PROYECTO FIN DE CARRERA

SIMULADOR DE FUENTES ACÚSTICAS ELEMENTALES

Departamento de Teoría de Señal y Comunicaciones
Tutora: Susana Hornillo Mellado

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS

INGENIERÍA SUPERIOR DE TELECOMUNICACIONES

Jesús Ruiz Moreno

Índice de contenido

0. Introducción al proyecto

Este proyecto se basa en el estudio de ondas acústicas que tienen su efecto en presencia de un medio gaseoso como es el aire, presente para la mayor parte de los eventos sonoros que tienen origen en nuestra vida cotidiana. El hecho de que un evento sonoro pueda ser percibido por una persona, es consecuencia de una cadena sencilla de fenómenos: una fuente sonora que genera vibraciones de pequeña amplitud en el aire que la rodea y, gracias a la compresibilidad y la masa del aire, estas se propagan y llegan al oído del receptor.

La línea de estudio aquí planteada en este proyecto es interesante entenderla como un acercamiento a las aplicaciones específicas relacionadas con el mundo acústico, mediante la creación de características direccionales concretas del sonido a través de equipos como arreglos de altavoces para acondicionar distintos entornos o salas. Es esta la motivación que nos ha impulsado a crear una herramienta que nos permita unificar un conjunto determinado de fuentes elementales y poder presentarlas a través de una aplicación de carácter sencillo y accesible para comparar las radiaciones.

En este trabajo se intentará describir y explicar el comportamiento físico de algunos de estos fenómenos acústicos creados según el tipo de fuente. Estudiaremos las magnitudes físicas necesarias para la descripción de los campos sonoros y de algún modo tratar de ver qué relaciones existen entre ellas.

Según se plantea el proyecto a lo largo del desarrollo, nos encontramos con situaciones que van adquiriendo complejidad y realismo. Todo esto es la base de lo que constituye nuestro proyecto: un simulador que describe el comportamiento acústico a través de su nivel de presión producido en los puntos de una región, entrando a analizar aspectos como la distinción entre las zonas de campo cercano y lejano.

Estructura de la memoria

En los tres primeros bloques de esta memoria, presentaremos las nociones básicas para adentrarnos en los comportamientos acústicos. Se irán planteando las situaciones que vamos a abordar desde un punto de vista matemático detallado y preciso.

De la manera explicada, aplicaremos los resultados a nuestra herramienta diseñada con el mayor rigor posible. La herramienta será diseñada en el entorno gráfico *GUI* de MATLAB, la cual será descrita en nuestro cuarto bloque.

Por último antes de acabar, dedicaremos el mayor de los bloques, el quinto, a mostrar y comentar los resultados que nos ofrece nuestra herramienta visual.

1. Conceptos básicos sobre propagación de ondas

En este capítulo se intenta describir y explicar el comportamiento físico de la propagación del sonido en gases. Primero es conveniente clarificar las magnitudes físicas necesarias para la descripción de campos sonoros y las relaciones entre ellas.

Al poner atención a eventos acústicos de corta duración, como la explosión de un cohete o el estruendo de un rayo, se puede apreciar que entre la generación y la llegada de la señal acústica existe una diferencia, la cual es mayor a medida que se aumente la distancia fuente-observador. Si no se considera que:

- el sonido se atenúa con la distancia a la fuente.
- las fuentes sonoras pueden tener un comportamiento direccional, y
- se pueden producir ecos debido a grandes reflectores, si no se considera el ambiente acústico.

La única diferencia para distintos puntos de observación es que a ellos les corresponden diferentes tiempos de retraso, como consecuencia de las diferentes distancias que la onda recorre en su propagación. La forma de onda de un campo sonoro en principio no cambia durante la propagación. Como las componentes de la señal no se propagan a distintas velocidades, se dice que la propagación es no dispersiva.

1.1 Descripción acústica

En este apartado se intenta describir y explicar el comportamiento físico de la propagación del sonido en gases, que posteriormente nosotros aplicaremos al aire. Por eso vemos conveniente clarificar primero las magnitudes físicas necesarias para la descripción de campos sonoros.

Para el estudio de la acústica consideramos las magnitudes físicas como unas variaciones temporales (y espaciales) muy pequeñas que se superponen a las magnitudes estáticas del medio.

Como consecuencia, caracterizamos las magnitudes con una parte estática (propia del medio) y otra parte variable. Según esto:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_G = p_0 + p \\ \varrho_G = \varrho_0 + \varrho \\ T_G = T_0 + T \end{array} \right\} \quad [1]$$

donde

p_0, ϱ_0 y T_0 son las magnitudes del medio en reposo (sin perturbación)

p, ϱ y T representan las variaciones producidas por el sonido.

Estas magnitudes del campo sonoro variable son extremadamente pequeñas en comparación a las magnitudes estáticas.

Estas tres ecuaciones muestran la presión sonora, densidad sonora y la temperatura. Debido a que la presión sonora es una magnitud medible, será necesario estimar la densidad sonora indirectamente a partir de ésta. Para ello, de ahora en adelante usaremos la presión en lugar de densidad siempre que sea posible.

En este caso que nos ocupa de los campos sonoros, cabe asumir que en el medio en el que se propaga el campo (el aire) se tienen gases sin capacidad de transportar energía calórica, dicho de otra manera, los fenómenos de transferencia de calor no tienen lugar. Por tanto, los cambios en gases que se producen sin transportar o intercambiar energía calórica se denominan *adiabáticos*.

Si queremos medir la intensidad con la que el sonido alcanza un punto concreto del espacio en un momento determinado lo que haremos será medir su nivel de presión sonora (en inglés *sound pressure level, SPL)*:

$$L_P = 20 \log \frac{P_1}{P_0}$$

Normalmente se utiliza como unidad el decibelio, y es una medida que expresa la relación entre la presión eficaz del campo sonoro P_1 con una presión sonora de referencia para el aire de $P_0 = 20\ \mu Pa$.

1.2 Ondas progresivas

Una vez se han definido las magnitudes asociadas a los campos sonoros, es conveniente explicar físicamente el fenómeno de la propagación de una onda en un medio gaseoso como es el aire. De nuevo, no se considerarán otros factores complejos como la atenuación de la onda con la distancia, ni tampoco reflexiones en el medio.

Cuando hablamos de una onda que viaja en una determinada dirección se habla para este caso de una *onda progresiva*.

Una característica muy importante de la señal sonora es que su composición no cambia durante su propagación a través de los gases, la cual es una de las condiciones físicas más importantes para la comunicación acústica. Si resulta difícil afirmar en este hecho, se debe pensar simplemente en que el lenguaje humano es posible debido a esta causa.

Cualquiera de los fenómenos principales que dan lugar a los campos sonoros en la acústica cumplen con la denominada *ecuación de ondas [MÖS-01]:*

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \qquad [2]$$

En general las soluciones a dicha ecuación de ondas son funciones arbitrarias que dependen solo del argumento $t \pm x/c$ (según el sentido de propagación), es decir

$$p(x,t) = f\,(t \pm x/c) \qquad [3]$$

donde $f(t)$ se corresponde a una función cuya forma específica depende de la fuente sonora y c es la velocidad de propagación. Falta aclarar que el signo negativo corresponde al caso de propagación de la onda a la derecha

Respecto a la velocidad de propagación del sonido en gases. Es más conveniente que esta velocidad c sea definida como:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{R}{M_{mol}} T_0} \qquad [4]$$

siendo γ el coeficiente de dilatación adiabática y T_0 la temperatura del medio. Si nos encontramos en el caso del aire, usando los valores típicos: $M_{mol} = 28{,}8 \cdot 10^{-3}\ kg$ a una temperatura $T_0 = 288\ K$ (15°C), sabiendo que el coeficiente vale $\gamma = 1{,}4$ para el aire, se obtiene el valor de $c = 341\ m/s$.

En ocasiones, cuando no se tiene en cuenta variaciones de temperatura de hasta 10ºC, para los cálculos se tiene en cuenta sólo que *c* = 340 *m/s*.

Comportamiento armónico

Frecuentemente los eventos sonoros o vibratorios se considera que tienen un comportamiento temporal armónico. En general se define la presión sonora de una onda armónica progresiva que viaja en la dirección *x* de la siguiente forma *[MÖS-02]:*

$$p(x,t) = p_0 cos\, \omega\, (t \pm x/c) \qquad [5]$$

Aunque puede expresarse alternativamente como

$$p(x,t) = p_0 cos(\omega t - x/c) \quad \text{donde} \quad k = \frac{\omega}{c} \qquad [6],[7]$$

siendo *k* lo que se conoce como *número de onda*. Recordamos también otras relaciones básicas de movimientos armónicos:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}\ ; \quad \lambda = \frac{c}{f}\ ; \quad \text{y} \quad k = \frac{\omega}{c} \qquad [8],[9],[10]$$

donde

ω es el período temporal

f es la frecuencia de la onda

T es la duración de un período

λ es la longitud de onda asociada e inversa a la frecuencia

Los obstáculos en acústica (al igual que ocurre en óptica) siempre se miden en función de la longitud de onda principalmente.

Se determina que en el rango de frecuencias bajas, donde las medidas de un objeto son pequeñas en relación a la longitud de onda, los obstáculos son *acústicamente invisibles*. En cambio a frecuencias altas sí que están presentes, pudiendo actuar como cuerpos absorbentes, reflectores o difusores a distinto nivel de complejidad que interfieren en el avance de la onda.

A continuación mostramos una gráfica realizada con el programa de cálculo matricial MATLAB que enseña la propagación de una onda progresiva (Fig. 1.3.a). En ella, se muestra la presión sonora como una función cosenoidal que se va desplazando hacia la derecha con una velocidad de propagación *c* en diferentes instantes de tiempo.

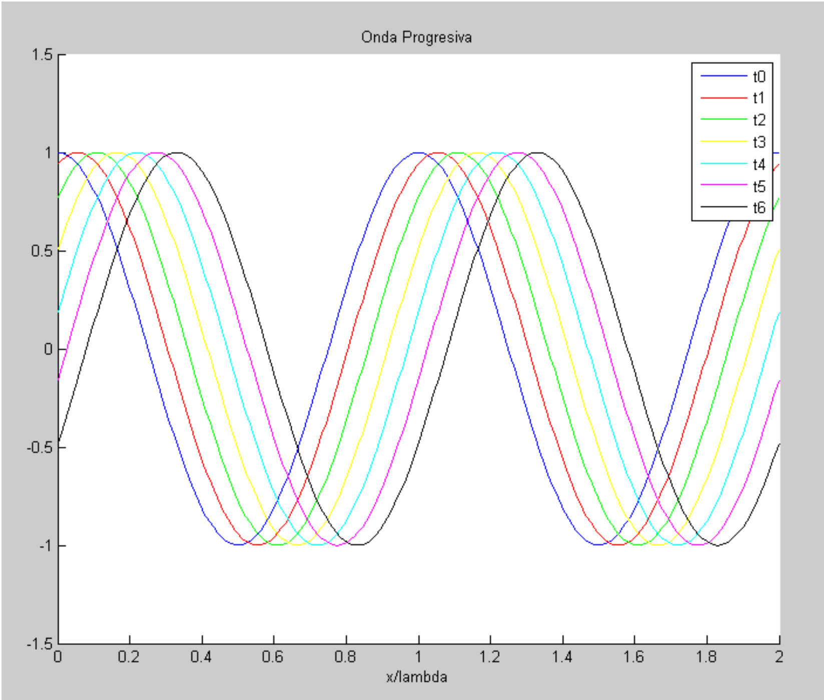


Figura 1.3a: Distribución espacial de la presión sonora en una onda progresiva

Podemos concluir que la presión sonora mantiene la misma forma de onda, por lo que no se ve alterada en la propagación (recordamos que al principio del capítulo asumimos como hipótesis de partida que no íbamos a considerar la atenuación de la onda con la distancia).

Notación compleja

Para el análisis, resulta más conveniente expresar la forma de onda periódica en forma de una exponencial compleja según se plantea en las *series de Fourier*. La principal ventaja de esto es que podemos descomponer cualquier señal periódica como una combinación lineal de exponenciales complejas relacionadas armónicamente *[OPP-01]*.

De este modo, una onda cosenoidal pura que se propaga en dirección *x* tiene la forma:

$$p(x) = p_0 e^{-jkx} \qquad [11]$$

donde p_0 representa la amplitud de la onda. Sin embargo, cuando el sentido de la propagación sea dirección $-x$ la exponencial tendrá exponente positivo.

La manera en la que describimos la relación de estas denominadas amplitudes complejas con las expresiones en forma espacio-temporal queda determinada de la siguiente manera:

$$p(x,t) = Re\left\{p(x)e^{j\omega t}\right\} \quad [12]$$

la cual es válida para tonos puros y para todas las magnitudes físicas de una onda (como por ejemplo velocidad en campos sonoros, voltajes y corrientes eléctricas, etc).

Esta es la descripción más conveniente para la onda en un marco espacio-temporal. En ella aparecen las variables relacionadas con la posición y su evolución con el tiempo.

2. Propagación y radiación sonora

Como podemos apreciar en la vida diaria, la intensidad de un sonido percibida por un receptor normalmente no depende solo de la distancia a la fuente, sino también del ángulo con el que nos posicionamos respecto a la fuente.

Para el análisis teórico resultan de interés las fuentes que emiten el sonido en todas las direcciones de manera uniforme. A frecuencias considerablemente bajas la característica direccional de las fuentes es siempre esférica. En general se puede demostrar que las fuentes sonoras unidimensionales presentan una radiación omnidireccional, siempre que el tamaño de la fuente sea pequeño en relación a la longitud de onda.

Por tanto en este capítulo encontraremos la propagación y radiación considerando la radiación omnidireccional en campo libre. Para su desarrollo, no tendremos en cuenta otros factores secundarios más complejos como la atenuación por las condiciones atmosféricas o la multipropagación ocasionada por las reflexiones.

Serán los resultados teóricos de estas situaciones analizadas**,** que vamos a ver a continuación, los que más adelante recogemos en nuestro simulador. De manera que los simularemos desde el punto de vista de la radiación en niveles de presión sonora.

2.1 Fuentes de velocidad de volumen

Si nos planteamos ahora el caso ideal de radiación omnidireccional, donde el valor de la presión efectiva era inversamente proporcional a la distancia, tenemos que considerar que el campo generado por una fuente puntual consiste en una onda esférica que viaja en dirección radial alejándose de la fuente.

Por tanto su expresión para la presión sonora es *[MÖS-03]*:

$$p(r) = \frac{A}{r} e^{-jkr} \qquad [13]$$

donde k es el número de onda. Es importante saber que esta ecuación satisface la ecuación de onda [2] para coordenadas esféricas, cosa que se cumple para este caso.

Para generar un campo ideal con simetría esférica perfecta, es necesario que la fuente sea una esfera pulsante, con una superficie esférica de radio $r = a$, que se expande y comprime con una velocidad radial v_a. Debido a la simetría de este campo es necesario aclarar que es independiente de cualquier ángulo donde nos encontremos.

Representamos con ayuda de MATLAB en la figura 2.1a la presión sonora para una fuente pulsante. A esta esfera pulsante se la conoce también como *radiador de orden cero* o *fuente monopolar*.

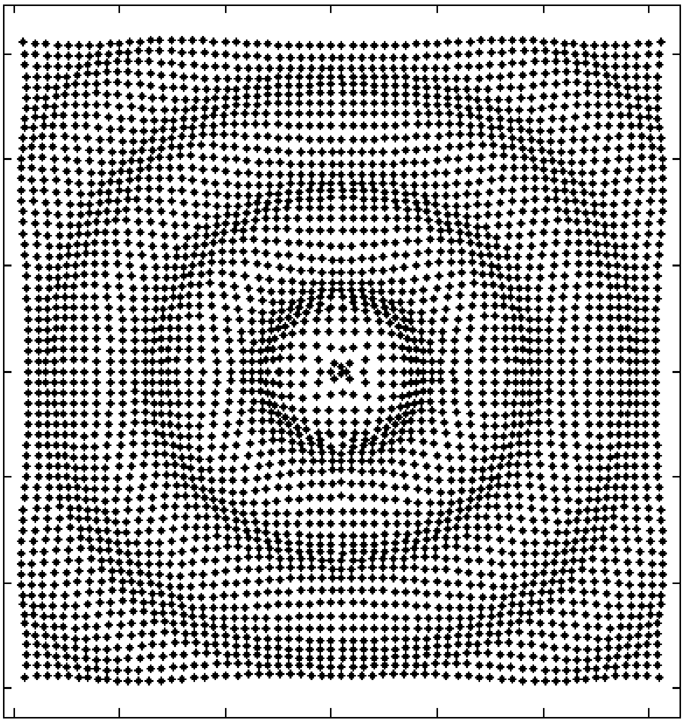


Figura 2.1a: Radiador de orden cero o monopolar

En cuanto a la amplitud A del campo esférico, debemos calcular su valor en función de las características de su esfera pulsante. Con tal fin, utilizamos la expresión:

$$A = \frac{\varrho_0 c a v_a e^{-jka}}{1 - \frac{j}{ka}} \quad [14]$$

Si queremos simplificar y despreciar el 1 del denominador, necesitamos considerar que las fuentes son pequeñas, o lo que es lo mismo:

$$ka = \frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1 \qquad [15]$$

y se obtiene una aproximación de la amplitud para definir nuevamente la presión:

$$A = jk\varrho_0 ca^2 v_a = j\omega\varrho_0 a^2 v_a \qquad [16]$$

$$p = j\omega\varrho_0 a^2 v_a \frac{e^{-jkr}}{r} \qquad [17]$$

dicha magnitud queda determinada por las magnitudes de la fuente.

Esta presión sonora se trata de ondas esféricas que se propagan radialmente hacia afuera, cuya densidad de energía decae con la distancia. Para todas las fuentes pequeñas de volumen, consideradas bajo la condición [15], pueden usar dicha expresión para la presión sonora.

Por otro lado, la magnitud que describe a la fuente consiste en la velocidad de volumen Q, la cual se puede calcular a partir de la velocidad de partícula v de la onda y la superficie S de la fuente monopolar como *[MÖS-04]*:

$$Q = \int_S v\, dS = 4\pi a^2 v_a \qquad [18]$$

La velocidad de volumen Q debe distribuirse sobre la superficie de la esfera pulsante. Con esta definición, se establece entonces en este caso:

$$p = j\omega\varrho_0 Q \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \qquad [19]$$

Si queremos encontrar la relación en el espacio temporal, se debe tener en cuenta que jw corresponde a una derivación en el tiempo y e^{-jkr} es un desplazamiento temporal. De manera que:

$$p = \frac{\varrho_0}{4\pi r}\frac{dQ(t - r/c)}{dt} \qquad [20]$$

El sentido físico de esta expresión nos indica que el cambio de la velocidad de volumen en el tiempo debe ser lo menor posible cuando se desea poca generación de sonido. La curva de la presión sonora en función de la frecuencia es proporcional a la aceleración.

2.2 Campo sonoro de dos fuentes

Los sistemas de dos fuentes de igual tamaño y opuestas se encuentran muy a menudo en la práctica. Este sistema puede ser considerado como un dipolo para frecuencias suficientemente bajas.

Vamos a explicar este sistema de fuentes desde dos perspectivas: primero su interpretación física, y después, su descripción matemática con más detalle.

Descripción física

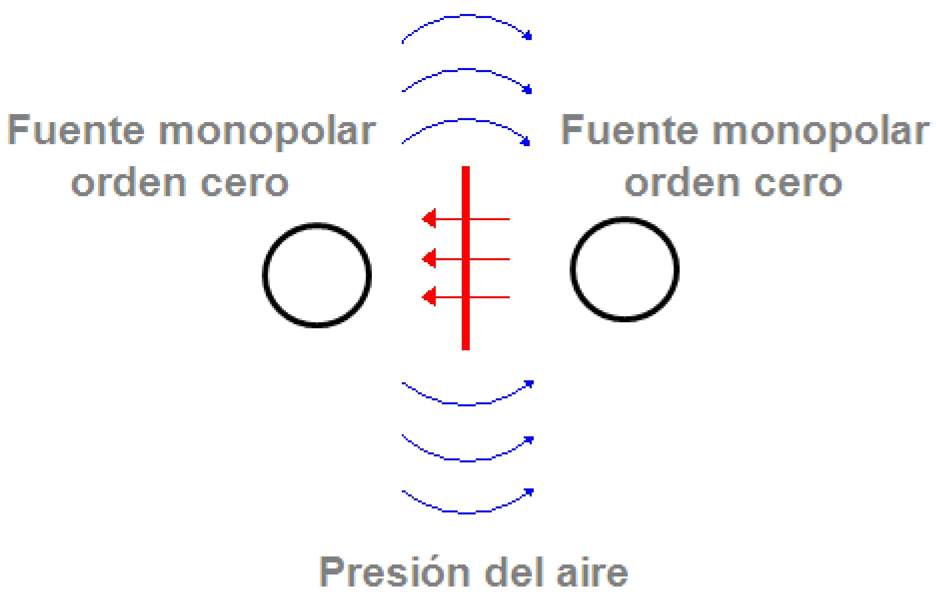


Figura 2.2a: Fenómeno de presión entre dos fuentes opuestas

El fenómeno acústico producido por ambas fuentes de fases opuestas (figura 2.2a) obliga a que, al comprimirse la fuente de la derecha, la superficie (imaginaria) que divide las fuentes empuja el aire hacia la izquierda, aspirando al mismo modo el aire desde la derecha. El aire comprimido a la derecha fluye por los bordes hacia la parte derecha de nuevo para equiparar la diferencia de densidad (y presión) provocada.

El hecho de que este tipo de radiación se pueda representar mediante dos fuentes con fase opuesta, produce como resultado una característica direccional no constante y una radiación en frecuencias bajas notoriamente menor al de una fuente única.

La importancia de este caso radica en que la consideración de combinaciones de dos fuentes pequeñas son el paso previo para el caso general de una fuente compuesta por muchos elementos pequeños como en el caso, que contemplaremos más adelante, de algunas superficies radiantes.

Con esta idea, se pueden abordar superficies arbitrariamente complicadas (placas, paredes, etc.) están compuestas por muchas fuentes pequeñas. De manera que podremos ver más adelante una clara relación entre la radiación producida y la forma de dicha superficie.

Además de resaltar también el papel fundamental que juega la fase a la hora de agrupar más de una fuente sonora, produciéndose en diferentes grados el fenómeno mostrado según la diferencia de fase que exista entre ellas.

Descripción matemática

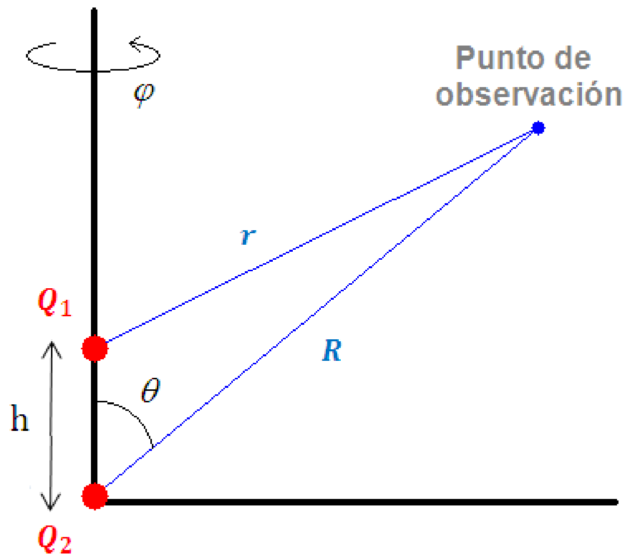


Figura 2.2b: Sistema de coordenadas y definición de variables

Considerando el modelo de la figura 2.2b las fuentes quedan ubicadas sobre el eje z a una distancia h que las separa; de esta manera se tiene un campo sonoro con simetría cilíndrica, el cuál será independiente del ángulo φ.

Como es habitual, denotamos en el sistema mostrado el ángulo θ, que viene delimitado entre el eje z y la distancia R hacia el punto desde la fuente situada en el origen. Aunque para las mediciones, frecuentemente se emplea el ángulo relativo a la normal de la fuente θ_N. Dicho ángulo es el complementario de la coordenada θ:

$$\theta + \theta_N = \frac{\pi}{2} \qquad [21]$$

En adelante, trataremos con θ_N para predecir la característica direccional.

Debido a la linealidad de la ecuación de onda, el campo sonoro resultante para ambas fuentes consiste sencillamente en la superposición de los campos, según vimos en [19]:

$$p = \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi}\left\{Q_1 \frac{e^{-jkR}}{R} + Q_2 \frac{e^{-jkr}}{r}\right\} \qquad [22]$$

Sin embargo, la ecuación anterior da resultado a muchas diferentes situaciones. Distinguiendo todas ellas según la separación entre las fuentes, así como la diferencia entre los fasores de la velocidad de volumen. A continuación, podemos ilustrar las características fundamentales del campo a través de algunos ejemplos gráficos.

Caso de fuentes iguales

En primer lugar estudiamos el caso para fuentes de iguales características y que radian en fase. En general se cumple que en el plano intermedio entre las dos fuentes el campo es exactamente el doble del de una sola fuente, ya que tiene lugar la interferencia constructiva de las fuentes en fase.

Para describir la separación entre fuentes, lo hacemos empleando la distancia normalizada h/λ. Consideraremos diferentes separaciones entre las fuentes: distancias próximas ($h = 0.25\lambda$), pequeñas ($h = 0.5\lambda$), medias ($h = \lambda$) y grandes ($h = 2\lambda$). Todas estas distancias, insistimos, con respecto a la longitud de onda empleada.

En las figuras siguientes representamos los diferentes campos sonoros obtenidos mediante la representación de la ecuación [22].

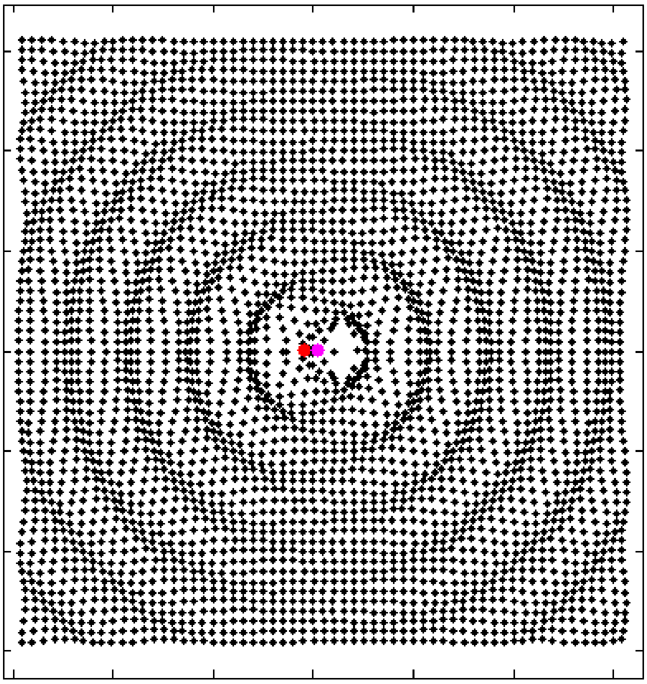


Figura 2.2c: Campo sonoro para dos fuentes en fase con $h = 0.25\lambda$

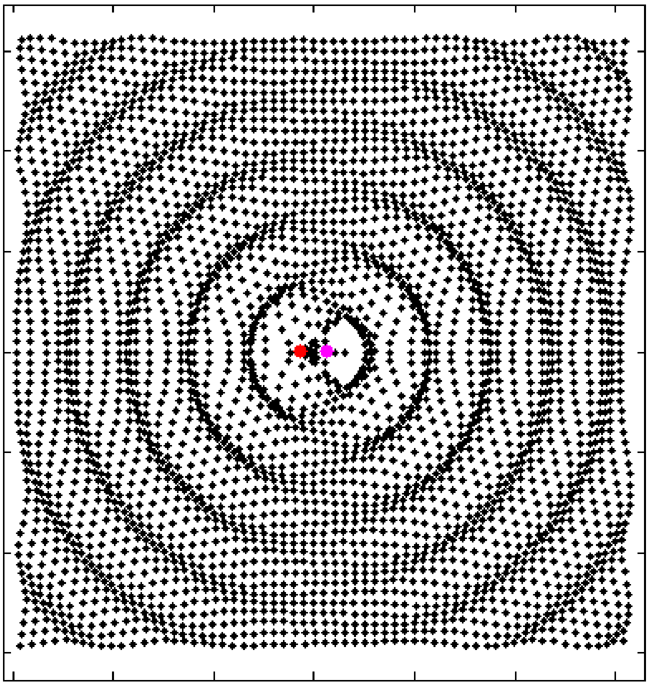


Figura 2.2d: Campo sonoro para dos fuentes en fase con $h = 0.5\lambda$

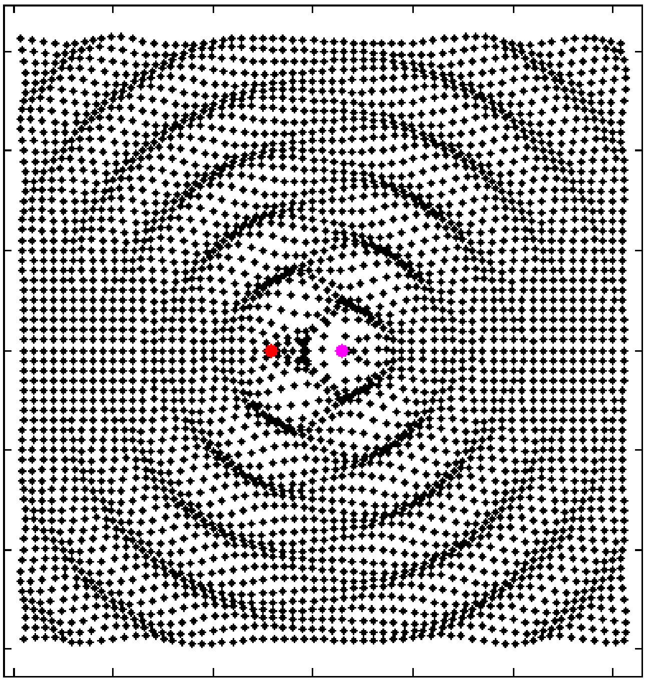


Figura 2.2e: Campo sonoro para dos fuentes en fase con h = λ

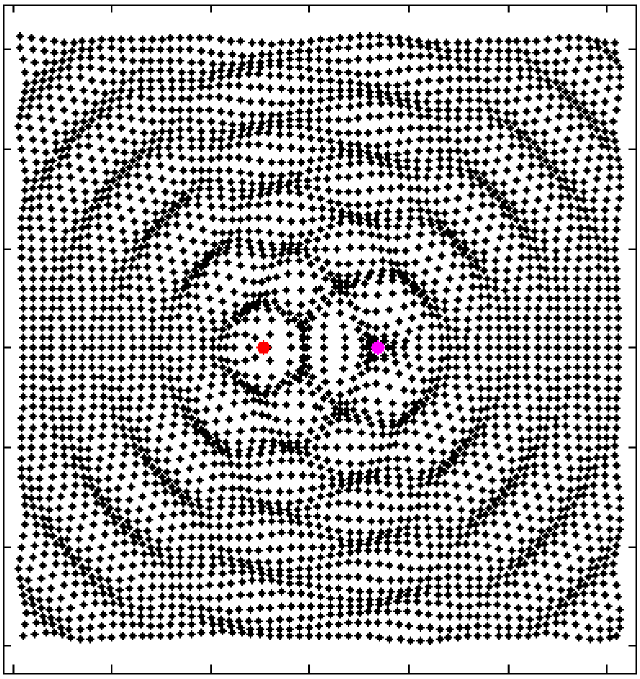


Figura 2.2f: Campo sonoro para dos fuentes en fase con h = 2λ

Caso de fuentes opuestas

Ahora veremos el caso donde hacemos que las velocidades de volumen Q_1 y Q_2 estén en fase opuesta, es decir, desfasadas 180º.

Observamos a continuación los campos sonoros que se obtienen de la ecuación [22], empleando esta nueva condición de desfase entre fuentes, para adelantar el resultado que más adelante obtendremos a través de la descripción de la presión por niveles.

Representamos en las figuras 2.2g – 2.2j, los campos para las mismas distancias normalizadas respecto a la longitud de onda vistas en el caso anterior.

En las cercanías de las fuentes donde $r < h$, el campo varía mucho entre un punto y otro debido a la dependencia tan fuerte con la distancia, en la cual a veces predomina la presencia de una fuente frente a la otra. Por esta razón se intenta establecer una aproximación para la ecuación [22] para aquellas zonas más alejadas de la fuente.

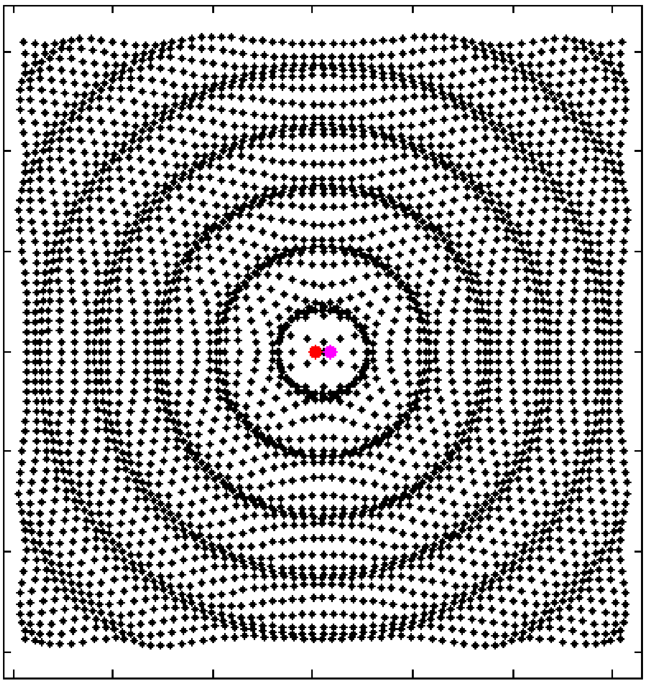


Figura 2.2g: Campo sonoro para dos fuentes con fase opuesta y $h = 0.25\lambda$

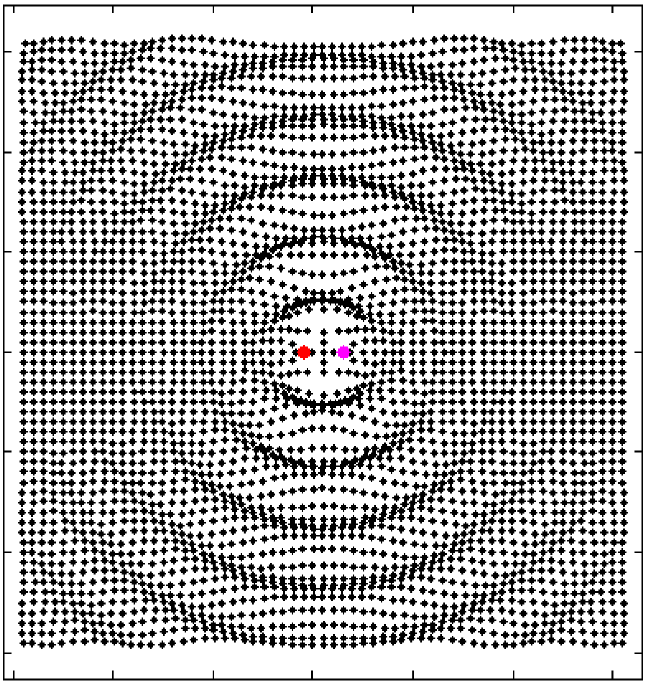


Figura 2.2h: Campo sonoro para dos fuentes con fase opuesta y h = 0.5λ

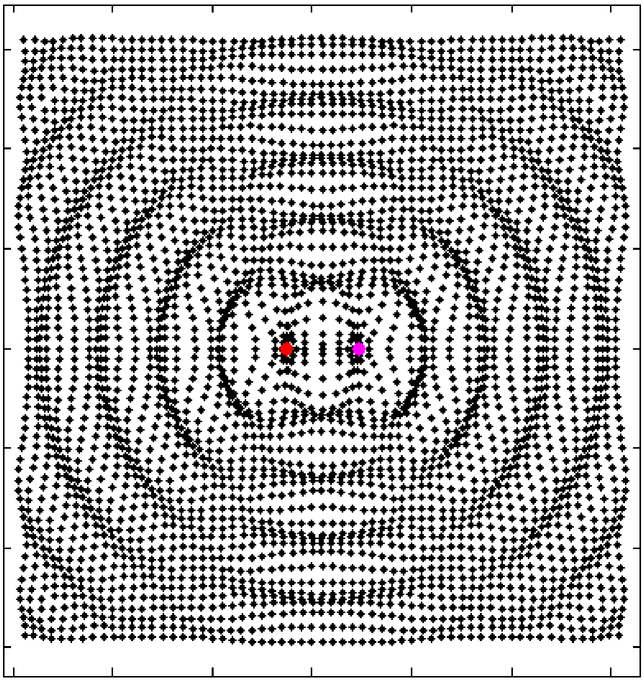


Figura 2.2i: Campo sonoro para dos fuentes con fase opuesta y h = λ

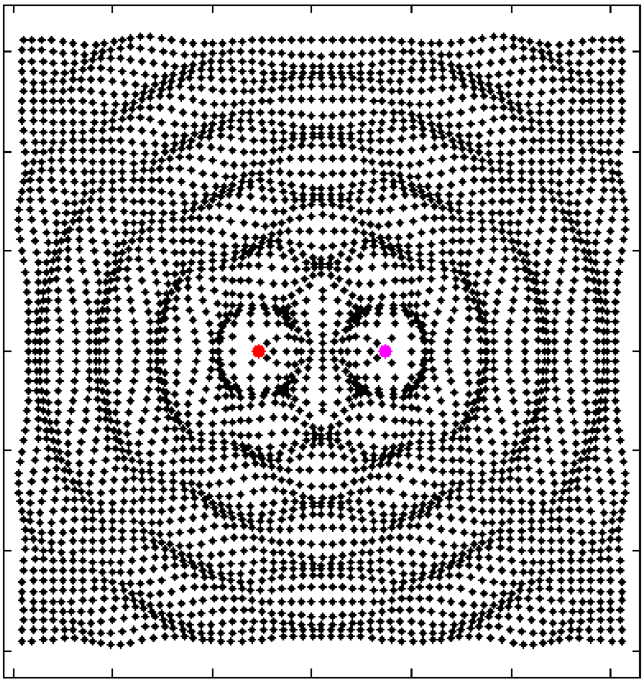


Figura 2.2j: Campo sonoro para dos fuentes con fase opuesta y h = 2λ

Consideración del campo lejano

Como primera simplificación se considera que para distancias tales que $R \gg h$, el decaimiento por la distancia es aproximadamente igual respecto a ambas fuentes de manera que se puede asumir que $1/R \approx 1/r$.

$$p_{lejano} \approx \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi R}\left\{Q_1 e^{-jkR} + Q_2 e^{-jkr}\right\}$$

Esta misma aproximación no es posible realizarla con las exponenciales, a pesar de que $r \approx R$, por lo que deben ser examinadas de manera más precisa. Esto es más sencillo de analizar cuando lo expresamos como:

$$p_{lejano} \approx \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi R} e^{-jkR}\left\{Q_1 + Q_2 e^{-jk(r-R)}\right\} \quad [23]$$

Con esto hemos conseguido que la exponencial que acompaña a Q_2 dependa de la diferencia entre ambas distancias. Según la definición del sistema de la figura 2.2b, dicha diferencia puede calcularse por medio del teorema del coseno:

$$r^2 = R^2 + h^2 - 2Rh\, cos\theta$$

$$r^2 - R^2 = (r+R)(r-R) = h^2 - 2Rh\, cos\theta$$

$$r - R = \frac{h^2}{r+R} - \frac{2Rh}{r+R}\ cos\theta$$

considerando el campo lejano donde $R \gg h$, y la aproximación entre distancias $r \approx R$

$$r - R \approx -h\cos\vartheta = -h\cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_N\right) = -h\, sen\, \vartheta_N \qquad [24]$$

Por lo que resulta:

$$p_{lejano} \approx \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi R} e^{-jkR}\{Q_1 + Q_2 e^{jkhsen\vartheta_N}\}$$

$$p_{lejano} = p_1\left\{1 + \frac{Q_2}{Q_1} e^{jkhsen\vartheta_N}\right\} \qquad [25]$$

donde p_1 representa la presión debida a la presencia única de la fuente 1 ($Q_2 = 0$). De esta manera, la característica direccional del par de fuentes, queda determinada sólo por la expresión entre llaves.

Esto pone de manifiesto la idea que transmitimos anteriormente de que para la radiación en campo lejano puede considerarse principalmente la radiación de una única fuente. Aunque según vemos en la expresión no es exactamente así.

2.3 Columna de altavoces

El próximo paso en grado de complejidad consiste en considerar la radiación de un número arbitrario de fuentes ubicadas sobre un mismo eje.

La situación que estudiaremos ahora se plantea en la figura 2.3a. La distribución de velocidad sobre la superficie del radiador será, como simplificación, la representada por una función continua *v(z)*. La columna tiene un ancho *b*, el cual debe ser pequeño en relación a la longitud de onda.

Luego debemos empezar por definir el aporte de presión para un elemento infinitesimal de esa columna:

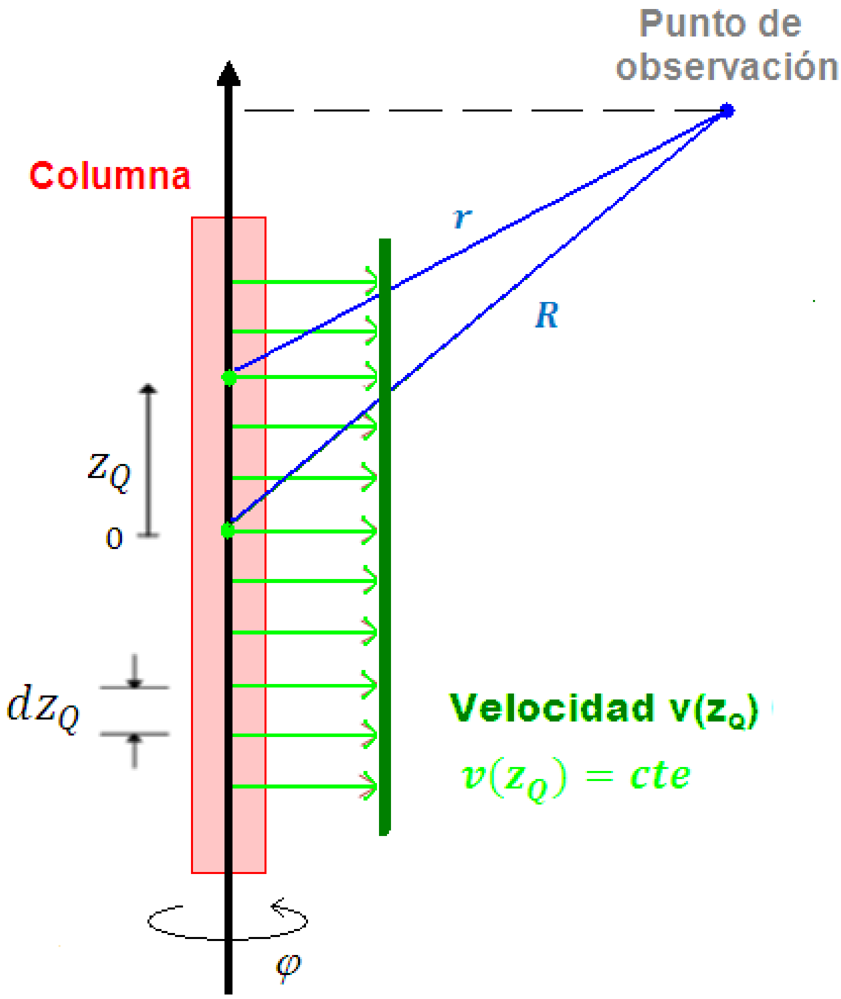


Figura 2.3a: Sistema de coordenadas y definición de variables

$$dp = \frac{j\omega\varrho_0 b v(z_Q)}{4\pi r} e^{-jkr} dz_Q \qquad [26]$$

y, es por esto, que para la presión del conjunto se cumple:

$$p = \frac{j\omega\varrho_0 b}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} v(z_Q) \frac{e^{-jkr}}{r} dz_Q \qquad [27]$$

donde *r* es la distancia entre el punto de la fuente z_Q y el punto de recepción *(x,z)*.

$$r = \sqrt{(z - z_Q)^2 + x^2}$$

Como podemos ver, se ha asumido que los elementos infinitesimales también constituyen fuentes de velocidad de volumen. El campo que ha sido descrito en [27] tiene de nuevo simetría cilíndrica con respecto a la variable φ.

Consideración del campo lejano

Volvemos a considerar distancias tales que $R \gg l$, para las cuales el decaimiento con la amplitud es razonadamente igual respecto a cada elemento de la fuente ($1/R \approx 1/r$)

Con esta idea, para grandes distancias, debemos recurrir nuevamente a una aproximación de campo lejano a partir de [27], procediendo de la misma manera que en el apartado anterior. Al igual que en [24] aproximamos, lo hacemos ahora:

$$r - R \approx -z_Q \cos\vartheta = -z_Q \, sen\, \vartheta_N \qquad [28]$$

Con este planteamiento podemos concluir la siguiente ecuación de campo lejano:

$$p_{lejano} = \frac{j\omega\varrho_0 b}{4\pi R} e^{-jkR} \int_{-l/2}^{l/2} v(z_Q) e^{jkz_Q sen\vartheta_N} \, dz_Q \qquad [29]$$

La expresión en la integral representa ondas sonoras cuya amplitud decae inversamente proporcional a la distancia.

Ante la pregunta de qué tipo de características direccionales pueden esperarse para grupos de fuentes, primero vamos a describir la que corresponde a un pistón unidimensional.

En ese caso consideramos que el pistón está caracterizado por la velocidad constante $v(z_Q) = v_0$. Sabiendo que la velocidad de volumen total es $Q = v_0 bl$, obtenemos que:

$$p_{lejano} = \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi R} e^{-jkR} \frac{Q}{l} \int_{-l/2}^{l/2} e^{jkz_Q sen\vartheta_N} \, dz_Q \qquad [30]$$

para el cual sabemos que al aplicar a la exponencial la fórmula de Euler podemos resolver, por razones de simetría, más fácilmente la integral eliminando su parte imaginaria. Con todo esto resulta la expresión *[MÖS-05]*:

$$p_{lejano} = p_Q \frac{sen(\frac{kl}{2} sen\vartheta_N)}{\frac{kl}{2} sen\vartheta_N} = p_Q \frac{sen(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N} \qquad [31]$$

teniendo en cuenta la presión sonora de una *fuente compacta* p_Q:

$$p_Q = \frac{j\omega\varrho_0 Q}{4\pi R} e^{-jkR} \tag{32}$$

Es importante entender el comportamiento de la ecuación [31] desde el punto de vista de característica direccional. Por tanto estudiamos la llamada *función de radiación*:

$$G(u) = \left|\frac{sen\ \pi u}{\pi u}\right| \tag{33}$$

Mostramos la figura 2.3b correspondiente a dicha función y a su representación en niveles. Analizando esta función de radiación *G(u)* podemos afirmar que el interior del absoluto se trata de un conjunto de ondas medias sinusoidales que alternan entre positivo y negativo que decrece a lo largo del eje bajo la envolvente $1/\pi u$. Además su representación por niveles también muestra un lóbulo principal acompañado por lóbulos laterales.

De todo esto, lo que nos interesa principalmente es la presión sonora en el lóbulo principal, en donde se cumple que $p(\theta_N = 0) = p_Q$.

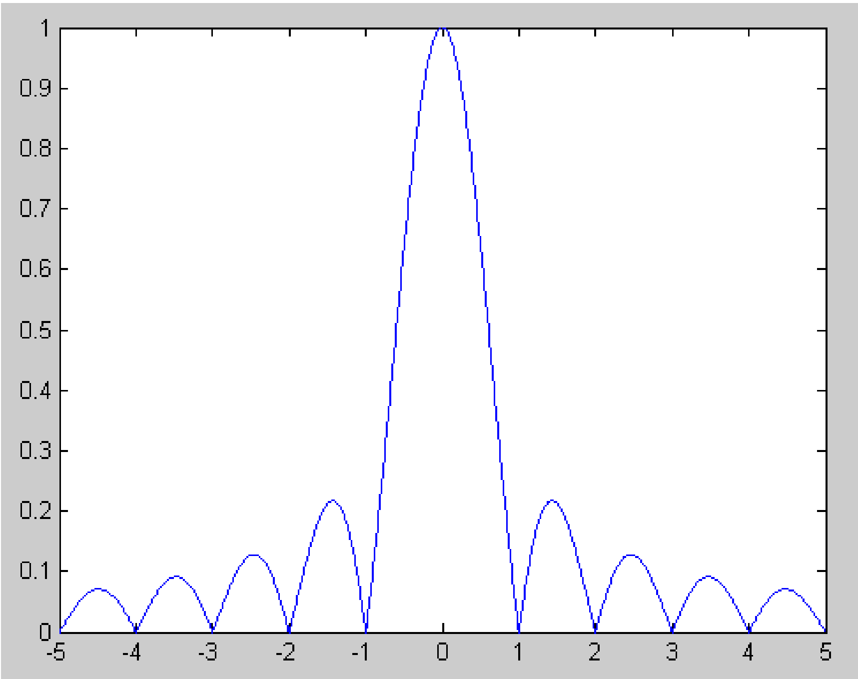


Figura 2.3b: Representación de la función G(u)

2.4 Formación de lóbulos principales y laterales

Hay ocasiones donde no es deseable una característica direccional de un lóbulo principal acompañado por otros laterales. Existen aplicaciones de uso en las cuales la aparición de lóbulos secundarios molesta y precisan de ser reducidos o eliminados. Plantearemos un método sencillo con el cual conseguir este efecto perseguido.

La idea básica que debemos conocer se esconde en la relación de las señales temporales que vamos a emplear. La función *senc* ya nombrada anteriormente, tiene una forma rectangular en su dominio de frecuencias. Estudiando la composición espectral de la señal de banda ancha observamos que las frecuencias más altas son las que corresponden a los lóbulos laterales.

Por tanto, sería sencillo reducir dichas frecuencias altas si modificamos la señal de velocidad del pistón $v(z_Q)$ de forma que el cambio de velocidad en los bordes resulte gradual y no abrupto. Por esta razón se considera la siguiente distribución de velocidad:

$$v(z_Q) = 2v_0 cos^2\left(\frac{\pi z_Q}{l}\right) \qquad [34]$$

con dicha velocidad se espera que esta distribución de cos^2 produzca una reducción de los lóbulos laterales. Dicha distribución puede observarse en la figura 2.4a.

Con esta nueva distribución, perseguimos además que la velocidad de volumen total no se vea afectada:

$$Q = b\int_{-l/2}^{l/2} v(z_Q)\, dz_Q = 2v_0 b\int_{-l/2}^{l/2} cos^2\left(\frac{\pi z_Q}{l}\right) dz_Q = v_0 bl \qquad [35]$$

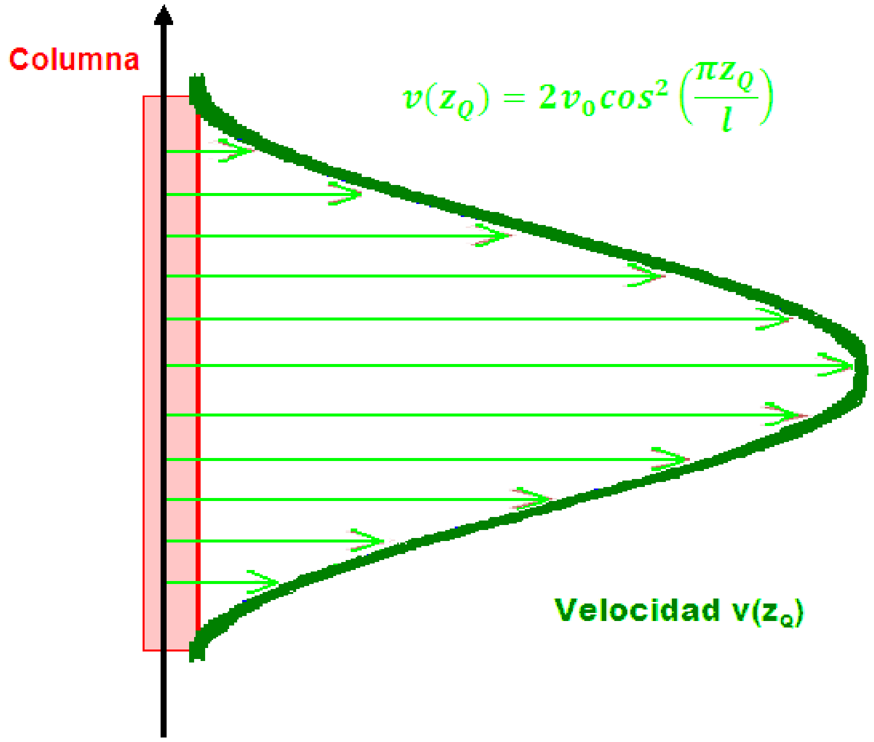


Figura 2.4a: Columna con distribución de velocidad tipo cos²

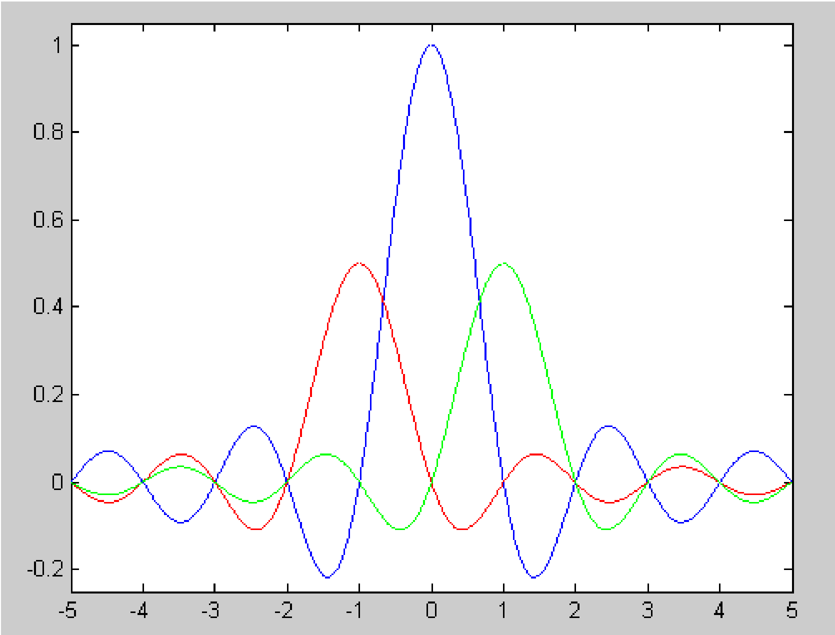
Ahora nos falta valorar la expresión de la presión para campo lejano. Si acudimos de nuevo a la ecuación [29] para utilizar la nueva distribución de velocidad, se obtiene *[MÖS-06]*:

$$p_{lejano} = p_Q \left\{ \frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N} + \frac{1}{2}\left[\frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N + 1\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N + 1} + \frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N - 1\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N - 1} \right] \right\} \qquad [36]$$

Por lo que ahora lo importante es discutir su función de radiación:

$$G(u) = \left| \frac{sen\ \pi u}{\pi u} + \frac{1}{2}\frac{sen\ \pi(u+1)}{\pi(u+1)} + \frac{1}{2}\frac{sen\ \pi(u-1)}{\pi(u-1)} \right| \qquad [37]$$

que pasamos a mostrar en la ventana de MATLAB (figura 2.4b).



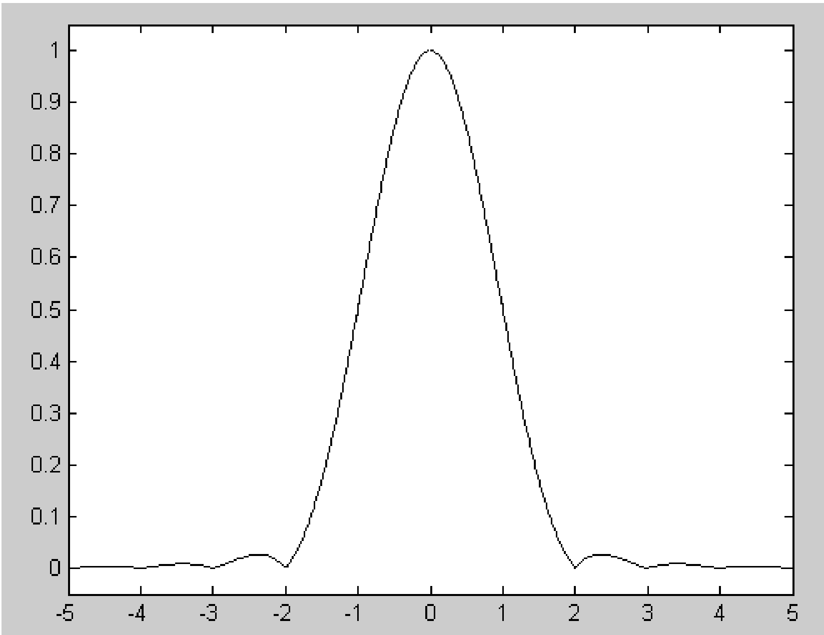


Figura 2.4b: Función *G(u)*: Suma parcial de contribuciones (arriba) y total (abajo)

Podemos intuir en la figura que, debido a la contribución de las dos últimas funciones *senc* desplazadas a ambos lados (con su amplitud reducida a la mitad) interfieren en la principal de manera que su ancho se consigue duplicar, ayudando además a interferir destructivamente en sus lóbulos secundarios. Por lo que la suma de las partes, en la zona de lóbulos laterales, tienden a anularse entre sí. El efecto logrado lo mostraremos más adelante en el bloque dedicado a mostrar los resultados obtenidos con el simulador

2.5 Orientación electrónica

Desde el punto de vista práctico, es interesante contemplar la posibilidad de desviar en alguna dirección deseada el lóbulo principal de una columna de altavoces mediante un control electrónico de cada componente.

Este apartado lo dedicaremos a desarrollar una forma de conseguir tal efecto, de manera que más adelante lo integraremos como parte de estudio en nuestro simulador.

Por tanto, este objetivo puede ser realizable si alimentamos todos los elementos de la columna con señales desfasadas unas a otras, según apreciamos en la figura 2.5a.

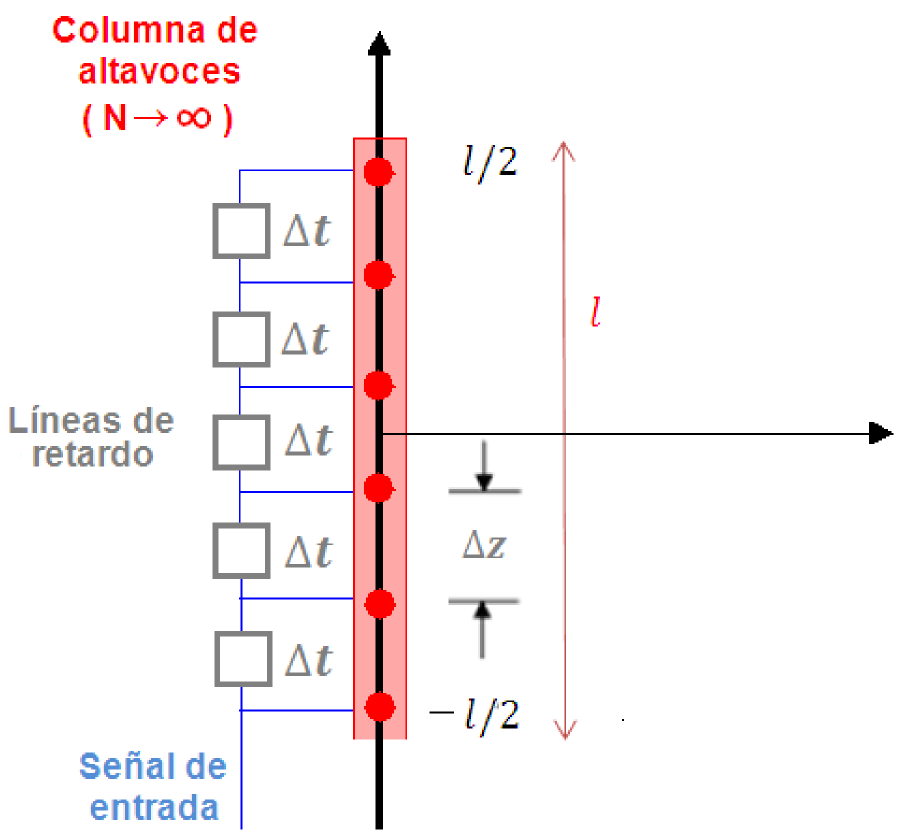


Figura 2.5a: Columna de altavoces con elementos alimentados por una red de retardo.

Entonces la columna de altavoces, cuyos elementos son alimentados por una cadena de desfasadores del mismo tipo, actúa como una guía de ondas, es decir, asumiendo elementos emisores idealmente pequeños, la velocidad de la fuente en z se puede describir por:

$$v(z,t) = f\left(t - \frac{z + l/2}{c_s}\right) \qquad [38]$$

para la cual, tenemos una velocidad de propagación de la onda a lo largo de la columna $c_s = \Delta z/\Delta t$, siendo Δz el ancho de los altavoces y Δt el tiempo de desfase entre altavoces consecutivos. Respecto a la función temporal de velocidad *f(t)*, tenemos en el caso de tonos puros:

$$f(z,t) = Re\left\{v(z)e^{j\omega t}\right\} \quad \text{con} \quad v(z) = v_0 e^{-jk_s z} \qquad [39],[40]$$

Como para toda onda armónica, se asocia un determinado número de onda k_s , que contiene la longitud de onda de un radiador λ_s.

Hemos empleado las características propias de la fuente. Este aspecto tiene vital importancia puesto que debemos diferenciar claramente entre las magnitudes características de la fuente c_s , k_s , λ_s de las del medio c, k, λ.

Empleando la ecuación [29] se puede calcular la radiación de una fuente como la definida anteriormente entonces *[MÖS-07]*:

$$p_{lejano} = p_Q \frac{1}{l}\int_{-l/2}^{l/2} e^{j(kz_Q sen\vartheta_N - k_s)}\, dz_Q = p_Q \frac{sen(\frac{kl}{2} sen\vartheta_N - \frac{k_s l}{2})}{\frac{kl}{2} sen\vartheta_N - \frac{k_s l}{2}} \qquad [41]$$

siendo p_Q la presión sonora de una *fuente compacta* cuya expresión vimos en [32]. Continuaremos como en los casos anteriores, considerando su función de radiación:

$$G(u) = \left|\frac{sen\,\pi\left(u - \frac{l}{\lambda_s}\right)}{\pi\left(u - \frac{l}{\lambda_s}\right)}\right| \qquad [42]$$

Lo que conseguimos en este caso es, como se observa en la figura 2.5b, que la función *senc*, y con ella la direccionalidad de su lóbulo principal, sea desplazada a voluntad una cantidad l/λ_s.

Ahora lo que debemos analizar es cuál puede ser la elección adecuada para esa longitud de onda del radiador λ_s en comparación con la del medio λ.

Caso de longitud de onda λ_s menor que la de onda en el aire λ

La radiación predominante en este caso queda descrita sólo por los lóbulos laterales; si ocurre que la longitud de onda de la columna resulta mucho menor, la débil radiación producida se distribuye (según la longitud del radiador) sobre muchos lóbulos laterales.

Con todo esto, se puede concluir que solamente las columnas de onda larga con $\lambda_s > \lambda$ pueden ser de utilidad práctica.

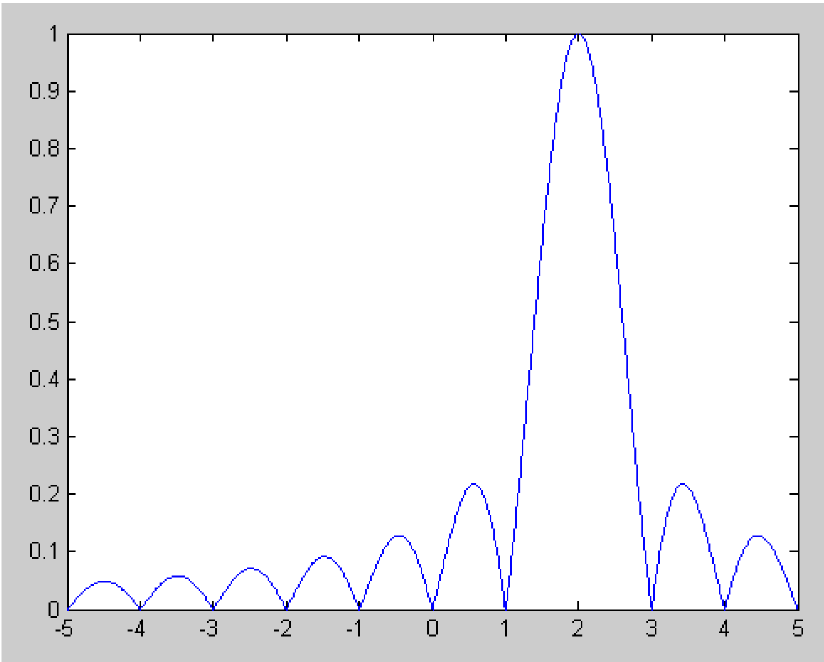


Figura 2.5b: Representación Lineal y en Niveles de la función G(u) en [42] para $l/\lambda_s = 2$

Caso de longitud de onda λ_s mayor que la de onda en el aire λ

Para esta situación, el lóbulo principal de la función de radiación *G(u)* quedará situado en $u = l/\lambda_s$. El ángulo correspondiente a la máxima radiación θ_H se obtiene de:

$$\frac{l}{\lambda} sen\vartheta_H = \frac{l}{\lambda_s}$$

$$sen\vartheta_H = \frac{\lambda}{\lambda_s} = \frac{c}{c_s} = \frac{k_s}{k} \qquad [43]$$

Entonces tendremos que toda la columna de altavoces definida posee la misma dirección principal de radiación para todas las frecuencias.

2.6 Agrupaciones lineales de fuentes

Como hemos visto en la sección 2.1, la radiación de una fuente tiene un patrón omnidireccional, esto es, tiene su máxima radiación en el plano *xy* y no depende de la orientación en este plano. Esto se puede conseguir empleando una agrupación, que consiste en un conjunto de fuentes omnidireccionales.

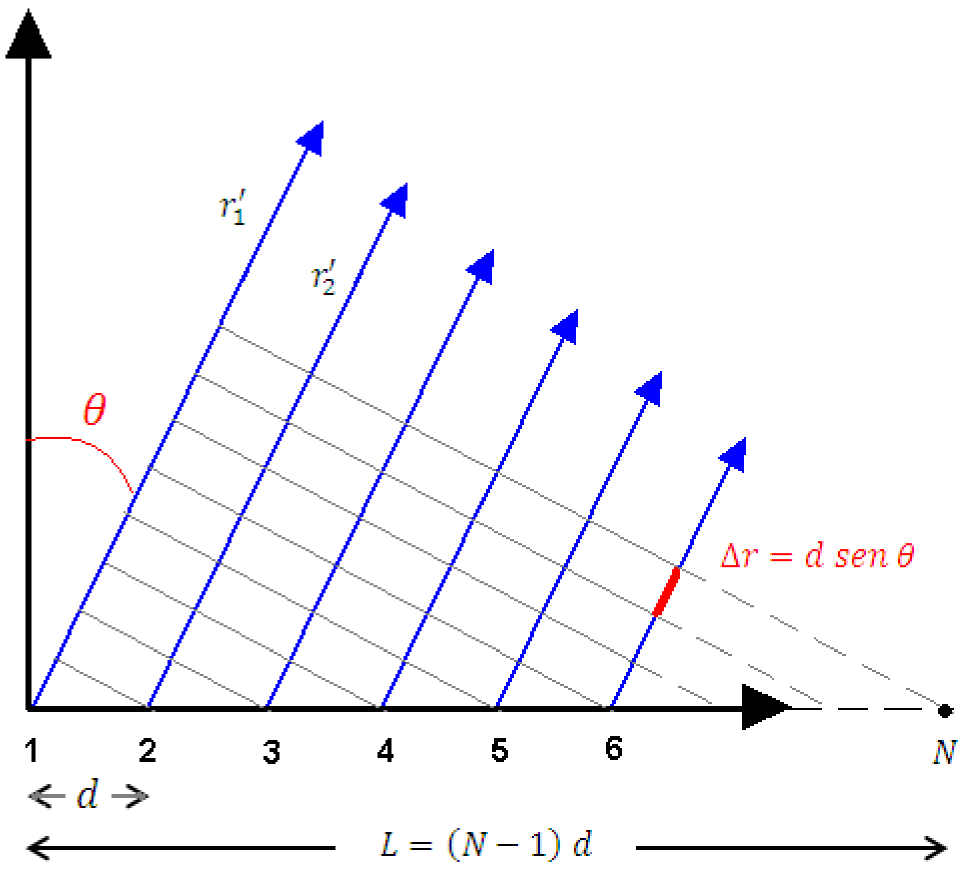


Figura 2.6a: Geometría del sistema con una agrupación lineal

Consideremos una linea de N fuentes simples con elementos adyacentes situados a una distancia d entre ellos, como mostramos en la figura 2.6a. Si todas las fuentes tienen el mismo tamaño y radian ondas con la misma fase, entonces una fuente infinitesimal genera una presión sonora de la forma:

$$dp = \frac{A}{r_i} e^{-jkr_i} \qquad [44]$$

donde r_i es la distancia desde esta fuente ínfima hasta el punto de recepción. Por tanto, la presión del campo resultante en ese punto será la suma de todas las contribuciones:

$$p(r) = \sum_{i=1}^{N} \frac{A}{r_i} e^{-jkr_i} \qquad [45]$$

siendo ahora r la distancia desde el centro de la agrupación hasta el punto de recepción.

Consideración del campo lejano

Para hacer esta consideración, nos restringimos a cumplir la hipótesis de que todas las distancias r_i entre cada elemento y el punto de recepción son aproximadamente paralelas. Esto ocurre cuando $r \gg L$, siendo L la longitud de la agrupación. Entonces:

$$r_i = r_1 - (i-1)\Delta r = r_1 - (i-1)d \operatorname{sen}\theta \qquad [46]$$

De manera que la distancia al centro de la agrupación puede expresarse como:

$$r = r_1 - \frac{1}{2}(L/d)\,\Delta r \qquad [47]$$

En campo lejano, podemos sustituir r_i en el denominador de [45] por r, considerando así todas las distancias iguales al centro de la agrupación, tomando la siguiente forma:

$$p(r,\theta) = \frac{A}{r} e^{-j(L/2d)k\Delta r} e^{-jkr} \sum_{i=1}^{N} e^{j(i-1)k\Delta r} \qquad [48]$$

Lo cual, usando identidades trigonométricas, resulta *[KIN-01]*:

$$p(r,\theta) = \frac{A}{r} e^{-jkr} \frac{sen\left(\frac{N}{2} kd \operatorname{sen}\theta\right)}{sen\left(\frac{1}{2} kd \operatorname{sen}\theta\right)} \qquad [49]$$

Con este resultado, la expresión para el eje ($\theta = 0°$) será:

$$p(r,0) = N\,\frac{A}{r} e^{-jkr} \qquad [50]$$

Teniendo como la máxima amplitud de presión sonora:

$$p_{max}(r) = N\ \frac{A}{r} \qquad [51]$$

Con lo que podemos reescribir la expresión del campo sonoro como sigue:

$$p(r,\theta) = p_{max}(r)\ G(\theta) = N\ \frac{A}{r}\left[\frac{1}{N}\frac{sen\left(\frac{N}{2}kd\,\text{sen}\,\theta\right)}{sen\left(\frac{1}{2}kd\,\text{sen}\,\theta\right)}\right] \qquad [52]$$

De esta manera identificamos la función de radiación *G(u)* del campo de la expresión [51], esta vez tenemos:

$$G(u) = \left|\frac{1}{N}\frac{sen(Nu)}{sen(u)}\right| \qquad [53]$$

Como ejemplo, mostramos el caso la función de radiación de una agrupación de cinco fuentes. Hay que observar que la radiación no es para todo el eje infinito de frecuencias, si no para el denominado *margen visible* de la radiación, que va desde *[−π/2,π/2]*.

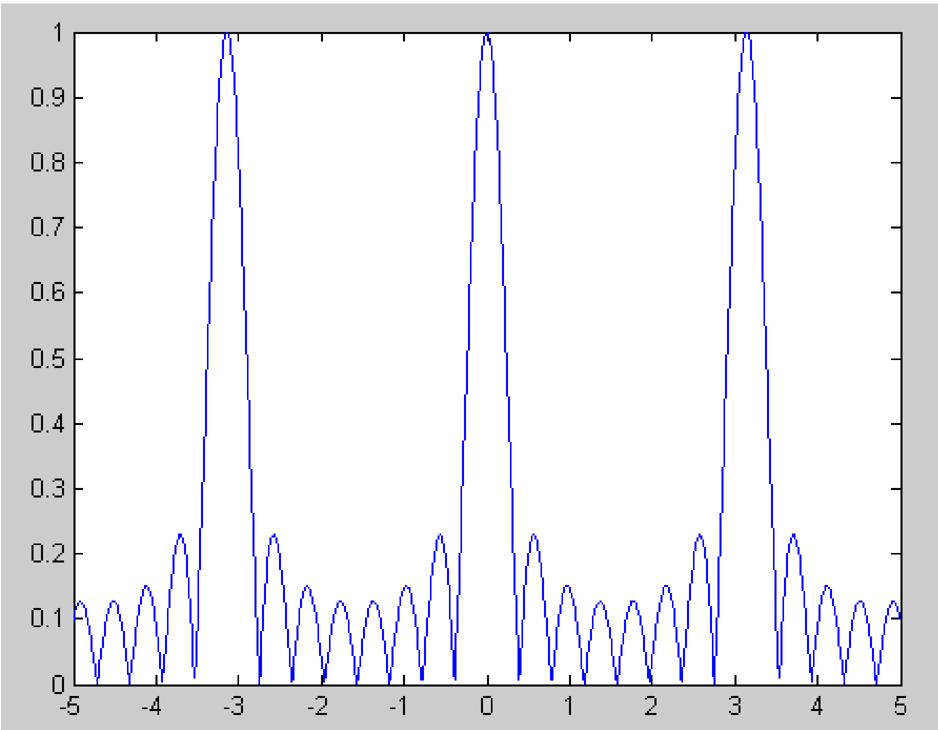


Figura 2.6b: Función de radiación *G(u)* para una agrupación con *N=5*

Según la expresión [49], el numerador y el denominador pueden anularse. Esto da lugar a la aparición de otros lóbulos secundarios de igual amplitud máxima, como hemos podido ver en la gráfica 2.6c. Estos lóbulos se dan para los ángulos que cumplen:

$$|sen\ \alpha| = m\frac{\lambda}{d} \qquad \text{donde} \qquad m = 0,1,2 \dots, [d/\lambda] \tag{54}$$

En cambio, el resto de lóbulos con radiación no máxima se da aproximadamente para los ángulos:

$$|sen\ \beta| = \left[\left(n + \frac{1}{2}\right)/N\right]\frac{\lambda}{d} \qquad \text{donde} \quad \begin{cases} n \neq mN \\ n \neq mN - 1 \\ n = 0,1,2 \dots, [Nd/\lambda] \end{cases} \tag{55}$$

A menudo se desea poder transmitir o recibir en varias direcciones sin girar físicamente la agrupación. Esto puede lograrse con lo que se denomina *timón electrónico*: si se introduce en la señal electrónica del enésimo elemento de la agrupación un retardo de tiempo τ tal que:

$$sen\ \theta_0 = \frac{c\tau}{d} \tag{56}$$

De manera que ahora el lóbulo mayor apuntará en la dirección θ_0. Resultando siguiente función de radiación *G(u) [KIN-02]*:

$$p(r) = \frac{A}{r}e^{-jkr}\frac{sen\left(\frac{N}{2}kd\left[\operatorname{sen}\theta - \frac{c\tau}{d}\right]\right)}{sen\left(\frac{1}{2}kd\left[\operatorname{sen}\theta - \frac{c\tau}{d}\right]\right)} \tag{57}$$

Antes de acabar con el apartado, vamos a comparar este modelo con el de una columna de altavoces (línea continua) para ver la relación que existe entre ambos. La manera más razonable de proceder será, manteniendo una misma longitud de la fuente, hacer tender la separación entre elementos *d* de una agrupación a cero.

Para hacer esto, usaremos la función de radiación de una agrupación, de manera que *[BLA-01]*:

$$\lim_{d \to 0} G(u) = \lim_{d \to 0} \frac{1}{N} \frac{sen(Nu)}{sen(u)} = \frac{sen(Nu)}{N\,u}$$

Además, sabemos que $l = Nd$, y recordando que en este caso $u = 1/2\; kd\; sen\theta$, nos resulta:

$$Nu = \frac{kl}{2}\; sen\; \theta$$

Obteniendo una función de radiación:

$$G(u) = \frac{sen\left(\frac{kl}{2}\; sen\; \theta\right)}{\frac{kl}{2}\; sen\; \theta}$$

cuyo resultado coincide con el que vimos en [31], a diferencia de la declaración de la variable θ que acabamos de hacer, de manera que $\theta = \theta_N$, según tomamos en la sección 2.4 para el pistón unidimensional.

3. Radiación sonora de superficies planas

Si nos paramos a pensar, existe un gran número de ejemplos en los que la radiación se debe a la vibración de una superficie plana. Frecuentemente interesa la radiación sonora de grandes superficies vibrantes como pueden ser paredes, cielos o ventanas en edificios. Es por este motivo de interés que entonces consideremos este capítulo para poner en práctica la extensión a dos dimensiones de las fuentes unidimensionales.

El método que seguiremos es el mismo planteado en la sección 2.5: descomponemos el plano vibrante en muchas fuentes de velocidad de volumen infinitesimales, cuyas presiones en el punto de recepción son sumadas mediante integración.

En general, la consideración del campo radiado por superficies finitas en campo libre es extremadamente complejo. Si por el contrario se consideran superficies infinitas, entonces desaparecen muchas de ellas. En las siguientes consideraciones se asume que la velocidad $v_z(x,y)$ en dirección z es conocida en todo el plano $z = 0$. Esto no significa que no vayamos a abordar el análisis de superficies vibrantes finitas, solo que estas las vamos a considerar en el plano con velocidad $v_z = 0$. A continuación, vamos a estudiar en concreto dos casos de superficies planas y evaluaremos el campo acústico producido por cada una de ellas.

3.1 Campo sonoro producido por un pistón rectangular

En primer lugar estudiamos el modelo, mostrado en la figura 3.1a, que consiste en una superficie en la que todos sus puntos vibran con la misma amplitud y tienen idéntica fase. En el modelo del pistón rectangular se parte de la hipótesis de que, en general, la radiación producida por la vibración de una superficie extendida se puede obtener como la suma de presiones que producirían un grupo de fuentes simples de superficie dS. Consideraremos sólo la radiación hacia adelante, de manera que la superficie estará apoyada y así su campo se duplica.

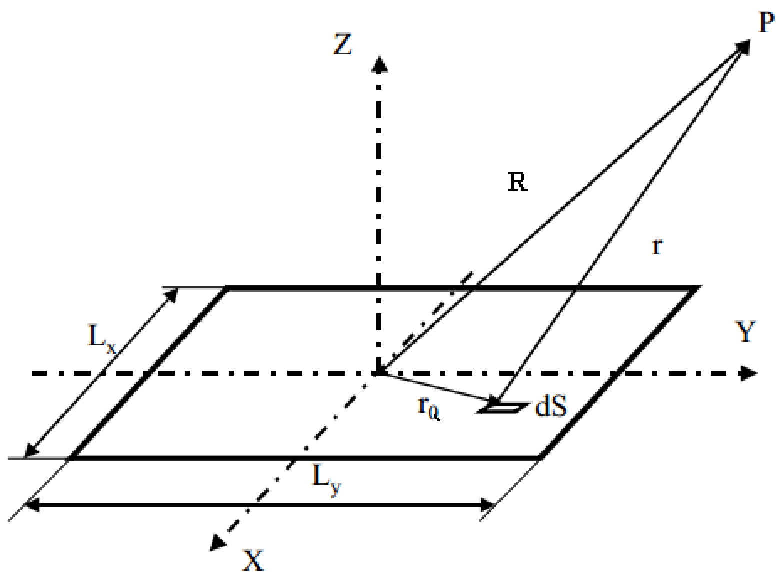


Figura 3.1a: Representación del pistón rectangular en el sistema de coordenadas

Por lo tanto vemos que, como en la ec. [26], la presión producida por una fuente infinitesimal de la superficie plana situada en *(x_Q,y_Q)* puede escribirse [ALB-01]:

$$dp = \frac{j\omega\varrho_0 v\left(x_Q, y_Q\right)}{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}dx_Q dy_Q \quad [58]$$

donde *r* es la distancia desde el centro del diferencial *dS* al punto de recepción

$$r = \sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + z^2} \quad [59]$$

De esta forma, el campo total en el punto de interés se aproxima integrando las contribuciones individuales de cada uno de los elementos de la superficie radiante, ya que, según el principio de Huygens las distintas contribuciones pueden ser sumadas teniendo en cuenta la amplitud y fase de cada contribución. Luego obtenemos *[MÖS-08]*:

$$p(x, y, z) = \frac{j\omega\varrho_0}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} v\left(x_Q, y_Q\right)\ \frac{e^{-jkr}}{r}dx_Q dy_Q \quad [60]$$

Dicha ecuación general se conoce como *Integral de Rayleigh*, que se refiere a velocidades que están dadas en el plano *z = 0*.

En el caso de superficies vibrantes finitas, la integral de Rayleigh asume que el elemento vibrante es parte de un plano que no se mueve. Por esto se puede aplicar solo con restricciones al caso de radiación sonora de superficies vibrantes finitas sin plano reflectante. En estos casos también entrega una aproximación útil del campo sonoro, siempre que las dimensiones de la superficie radiante sean grandes respecto a la longitud de onda.

En la práctica resulta difícil obtener resultados analíticos de esta integral incluso para los casos simples, siendo preciso elegir entre cálculos numéricos y soluciones aproximadas a la hora de evaluar el campo acústico. Será necesario entonces hacer una clara distinción para estudiar el comportamiento de esta superficie radiante, y obtener unas conclusiones según la situación en la que nos encontremos.

3.1.1. Estudio del pistón rectangular para campo lejano

Como hemos comentado, se precisa de hacer una diferencia para la situación concreta que queramos analizar, puesto que dada la dificultad matemática no es posible encontrar una solución general al problema. El campo lejano se refiere al estudio del patrón de campo para posiciones de gran distancia con respecto a la fuente. Esta situación también es conocida como la *zona de Fraunhofer*.

Entonces, comenzaremos investigando la radiación de la superficie en la situación de campo lejano, bajo las condiciones que conocemos, y buscaremos una expresión válida en este contexto.

Continuando con el desarrollo, nuevamente se puede derivar una aproximación de la ecuación [60] para el campo lejano. Para emplear dicha aproximación, es necesaria la consideración de una superficie finita, lo cual implica el uso de intervalos de integración finitos según las propias dimensiones de la superficie, entonces:

$$p(x,y,z) = \frac{j\omega\varrho_0}{2\pi}\int_{-L_y/2}^{L_y/2}\int_{-L_x/2}^{L_x/2} v\left(x_Q,y_Q\right)\ \frac{e^{-jkr}}{r}\,dx_Q dy_Q \qquad [61]$$

En campo lejano asumimos nuevamente que $1/R \approx 1/r$. Para r se tiene la siguiente expresión:

$$r = (x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + z^2$$
$$= x^2 + y^2 + z^2 + x_Q{}^2 + y_Q{}^2 - 2\left(xx_Q + yy_Q\right)$$
$$\approx R^2 - 2\left(xx_Q + yy_Q\right)$$

ya que x_Q^2 e y_Q^2 pueden despreciarse en campo lejano.

Esto mismo escrito en coordenadas polares resulta:

$$r^2 - R^2 = (r - R)(r + R) = -2R(x_Q sen\theta \cos\varphi \; + \; y_Q sen\theta \mathrm{sen}\varphi)$$

lo cual, sabiendo que $r + R \approx 2R$, nos resulta finalmente

$$(r - R) = -(x_Q sen\theta \cos\varphi \; + \; y_Q sen\theta \mathrm{sen}\varphi)$$

Con todo esto, la aproximación de campo lejano para la radiación sonora de superficies rectangulares vibrantes es:

$$p_{lejano}(R, \theta, \varphi) = \frac{j\omega\varrho_0}{2\pi R} e^{-jkR} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} v\left(x_Q, y_Q\right) \; e^{jk(x_Q sen\theta \cos\varphi \, + \, y_Q sen\theta \mathrm{sen}\varphi)} dx_Q dy_Q \qquad [62]$$

Para la mayoría de los modelos de radiadores que interesan, esta ecuación se puede resolver de manera simple y de nuevo reducida a multiplicaciones de características direccionales que ya fueron discutidas para la columna de altavoces.

En el caso en cuestión que tratamos de una superficie rectangular que vibra a una velocidad constante v_0 para $|x|<L_x/2$ e $|y|<L_y/2$ y con $v=0$ para el resto de la superficie, se cumple entonces *[MÖS-09]*:

$$p_{lej} = \frac{j\omega\varrho_0 Q}{4\pi R} e^{-jkR} \frac{sen\left(\frac{\pi L_x}{\lambda} sen\theta \cos\varphi\right)}{\frac{\pi L_x}{\lambda} sen\theta \cos\varphi} \frac{sen\left(\frac{\pi L_y}{\lambda} sen\theta \mathrm{sen}\varphi\right)}{\frac{\pi L_y}{\lambda} sen\theta \mathrm{sen}\varphi} \qquad [63]$$

La consideración de fuentes con formas de onda conduce también a expresiones similares.

En particular, para bajas frecuencias $k\,L_x \ll 1$ y $k\,L_y \ll 1$, se obtiene:

$$p_{lejano} \approx \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi R} e^{-jkR} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} v(x_Q, y_Q)\ dx_Q dy_Q \qquad [64]$$

3.1.2. Estudio del pistón rectangular para campo cercano

Por otro lado, es preciso conocer también el comportamiento del pistón para situaciones donde nos encontremos en las proximidades de la fuente. En las regiones cercanas a la fuente, también denominadas *zona de Fresnel*, ocurren fuertes efectos de interferencia constructiva y destructiva, problema que ha sido objeto de profundo estudio por diversos investigadores. Por lo que resulta de interés tener una idea de lo que ocurre.

Dado que en esta situación no es posible emplear las mismas consideraciones que en el campo lejano (o la zona de Fraunhofer), no será posible obtener una expresión. Por lo que es conveniente resolver la integral [61] a través de algún método numérico.

En este caso concreto podemos acudir al artículo "*Measurements of Sound Pressure in a Very Near Field*" donde se plantea esta situación de buscar una solución al conflicto del campo cercano para la misma superficie. Los autores del artículo optan por aproximar el cálculo de la integral por un intervalo discretizado de la supeficie. Siguiendo esta pauta, podríamos expresar la integral del campo general [61] como:

$$\begin{aligned} p(x,y,z) &= \frac{j\omega\varrho_0}{2\pi} v_0 \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{e^{-jkr}}{r} dx_Q dy_Q \\ &\approx \frac{j\omega\varrho_0}{2\pi} v_0 \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \frac{e^{-jkR_{mn}}}{R_{mn}} \Delta x \Delta y \qquad [65] \end{aligned}$$

donde se sugiere que consideremos la superficie rectangular como un conjunto de *M* x *N* fuentes individuales y sumemos cada contribución para el punto de observación *(x,y,z)*.

Como podemos ver en la figura 3.1.2a, R_{mn} es una matriz que guarda la distancia entre todas las contribuciones y el punto del espacio. Naturalmente esta aproximación será más precisa en cuanto más aumente el número de fuentes consideradas (mayores valores de *M* y *N*).

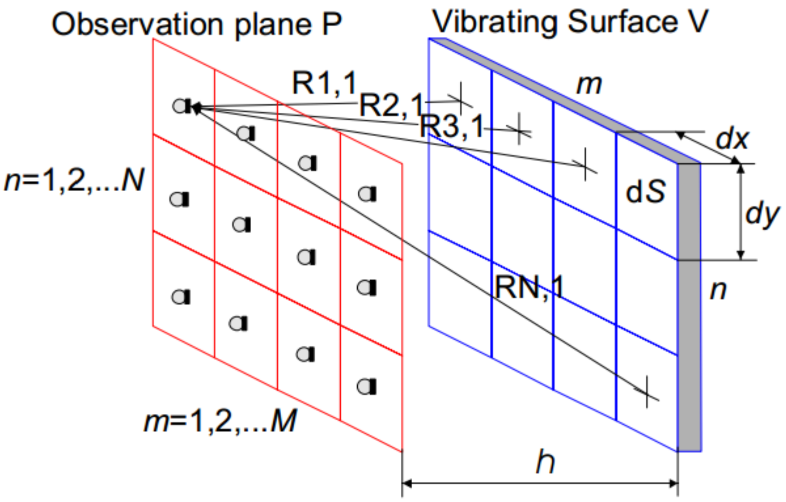


Figura 3.1.2a: Geometría del problema: matrices del plano de observación y de la superficie vibrante.

Este esquema es el que implementaremos en el simulador para obtener los resultados gráficos del campo en las proximidades de la fuente. Más adelante, en el quinto bloque, haremos una comparación entre ambas zonas.

3.2 Campo sonoro producido por un pistón circular

En el diseño de sistemas radiantes en el ámbito electroacústico es importante el comportamiento del pistón plano circular en presencia de una pared rígida. Por eso ahora vamos a tratar el caso de un pistón plano circular, que podemos observar en la figura 3.2.1a, situado sobre una pantalla infinita con su centro en el origen de coordenadas y excitado con una velocidad de partícula uniforme v_0. De nuevo vamos a considerar únicamente la radiación que se produce hacia delante.

Plantearemos el desarrollo como ya lo hicimos en el caso anterior: desde el punto de vista para grandes distancias (campo lejano) y distancias más cortas (campo cercano).

3.2.1. Estudio del pistón circular para campo lejano

Por la descripción de la superficie, resulta más sencillo plantear la situación desde un esquema en coordenadas cilíndricas. Estudiamos la solución a los puntos del espacio que cumplen con el campo lejano, y por tanto $r \gg a$ siendo a el radio del pistón. Para ello consideraremos la integral de Rayleigh en un punto del espacio.

La presión producida por una fuente infinitesimal viene dada por *[ALB-02]*:

$$dp = \frac{j\omega\varrho_0 v_0}{2\pi}\frac{e^{-jkh}}{h}\ dS \qquad [66]$$

siendo h la distancia del elemento diferencial al punto donde se quiere calcular la presión. Este valor se puede expresar en función de variables del pistón y del punto de cálculo de la presión como:

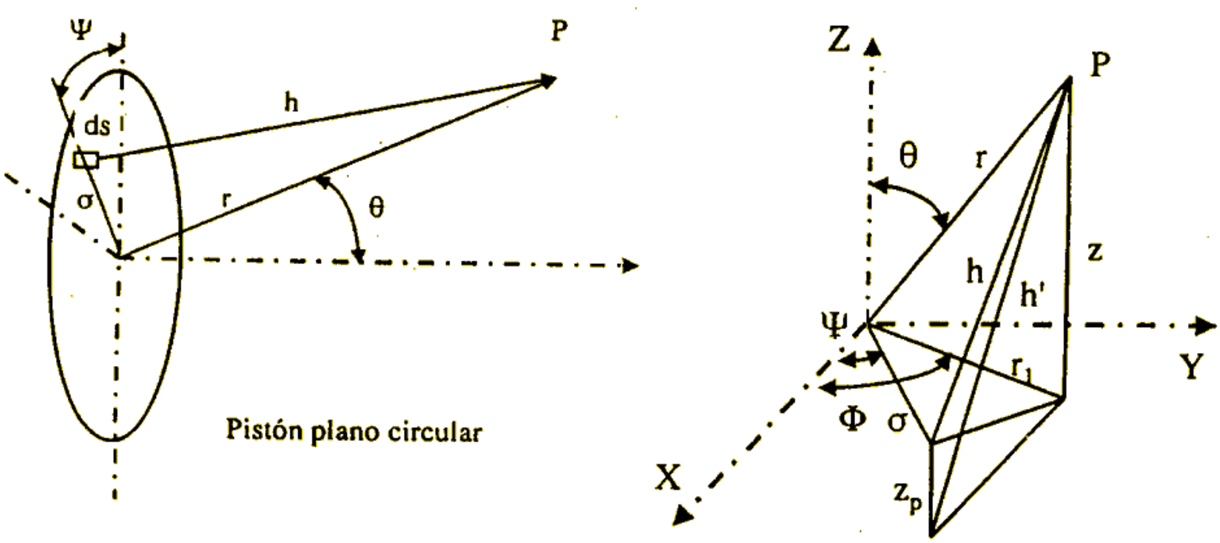


Figura 3.2.1a: Representación del pistón circular en el sistema de coordenadas

$$h^2 = r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma sin\theta\cos(\psi - \Phi) \qquad [67]$$

donde

- r es la distancia del centro del pistón al punto donde se quiere calcular la presión,
- σ es la distancia desde el centro del pistón al elemento de superficie *dS*
- θ es el ángulo que forma el vector formado por el centro del pistón con el punto de cálculo y el eje Z
- ψ es el ángulo que el vector formado por el centro y el centro del elemento de superficie forma con el eje X; y
- Φ es el ángulo que forma la proyección de r sobre el plano XY con el eje X

Por tanto podemos escribir la expresión de un pistón circular plano situado sobre una pared rígida que vibra con movimiento armónico según la expresión:

$$p = \frac{j\omega\varrho_0 v_0}{2\pi}\iint_S \frac{e^{-jh}}{h}dS$$

$$= \frac{j\omega\varrho_0 v_0}{2\pi}\int_{\sigma=0}^{\sigma=a}\int_{\psi=0}^{\psi=2\pi}\frac{e^{-jk\sqrt{r^2+\sigma^2-2r\sigma sin\theta\cos(\psi-\Phi)}}}{\sqrt{r^2+\sigma^2-2r\sigma sin\theta\cos(\psi-\Phi)}}\sigma\, d\sigma d\psi \qquad [68]$$

donde se ha tomado, por simetría, Φ = 0. La expresión anterior sólo tiene solución numérica si se considera el caso de campo lejano. En esta situación podemos aproximar:

$$r \approx h \qquad \text{(distancia)}$$

$$h \approx r - \sigma \sin\theta \cos\psi \qquad \text{(fase)}$$

que nos llevan a la nueva expresión integral *[ALB-03]*:

$$p \approx \frac{j\omega\varrho_0 v_0}{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_{\sigma=0}^{\sigma=a}\sigma d\sigma\int_{\psi=0}^{\psi=2\pi}\sigma e^{-jk\sigma\sin\theta\cos\psi}d\psi$$

$$= \frac{j\omega\varrho_0 Q}{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\frac{2J_1(ka\, sin\theta)}{ka\, sin\theta}\right) \qquad [69]$$

donde Q es la velocidad de volumen aplicada a una superficie circular: $Q = v_0 a^2\pi$ Además nos aparece $J_1(x)$, que es la función de Bessel de orden 1. Si no recordamos este tipo de función, en la figura 3.2.1b aparecen las primeras funciones de Bessel para poder conocer su forma de onda.

Por tanto, podemos ver que para esta superficie sonora su función de radiación viene dada por:

$$G(u) = \left|2\frac{J_1(u)}{u}\right| \qquad [70]$$

cuya representación en MATLAB pasamos a mostrar en la figura 3.2c. Más adelante en otro bloque obtendremos los resultados del campo sonoro simulados con la ecuación [69].

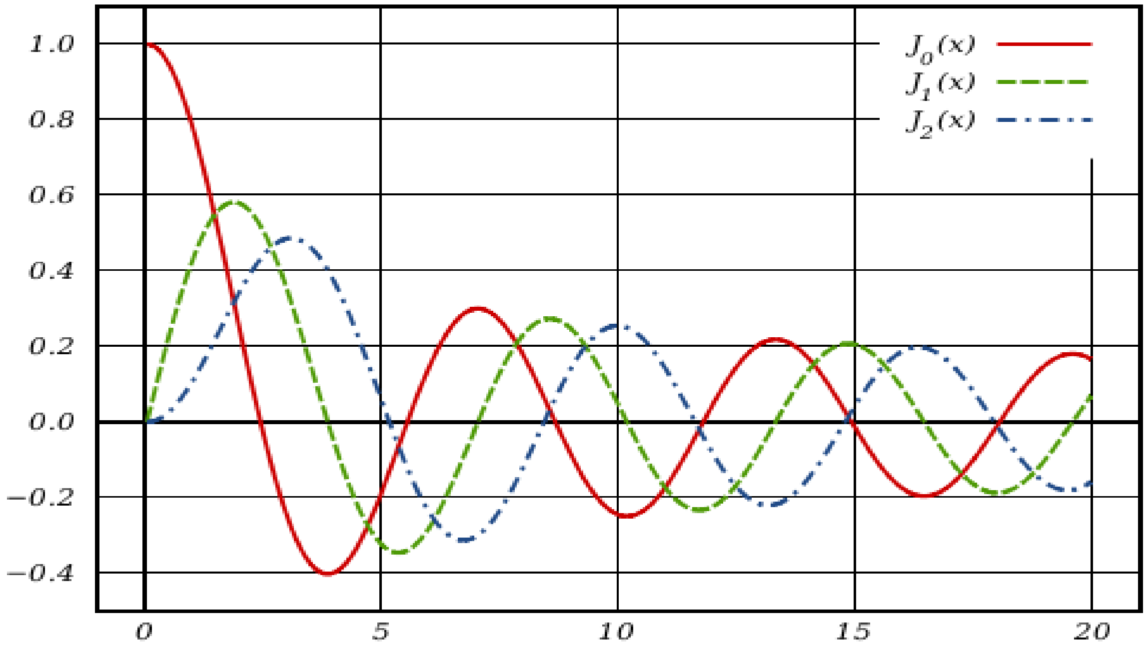


Figura 3.2.1b: Funciones de Bessel de orden 0, 1 y 2.

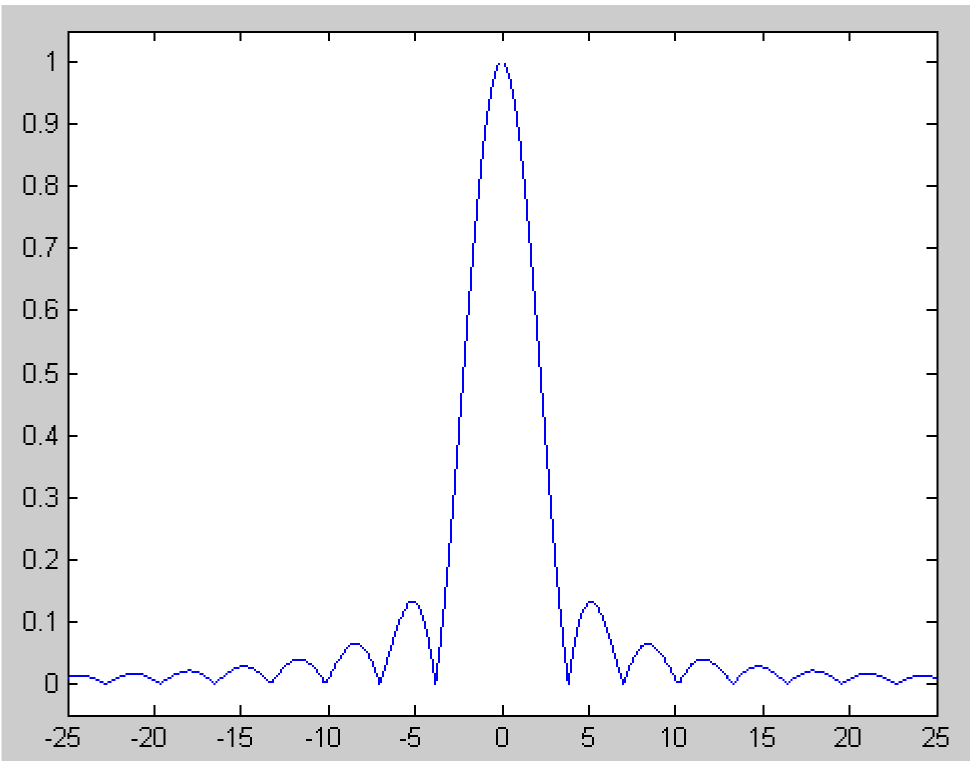


Figura 3.2.1c: Funcion de radiación *G(u)* para un pistón circular

3.2.2. Estudio del pistón circular para campo cercano

De nuevo investigamos la radiación producida en los límites cercanos a la superficie circular. Ahora volvemos a encontrarnos con las dificultades de no tener una expresión con la que trabajar, sino que será necesario recurrir a algún método o aproximación numérica.

En este caso, como veíamos en la figura 3.2.1a, la fuente presenta una simetría con respecto al ángulo ψ, lo que nos permitiría encontrar una solución analítica[1] para evaluar los puntos del eje z. Como paso previo al análisis, consideramos que es una buena forma de empezar a entender el planteamiento del problema.

De esta manera empezaremos a mostrar las conclusiones obtenidas para dicha situación unidimensional. En la figura 3.2.2a observamos que en las proximidades del emisor tienen lugar rápidas variaciones de la presión, debidas a las interferencias de ondas que provienen de diferentes puntos de la superficie del pistón.

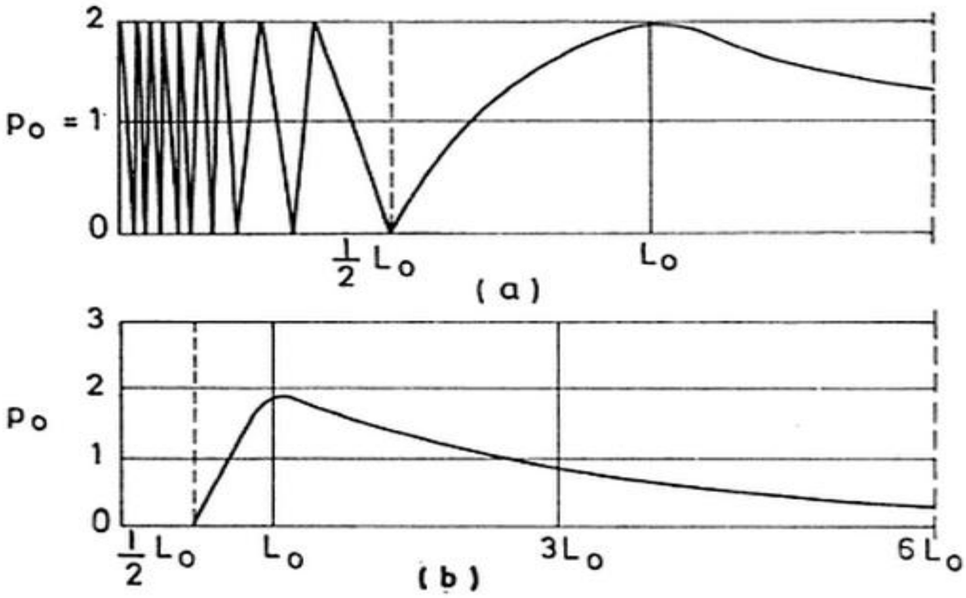


Figura 3.2.2a: Distribución de presión sobre el eje:
(a) En zona de Fresnel; (b) En zona de Fraunhofer

[1] Puede encontrar la solución completa en "ingeniería Acústica. 2nda Ed.", M. Möser, Pág. 105-109

La distancia que viene denotada en la figura como L_0 se conoce como *distancia de Fresnel*, a partir de la cual se establece que el campo cercano se da para $z < L_0$ y el campo lejano para $z > L_0$. Dicha distancia se corresponde con $L_0 = a^2/\lambda$, donde a era el radio del pistón.

A partir del campo cercano la presión disminuye, y en su distribución podemos ver cómo se ensanchan las curvas de las secciones transversales, reduciéndose la variación en la amplitud sobre el eje del campo del pistón, comportamiento que da lugar a la apertura de dicho campo. Tales variaciones son producidas precisamente en la zona de Fresnel, que podemos ver un poco más claramente representado en la figura 3.2.2b.

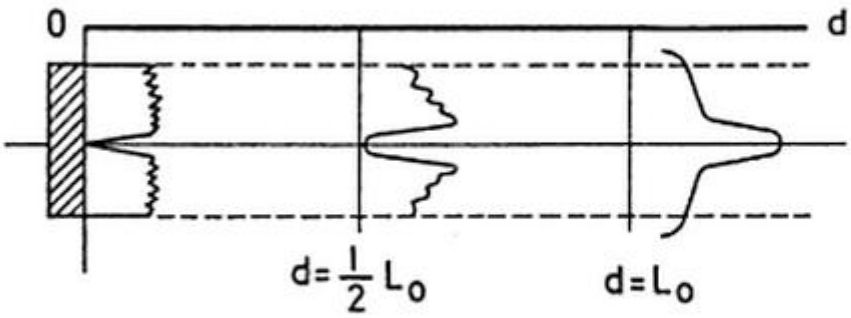


Figura 3.2.2b: Campo próximo en un pistón circular

Por lo que ya nos hemos aventurado a descubrir el comportamiento del campo en las inmediaciones de la fuente. Pero no nos conformamos con esa restricción sobre el eje unidimensional, nosotros queremos obtener información sobre el resto del entorno cercano, de manera que acudiremos a una aproximación del resultado de la ecuación [68].

Según la manera en la que resolvimos la radiación para el campo cercano en la superficie anterior, aquel artículo que empleamos nos dio la idea de resolver ahora este nuevo problema, pero en coordenadas polares. Para tal fin, acudimos al capítulo "*Integral doble en coordenadas polares*", de donde podemos enunciar lo siguiente.

Aproximación de una integral doble con las sumas de Riemann

Mientras que en la definición de integral doble para coordenadas cartesianas de una función f sobre una región R en el plano xy utilizamos rectángulos con lados paralelos para dividir la región; en coordenadas polares la forma natural es un sector polar, cuyos lados tienen valores de r y θ constantes (figura 3.2.2c).

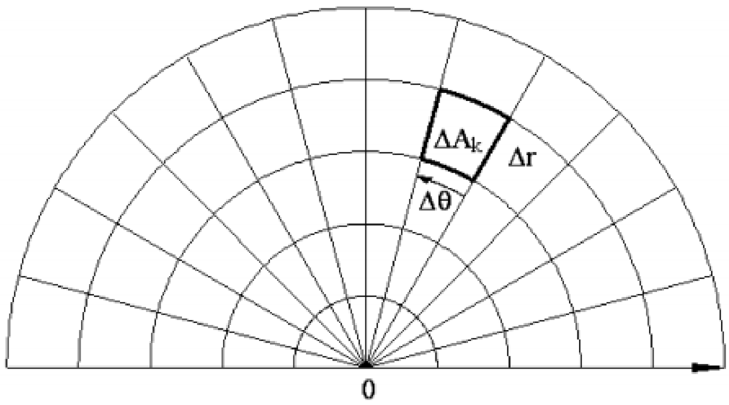


Figura 3.2.2c: Región de sectores polares

Para definir la integral doble de una función continua $z=f(x,y)$ en coordenadas polares, la región R está acotada por las curvas $r=g_1(\theta)$ y $r=g_2(\theta)$; y las rectas $\theta=\alpha$ y $\theta=\beta$. Entonces, la región R se divide en múltiples sectores polares (en lugar de rectángulos). Por lo que el área de un sector específico i es:

$$A_i = r_i \Delta r_i \Delta\theta_i$$

De manera que podemos obtener el resultado de la integral doble como la suma de Riemann en el caso límite:

$$\iint_R f(r\, cos\theta, r\, sen\theta)\, r dA = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} f(r_i\, cos\theta_i, r_i\, sen\theta_i)\, A_i \qquad [71]$$

donde hemos incluido el cambio de coordenadas a polares para x e y .

Luego esta será la manera con la que trataremos de resolver el campo cercano en una región del espacio para el pistón circular.

Los resultados de la aproximación para el campo cercano serán mostrados y comentados en el quinto bloque de ‘Prueba de simulaciones’.

4. Desarrollo de la interfaz del usuario

A partir de ahora comenzamos este bloque dejando más de lado todo el contenido teórico para tratar de acercarlo más a la práctica. Pretendemos unificar todos lo que hemos aprendido en las secciones anteriores para que resulte una potente herramienta gráfica que nos permita evaluar el nivel de presión creado por una fuente, y así se pueda comprender mejor toda la teoría de los campos acústicos.

Nuestra intención ha sido crear una aplicación con la que el usuario pueda obtener una representación visual sencilla y clara de todos los diferentes casos; y que además se permita fácilmente introducir cambios o modificaciones en los parámetros principales para observar los cambios oportunos. De esta manera el usuario puede extraer conclusiones y relacionar mejor todos los conceptos en base a los resultados visuales obtenidos.

Se ha hecho uso de la herramienta *Graphical User Interface (GUI)* proporcionada en MATLAB. Dicha herramienta nos proporciona un resultado visual agradable para la experiencia del usuario, dejando atrás los difíciles cálculos con números complejos de la teoría de campos acústicos que se esconden.

4.1 Graphical User Interface (GUI)

Sería necesario en primer lugar, hacer una breve introducción a este programa de desarrollo, para poder explicar posteriormente en mejor detalle todas las posibilidades de nuestra herramienta.

En esta sección no se persigue que el lector adquiera un gran conjunto de conocimientos sobre el entorno gráfico de MATLAB (GUI). Pero vemos necesario explicar de manera sencilla definiciones y controles básicos de esta aplicación.

Para acceder a dicha aplicación, es tan sencillo como introducir en la consola de MATLAB la instrucción *guide*. A continuación se nos abre la ventana de la figura 4.1a. Por lo que tras seleccionar una nueva página en blanco, opción *Blank GUI (default)*, nos aparece nuestro entorno de trabajo (figura 4.1b).

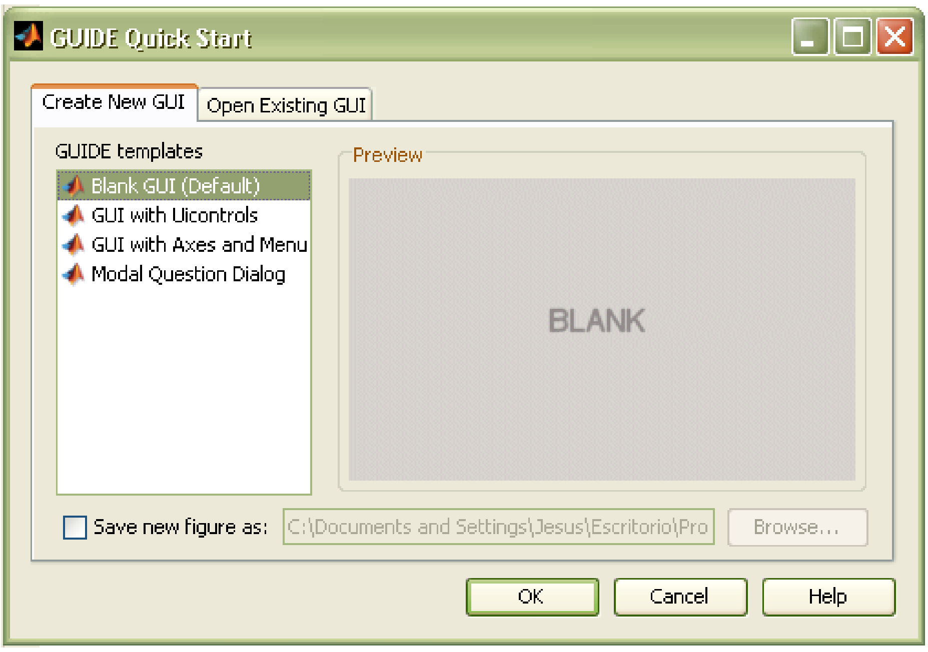


Figura 4.1a: Ventana GUIDE Quick Start

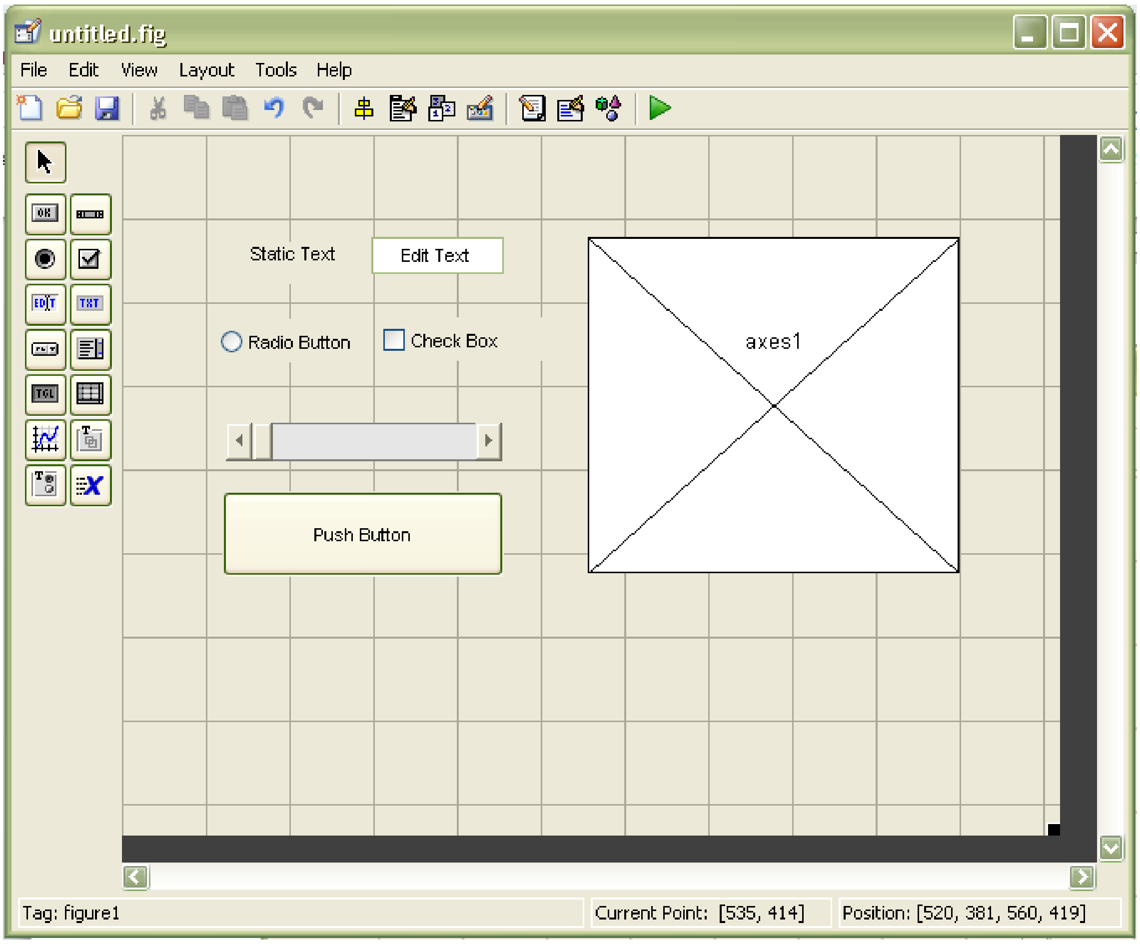


Figura 4.1b: Ventana GUI: *untitled.fig*

En la barra de herramientas que nos aparece en la izquierda, se nos muestran todos los objetos gráficos que tenemos a disposición.

Recogemos en la siguiente el tipo y la finalidad que desempeña dicha función.

Select	Objeto para seleccionar elementos
Push button	Botón que genera una acción al hacer click sobre él
Slider	Objeto gráfico que varía un parámetro dentro de un rango especificado.
Radio buttom	Representa una opción seleccionable
Check box	Representa una opción marcable
Edit text	Cuadro donde podemos introducir un texto
Static text	Muestra un texto
Pop-up menu	Provee una lista de opciones desplegable
List box	Muestra un cuadro con opciones seleccionables
Toggle menu	Botón activable (on/off) que ejecuta una acción
Table	Objeto que muestra una tabla
Axes	Ventana gráfica de resultados
Panel	Introduce un panel para objetos
Button group	Panel donde sólo un radio buttom puede ser seleccionado
ActiveX control	Despliega controles ActiveX

Tabla 4.1c: Ventana GUIDE Quick Start

Cada uno de estos elementos dispone de un menú de opciones donde cada uno presenta un conjunto de características configurables. Mostramos por ejemplo el menú de opciones para el *push bottom* en la figura 4.1d.

Una vez se tiene el panel diseñado con los objetos deseados, debemos ejecutar el nuevo archivo *.fig* pulsando sobre el botón ▶ que observamos en la barra superior de la figura 4.1b.

Como resultado se nos abre ya la aplicación ejecutada en disposición de ser controlada por el usuario. Vemos el ejemplo anterior diseñado y seguidamente ejecutado en la figura 4.1e.

BackgroundColor	
BeingDeleted	off
BusyAction	queue
ButtonDownFcn	
CData	[0x0 double array]
Callback	%automatic
Clipping	on
CreateFcn	
DeleteFcn	
Enable	on
Extent	[0 0 12,4 1,462]
FontAngle	normal
FontName	MS Sans Serif
FontSize	8.0
FontWeight	normal
ForegroundColor	
HandleVisibility	on
HitTest	on

HorizontalAlignment	center
Interruptible	on
KeyPressFcn	
ListboxTop	1.0
Max	1.0
Min	0.0
Position	[9,8 24,385 30,2 4,615]
SelectionHighlight	on
SliderStep	[0,01 0,1]
String	Push Button
Style	pushbutton
Tag	pushbutton1
TooltipString	
UIContextMenu	<None>
Units	characters
UserData	[0x0 double array]
Value	[0.0]
Visible	on

Figura 4.1d: Menú de opciones *Property Inspector* de un Push buttom

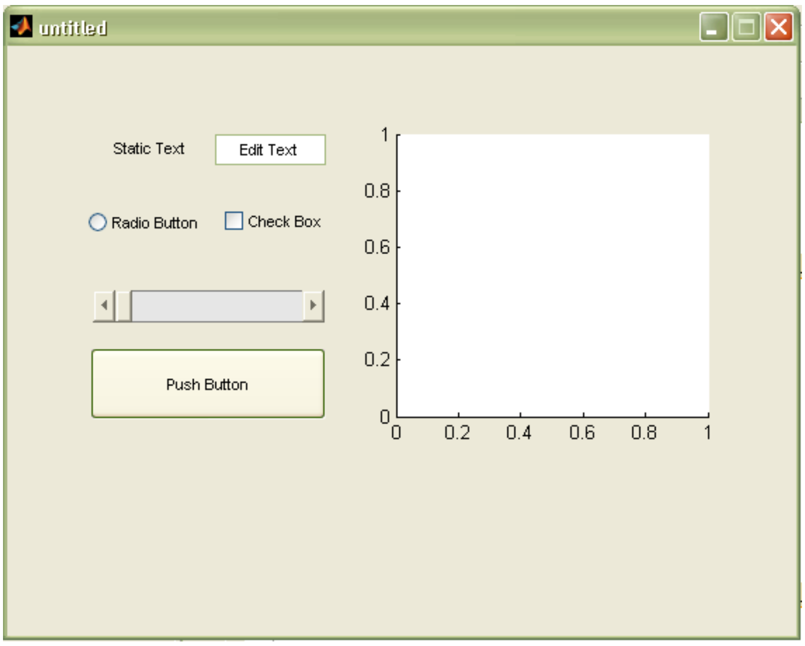


Figura 4.1e: Ventana ejecutada de *untitled.fig*

Esto hasta ahora es sencillo e intuitivo de realizar, pero para una persona que no tenga nada de conocimientos sobre programación de objetos, es necesario explicar cómo es posible la interactuación entre objetos y el usuario.

Cuando ejecutamos un archivo *.fig* se nos guarda un archivo de código *.m*. Es en este archivo de texto donde se plasma el código relacionado con nuestra aplicación gráficamente diseñada, quedando cada elemento identificado por un nombre.

Pues bien, cada objeto tiene una función *Callback ()* asociada, de manera que programamos en ella la función que deseamos que se desempeñe al interactuar con él. Cada objeto se debe programar de una manera determinada, ya que por ejemplo usaremos un *edit_text* para recoger un dato, un *push_buttom* para ejecutar una acción determinada o un *slider* para cambiar un valor dentro de un rango específico.

4.2 Escenarios propuestos a resolver

Con este programa trataremos de implementar todas las conclusiones que estudiamos en el primer bloque de este proyecto. Es por ello que, de ahora en adelante, emplearemos la palabra *escenario* para hacer referencia a cualquiera de estas situaciones ya tratadas con anterioridad. Hacemos un breve repaso de cada una de ellas.

En los 5 primeros escenarios podemos interactuar con los casos de radiación para fuentes unidimensionales:

– *Escenario 1* : hacemos referencia al caso básico de una fuente puntual que radia de manera omnidireccional que vimos en la sección 2.1.

– *Escenario 2* : nos encontramos en el caso de una fuente en presencia de otra igual, que puede estar en fase o ser opuesta, produciendo los diferentes patrones de radiación que representamos en la sección 2.4.

– *Escenario 3* : para este caso contamos con la presencia de una fuente lineal, cuyo desarrollo quedó detallado en la sección 2.2. Además contemplamos la situación de modificar el patrón resultante disminuyendo los lóbulos laterales según el planteamiento visto en la sección 2.6.

– *Escenario 4* : aquí podremos encontrar el caso de la columna de altavoces de la sección 2.5, donde se incluye la posibilidad de desviar la dirección de radiación principal a través del método de la orientación electrónica de la sección 2.7.

– *Escenario 5* : finalmente incluimos en este escenario la posibilidad de diseñar una agrupación lineal de fuentes de manera que podamos controlar su potencia o su direccionalidad con las pautas que ya vimos en la sección 2.9

En cambio, en los últimos escenarios tratamos ya de fuentes de dos dimensiones las cuales tendrán diferentes formas en su superficie:

– *Escenario 6* : mostramos el caso de una fuente del tipo pistón circular cuyo planteamiento teórico ha quedado expuesto en la sección 3.2

– *Escenario 7* : otra forma de fuente que hemos añadido consiste en un pistón rectangular, cuya dimensión pueden verse modificadas por el usuario, de manera que podamos obtener las diferentes radiaciones según los parámetros introducidos. Para este escenario tomamos las bases vistas en la sección 3.1

4.3 Herramienta diseñada

Antes de presentar algunos resultados con el programa, mostraremos su estructura y comentaremos las funcionalidades de las que dispone. Podemos observar el principal aspecto de nuestra interfaz que aparece en la figura 4.3a.

A continuación daremos una explicación de cada uno de los objetos de nuestra presentación principal del programa, agrupándolos en su conjunto según su función o finalidad en común:

----------------------------------- Parámetros de la fuente -------------------------------------

[1] [2] [3] [4].– Sliders de Longitud de Onda, Frecuencia, Velocidad de Volumen y Número de fuentes: podemos emplearlos para variar el parámetro seleccionado de cada fuente en particular. Se actualizará en consecuencia los valores de los cuadros de texto correspondientes y podremos ver como se modifica la representación que tengamos en ese momento.

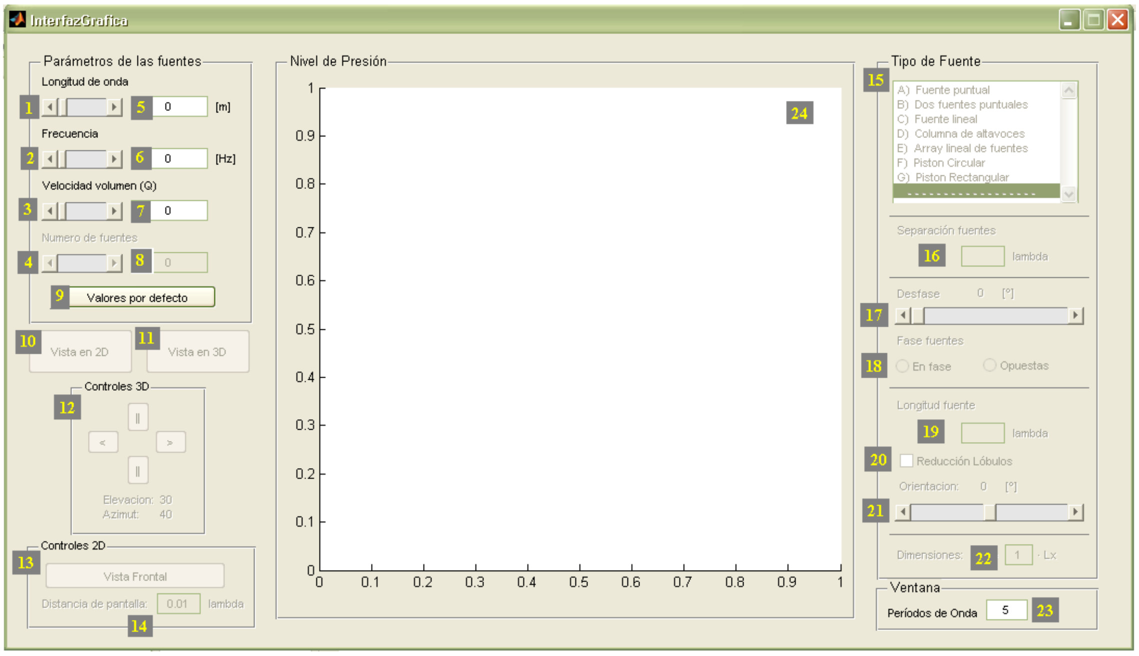


Figura 4.3a: Ventana ejecutada de *InterfazGráfica.*

[5] [6] [7] [8].– Cuadro de texto de Longitud de Onda, Frecuencia, Velocidad de Volumen y Número de fuentes: estos cuadros pueden ser empleados para introducir valores por teclado. Se debe prestar atención a los rangos permitidos de entrada en los *sliders* para no alterar la correcta ejecución del programa. De igual manera los sliders se modificarán según el dato introducido; y si tenemos alguna representación en pantalla actualizaremos el nivel de potencia adecuadamente.

[9].– Botón de valores predeterminados: para su comodidad, tenemos esta opción disponible cuando el usuario no sepa cuáles deberían ser unos valores adecuados para los parámetros de entrada. De manera que le asignamos unos valores iniciales.

------------------------------- Controles de la representación --------------------------------

[10].– Botón de vista en dos dimensiones (2D): una vez tengamos todos los parámetros bien configurados se nos aparecerá en la ventana, mediante la instrucción *pcolor* de MATLAB, una representación muy práctica del campo de presión concreto vista desde arriba.

[11].– Botón de vista en tres dimensiones (3D): en este caso lo que se obtiene será una representación tridimensional del campo en un sistema de ejes cartesianos, dicha función la implementamos desde la instrucción *mesh* de MATLAB.

[12].– Panel de controles 3D: cuando tengamos representada una gráfica tridimensional, se activará este panel donde podremos controlar el punto de vista de observación del campo. A través de las coordenadas mostradas de *azimut* y *elevación* podremos ver la figura desde cualquier punto deseado.

[13].– Panel de controles 2D: este panel quedará habilitado para los escenarios 6 y 7. Con él podemos utilizar el botón 'Vista Frontal' para obtener la visualización en un plano de puntos paralelo a la fuente z=*cte*, situado a la distancia que seleccionemos en el *edit_text* denotado como 'Distancia de pantalla'

[14].– Cuadro de texto de Distancia de pantalla: podremos usarlo para definir la distancia desde la fuente al plano de observación desde donde vemos el campo, ya sea en la vista con un plano paralelo o perpendicular a la fuente.

[23].– Dominio de representación: definimos el número de períodos de onda que aparecen en los ejes, por lo que podemos variar el *zoom* en la figura aumentando o disminuyendo su valor. Este valor escrito será el máximo del rango en los ejes x e y que por tanto podremos observar en la ventana gráfica.

------------------------------------ Selección del escenario ------------------------------------

[15].– Listbox de escenarios posibles: es un cuadro de texto no editable en el que se nos muestran los distintos escenarios que podemos seleccionar. Entre ellos aparecen los escenarios que ya estudiamos previamente como el campo producido por una única fuente, por dos fuentes, por una fuente lineal, por la columna de altavoces, por una agrupación lineal y finalmente por las superficies circular y rectangular.

----------------- Parámetros secundarios configurables del escenario -----------------

[16].– Cuadro de texto de separación entre fuentes: esta opción queda disponible para el escenario 2 con dos fuentes o el escenario 5 de la agrupación lineal. Con este objeto podemos escribir en el cuadro la distancia que se desee entre cada par de fuentes.

[17].– Slider de desfase: mediante un slider controlable podemos variar (y observar si hemos activado alguna de las vistas) el campo resultante de aplicarle un desfase en la pulsación entre cada par de fuentes. Este slider es disponible para el caso genérico de una agrupación lineal de fuentes. En el resto de escenarios no aparecerá disponible.

[18].– Desfase del par de fuentes: cuando nos encontremos en el escenario 2, una vez hayamos elegido la distancia adecuada, se nos activará esta opción para habilitar si queremos que las fuentes pulsantes radien con igual velocidad de volumen (se dice que están *en fase*) o con velocidad opuesta. Podremos hacer esta elección a través de los *radiobuttom* mostrados.

[19].– Cuadro de texto para longitud de fuente: esta opción se activa para el escenario 3, 4, 6 o 7 , que corresponden a la fuente lineal, columna de altavoces, pistón rectangular y pistón circular. En ellos siempre se define el ancho o longitud de la fuente, según se trate de bidimensional o unidimensional respectivamente.

[20].– Opción de reducción de lóbulos: cuando nos encontremos en el escenario 3 con una fuente lineal podremos marcar esta opción para poner en práctica el contenido de la sección 2.6. Si recordamos, la idea principal consistía en añadir a la función *senc* principal otras dos funciones desplazadas una unidad a cada lado con la mitad de amplitud, como consecuencia de tomar una velocidad de pulsación más compleja (en vez de constante). De esta manera conseguíamos reducir las colas laterales de la principal y con ellas los lóbulos secundarios de radiación.

[21].– Slider de orientación de la fuente lineal: de nuevo en el escenario 4 cuando contemos con una columna de altavoces, se activará este slider para controlar el desvío del haz y comprobar la forma principal del lóbulo. Está pensado para cubrir un rango de 90°, que van desde [-45°,45°].

[22].– Cuadro de texto de dimensión del rectángulo: para el caso concreto del pistón rectangular, se activa este cuadro con el que podemos modificar el tamaño de la superficie del pistón. Lo hacemos modificando la altura L_y en función de L_x , según la definida. Es decir, podremos cambiar la razón de proporcionalidad entre ambas.

-- Visualización --

[24].– Ventana Gráfica: en ella podemos observar los resultados entre cualesquiera de los escenarios que el usuario haya seleccionado. Hemos contemplado que las representaciones puedan verse afectadas por cambios introducidos por el usuario, como *sliders* o *edit_texts*, para que fuera posible ver las diferencias.

5. Pruebas de simulación

Dedicamos este quinto bloque para mostrar los resultados de la herramienta de simulación que hemos creado. Este es un simulador del nivel de presión del campo sonoro creado por una fuente pulsante determinada. De manera que a través de esta herramienta es posible hacer una estimación sobre el valor del nivel en un punto determinado del espacio.

El nivel de presión que hemos propuesto evaluar lo obtenemos, como vimos en la primera sección, a partir del campo eficaz de la expresión para dicho campo sonoro. Por tanto hemos implementado la expresión correspondiente al campo sonoro, según cada tipo de caso. A raíz de ahí, con los parámetros que se hayan introducido, calculamos el valor eficaz y seguidamente el nivel de presión (con respecto al de referencia hay que recordar) para la región del espacio que hayamos definido.

Para cada uno de los escenarios relatados con anterioridad iremos mostrando las capturas de la ventana gráfica que nos devuelve nuestro simulador, explicando qué parámetros se han introducido.

5.1. Escenario 1: Campo producido por una fuente puntual

Este se trata del primer caso y por tanto del más básico. Aquí tenemos muy poco margen para someter el resultado a cambios, pues sólo estudiamos el campo desde el punto de vista de los principales parámetros.

Fórmula del campo empleado:

Empleamos la expresión del campo sonoro [19] usando la condición de fuente pequeña.

$$p = j\omega\varrho_0 Q \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$$

Parámetros introducidos para la simulación:

El simulador trabaja en un intervalo de frecuencias que van desde los 20kHz hasta los 170kHz, rango desde el cual es posible justificar el campo lejano. Por defecto elegimos los 55kHz como frecuencia de trabajo.

En cuanto a la velocidad de volumen, buscaremos el valor suficiente para respetar la condición de fuente pequeña que vimos en [15]. Al tratarse de una esfera que idealmente es puntual, consideramos más que suficiente un radio $a=10^{-5}m$. Con lo que a las frecuencias utilizadas, la condición queda satisfecha:

$$ka = \frac{2\pi af}{c} = \frac{2\pi 10^{-5}(55 \cdot 10^3)}{340} \approx 0.01 \ll 1$$

Para el cálculo de una Q adecuada, además hemos considerado un rango en la velocidad de pulsación v_0 entre $[1 \cdot 10^3,\ 9 \cdot 10^3]$ *m/s*. Luego el valor de la velocidad de volumen queda acotado entre:

$$Q_{min} = 4\pi a^2 v_{min} = 1.256637 \cdot 10^{-12}$$

$$Q_{max} = 4\pi a^2 v_{max} = 1.130973 \cdot 10^{-11}$$

De manera que estableceremos de ahora en adelante como valor de velocidad de volumen adecuado:

$$Q_{med} = \frac{Q_{min} + Q_{max}}{2} = 6.2831835 \cdot 10^{-12}$$

Resumimos los parámetros introducidos para la simulación, tras haber sido justificados:

Longitud de onda (m)	0.0061818
Frecuencia (Hz)	55000
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	5

Resultado:

Mostramos el campo producido por la fuente puntual. Además añadimos una imagen obtenida con la función 3D (mediante el botón ‘Vista en 3D’) para ver la información en un esquema de ejes tridimensional.

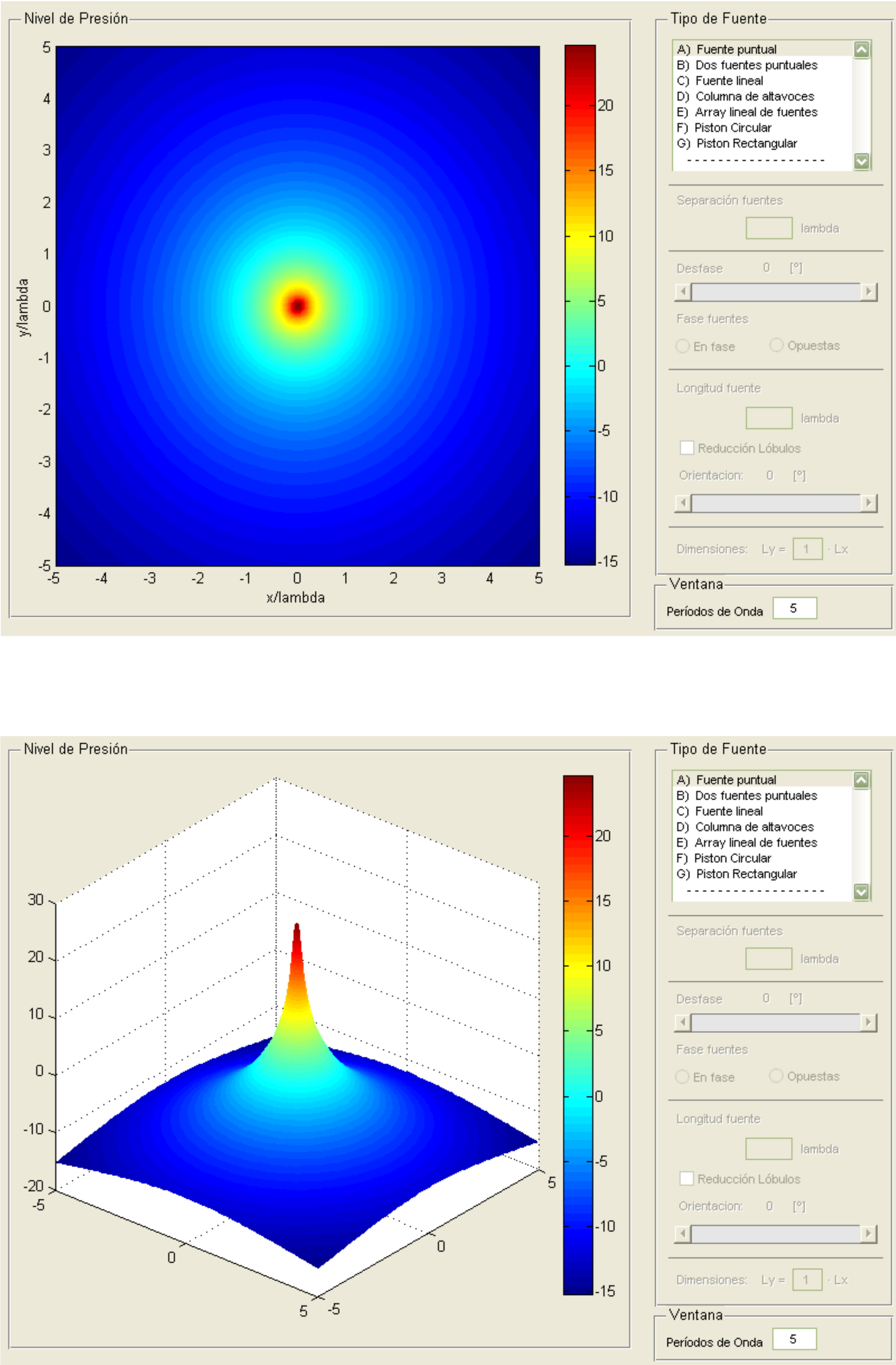


Figura 5.1a: Nivel de presión en un plano para una fuente puntual

5.2. Escenario 2: Campo producido por dos fuentes puntuales

Este caso se presenta más diverso que el anterior. Vamos a contrastar los resultados que vimos para esta sección estudiando los casos según la distancia o la fase entre fuentes.

Fórmula del campo empleado:

Empleamos la expresión del campo sonoro para dos fuentes [22], manteniendo la aproximación de fuente pequeña:

$$p = \frac{j\omega\varrho_0}{4\pi}\left\{Q_1\frac{e^{-jkR}}{R} + Q_2\frac{e^{-jkr}}{r}\right\}$$

Parámetros introducidos para la simulación:

Una de las consideraciones que ya tratamos en la correspondiente sección, fue que asumiríamos que ambas fuentes tendrían el mismo radio y la misma velocidad pulsante. Tan sólo podría distinguirse entre fase igual u opuesta, es decir:

$$Q_2 = Q_1 \qquad \text{(en fase)}$$

$$Q_2 = Q_1 e^{-j\pi} = -Q_1 \qquad \text{(en fase opuesta)}$$

Resumimos los parámetros introducidos para la simulación, tras haber sido justificados:

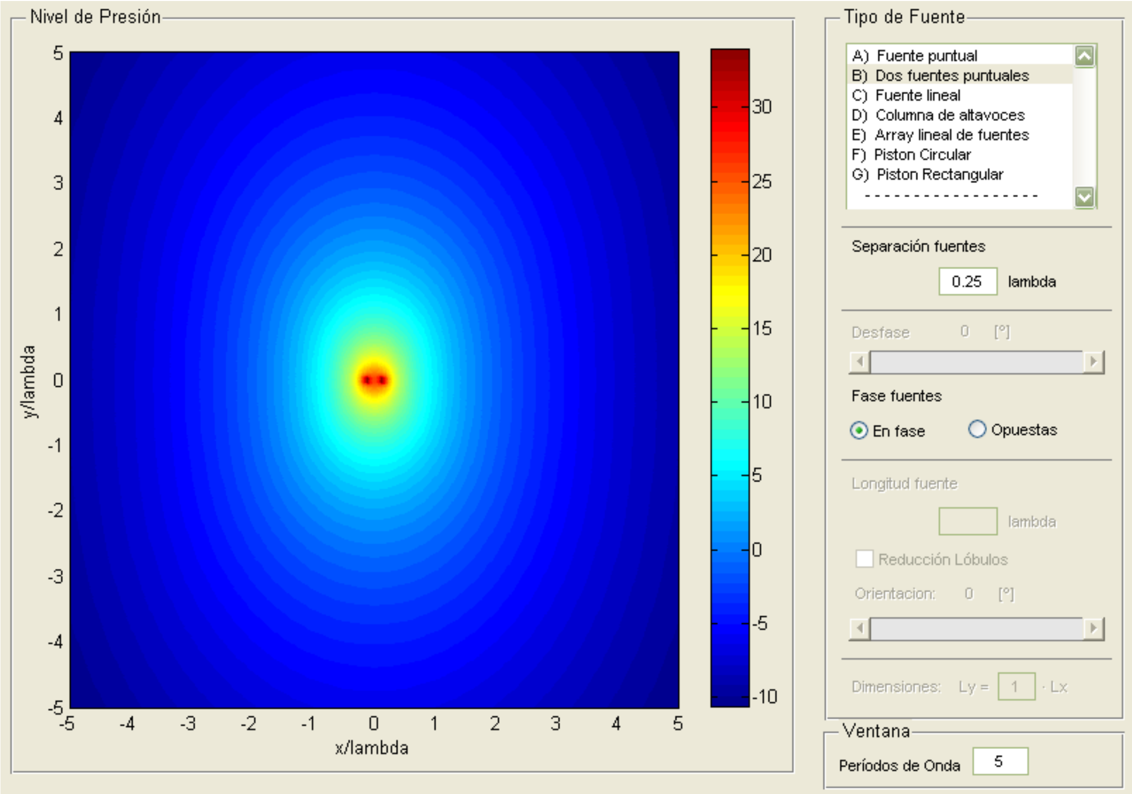
Longitud de onda (m)	0.0061818
Frecuencia (Hz)	55000
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	5

Donde en este escenario concreto, es necesario especificar además la separación entre las fuentes, teniendo por tanto libre elección en el *edit_text*, así como la fase.

Resultados:

A continuación, mostramos diferentes resultados acompañados del panel de configuración del tipo de fuente. De este modo podemos comprobar a qué caso concreto se refiere la simulación. Expondremos primero el plano en 2D y seguidamente en 3D.

Caso de fuentes iguales



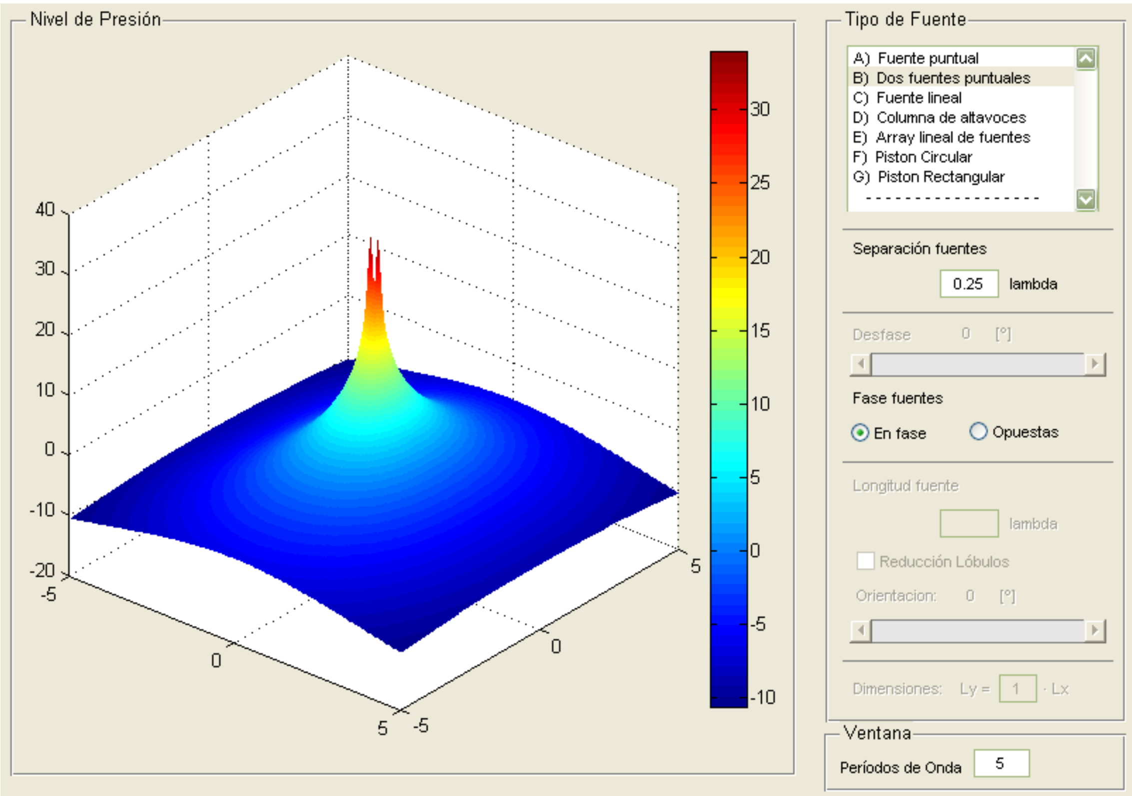
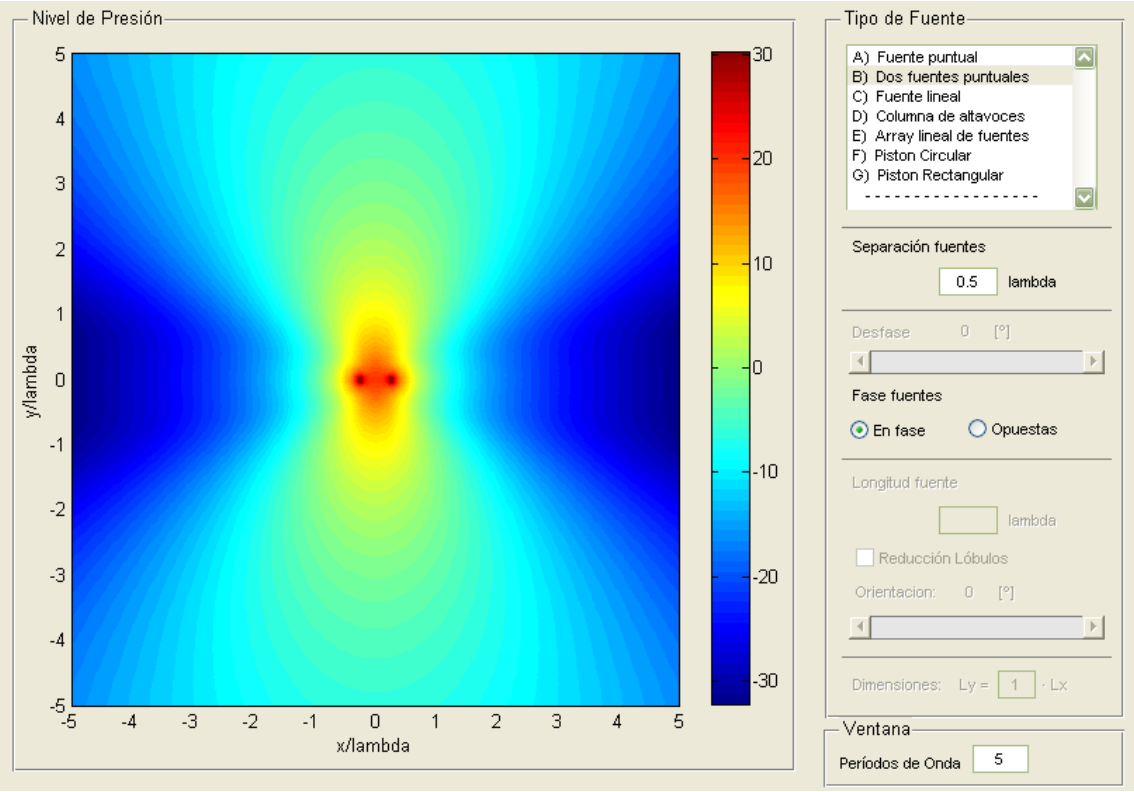


Figura 5.2a: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda/4$ y $\alpha=0$.



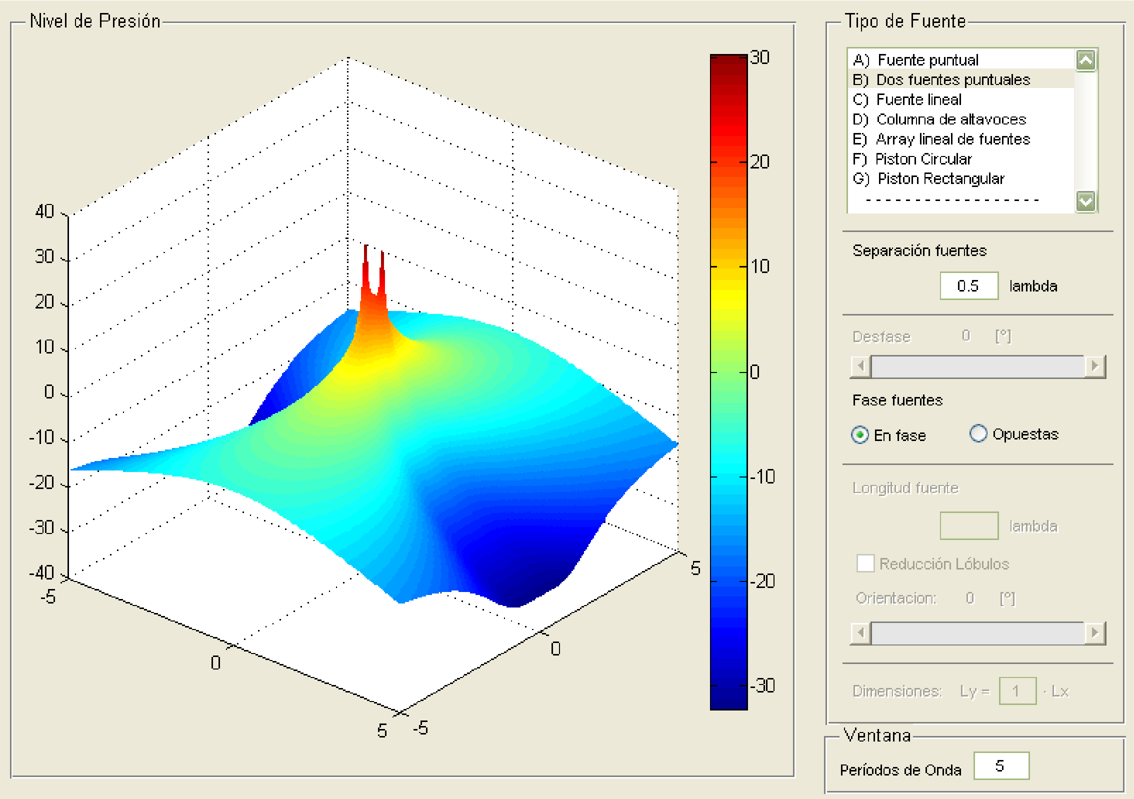


Figura 5.2b: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda/2$ y $\alpha=0$.

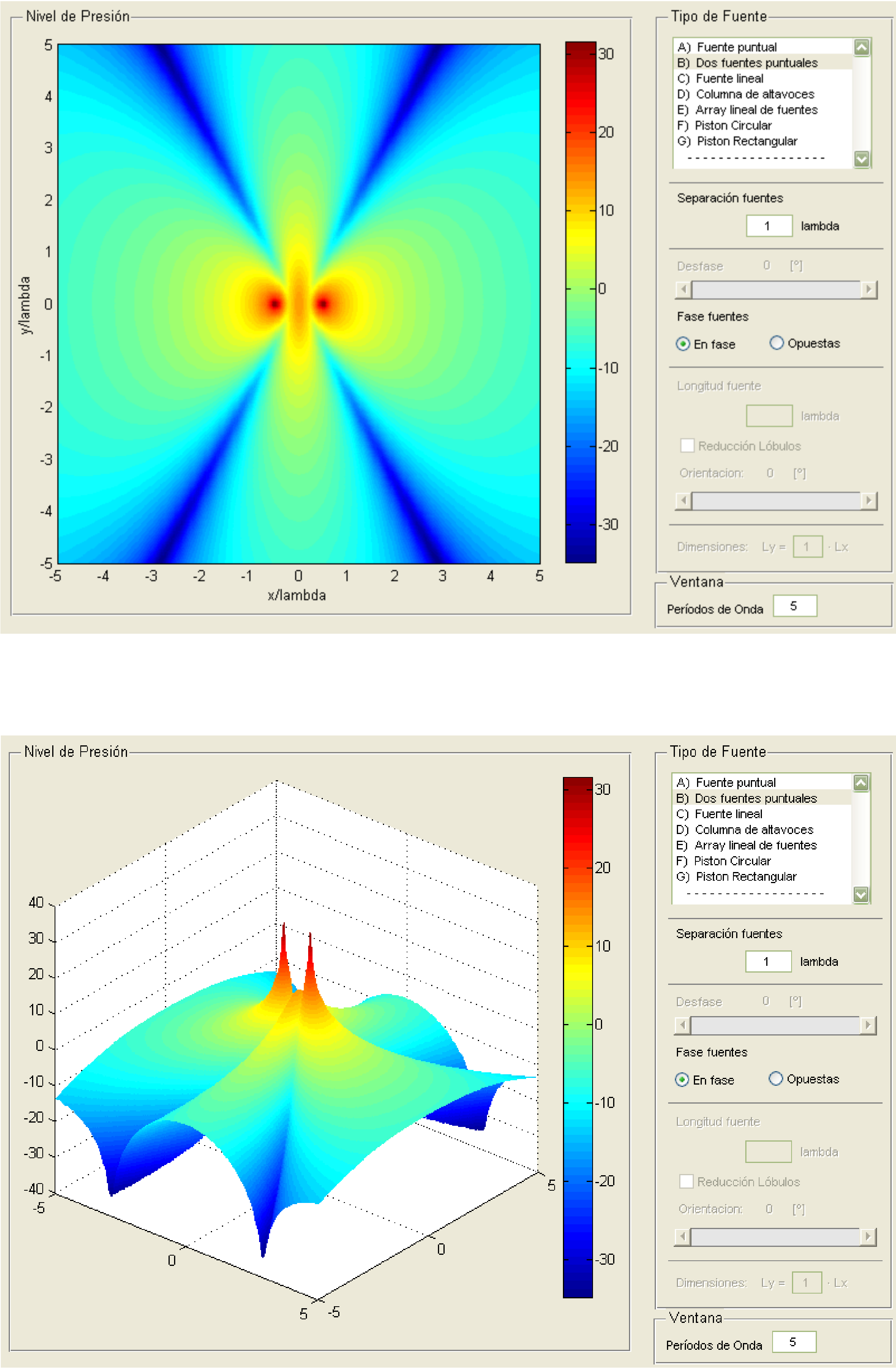
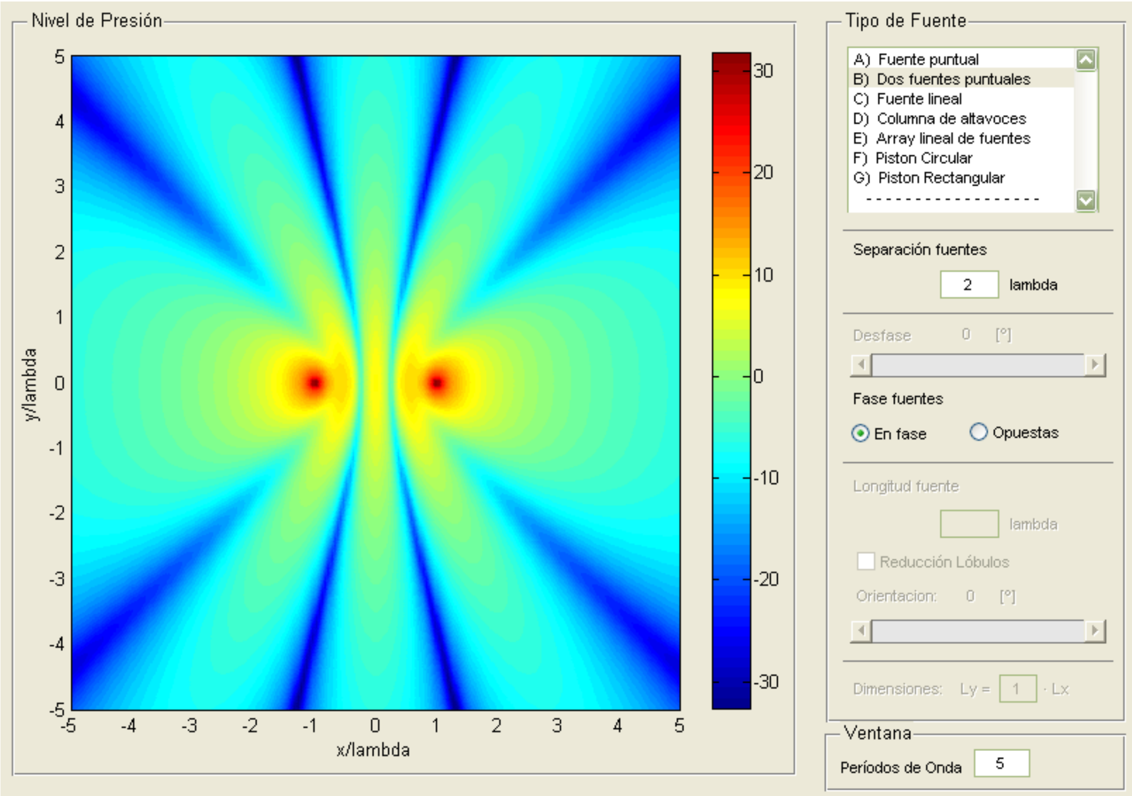


Figura 5.2c: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda$ y $\alpha=0$.



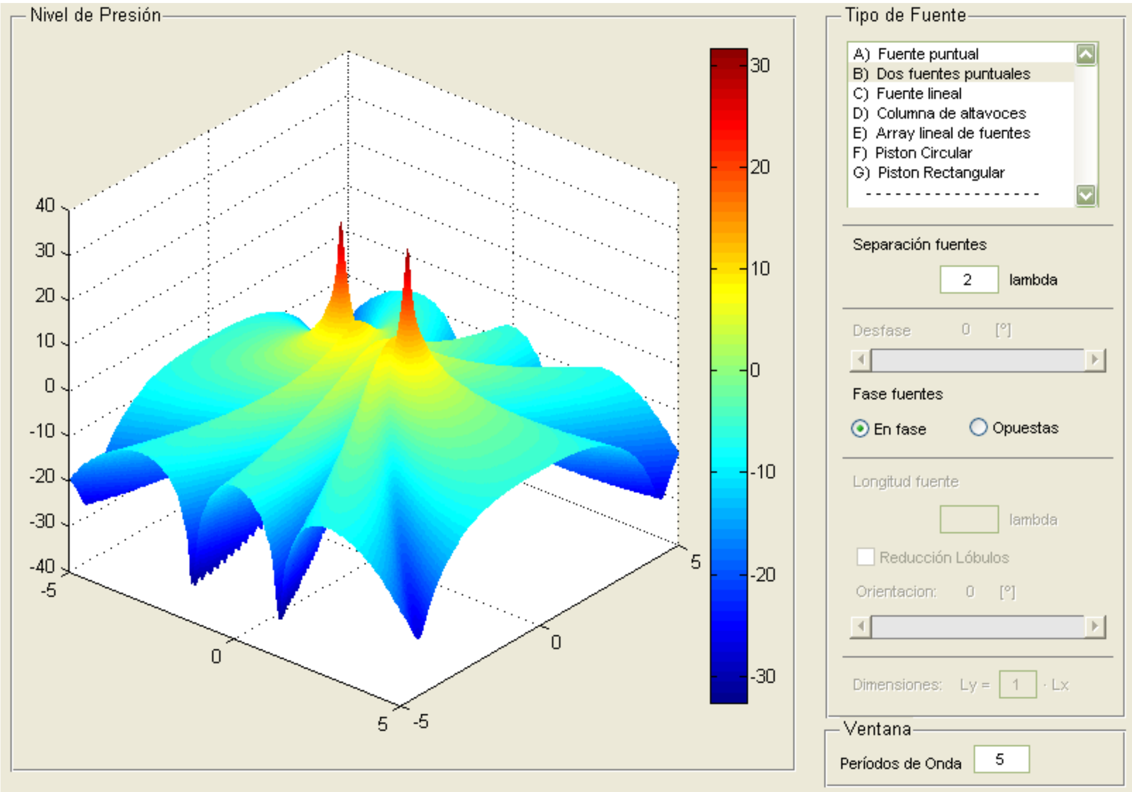


Figura 5.2d: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=2\lambda$ y $\alpha=0$.

Como hemos podido observar para este caso de fuentes iguales, cuando se habla de una distancia próxima entre las cargas (d = 0.25λ) se produce un patrón de radiación muy similar al que se obtendría si las fuentes estuvieran juntas en un mismo punto. Siendo el campo total resultante en torno a 6*dB* más con respecto al de una sola fuente.

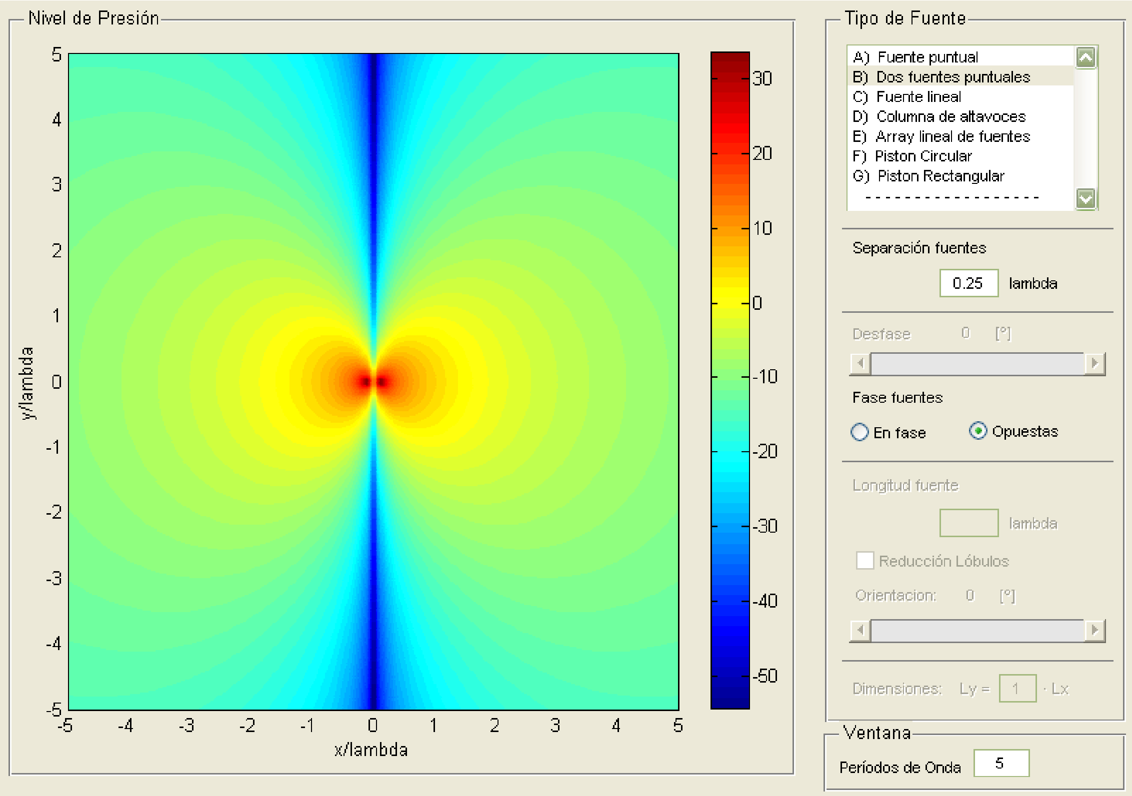
Si se comienza aumentando la separación de las fuentes (o aumentamos la frecuencia), entonces se comienzan a visualizar los patrones de interferencia. Para d = 0.5λ el campo total es mucho menor que el que produciría una única fuente, debido principalmente a la interferencia destructiva de las ondas producidas. Si se sigue aumentando la distancia, en d = λ, se puede ver ya un patrón de interferencia compuesto por franjas claras y oscuras, originándose los principales lóbulos de radiación. A medida que aumentemos más, por ejemplo d = 2λ, o sigamos aumentando la frecuencia, irán apareciendo más lóbulos secundarios de manera que las franjas son más numerosas y estrechas.

Caso de fuentes opuestas

En esta situación, el comportamiento es en cierta manera similar. Naturalmente ahora en este caso las presiones se anulan completamente en el plano situado entre las cargas. A diferencia de cómo pudimos ver anteriormente donde se concentraba la radiación en ese mismo plano para el caso de las fuentes en fase.

En cambio, el campo restante se concentrará en el eje que contiene a las fuentes, para distancias *d* pequeñas. Se muestra a continuación los diagramas del nivel de presión correspondientes desde las figuras 5.2e hasta 5.2h

Esta vez cuando las fuentes están próximas entre sí, con d = 0.25λ, el campo total es casi nulo. El resto de radiación se debe solo a que las fuentes no se pueden ubicar exactamente en el mismo sitio. Al aumentar la frecuencia aparecen nuevamente los patrones de interferencia, solo que esta vez en el caso de d = 0.5λ se produce una interferencia constructiva en el eje que contiene a las fuentes. Finalmente, para una distancia mayor (o aumento de frecuencia) como d = λ o d = 2λ se producen de nuevo las franjas correspondientes a los lóbulos secundarios, solo que ésta vez están giradas respecto a las generadas con fuentes en fase.



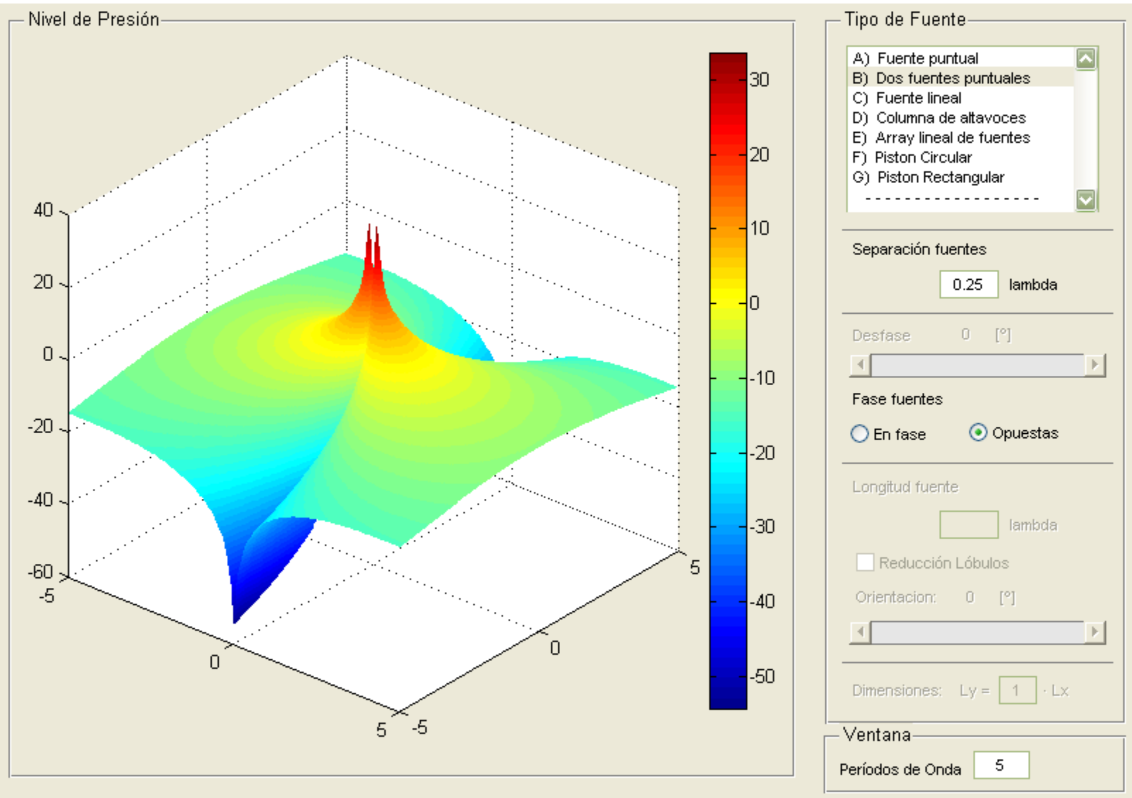


Figura 5.2e: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda/4$ y $\alpha=\pi$.

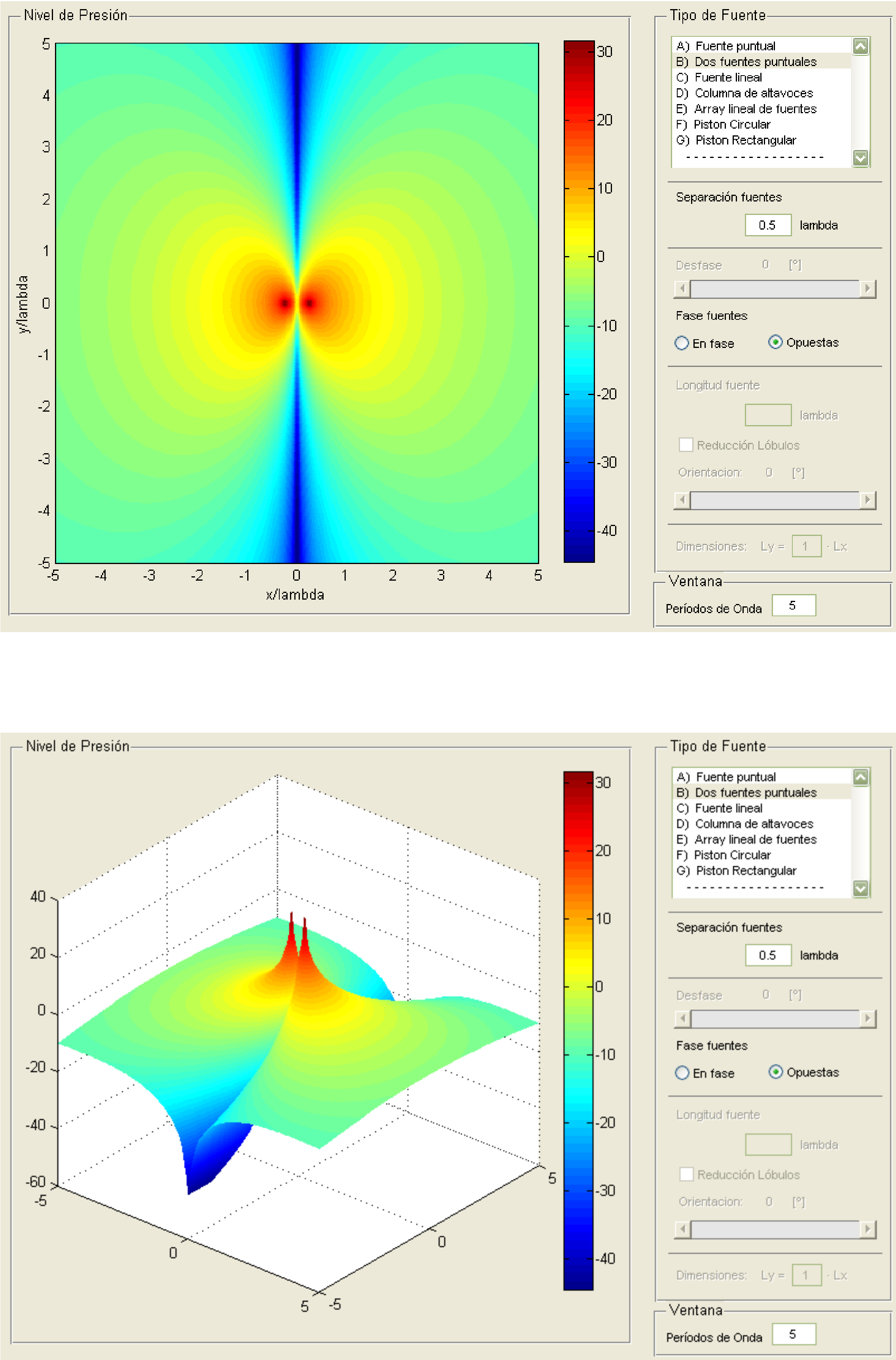
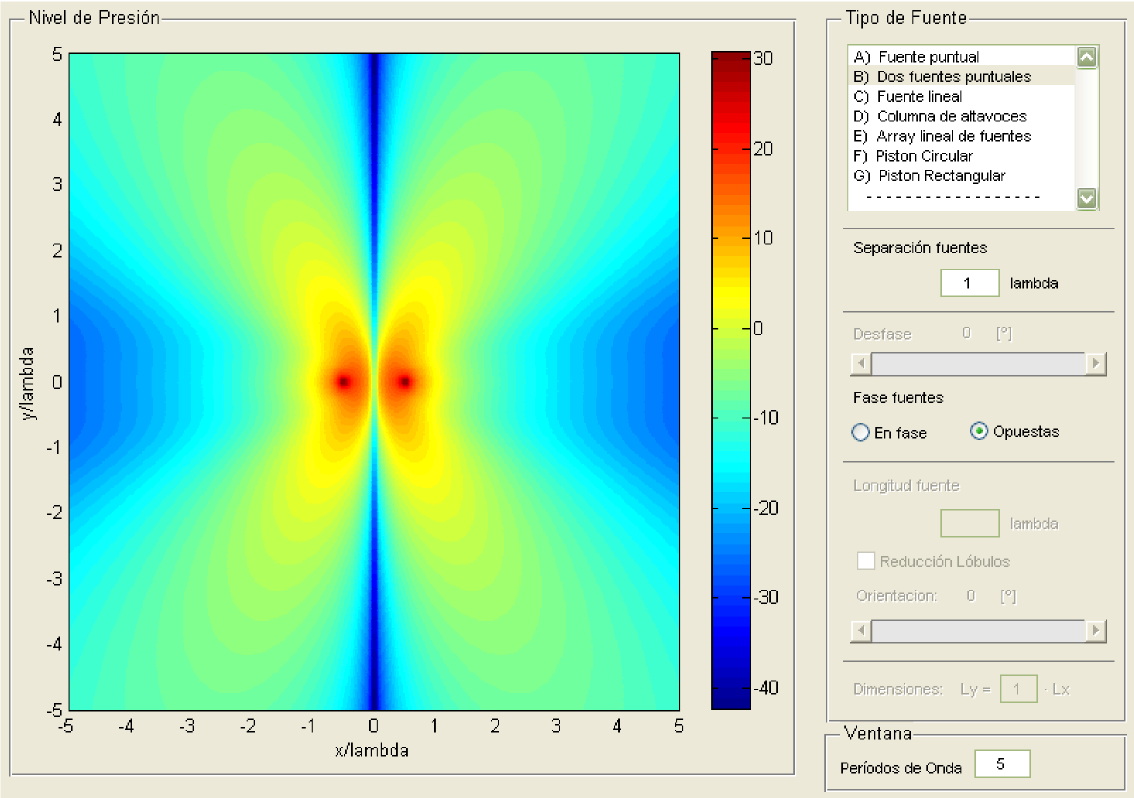


Figura 5.2f: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda/2$ y $\alpha=\pi$.



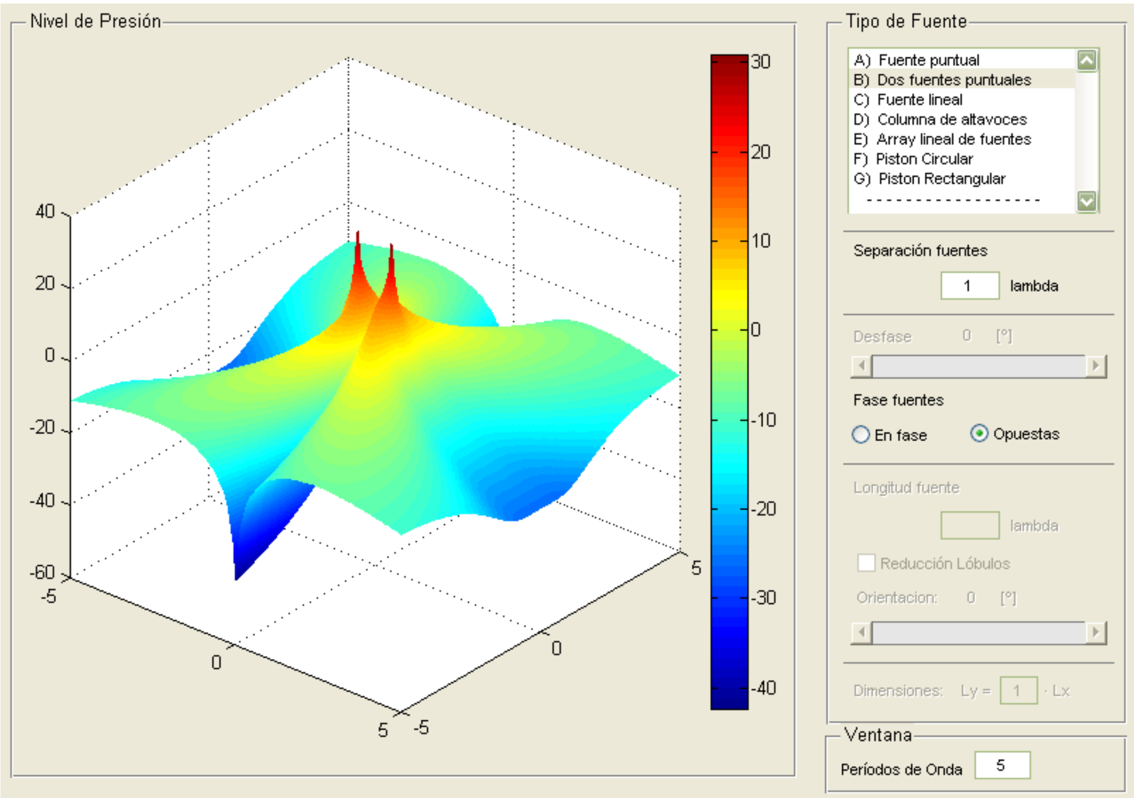
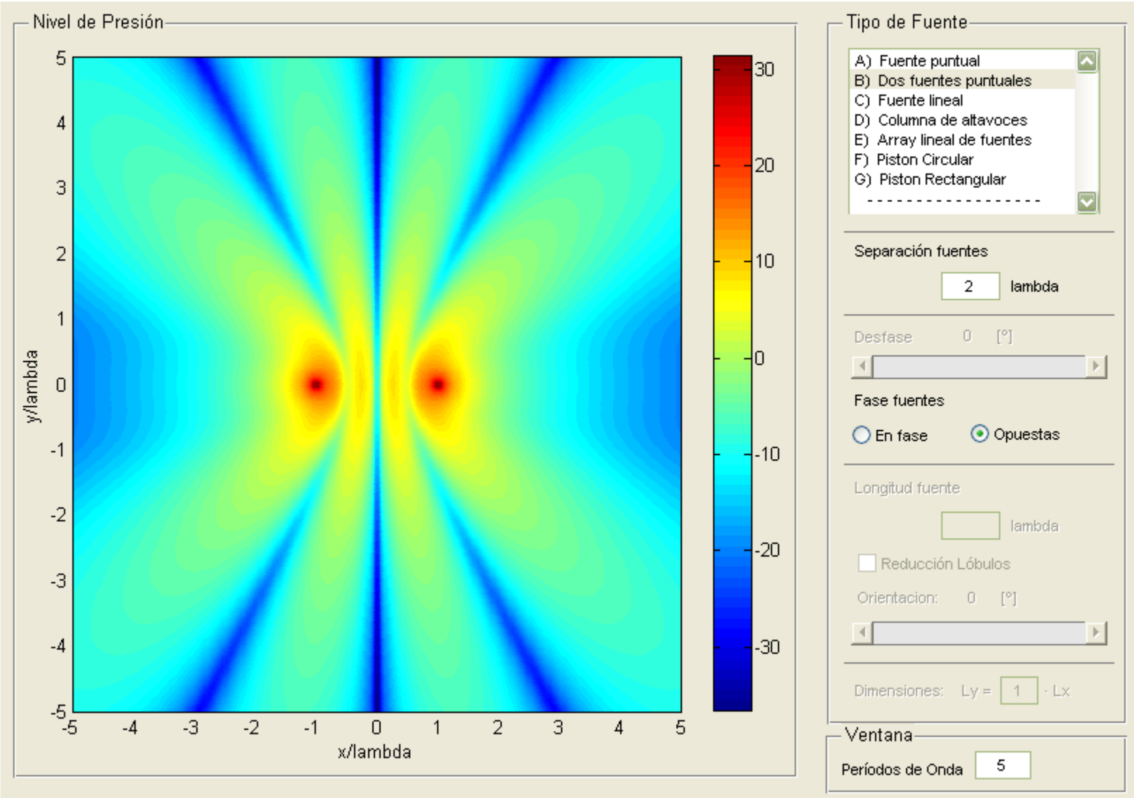


Figura 5.2g: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=\lambda$ y $\alpha=\pi$.



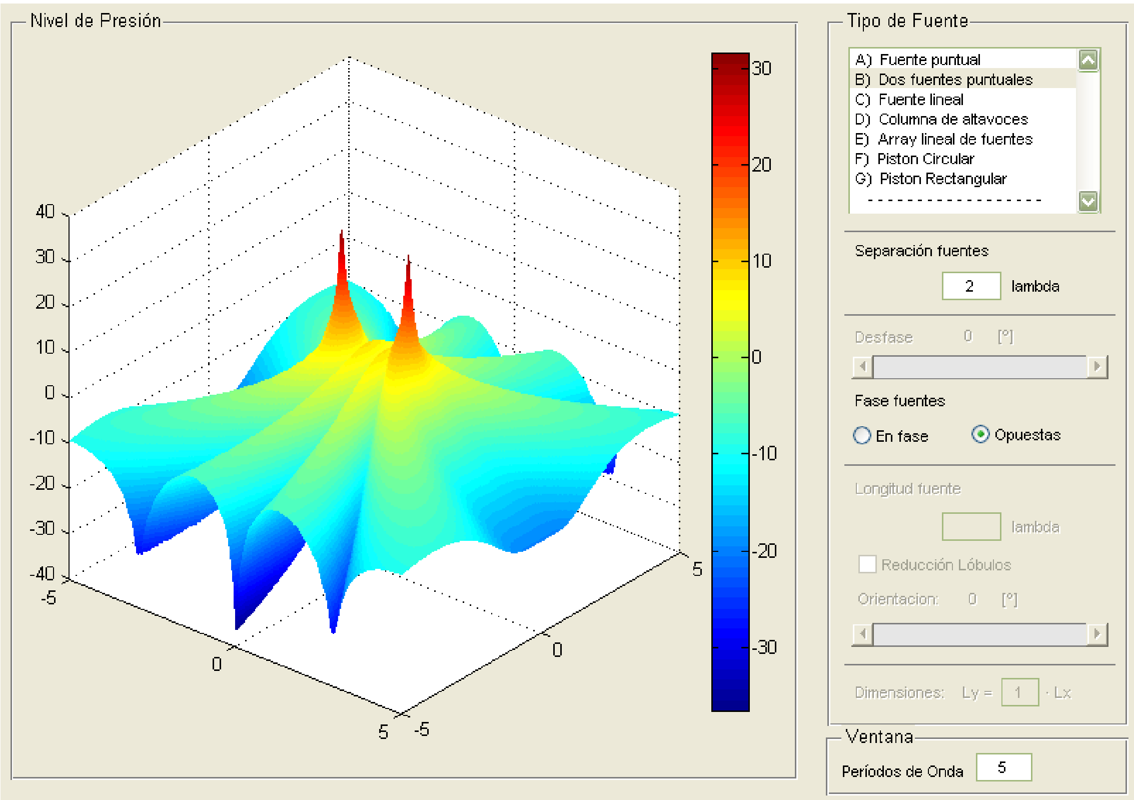


Figura 5.2h: Nivel de presión en un plano para dos fuentes con $d=2\lambda$ y $\alpha=\pi$.

De todos estos resultados anteriores, se cumple que a medida que aumentamos la distancia normalizada entre fuentes, *d/λ*, los haces principales se estrechan y aumenta el número de lóbulos secundarios. Esto es consecuencia de que, con esta acción, estamos aumentando a su vez el margen visible de los lóbulos en frecuencia, según vimos en el esquema de la sección 2.6 sobre una agrupación lineal.

5.3. Escenario 3: Campo producido por un pistón unidimensional

Teníamos en este escenario una fuente lineal. Por lo que uno de los parámetros correspondientes a este caso será definir la longitud de la fuente. También pondremos en práctica la aplicación de reducción de los lóbulos laterales según el método propuesto en la sección 2.3.

Fórmula del campo empleado:

Empleamos la expresión de una fuente lineal [31]:

$$p_{lejano} = p_Q \frac{sen(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N}$$

Y también usaremos la ecuación para la reducción de lóbulos [36] ya vista:

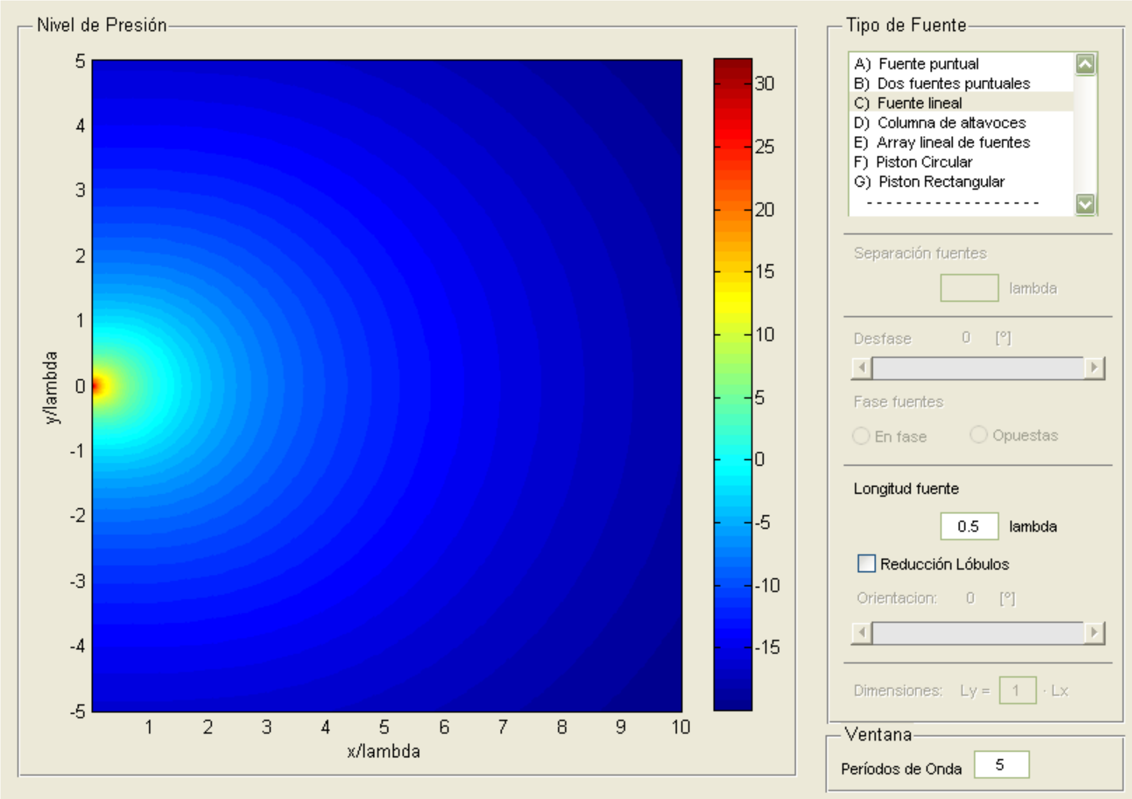
$$\frac{p_{lejano}}{p_Q} = \frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N} + \frac{1}{2}\left[\frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N + 1\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N + 1} + \frac{sen\left(\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N - 1\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} sen\vartheta_N - 1}\right]$$

Parámetros introducidos para la simulación:

Aquí volvemos a introducir los valores por defecto en las variables principales.

Resultados:

Vamos a mostrar cada fuente (para varias longitudes) y además aplicamos la condición de reducir los lóbulos, marcando para ello la casilla ‘Reducción Lóbulos’. Ya prescindimos de mostrar el plano en 3D, debido a que conocemos el resultado de dicha ejecución según ejemplos anteriores.



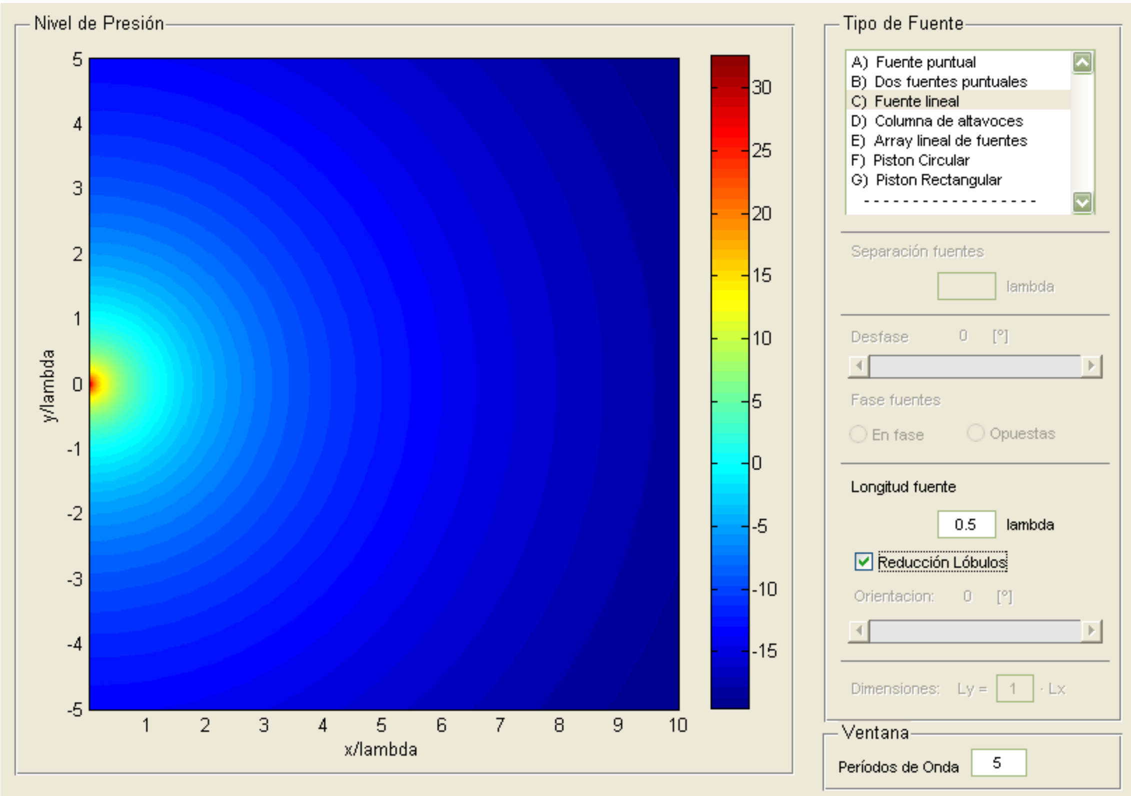
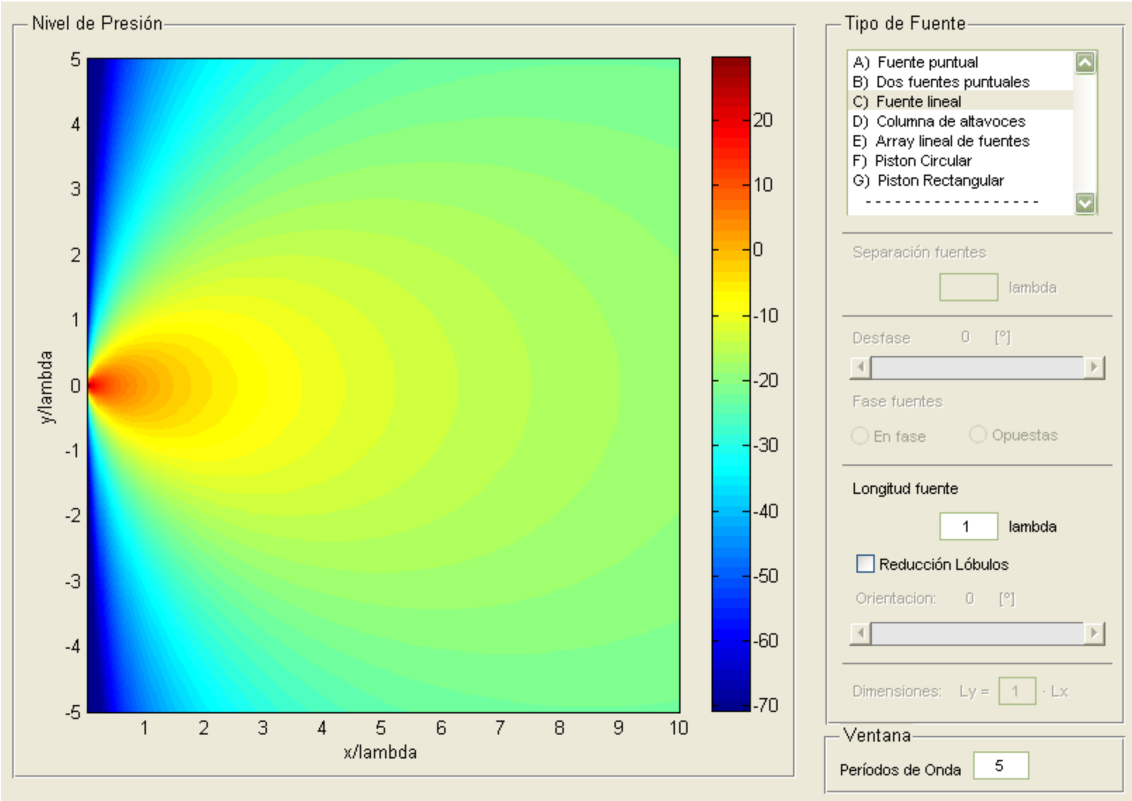


Figura 5.3a: Nivel de presión en un plano por una fuente lineal con $l=0.5\lambda$ (arriba); y nivel de presión aplicando una velocidad de pulsación del tipo cos^2 (abajo)



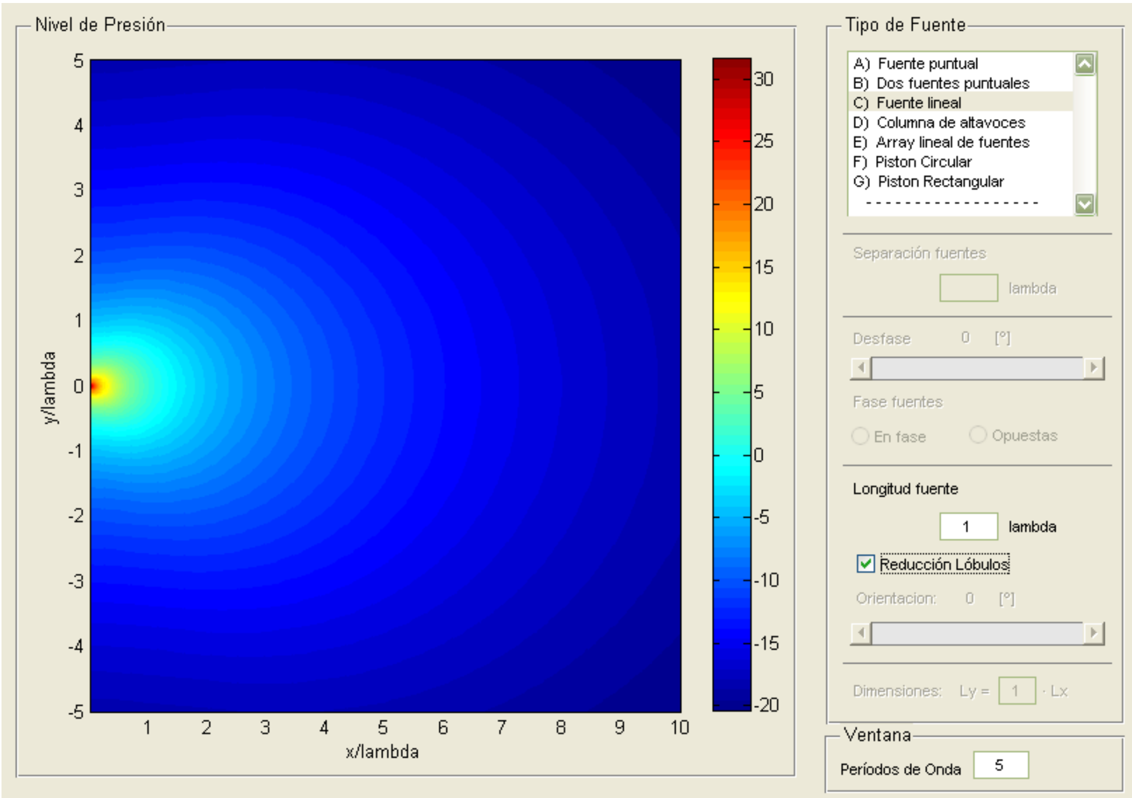
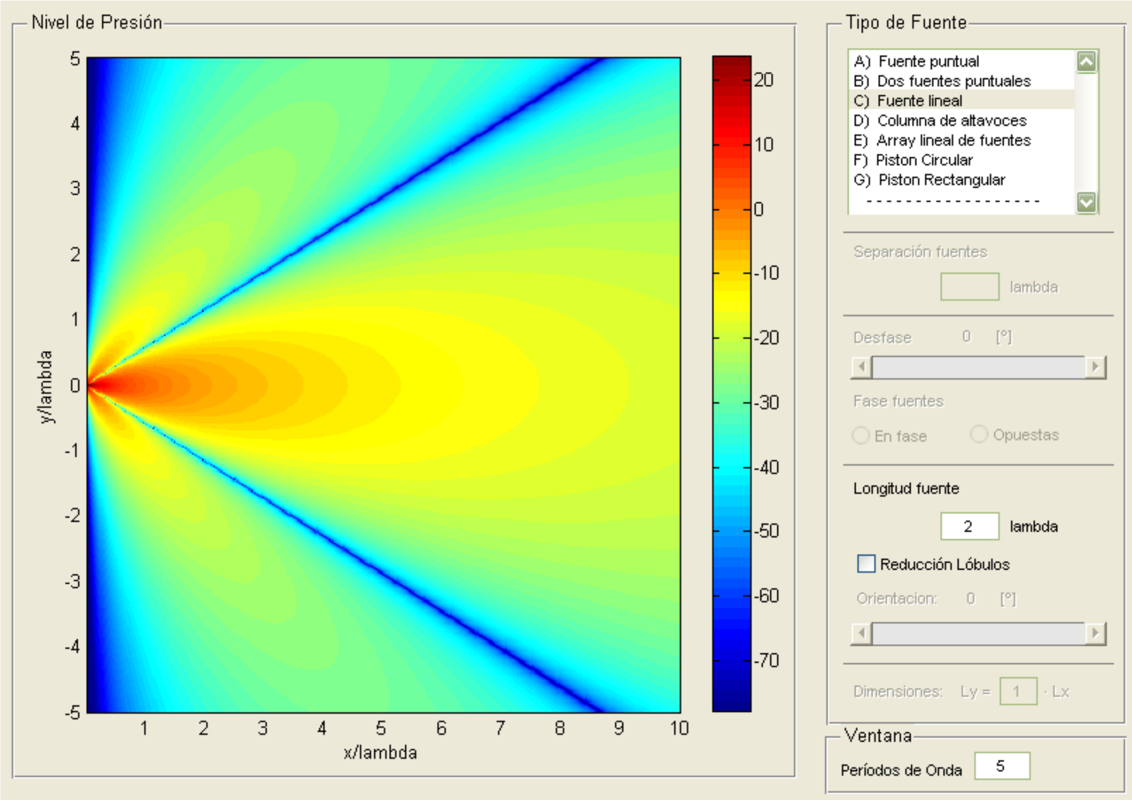


Figura 5.3b: Nivel de presión en un plano por una fuente lineal con $l=\lambda$ (arriba); y nivel de presión aplicando una velocidad de pulsación del tipo cos^2 (abajo)



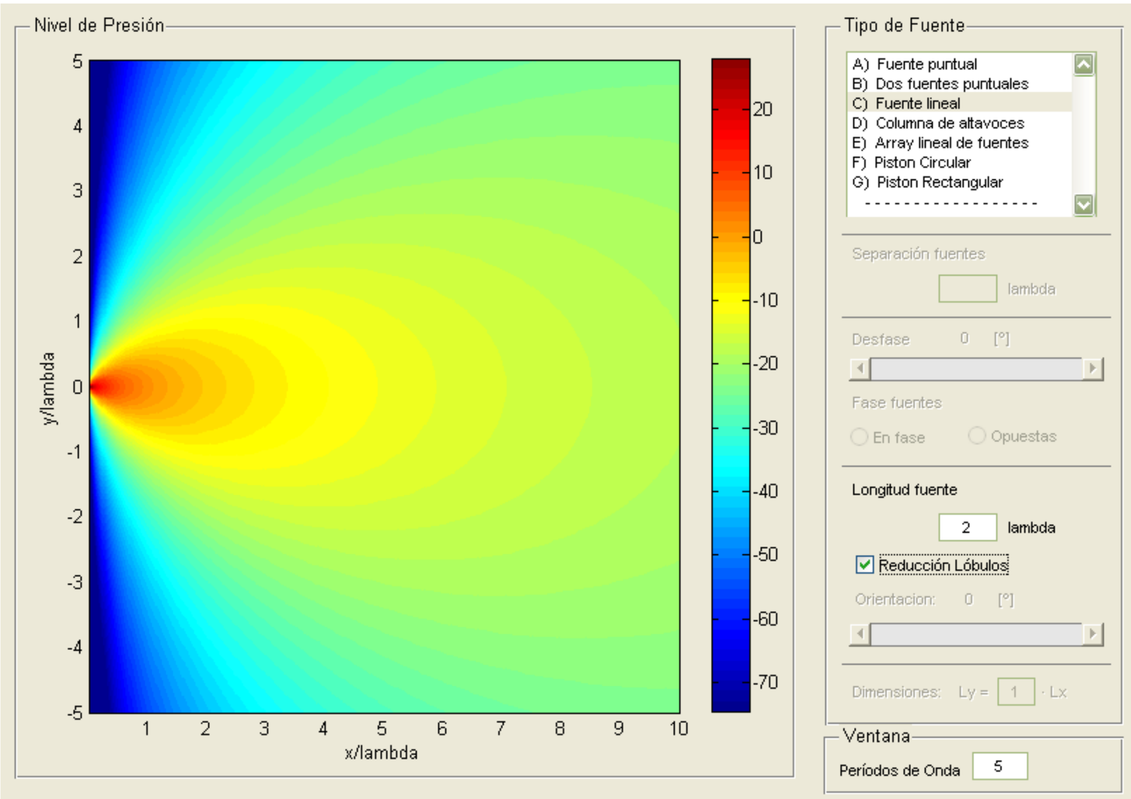
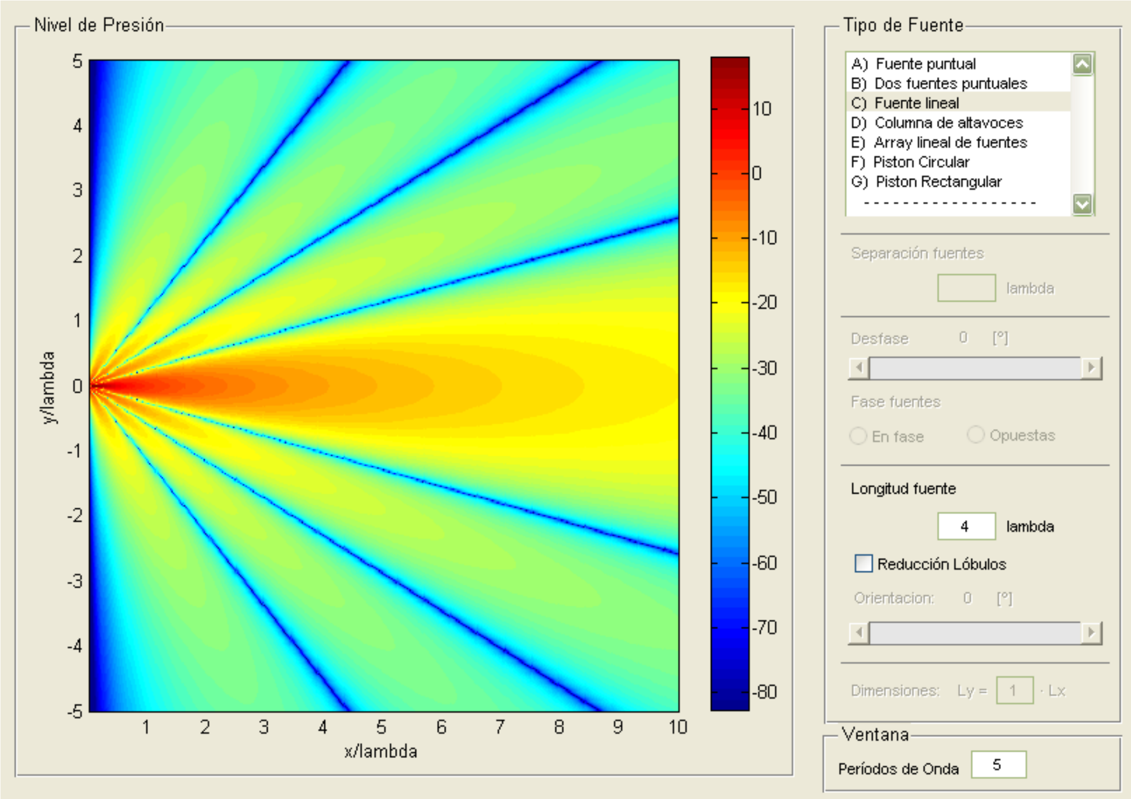


Figura 5.3c: Nivel de presión en un plano por una fuente lineal con $l=2\lambda$ (arriba); y nivel de presión aplicando una velocidad de pulsación del tipo cos^2 (abajo)



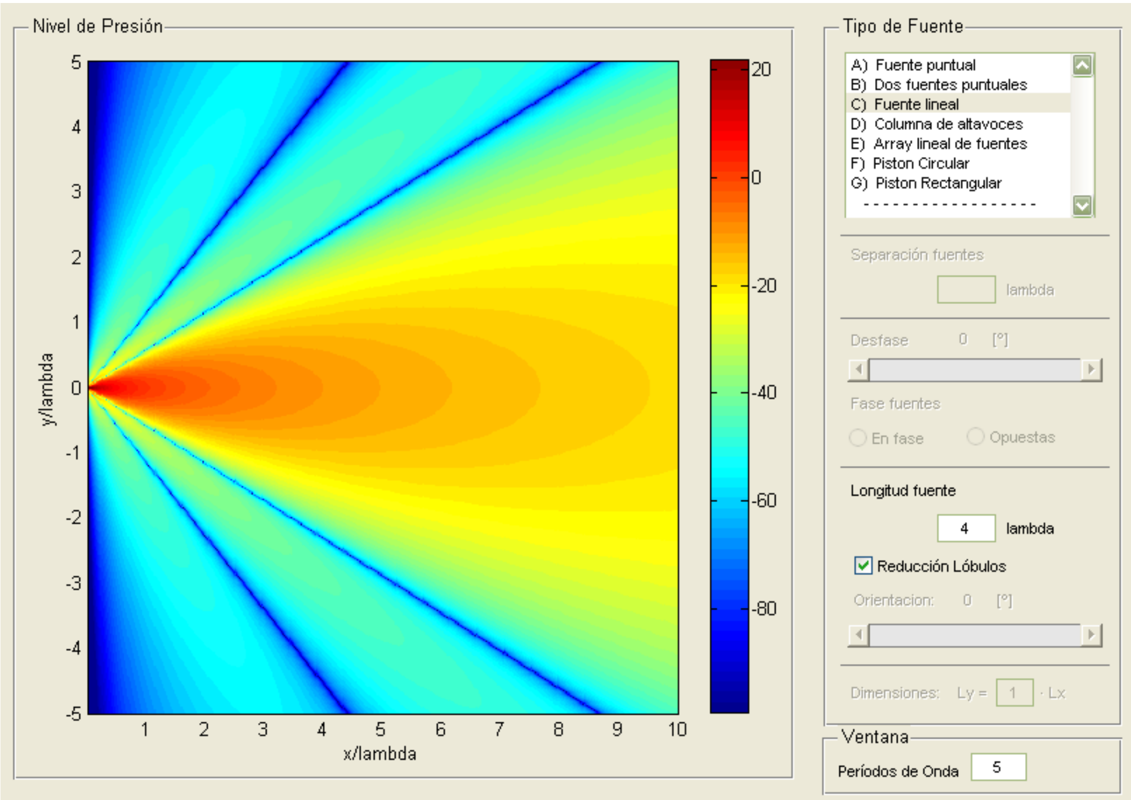


Figura 5.3d: Nivel de presión en un plano por una fuente lineal con $l=4\lambda$ (arriba); y nivel de presión aplicando una velocidad de pulsación del tipo cos^2 (abajo)

Para tonos bajos ($l = 0.5\lambda$) ocurre que la radiación se comporta como casi omnidireccional. Será en los bordes ($\theta_N \approx \pi/2$) donde se reconoce una caída de pocos decibelios. En el caso de frecuencias medias ($l = \lambda$ o $l = 2\lambda$) ahora sí se presenta una clara direccionalidad hacia adelante, en presencia de otros dos lóbulos laterales. Para frecuencias altas ($l = 4\lambda$) se hace notable en la característica direccional un lóbulo principal de alta direccionalidad rodeado por tres lóbulos secundarios a cada lado.

Resulta evidente ver en las figuras que la radiación que se escapa por los lóbulos secundarios es posible concentrarla en la dirección principal si construimos una fuente lineal en la que empleamos una velocidad con una cierta forma distinta al caso constante.

Comentábamos en la sección 2.6 que la acentuación de los lóbulos secundarios era consecuencia del cambio brusco de velocidad en los bordes de la fuente. Por lo que un cambio más gradual en los extremos tendría un efecto más positivo a la hora de concentrar la radiación. De este modo, vemos que el papel fundamental en este escenario recae precisamente en la forma de velocidad de fuente.

5.4. Escenario 4: Campo producido por una columna de altavoces

Vemos ahora el resultado de la aplicación de una fuente lineal en base a construir dicha fuente a partir de otras más pequeñas, entre las cuales se añade un retraso consecutivo en la pulsación de manera que tengamos un efecto diferente para la emisión en conjunto. Dicha idea quedaba plasmada en la sección 2.3 que incluía todo su desarrollo y la demostración de su validez.

Además del campo creado, vemos el resultado de aplicar la orientación electrónica visto en 2.5. Para alcanzar este efecto era necesario retrasar la velocidad de pulsación que proporcionamos a la columna. Como consecuencia directa, controlábamos su función de radiación a través de los lóbulos desplazados que son introducidos en el *margen visible*.

<u>Fórmula del campo empleado:</u>

Recordamos a través de la ec. [41] la declaración de este tipo de campo:

$$p_{lejano} = p_Q \frac{sen(\frac{kl}{2} sen\vartheta_N - \frac{k_s l}{2})}{\frac{kl}{2} sen\vartheta_N - \frac{k_s l}{2}}$$

Parámetros introducidos para la simulación:

Para explicar cómo ha sido posible la técnica de orientación controlada es necesario justificar la definición de las características que estaban asociadas a la fuente, (recordamos que se trataban de c_s , k_s , λ_s.).

Si recordamos, una de las condiciones para la radiación direccional en este tipo de fuente, era necesario que tomáramos como criterio de diseño una longitud de onda para la fuente λ_s mayor que la del medio λ. Esta condición quedaba satisfecha empleando la definición [43] del ángulo de máxima radiación θ_H, por la que obtenemos:

$$\lambda_s = \frac{\lambda}{sen\theta_H}$$

Ya con esto somos capaces de calcular el número de onda de la fuente k_S , lo que nos bastaría para obtener la desviación controlada que buscamos. En el simulador hemos implementado un *slider* con el que es posible orientar el haz entre los ángulos [-45°,45°]. Con este punto expuesto, y según los parámetros que vienen siendo habituales, realizaremos esta simulación:

Longitud de onda (m)	0.0061818
Frecuencia (Hz)	55000
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	5

Resultados:

Consideraremos para esta simulación, un ángulo de máxima radiación $\theta_H = 30°$. Para este caso particular se consigue por tanto duplicar la longitud de la fuente tal que $\lambda_s = 2\lambda$. Entonces iremos aumentando la longitud de la columna y veremos los cambios que se van produciendo en la radiación.

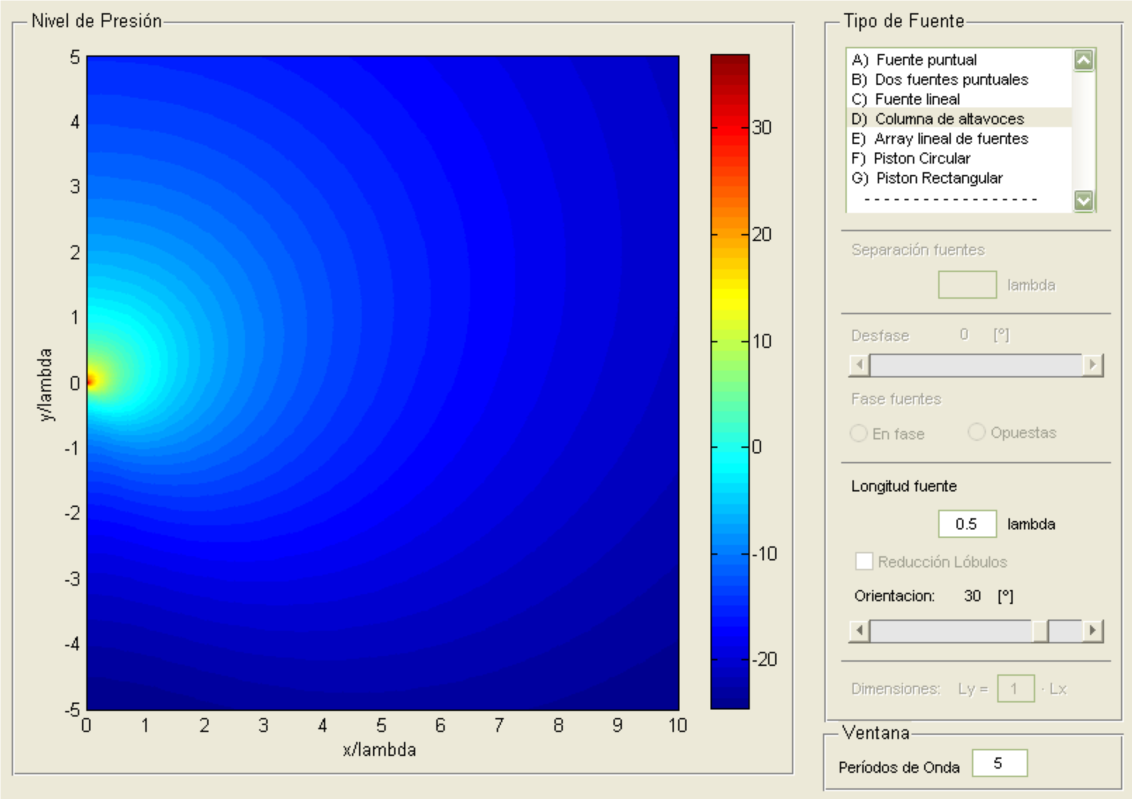


Figura 5.4a: Nivel de presión en un plano para una columna con $l=\lambda/2$ y $\theta_H=30°$.

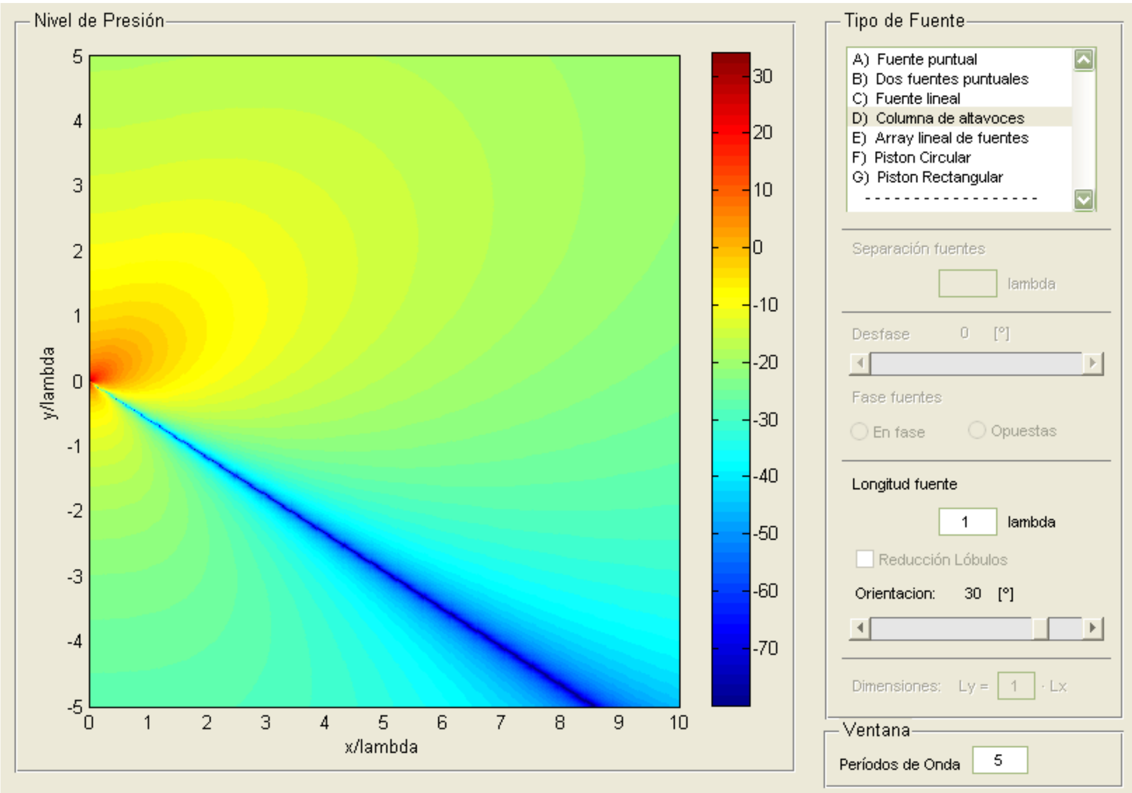


Figura 5.4b: Nivel de presión en un plano para una columna con $l=\lambda$ y $\theta_H=30°$.

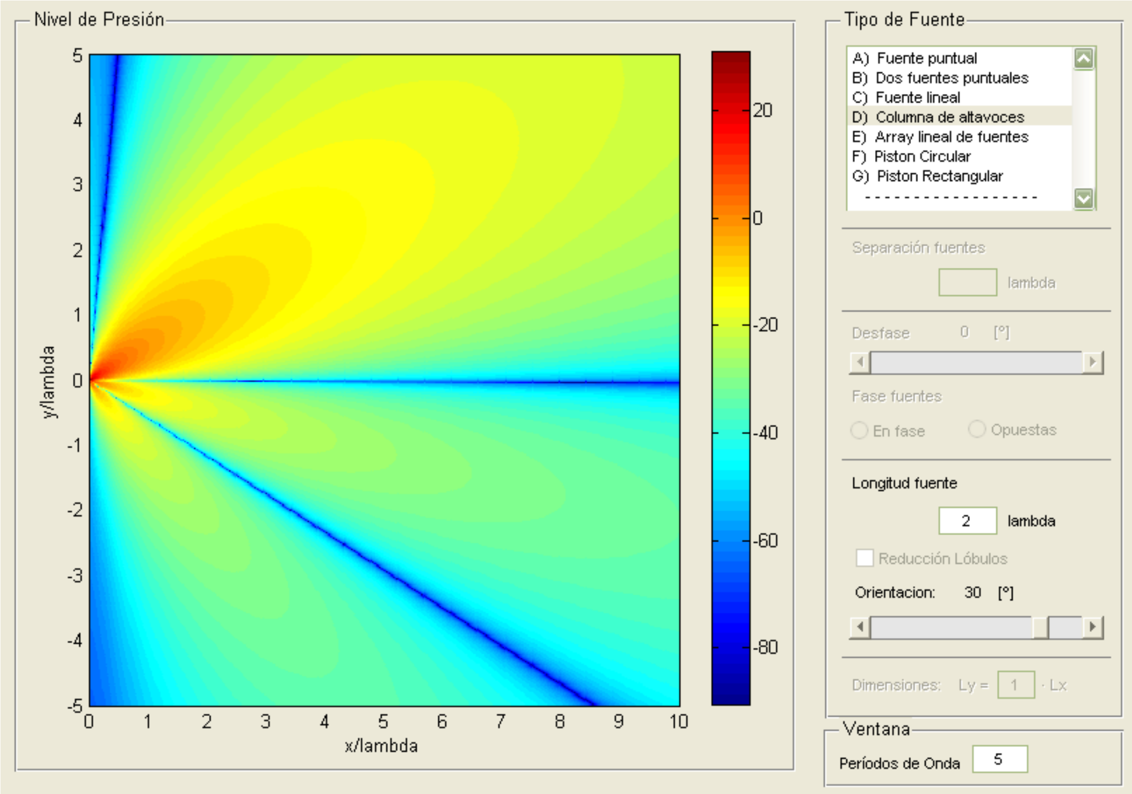


Figura 5.4c: Nivel de presión en un plano para una columna con $l=2\lambda$ y $\theta_H=30°$.

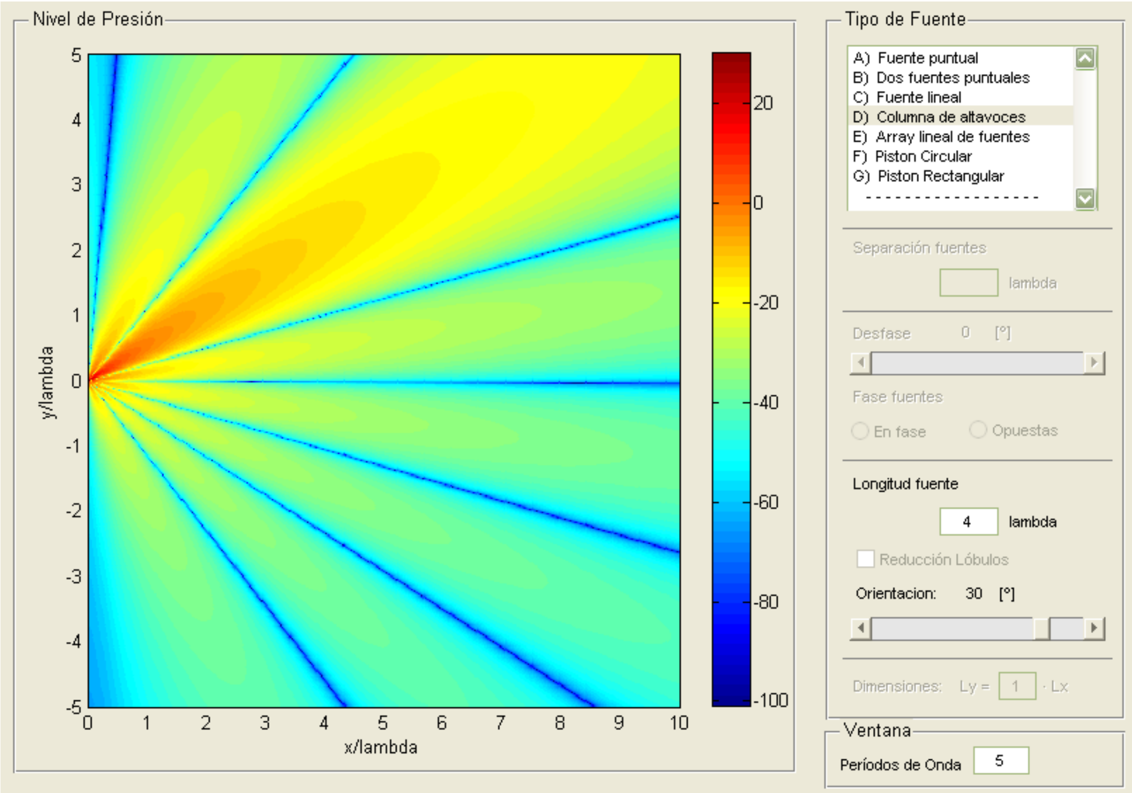


Figura 5.4d: Nivel de presión en un plano para una columna con $l=4\lambda$ y $\theta_H=30°$.

El ancho del lóbulo principal y la cantidad de lóbulos secundarios dependen sólo de la longitud del radiador respecto a la longitud de onda en el aire.

Tendremos una característica casi omnidireccional a bajas frecuencias ($l = 0.5\lambda$). Al tener orientado el haz, observamos también una caída de varios *dB* que encontramos en la radiación hacia atrás ($|\theta_N| > \pi/2$). En cambio para frecuencias medias y altas ($l = \lambda$ o $l = 2\lambda$) la característica direccional va adquiriendo una mayor cantidad de lóbulos secundarios introducidos en el margen visible de *G(u)*, lo que contribuye además a acentuar el lóbulo principal. Presenta su máxima direccionalidad en el caso mostrado cuando $l = 4\lambda$.

5.5. Escenario 5: Campo producido por una agrupación lineal

Este escenario engloba desde casos anteriores como el de una o dos fuentes puntuales hasta el punto de poder definir una agrupación con 10 fuentes. La separación entre los elementos de la agrupación, así como el desfase entre elementos consecutivos, pueden ser manejados a voluntad del usuario. Así podremos comprobar los efectos que producen un conjunto de fuentes.

Hemos asumido de nuevo que mantendremos el tamaño de las fuentes, con el fin de que ninguna predomine sobre las demás. La razón de esta hipótesis es porque la velocidad de volumen tiene una relación cuadrática respecto al radio de la fuente, por lo que serán predominantes las contribuciones de aquellas fuentes de mayor tamaño. Lo que da lugar a eliminar el interés del análisis de dicha agrupación.

<u>Fórmula del campo empleado:</u>

Implementaremos en MATLAB la ecuación [45] que ya vimos:

$$p(r) = \sum_{i=1}^{N} \frac{A}{r_i} e^{-jkr}$$

donde cada fuente tiene una diferente (fase) velocidad de volumen.

Parámetros introducidos para la simulación:

Además de los parámetros comunes a todos los escenarios, en este debemos de nuevo decidir una separación entre fuentes, lo que determina el tamaño de la agrupación empleado. Definiremos la separación entre cada par de fuentes a través del *edit_text*, siempre en relación a la longitud de onda.

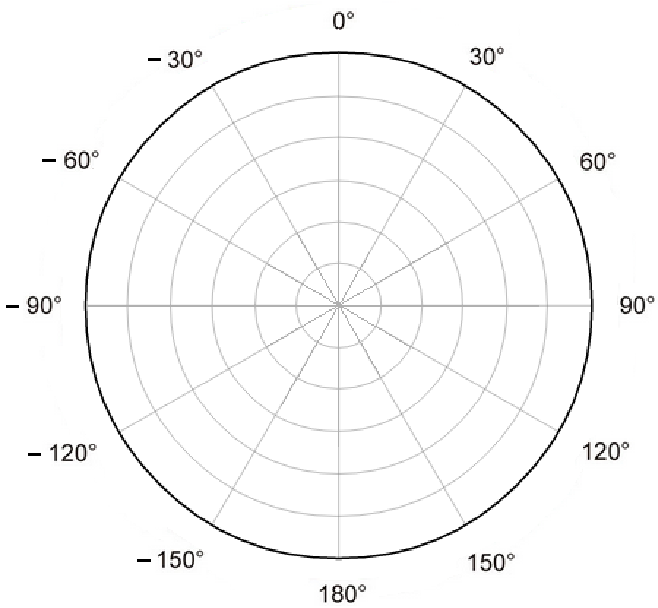
Entre los parámetros de las fuentes será la única vez que tendremos activada el *slider* de 'Número de fuentes'. También se habilita otro *slider* con el fin de que el usuario tenga una forma más directa de modificar el desfase de [0, 360°] entre fuentes consecutivas.

Por tanto emplearemos los parámetros de cada fuente por defecto utilizados ya anteriormente.

Resultados:

En primer lugar, justificaremos a través de las ecuaciones [51] y [52] vistas anteriormente en la sección 2.5 para calcular el ángulo de los lóbulos principales, así como los ángulos aproximados para los secundarios. Estas ecuaciones nos dan ángulos con valor absoluto, de manera que debemos contemplar en el resultado la solución positiva y también negativa en el diagrama polar.

Vamos a recoger en la tabla 5.5a los cálculos correspondientes, es conveniente aclarar que los ángulos dados son respecto al esquema siguiente:

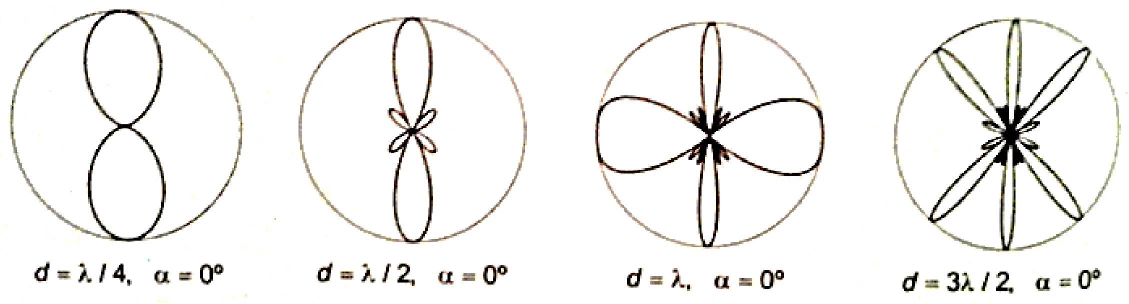


	Subíndices		Ángulos principales	Ángulos secundarios	Diagrama de radiación
N = 4	m = 0,1,…, d/λ	n = 0,1,…, 4d/λ n ≠ 4m n ≠ 4m – 1	$\lvert\alpha_m\rvert = arcsen\left(m\frac{\lambda}{d}\right)$	$\lvert\beta_n\rvert = asen\left[\frac{(n+1/2)}{4}\frac{\lambda}{d}\right]$	– 90° < θ < 90°
Caso 1					
$d = \frac{\lambda}{4}$	m = 0	n = 0, 1	$\lvert\alpha_0\rvert$ = asin(0) = 0°	$\lvert\beta_1\rvert$ = asin(3/2) = ∄	Tenemos un lóbulo principal y ningún secundario
Caso 2					
$d = \frac{\lambda}{2}$	m = 0	n = 0, 1, 2	$\lvert\alpha_0\rvert$ = asin(0) = 0°	$\lvert\beta_1\rvert$ = asin(3/4) ≈ 48.59° $\lvert\beta_2\rvert$ = asin(5/4) = ∄	Tenemos un lóbulo principal y dos secundarios
Caso 3					
$d = \lambda$	m = 0, 1	n = 0, 1, 2, 3, 4	$\lvert\alpha_0\rvert$ = asin(0) = 0° $\lvert\alpha_1\rvert$ = asin(1) = 90°	$\lvert\beta_1\rvert$ = asin(3/8) ≈ 22.02° $\lvert\beta_2\rvert$ = asin(5/8) ≈ 38.68°	Tenemos tres lóbulos principales y cuatro secundarios
Caso 4					
$d = \frac{3\lambda}{2}$	m = 0, 1	n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6	$\lvert\alpha_0\rvert$ = asin(0) = 0° $\lvert\alpha_1\rvert$ = asin(2/3) = 41.81°	$\lvert\beta_1\rvert$ = asin(3/12) ≈ 14.47° $\lvert\beta_2\rvert$ = asin(5/12) ≈ 24.62° $\lvert\beta_5\rvert$ = asin(11/12) ≈ 66.44° $\lvert\beta_6\rvert$ = asin(13/12) = ∄	Tenemos tres lóbulos principales y seis secundario

Tabla 5.5a: Cálculos para los diagramas de radiación de una agrupación con 4 elementos

Donde indicamos en la tabla que los ángulos obtenidos son para $-90° < \theta < 90°$ (el semicírculo superior del diagrama). La radiación hacia atrás, correspondiente al semicírculo inferior, es simplemente aplicar una simetría.

Ahora vamos a simular las siguientes figuras correspondientes a una agrupación de cuatro elementos.



En segundo lugar estudiaremos los efectos para una variación en la separación normalizada entre cada par de elementos. Si nos fijamos en ellas, será necesario considerar la agrupación como si fuera puntual para poder compararlos con el patrón obtenido. Por eso, a la vez que la separación, iremos aumentando progresivamente el parámetro 'Períodos de Onda' de la ventana en igual proporción.

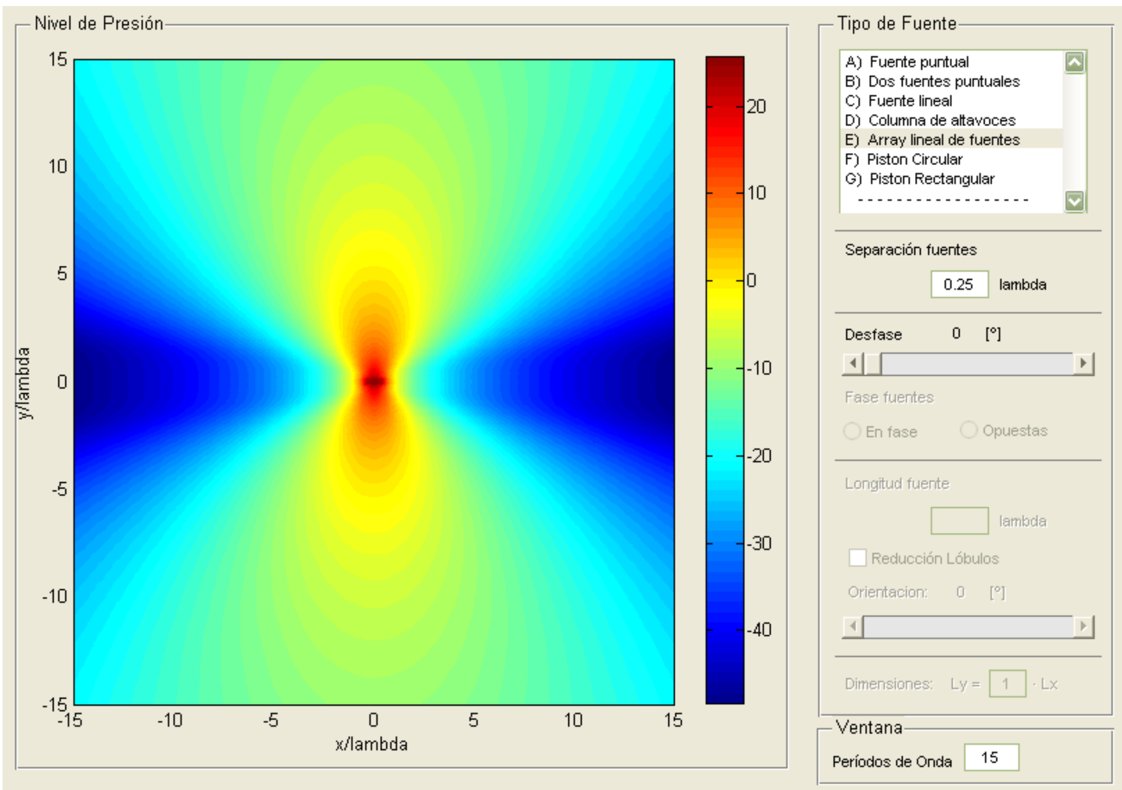


Figura 5.5a: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/4$ y $\alpha=0°$

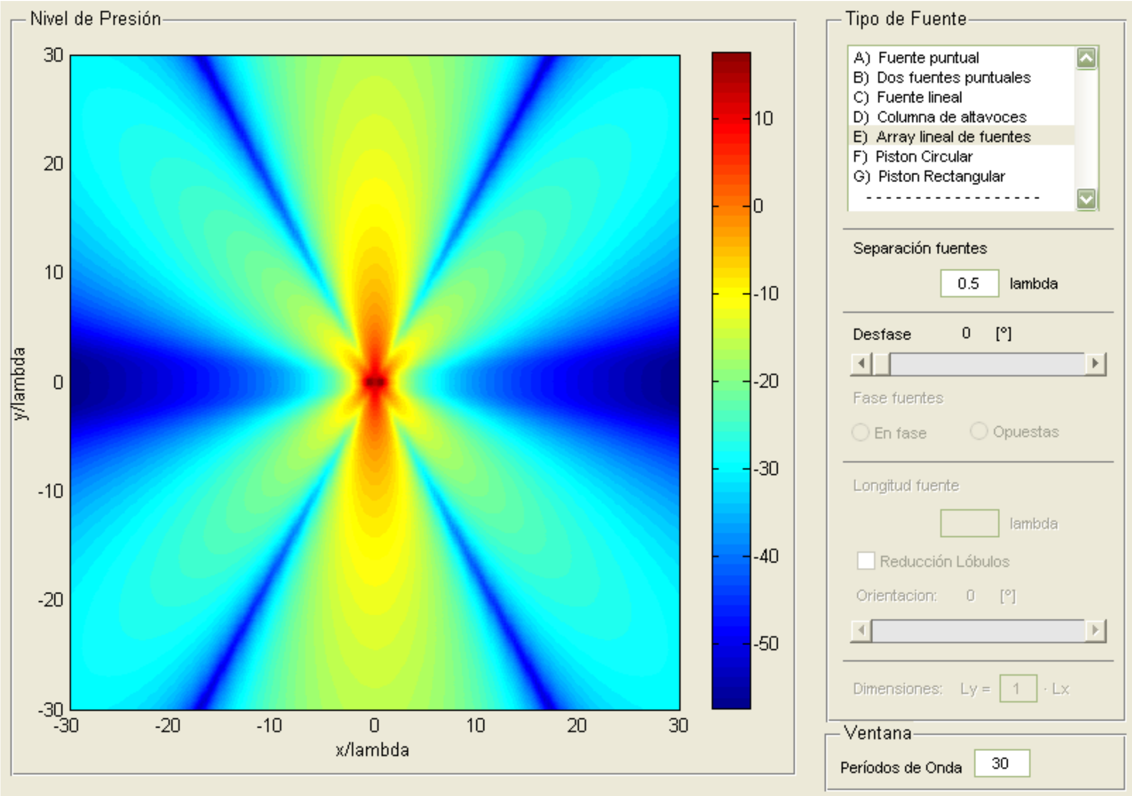


Figura 5.5b: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/2$ y $\alpha=0°$

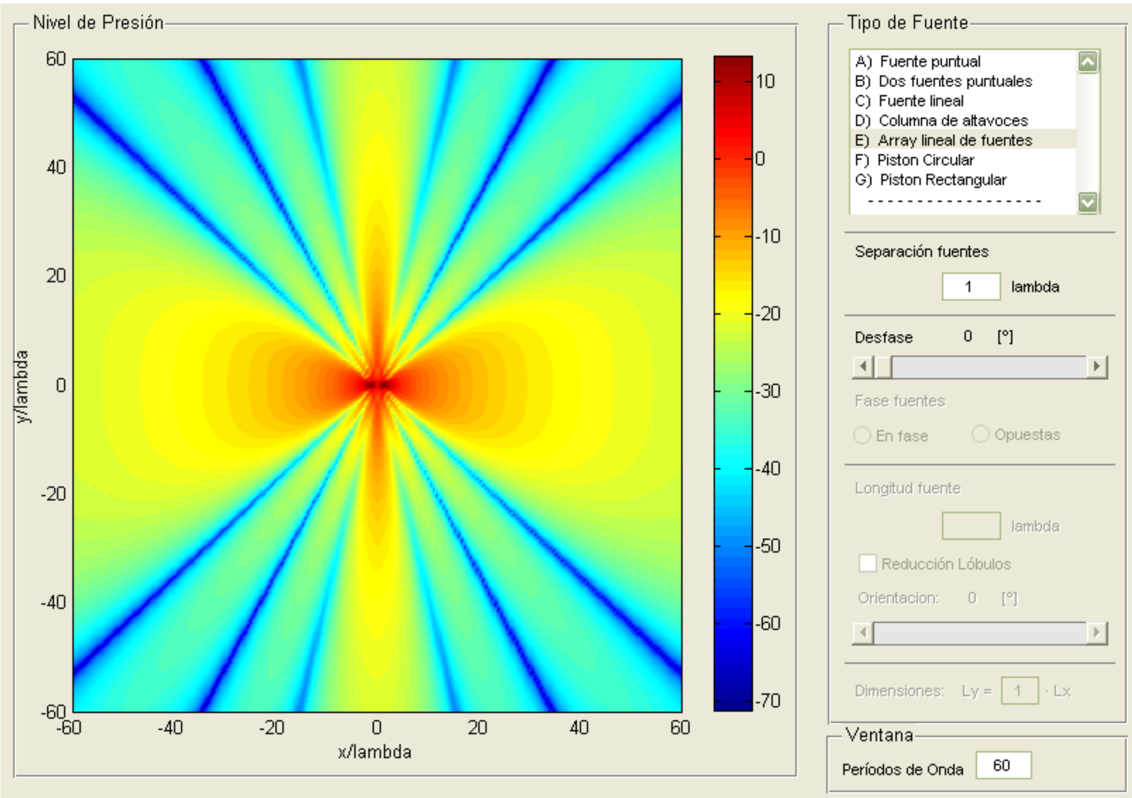


Figura 5.5c: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda$ y $\alpha=0°$

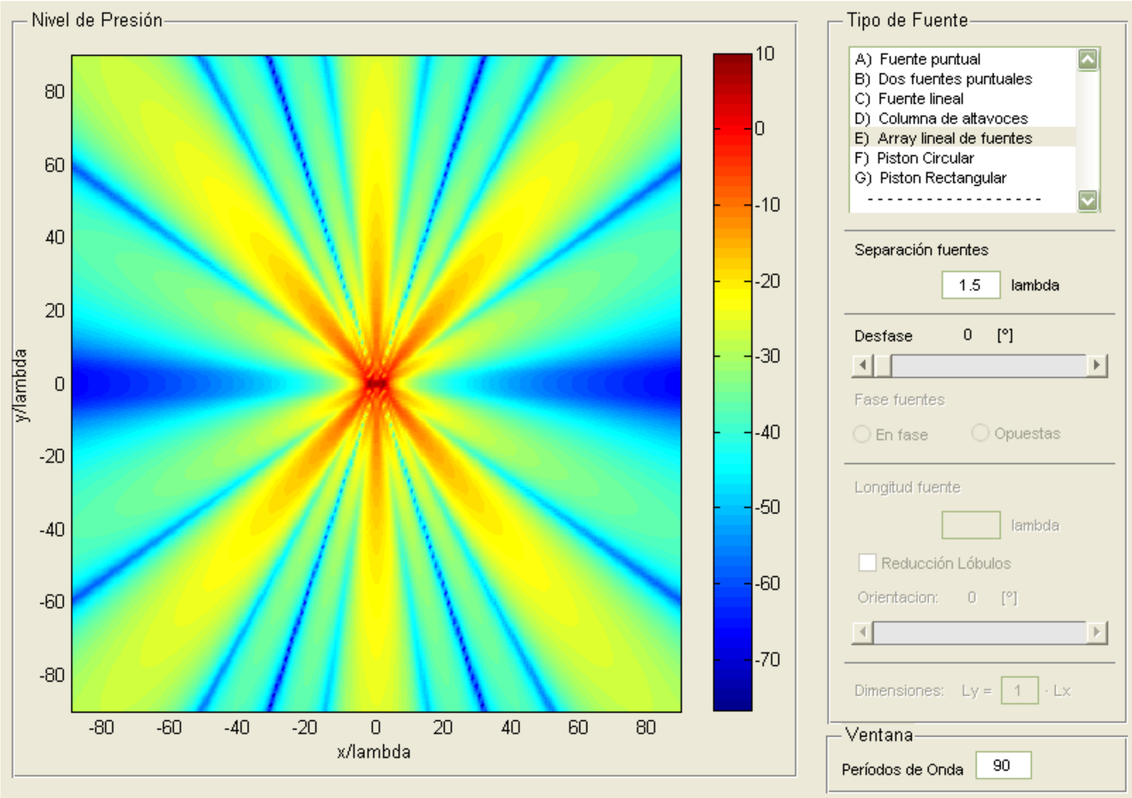
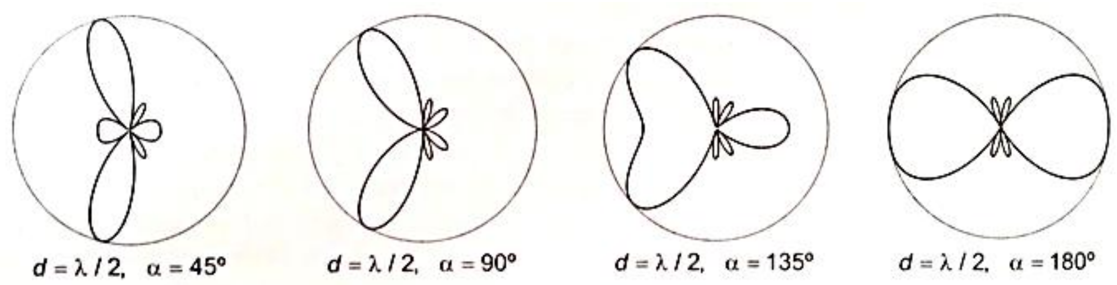


Figura 5.5d: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=3\lambda/2$ y $\alpha=0°$

En general, un aumento del espaciado o de la frecuencia implica un mayor número de lóbulos secundarios y un menor ancho de haz, pero no modifica el nivel del lóbulo principal a secundario.

Por último, mostraremos el efecto del *timón electrónico* que vimos en [54]:



Esta vez, con el *slider* para controlar el desfase θ_0, vamos a mostrar los cuatro casos pero con la posición del *slider* más aproximada al desfase en cuestión. Siendo una breve desviación que no muestra ninguna gran diferencia.

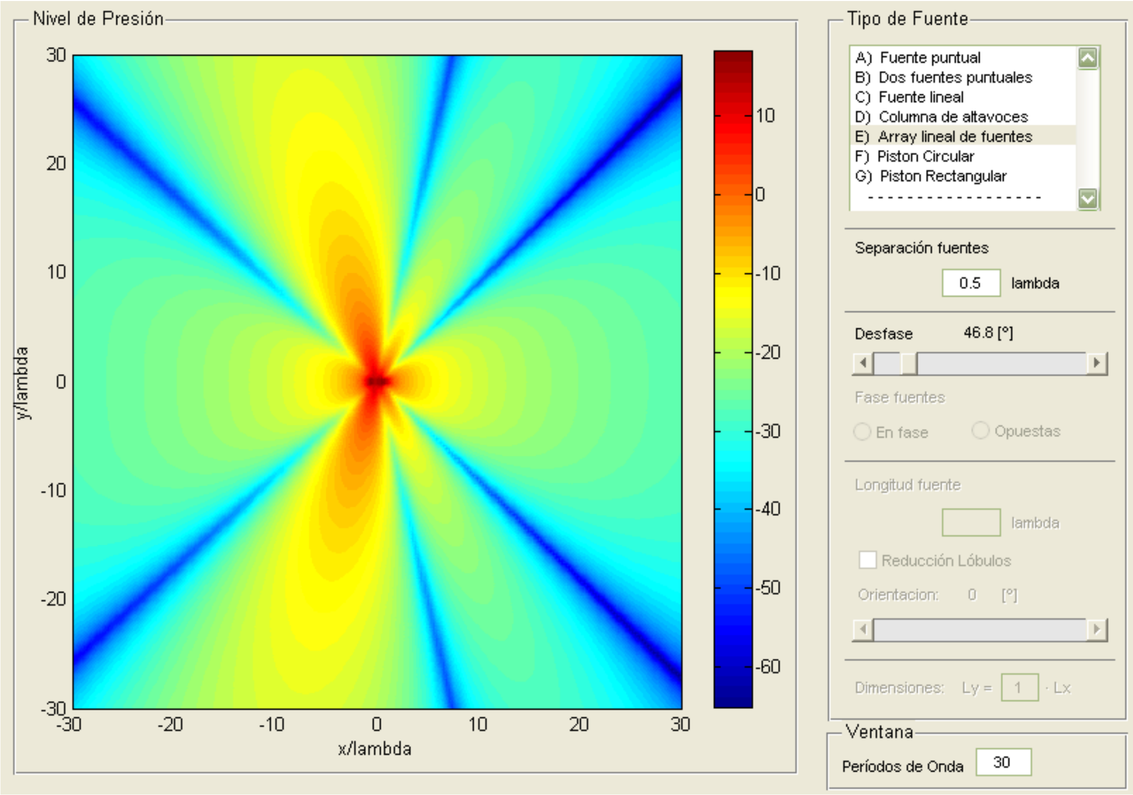


Figura 5.5e: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/2$ y $\theta_0=45°$

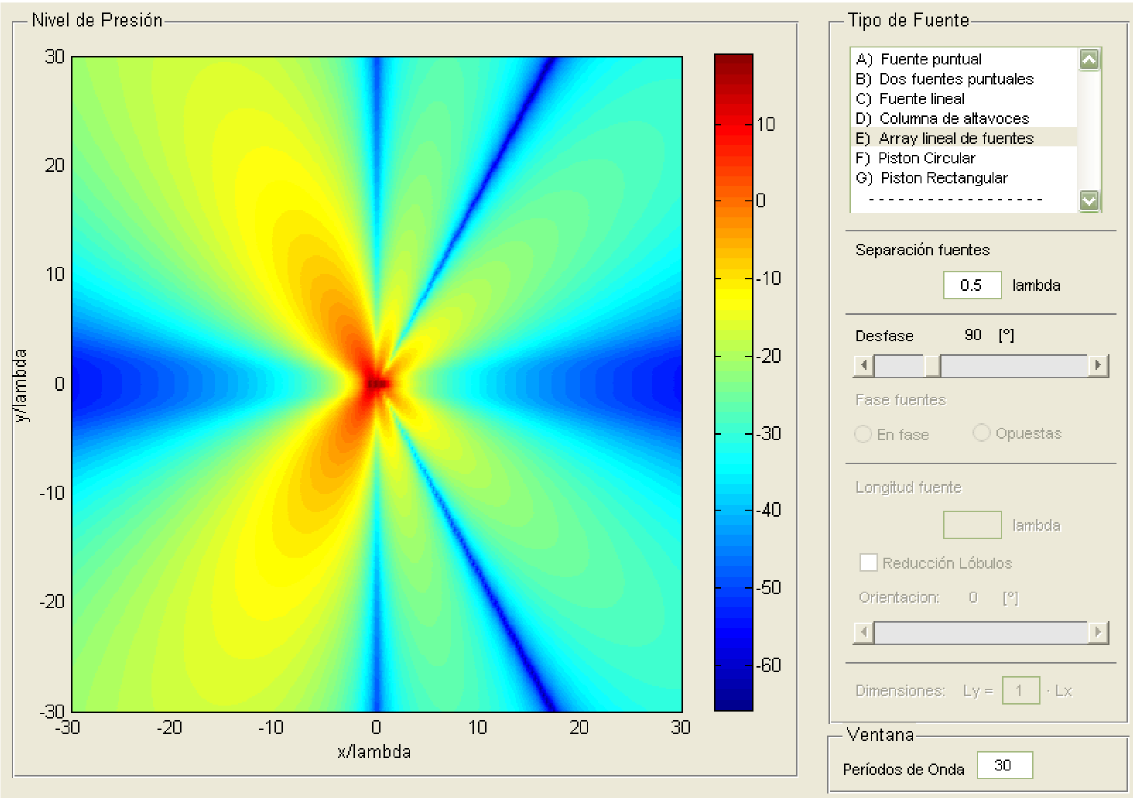


Figura 5.5f: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/2$ y $\theta_0=90°$

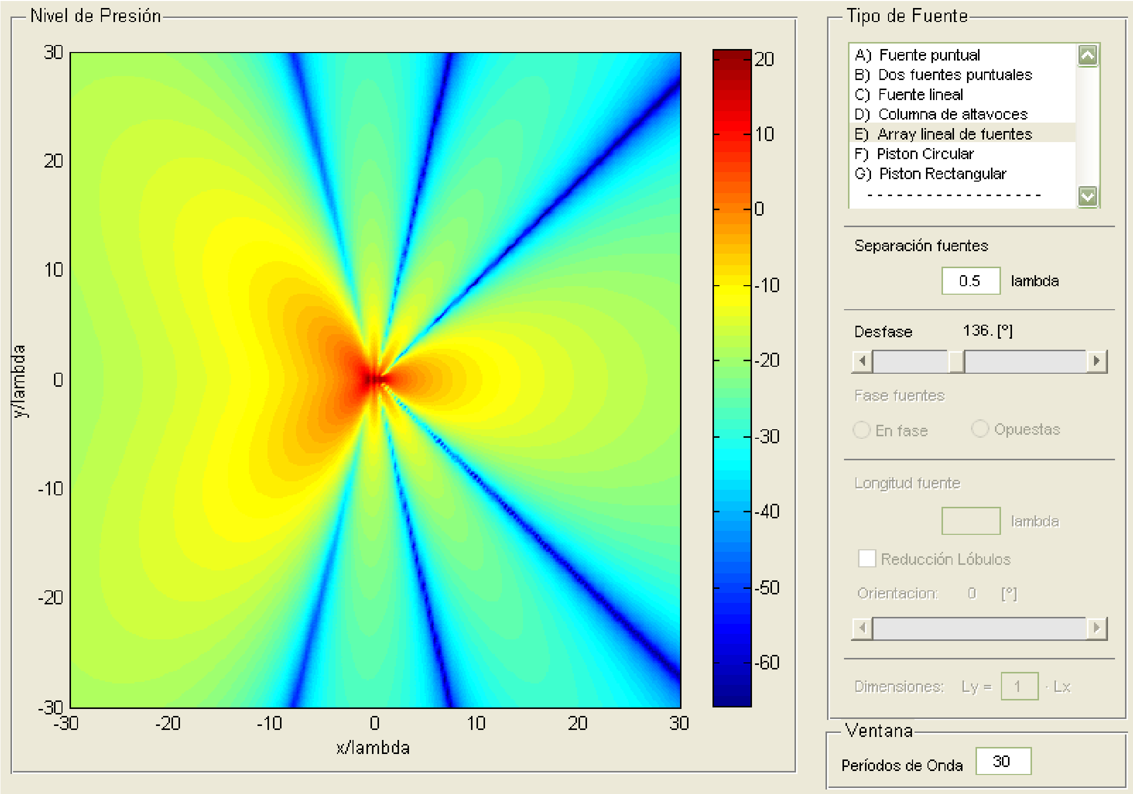


Figura 5.5g: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/2$ y $\theta_0=135°$

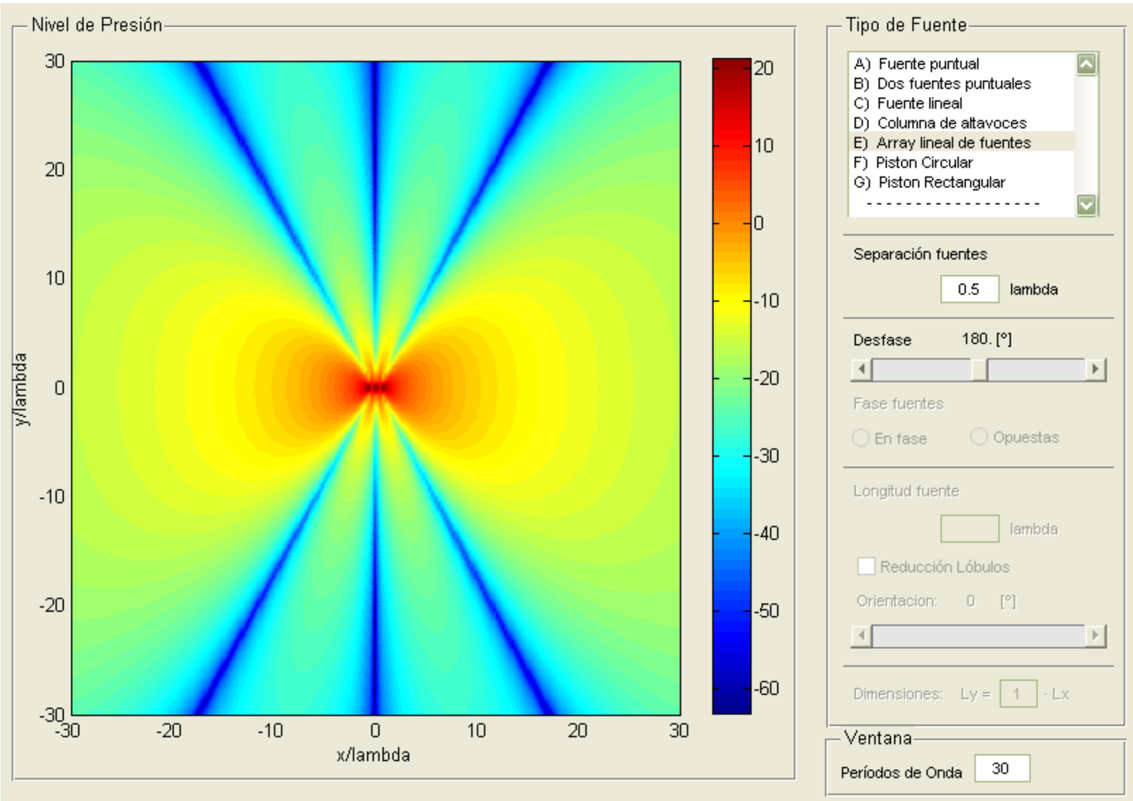


Figura 5.5h: Nivel de presión para una agrupación de 4 fuentes con $d=\lambda/2$ y $\theta_0=180°$

En general, una fase θ_0 positiva implica un desplazamiento del lóbulo principal hacia la izquierda, como consecuencia de que estamos restándole fase; mientras que una fase θ_0 negativa conlleva a un desplazamiento a la derecha, pues le añadimos fase. Este comportamiento viene reflejado en la ecuación [54].

Hay que observar en las figuras del nivel de presión que en ellas se distorsiona el ancho de los lóbulos de la siguiente forma: los lóbulos en direcciones próximas al eje perpendicular al de la agrupación, $\theta=0°$, son más estrechos que los lóbulos en direcciones próximas al propio eje de la agrupación, $\theta=90°$.

En resumen, este desfase que dirige los lóbulos produce la distorsión de dichos lóbulos, ocasionada por la relación que yace entre la función de radiación *G(u)* y su diagrama de radiación.

5.6. Escenario 6: Campo producido por pistón circular

Empezamos con este caso a ver el campo producido por una fuente con dos dimensiones. El desarrollo de estos escenarios lo vimos en el tercer bloque.

En esta ocasión resulta interesante mostrar en este tipo de fuente un plano de observación visto de frente, es decir, observar un plano paralelo a ella. De esta manera podemos ver mejor el nivel de presión radiado hacia adelante. Consideramos que es necesaria para detectar otras posibles direcciones de radiación dentro de un sistema espacial de tres dimensiones.

Primero veremos cómo afecta el tamaño del pistón a la radiación que produce, haremos unas variaciones breves, y después analizamos la radiación frontal que hemos mencionado.

<u>Fórmula del campo empleado:</u>

Repasamos la expresión del campo para el pistón circular visto en [55]:

$$p_{lejano} \approx \frac{j\omega\varrho_0 Q}{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\frac{2J_1(ka\ sin\theta)}{ka\ sin\theta}\right)$$

donde debemos recordar que, según el sistema de coordenadas propuesto, θ no era la coordenada en polares, sino la elevación en esféricas del punto.

<u>Parámetros introducidos para la simulación:</u>

Al seleccionar este sexto escenario en el *listbox*, inmediatamente aparecerá el *edit_text* para definir el diámetro del pistón circular, como siempre relativo a la longitud de onda.

Como adelantamos, incluimos ahora la opción de mostrar un plano frontal a la fuente a la distancia que introduzcamos en el *edit_text* identificado como ‘Distancia de pantalla’, la cual hace referencia a la distancia entre la fuente y el plano de observación. Este mismo cuadro de texto podrá ser utilizado para la perspectiva el plano perpendicular que venimos observando de casos anteriores. Por lo que el estudio de esta superficie puede entenderse completamente en el espacio tridimensional.

Resultado:

A) PLANO DE OBSERVACIÓN PERPENDICULAR

Podemos observar por la evolución de las figuras 5.6a – 5.6d que, a medida que vamos aumentando la dimensión del pistón circular, vamos concentrando en la dirección central la potencia. Por contrapartida un excesivo aumento del radio del pistón conlleva a que la radiación se escape por los lóbulos secundarios, que van siendo cada vez más notorios a medida que aumentamos la superficie del pistón.

Otro hecho destacable es que, a excepción de longitudes pequeñas (o frecuencias bajas), según se aumenta la longitud (o frecuencia) van apareciendo el número de direcciones con radiación nula. Estos, tienen su origen en los nulos de la función de radiación *G(u)*, dado que aumentamos la frecuencia y se van introduciendo los lóbulos secundarios en el *margen visible* de la radiación.

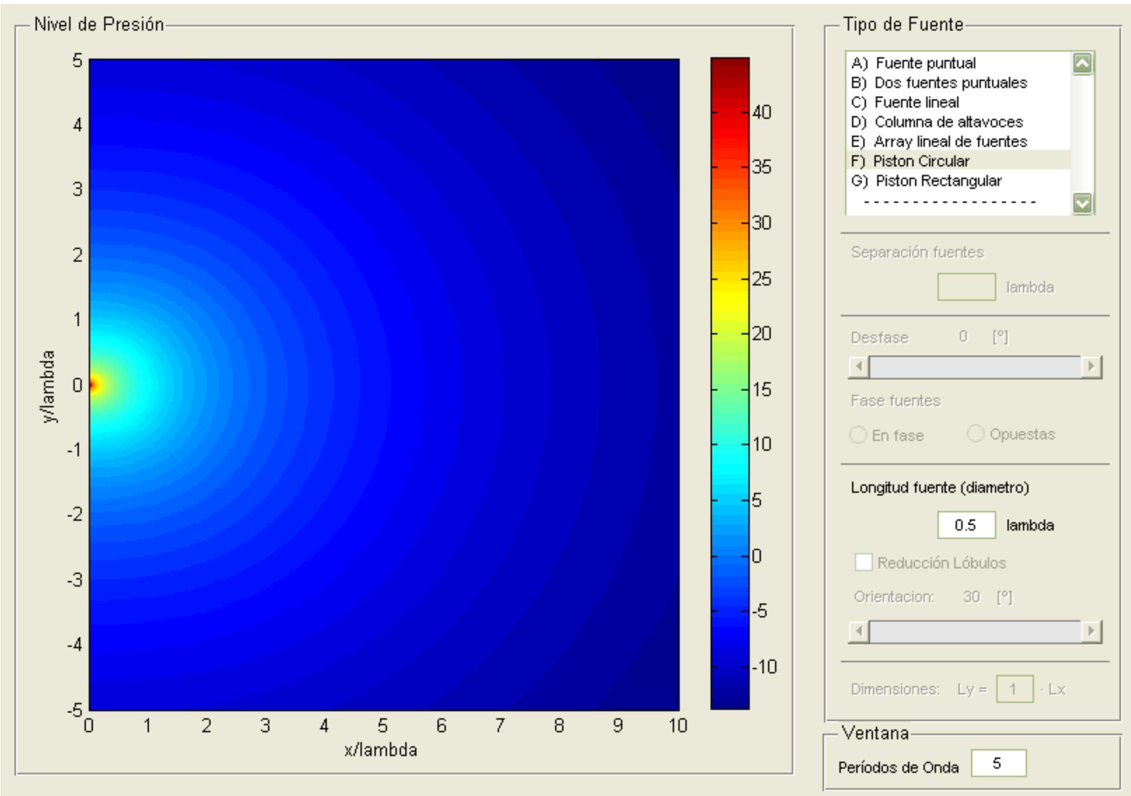


Figura 5.6a: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular con $d=\lambda/2$.

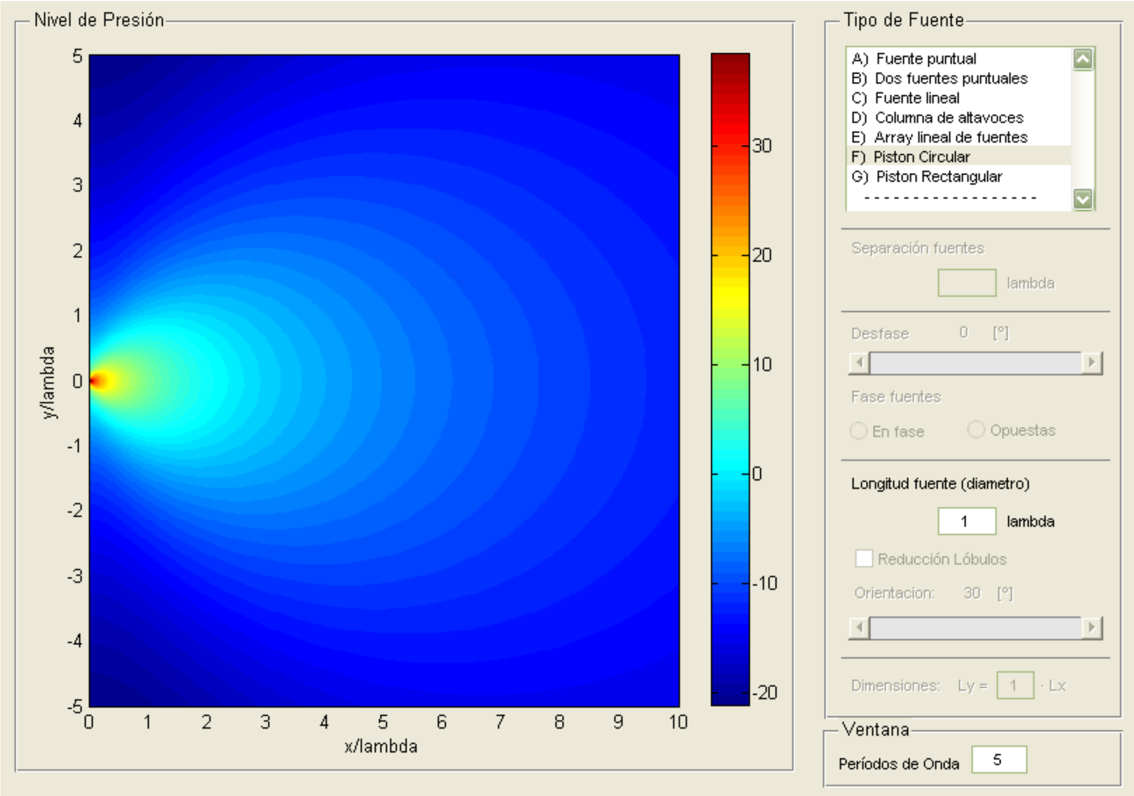


Figura 5.6b: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular con $d=\lambda$.

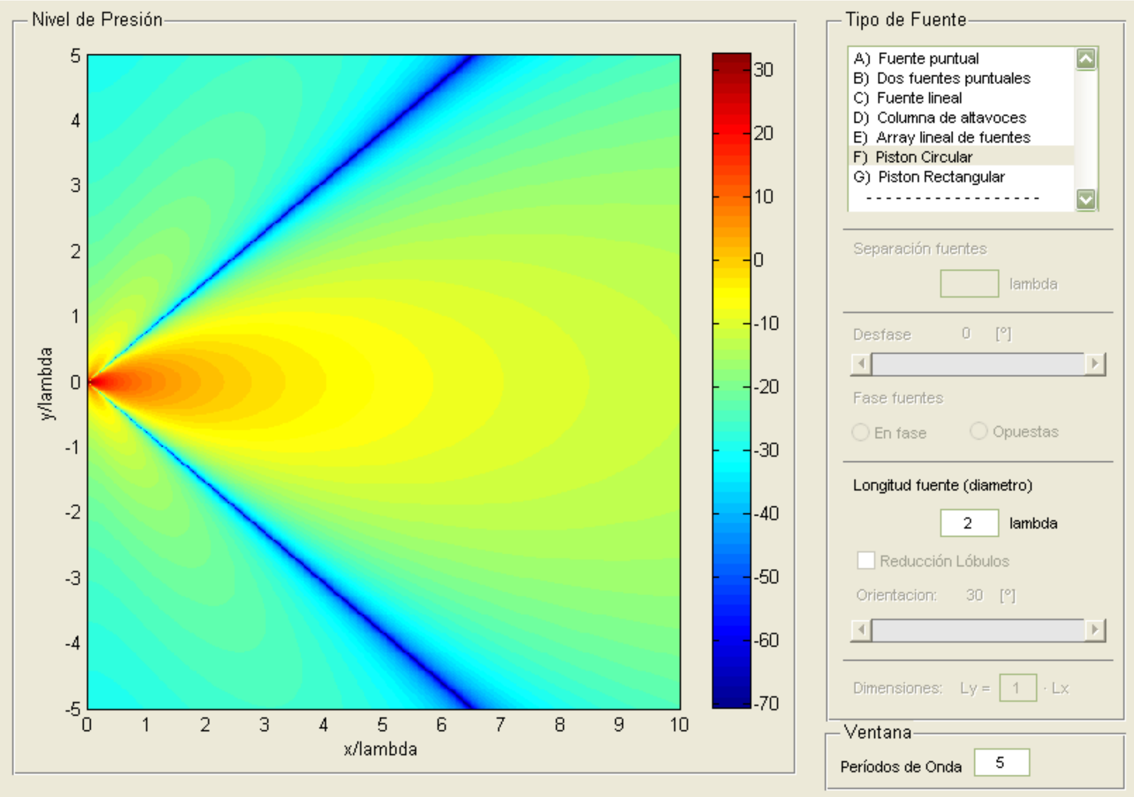


Figura 5.6c: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular con $d=2\lambda$.

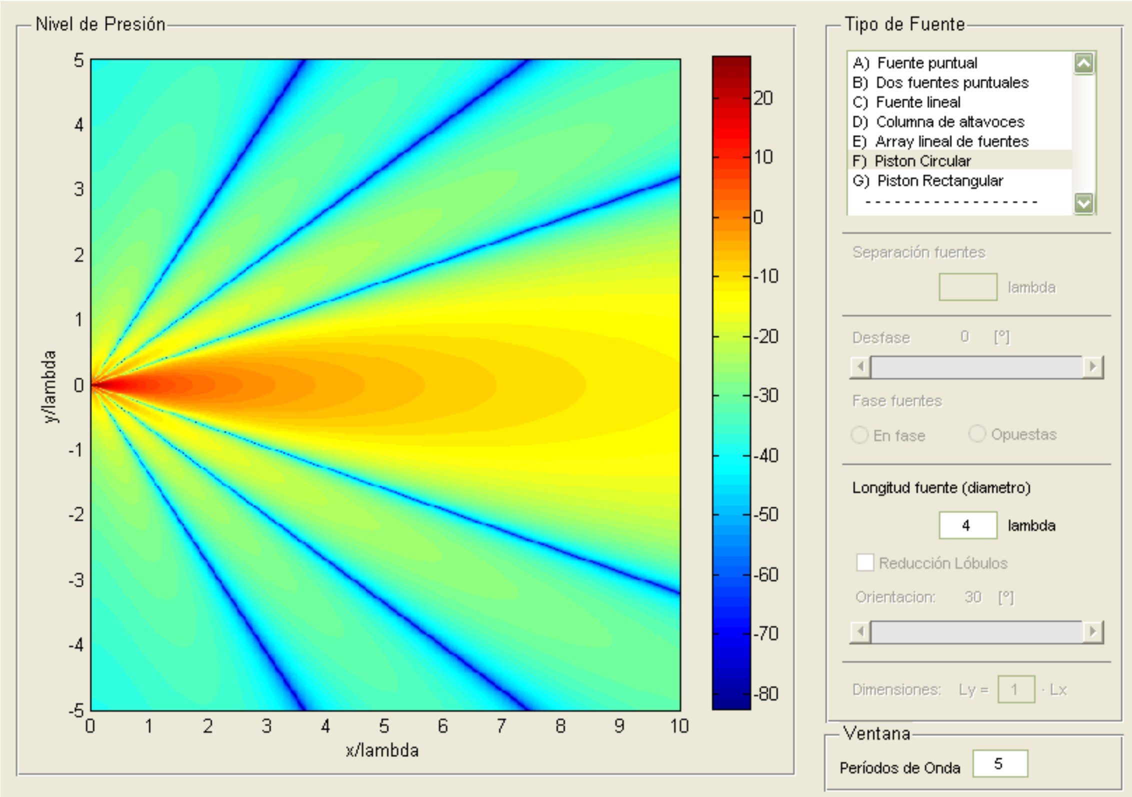


Figura 5.6d: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular con $d=4\lambda$.

Por último vamos a mostrar diferentes desplazamientos de este plano de observación perpendicular al pistón circular, pudiendo obtenerse unos resultados bastante interesantes. Lo haremos según las condiciones para el último caso, es decir, para un diámetro de pistón de 4λ.

Es importante relacionar estas perspectivas para poder comprender el patrón tridimensional, pudiéndose ver en la variación de esta distancia cómo las direcciones sin radiación se van ensanchando.

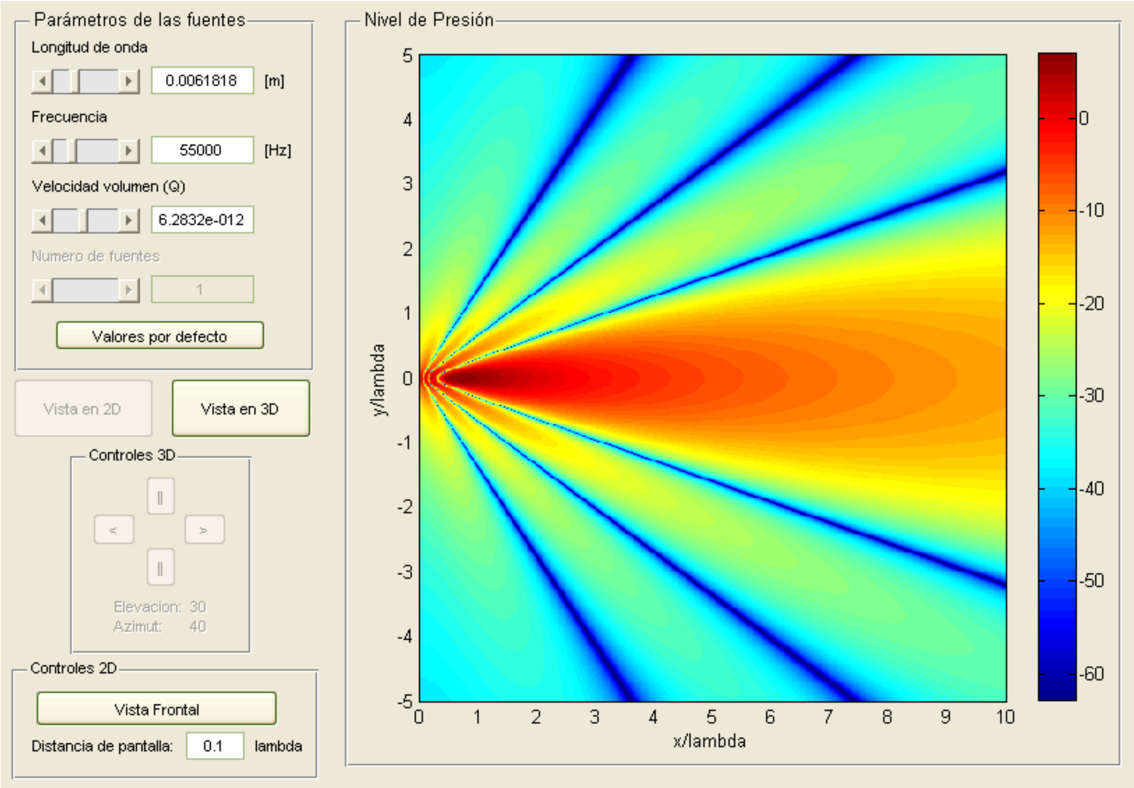


Figura 5.6e: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular a distancia *z=0.1λ*

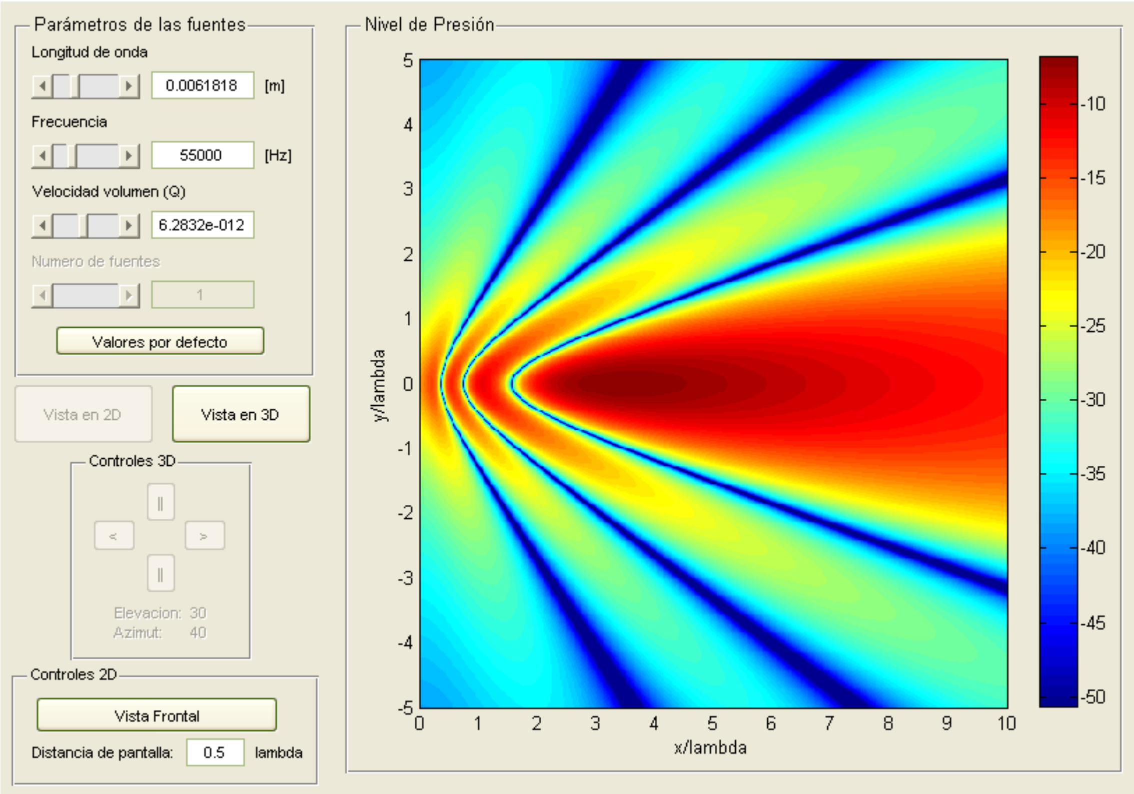


Figura 5.6f: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular a distancia *z=0.5λ*.

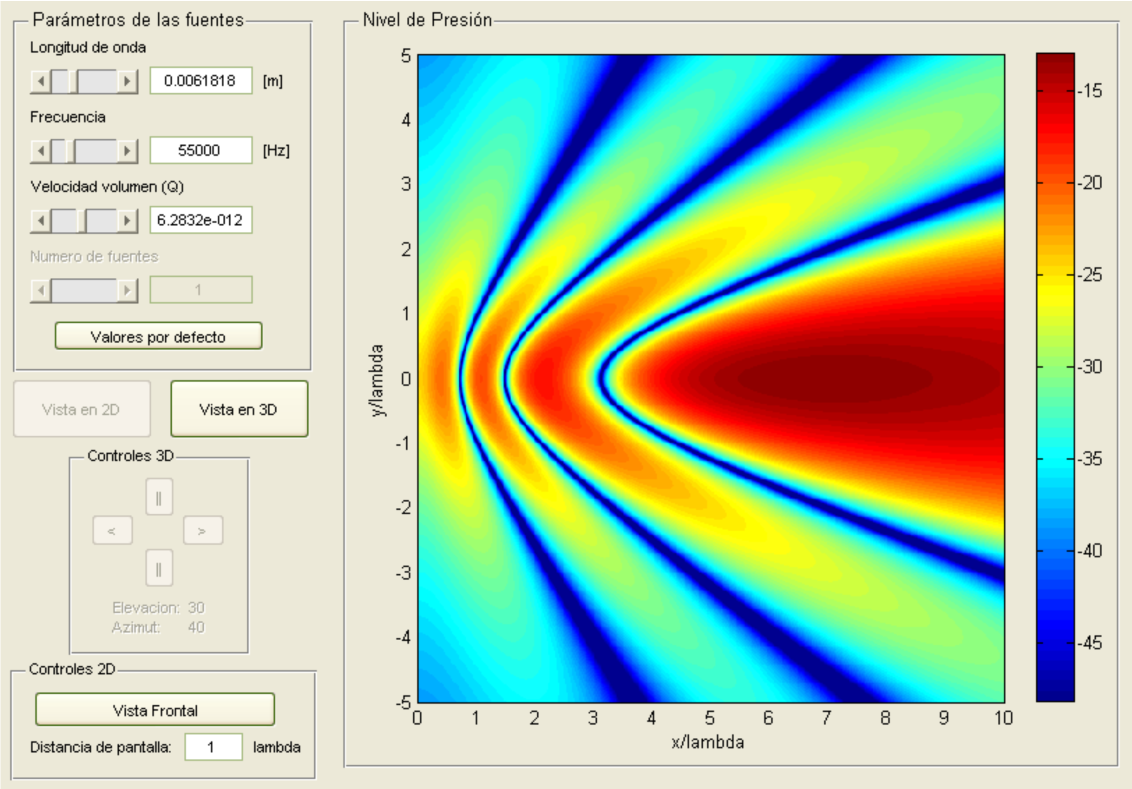


Figura 5.6g: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular a distancia $z=\lambda$.

B) PLANO DE OBSERVACIÓN PARALELO

Ahora cambiamos el enfoque. Mostramos a continuación (Fig. 5.6h – 5.6k) la radiación vista desde un plano de puntos frente al pistón a una distancia cercana como puede ser $z = 3\lambda$. Evaluaremos esto para los diámetros del pistón considerados anteriormente.

Con estas figuras queda de manifiesto que, según vimos a frecuencias medias y altas (Fig. 5.6c y 5.6d), las direcciones de radiación nulas corresponden a anillos concéntricos en el espacio tridimensional. Sin alterar el tamaño de la ventana (con el parámetro 'Período de Onda') podemos observar que cada anillo coincide exactamente con su dirección nula según comprobamos en las posiciones del eje normalizado.

Concluimos que la consecuencia directa de aumentar el diámetro del pistón hace que la radiación sea más dispersa, es decir, que pierde un poco de potencia. Esto podemos verlo en la escala de decibelios junto a la figura, cuyo máximo se da en el centro del pistón. Entonces vemos que nivel este decrece a medida que se aumenta la longitud.

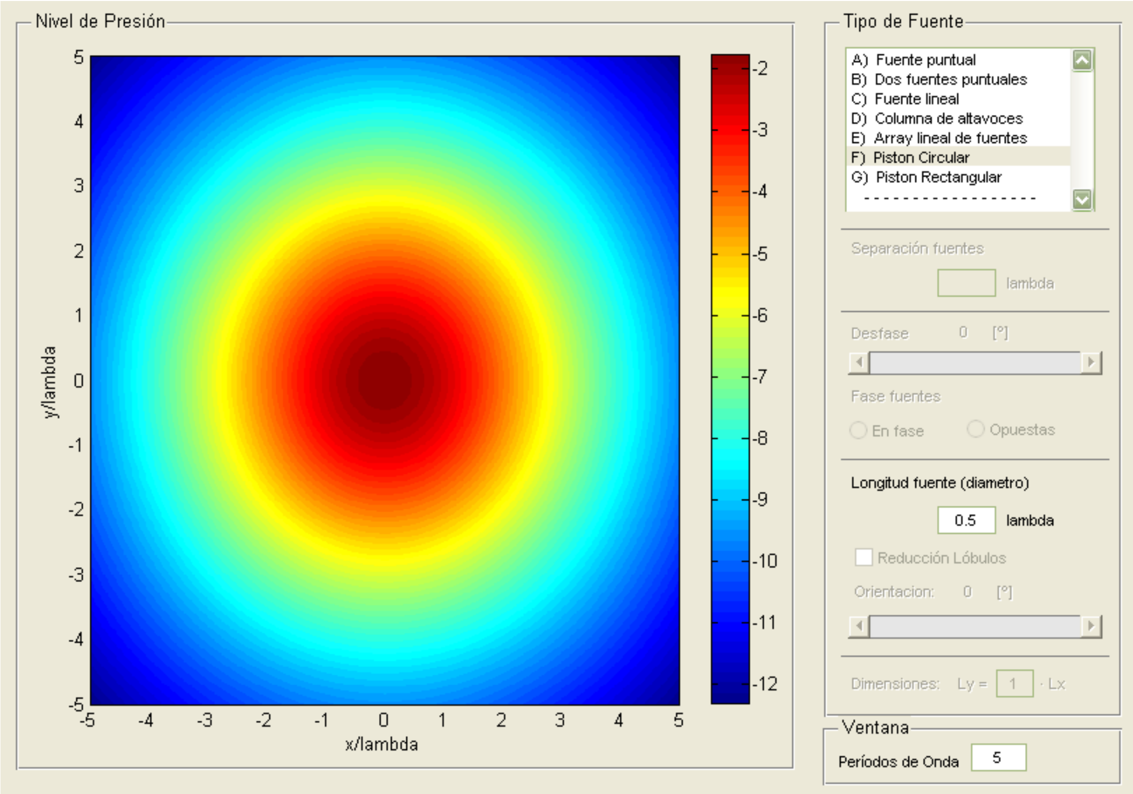


Figura 5.6h: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón circular con $d=\lambda$.

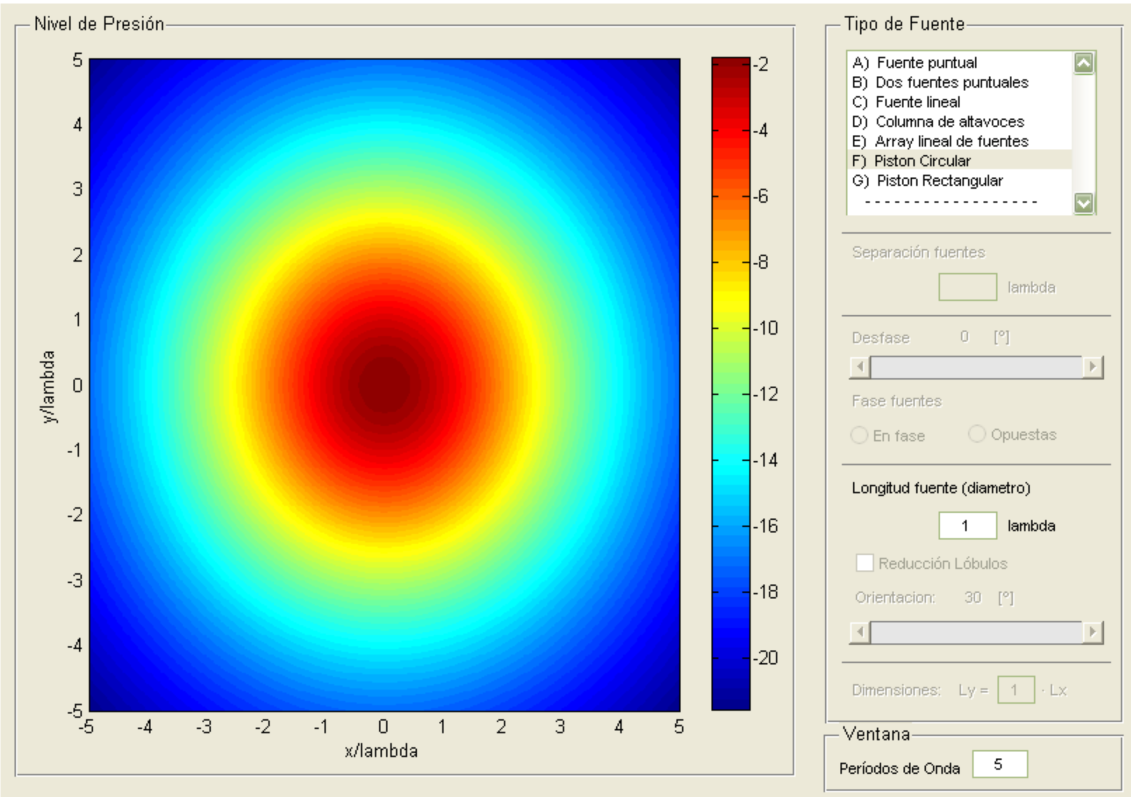


Figura 5.6i: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón circular con $d=\lambda$.

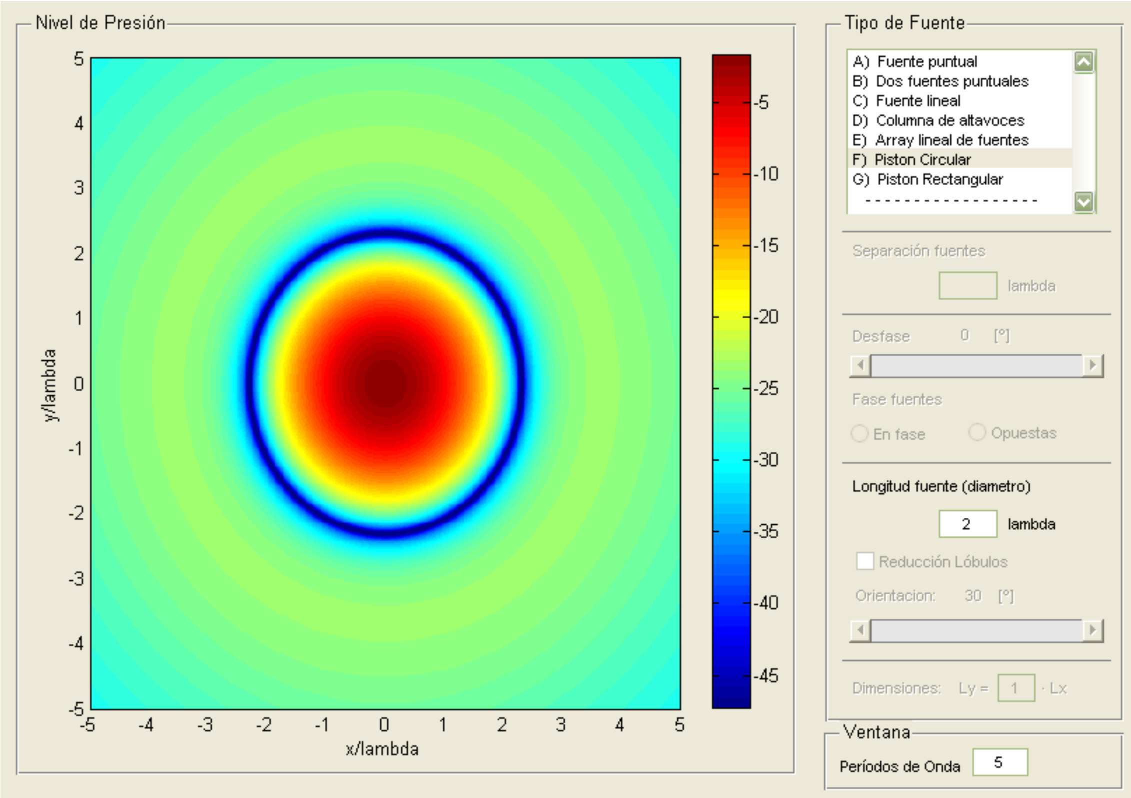


Figura 5.6j: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón circular con $d=2\lambda$.

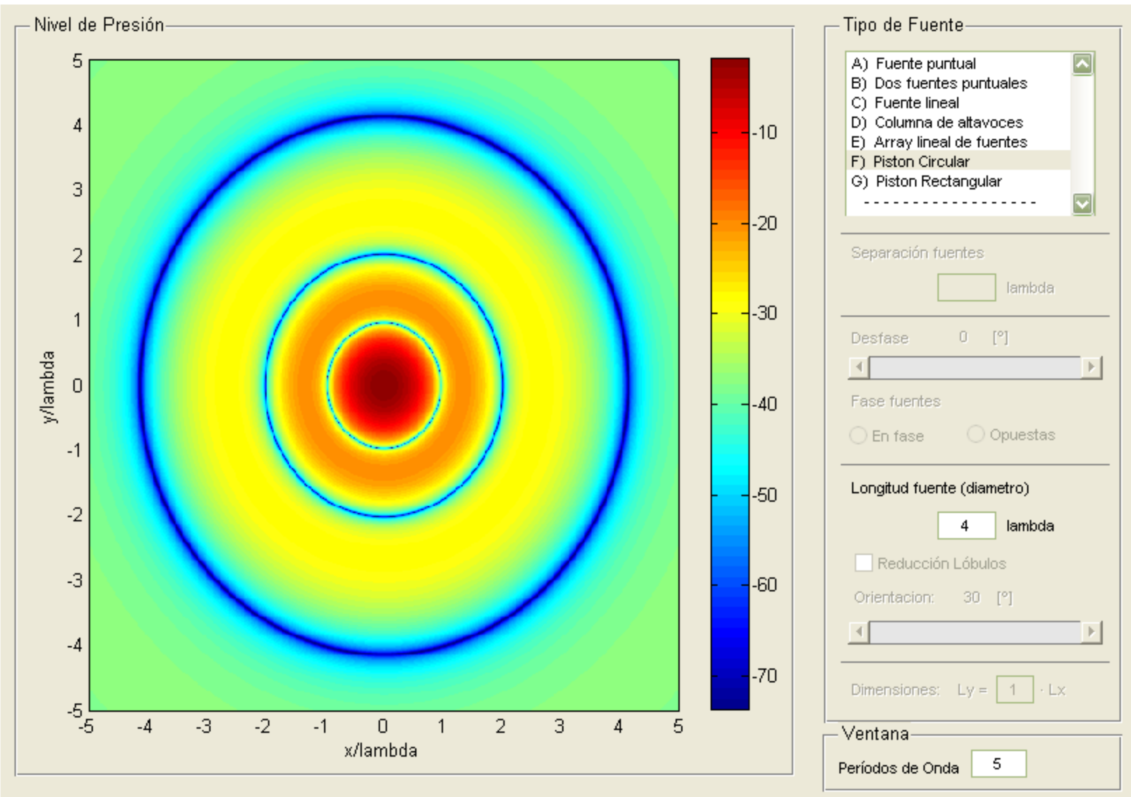


Figura 5.6k: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón circular con $d=4\lambda$.

Simulación para campo cercano

Después de ver los resultados del campo lejano, es necesario hacer una comparación con lo que ocurre en campo cercano. En la sección 3.2.2 describimos cuál podría ser el comportamiento esperado según los resultados del campo estudiados en el eje *z*. Pero nosotros vamos a hacer una simulación para un plano del espacio empleando una aproximación de la integral del campo.

Parámetros introducidos para la simulación:

Para ver el efecto del campo en una zona de campo cercano (o zona de Fresnel) debemos situarnos a una distancia más próxima a la superficie.

Teniendo en cuenta esto último, podemos elegir los siguientes valores

Longitud de onda (m)	2.72
Frecuencia (Hz)	125
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	$20\lambda = 6.8$
Diámetro (m)	$20\lambda = 6.8$

Por tanto, mostramos en la figura 5.6m el campo en un plano perpendicular al pistón. Ya vimos que en el eje *z* se producen cambios bruscos debido a los fuertes efectos entre interferencias por las contribuciones. Esta situación es más notable a medida que más cerca nos encontremos del pistón anteriormente.

En esta zona cercana vemos que no es posible encontrar ningún patrón de radiación, sino más bien es una zona de alta variabilidad. Según nos vamos alejando, vemos como el patrón de radiación tiende a ser más constante, llegado el punto en el que ya abandonamos la *zona de Fresnel* para empezar la *zona de Fraunhofer*.

Para una mejor ilustración, hemos truncado a 70 dB la figura 5.6. Aunque es necesario comprender que existen puntos sin radiación que no es posible mostrar debido al error de aproximación cometido.

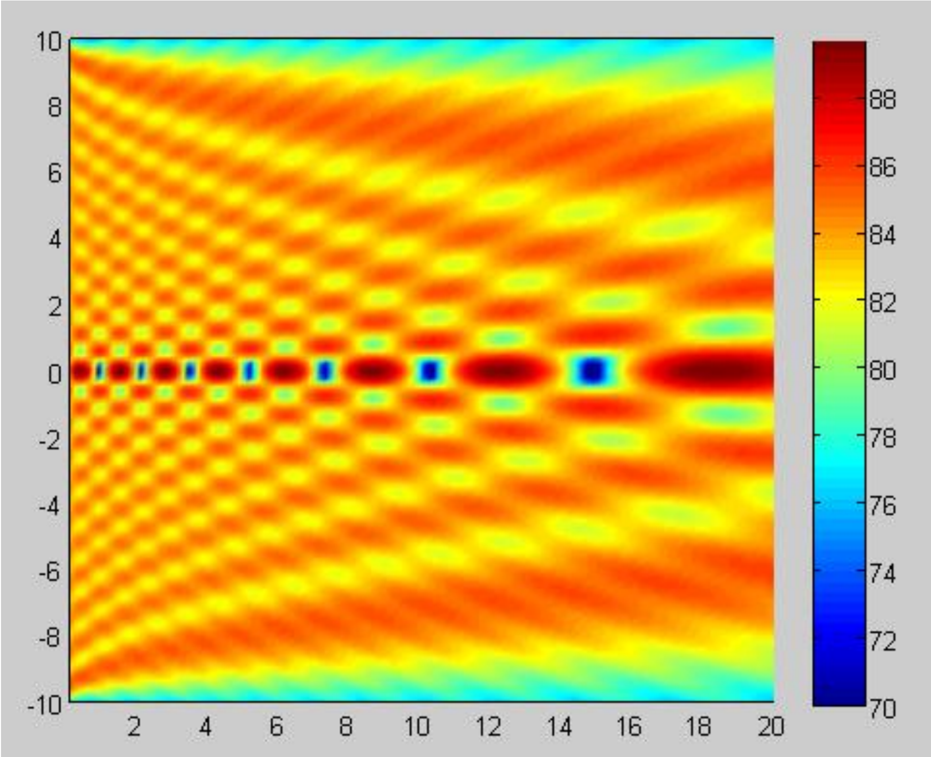
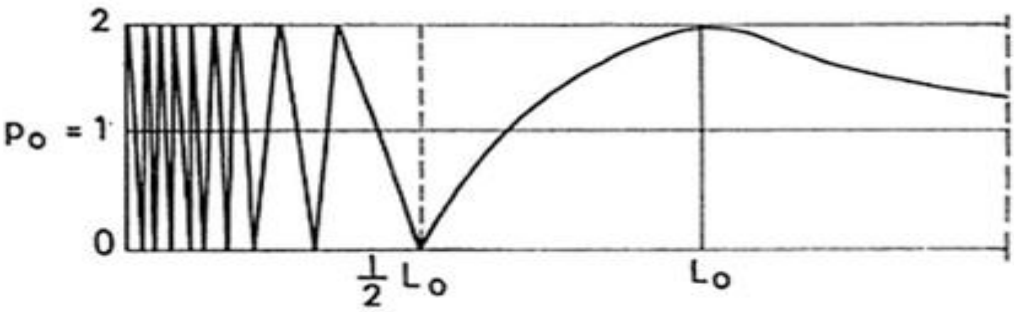


Figura 5.6l: Nivel de presión en un plano perpendicular a un pistón circular con $d=20\lambda$

Todas las figuras que mostramos respecto al campo cercano muestran el nivel de potencia normalizado, es decir, calculamos primero el campo $p\ /\ (w\varrho_0\ Q)$ y luego obtenemos la presión efectiva mostrada en decibelios respecto a la potencia de referencia. Es por esto que la potencia aparece en el rango de entre 90-80 dB.

Los puntos máximos de radiación se dan en el eje *z*, lo cual puede explicarse teniendo en cuenta la simetría rotacional que presenta la superficie. Dichos máximos van tomando una mayor forma, por lo que es el origen del lóbulo principal. Vemos que según lo expuesto, se cumple el comportamiento que pudimos extrapolar de la figura 3.2.2a, que pasamos a recordar:



Ahora vamos a ver qué ocurre en un plano de observación paralelo y próximo al disco:

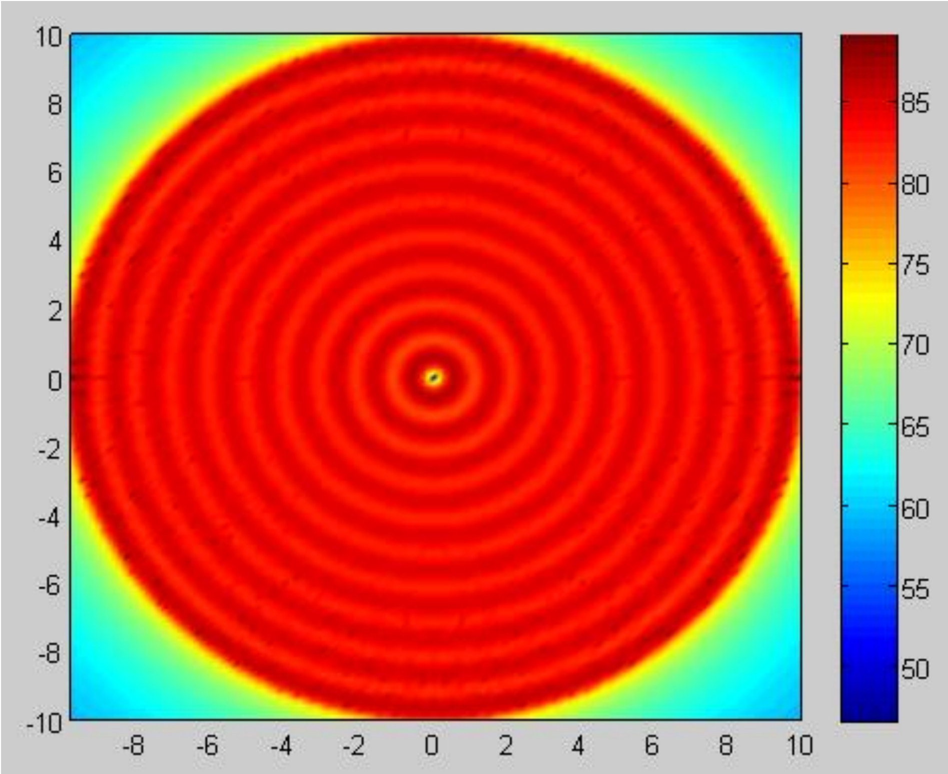


Figura 5.6m: Nivel de presión en un plano paralelo en $z=0.1\lambda$ desde un pistón circular con $d=20\lambda$

Podemos ver que se produce en general un campo que respeta la forma de la superficie, pero que, debido a la cantidad de contribuciones, se crean unas concentraciones mayores de campo con forma de anillos concéntricos. A esta distancia podemos observar que se trata en el eje *z* con la posición de un mínimo de nivel de potencia.

Aunque es necesario acercarse más a la superficie del disco para observar desde esta perspectiva el comportamiento fluctuante del campo. Dado que desde esta vista puede resultar engañoso lo que ocurre realmente. De manera que ahora consideramos:

Longitud de onda (m)	2.72
Frecuencia (Hz)	125
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	10λ = 3.4
Diámetro (m)	20λ = 6.8

Con lo que ahora ilustramos no toda la superficie del disco, sino que nos enfocamos sólo en la parte central. Lo que da como resultado una distribución de campo más del tipo que justificábamos anteriormente:

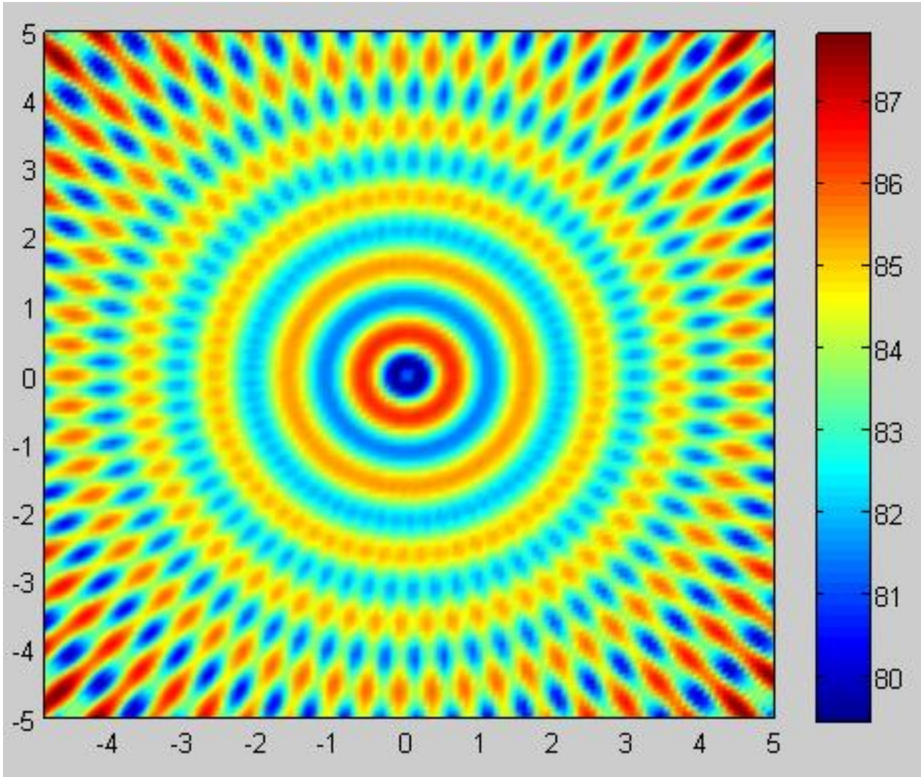
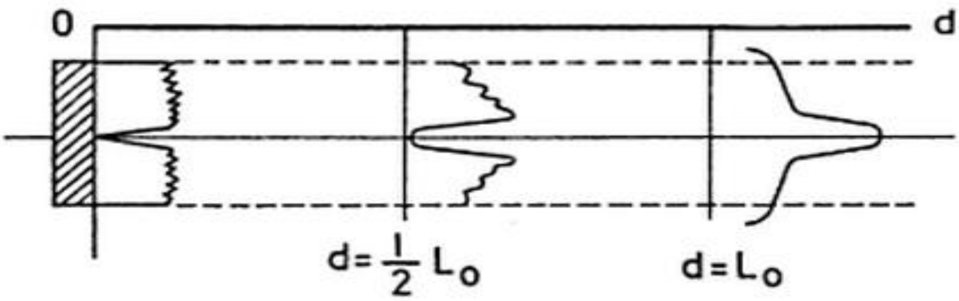


Figura 5.6n: Nivel de presión en un plano paralelo en *z=0.05λ* desde un pistón circular con *d=20λ*

De manera que queda de manifiesto el hecho de que no se trata de anillos uniformes de energía, sino de una superficie irregular que está conformada por puntos adyacentes de fuertes interferencias. Esto ya lo contrastamos según el diagrama que mostramos en la sección 3.2.2:



5.7. Escenario 7: Campo producido por pistón rectangular

Por último realizamos la simulación del escenario para un pistón rectangular. Lo que se pretende mostrar es que alterando la forma superficie radiante podemos modificar el comportamiento del patrón, como se verá en comparación al caso anterior con forma circular. Antes de seguir, recomendamos revisar el sistema de coordenadas planteado en la fig. 3.1a, en el que la fuente bidimensional estaba situada sobre el plano xy.

Del mismo modo que antes, analizaremos el patrón desde dos puntos de vista: el plano de observación paralelo y perpendicular a la fuente. Este patrón no tendrá simetría respecto a la coordenada polar θ, a diferencia del pistón circular.

<u>Fórmula del campo empleado:</u>

Repasamos la expresión del campo lejano que tratamos en este escenario. Se trata de la ecuación [63]:

$$p_{lejano} = \frac{j\omega\varrho_0 Q}{4\pi R} e^{-jkR} \frac{sen\left(\frac{\pi L_x}{\lambda} sen\theta\cos\varphi\right)}{\frac{\pi L_x}{\lambda} sen\theta\cos\varphi} \frac{sen\left(\frac{\pi L_y}{\lambda} sen\theta\,\mathrm{sen}\varphi\right)}{\frac{\pi L_y}{\lambda} sen\theta\,\mathrm{sen}\varphi}$$

<u>Parámetros introducidos para la simulación:</u>

En comparación con el pistón circular, tenemos la misma opción de modificar el patrón de radiación a través de la longitud del rectángulo. En cambio, ahora presentamos la posibilidad de definir las dimensiones de la superficie del rectángulo. Para ello podemos utilizar el *edit_text* disponible para escribir la razón de semejanza entre los lados del rectángulo, es decir, podemos escribir la longitud L_y en función de L_x según la proporción que queramos. Este hecho, como es lógico, también contribuye a modificar la radiación de la superficie.

<u>Resultados:</u>

A) PLANO DE OBSERVACIÓN PERPENDICULAR

Al igual que comenzamos en el escenario anterior, lo hacemos en este para analizar los diagramas de radiación para un pistón rectangular, en el que indicaremos que la base sea igual a altura, con lo que realmente se trata de un pistón cuadrado. Por lo que hemos empleado una razón de proporción de *k=1* entre los lados del rectángulo.

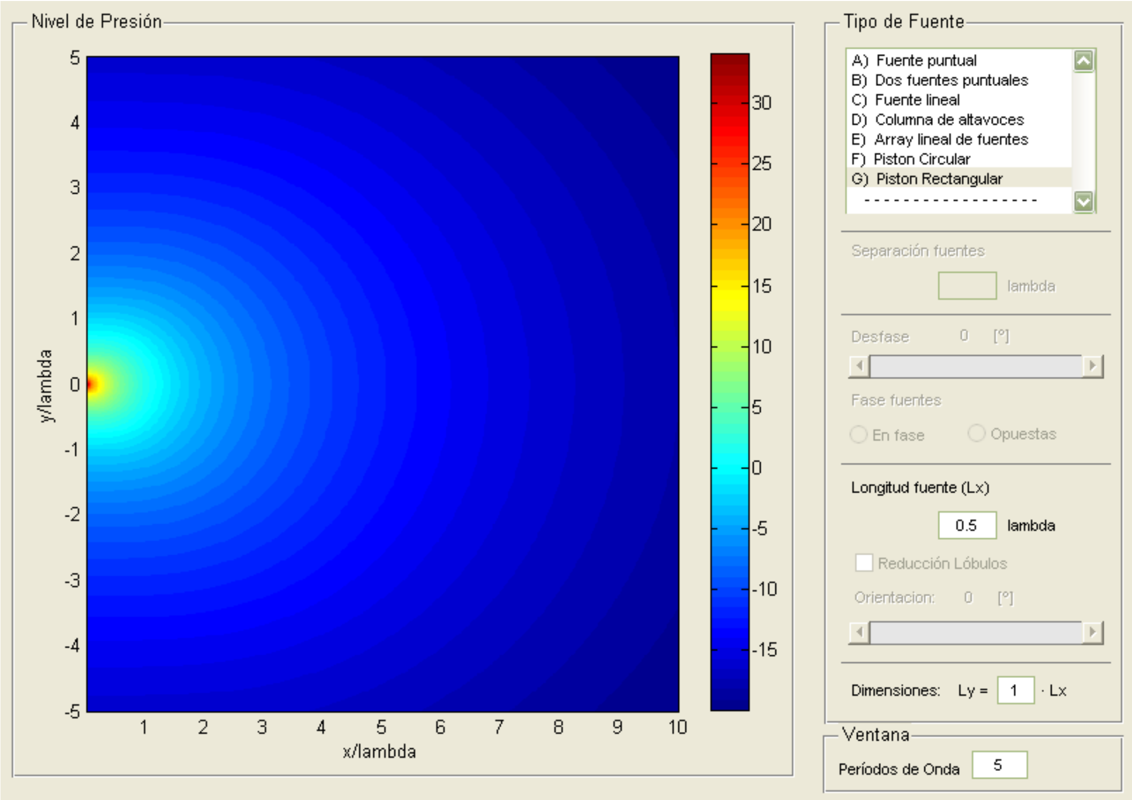


Figura 5.7a: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular con $L_X = L_Y = \lambda/2$.

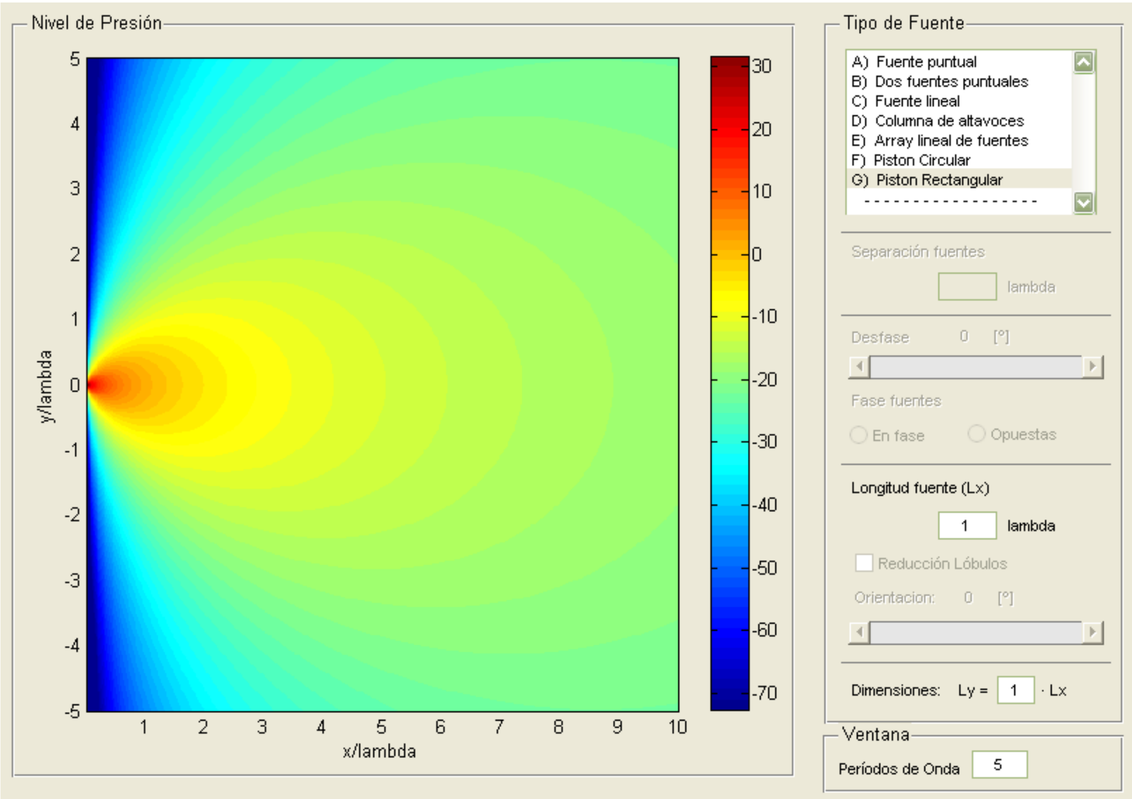


Figura 5.7b: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular con $L_X = L_Y = \lambda$.

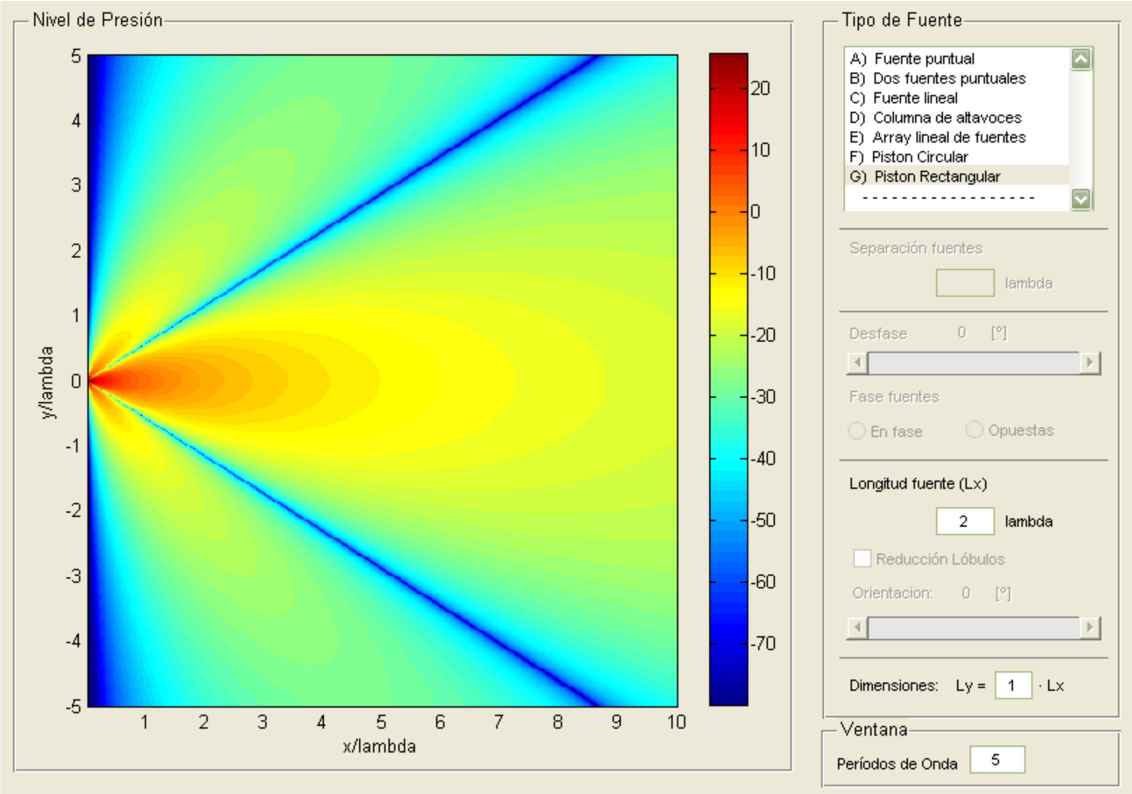


Figura 5.7c: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular con $L_X = L_Y = 2\lambda$.

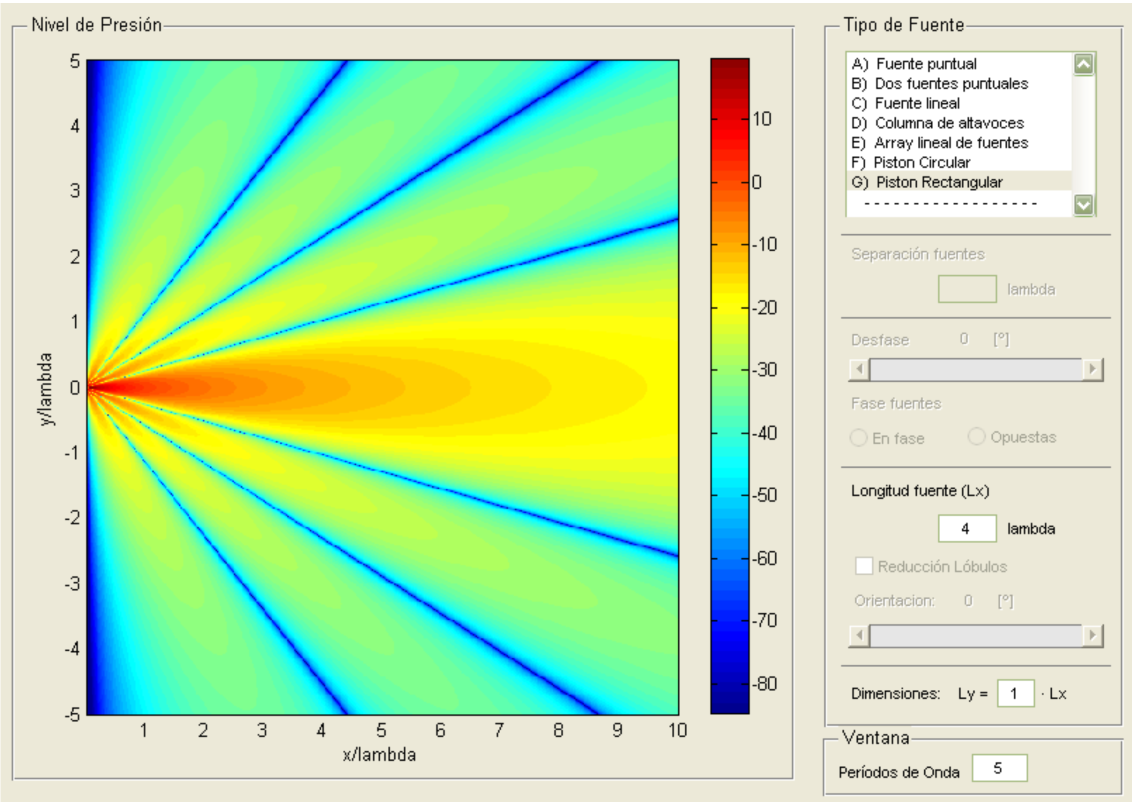


Figura 5.7d: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular con $L_X = L_Y = 4\lambda$.

Los resultados obtenidos son comparables a las radiaciones vistas anteriormente por una línea o una columna de altavoces. Lo que sí hace más destacable esta forma es la radiación frontal que apreciamos desde la fuente, al igual que analizamos en el caso anterior a una fuente circular.

Curiosamente, para el plano de observación situado en $Y=0$, no observamos ningún cambio en el patrón cuando aumentamos la altura de la superficie del rectángulo (p.ej. para $L_Y = 3L_X$. Pero esto no quiere decir que el patrón no sea susceptible ante dicho aumento. Éste efecto lo notaremos justo ahora.

Volvemos a analizar la radiación desde la perspectiva de desplazar el plano de observación perpendicular al pistón rectangular. Tendremos en cuenta el último caso visto en la figura 5.7d, desde las distintas distancias. Por tanto:

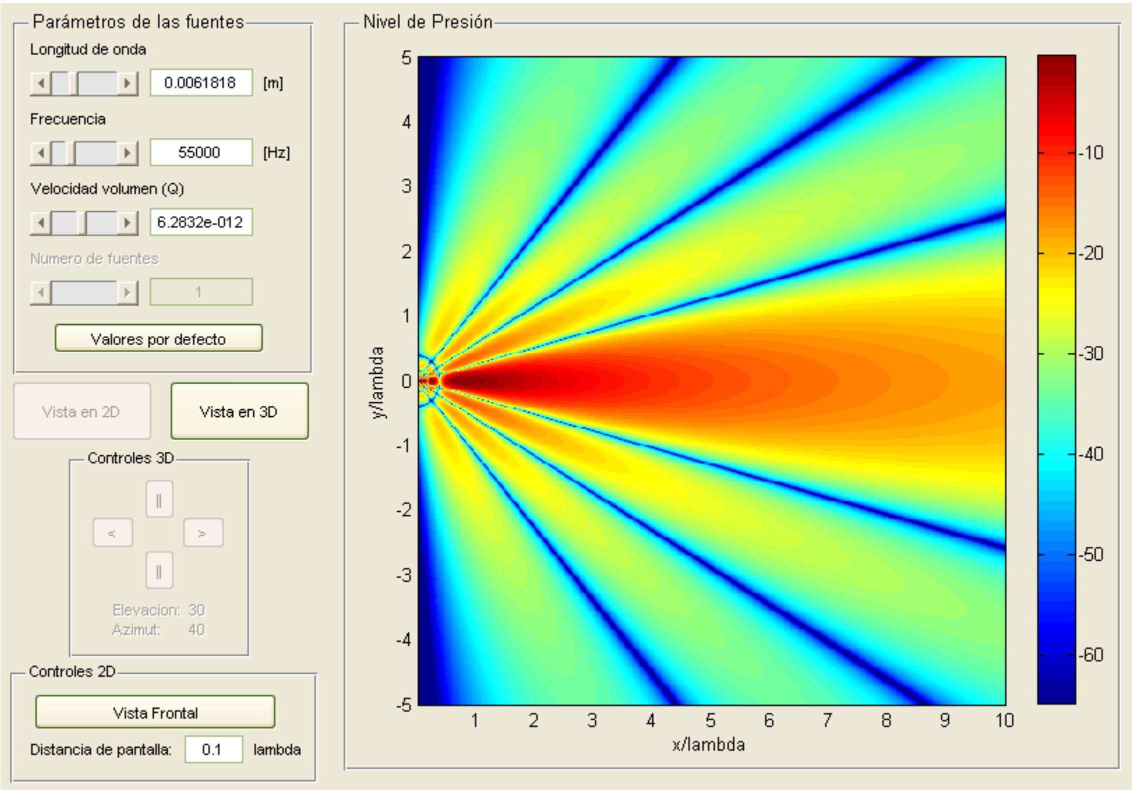


Figura 5.7e: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular a distancia $z=0.1\lambda$

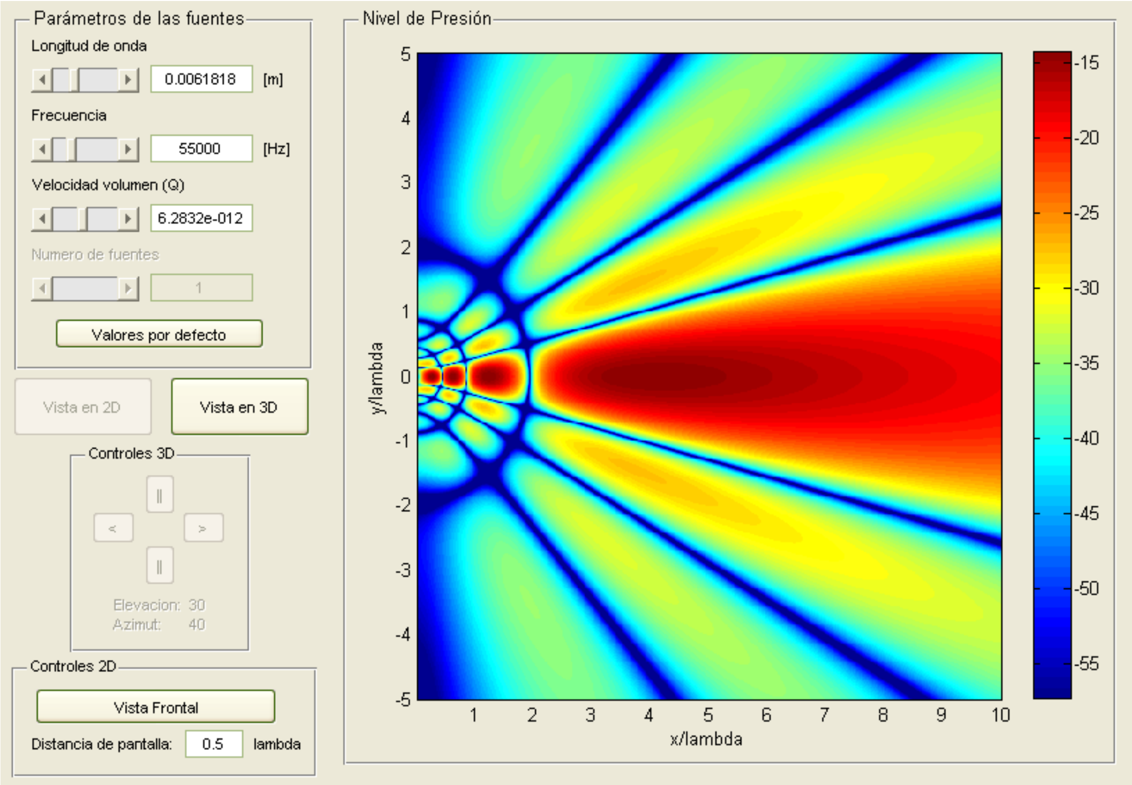


Figura 5.7f: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular a distancia *z=0.5λ*

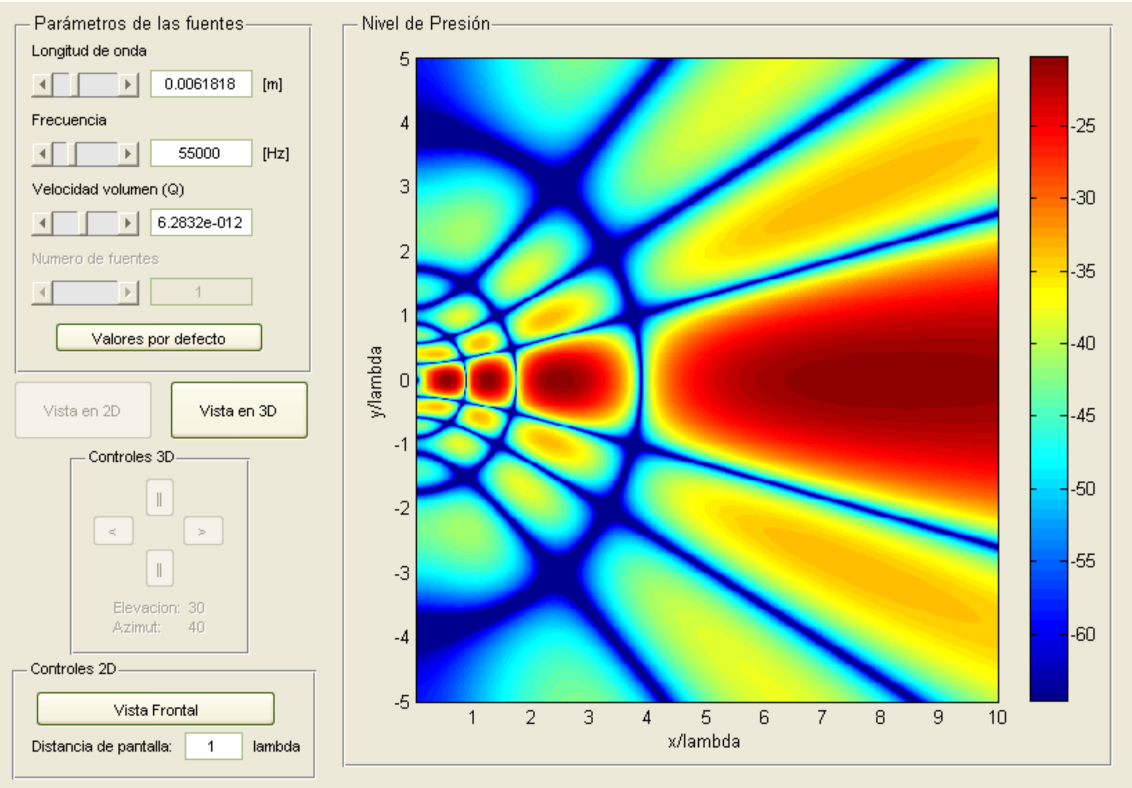


Figura 5.7g: Nivel de presión en campo lejano de un pistón rectangular a distancia *z=0.1λ*

Donde aparece una situación que no hemos podido contemplar en la figura 5.7d, y es que existen direcciones nulas, aparte de las ya existentes, para un conjunto de puntos separados a una misma distancia (las que apreciamos como semicírculos). Por tanto, a grandes distancias, podemos pensar en la posibilidad de que exista una posición donde el frente del campo pueda ser nulo.

Ahora vamos a comprobar una diferencia entre la proporción de las longitudes del rectángulo (como intentamos antes $L_Y = 2L_X$) para descubrir que era sólo en el plano $Y=0$ donde no tiene efecto dicho cambio, pero sí para cualquier otro punto.

Lo que vemos ahora es que se duplica (para este caso) el número de semicírculos de radiación nula, sin verse alterado las direcciones nulas radiales desde la fuente. Haciendo algunas pruebas, observamos que se crean estos frentes semicirculares nulos de manera proporcional a la razón k, entre los lados, con $L_Y = k\,L_X$

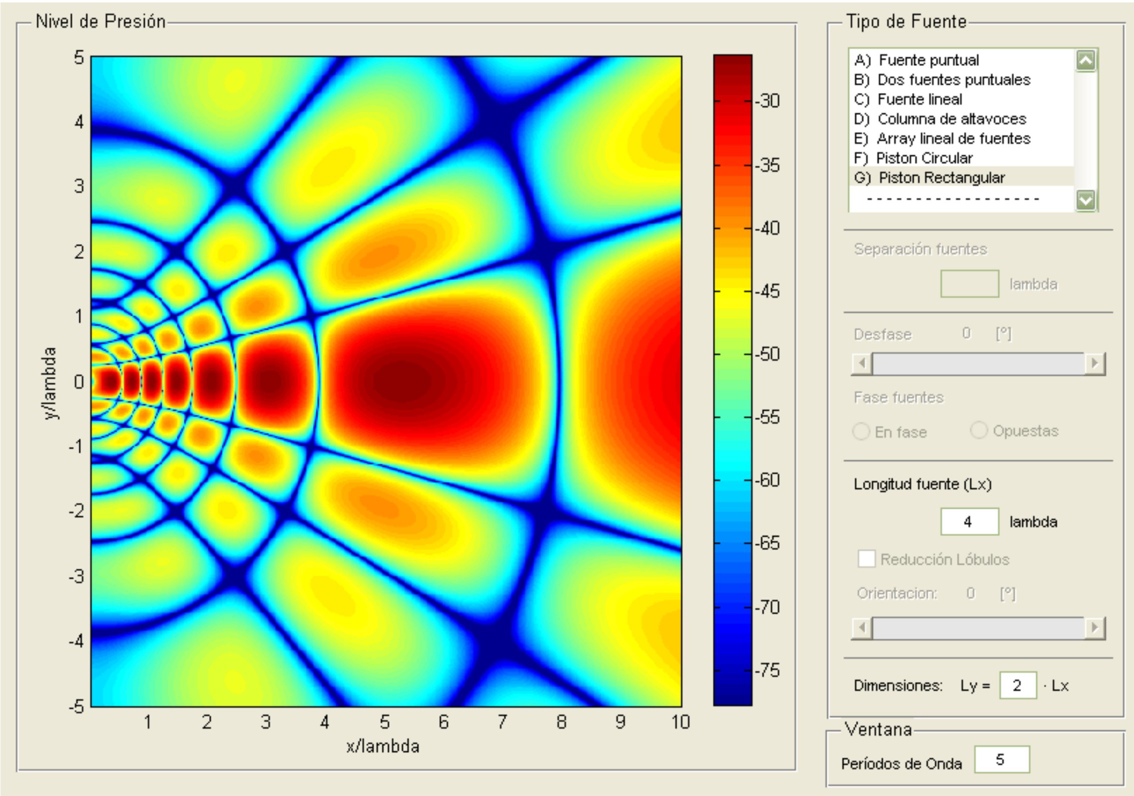


Figura 5.7i: Nivel de presión en campo lejano de un pistón circular con $L_Y = 3L_X$.

B) PLANO DE OBSERVACIÓN PARALELO

Es interesante analizar cuál será la radiación para un plano paralelo a la fuente y ver de qué manera afecta el aumento de frecuencia o el aumento de superficie del pistón rectangular a su radiación tridimensional.

Como antes, estudiamos los puntos situados a $z = 2\lambda$, que se trata de una distancia cercana a la fuente. En las anteriores figuras 5.7a – 5.7d podemos comprobar esta distancia y ver que se corresponde en cierta manera a las que mostramos a continuación. La longitud del ancho del pistón queda reflejada en las propias figuras, según el valor que hemos introducido. Iremos mostrando los cuatro casos significativos que venimos enseñando.

Según se observa en las imágenes, en este caso resulta un patrón bastante más peculiar que en el caso del pistón circular. Podemos comprobar la simetría que existe alrededor de los ejes *x* e *y*, lo cual era de esperar bajo la forma de la superficie.

Es destacable ver en este caso cómo va aumentando la cantidad de direcciones de radiación nulas que aparecen, como siempre al aumentar la frecuencia o superficie. La diferencia geométrica respecto a la superficie circular resulta evidente: ahora no se trata de anillos concéntricos sin radiación, sino que se trata de unos tipos de hipérbolas entrecruzadas.

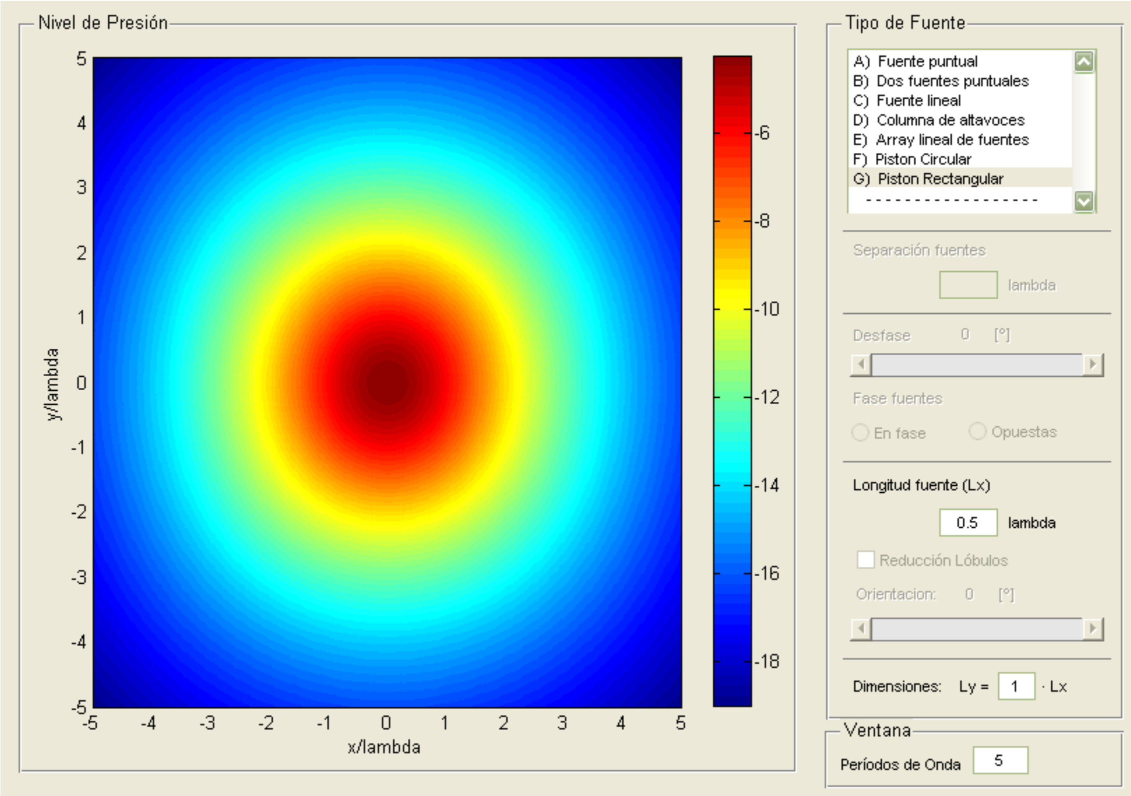


Figura 5.7j: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón rectangular con $L_X = L_Y = \lambda/2$.

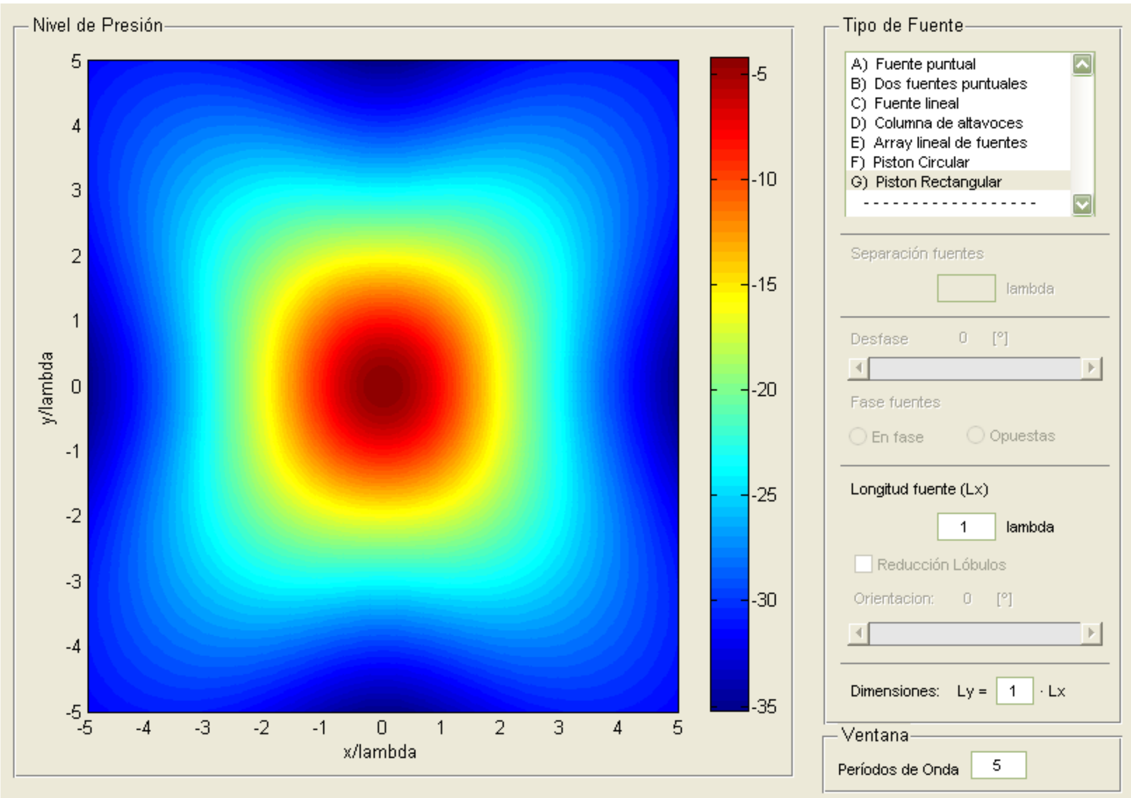


Figura 5.7k: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón rectangular con $L_X = L_Y = \lambda$..

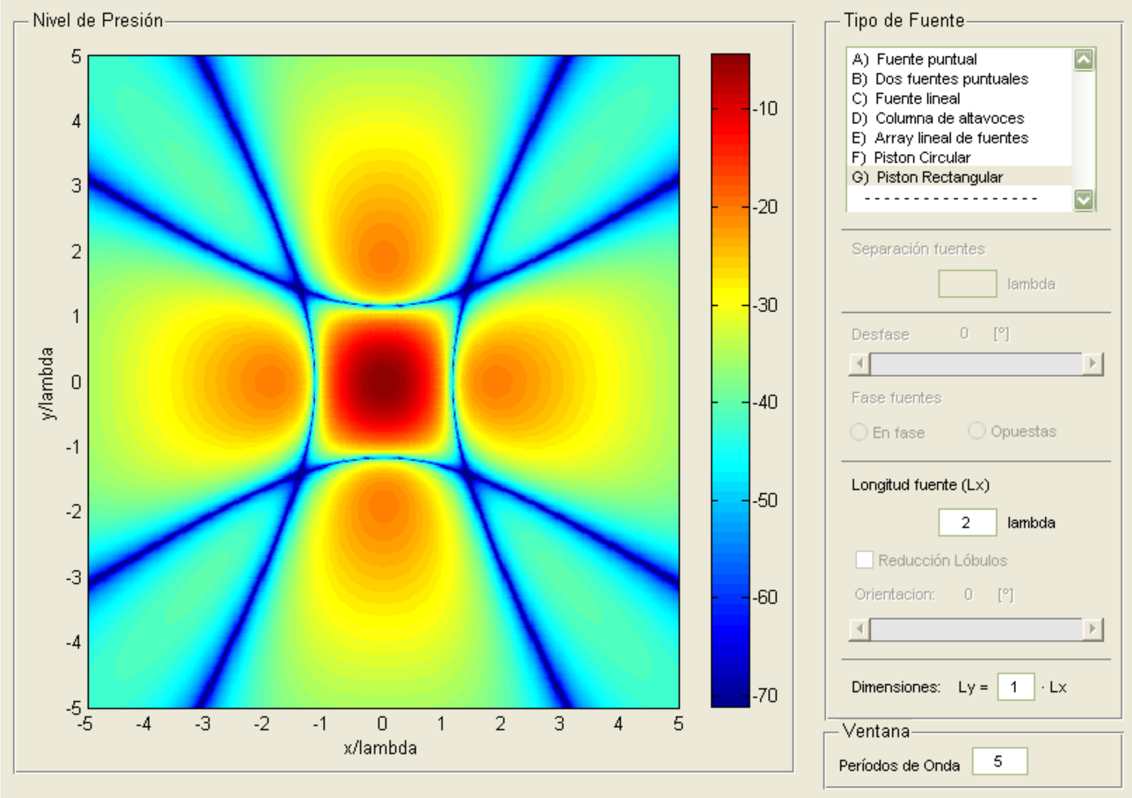


Figura 5.7l: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón rectangular con $L_X = L_Y = 2\lambda$.

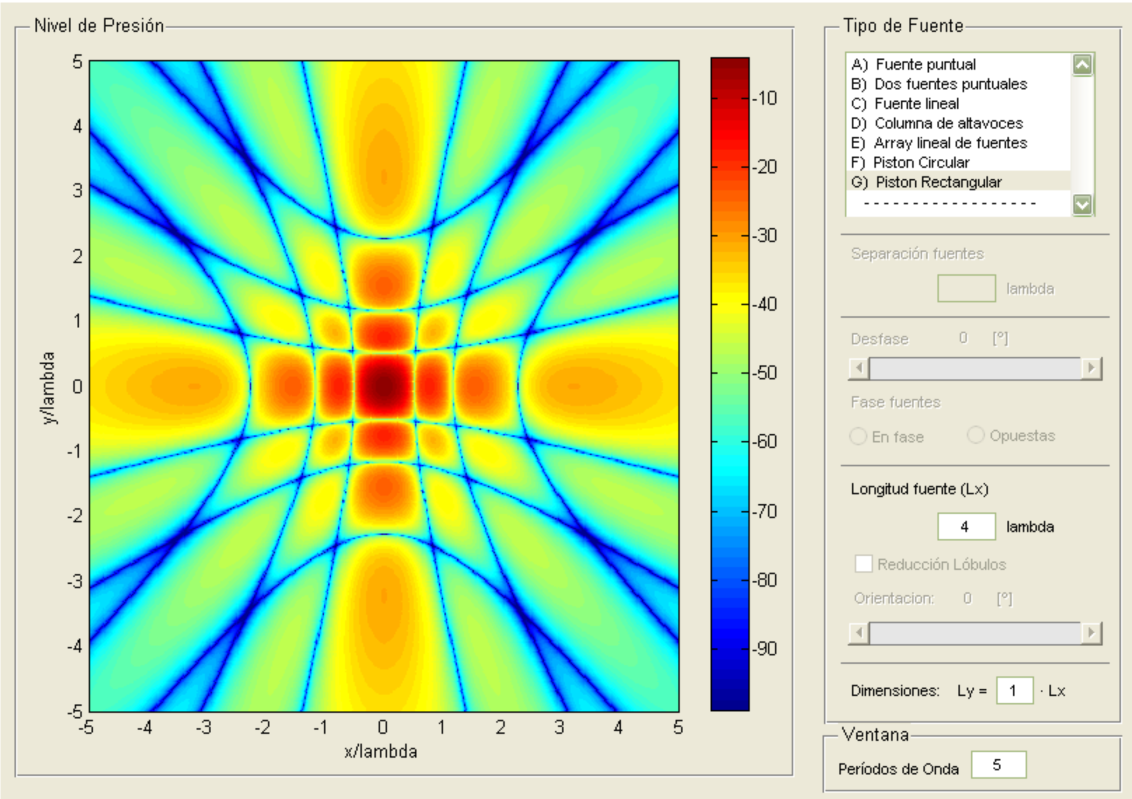


Figura 5.7m: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón rectangular con $L_X = L_Y = 4\lambda$..

Respecto a los lóbulos principales de radiación, vemos que concentran potencia en forma de cruz que podemos explicar bajo la forma de la superficie en cuestión. Este número va variando respecto al tamaño de superficie o de frecuencia, siempre con una relación directa entre ambos.

Ahora nos preguntamos qué ocurre si modificamos la geometría de la superficie. Por lo que emplearemos entonces el *edit_text* para ver qué efecto se produce si alargamos la superficie (definiendo la longitud del rectángulo L_y). En la figura 5.7n veremos este efecto para las dos perspectivas con las que hemos analizado antes el pistón rectangular.

Lo que ocurre desde esta perspectiva es que ahora se concentra más la radiación en una dirección, es decir, se rompe la simetría en forma de cruz. Esto conlleva además de un aumento en los lóbulos de radiación de manera proporcional al aumento de la superficie.

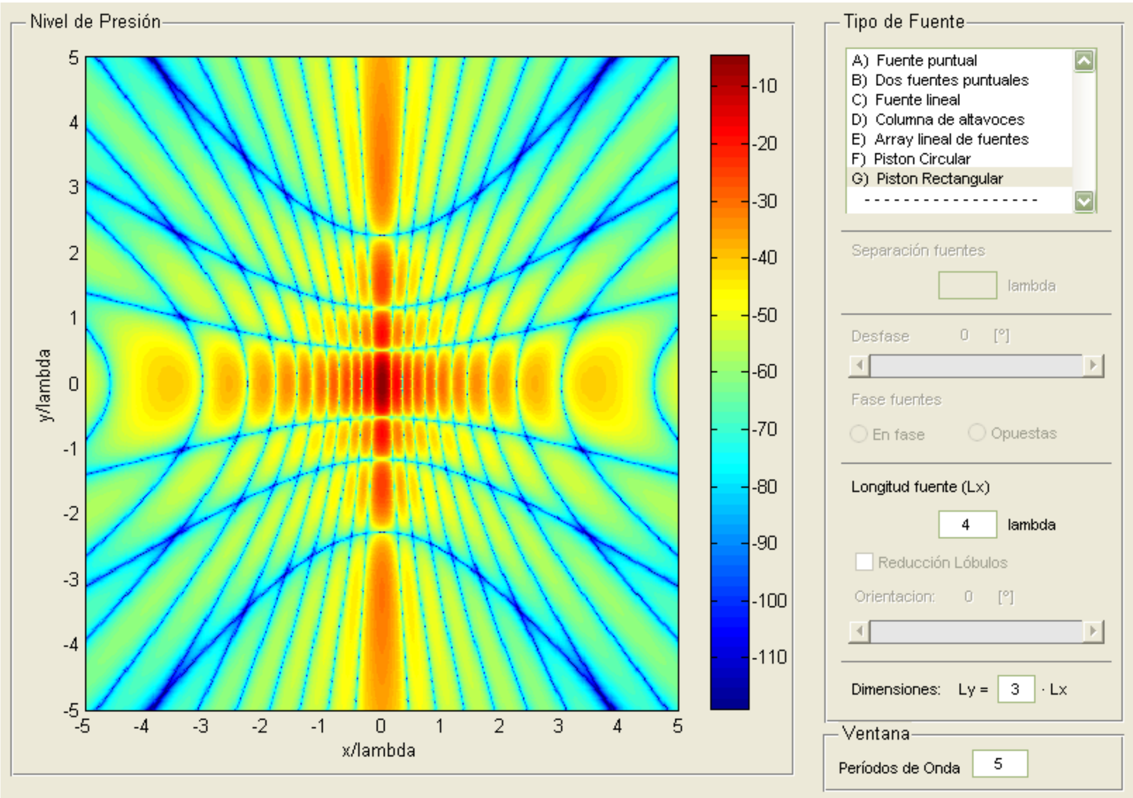


Figura 5.7n: Nivel de presión en un plano paralelo a un pistón rectangular con $L_X = 4\lambda$ y $L_Y = 3L_X$.

Simulación para campo cercano

Para finalizar con las superficies radiantes, mostramos qué ocurre para la región de campo cercano en presencia de un pistón radiante rectangular. Los fenómenos de grandes variaciones en el campo siguen siendo los mismos, lo que cambia ahora será la forma de radiación. Ahora pondremos en práctica la idea que sacamos del artículo "*Integral doble en coordenadas polares*" y que explicamos en la sección 3.1.2.

Vamos a simular las aproximaciones para la superficie. Introducimos los parámetros:

Longitud de onda (m)	0.34
Frecuencia (Hz)	1000
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	20λ = 6.8
Longitud L_X (m)	20λ = 6.8

Observamos lo que ocurre en primer lugar para un plano perpendicular a la superficie:

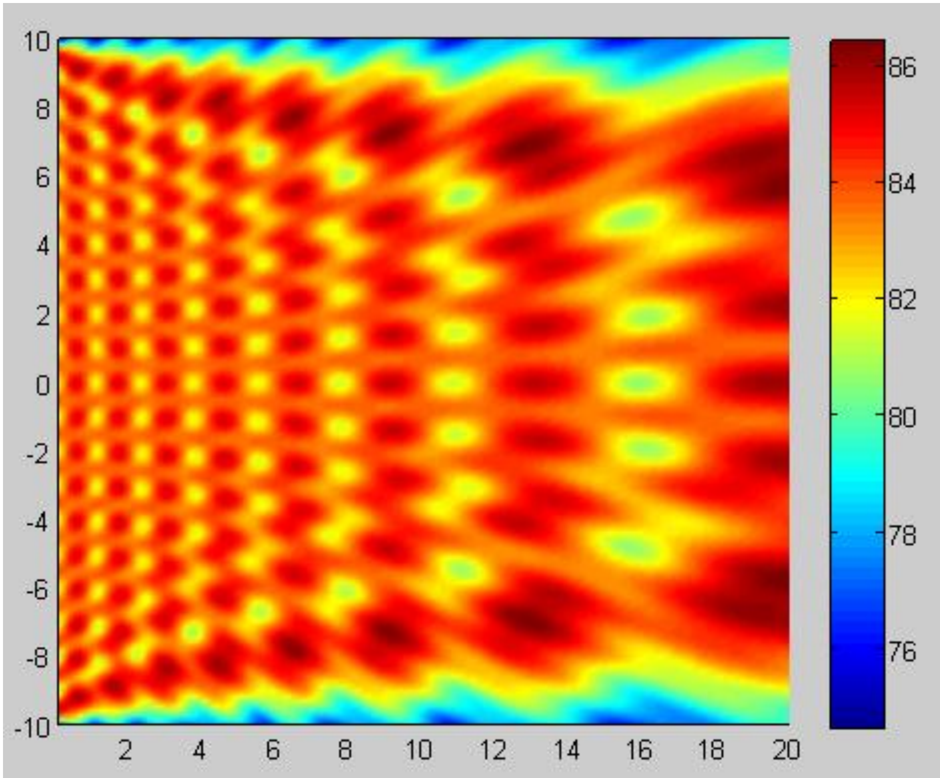


Figura 5.7o: Nivel de presión en un plano perpendicular a un pistón rectangular con *l=20λ*

Podemos ver que la figura presenta una forma coherente: en las regiones más próximas aparecen los fenómenos de interferencia constructiva y destructiva, y poco a poco van desapareciendo. A diferencia del pistón circular, no se produce en este plano ningún punto nulo ni máximo del campo en el eje *z*.

Si vemos ahora el plano de observación paralelo muy próximo a la superficie:

Longitud de onda (m)	0.34
Frecuencia (Hz)	1000
Velocidad de Volumen	6.2832e-012
Número de Períodos	5λ = 1.7
Longitud L_X (m)	10λ = 3.7

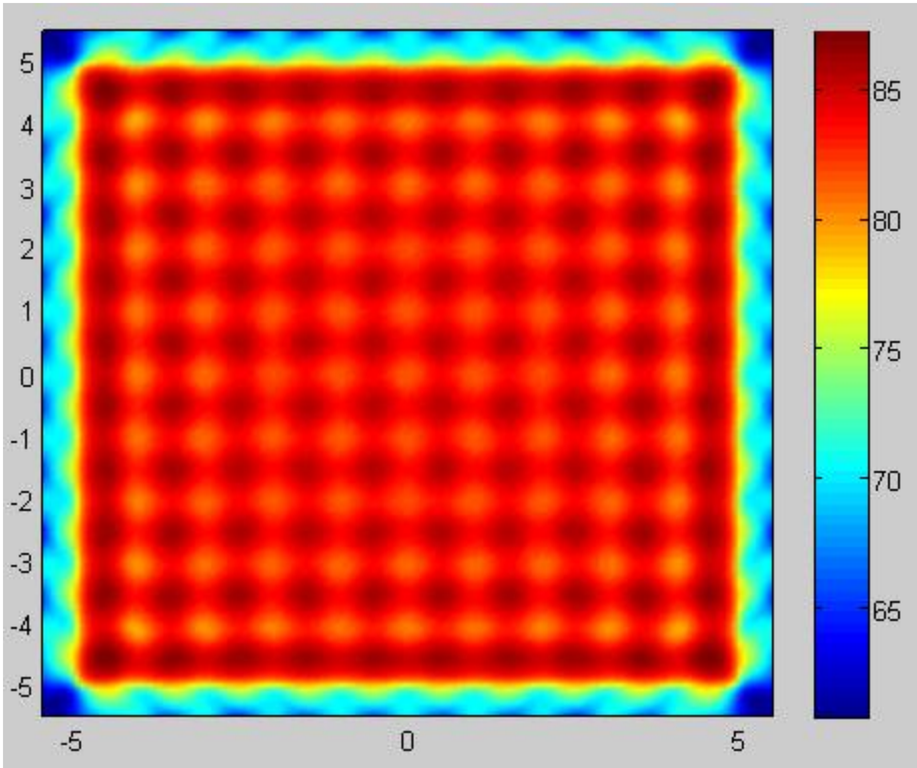


Figura 5.7p: Nivel de presión en un plano paralelo en $z=0.1\lambda$ desde un pistón rectangular con $l=10\lambda$

Y si queremos tener una visión más realista sobre la superficie rectangular, definimos una longitud mayor que el tamaño de la ventana:

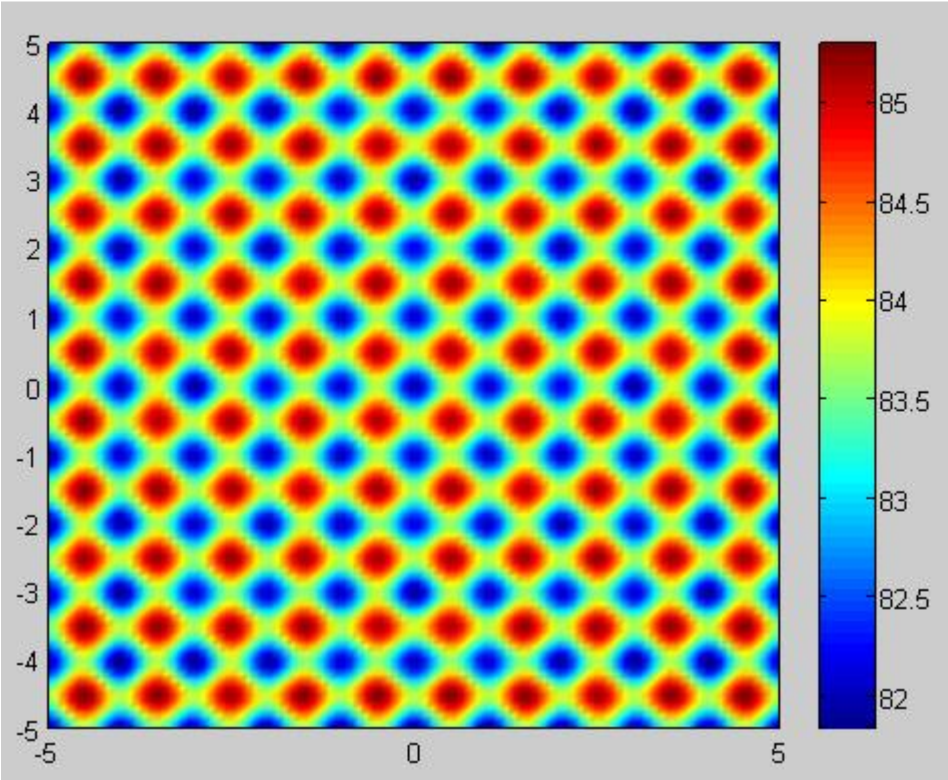


Figura 5.7q: Nivel de presión en un plano paralelo en $z=0.05\lambda$ desde un pistón rectangular con $l=20\lambda$

De manera que obtenemos unos resultados ligeramente similares a los vistos para el pistón circular de puntos adyacentes con fuerte variabilidad en el nivel de presión. Sólo se diferencia en la distribución, en este caso no son anillos concéntricos de energía sino puntos de energía.

Entonces observamos en la superficie, ilustrada en la figura 5.7q desde una perspectiva más realista, la distribución de campo que se produce sobre ella. Debemos recordar que todo el proceso no es más que una aproximación del cálculo real, pero estas ilustraciones pueden ser lo suficientemente acertadas como para entender el fenómeno que se produce en la zona de Fresnel.

6. Descripción final del proyecto

6.1. Conclusiones

Uno de los objetivos más importantes de este trabajo ha sido poner a disposición de cualquier persona que esté interesada en aprender nuevos conceptos sobre la acústica, encuentre en este trabajo aclaraciones y representaciones gráficas e ilustrativas para dar sus primeros pasos en los contenidos.

Se ha tratado en la medida de lo posible de conseguir representaciones gráficas que consigan retratar, de la manera más fiel, el comportamiento físico real. Pero a pesar de la gran complejidad matemática que se esconde bajo algunas de las situaciones más simples, hemos tratado de hacer una descripción un poco más sencilla pero sin renunciar a una elevada precisión.

Gracias al entorno de MATLAB que hemos utilizado, conseguimos presentar el resultado apropiado para que el usuario se sienta cómodo y pueda obtener las conclusiones que hemos pretendido aportar. Es una manera de presentar los conocimientos retratados en diversos medios, que aquí se ha perseguido mostrar bajo una misma estructura y guión en esta memoria.

Consideramos que el trabajo realizado tiene un resultado atractivo e intuitivo para el manejo del usuario, pudiendo satisfacer las dudas básicas que puedan presentársele a este. Algunos gráficos obtenidos, aparentemente sencillos, ilustran fenómenos que han sido objeto de estudio durante muchos años por algunos científicos, debido a la enorme dificultad para la descripción de los campos sonoros.

6.2. Posibilidades y líneas futuras de trabajo

Podemos aportar algunas ideas que vemos que pueden realizarse para seguir perfeccionando el estudio de los campos sonoros, a aquella persona que esté interesada.

Algunas ampliaciones que pueden incluirse en este trabajo son:

- Realizar diferentes cálculos numéricos a los de este trabajo para resolver el complejo problema de la integral de Rayleigh, y validar los resultados experimentales. Quizás de esta manera pueda ser más fiel a la realidad el resultado obtenido. A través del artículo "*Cálculo numérico de la integral de Raylegh y validación de resultados mediante datos experimental" [MUÑ-01]* se plantea el uso de la transformada rápida de Fourier y las funciones de Green para su aproximación.

- Se puede poner en práctica el experimento llevado a cabo en el siguiente artículo '*Descomposición en pistones circulares para la obtención de la radiación acústica de un pistón rectangular*' *[ALB-04]*. En él, se pretende aproximar el campo producido por un pistón rectangular según un método de aproximación que indica.

- Podría ser interesante también hacer el estudio de la radiación para un pistón con una superficie no plana como hasta ahora. En el siguiente artículo '*Influencia del perfil de los conos para altavoces en radiación sonora*' *[ALB-05]*, se proponen superficies distintas con formas como lineal, exponencial, cúbica u otros casos combinados

- Para mejorar la interactividad con la aplicación, se podría tratar de generar los resultados obtenidos en espacios tridimensionales, pudiendo ser la propia herramienta MATLAB. Así puede conseguirse una mayor percepción del campo.

6.3. Referencias

[ALB-02] J. Alba y J. Ramis, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. vol 16, 3, 359-367 (2000)

[ALB-03] J. Alba y J. Ramis, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing. vol 16, 3, 359-367 (2000)

[ALB-04] J. Alba, J.P. Arenas, Rev. int. métodos numér. cálc. diseñ. ing., 28(1): 12–17 (2012)

[ALB-05] J. Alba y J. Ramis, Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing., vol 16, 3, 359-367 (2000)

[BLA-01] J. Blauert y Ning Xiang, “Acoustics for Engineers” (2008), p. 127

[KIN-01] E. Kinsler “Fundamentals of Acoustics” (2000), p. 195

[KIN-02] E. Kinsler “Fundamentals of Acoustics” (2000), p. 197

[MUÑ-01] N. Muñoz, Centro de Metrología.

[MÖS-01] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 31

[MÖS-02] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 34

[MÖS-03] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 70

[MÖS-04] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 71

[MÖS-05] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 87

[MÖS-06] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 91

[MÖS-07] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 96

[MÖS-08] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 103

[MÖS-09] M. Möser, ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones”* (2009) , p. 104

[OPP-01] Alan V. Oppenheim y Alan S. Willsky, “Señales y Sistemas” (1994), p. 186

6.4. Bibliografía completa

- Michael Möser y José Luis Barros. ”*Ingeniería Acústica. Teoría y Aplicaciones. 2nda Edición*” (2009). Ed. Springer.
- Lawrence E. Kinsler, Austin R. Fray, Alan B. Coppens y James V. Sanders. *“Fundamentals of Acoustics”* (2000). Ed. Wiley
- J. Prezelj, P. Lipar, A.Belšak, M. Cudina. “*Measurements of Sound Pressure in a Very Near Field*”. 19th Telecommunications forum TELFOR 2011 – Serbia, Belgrade, November 22-24, 2011 –.
- Jesús Alba, Jaime Ramis, Víctor Espinosa y Víctor Sánchez. “*Radiación Acústica por superficies planas: Aplicación a altavoces*”. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería., vol 19, 1, 65-74 (2003)
- Jesús Alba Fernández y Jaime Ramis Soriano. “*Influencia del perfil de los conos para altavoces en radiación sonora*”. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol 16, 3, 359-367 (2000)
- Gustavo José Ortiz Ochoa. “*Integral doble en coordenadas polares*”, Apuntes de Matemáticas III, Centro de Información ITESCAM.