

5. AJUSTE EN SUPERFICIES DE LOS RESULTADOS DE LA MULTIPLEXIÓN DE FUENTES VoIP

5.1. Introducción al problema de ajuste en superficie

Una vez se dispone del conjunto de puntos que definen las curvas de prestaciones de servicio, es necesario definir un método que ajuste dichas superficies de la manera más adecuada.

Básicamente existen dos métodos para ajustar curvas: interpolación y regresión. La interpolación se utiliza cuando se desea conocer los valores intermedios en una serie de datos precisos. En cambio, cuando lo que interesa es conocer la tendencia general de los datos, es más apropiada la regresión.

Atendiendo a la distribución de los resultados obtenidos, es razonable hacer uso de un método de regresión en lugar de la interpolación.

Entre los métodos de regresión se hace uso del método de mínimos cuadrados. Este es un método matemático fácilmente implementable por un software de cálculo numérico, como puede ser *Matlab*. Se trata de una estrategia basada en obtener una función aproximada que ajuste adecuadamente el comportamiento o la tendencia general de los datos, sin coincidir necesariamente con cada punto en particular. De tal manera que persigue minimizar el error cuadrático cometido entre el conjunto de puntos reales y el estimado.

Este error puede expresarse como la norma de la diferencia entre los puntos reales, p_r^i , y los estimados, p_e^i . No obstante, nos interesa conocer el error relativo representado como el cociente entre el error cuadrático y la

norma del conjunto de puntos reales, tal como se expresa en la siguiente ecuación.

$$\varepsilon_r = \frac{\sqrt{\sum_i (p_r^i - p_e^i)^2}}{\sqrt{\sum_i (p_r^i)^2}} \quad (5.1)$$

Por otro lado, es posible evaluar el error de pico como el máximo error cometido en el ajuste de los puntos. Se expresa de manera adimensional como sigue.

$$\varepsilon_p = \frac{\max_i \{p_r^i - p_e^i\}}{p_e^i} \quad (5.2)$$

Un ejemplo del funcionamiento de este método consiste en estimar los parámetros del modelo de regresión lineal múltiple. Este modelo presenta la siguiente estructura:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} \quad , i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

Este caso genérico contempla que tenemos k variables y n observaciones. Suponiendo que $n > k$, se establece un sistema sobredeterminado, por lo que no existe una solución única. Esto conlleva a que se busca el mejor vector que sea capaz de aproximar los puntos. Así, el error cuadrático cometido viene dado por

$$\varepsilon_{sq} = \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} \right)^2 \quad (5.4)$$

con respecto a cada uno de los parámetros del modelo $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$.

Obsérvese que existen $k + 1$ ecuaciones. Por ello es más compacta utilizar la notación matricial, que es además como se implementa en *Matlab*. Así, el modelo se expresa como

$$Y = X\beta \quad (5.5)$$

tal que

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix};$$

Donde Y es el vector de observaciones; X , la matriz de valores, y β , el vector de coeficientes de regresión.

Entonces, se obtienen el siguiente sistema matricial conocido como ecuaciones normales. Se puede demostrar que la matriz de coeficientes de las ecuaciones de Gauss coincide con $X^t X$, y como el término independiente de las ecuaciones normales coincide con el vector $X^t Y$, se tiene que los valores $\{\beta_j\}$ que mejor aproximan los valores pueden calcularse como sigue:

$$X^t X \beta = X^t Y \quad (5.6)$$

que es, precisamente, el sistema de las ecuaciones normales de Gauss. De forma que error cuadrático en notación matricial puede expresarse como

$$\varepsilon_{sq} = (Y - X\beta)^t (Y - X\beta) \quad (5.7)$$

Finalmente, para poder solucionar estas ecuaciones se requiere que exista la inversa de la matriz $X^t X$. Ésta existe siempre que las variables de regresión sean linealmente independientes. Así, la solución de mínimos cuadrados es el vector β .

$$\beta = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (5.8)$$

Aunque teóricamente pueda parecer un método complejo y costoso en recursos, su aplicación en *Matlab* se reduce a aplicar el operador *backslash*, usado para aplicar la inversa de una matriz por la izquierda. De tal forma que conocido el vector de observaciones, valores de la variable de interés en cuestión; y construida la matriz X , contiene los valores de N y R organizados según la expresión analítica usada; sólo resta aplicar la siguiente instrucción.

$$\gg \text{beta} = X \backslash Y;$$

El método de mínimos cuadrado presentado se halla limitado a expresiones donde las observaciones dependen linealmente de los coeficientes de regresión, por ejemplo expresiones polinómicas. Sin embargo, en la caracterización de tráfico agregado de VoIP es frecuente el uso de exponenciales. Esto conlleva a que la matriz de valores X depende no linealmente de un conjunto de coeficientes α , tal que el nuevo sistema a resolver queda como sigue.

$$Y = X(\alpha)\beta, \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

De manera que esta ocasión, las observaciones depende linealmente de los coeficiente contenidos en β , pero no del conjunto contenido en α . Este nuevo método se define como mínimos cuadrados separable.

Entonces la ecuación normal se transforma en la siguiente expresión:

$$X^t(\alpha)X(\alpha)\beta = X^t(\alpha)Y \quad (5.10)$$

lo que implica que la solución del sistema presente la estructura dada a continuación.

$$\beta = (X^t(\alpha)X(\alpha))^{-1}X^t(\alpha)Y \quad (5.11)$$

Por lo tanto el problema se limita a la búsqueda del mínimo sobre los coeficientes que caracterizan la dependencia no lineal de la muestras. Esto se puede llevar a cabo mediante algoritmos como el método de Newton-Raphson. Una posible implementación del método de mínimos cuadrados separable en *Matlab* es mediante el uso de la instrucción *fminsearch* y la creación de una función donde se lleve a cabo el ajuste por mínimos cuadrados. A continuación se muestra una versión genérica del código en *Matlab*.

```
>> alpha0 = zeros(m, 1);
>> alpha = fminsearch(@lsm, alpha0, [], X, Y);
function beta = lsm(alpha, X, Y)
beta = X\Y;
```

Gracias a este nuevo método es posible la aplicación de expresiones exponenciales, inclusive combinaciones de las mismas con polinomios, al ajuste de puntos.

Una vez se dispone de un método de ajuste adecuado para obtener la fórmula analítica, en primer lugar se lleva a cabo un estudio en dos dimensiones del conjunto de puntos disponible tras las simulaciones realizadas. De esta forma se intuye qué expresión ajusta de manera más apropiada estos puntos. Posteriormente se aplica el método presentado al ajuste de superficies y, finalmente, se comprueba su bondad. En caso de que los resultados no sean satisfactorios, se repite el procedimiento con una nueva expresión.

5.2. Expresión analítica exhaustiva

Para la consecución de la expresión que relacionara los distintos parámetros con las variables de interés: calidad, pérdida de paquetes y retardo; se comenzó con un análisis en dos dimensiones. Este análisis preliminar se basaba en la representación de cada una de las variables frente al factor de reducción del caudal de salida R , en un caso, y frente al número de conversaciones N , en otro. Todo ello además repetido para cada número de tramas por paquete N_{fpp} y haciendo uso de un códec de voz como modelo, que en este caso se trata del G.729 VAD.

Tras observar los distintos conjunto de puntos graficados se procede a ajustarlos mediante una expresión cuyo error cuadrático con respecto a los puntos originales sea mínimo. En ambos casos se obtiene como expresiones más adecuadas bien un polinomio, o bien una suma de dos exponenciales. De tal manera que estas primeras aproximaciones induce a la búsqueda de un conjunto de expresiones que relacione sendas variables independientes en una misma ecuación.

Además, del análisis de los resultados obtenidos tras la simulación, se extrae la idea de encontrar una expresión analítica con una estructura común para todo el paradigma, ya que la forma de las distintas superficies son muy parecidas.

Así, se comienza con un estudio de superficies sobre la cual definir una expresión de ajuste que minimice el error cometido y, a la vez, no presente una complejidad excesiva.

En primer lugar, se plantean expresiones formadas por sumas y productos de polinomios de diversos grados y que dependan tanto de R como de N . Expresándolo de forma abreviada: ***poly(N, dn)*** + ***poly(R, dr)*** ó ***poly(N, dn) · poly(R, dr)***. Donde *poly(x, dx)* denota un polinomio en x de grado dx , $poly(x, dx) = \sum_{i=0}^{dx} a_i \cdot x^i$. En la siguiente tabla se recoge una muestra de los resultados obtenidos mediante la aplicación de sendas expresiones polinómicas.

CALIDAD G.729 VAD - Nfpp=1				
Error (ϵ_r)	Suma		Producto	
	Grados (dn,dr)	# Coefs.	Grados (dn,dr)	# Coefs.
3%	-	-	3,3	16
4%	4,3	8	2,3	12
5%	2,3	6	1,3	8
6%	1,2	4	1,2	6
7%	0,2	3	0,2	3

Tabla 17. Error de ajuste mediante expresiones polinómicas.

Como puede apreciarse, estas expresiones poseen un grado de complejidad, entiéndase número de coeficientes, aceptable. Tomando como referencia un error del 5% se conforma la siguiente expresión para la suma de polinomios.

$$MOS(G.729VAD, Nfpp = 1, \epsilon < 5\%) = -29,64 + 2,22 \cdot 10^{-2} N - 2,15 \cdot 10^{-4} N^2 + 1,12 R - 1,25 \cdot 10^{-2} R^2 + 4,65 \cdot 10^{-5} R^3 \quad (5.12)$$

Sin embargo, este tipo expresiones presentan dos inconvenientes. En primer lugar, tal como refleja la tabla, no es posible alcanzar errores por debajo del 3%, incluso para el mejor de los casos como es el presentado. En adición, el ajuste no posee la bondad esperada a tenor de los datos aportados. Este hecho se puede apreciar en la ilustración mostrada a continuación y en el error de pico cometido: 46,50%.

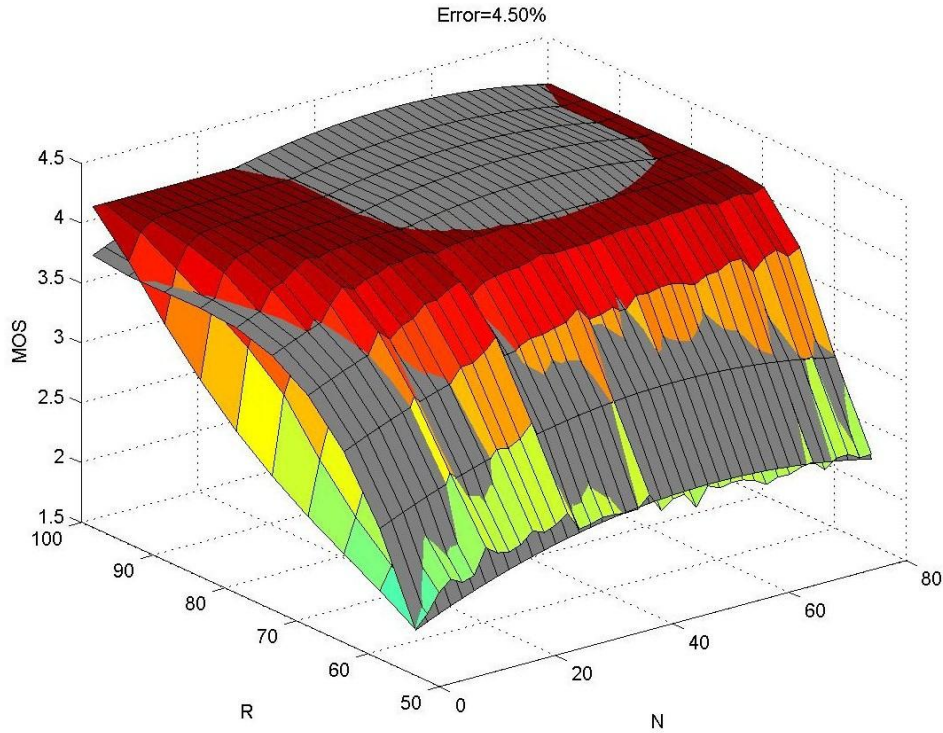


Figura 25. Ajuste de la calidad mediante suma de polinomios.

El siguiente paso consiste en buscar una expresión que combinase los efectos del polinomio con la dependencia exponencial, variando la posición de N y R entre el polinomio y la exponencial para determinar la mejor expresión: $\text{poly}(X, dx) \cdot [\exp(Y, dy) + \exp(Y, dy)]$; donde $\exp(x, dx) = e^{\sum_{i=0}^{dx} \alpha_i \cdot x^i}$. Aunque los exponentes posean la misma forma, los coeficientes α_i son distintos para cada exponencial.

En la tabla 18 se muestran los resultados conseguidos, en las mismas condiciones anteriores, tanto cuando el argumento de la exponencial depende de R , como de N , respectivamente.

CALIDAD G.729 VAD - Nfpp=1				
Error (ϵ_r)	Exponencial de R		Exponencial de N	
	Grados (dn,dr)	# Coefs.	Grados (dn,dr)	# Coefs.
4%	-	-	-	-
5%	2,2	9	2,2	9
6%	2,2	9	2,2	9
7%	1,2	8	0,2	5

Tabla 18. Error de ajuste mediante expresiones mixtas.

Puede observarse que los resultados obtenidos mediante la evaluación de las expresiones mixtas no aportan ninguna ventaja con respecto a las polinómicas. De hecho, los resultados son más desfavorables.

Por tanto, como los resultados no eran lo esperado, se propone una nueva expresión. Esta nueva propuesta recoge todos los posibles casos. Se trata de la siguiente combinación:

$$poly(N, dn) \cdot poly(R, dr) \cdot exp(N, R, dnn, drr) + poly(N, dn) \cdot poly(R, dr) \cdot exp(N, R, dnn, drr) \quad (5.13)$$

En este contexto, $exp(x, y, dx, dy) = e^{\sum_{i=0}^{dx} \sum_{j=0}^{dy} \alpha_{ij} \cdot x^i \cdot y^j}$. De nuevo, aunque parezca que la expresión se presenta por duplicado, los coeficientes difieren.

Gracias a esta nueva ecuación es posible obtener, de forma general, unos errores considerablemente bajos. Sin embargo, el elevado número de coeficientes necesarios para conseguirlos hace que sea poco práctica para su uso. Tomando como referencia la calidad de las conversaciones codificadas mediante el códec G.729 VAD con una trama por paquete, el número de coeficientes necesarios para obtener un error de 0,98% es de 52 coeficientes.

Por lo tanto, sólo resta buscar una solución de compromiso que asegure un error permisible y no eleve el número de coeficiente en

demasiada. Tras barajar distintas opciones, la única que cumple las dos premisas impuestas consiste en una simplificación de la expresión genérica.

$$E = \text{poly}(N, dn) \cdot \text{poly}(R, dr) \cdot \exp(N, R, dnn, drr) + k \cdot e^{\beta \cdot N} \quad (5.14)$$

Gracias a esta nueva ecuación, es posible reducir el número de coeficientes de forma drástica con respecto a la anterior. Tal como se indica en la tabla 19, se necesitan 24 coeficientes para conseguir un error inferior al 1%, en las mismas condiciones expuestas anteriormente, frente a los 52 obtenidos previamente. El hecho de añadir una segunda exponencial dependiente del número de conversaciones reside en que la distribución de puntos en función de N es bastante irregular. De tal forma que mediante ese último término se añade un nuevo grado de libertad para dicha variable permitiendo ajustar la superficie con errores aún más bajos sin amplificar su complejidad en exceso.

Aunque originariamente se perseguía una sola expresión que relacionase todos los parámetros en juego, vista la complejidad que supone incorporar una cantidad tan elevada de variables a la ecuación, se ha determinado hacer uso de la expresión final como ecuación válida para determinar la calidad, la pérdida de paquetes y el retraso, siempre y cuando queden fijados el resto de parámetros a excepción de N y R . Por lo tanto, se tiene una expresión común que ajusta cada escenario según los coeficientes calculados en cada ocasión.

Para determinar los mejores coeficientes que ajusten cada variable en cada situación se han diseñado una serie de ficheros en *Matlab* que interactúan entre sí para llevar a término dicha tarea.

Inicialmente, el fichero ***datafit2.m*** contiene definido el método de mínimos cuadrado separable adecuado a la expresión final. Mediante la aplicación de este método numérico es posible determinar los coeficientes de una expresión definida que reduzcan el error cuadrático medio respecto a un conjunto de puntos dado. Este fichero es invocado por ***lsfit.m***, el cual se encarga de pasar los puntos originales y los grados de los polinomios apropiadamente y de devolver el error cometido y los coeficientes hallados. Además, permite realizar la representación gráfica de la superficie original

y la estimada para su comparación visual. Indicar que los valores de los puntos originales se hallan en los ficheros *.data* devuelto por el script *plotData.sh*.

Además de estos dos ficheros, se dispone de un tercero, *rebat.m*, cuya finalidad reside en generar una batería de resultados a través de la variación de los grados de los polinomios y la exponencial para conocer el error cometido en función de los coeficientes elegidos mediante *lsfit.m*. Para finalizar, existe un último fichero denominado *research.m* dedicado a buscar y presentar de forma organizada el mínimo número de coeficientes necesarios para no alcanzar un error cuadrático medio especificado. Por lo tanto, para cada una de las baterías de resultados se genera un fichero de texto, denominado *códec.VAR-error.txt*, donde se recoge toda la información de interés que ha permitido rellenar las tablas de error-coeficiente adjuntas. *códec* se corresponde con la numeración de dos dígitos que identifica cada códec; mientras que *VAR* puede tomar los valores *DEL*, *MOS* o *PL* en función de si los datos son concernientes al retraso, la calidad o la pérdida de paquetes, respectivamente.

En la tabla 19, se presenta un extracto de los resultados obtenido tras aplicar la expresión analítica exhaustiva a la superficie de la calidad para el códec G.729 VAD y una trama por paquete. Mediante el uso de esta expresión se consigue reducir el error cuadrático hasta valores en tornos al 1%.

CALIDAD G.729 VAD - Nfpp=1		
Error (ϵ_r)	Grados	# Coefs.
1%	3,3 - 1,2	24
2%	2,1 - 1,2	14
3%	2,0 - 1,2	11
4%	2,0 - 1,2	11

Tabla 19. Error de ajuste mediante expresión exhaustiva.

La columna de grados contiene el siguiente formato: $dn,dr - dnn,dr$, correspondiente a los grados de los polinomios y la exponencial. La última columna indica el grado de complejidad de la expresión evaluado mediante el número de coeficientes necesarios.

De forma resumida se presenta una muestra para cada una de las variables. Para una información más detallada en el anexo I se recogen las tablas contenedoras de los errores procedentes de mencionados ficheros.

CALIDAD - Error (ϵ_r) < 5%			
Códec	Nfpp	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	1,0 - 1,2	10
AMR 5,15 VAD	1	1,0 - 1,2	10
AMR 5,90 VAD	1	1,0 - 1,2	10
AMR 6,70 VAD	1	0,2 - 1,1	9
AMR 7,40 VAD	1	0,1 - 1,2	10
AMR 7,95 VAD	1	0,1 - 1,2	10
AMR 10,2 VAD	1	0,2 - 1,1	9
AMR12,2 VAD	1	0,1 - 1,2	10
G.729 VAD	1	0,1 - 1,2	10

Tabla 20. Error de ajuste de la calidad menor que 5%.

RETRASO - Error (ϵ_r) < 6%			
Códec	Nfpp	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	2,2 - 1,2	17
AMR 5,15 VAD	1	4,1 - 1,2	18
AMR 5,90 VAD	1	3,2 - 1,2	20
AMR 6,70 VAD	1	3,2 - 1,2	20
AMR 7,40 VAD	1	3,2 - 1,2	20
AMR 7,95 VAD	1	1,2 - 1,2	14
AMR 10,2 VAD	1	5,3 - 1,1	30
AMR12,2 VAD	1	4,3 - 2,2	31
G.729 VAD	1	1,2 - 1,2	14

Tabla 21. Error de ajuste del retraso menor que 6%.

PÉRDIDA DE PAQUETES - Error (ϵ_r) < 9%			
Códec	Nfpp	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	4,2 - 1,2	23
AMR 5,15 VAD	1	2,2 - 1,1	15
AMR 5,90 VAD	1	5,2 - 2,1	26
AMR 6,70 VAD	1	3,2 - 1,1	18
AMR 7,40 VAD	1	2,2 - 1,1	15
AMR 7,95 VAD	1	2,1 - 1,2	14
AMR 10,2 VAD	1	5,1 - 2,2	23
AMR12,2 VAD	1	5,2 - 2,1	26
G.729 VAD	1	0,4 - 2,1	13

Tabla 22. Error de ajuste de las pérdidas menor que 9%.

De manera gráfica puede observarse cómo la superficie de ajuste sigue la tendencia sugerida por la superficie simulada. Así, la superficie original se representa mediante los colores concernientes a las curvas de nivel, mientras que la superficie dada por la expresión analítica se presenta en color gris. En la parte superior de las figuras se indica el error cuadrático relativo cometido en el ajuste.

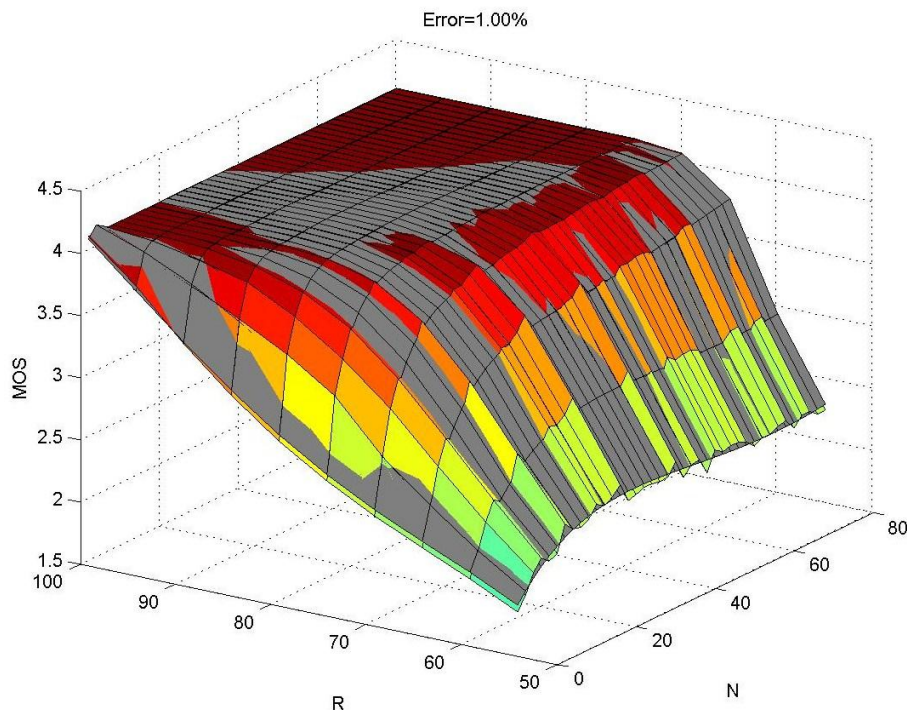


Figura 26. Ajuste de calidad códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

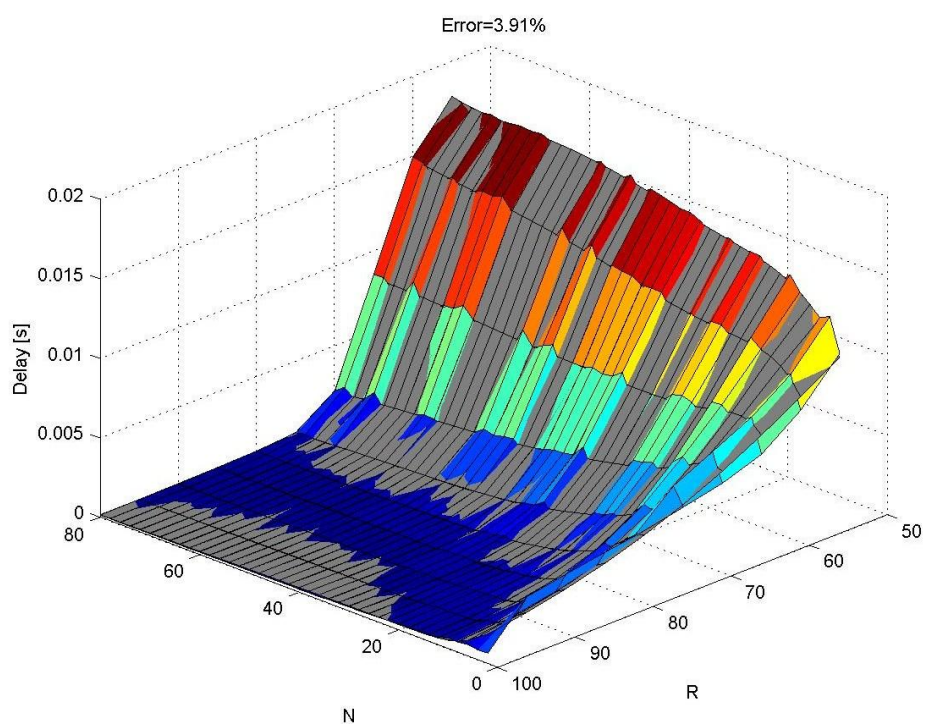


Figura 27. Ajuste del retraso códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

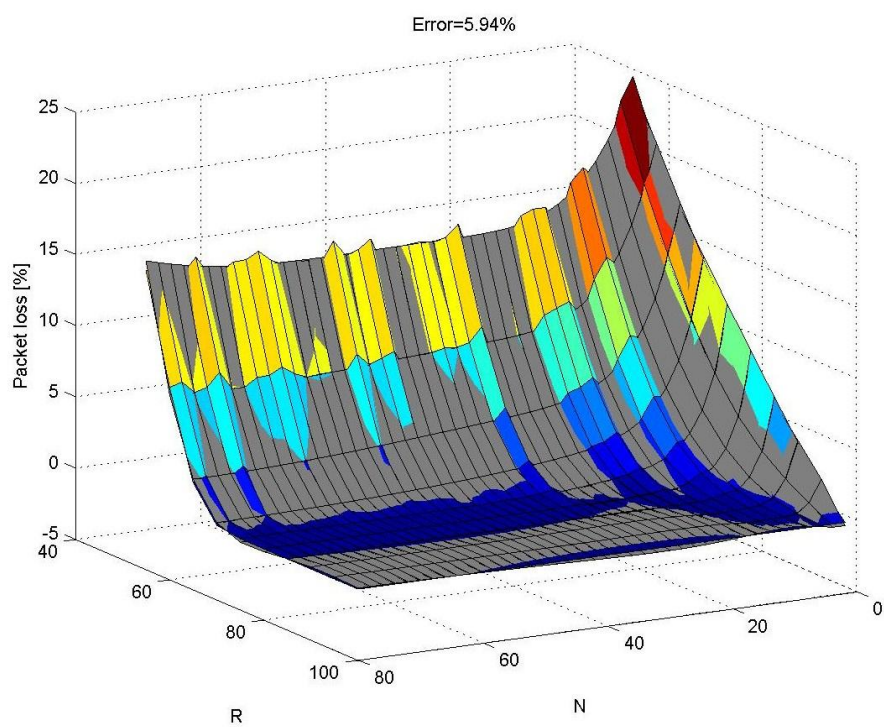


Figura 28. Ajuste de las pérdidas códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

La ecuación que describe la superficie de ajuste presentada en la figura 26 viene dada por la siguiente expresión. Indicar que el error de pico cometido toma un valor de 5,20%.

$$\begin{aligned} MOS(G.729VAD, Nfpp = 1, \epsilon_r < 1\%) = & (-35,18 + 1,45 R - 0,02 R^2 + 1,02 \cdot \\ & 10^{-4} R^3 + 8,38 N - 0,36 NR + 4,8 \cdot 10^{-3} NR^2 - 2 \cdot 10^{-5} NR^3 + 0,18 N^2 - \\ & 0,01 N^2 R + 2 \cdot 10^{-4} N^2 R^2 - 1,27 \cdot 10^{-6} N^2 R^3 - 0,01 N^3 + 6,75 \cdot 10^{-4} N^3 R - \\ & 1,15 \cdot 10^{-5} N^3 R^2 + 6,48 \cdot 10^{-8} N^3 R^3) \cdot \exp[(-1,86 - 1,99 R - 0,05 R^2 + 0,86 N + \\ & 3,11 NR - 0,06 NR^2) \cdot 10^{-3}] + 4,11 \cdot \exp(-3,84 \cdot 10^{-5} N) \end{aligned} \quad (5.15)$$

5.3. Expresión analítica segmentada

Por otro lado, surge la idea de segmentar la superficie original en dos intervalos: la zona inferior y la zona superior. La zona inferior recoge los puntos concernientes a valores de N comprendidos entre 2 y 28 conversaciones; mientras que la superior, los valores desde 30 a 80 conversaciones. El motivo de realizar esta división se basa en el hecho de que la parte superior de la superficie presenta una forma bastante homogénea para mencionados valores de N . Sin embargo, la inferior muestra una disposición más abrupta e irregular.

El empleo de esta técnica permite, generalmente, obtener un doble beneficio. Por un lado, es posible aumentar la precisión del ajuste, es decir, es posible alcanzar errores más bajos, o incluso inalcanzables, que con la curva completa. Por otro lado, conforme el error cometido aumenta, se necesita un menor número de coeficientes con respecto al ajuste de la superficie completa. En la siguiente tabla se pretende constatar este hecho.

Calidad G.729 VAD			
Error (ϵ_r)	Superficie completa (# coefs)	Zona Inferior (# coefs)	Zona superior (# coefs)
1%	24	20	11
3%	11	8	8
6%	9	8	8

Tabla 23. Comparativa de coeficientes de ajuste.

De tal manera que en la tabla comparativa puede advertirse que el ajuste mediante segmentación, generalmente, presenta menor complejidad que el ajuste de la curva completa. Además, cuando la exigencia de error es elevada, existen casos en los que no es posible encontrar una combinación de coeficientes tal que los satisfaga cuando se intenta hacerlo mediante el ajuste completo.

En adición, normalmente, la zona superior es más fácil de ajustar debido a su comportamiento más suave y monótono. Esto conlleva a una menor complejidad en la expresión analítica para esta área.

De nuevo se presentan las tablas resumen de los errores cometidos en el ajuste para la división de la superficie en sendas zonas.

CALIDAD - Error (ϵ_r) < 5%					
Códec	Nfpp	Zona inferior		Zona superior	
		Grados	# Coefs.	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 5,15 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 5,90 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 6,70 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 7,40 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 7,95 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR 10,2 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,2 - 1,1	9
AMR12,2 VAD	1	0,1 - 1,1	8	0,0 - 1,2	9
G.729 VAD	1	0,1 - 1,1	8	1,0 - 1,1	8

Tabla 24. Error de ajuste segmentado de la calidad menor que 5%.

RETRASO - Error (ϵ_r) < 6%					
Códec	Nfpp	Zona inferior		Zona superior	
		Grados	# Coefs.	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	4,2 - 1,2	23	1,2 - 1,2	14
AMR 5,15 VAD	1	1,4 - 1,2	18	0,4 - 1,1	11
AMR 5,90 VAD	1	4,3 - 2,1	28	1,2 - 1,2	14
AMR 6,70 VAD	1	4,3 - 2,1	28	1,2 - 1,2	14
AMR 7,40 VAD	1	4,3 - 1,2	28	1,2 - 1,2	14
AMR 7,95 VAD	1	3,2 - 1,2	20	0,4 - 1,2	13
AMR 10,2 VAD	1	-	-	0,4 - 1,1	11
AMR12,2 VAD	1	5,3 - 1,1	30	1,2 - 1,2	14
G.729 VAD	1	1,2 - 1,2	14	0,4 - 1,1	11

Tabla 25. Error de ajuste segmentado del retraso menor que 6%.

PÉRDIDA DE PAQUETES - Error (ϵ_r) < 9%					
Códec	Nfpp	Zona inferior		Zona superior	
		Grados	# Coefs.	Grados	# Coefs.
AMR 4,75 VAD	1	4,0 - 2,2	16	0,2 - 1,2	11
AMR 5,15 VAD	1	2,1 - 1,2	14	0,0 - 1,2	9
AMR 5,90 VAD	1	2,2 - 1,1	15	0,2 - 1,2	11
AMR 6,70 VAD	1	2,2 - 1,1	15	0,4 - 1,1	11
AMR 7,40 VAD	1	5,0 - 2,2	17	0,4 - 1,1	11
AMR 7,95 VAD	1	2,1 - 1,2	14	1,0 - 1,1	8
AMR 10,2 VAD	1	2,2 - 1,1	15	1,1 - 2,2	15
AMR12,2 VAD	1	2,2 - 1,1	15	4,0 - 2,2	16
G.729 VAD	1	0,2 - 1,1	9	0,0 - 1,2	9

Tabla 26. Error de ajuste segmentado de las pérdidas menor que 9%.

A modo de presentar una muestra visual de los resultados obtenidos, se presentan en las siguientes ilustraciones el ajuste llevado a cabo para este paradigma. En primer lugar se disponen aquellas pertenecientes a la zona inferior de la curva.

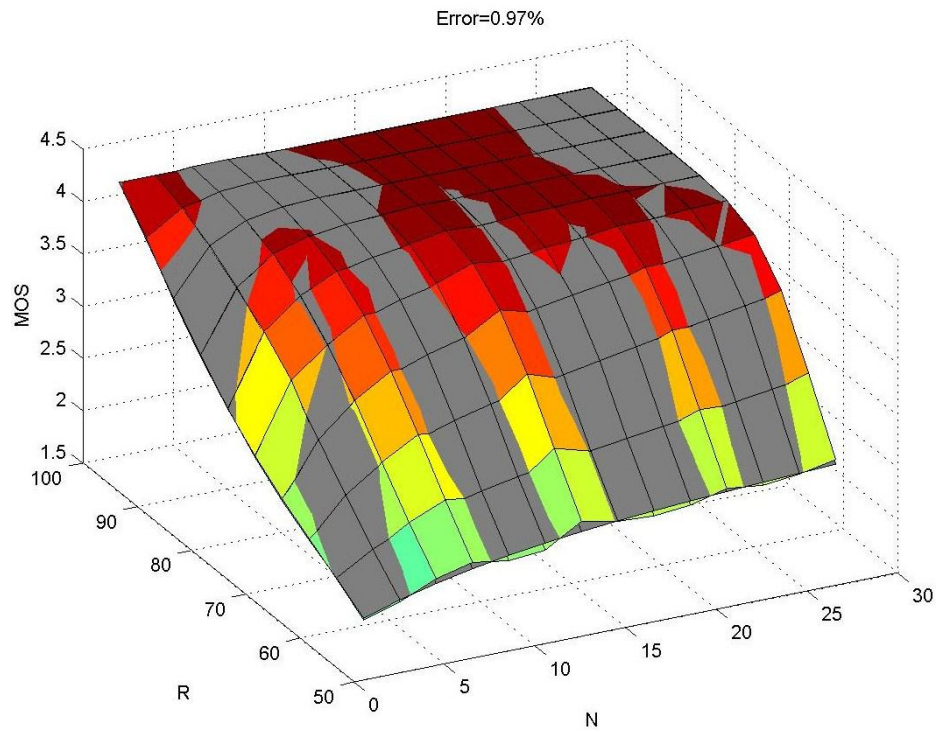


Figura 29. Ajuste inferior de la calidad códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

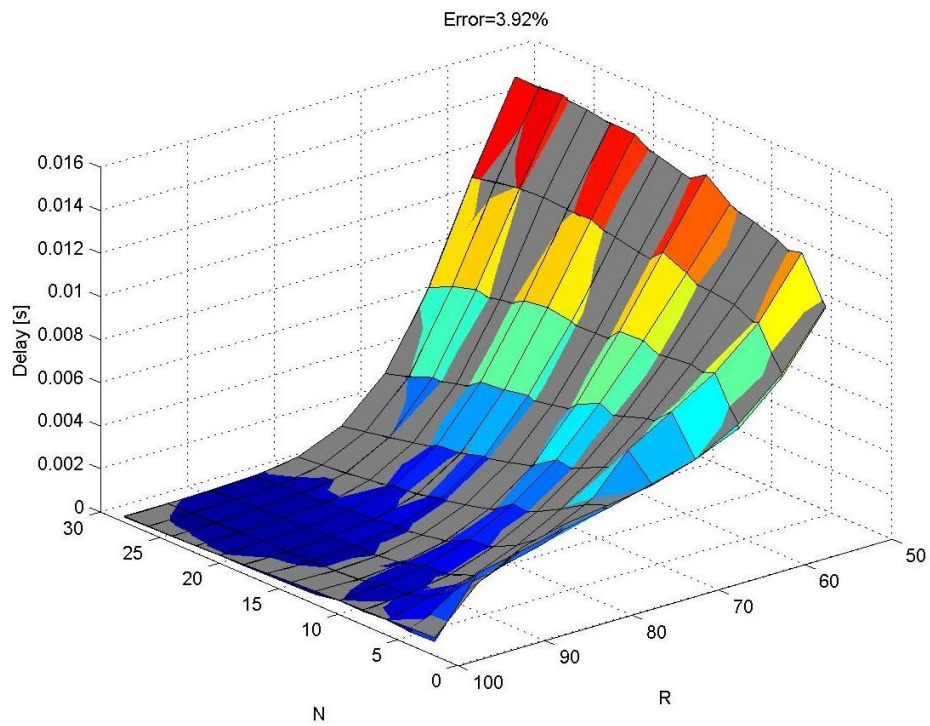


Figura 30. Ajuste inferior del retraso códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

El ajuste mostrado en la figura 29 presenta un error cuadrático medio de 0,97% y un error de pico de 4,33%. La ecuación que determina la superficie de ajuste tiene la siguiente formulación.

$$\begin{aligned}
 MOS(G.729VAD, Nfpp = 1, \epsilon_r < 1\%) = & (-57,10 + 2,52 R - 0,04 R^2 + 1,93 \cdot \\
 & 10^{-4} R^3 + 19,58 N - 0,90 NR + 1,36 \cdot 10^{-2} NR^2 - 6,66 \cdot 10^{-5} NR^3 - 1,55 N^2 + \\
 & 0,08 N^2 R - 1,22 \cdot 10^{-3} N^2 R^2 + 6,31 \cdot 10^{-6} N^2 R^3) \cdot \exp[(-1,92 - 4,97 R + 0,01 R^2 + \\
 & 0,32 N + 5,68 NR - 0,11 NR^2) \cdot 10^{-3}] + 4,08 \cdot \exp(-2,69 \cdot 10^{-4} N)
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

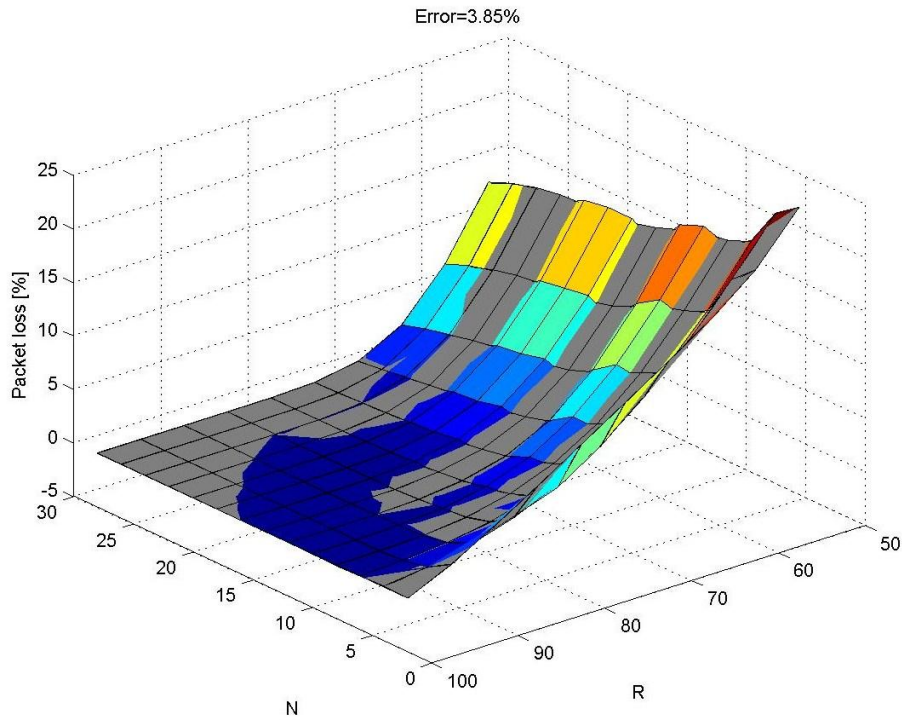


Figura 31. Ajuste inferior de las pérdidas códec G.729 VAD ($Nfpp=1$).

A continuación se incluyen las figuras equivalentes para la zona superior de las superficies.

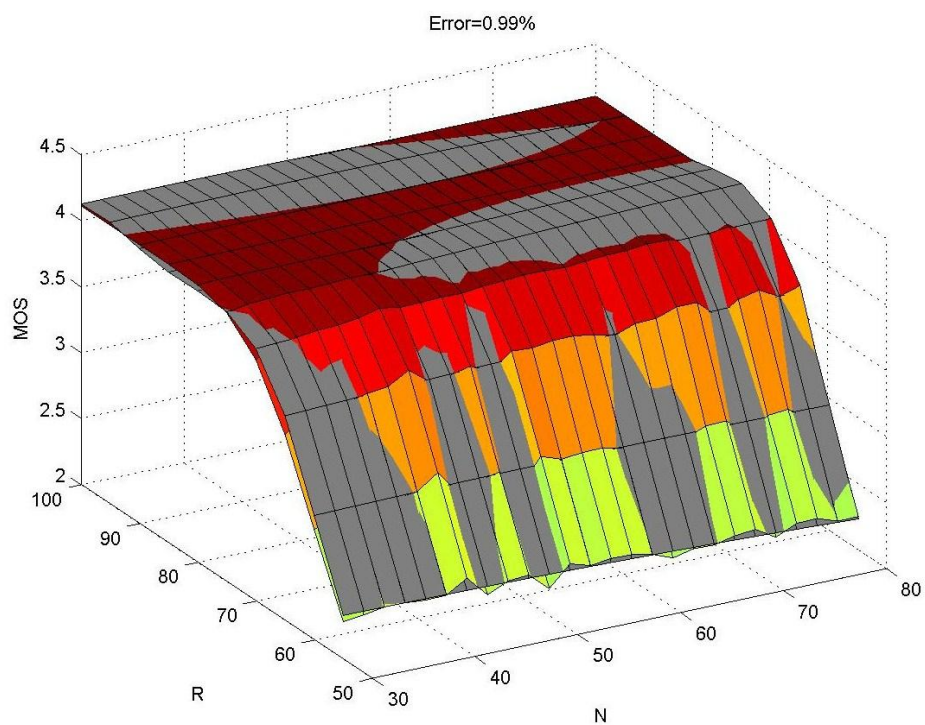


Figura 32. Ajuste superior de la calidad códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

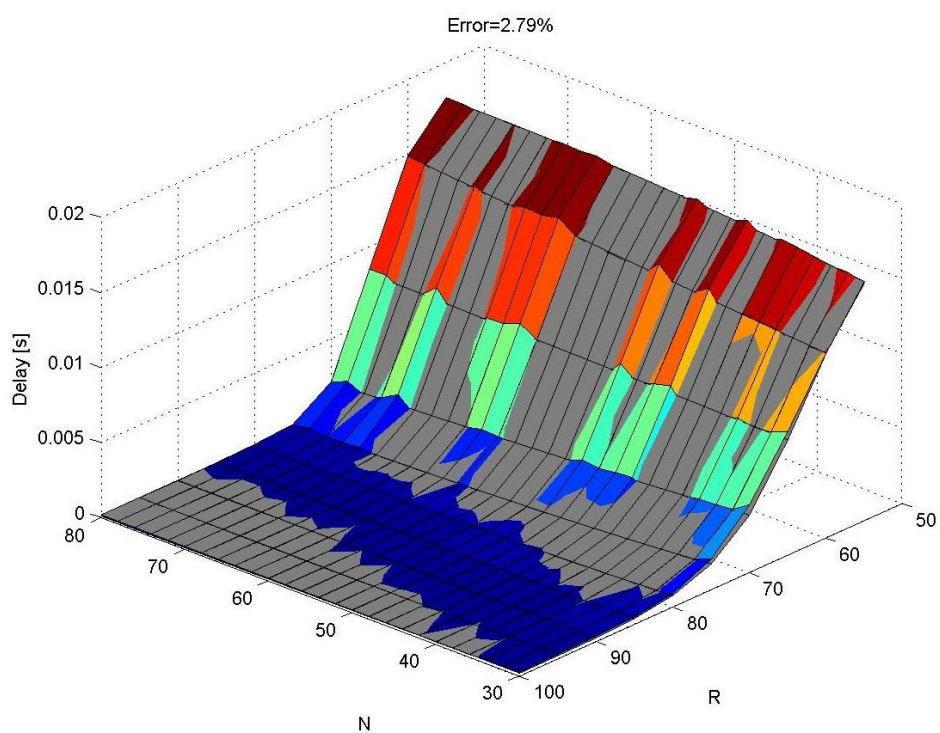


Figura 33. Ajuste superior del retraso códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

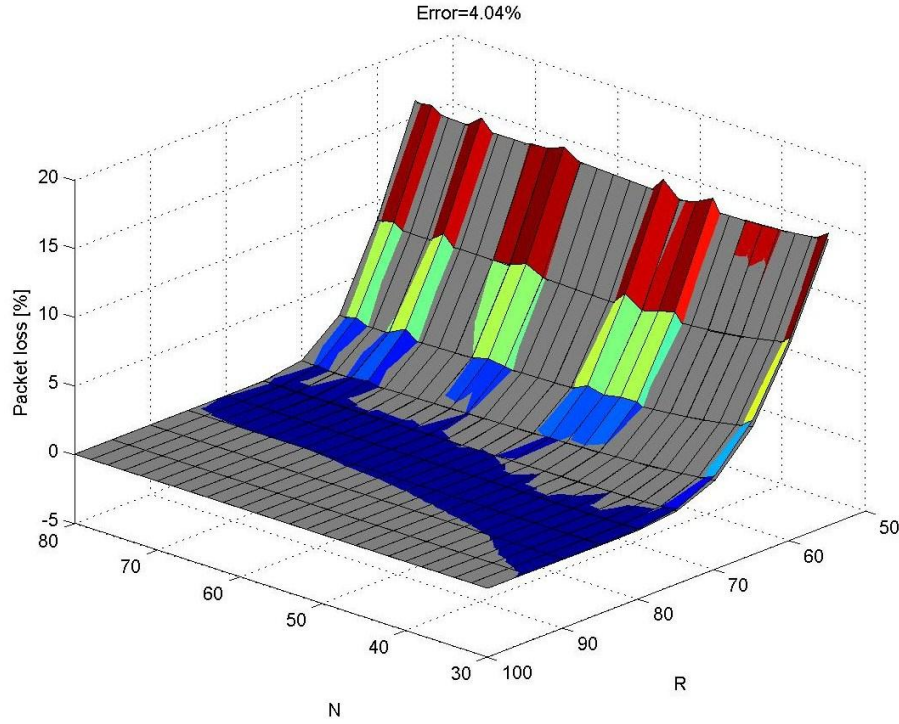


Figura 34. Ajuste superior de las pérdidas códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

En la figura 32 se presenta el ajuste realizado para la zona superior de la superficie de la calidad. En esta ocasión, el error relativo cometido es de un 0,99%, frente a un 4,17% de error de pico. La expresión analítica de ajuste es la siguiente.

$$MOS(G.729VAD, N_{fpp} = 1, \epsilon_r < 1\%) = (2790,90 - 117,02 R + 3,64 R^2 - 0,03 R^3 + 2,02 \cdot 10^{-4} R^4) \cdot \exp[(8,55 - 29,08 R + 4,50 N + 1,95 \cdot 10^{-4} NR) \cdot 10^{-3}] - 679,65 \cdot \exp(4,51 \cdot 10^{-3} N) \quad (5.17)$$

5.4. Expresión analítica compacta

Por último, comentar que además de las dificultades encontradas para hallar la expresión más adecuada, se presenta un nuevo obstáculo relativo a la estructura de la propia expresión. La ecuación propuesta no posee una forma compacta tal que sea posible diferenciar los coeficientes pertenecientes a cada polinomio. En otras palabras, no es posible

desagregar los productos de polinomios tal como se muestran en su forma esquemática, sino que debe expresarse como el producto desarrollado de los mismos. Este inconveniente se debe a la mecánica intrínseca de calcular los coeficientes mediante el método de los mínimos cuadrados. Es cierto, a pesar de todo, que sí se puede encontrar una expresión compacta con la misma estructura definida, pero los resultados son desastrosos debido a que el método de ajuste no funciona de la misma manera.

Aún así, se ha encontrado una nueva expresión más sencilla que satisface los objetivos perseguidos, pero sólo aplicable a la calidad de las conversaciones para el códec de voz G.729. Esta nueva alternativa se recoge en *datafit1.m* y su expresión presenta la siguiente estructura.

$$C = \text{poly}(R, dr) \cdot e^{\alpha_1 \cdot N} + \text{poly}(N, dn) \cdot e^{\alpha_2 \cdot R} \quad (5.18)$$

El hecho de que se aplicable sólo a la calidad del mencionado códec reside en que los errores cuadráticos medio conseguidos no son aceptables, generalmente, para el resto de los casos estudiados. Los coeficientes necesarios para un error inferior al 6% se recogen en la siguiente tabla.

CALIDAD - Error (ϵ_r) < 6%			
Códec	Nfpp	Grados	# Coefs.
G.729 VAD	1	0,1 - 1,1	7
G.729 VAD	2	2,1 - 1,1	9
G.729 VAD	3	1,3 - 1,1	10
G.729 VAD	4	0,4 - 1,1	10
G.729 VAD	5	1,4 - 1,1	11
G.729 VAD	6	3,4 - 1,1	13

Tabla 27. Error de ajuste compacto de la calidad menor que 6%.

En la siguiente ilustración se presenta la superposición entre la superficie original y la dada por la expresión compacta. Es notoria la

existencia de fluctuaciones en la superficie de ajuste debido a que la expresión compacta no dispone de un grado de libertad tan elevado como las anteriores.

Debido al efecto de las oscilaciones no se han incluido como válidas las expresiones con una estructura compacta como son las basadas en sumas de polinomios, expuestas en la sección 5.2. Aunque parezca ventajoso el hecho de que el grado de complejidad sea menor, no siempre es adecuada la forma de la curva generada mediante la expresión de ajuste, Esto es así ya que el método de ajuste persigue el menor error cometido entre un punto real y uno estimado, sin embargo, no tiene en cuenta la posible forma de la curva entre dos puntos reales.

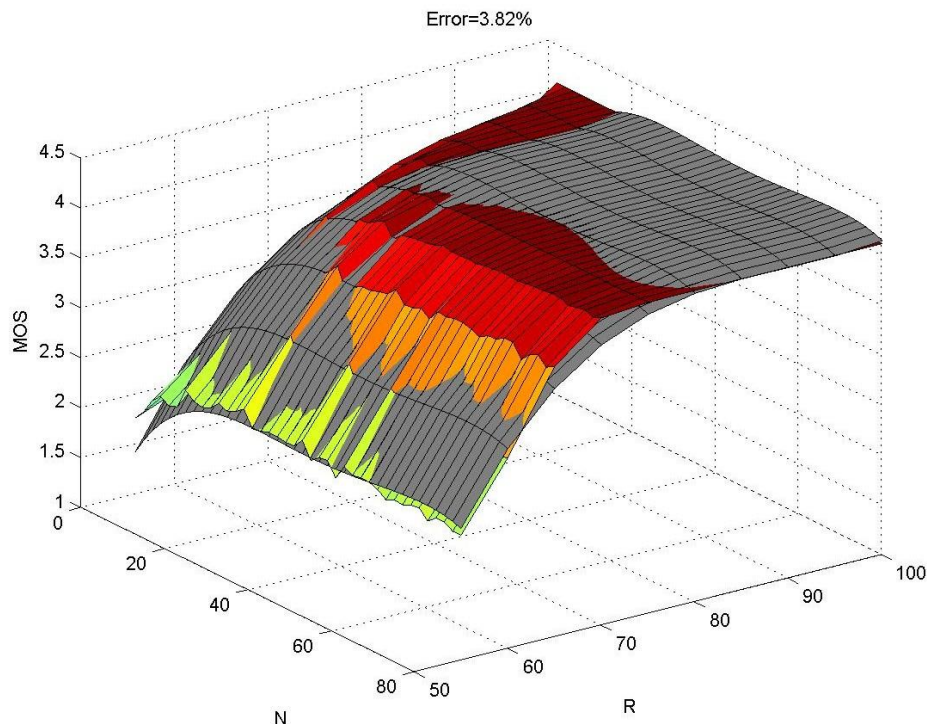


Figura 35. Ajuste compacto de la calidad códec G.729 VAD ($N_{fpp}=1$).

Por último, se presenta la expresión compacta para la predicción de la calidad de las conversaciones codificadas mediante G.729 VAD con una trama por paquete, representada anteriormente. Además de cometer un error relativo de 3,82%, el error de pico alcanza el valor de 28,74%. Este hecho demuestra que las expresiones compactas niegan grados de libertad

con los que contaban las expresiones anteriores, produciéndose errores mayores.

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{MOS}(G.729VAD, Nfpp = 1, \epsilon_r < 4\%) = \\
 & -(6,08 \cdot 10^6 + 2175,50 R + 0,40 R^2) e^{-1,01 \cdot 10^{-3} N} + (6,08 \cdot 10^6 - 6144,20 N + \\
 & 3,10 N^2 - 9,97 \cdot 10^{-4} N^3) e^{-3,58 \cdot 10^{-4} R} \quad (5.19)
 \end{aligned}$$