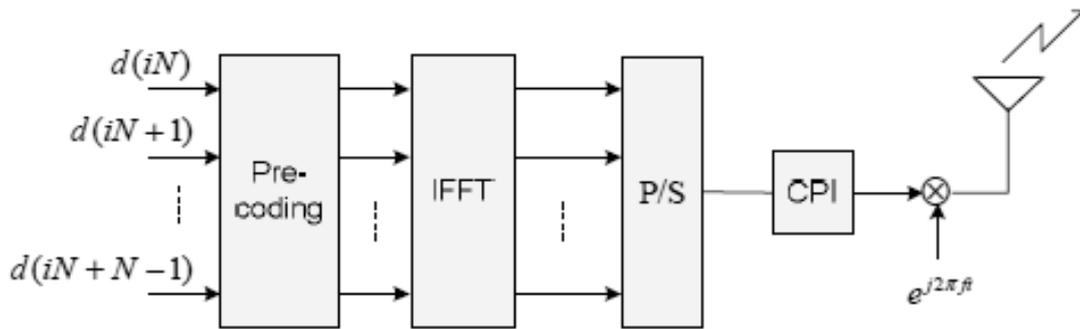


Figura 3.5 Transmisor OFDM con precodificación lineal

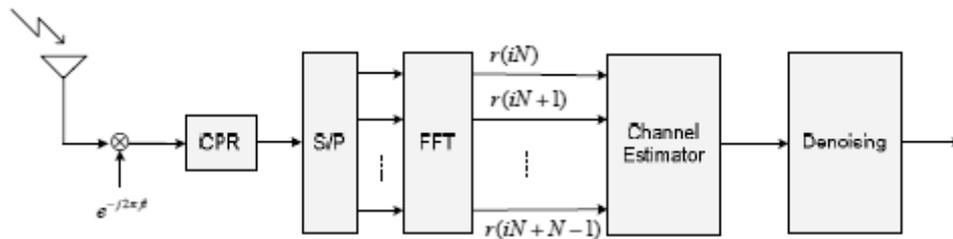


Figura 3.6 Receptor OFDM con estimador ciego de canal

Otro elemento común en los algoritmos ciegos de estimación de canal es el cálculo de la matriz autocorrelación de la señal recibida, este se realiza tras la extracción del prefijo cíclico y la DFT. Sigue la siguiente ecuación:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E} \{ \mathbf{r} \mathbf{r}^H \} \quad 3.2$$

Donde \mathbf{r} es la señal recibida, \mathbf{r}^H es la transformada hermítica de la señal recibida y \mathbf{R} es la matriz autocorrelación. No obstante, en la práctica se utiliza un proceso adaptativo, es decir, se va ponderando la información recibida con la que de recibida en bloques anteriores, de esta manera se logra promediar el canal estimado mejorando los resultados obtenidos. Tras una serie de iteraciones,

dadas por cada bloque OFDM recibido nos aproximamos más al canal real, esto se hace de la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{R}}(\mathbf{i}) = \lambda \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{i}-\mathbf{1}) + (1-\lambda) \mathbf{r}(\mathbf{i}) \mathbf{r}^{\mathbf{H}}(\mathbf{i}) \quad 3.3$$

Donde λ es el parámetro que se usa para promediar, moviéndose en el intervalo $[0,1]$ y el parámetro i representa el bloque i -ésimo recibido. En esta ecuación se ve como se van almacenando las sucesivas autocorrelaciones. Aunque como se puede observar, al ser λ menor que uno, las autocorrelaciones más antiguas van perdiendo fuerza, teniéndose más en cuenta la actual y las más recientes.

Una vez calculada la autocorrelación, cada algoritmo usa sus propios métodos para extraer el canal a partir de la autocorrelación ponderada, para ello es necesario observar matemáticamente de que consta la autocorrelación y actuar en consecuencia, pero esto ya depende de cada algoritmo en sí. Cuando obtenemos el canal estimado procedemos a la evaluación de la exactitud del mismo, esto se consigue calculando el NMSE (Normalized Mean Square Error) mediante la ecuación:

$$\text{NMSE} = \frac{\|\mathbf{H} - \bar{\mathbf{H}}\|^2}{\|\mathbf{H}\|^2} \quad 3.4$$

Donde $\bar{\mathbf{H}}$ es la estimación del canal por parte del algoritmo. Básicamente, es un estimador del error cometido al estimar el canal. Se basa en el cálculo del error cuadrático medio, parte de la diferencia de los vectores estimador de canal y canal para luego normalizarlo por el módulo del canal original.

3.4.2 Algoritmos analizados

3.4.2.1 Algoritmo nº1, de Bangwon Seo y Hyun Gyu Chung

Este apartado, el 3.4.2.1, ha sido desarrollado en base a [14].

Para realizar la estimación del canal parte de la matriz autocorrelación y la divide entre la matriz de precodificación elemento a elemento, obteniendo la matriz autocorrelación modificada. A partir de esta última se obtiene el vector del canal estimado calculando el autovector principal de esta. Veamos el proceso completo detalladamente.

En primer lugar tenemos la precodificación no redundante de la información a transmitir, para ello aplicaremos la siguiente ecuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}^H \mathbf{d} \quad 3.5$$

Donde \mathbf{C}^H es la matriz precodificadora, \mathbf{d} es el vector de símbolos y \mathbf{s} se corresponde al vector de símbolos precodificados. Como se ha explicado antes, dicha matriz ha de cumplir una serie de requisitos matemáticos que definirán su obtención. En primer lugar, decir que se trata de una matriz cuadrada $N \times N$ la cuál dispondremos de la siguiente forma:

$$\mathbf{C} = \{ \mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \dots \ \mathbf{c}_N \} \quad 3.6$$

Donde cada \mathbf{c}_i es un vector de tamaño N . Dichos vectores han de cumplir las siguientes especificaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{c}_i^H \mathbf{c}_j \neq 0 \quad \text{para todo } i, j \\ \mathbf{c}_1^H \mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2^H \mathbf{c}_2 = \dots = \mathbf{c}_N^H \mathbf{c}_N = \alpha \end{array} \right\} \quad 3.7$$

Donde α puede ser cualquier constante positiva. Una vez precodificada la trama a enviar, el resto del sistema funciona como de costumbre, al llegar la señal al receptor tiene la forma:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \mathbf{C}^H \mathbf{d} + \mathbf{z} \quad 3.8$$

Donde \mathbf{r} es la señal después del bloque FFT, \mathbf{z} es el ruido complejo AWGN con media cero y covarianza $\sigma_z^2 \mathbf{I}_N$, siendo \mathbf{I}_N la matriz identidad de orden N , y \mathbf{H} es la matriz del canal que sigue la fórmula:

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, \dots, H_{N-1}) \quad 3.9$$

Donde las componentes H_i son las componentes de la transformada DFT de la respuesta impulsiva del canal. Al llegar la señal al bloque del estimador de canal, este realiza la autocorrelación de la señal quedando:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E} \{ \mathbf{r} \mathbf{r}^H \} = \mathbf{H} \mathbf{C}^H \mathbf{C} \mathbf{H}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I}_N = \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I}_N \quad 3.10$$

con:

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}^H \mathbf{C} \quad 3.11$$

Observando la ecuación y teniendo en cuenta que \mathbf{H} es diagonal, \mathbf{R} puede ser escrita de la siguiente forma:

$$R_{k,j} = \left\{ \begin{array}{ll} A_{k,k} [H_k]^2 + \sigma_z^2, & \text{si } k = j \\ A_{k,j} H_k H_j^*, & \text{en cualquier otro caso} \end{array} \right\} \quad 3.12$$

Si observamos la ecuación, la matriz \mathbf{A} influye en el hecho de que aparece multiplicada elemento a elemento, por lo tanto definiremos la operación matricial \mathbf{A}/\mathbf{B} como división de las mismas elemento a elemento, por supuesto las dimensiones de las matrices serían las mismas. Teniendo en cuenta además que dadas las propiedades de \mathbf{C} , tenemos que: $A_{k,k} = \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \alpha$, que como se definió en un principio es una constante positiva distinta de cero. Así pues el siguiente paso sería eliminar la matriz de precodificación de nuestra ecuación obteniendo la matriz autocorrelación modificada, lo cuál se haría de la siguiente forma:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R} / \mathbf{A} = \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{\sigma_z^2}{\alpha} \mathbf{I}_N \quad 3.13$$

Observando la estructura de la matriz \mathbf{Q} , nos damos cuenta de que \mathbf{H} no sólo pertenece al subespacio de esta, sino que es la única componente. Por lo que podríamos realizar una estimación del canal calculando el autovector principal de la matriz \mathbf{Q} :

$$\bar{\mathbf{H}} = \text{autovector principal de } \mathbf{Q} \quad 3.14$$

Donde $\bar{\mathbf{H}}$ sería nuestro canal estimado. Por supuesto esta estimación no sería perfecta dado que todavía existe una componente de ruido que no podemos ignorar y que perjudicará a nuestros resultados.

3.4.2.2 Algoritmo n°2, de Ruifeng Zhang

Este apartado, el 3.4.2.2, ha sido desarrollado en base a [15].

Para realizar la estimación del canal parte de la matriz autocorrelación y la divide entre la matriz de precodificación elemento a elemento, obteniendo la matriz autocorrelación modificada. A partir de esta última se obtiene el vector del canal estimado, para hallar el canal estimado se realiza una SVD (Single Valué Decomposition). Veamos el proceso completo detalladamente.

En primer lugar tenemos la precodificación no redundante de la información transmitir, para ello aplicaremos la siguiente ecuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{d} \quad 3.15$$

Donde \mathbf{A} es la matriz precodificadora, \mathbf{d} es un vector de símbolos y \mathbf{s} se corresponde con un vector de símbolos precodificados. Como se ha explicado antes, la matriz precodificadora ha de cumplir dos requisitos:

- a1) Todas las posiciones de \mathbf{A} deben ser distintas de cero
- a2) $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ debe tener todo uno en su diagonal y del resto ninguna debe de ser cero

Dadas estas condiciones, la matriz propuesta para la precodificación sería:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho} & \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} & \dots & \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} \\ \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} & \sqrt{\rho} & \dots & \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} & \dots & \sqrt{\frac{1-\rho}{N-1}} & \sqrt{\rho} \end{bmatrix} \quad 3.16$$

Donde $0 < \rho < 1$. Una vez precodificada la trama a enviar, el resto del sistema funciona como de costumbre, al llegar la señal al receptor tiene la forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d} + \mathbf{v} \quad 3.17$$

Donde \mathbf{y} es la señal después del bloque FFT, \mathbf{v} es el ruido complejo AWGN con media cero y covarianza σ^2 y \mathbf{H} es la matriz del canal que sigue la fórmula:

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, \dots, H_{N-1}) \quad 3.18$$

Donde las componentes H_i son las componentes de la transformada DFT de la respuesta impulsiva del canal. Al llegar la señal al bloque del estimador de canal, este realiza la autocorrelación de la señal quedando:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{y} \mathbf{y}^{\mathbf{H}}\} = \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathbf{H}} \mathbf{H}^{\mathbf{H}} + \sigma^2 \quad 3.19$$

Observando la ecuación y definiendo b_{ij} como la i,j -ésima entrada de la matriz $\mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathbf{H}}$, podríamos replantear la ecuación de la siguiente forma:

$$\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathbf{H}} \mathbf{H}^{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} b_{11} [\tilde{H}_0]^2 & b_{12} \tilde{H}_0 \tilde{H}_1^* & \dots & b_{1N} \tilde{H}_0 \tilde{H}_{N-1}^* \\ b_{21} \tilde{H}_1 \tilde{H}_0^* & b_{22} [\tilde{H}_1]^2 & \dots & b_{2N} \tilde{H}_1 \tilde{H}_{N-1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} \tilde{H}_{N-1} \tilde{H}_0^* & b_{N2} \tilde{H}_{N-1} \tilde{H}_1^* & \dots & b_{NN} [\tilde{H}_{N-1}]^2 \end{bmatrix} \quad 3.20$$

Si observamos la ecuación, la matriz $\mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathbf{H}}$ influye en el hecho de que aparece multiplicada elemento a elemento, por lo tanto definiremos la operación matricial $\mathbf{A}./\mathbf{B}$ como división de las mismas elemento a elemento, por supuesto las dimensiones de las matrices serían las mismas. Así pues el siguiente paso sería eliminar la matriz de precodificación de nuestra ecuación obteniendo la matriz autocorrelación modificada, lo cuál se haría de la siguiente forma:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R} ./ (\mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathbf{H}}) = \mathbf{H} \mathbf{H}^{\mathbf{H}} + \sigma^2 \mathbf{I}_N \quad 3.21$$

Observando la estructura de la matriz \mathbf{W} , nos damos cuenta de que es muy similar a la del algoritmo anterior, no obstante esta vez para obtener la estimación del canal realizaremos la descomposición SVD o Descomposición en Valores Singulares de la matriz. De esta descomposición obtenemos las matrices \mathbf{U} , \mathbf{D} y \mathbf{V} . A continuación escogemos el vector singular de \mathbf{U} o \mathbf{V} , es indiferente ya que para nuestro caso ambas son iguales, correspondiente al valor singular mayor de la matriz \mathbf{D} , que será nuestra estimación de canal.

3.4.2.3 Algoritmo nº3, de Ruifeng Zhang

Este apartado, el 3.4.2.3, ha sido desarrollado en base a [16].

La solución propuesta en este artículo se basa en el subespacio de la señal, para ello la precodificación lineal es redundante de manera que introduce una estructura de bajo rango en la matriz de autocorrelación, esto permite aplicar métodos de subespacio para estimar el canal. Veamos el proceso completo detalladamente.

En primer lugar tenemos la precodificación no redundante de la información a transmitir, para ello aplicaremos la siguiente ecuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{d} \tag{3.22}$$

Donde \mathbf{A} es la matriz precodificadora con tamaño $N \times m$, siendo $N > m$, \mathbf{d} es una trama de símbolos de longitud m y \mathbf{s} se corresponde a un vector de símbolos precodificados de longitud N . En la diferencia entre m y N radica la redundancia introducida por el algoritmo. Como la estimación del canal depende de la creación de un subespacio de bajo rango en la matriz de autocorrelación, no es necesario que la matriz cumpla ningún requisito especial. Se ha generado una matriz aleatoria con valores $\{-1, 1\}$, no obstante, dicha matriz se mantiene fija para cada simulación.

Una vez precodificada la trama a enviar, el resto del sistema funciona como de costumbre, al llegar la señal al receptor tiene la forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d} + \mathbf{v} \tag{3.23}$$

Donde \mathbf{y} es la señal después del bloque FFT, \mathbf{v} es el ruido complejo AWGN con media cero

y covarianza σ^2 y \mathbf{H} es la matriz del canal que sigue la fórmula:

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, \dots, H_{N-1}) \quad 3.24$$

Donde las componentes H_i son las componentes de la transformada DFT de la respuesta impulsiva del canal. Si definimos \mathbf{a}_k como la k -ésima columna de \mathbf{A} , con $k=1, \dots, m$, podríamos definir la ecuación 3.23 de la forma:

$$\mathbf{y} = \{\mathbf{a}_1 .* \mathbf{H} \dots \mathbf{a}_m .* \mathbf{H}\} \mathbf{d} + \mathbf{v} \quad 3.25$$

Donde $.*$ representa una multiplicación elemento a elemento. Al llegar la señal al bloque del estimador de canal, este realiza la autocorrelación de la misma mediante la fórmula:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{y} \mathbf{y}^H\} \quad 3.26$$

Al calcular los autovectores de la matriz \mathbf{R} , los m autovectores con autovalores mayores constituyen el subespacio de \mathbf{R} , mientras que los $N-m$ más pequeños constituyen el subespacio ortogonal ruidoso del subespacio de la señal. Si denotamos como \mathbf{e}_m , con $m=1, \dots, N-m$ los autovectores ruidosos, la propia ortogonalidad de la señal nos dice que:

$$\mathbf{e}_m^H (\mathbf{a}_k .* \mathbf{H}) = (\mathbf{e}_m .* \mathbf{a}_k^*)^H \mathbf{H} = 0 \quad 3.27$$

para $m=1, \dots, N-m$ y $k=1, \dots, m$

Si recogemos las $N(N-m)$ ecuaciones de 3.27 y las reunimos de forma matricial, resulta que:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{a}_1^*)^H \\ \vdots \\ (\mathbf{e}_{N-m} \cdot \mathbf{a}_m^*)^H \end{bmatrix} \mathbf{H} = \Phi \mathbf{H} = 0 \quad 3.28$$

Para obtener la respuesta en frecuencia del canal habría que resolver el sistema de la ecuación 3.28, podríamos reducir la ecuación, teniendo en cuenta que sólo están disponibles los estimadores ruidosos de los autovectores:

$$\bar{\mathbf{H}} = \underset{\bar{\mathbf{H}}}{\operatorname{argmin}} \bar{\mathbf{H}}^H \bar{\Phi} \bar{\Phi} \bar{\mathbf{H}} \quad 3.29$$

Donde $\bar{\Phi}$ es la versión ruidosa de Φ con los \mathbf{e}_m 's reemplazado por sus correspondientes versiones ruidosas. En este caso, lo que haremos para estimar el canal es calcular el mínimo autovector de la matriz $\bar{\Phi}^H \bar{\Phi}$.

3.4.2.4 Algoritmo nº4, de Feifei Gao y Arumugan Nallanathan

Este apartado, el 3.4.2.4, ha sido desarrollado en base a [17].

Este algoritmo provee de un método para el diseño del sistema precodificador que permite obtener una estimación del canal a partir de una sola columna de la matriz de autocorrelación. En nuestra elaboración de dicho algoritmo se realiza un promedio de todas las columnas que intervienen, elaborando una estimación del canal aun más efectiva. Veamos el proceso completo con detalle.

En primer lugar tenemos la precodificación no redundante de la información a transmitir, para ello aplicaremos la siguiente ecuación:

$$\mathbf{s} = \mathbf{W} \mathbf{d} \quad 3.30$$

Donde \mathbf{W} es la matriz precodificadora, \mathbf{d} es el vector de símbolos y \mathbf{s} se corresponde con el vector de símbolos precodificados. Como se ha explicado antes, dicha matriz ha de cumplir una serie de requisitos matemáticos que definirán la obtención de la matriz \mathbf{W} . Para su cálculo partiremos de la siguiente matriz:

$$P_{mq} = \begin{cases} 1, & m = q \\ p \neq 0, & m \neq q \end{cases} \quad 3.31$$

La cuál sólo depende del parámetro p , cuya única restricción es que sea distinto de cero. Una vez definida la procederemos al cálculo de \mathbf{W} , que se relaciona con esta última por la fórmula:

$$\mathbf{P} = \mathbf{W} \mathbf{W}^H = \mathbf{W}^2 \quad 3.32$$

Para el cálculo de \mathbf{W} se procederá a realizar la raíz cuadrada de \mathbf{P} , esto es posible dado que la matriz \mathbf{W} es hermítica, obteniendo así la matriz precodificadora deseada. Una vez precodificada la trama a enviar, el resto del sistema funciona como de costumbre, al llegar la señal al receptor tiene la forma:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{d} + \mathbf{z} \quad 3.33$$

Donde \mathbf{r} es la señal después del bloque FFT, \mathbf{z} es el ruido complejo AWGN con media cero y

covarianza $\sigma_z^2 \mathbf{I}_N$, siendo \mathbf{I}_N la matriz identidad de orden N , y \mathbf{H} es la matriz del canal que sigue la fórmula:

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, \dots, H_{N-1}) \quad 3.34$$

Donde las componentes H_i son las componentes de la transformada DFT de la respuesta impulsiva del canal. Al llegar la señal al bloque del estimador de canal, este realiza la autocorrelación de la señal quedando:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{r}\mathbf{r}^H\} = \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{W}^H \mathbf{H}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I}_N = \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I}_N \quad 3.35$$

Donde σ_s^2 es la potencia de la señal para cada portadora. Observando la ecuación, podemos reescribir la q -ésima columna de \mathbf{R} exceptuando el elemento de la diagonal $R(q,q)$ de la siguiente forma:

$$R(m, q) = \sigma_s^2 P(m, q) H_{m-1} H_{q-1}^*; \quad m = 1, \dots, q-1, q+1, \dots, N \quad 3.36$$

Dado que \mathbf{P} es conocida a priori, podemos obtener los elementos de la matriz de la siguiente forma:

$$\sigma_s^2 H_{m-1} H_{q-1}^* = \frac{R(m, q)}{P(m, q)} \quad 3.37$$

No obstante, los elementos q -ésimos de la diagonal no se pueden hallar mediante este método, dado que estos valores de \mathbf{R} están corruptos debido al ruido. Mientras se cumpla la

condición $M-1 \geq L+1$, siendo $L+1$ la longitud de la respuesta impulsiva del canal en el dominio del tiempo, el canal podrá ser estimado a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 P(1,1)|H_0|^2 + \sigma_n^2 & \sigma_s^2 H_0 H_1^* & \dots & \sigma_s^2 H_0 H_{N-1}^* \\ \sigma_s^2 H_1 H_0^* & \sigma_s^2 P(2,2)|H_1|^2 + \sigma_n^2 & \dots & \sigma_s^2 H_1 H_{N-1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 H_{N-1} H_0^* & \sigma_s^2 H_{N-1} H_1^* & \dots & \sigma_s^2 P(N,N)|H_{N-1}|^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad 3.38$$

$$\mathbf{r}_q = \{ \tilde{\mathbf{R}}(1:q-1, q)^T, \tilde{\mathbf{R}}(q+1:N, q)^T \}^T \quad \text{con } q=1, \dots, N \quad 3.39$$

$$\mathbf{F}_q = \{ \mathbf{F}(1:q-1, 1:L+1)^T, \mathbf{F}(q+1:M, 1:L+1)^T \}^T \quad 3.40$$

Donde \mathbf{F} sería la matriz responsable de la realización de la DFT, siguiendo la siguiente fórmula:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & f_N^1 & \dots & f_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & f_N^{N-1} & \dots & f_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad 3.41$$

Con:

$$f_N = e^{-j2\pi/N} \quad 3.42$$

A partir de las mismas podremos obtener N estimadores del canal, siguiendo las siguientes ecuaciones:

$$\bar{\mathbf{h}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{F}_q^\dagger \mathbf{r}_q = \sigma_s^2 \mathbf{H}_{q-1}^* \mathbf{h}, \quad \text{con } q=1, \dots, N \quad 3.45$$

$$\bar{\mathbf{H}} = DFT(\bar{\mathbf{h}}) = \sqrt{N} \bar{\mathbf{F}}(:, 1:L+1) \bar{\mathbf{h}} = \mathbf{F}(:, 1:L+1) \mathbf{F}_q^\dagger \mathbf{r}_q = \sigma_s^2 \mathbf{H}_{q-1}^* \mathbf{H} \quad 3.46$$

Donde \mathbf{h}_{eq} es la estimación de la respuesta impulsiva del canal en el dominio del tiempo, \mathbf{H}_{eq} es la estimación del canal en el dominio de la frecuencia y \mathbf{F}_q^\dagger es la pseudo-inversa de la matriz \mathbf{F}_q .

Durante este capítulo se ha dado una panorámica general de los algoritmos de estimación de canal, para acabar centrándonos en los algoritmos que nos servirán de base para este proyecto. Se ha explicado el funcionamiento de los mismos dando detalles de los procesos matemáticos que estos requieren para llevar a cabo su labor. En el siguiente capítulo, nos dedicaremos a la implementación y análisis de dichos algoritmos, tomándolos como base y realizando las modificaciones que sean oportunas para su eficiente funcionamiento.