

Proyecto Fin de Carrera Ingeniería de Telecomunicación

Modelado y compensación de imperfecciones en moduladores en cuadratura

Autor: José Ángel Guisado Rodríguez

Tutor: María José Madero Ayora

Dep. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015



Departamento de Teoría de
la Señal y Comunicaciones

Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería de Telecomunicación

Modelado y compensación de imperfecciones en moduladores en cuadratura

Autor:

José Ángel Guisado Rodríguez

Tutor:

María José Madero Ayora

Profesora Titular

Dep. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015

Proyecto Fin de Carrera: Modelado y compensación de imperfecciones en moduladores en cuadratura

Autor: José Ángel Guisado Rodríguez

Tutor: María José Madero Ayora

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia que me haya dado la oportunidad de haber llegado hasta aquí y que se haya esforzado tanto por ello. Jamás lo olvidaré. Gracias a los compañeros y profesores que me han acompañado en la escuela. He crecido en con vosotros y me alegra que hayais formado parte de mi camino. Y también, especialmente a mi pareja, que me ha apoyado durante estos años y ha disfrutado conmigo cada aprobado. A todos, muchas gracias.

Resumen

La aparición de componentes no lineales en sistemas electrónicos es un problema importante que los ingenieros tratan resolver desde hace años. Este trabajo se centra en el análisis y estudio de estas no linealidades que se obtienen en la salida de nuestros sistemas y que constituyen un problema para la señal original.

Este fenómeno viene determinado por numerosas causas como los efectos de memoria o la generación de armónicos, que estudiaremos detalladamente junto a otros causantes de este problema. Concretamente repasaremos los conceptos teóricos relacionados con las no linealidades, estudiaremos los modelos propuestos hasta ahora, caracterizaremos sistemas no lineales y nos centraremos en un modelo propuesto recientemente por *Haiying Cao* para compensar los efectos no lineales.

Trabajaremos también el modelado, definiremos un sistema que represente el sistema original basado en un modulador en cuadratura y determinaremos sus prestaciones. Finalmente, diseñaremos un modelo basándonos en el artículo propuesto *Cao* para compensar el sistema no lineal con el que estamos trabajando.

Abstract

The emergence of non-linear components in electronic systems is a major problem for engineers that trying to solve for years. This paper focuses on the analysis and study of these non-linearities obtained at the output of our systems and constitute a problem for the original signal.

This phenomenon is determined by numerous causes and effects of memory or the generation of harmonics, which we will study in detail along with other causes of this problem. Specifically we will review the theoretical concepts related to nonlinearities, we will study the models proposed so far, characterize nonlinear systems and focus on a model recently proposed by *Haiying Cao* to compensate for nonlinear effects.

We will also work modeling, define a system that represents the original system based on a quadrature modulator and determine its performance. Finally, we will design a model based on the proposed Cao's article to compensate the nonlinear system with which we are working.

Índice

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes del proyecto	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Estructura de la memoria	2
Fenómenos no lineales	2
Caracterización experimental de subsistemas no lineales de comunicaciones	2
Modelado y caracterización de moduladores en cuadratura	2
Modelos de comportamiento	2
Compensación del desbalance I/Q . Predistorsión digital	2
Modelado inverso y directo. Resultados experimentales	2
2. Fenómenos no lineales	3
2.1. Idea de no linealidad	3
2.2. Efectos no lineales	4
2.2.1. Generación de frecuencias (distorsión armónica)	4
2.2.2. Efectos de memoria	5
Efectos de memoria eléctricos	7
Efectos de memoria térmicos	7
2.3. Otros fenómenos no lineales	8
Generación de armónicos	8
Distorsión de intermodulación	8
Saturación y desensibilización	8
Modulación cruzada	8
Conversión AM-PM	9
Respuestas espurias	9
Interferencia en el canal adyacente	9
3. Caracterización experimental de subsistemas no lineales de comunicaciones	11
3.1. Pruebas de un solo tono	11
Conversión AM-AM	11
Punto compresión 1 dB	11
Conversión AM-PM	11
Distorsión armónica total (THD)	12
3.2. Pruebas de dos tonos	12
Distorsión en banda	12
Distorsión fuera de banda	13
3.3. Pruebas multitono y de espectro continuo	13
MIMR (<i>Multitone Intermodulation Ratio</i>)	14
ACPR (<i>Adjacent-Channel Power Ratio</i>)	14

NPR (<i>Noise Power Ratio</i>)	15
Magnitud del vector de error (EVM)	15
4. Modelado y caracterización de moduladores en cuadratura	17
4.1. Imperfecciones en un modulador en cuadratura	17
4.2. Modelos lineales para moduladores en cuadratura	18
Modelo de Faulkner	18
Modelo de Cavers	18
4.3. Modelos no lineales para moduladores en cuadratura	19
4.3.1. Necesidad del modelado no lineal	19
4.3.2. Modelos no lineales independientes de la frecuencia	20
Modelo de Wisell	20
Modelo de M. Li et al.	21
4.3.3. Modelos no lineales dependientes de la frecuencia	21
Modelo de Gadringer	21
4.3.4. Modelo no lineal general	21
5. Modelos de comportamiento	23
5.1. Modelo polinómico sin memoria	23
5.2. Modelos con efectos de memoria lineales	24
5.3. Modelos con efectos de memoria no lineales	25
5.3.1. Aplicación de las series de Volterra al modelado de comportamiento	25
5.3.2. Equivalente paso de baja de Series de Volterra para señales paso de banda	26
5.3.3. Funciones de transferencia no lineales (NLTFs)	28
5.3.4. Modelos polinómicos con memoria. Modelo GMP	29
Modelo GMP	30
6. Compensación del desbalance I/Q. Predistorsión digital	33
6.1. Modelo de desbalance I/Q	33
6.2. El Predistorsionador digital (DPD)	35
6.3. Compensación del desbalance I/Q	37
7. Modelado inverso y directo. Resultados experimentales	39
7.1. Equipos y montaje experimental	39
7.1.1. Equipos	39
Generador SMIQ02B	39
Analizador vectorial de señal AGILENT EXA N9010A	40
Bus GPIB	40
7.1.2. Montaje de medida	40
7.2. Modelado inverso	41
7.2.1. Resultados	42
Conversión AM/AM	42
Conversión AM/PM	42
7.3. Modelado directo.	44
7.4. Modelo generalizado polinómico con memoria (GMP)	45
7.5. Resultados de los modelos directo y GMP	45
Espectro en frecuencia	46
Conversión AM/AM	47
Conversión AM/PM	48
Componentes en fase y cuadratura	48
Constelación	49
NMSE	52
Complejidad computacional	52
8. Conclusiones y líneas futuras	55
8.1. Conclusiones	55
8.2. Líneas futuras de investigación	55

Apéndice A. Descripción del código	57
A.1. Funciones de modelado	57
A.1.1. Función 'principal.m'	57
A.1.2. Función 'mod_inverso'	58
A.1.3. Función 'mod_directo'	60
A.1.4. Funciones 'orden1', 'orden2' y 'orden3'	61
A.2. Funciones de representación	65
A.2.1. Función 'espectro_yest'	65
A.2.2. Función 'AM_AM'	66
A.2.3. Función 'AM_PM'	67
A.2.4. Función 'fase_quad'	68
A.2.5. Función 'constelacion'	69
A.2.6. Función 'NMSE_Mem'	71
A.2.7. Función 'complejidad_dir'	72
<i>Índice de Figuras</i>	75
<i>Bibliografía</i>	77

1 Introducción

1.1 Antecedentes del proyecto

La distorsión no lineal que aparece en los dispositivos electrónicos empleados en comunicaciones ha sido y sigue siendo una de las principales preocupaciones de los ingenieros. Si nos referimos a los moduladores en cuadratura, dispositivos que estudiaremos ampliamente, las imperfecciones en el diseño son las principales causantes de las componentes no lineales a la salida. Una de estas imperfecciones es el desbalance entre las componentes en fase y cuadratura (I/Q), y su estudio y compensación ha ido evolucionando a lo largo de estos años.

Se han propuesto varios métodos para tratar de resolver este problema. Surgieron trabajos como *"Automatic digital pre-compensation in I/Q modulators"* en 1999 o *"Frequency-dependent modulator imbalance in predistortion linearization systems: Modeling and compensation"* en 2003, que proponían introducir filtros FIR (*Finite Impulse Response*) para compensar el mencionado desbalance I/Q. Además, en este último trabajo en 2003 el compensador de desbalance I/Q se usó en un transmisor conectado con un predistorsionador para la linealización de un amplificador de potencia no lineal. Los resultados obtenidos para este compensador muestran una mejoría significativa de la linealidad del transmisor. Sin embargo, en estas propuestas solo se consideraba el desbalance (I/Q) lineal.

En 2004 M. Windisch y G. Ferrweis con su trabajo *"Standard-independent I/Q imbalance compensation in OFDM direct-conversion receivers"* propone un enfoque para la compensación del desbalance I/Q donde la estimación de parámetros no depende de la estructura de las señales recibidas y no son necesarias las señales de entrenamiento como en el modelo propuesto posteriormente por Cao. En ese mismo año M. Valkama, M. Renfors, y V. Koivunen en su artículo *"Compensation of frequency-selective I/Q imbalances in wideband receivers: Models and algorithms"* proponen un modelo de características similares al de M. Windisch and G. Ferrweis. Posteriormente, en 2006, el artículo *"Adaptive IQ imbalance compensation scheme with frequency offset for communication channel"* de S.-L. Su y Y.-J. Chiu, describe un método en el que se usa una secuencia conocida de entrenamiento repetitivo en un algoritmo de mínimos cuadrados (LS) para estimar los parámetros de desbalance I/Q, los cuales pueden tener el offset de la frecuencia portadora en consideración. En estos años la preocupación por la distorsión no lineal que aparece en los moduladores I/Q seguía centrando la atención de las investigaciones. Muestra de ello son los estudios *"The impact of nonlinearity on digital compensation for I-Q modulators"* y *"Digital compensation of frequency dependent imperfections in direct conversion I-Q modulators"*. En estos trabajos, sin embargo, solo se consideraron las no linealidades estáticas, obviando el desbalance no lineal entre las componentes I/Q.

Como vemos, los estudios se han ido sucediendo obteniendo buenos resultados pero no definitivos, debido a simplificaciones del problema original. En el año 2009, el ingeniero Haiying Cao consciente del importante efecto que el desbalance I/Q tiene en los moduladores, propone un modelo de entrada dual basado en series de Volterra de valores reales. En este trabajo publicado en el artículo *"I/Q Imbalance Compensation Using a Nonlinear Modeling Approach"*, los desbalances I/Q lineales y no lineales se modelan juntos, y se usa el modelo inverso como pre-compensador en el transmisor. Los resultados obtenidos en este trabajo son muy optimistas, por lo que el estudio y diseño de este modelo así como la demostración de los buenos resultados en la compensación de distorsión no lineal serán objetivos de este proyecto.

1.2 Objetivos

En este proyecto vamos a considerar por tanto un doble objetivo. En primer lugar, vamos a probar el modelo recientemente propuesto por Cao para modelar de forma precisa el comportamiento no lineal de un modulador en cuadratura.

Por otro lado, vamos a diseñar un modelo inverso que trate de compensar dicho comportamiento no lineal con eficacia.

1.3 Estructura de la memoria

Fenómenos no lineales

Comenzaremos describiendo el concepto de no linealidad, y veremos qué circuitos se pueden considerar como lineales. Además, estudiaremos los distintos efectos no lineales que se producen, como la distorsión armónica, los efectos de memoria y otros fenómenos no lineales tales como las respuestas espurias o la distorsión de intermodulación.

Caracterización experimental de subsistemas no lineales de comunicaciones

Nos centraremos en caracterizar los dispositivos y sistemas no lineales mediante diferentes figuras de mérito y pruebas experimentales. Entre ellas, estudiaremos técnicas de un solo tono, como la conversión AM-AM; de dos tonos, como la distorsión en banda; y las pruebas de espectro continuo, más adecuadas debido a las características de la señal.

Modelado y caracterización de moduladores en cuadratura

Vamos a estudiar las posibles imperfecciones de un modulador en cuadratura, tales como el desbalance de ganancia o el desfase entre componentes. Además, describiremos los diferentes modelos lineales y no lineales usados en moduladores en cuadratura, para terminar estableciendo un modelo no lineal general aplicable a todos los casos.

Modelos de comportamiento

La mayoría de dispositivos presentan una serie de efectos no lineales que se pueden estudiar y modelar de distintas formas. Vamos a describir los distintos modelos de comportamiento de los sistemas, teniendo en cuenta si, por ejemplo, tienen o no efectos de memoria y, si los tienen, si son lineales o no lineales

Compensación del desbalance I/Q . Predistorsión digital

A partir del artículo “I/Q Imbalance Compensation Using a Nonlinear Modeling Approach” de Haiying Cao, vamos a describir el modelo de desbalance de un modulador en cuadratura. Además, veremos los principios de la predistorsión digital y diseñaremos un modelo (modelo inverso) que trate de compensar al sistema original no lineal.

Modelado inverso y directo. Resultados experimentales

Una vez realizado el modelado inverso, vamos a comprobar que los resultados obtenidos a la salida del modulador, no compensan las no linealidades del sistema original. A partir de ahí, nos centraremos en probar el modelo propuesto por Cao y mediremos diferentes parámetros para ver el comportamiento de dicho modelado. Finalmente, compararemos los resultados con los obtenidos con los del modelo GMP (polinómico con memoria generalizado), y podremos comprobar la eficacia de ambos modelos.

2 Fenómenos no lineales

2.1 Idea de no linealidad

En general todos los circuitos electrónicos son no lineales, la suposición de linealidad usada en la teoría de circuitos es en realidad sólo una aproximación. Un circuito se puede considerar lineal si cumple el principio de superposición, y éste establece que la salida, para una entrada formada por la suma de dos señales, es igual a la suma de las salidas para cada una de dichas señales de entrada. Matemáticamente:

$$y(t) = S_{Lineal}[x(t)] = k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t) \quad (2.1)$$

$$x(t) = k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t) \quad (2.2)$$

$$y_1(t) = S_{Lineal}[x_1(t)] \quad (2.3)$$

$$y_2(t) = S_{Lineal}[x_2(t)] \quad (2.4)$$

Esta afirmación de que todos los circuitos son no lineales no se hace a la ligera. Incluso componentes pasivos como las resistencias, condensadores e inductancias que se suponen lineales en todas las condiciones, muestran comportamientos no lineales en los extremos de sus rangos de funcionamiento. Cuando se aplican grandes tensiones a las resistencias, por ejemplo, se puede alterar su valor; o los conectores RF, en los que se observa distorsión causada por la resistencia no lineal de sus contactos, debida a irregularidades en su fabricación.

A simple vista podemos pensar que la no linealidad de los circuitos es algo perjudicial, como en el caso de los amplificadores de pequeña señal. En ellos, las no linealidades son responsables de fenómenos que degradan el rendimiento del sistema y, por eso, deben ser minimizadas. En cambio, otros circuitos como los multiplicadores de frecuencia, se aprovechan de la no linealidad de sus elementos para su funcionamiento y no serían posibles sin esta característica.

Por otro lado, podemos distinguir entre circuitos *fuertemente no lineales* o circuitos *débilmente no lineales*. Los que son débilmente no lineales se caracterizan porque se pueden describir con precisión mediante la expansión de la serie de Taylor de su característica corriente/tensión (I/V), carga/tensión (Q/V) ó flujo/corriente (ϕ/I), alrededor de un punto de polarización. Esto implica que la característica es continua, tiene derivadas continuas, y, para la mayoría de los casos, sólo se requieren pocos términos de su serie de Taylor. Además, las no linealidades son lo suficientemente débiles para no perturbar el punto de polarización. Casi todos los componentes pasivos cumplen esta definición de linealidad débil, siempre que las tensiones de excitación estén muy por debajo de la saturación. En cambio, otros dispositivos son considerados fuertemente no lineales: los transistores y los diodos Schottky de barrera, debido a su característica I/V exponencial; las puertas lógicas digitales, cuya función de transferencia varía abruptamente para cierta tensión de entrada; o los diodos varicap, que, en polarización directa, presentan una característica capacitancia/tensión fuertemente no lineal. Para analizar un circuito débilmente no lineal podemos usar técnicas sencillas como las series de potencia o las series de Volterra, las cuales detallaremos en próximos capítulos. Por su parte, los circuitos fuertemente no lineales se pueden estudiar mediante el método de balance de armónicos o técnicas en el dominio del

tiempo. Podemos concluir, por tanto, que el concepto de circuito lineal es una idealización, y consideraremos circuitos lineales a aquellos que tengan un comportamiento que se puede aproximar como lineal. Por ello, para comprender con profundidad los circuitos electrónicos, se requiere un estudio de las no linealidades y sus efectos. Estos efectos serán en su mayoría nocivos, aunque en algunos casos pueden ser utilizados para alguna aplicación.

2.2 Efectos no lineales

2.2.1 Generación de frecuencias (distorsión armónica)

La distorsión armónica no lineal es aquella que provoca componentes de frecuencia que no existían en el espectro original y su origen se encuentra en el uso de dispositivos no lineales. Para caracterizar este tipo de distorsión no podemos usar técnicas de análisis comunes como por ejemplo el modelado de pequeña señal. Esto se debe a que estas técnicas implican una linealización de la función característica.

En la Figura 2.1 podemos ver la función característica de un dispositivo y también su derivada en el punto señalado.

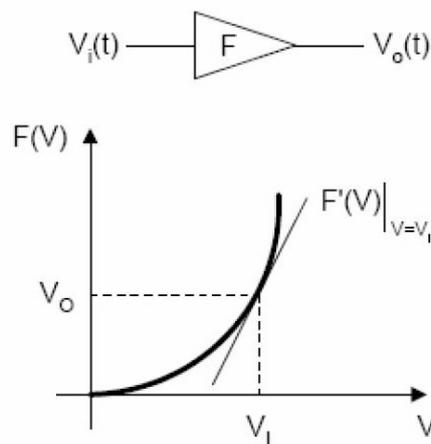


Figura 2.1 Amplificador con función de transferencia F y derivada en el punto señalado.

La tensión de entrada V_i viene se compone de dos términos:

$$V_i(t) = V_I + v_i(t) \quad (2.5)$$

Entonces la señal de salida viene dada por la expresión:

$$V_o(t) = V_o + v_o(t) = F(V_i(t)) \quad (2.6)$$

En el análisis de pequeña señal se realiza una aproximación que implica una linealización de la función característica de la siguiente forma:

$$V_o(t) = F(V_i(t)) \approx F(V_I) + v_i(t)F'(V)|_{V=V_I} \quad (2.7)$$

Como vemos, el análisis de pequeña señal impide el estudio de no linealidades en los dispositivos. Por lo tanto, para poder analizar correctamente la distorsión hay que tratar la función característica directamente, sin simplificaciones.

Para mostrar cómo se producen las nuevas componentes de frecuencia que generan distorsión no lineal hay que describir nuestro sistema mediante series de potencia, y asumir que la señal de entrada tiene múltiples componentes de frecuencia. Para ilustrarlo, consideramos un sistema de la forma

$$y_{nl} = a_1x(t) + a_2x(t)^2 + a_3x(t)^3 \quad (2.8)$$

donde a_1 , a_2 y a_3 son coeficientes reales y constantes. Por otro lado suponemos una señal de entrada de dos tonos como la siguiente:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) \quad (2.9)$$

Sustituyendo la entrada se obtiene la respuesta total:

Primer término:

$$y_1(t) = a_1 x(t) = a_1 A_1 \cos(\omega_1 t) + a_1 A_2 \cos(\omega_2 t) \quad (2.10)$$

Segundo término:

$$y_2(t) = a_2 x(t)^2 = \frac{1}{2} a_2 \{A_1^2 + A_2^2 + A_1^2 \cos(2\omega_1 t) + A_2^2 \cos(2\omega_2 t) + 2A_1 A_2 [\cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t)]\} \quad (2.11)$$

Tercer término:

$$y_3(t) = a_3 x(t)^3 = \frac{1}{4} a_3 \{A_1^3 \cos(3\omega_1 t) + A_2^3 \cos(3\omega_2 t) + 3A_1^2 A_2 [\cos((2\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((2\omega_1 - \omega_2)t)] + 3A_1 A_2^2 [\cos((\omega_1 + 2\omega_2)t) + \cos((\omega_1 - 2\omega_2)t)] + 3(A_1^3 + 2A_1 A_2^2) \cos(\omega_1 t) + 3(A_2^3 + 2A_2 A_1^2) \cos(\omega_2 t)\} \quad (2.12)$$

La respuesta total será la suma de los términos anteriores

$$y_{nl}(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \quad (2.13)$$

Como vemos la respuesta se compone de un número notable de componentes de frecuencia, e incluso aumentaría si incluyéramos términos no lineales de cuarto o quinto orden. Si observamos con detalle comprobamos que las componentes generadas son una combinación lineal de las frecuencias de entrada, es decir:

$$\omega_{mn} = m\omega_1 + n\omega_2 \quad (2.14)$$

donde $m, n = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$. El término $\omega_{m,n}$ es conocido como *frecuencia de mezcla*, y la componente a dicha frecuencia es el *producto de mezcla*. Por otro lado, a la suma de los valores absolutos de m y n se le llama *orden* del producto de mezcla. Si examinamos de nuevo las expresiones anteriores observamos que un término de orden k produce nuevas frecuencias de mezcla de orden k o inferior. En general, un término no lineal puede producir frecuencias de mezcla que involucran todos los posibles armónicos de las frecuencias de excitación.

Otra conclusión que se puede obtener es que los términos de grado impar de las series de potencia generan sólo productos de mezcla de orden impar, equivalentemente, ocurre de la misma manera con los términos de grado par. Finalmente, vamos a estudiar un caso especial de circuito no lineal con una excitación de dos tonos, pero esta vez con uno de mayor amplitud que el otro. Esta situación se encuentra en los mezcladores de microondas, donde el tono de mayor potencia se corresponde con el *oscilador local (LO)*, y el tono menor es la señal de RF. Como la señal de RF es muy pequeña, sus armónicos serán despreciables, y supondremos entonces que sólo existen los de la componente fundamental. Las frecuencias resultantes son:

$$\omega = \omega_{RF} + n\omega_{LO} \quad (2.15)$$

donde $n = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ y $\omega_0 = |\omega_{RF} - \omega_{LO}|$ es la frecuencia de mezcla más cercana a DC. En un mezclador, ω_0 es a menudo la frecuencia intermedia (IF), es decir, la frecuencia de salida. Las frecuencias de mezcla se encontrarán por encima y por debajo del armónico LO, separados una distancia ω_0 .

2.2.2 Efectos de memoria

Podemos definir los efectos de memoria como cambios en la amplitud y en la fase de las componentes de distorsión provocados por variaciones en la frecuencia de modulación.

En el contexto de los sistemas no lineales, el término *memoria* se utiliza para mostrar que la salida de un sistema en un instante t depende no sólo de la entrada en ese mismo instante, sino también de los pasados $t - \tau$. El retraso máximo τ determina la *longitud de la memoria* del sistema. La memoria, por tanto, puede ser definida como una variación de las características de distorsión del amplificador con el ancho de banda de la señal. Los efectos de memoria son llamados también efectos de distorsión dependiente del ancho de banda,

ya que pueden provocar que los niveles de intermodulación varíen con el ancho de banda de la señal, así como asimetrías entre los niveles de intermodulación superior e inferior.

Tradicionalmente los amplificadores se han modelado con una relación entrada-salida sin memoria, que se puede expresar como:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (2.16)$$

con los coeficientes a_i complejos. Si ahora aplicamos una señal de dos tonos del tipo $x = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t)$, la amplitud de las bandas laterales intermodulación inferior y superior de tercer orden (IM3) se puede escribir como:

$$IM3 = \frac{3}{4}a_3A^3 \quad (2.17)$$

donde como vemos el IM3 (*Producto de Intermodulación de Tercer Orden*) es independiente del espaciado de los tonos.

Pero realmente, los amplificadores no se comportan de esa manera, la fase del tono IM3 depende de la diferencia en frecuencia de una señal de dos tonos. En la Figura 2.2 se muestra con detalle.

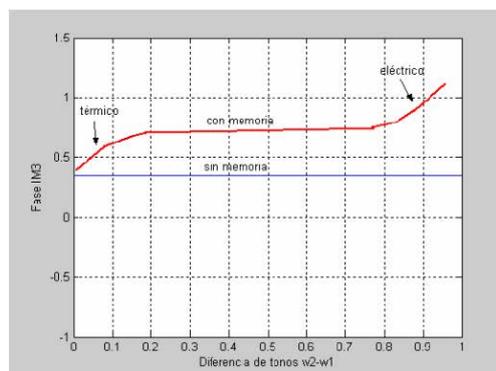


Figura 2.2 Efectos de memoria en cuanto a la fase para IM3.

La ecuación 2.17 representa una línea recta como función de la diferencia entre tonos, como se observa en la línea azul de la figura. Por otro lado, línea roja representa la fase de la componente IM3 de un amplificador de potencia real. Estas limitaciones del ancho de banda de la modulación que son desviaciones de amplitud o de fase de las respuestas de intermodulación causadas por la diferencia entre tonos de una señal de dos tonos son los llamados *efectos de memoria*. Por lo tanto, cualquier forma de distorsión no constante a diferentes frecuencias de modulación (espaciado entre tonos) puede ser visto como un efecto de memoria.

Los efectos de memoria suaves no perjudican a los amplificadores de potencia. Una rotación de fase de 10° - 20° o un cambio de amplitud menor a 0,5 dB no provoca efectos importantes en el comportamiento del ACPR (*Adjacent Channel Power Ratio*) del dispositivo. No obstante, esta situación cambia si usamos linealización para cancelar las bandas laterales de los productos de intermodulación. La predistorsión, por ejemplo, es un método de linealización que produce componentes de señal que son de igual amplitud pero de fase contraria comparada con los productos de distorsión. Lo podemos ver en la figura Figura 3.3.

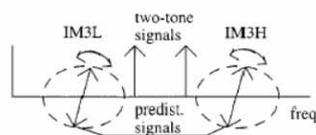


Figura 2.3 Limitación de la cancelación.

Como las bandas laterales IM3 rotan tanto hacia atrás como adelante con variaciones en la frecuencia de modulación, y aunque las señales de predistorsión habitualmente presentan una fase constante, resulta evidente que los efectos de memoria limitan gravemente la cancelación máxima que se podría obtener con el método.

Además, esto también ocurre con otros métodos de linealización, por lo que no resulta efectivo el uso de estos en muchas aplicaciones.

Podemos clasificar los efectos de memoria según tengan tiempos característicos del mismo orden que la frecuencia de la señal, *memoria a corto plazo*, o a tasas mucho más lentas, *memoria a largo plazo*. Debido a esto, los sistemas no lineales que presentan efectos de memoria a corto plazo, suelen considerarse sistemas cuasi-sin memoria, para los que la distorsión de amplitud y fase es modelada por conversiones AM-AM y AM-PM estáticas o, equivalentemente, por funciones de transferencia no lineales NLTF (*Non Linear Transfer Functions*) de valores complejos pero constantes. Por el contrario, los sistemas que muestran efectos de memoria a largo plazo suelen presentar características AM-AM y AM-PM dinámicas, que son modeladas por NLTFs dependientes de frecuencia.

Para finalizar, diremos que las causas que generan los efectos de memoria pueden tener dos orígenes:

Efectos de memoria eléctricos

Puesto que las no linealidades de los componentes del circuito se pueden considerar como fuentes de corriente, sus formas de onda pueden verse afectadas por impedancias nodales. La composición del IM3 en el amplificador de potencia real está representada en la figura Figura 2.4 con no linealidades hasta el tercer orden:

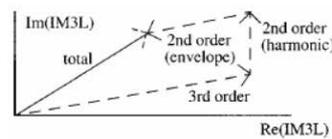


Figura 2.4 Composición de IM3.

La mayor parte de la distorsión viene dada por los mecanismos de distorsión de tercer orden que se ven afectados por la impedancia fundamental; sin embargo los mecanismos de segundo orden generados por la envolvente y las frecuencias del segundo armónico (e impedancias) también tienen un efecto importante en la distorsión del IM3.

Los efectos de memoria eléctricos vienen provocados por variaciones de envolvente y por las impedancias fundamentales o de segundo armónico a diferentes frecuencias de modulación. La mayor parte de la memoria se produce por impedancias de envolvente. La frecuencia de la envolvente varía desde continua hasta la frecuencia máxima de modulación, la cual puede alcanzar los MHz. La impedancia de salida, por ejemplo, debe ser constante o muy baja en toda esta región con el fin de evitar que se produzcan efectos de memoria. Aún así, estos efectos eléctricos son inevitables aunque se pueden minimizar con un diseño cuidadoso.

Efectos de memoria térmicos

Los efectos de memoria térmicos son causados por acoplamientos termoeléctricos y éstos afectan a las frecuencias de modulación bajas y hasta unos pocos MHz.

La potencia disipada del amplificador BJT, por ejemplo, puede ser expresada como:

$$P_{dis} = v_c i_c \quad (2.18)$$

donde v_c e i_c son la tensión y corriente de colector respectivamente.

Puesto que dos señales de primer orden son multiplicadas juntas, el espectro de la potencia disipada siempre incluye componentes de señal de segundo orden (envolvente y segundos armónicos). Las variaciones de temperatura provocadas por la potencia disipada están determinadas por la impedancia térmica, la cual describe el flujo de calor que proviene del aparato. Debido a la masa finita del componente, la impedancia térmica localizada en el dispositivo activo no es puramente resistiva, sino que por el contrario forma un filtro paso de baja distribuido con un gran rango de constantes de tiempo. Esto significa que los cambios de temperatura causados por la potencia disipada no ocurren instantáneamente, sino que los desplazamientos de fase dependientes de la frecuencia se dan siempre. Además, la superficie del Silicio reacciona de manera sorprendentemente rápida y se pueden observar fluctuaciones de temperatura de varios grados en un ancho de banda desde 100 KHz a 1 MHz.

Como solo la componente de continua y la envolvente de potencia disipada se ajustan dentro de la banda de

paso del filtro térmico, la temperatura de chip adopta la siguiente forma simple:

$$T = T_{AMB} + R_{TH}P_{dis}(dc) + Z_{TH}(\omega_1 - \omega_2)P_{dis}(\omega_1 - \omega_2) \quad (2.19)$$

La temperatura del chip consta de 3 componentes: en primer lugar, la temperatura es directamente proporcional a la temperatura ambiente. Las otras dos componentes son la resistencia térmica multiplicada por la disipación de la potencia dc , y la componente de la envolvente multiplicada por la impedancia térmica en esa frecuencia. Resulta interesante destacar que el tercer término que aparece en la fórmula anterior incluye la frecuencia, lo que significa que la temperatura localizada en la parte superior del chip cambia dinámicamente con la señal aplicada. Si alguno de los parámetros eléctricos del transistor se ven afectados por la temperatura, los efectos térmicos de memoria son inevitables.

2.3 Otros fenómenos no lineales

Las frecuencias generadas vistas anteriormente no son los únicos efectos no lineales que se producen en sistemas de microondas. Existen otros fenómenos completamente diferentes, pero que también son consecuencia de la no linealidad. A continuación comentaremos los más importantes:

Generación de armónicos

Como hemos visto antes, una propiedad obvia de un sistema no lineal es la generación de armónicos de la frecuencia o frecuencias de excitación. El armónico n -ésimo de una frecuencia de excitación f es una componente de frecuencia nf generada por un término de n -ésimo orden. En los sistemas de banda estrecha, por ejemplo, los armónicos no son un problema grave, ya que están muy alejados de las frecuencias de las señales de interés y son eliminados por los filtros. En otros casos, como en los transmisores, los armónicos pueden interferir con otro sistema de comunicación y deben reducirse mediante filtros u otros medios.

Distorsión de intermodulación

Todas las frecuencias de mezcla que surgen como combinaciones lineales de dos o más tonos son conocidas, a menudo, como *productos de intermodulación (IM)*. Los productos de intermodulación generados en un amplificador o en un receptor constituyen frecuentemente un serio problema, debido a que éstos representan las señales espurias que interfieren y pueden ser confundidas con las señales de información. Normalmente estos productos son mucho más débiles que las señales que los generan, sin embargo, a veces surge una situación en la que dos o más señales muy fuertes, las cuales pueden estar fuera de la banda de paso del receptor, generan un producto de intermodulación que está dentro de la banda de paso de dicho receptor, y eso puede enmascarar una señal débil de información. Por lo general, los productos de intermodulación de orden par se producen a frecuencias muy por encima o por debajo de las señales que los generan, por lo que no tienen mucho interés. No obstante, los que más preocupan son los productos de orden impar (en particular, los de tercer orden que ocurren a las frecuencias $2\omega_1 - \omega_2$ y $2\omega_2 - \omega_1$, porque están cerca de la zona de interés y no pueden ser filtrados).

Saturación y desensibilización

Las componentes a las frecuencias ω_1 y ω_2 que varían con el cubo de la amplitud de la señal, son las responsables de la reducción de ganancia y desensibilización en presencia de señales fuertes. Para describir el fenómeno de la saturación emplearemos las ecuaciones de la sección anterior. Tomando $A_2 = 0$, la componente de la salida en ω_1 será:

$$y_1(t) = (a_1A_1^3 + \frac{3}{4}a_3A_1^3)\cos(\omega_1t) \quad (2.20)$$

Si el coeficiente a_3 es negativo, la respuesta del sistema satura, es decir, no será proporcional a la entrada. La saturación ocurre en todos los circuitos debido a que la potencia de salida es finita. Si, por ejemplo, excitamos un amplificador con una señal fuerte y otra débil, la señal fuerte saturará el circuito, reduciendo además la ganancia de la señal débil. Este fenómeno de la saturación provoca una disminución en la sensibilidad del sistema, que es lo que se conoce como *desensibilización*.

Modulación cruzada

La modulación cruzada consiste en transferir la modulación de una señal a otra en un circuito no lineal. Para comprender este concepto introducimos una entrada como:

$$x(t) = A_1\cos(\omega_1t) + (1 + m(t))\cos(\omega_2t) \quad (2.21)$$

donde $m(t)$ es la señal moduladora ($|m(t)| < 1$). Esta ecuación describe la combinación de una señal portadora no modulada y otra modulada en amplitud. Si sustituimos esta expresión en la ecuación del sistema, para el término de tercer grado obtenemos:

$$\begin{aligned} y_3(t) = a_3 x(t)^3 = & \frac{1}{4} a_3 \{ A_1^3 \cos(3\omega_1 t) + (1 + m(t))^3 \cos(3\omega_2 t) + \\ & + 3A_1^2 (1 + m(t)) [\cos((2\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((2\omega_1 - \omega_2)t)] + \\ & + 3A_1 (1 + m(t))^2 [\cos((\omega_1 + 2\omega_2)t) + \cos((\omega_1 - 2\omega_2)t)] + \\ & + 3(A_1^3 + 2A_1 (1 + m(t))^2) [\cos(\omega_1 t) + \\ & + 3((1 + m(t))^3 + 2A_1^2 (1 + m(t)))] \cos(\omega_2 t) \} \end{aligned} \quad (2.22)$$

La componente para la frecuencia ω_1 :

$$y_3'(t) = \frac{3}{4} a_3 (A_1^3 + 2A_1 (1 + m(t))^2) \cos(\omega_1 t) \quad (2.23)$$

Podemos observar que la versión distorsionada de la modulación de la señal en ω_2 ha sido transferida a la portadora en ω_1 . Esta transferencia se produce debido a que las dos señales están simultáneamente presentes en el mismo circuito, y su magnitud depende del coeficiente a_3 y de la potencia de la señal interferente ω_2 .

Conversión AM-PM

La conversión AM-PM es un fenómeno por el cual los cambios de amplitud de la señal de entrada de un circuito no lineal provocan un desplazamiento de fase. Este tipo de distorsión puede tener consecuencias graves si se produce en un sistema en el cual la fase de la señal es importante, como por ejemplo en sistemas modulados en fase o en frecuencia. La respuesta a la frecuencia ω_1 , considerada anteriormente:

$$y_1(t) = (a_1 A_1 + \frac{3}{4} a_3 A_1^3) \cos(\omega_1 t) \quad (2.24)$$

donde vemos que $y_1(t)$ es la suma de las dos componentes de primer y tercer orden en ω_1 . Supongamos, sin embargo, que dichas componentes no estaban en fase. Esta posibilidad no está contemplada, ya que estas ecuaciones describen un sistema no lineal sin memoria. Esto ocurre en circuitos reactivos no lineales (capacidades e inductancias no lineales), donde la respuesta al sistema es la suma de dos fasores:

$$Y_1(\omega_1) = a_1 A_1 + \frac{3}{4} a_3 A_1^3 \exp(j\theta) \quad (2.25)$$

siendo θ la diferencia de fase. Incluso si θ permanece constante con la amplitud, la fase de Y_1 cambia con las variaciones de A_1 . Este efecto de la conversión AM-PM es más grave si el circuito está en saturación.

Respuestas espurias

Como vimos en el Subsección 2.2.1, un mezclador, con una entrada de RF en ω_{RF} y un LO en ω_{LO} , tiene componentes en las frecuencias:

$$\omega = \omega_{RF} + n\omega_{LO} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} & \text{ó} \\ \omega_n &= \omega_O + n\omega_{LO} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Se puede demostrar que la respuesta del mezclador tendrá un gran número de componentes de frecuencia, y no sólo a la que estaba diseñado para trabajar. Además, si la señal aplicada es muy fuerte, los armónicos generados y el mezclador tienen unas respuestas espurias a cualquier frecuencia que satisfaga la relación:

$$\omega_{IF} = m\omega_{RF} + n\omega_{LO}, \quad m, n \text{ enteros} \quad (2.28)$$

Interferencia en el canal adyacente

En muchos sistemas de comunicaciones, especialmente en sistemas celulares, las señales moduladas son comprimidas en canales contiguos estrechos. La distorsión no lineal puede generar energía que cae fuera de los límites de canal deseado. Esto es lo que se conoce como interferencia en el canal adyacente, o *recrecimiento espectral*. Este fenómeno está provocado, fundamentalmente, por distorsión de intermodulación de orden

impar y, como en la mayoría de este tipo de casos, estará dominado por los términos de tercer orden. Al igual que en la intermodulación de tercer orden con dos tonos de excitación, muchas de las componentes generadas caerán cerca del espectro de la señal de entrada, distorsionando la señal modulada.

3 Caracterización experimental de subsistemas no lineales de comunicaciones

Hemos descrito el fenómeno de la no linealidad y la distorsión que produce. Ahora nos centraremos en cómo caracterizar experimentalmente los diferentes fenómenos no lineales que se producen en los sistemas.

Los dispositivos electrónicos se caracterizan por sus figuras de mérito, y éstas se determinan mediante procedimientos que son de gran importancia para la industria de fabricantes. Mientras que las figuras de mérito para dispositivos con comportamiento lineal son bastante conocidas, para dispositivos no lineales aún se están desarrollando y debatiendo.

Estudiaremos las principales técnicas de caracterización que permitan definir las figuras de mérito más importantes de la distorsión no lineal, y para ello describiremos pruebas de un solo tono, pruebas de dos tonos y también técnicas de espectro continuo o multitono.

3.1 Pruebas de un solo tono

Cuando introducimos una señal del tipo $x(t) = A_i \cos(2\pi f t)$ al dispositivo no lineal bajo estudio, la amplitud de salida A_0 y la fase ϕ_0 variarán con la frecuencia y con la amplitud de la señal de entrada. Además, el dispositivo generará nuevas componentes de frecuencia localizadas en los armónicos de la entrada:

$$y_{NL}(t) = \sum_{h=0}^{\infty} A_{oh}(f, A_i) \cos[2\pi h f t + \phi_0(f, A_i)] \quad (3.1)$$

Las principales figuras de mérito de este tipo de pruebas son las siguientes:

Conversión AM-AM

La conversión AM-AM describe la relación entre la amplitud de salida a la frecuencia fundamental y la amplitud de la entrada a una frecuencia fija. Es decir, representa la compresión o expansión de ganancia en un dispositivo no lineal con respecto al nivel de entrada. La conversión AM-AM se expresa a veces como una cierta desviación dB/dB respecto a una potencia de entrada.

Punto compresión 1 dB

Esta importante figura de mérito puede obtenerse a partir de la conversión AM-AM. Se define como el nivel de potencia de entrada para el cual la señal de salida se comprime 1 dB, comparada con la salida que se obtendría por simple extrapolación de la característica lineal de pequeña señal. Por lo tanto, P_{1dB} también se corresponde con una desviación de ganancia, concretamente de 1 dB.

Conversión AM-PM

Esta característica, comentada en una sección anterior, describe la capacidad de un dispositivo no lineal de transformar un cambio en la amplitud de la señal de entrada en un cambio en la fase de la señal de salida. Hay que tener en cuenta que el comportamiento AM-AM se observa incluso si nuestro sistema no presenta efectos de memoria, sin embargo, la conversión AM-PM es exclusiva de los sistemas dinámicos. Esta figura de mérito, por tanto, estudia la variación de la fase de salida respecto a cambios de amplitud de entrada para

una frecuencia constante, y puede ser expresada como una cierta desviación de fase en grados/dB, para una determinada potencia de entrada.

Distorsión armónica total (THD)

Se define como el cociente entre las raíces cuadradas de la potencia total de los armónicos de salida y la potencia de la señal fundamental, y se usa especialmente en sistemas multioctava (como los amplificadores de audio). La distorsión armónica total se puede expresar así:

$$THD = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [\sum_{r=2}^{\infty} A_{or}(\omega, A_i) \cos[r\omega t + \phi_{0r}(\omega, A_i)]]^2 dt}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [A_{o1}(\omega, A_i) \cos[\omega t + \phi_{01}(\omega, A_i)]]^2 dt}} \quad (3.2)$$

O también, según la siguiente expresión simplificada mediante polinomios:

$$THD = \frac{\sqrt{\frac{1}{8} a_2^2 A_i^4 + \frac{1}{32} a_3^2 A_i^6 + \dots}}{\frac{a_1^2 A_i^2}{2}} \quad (3.3)$$

3.2 Pruebas de dos tonos

El uso de este tipo de pruebas no sólo permite la caracterización de los armónicos generados, sino que además identifica a las nuevas componentes de mezcla cercanas a las fundamentales que provocan la distorsión. Si aplicamos una señal de dos tonos tal como $x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)$ a nuestro modelo no lineal, la salida vendría dada por un gran número de términos de mezcla dados por las posibles combinaciones de f_1 y f_2 :

$$y_{NL}(t) = \sum_{r=1}^{\infty} A_{or} \cos(2\pi f_r t + \phi_{or}) \quad (3.4)$$

con $f_r = m f_1 + n f_2$ y $m, n \in \mathbb{Z}$.

Podemos extraer dos tipos de información para las pruebas de dos tonos:

Distorsión en banda

Los productos de distorsión en banda son las componentes de mezcla que caen dentro de la zona de componentes de frecuencias fundamentales. De acuerdo con la expresión anterior de la salida del sistema, las frecuencias de distorsión en banda deben satisfacer:

$$m + n = 1 \quad (3.5)$$

Por ejemplo, en los sistemas no lineales representados por series de potencia, las medidas en banda deben incluir las frecuencias fundamentales, f_1 y f_2 , las componentes de tercer orden ($|m| + |n| = 3$) en $2f_1 - f_2$ y $2f_2 - f_1$, las componentes de quinto orden ($|m| + |n| = 5$) en $3f_1 - 2f_2$ y $3f_2 - 2f_1$, las componentes de séptimo orden ($|m| + |n| = 7$) en $4f_1 - 3f_2$ y $4f_2 - 3f_1$, y así sucesivamente. Estos productos de distorsión se denominan *productos de intermodulación de n-ésimo orden (IMn)* y constituyen la distorsión de intermodulación (IMD). Además, forman un grupo de bandas laterales superior e inferior separadas de las señales y entre ellas una cierta distancia en frecuencia, $\Delta f = f_2 - f_1$. A partir de estos productos podemos definir distintas figuras de mérito.

La *relación de intermodulación (IMR)*, se define como la relación entre la potencia de salida de la componente fundamental y la potencia de los productos de intermodulación de tercer orden (IM3), $IMR = \frac{P_{f_{1,2}}}{P_{IM3}}$. Hay algunos casos en los que la relación de intermodulación máxima y mínima son diferentes. Esas situaciones, conocidas como *asimetrías* de la IMD, requieren la especificación de la IMR máxima y mínima.

El *punto de intercepción de tercer orden, IP3*, es un punto ficticio que se obtiene cuando la línea extrapolada de pendiente 1 dB/dB de la potencia fundamental se corta con la línea extrapolada de pendiente 3 dB/dB de la potencia de los productos IM3. Dado que el IP3 viene determinado por el comportamiento de la distorsión de tercer orden del sistema, se debe garantizar que no existan efectos de gran señal al medirlo. Además, hay que decir que el IP3 puede medirse tanto a la entrada como a la salida del dispositivo. Si nos limitamos a la

zona de pequeña señal, hay una relación entre el valor del IP3 y del IMR que permite la obtención de uno de ellos a partir del otro:

$$IP_{3o}(dB) = P_0(f_{1,2})(dB) + \frac{IMR(dB)}{2} \tag{3.6}$$

$$IMR = 2[P_0(f_{1,2})(dB) - IP_{3o}(dB)] \tag{3.7}$$

donde $P_0(f_{1,2})$ es la potencia de salida fundamental por cada tono en el que el IMR es medido. Debido a que generalmente el nivel de IMD aumenta con el incremento de los niveles de la señal, el IP3 se puede utilizar para establecer el rango dinámico. El nivel de señal para el que el nivel del IMD intercepta con el ruido de fondo, se emplea para definir el SFDR (*Spurious Free Dynamic Range*), que es la relación entre el nivel de potencia de salida a la frecuencia fundamental y la potencia de ruido.

Distorsión fuera de banda

Las componentes fuera de banda son los productos de mezcla que obedecen a la ecuación $m + n \neq 1$. Éstos incluyen no sólo los armónicos de cada uno de los tonos, sino también nuevos productos de mezcla en $mf_1 + nf_2$ que caen, ya sea cerca de DC ($n + m = 0$), o cerca de los distintos armónicos ($m + n = 2,3,4, \dots$). Como su propio nombre indica, este tipo de distorsión aparece fuera del espectro de salida lo suficientemente lejos de las señales fundamentales; por tanto, se filtrará fácilmente en sistemas de banda estrecha. El producto de mezcla localizado en DC describe el desplazamiento del punto de trabajo desde el reposo, cuando aumenta el nivel de entrada.

3.3 Pruebas multitono y de espectro continuo

Aunque las técnicas de un solo tono y dos tonos todavía se consideran estándares de distorsión de intermodulación, hoy en día se investigan nuevos procedimientos alternativos más apropiados para el régimen de funcionamiento final del sistema. Esto sucede porque, en realidad, las señales de telecomunicaciones en general se componen de una o más portadoras moduladas por las señales de información (señales aperiódicas en el tiempo), y presentan un espectro continuo limitado en banda.

El espectro de una señal no lineal distorsionada consiste en un conjunto de componentes de frecuencias centrado en los diferentes armónicos de la portadora. Si nos centramos en la distorsión dentro de banda, como se aprecia en la Figura 3.1, podemos observar con claridad que la salida contiene muchas más componentes de frecuencia.

Estas nuevas componentes es lo que se conoce como *recrecimiento espectral*, y se llama así porque es una consecuencia de la propiedad de los sistemas no lineales de generar nuevas frecuencias. En general, (siempre que los tonos de entrada no estén separados uniformemente) este recrecimiento espectral no sólo está formado por las componentes adyacentes a la señal como se ve en la Figura 3.1, sino que también incluye nuevos productos de mezcla situados entre los fundamentales aunque no coincidentes con ellos.

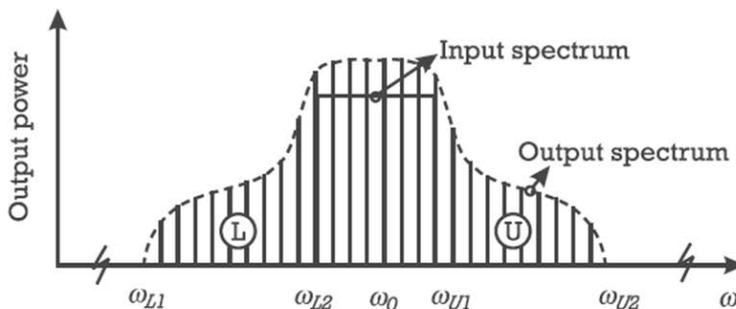


Figura 3.1 Espectros de entrada y salida de un sistema excitado por un estímulo multitono de banda estrecha.

Además de esto, el espectro de salida de un dispositivo no lineal también incluye distorsión cocanal cuyas componentes de frecuencia caen dentro del canal de la señal. Con todo ello, las principales técnicas de

caracterización de espectro continuo son las siguientes:

MIMR (*Multitone Intermodulation Ratio*)

Si utilizamos como estímulo una señal multitono, la salida de un sistema no lineal está dada por un gran número de componentes situadas cerca de las fundamentales, y cerca de los armónicos:

$$y_{NL}(t) = \sum_{r=1}^R A_r \cos(2\pi f_r t + \phi_r) \quad (3.8)$$

donde $f_r = m_0 f_0 + \dots + m_q f_q + \dots + m_{Q-1} f_{Q-1}$ es el producto de mezcla dado por Q frecuencias de entrada $f_0, \dots, f_q, \dots, f_{Q-1}$ y N es el orden máximo del producto de mezcla en consideración, siendo $|m_0| + \dots + |m_q| + \dots + |m_{Q-1}| \leq N$.

Además, como el número de tonos se incrementa y sus fases son incorreladas, el Teorema Central del Límite establece que la distribución de la potencia media se aproxima a la del ruido blanco Gaussiano. Esta es la razón por la cual se emplean señales multitono para simular comunicaciones de señales moduladas de la misma forma que las señales de ruido.

La relación de intermodulación multitono (MIMR) es una generalización del concepto IMR introducido en las pruebas de dos tonos, para el caso en que empleamos las señales multitono como una primera aproximación de una señal de espectro continuo limitada en banda. Se define como la relación entre la potencia fundamental común para cada tono, P_{tone} , y la potencia de la componente de distorsión en f_r presente en las bandas superior e inferior adyacentes, $P_u^L(f_r)$:

$$MIMR = \frac{P_{\text{tone}}}{P_u^L(f_r)} \quad (3.9)$$

ACPR (*Adjacent-Channel Power Ratio*)

La distorsión de canal adyacente está compuesta por todas las componentes de distorsión que caen cerca de la situación de dicho canal, es decir, se comporta como una interferencia para el posible canal adyacente. Es un tema aún en estudio, por lo que las figuras de mérito aceptadas se siguen investigando para caracterizar mejor esta forma de distorsión.

Una de estas figuras es la $ACPR_T$, que se define como la relación de la potencia total de salida medida en la zona de la frecuencia fundamental, P_0 , entre la potencia total de la banda inferior, P_{LA} , y la superior, P_{UA} , del canal adyacente. Por lo tanto, tomando $Y_o(f)$ como la densidad espectral de potencia de la salida del sistema, el ACPR total se expresa como:

$$ACPR_T = \frac{P_{adj,L} P_{adj,U}}{P_0} = \frac{\int_{f_{L1}}^{f_{L2}} Y_o(f) df + \int_{f_{U1}}^{f_{U2}} Y_o(f) df}{\int_{f_{U1}}^{f_{U2}} Y_o(f) df} \quad (3.10)$$

Si se tratara de una excitación multitono, el espectro de salida sería discreto, y estas integrales se convertirían en sumatorios de la potencia de las componentes que forman el recrecimiento espectral.

Una definición alternativa, usada en la industria de telefonía móvil, es el llamado ACP_{SP} (*Spot Adjacent Channel Power*). Esta figura de mérito la podemos observar en la Figura 3.2.

Si suponemos que excitamos el dispositivo con una señal de información real, el ACP_{SP} viene dado por la relación entre la potencia total de salida medida en la zona de la componente fundamental, P_0 , y la potencia de una banda de anchura y distancia a la frecuencia central de operación predefinidas, $P_{SP,L/U}$:

$$ACP_{SP,L} = \frac{P_{SP,L}}{P_0} = \frac{\int_{f_{NBL1}}^{f_{NBL2}} Y_o(f) df}{\int_{f_{L2}}^{f_{U1}} Y_o(f) df} \quad (3.11)$$

$$ACP_{SP,U} = \frac{P_{SP,U}}{P_0} = \frac{\int_{f_{NBU1}}^{f_{NBU2}} Y_o(f) df}{\int_{f_{L2}}^{f_{U1}} Y_o(f) df} \quad (3.12)$$

Por último, podemos denotar la potencia integrada en esas bandas correspondientes a los sucesivos canales adyacentes superior e inferior como $ACP_{\frac{n}{u}}$, donde n representa la distancia del canal adyacente hasta el de interés.

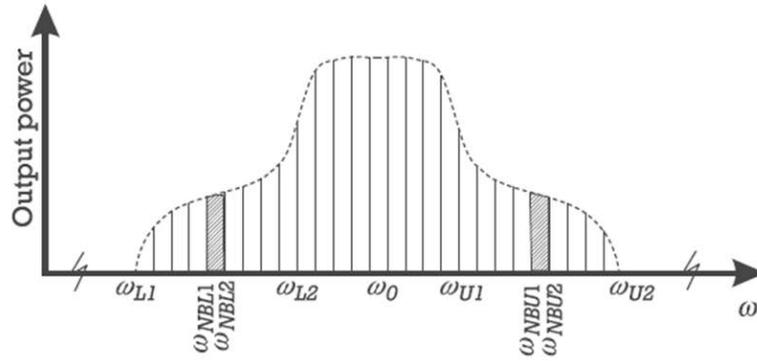


Figura 3.2 Ilustración de la definición de la relación de potencia en el canal adyacente puntual.

NPR (Noise Power Ratio)

La *relación potencia-ruido (NPR)* es una figura de mérito que fue propuesta como un método indirecto para medir la distorsión cocanal. Debido a que esta forma de distorsión está intrínsecamente mezclada con las componentes fundamentales de mayor amplitud, el test de la relación potencia-ruido elimina las componentes fundamentales de la zona para la que está hecho el test. Por eso, el dispositivo ya no es perturbado por la banda completa del espectro de ruido, si no que se elimina una porción previamente. Esto se hace pasando la excitación por un filtro notch, antes de alimentar al dispositivo.

Si el ancho de banda del filtro notch es lo suficientemente estrecho la medida se realiza sin modificar sustancialmente las condiciones del test. De esta manera, cualquier componente de frecuencia o densidad espectral de potencia que se observe a la salida dentro de la posición del notch, constituye recrescimiento espectral, y por lo tanto se considera distorsión cocanal. Una muestra de la salida obtenida con típico test de relación potencia-ruido es el mostrado en la Figura 3.3.

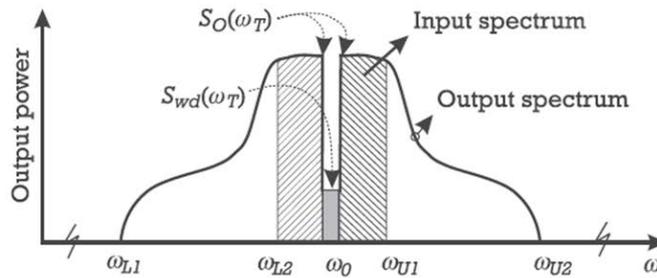


Figura 3.3 Ilustración del test de NPR, donde se muestran los correspondientes espectros de entrada y salida.

La relación potencia-ruido es, en definitiva, la relación entre la densidad espectral de potencia de salida medida en las cercanías de la ventana del test, $S_o(\omega_T)$, y la densidad espectral de potencia observada dentro de esa ventana, $S_{od}(\omega_T)$:

$$NPR_{\omega_T} = \frac{S_o(\omega_T)}{S_{od}(\omega_T)} \tag{3.13}$$

Como observación, hay que tener en cuenta que este tipo de test, a pesar de haber asumido espectro continuo, el concepto de relación potencia-ruido se puede implementar también con señales multitono.

Magnitud del vector de error (EVM)

Las señales moduladas digitalmente empleadas en comunicaciones móviles son a menudo expresadas por su constelación, dibujando las muestras en los instantes de símbolo de la componente en fase en un eje y las de la componente en cuadratura en el otro eje. El efecto que los sistemas no lineales causan a la constelación de las señales moduladas digitalmente es que se recorta la envolvente de la señal y/o se gira su fase.

Como hemos dicho anteriormente, el nivel de distorsión en banda es difícil de medir directamente debido a que se encuentra sobre el espectro del canal. Sin embargo, cuando la señal es demodulada, los efectos de la

distorsión en banda alteran los puntos de la constelación de salida provocando una decisión fallida y, por lo tanto, la llegada de bits erróneos.

La *magnitud del vector error (EVM)* es una figura de mérito que proporciona una indicación de la distorsión en señales moduladas digitalmente. Se define como la raíz cuadrada del sumatorio del vector error al cuadrado dividido por el número de muestras:

$$EVM = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{m=0}^M [|x_I(t_m) - s_{Im}|^2 + |x_Q(t_m) - s_{Qm}|^2]} \quad (3.14)$$

donde $x_I(t_m)$ y $x_Q(t_m)$ son las componentes del símbolo m -ésimo recibido y s_{Im} y s_{Qm} son las componentes del correspondiente símbolo ideal.

4 Modelado y caracterización de moduladores en cuadratura

Actualmente, la arquitectura más usada en sistemas inalámbricos es aquella que se basa en el uso de moduladores en cuadratura.

En este capítulo nos centraremos en describir las imperfecciones de este tipo de modulador y veremos cómo un desajuste de ganancias o un desfase entre las componentes I/Q ocasiona problemas en la salida. Además, vamos a proponer una serie de modelos, tanto lineales como no lineales, que nos permitirán compensar dichas imperfecciones en el modulador.

4.1 Imperfecciones en un modulador en cuadratura

El comportamiento lineal ideal de los moduladores en cuadratura puede verse afectado por imperfecciones que provocan productos de intermodulación (IM) no despreciables y degradación de la *tasa de error de bit (BER)* cuando se combinan con el resto de sistemas de comunicaciones.

En la Figura 4.1 podemos ver el esquema simple de un modulador en cuadratura.

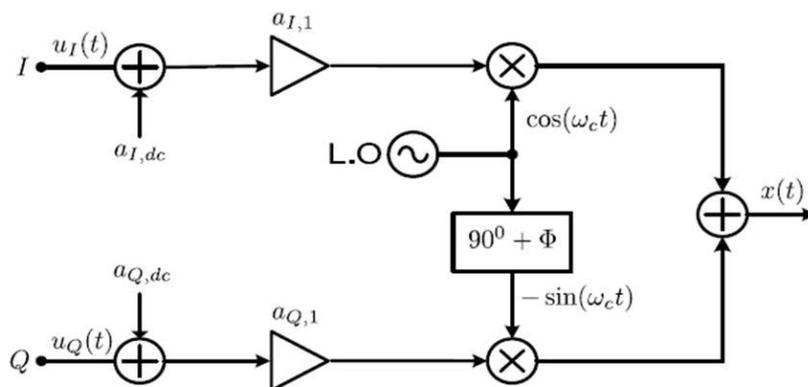


Figura 4.1 Representación esquemática de un modulador en cuadratura y sus imperfecciones lineales asociadas a la implementación hardware.

Este modulador tiene una serie de imperfecciones:

- Las distintas ramas de las componentes en fase (I) y cuadratura (Q) no presentan exactamente la misma ganancia, es decir, $a_{I,dc} \neq a_{Q,dc}$. Esto es lo que se conoce como desbalance de ganancia.
- El desfase entre las dos componentes (I/Q) no es exactamente 90 grados sino que existe un error de cuadratura, $\phi \neq 0$.

- Puede existir un offset de continua en las componente en fase y cuadratura, representado como $a_{I,dc} \neq 0$ y $a_{Q,dc} \neq 0$, debido a los convertidores A/D y a los filtros activos, que den lugar a un residuo de portadora en la salida del modulador.

4.2 Modelos lineales para moduladores en cuadratura

Modelo de Faulkner

Faulkner propuso una técnica automática para corregir las imperfecciones en los moduladores. Se centró principalmente en la compensación del offset de continua de una o ambas ramas, en la corrección del error por tener diferentes ganancias en esas ramas y también en la compensación del error de cuadratura. Esta técnica es independiente de la frecuencia y se aplica en diferentes pasos, compensando cada imperfección en el siguiente orden:

- El offset del modulador en cuadratura debe corregirse primero, con un vector $[0,0]$ que sigue la notación $[I,Q]$ y que en este caso indica que no hay señal en las componentes I y Q respectivamente.
- El desbalance de ganancia se puede detectar con los vectores de prueba $[A,0]$ y $[0,A]$. Inicialmente se usa el primer vector, y la rama en fase genera la señal de salida del modulador, y se compara con la que se genera al introducir el segundo vector, el cual solo tiene componente en cuadratura.
- Cuando se corrigen el offset y el desbalance de ganancia, debemos estimar el error de cuadratura ϕ usando el vector $[\cos(\omega t), \sin(\omega t)]$. Si $\phi = 0$, este vector genera una constelación circular al girar su fase con amplitud constante. En el caso en que se genere una elipse en el plano complejo, debemos obtener las amplitudes máxima y mínima que determinarán el valor de ϕ , y con ello, más tarde, compensaremos el error de cuadratura.

Modelo de Cavers

Se trata de otro modelo independiente de la frecuencia que contribuye al análisis de la estructura física del modulador y sus imperfecciones. Fue propuesto por Cavers y su modelo analítico puede verse en la Figura 4.2.

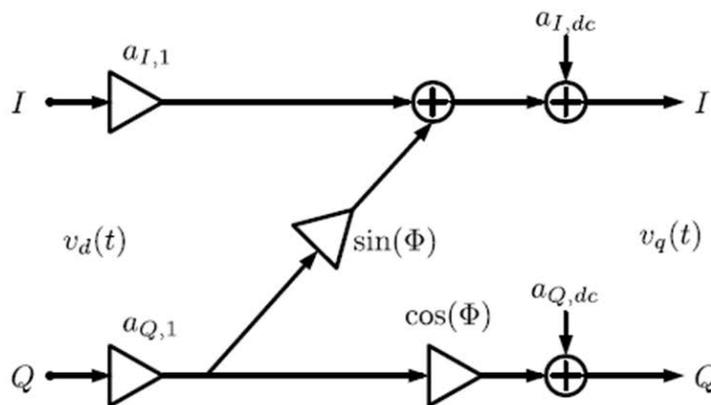


Figura 4.2 Modelo analítico del modulador en cuadratura propuesto por Cavers.

La salida es aproximadamente:

$$v_q(t) \approx v_d(t) + Bv_d^* + C \quad (4.1)$$

donde C es un valor complejo que representa el offset y B se puede aproximar por:

$$B = \frac{\epsilon_m + j\phi}{2}; \quad \epsilon_m = \frac{a_{I,1}}{a_{Q,1}} - 1 \quad (4.2)$$

El valor complejo conjugado de v_d que aparece en la ecuación nos indica que el término B está asociado a la imagen de la señal deseada $v_d(t)$. La potencia asociada al centro del canal se obtiene de $|C|^2$, siendo $C = a_{I,dc} + ja_{Q,dc}$.

Además, Cavers propuso las siguientes figuras de mérito a partir de la salida del sistema anterior:

- *ISR (Image Supression Ratio)*: representa el nivel de la imagen en el lado opuesto de la portadora.

$$ISR = |B|^2 = \frac{\epsilon_m^2 + \phi^2}{4}; \quad (4.3)$$

- *DSR (DC Supression Ratio)*: es una medida del nivel de portadora residual. Esta figura de mérito usa un término relacionado con la potencia de la señal de entrada, denotada como x_m .

$$DSR = \frac{|C|^2}{x_m} \quad (4.4)$$

Este tipo de cantidades son fácilmente medibles con un analizador de espectros cuando la entrada al modulador en cuadratura es un único tono.

El ISR es relativo a la potencia del *offset* inyectada y a la potencia medida en la frecuencia imagen como puede verse en la Figura 4.3. El DSR se obtiene similarmente, como la relación entre la potencia del tono y la potencia del residuo en la frecuencia empleada por la portadora de RF. En el ejemplo de la Figura 4.3, la portadora es $f_c = 915\text{MHz}$.

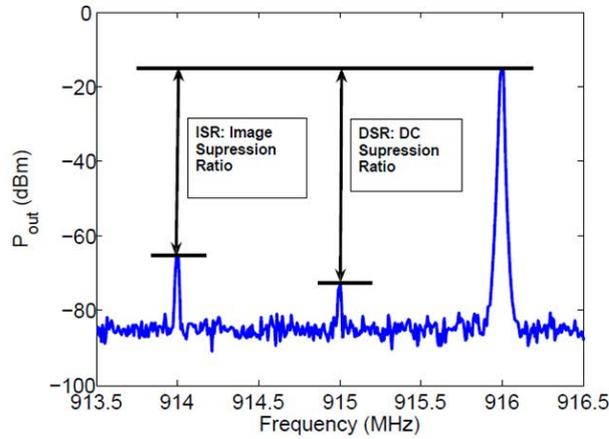


Figura 4.3 Traza del analizador de espectros para medida del ISR y DSR.

La traza de la figura fue obtenida con un modulador en cuadratura con una potencia de la portadora de -15 dBm y con una modulación arbitraria; las ramas en fase y cuadratura se corresponden con una señal coseno y una señal seno, respectivamente, ambos con una frecuencia f_m . Como puede verse también, la frecuencia del tono de *offset* f_m se fija a 1 MHz.

4.3 Modelos no lineales para moduladores en cuadratura

4.3.1 Necesidad del modelado no lineal

Vamos a estudiar el desarrollo de la envolvente compleja a la salida del modulador ($\tilde{S}_{I\text{mod}(t)}$) cuando introducimos dos tonos en las respectivas componentes en fase I y cuadratura Q.

$$\tilde{S}_{I\text{mod}} = a_{I,dc} + a_{I,1}u_I(t) + a_{Q,1}u_Q(t)\sin\phi + j[a_{Q,dc} + a_{Q,1}u_Q(t)\cos\phi] \quad (4.5)$$

$$u_I(t) = A_I\cos(\omega t) \quad (4.6)$$

$$u_Q(t) = A_Q\cos(\omega t) \quad (4.7)$$

Como vemos los tonos son dos señales seno idénticos. Si los evaluamos en la expresión de la envolvente obtenemos:

$$\tilde{S}_{I_{mod}} = a_{I,dc} + a_{I,1}A_I \cos(\omega_m t) + a_{Q,1}A_Q(t) \sin\phi \cos(\omega_m t) + j[a_{Q,dc} + a_{Q,1}A_Q(t) \cos\phi \cos(\omega_m t)] \quad (4.8)$$

Ahora aplicamos el equivalente paso de banda, $S_{I_{modBP}}(t) = Re \{ \tilde{S}_{I_{mod}}(t) e^{j\omega_c t} \}$:

$$S_{I_{modBP}}(t) = a_{I,dc} \cos(\omega_c t) - a_{Q,dc} \sin(\omega_c t) - a_{Q,1}A_Q \cos\phi \sin(\omega_c t) \cos(\omega_m t) + a_{I,1}A_I(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t) + a_{Q,1}A_Q \sin\phi \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t) \quad (4.9)$$

Aplicando relaciones trigonométricas obtenemos:

$$\begin{aligned} S_{I_{modBP}}(t) &= a_{I,dc} \cos(\omega_c t) - a_{Q,dc} \sin(\omega_c t) + \\ &+ \frac{a_{Q,1}A_I}{2} \{ \cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \cos[(\omega_c - \omega_m)t] \} + \\ &+ \frac{a_{Q,1}A_Q}{2} \sin\phi \{ \cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \cos[(\omega_c - \omega_m)t] \} - \\ &- \frac{a_{Q,1}A_Q}{2} \cos\phi \{ \cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \cos[(\omega_c - \omega_m)t] \} \end{aligned} \quad (4.10)$$

En esta ecuación los dos primeros términos corresponden al residuo de la portadora a la salida del modulador. Los términos relativos a las frecuencias $(\omega_c + \omega_m)$ y $(\omega_c - \omega_m)$ son simétricos, es decir, tienen la misma amplitud.

En la Figura 4.4 se muestra la traza obtenida con un analizador de espectros de la salida del modulador en cuadratura, para dos tonos centrados en $f_c = 915\text{MHz}$ con una separación $\Delta f = 2\text{MHz}$ y una potencia de portadora de 10 dBm.

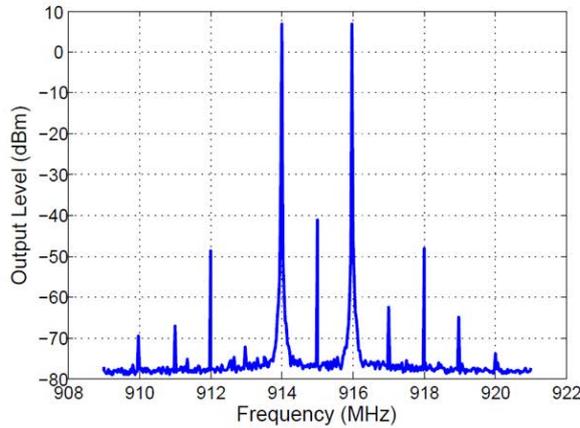


Figura 4.4 Espectro de dos tonos de la salida del modulador para una portadora de 10 dBm de potencia.

Este modelo lineal que hemos expuesto no puede explicar una traza como la que vemos en la figura. Podemos observar un gran número de productos de intermodulación en las frecuencias $f_c \pm m f_m$ para $m = 0, 2, \dots, 5$, lo que muestra la necesidad de un modelado no lineal del modulador en cuadratura.

4.3.2 Modelos no lineales independientes de la frecuencia

Modelo de Wisell

Se trata de un modelo no lineal el cual propuso Wisell presentando una serie de simulaciones y medidas. En su investigación, Wisell se basó en separar el estudio de la amplitud y fase de la distorsión para identificar las no linealidades, y dedujo los coeficientes del modelo a través de medidas del error de fase para un nivel de potencia y separación de tonos fijos.

Modelo de M. Li et al.

Este modelo alternativo al anterior también es independiente de la frecuencia, y consiste en considerar diferentes niveles de señal para identificar los coeficientes del modulador no lineal en cuadratura.

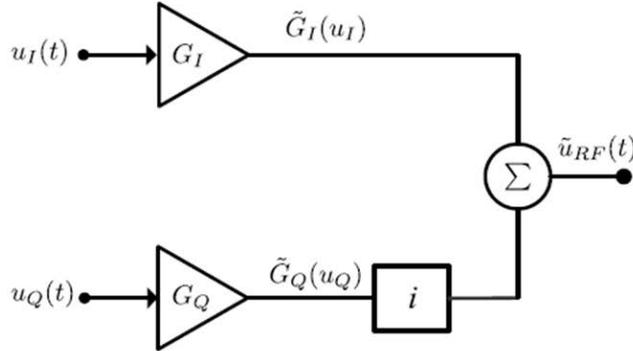


Figura 4.5 Equivalente en banda base del modelo no lineal propuesto por Li et al..

En este estudio se supone que las no linealidades de la banda base pueden ser representadas en cada rama por la serie de potencia de la envolvente compleja correspondiente, \tilde{G}_I y \tilde{G}_Q , como:

$$\tilde{G}_I[u_I(t)] = \sum_{n=0}^N \tilde{a}_{I,2n+1} u_I^{2n+1} \quad (4.11)$$

$$\tilde{G}_Q[u_Q(t)] = \sum_{n=0}^N \tilde{a}_{Q,2n+1} u_Q^{2n+1} \quad (4.12)$$

siendo $\tilde{a}_{I,2n+1}$ y $\tilde{a}_{Q,2n+1}$ los coeficientes de de las series complejas. Como vemos, esta aproximación considera solo los términos impares de las series de potencia para representar las imperfecciones del modulador en cuadratura.

4.3.3 Modelos no lineales dependientes de la frecuencia

Los diferentes modelos no lineales para moduladores en cuadratura no solo consideran las imperfecciones clásicas sino también los comportamientos no lineales debidos a los elementos empleados para construirlos. Esto significa que tienen en cuenta el comportamiento no lineal de amplificadores de potencia de RF y también las no linealidades de ambas ramas, las cuales se atribuyen a los convertidores analógicos-digitales en banda base, a los mezcladores y a amplificadores en banda base.

Modelo de Gadringer

Este modelo utiliza un esquema similar al del modulador con imperfecciones hardware del inicio de la sección, pero incluyendo las no linealidades en banda base en ambas ramas (I y Q) y las observadas en la salida del modulador, que se modelan mediante series de potencia y polinomios de tercer orden.

Se aplican técnicas de uno y dos tonos combinadas, teniendo en cuenta la distorsión lineal y no lineal durante el procedimiento. En diferentes medidas, se observó una cierta asimetría entre los productos de intermodulación superior e inferior y que existía dependencia con la frecuencia.

4.3.4 Modelo no lineal general

Teniendo en cuenta todas las imperfecciones que existen en los moduladores y los diferentes modelos presentados, podemos establecer un esquema analítico general del modulador.

Podemos describir el modelo de la Figura 4.5 del siguiente modo:

- Las señales de entrada son las componentes I y Q en banda base y la salida es la señal de RF paso de banda modulada, representada con su envolvente compleja.
- Los canales I y Q se pueden modelar mediante polinomios de quinto orden, donde los bloques en banda base no lineales consideran los términos de orden par e impar. Tomaremos $a_1 = 1$ y $\phi = 0$ si se desea

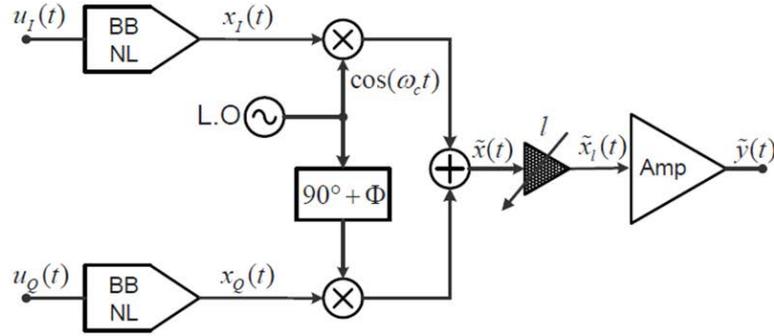


Figura 4.6 Esquema simplificado del modelo no lineal propuesto para el modulador en cuadratura.

considerar que las imperfecciones lineales como el desbalance de potencia y el error en cuadratura son inexistentes.

$$x_{I,Q}(t) = \sum_{r=0}^R a_r u_{I,Q}^r(t) \quad (4.13)$$

- Los diferentes niveles de señal se consideraran mediante un bloque ideal de ganancia variable.
- Finalmente, asumiremos una respuesta no lineal paso de banda sin memoria de tercer orden para el amplificador de RF, siguiendo la ecuación 4.14, donde los coeficientes de orden impar g_{2p+1} son la relación entre la envoltura compleja de entrada $\tilde{x}_I(t)$ y la de salida $\tilde{y}(t)$ del amplificador de RF.

$$\tilde{y}(t) = \sum_{p=0}^P g_{2p+1} |\tilde{x}_I(t)|^{2p} \tilde{x}_I(t) \quad (4.14)$$

5 Modelos de comportamiento

Los dispositivos no lineales, como hemos visto en capítulos anteriores, generan interferencia cocanal y de canal adyacente debido a la intermodulación y al recrecimiento espectral. Por eso, los modelos de comportamiento deben contemplar una gran cantidad de estos efectos no lineales, los cuales se encuentran continuamente en medidas de laboratorio.

Algunos modelos pueden ser estudiados con equivalentes paso de baja a partir de la envolvente de la señal de información, otros, sin embargo, son descritos en términos de la señal de RF completa. Ambos casos se pueden expresar matemáticamente si utilizamos la expresión del equivalente paso de banda de la siguiente forma:

$$S_{BP}(t) = Re \left\{ r(t) e^{j[2\pi f_c t + \phi(t)]} \right\} \quad (5.1)$$

siendo $s_{LP}(t) = \tilde{s}(t) = r(t) e^{j\phi(t)}$ la envolvente compleja que modula la frecuencia de portadora de RF (f_c). Existen otras clasificaciones posibles, por ejemplo, ciertos modelos pueden incluir efectos de memoria a corto y largo plazo dependiendo de la caracterización del dispositivo y del punto de operación de RF. También, dependiendo del grado de comportamiento no lineal, podemos clasificar los sistemas como lineales, débilmente no lineales, medianamente no lineales y fuertemente no lineales. Además podemos distinguir entre modelos paramétricos o no paramétricos, dependiendo de si la entrada y la salida del sistema están relacionadas o no por una matriz o vector de parámetros, llamados coeficientes.

La mayoría de los modelos describen la relación entre la entrada y la salida muestreada equidistantemente para realizar predicciones en el dominio del tiempo, en lugar de una representación en tiempo continuo de una ecuación diferencial no lineal. Principalmente nos centraremos en describir modelos que consideran o no los diferentes efectos de memoria.

5.1 Modelo polinómico sin memoria

Este modelo se basa en que las no linealidades de un sistema sin memoria se pueden representar mediante series de potencia. Una expresión general para la salida del sistema viene dada por:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k x^k(t) = h_1 x(t) + h_2 x^2(t) + h_3 x^3(t) + \dots \quad (5.2)$$

Está demostrado que la contribución a la banda de interés, alrededor de la frecuencia fundamental del sistema, es debida a los términos no lineales de orden impar de la serie. Entonces, la expresión anterior puede ser reescrita como:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^K h_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^2 k \tilde{x}(t) \quad (5.3)$$

En esta ecuación el orden de la no linealidad vendrá dado por $2K+1$. Además, como vemos, los coeficientes de cualquier serie de potencia se pueden expresar como $h_{\{\}}$, para estar en concordancia con la nomenclatura extendida usada en el modelado de comportamiento.

5.2 Modelos con efectos de memoria lineales

Para la mayoría de aplicaciones el modelo de comportamiento se emplea para tener una estimación del rendimiento del sistema, y en estos casos, lo más adecuado es usar un modelo que tenga en cuenta los efectos de memoria.

El modelo clásico considera que un circuito débilmente no lineal se puede representar mediante dos filtros lineales y una no linealidad sin memoria. En la Figura 5.1 podemos observar el diagrama de bloques de este modelo clásico.

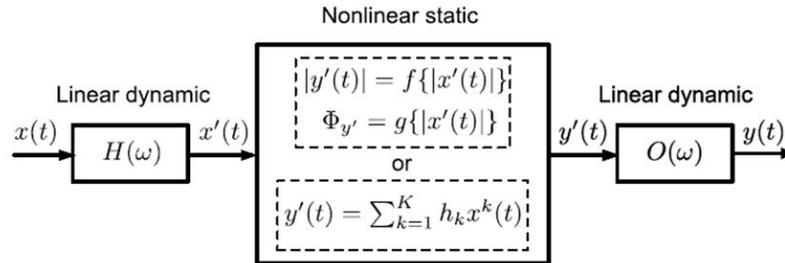


Figura 5.1 Representación del modelo clásico.

Los filtros $H(\omega)$ y $O(\omega)$ a la entrada y a la salida de las respectivas redes son selectivos en frecuencia y se usan en el modelado para disponer de elementos que almacenan energía. Las funciones de transferencia de los filtros se pueden obtener independientemente y la no linealidad sin memoria se puede estimar mediante métodos como el polinómico.

Otros dos modelos que tienen una estrecha relación con el modelo clásico son el modelo de Wiener (a) y el modelo de Hammertein (b), los cuales se muestran en la Figura 5.2.

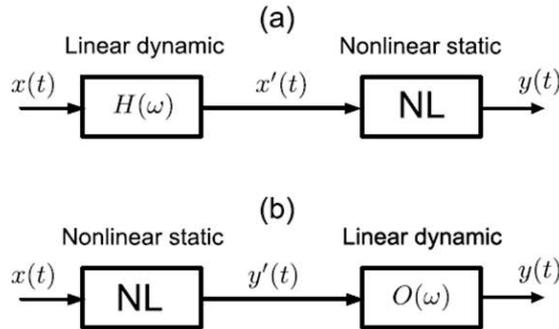


Figura 5.2 Representación esquemática de: (a) Modelo de Wiener (b) Modelo de Hammestein.

Es útil describir estos dos modelos mediante una representación en banda base compleja y en el dominio del tiempo discreto en lugar de mediante la señal real de RF. La envolvente compleja de salida para el bloque lineal dinámico se puede escribir como:

$$\tilde{x}'(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} g(q)\tilde{x}(n-q) \tag{5.4}$$

6

$$\tilde{y}'(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} g(q)\tilde{y}(n-q) \tag{5.5}$$

en el modelo de Wiener o de Hammerstein respectivamente. La variable q representa las muestras anteriores en el dominio del tiempo discreto, las cuales tomamos en un tamaño finito de memoria Q . El modelo de Wiener se obtiene mediante la serie de potencia en el dominio del tiempo discreto de la ecuación del modelo polinómico descrito anteriormente:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=0}^K h_{2k+1} \left\{ \left| \sum_{q=0}^{Q-1} \tilde{x}(n-q) \right|^{2k} \sum_{q=0}^{Q-1} \tilde{x}(n-q) \right\} \quad (5.6)$$

A pesar de que el filtro lineal y el bloque no lineal son representados con diferentes coeficientes $g(q)$ y h_{2k+1} , respectivamente, estos parámetros se pueden estimar a la vez para cada orden de no linealidad. Procediendo de manera similar, el modelo de Hammerstein puede ser expresado como:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{q=0}^K h_{Q-1} g(p) \left\{ \sum_{k=0}^K h_{2k+1} |\tilde{x}(n-q)|^{2k} \tilde{x}(n-q) \right\} \quad (5.7)$$

Los efectos de memoria que hemos considerado en este apartado son conocidos como efectos de memoria lineales. Sin embargo, en algunos casos, los modelos estudiados también pueden representar adecuadamente ciertos comportamientos no lineales de los sistemas.

5.3 Modelos con efectos de memoria no lineales

Los efectos de memoria a largo plazo aparecen cuando el dispositivo opera en una región no lineal, y presenta unos efectos dinámicos que solo pueden ser descritos por la interacción de dos o más no linealidades a través de una red dinámica. En la Figura 5.3 podemos ver la estructura que modela estos comportamientos.

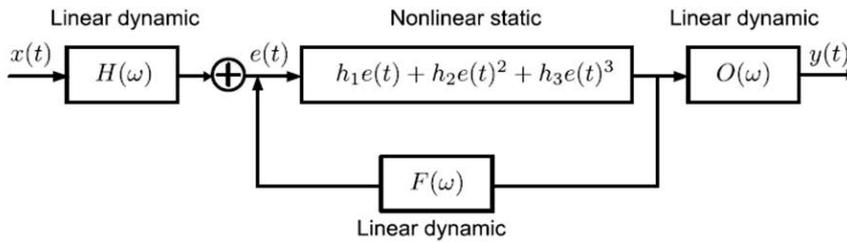


Figura 5.3 Estructura general de realimentación no lineal de un PA presentada por Pedro.

Los filtros $H(\omega)$ y $O(\omega)$ representan los efectos de memoria lineales, mientras que el filtro de realimentación $F(\omega)$ muestra los efectos de memoria no lineales debidos a la dinámica de polarización de los circuitos. Por lo tanto, necesitamos un modelo dinámico capaz de describir la complejidad de los efectos de memoria en los sistemas. Este modelo vendrá dado por generalización de las series de potencia: las series de Volterra.

5.3.1 Aplicación de las series de Volterra al modelado de comportamiento

Al introducir el concepto de no linealidad, clasificamos los circuitos como débilmente no lineales y fuertemente no lineales. Las series de Volterra tratan de modelar aquellos circuitos en los que las linealidades son débiles, es decir, las linealidades de mayor orden son despreciables. Vito Volterra era un matemático que centró su estudio en una rama conocida como análisis funcional. Posteriormente, Wiener utilizó su teoría para desarrollar la hipótesis de que un sistema no lineal invariante en el tiempo se podía representar mediante una serie de parámetros funcionales de Volterra, si, como hemos dicho, las no linealidades del sistema eran débiles. Podemos considerar las series de Volterra como series de Taylor con memoria. Representan una relación entrada-salida para sistemas no lineales y constan de series infinitas con la forma de integrales de convolución. La salida de un sistema no lineal $y(t)$ se puede expresar

entonces en función de la entrada $x(t)$ como:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (5.8)$$

$$+ \dots \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)x(t-\tau_1)d\tau_1 \dots x(t-\tau_n)d\tau_1 \dots \tau_n + \dots$$

En esta expresión en el dominio del tiempo, $h_1(\tau_1)$ es el kernel de primer orden que representa las propiedades lineales del sistema y coincide con su respuesta al impulso, $h_2(\tau_1, \tau_2)$ es el kernel de segundo orden que contiene las propiedades cuadráticas del sistema y $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ el kernel con las propiedades no lineales de orden n .

Si queremos trabajar en el dominio discreto sustituimos las integrales por sumatorios en la expresión anterior. La serie de Volterra discreta se expresa como:

$$y(n) = \sum_{p=1}^P y_p(n) \quad (5.9)$$

donde $y_p(n)$ representa la contribución de la no linealidad de orden p , y su expresión es:

$$y_p(n) = \sum_{i_1=0}^M \dots \sum_{i_p=0}^M h_p(i_1, \dots, i_p) \prod_{j=1}^p x(n-i_j) \quad (5.10)$$

En este caso $h_p(i_1, \dots, i_p)$ es el kernel de Volterra de orden p . Normalmente, este desarrollo se suele truncar a una no linealidad finita de orden P y una longitud de memoria M .

En el caso de dispositivos o circuitos fuertemente lineales este método no es adecuado, ya que se requeriría un gran número de coeficientes que se incrementará exponencialmente con el grado de la no linealidad y la longitud de memoria del sistema.

5.3.2 Equivalente paso de baja de Series de Volterra para señales paso de banda

Ahora podemos derivar la expresión de la serie de Volterra para representar señales paso de banda:

$$y(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \int_0^{\infty} d\tau_1 \dots \int_0^{\infty} d\tau_l h_l(\tau_1, \dots, \tau_l) \prod_{r=1}^l x(t-\tau_r) \quad (5.11)$$

Concretamente vamos a derivar la expresión 5.11, donde aparece la envolvente compleja de las señales de entrada y salida. Consideraremos una señal real paso de banda $x(t)$ y la señal analítica asociada a ella, $x^o(t)$:

$$\tilde{x}(t) = x^o(t)e^{-j\omega_0 t} \quad (5.12)$$

donde ω_0 es la frecuencia central de $x(t)$ y el símbolo $\tilde{}$ denota la envolvente compleja. Como $x(t)$ es la parte real de $x^o(t)$ podemos escribir:

$$x(t) = \frac{1}{2}[x^o(t) + x^{o*}(t)] = \frac{1}{2}[\tilde{x}(t)e^{j\omega_0 t} + \tilde{x}^*(t)e^{-j\omega_0 t}] \quad (5.13)$$

Sustituimos esta última expresión en la ecuación 5.11. Cada producto del lado derecho de la ecuación dará lugar a una suma de 2^l productos, cada uno involucrando l factores del tipo

$$e^{[\pm\omega_0(t-\tau_r)]} \quad (5.14)$$

Como estamos en sistemas paso de banda podemos asumir que sólo nos interesan las componentes cercanas a la frecuencia central ω_0 , dado que el resto de componentes serán filtradas. Es decir, entre los productos que acabamos de ver sólo nos quedaremos con los términos $e^{\pm j\omega_0 t}$ y descartaremos los términos $e^{\pm js\omega_0 t}$ con s entero y distinto de 1. Para ello solo consideramos los productos impares, es decir, $2k+1$, de los factores $e^{[\pm j\omega_0(t-\tau_r)]}$ de forma que el número de exponenciales con signo más y las de signo menos sólo difieran en una unidad. El número exacto de dichos productos es $\binom{2k+1}{k}$, y no es difícil deducir que todos ellos dan los mismos valores para la correspondiente integral doble de $2k+1$. Aquí es donde la hipótesis de que los kernels de Volterra son simétricos hace su aparición. Si denotamos ahora como $y(t)$ la señal paso de banda

obtenida a la salida del canal después del filtrado, podemos escribir

$$\begin{aligned}
 y(t) &= e^{-j\omega_0 t} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\binom{2k+1}{k}}{2^{2k+1}} \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{2k+1} h_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) \\
 &\quad \prod_{r=1}^k \tilde{x}(t - \tau_r) e^{-j\omega_0 \tau_r} \prod_{s=k+1}^{2k+1} \tilde{x}^*(t - \tau_s) e^{j\omega_0 \tau_s} + e^{j\omega_0 t} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\binom{2k+1}{k}}{2^{2k+1}} \right] \\
 &\quad \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{2k+1} h_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) \prod_{r=1}^k \tilde{x}^*(t - \tau_r) e^{j\omega_0 \tau_r} \prod_{s=k+1}^{2k+1} \tilde{x}(t - \tau_s) e^{-j\omega_0 \tau_s}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Si comparamos la ecuación 5.13 con la ecuación 5.15 podemos ver que la envolvente compleja de $y(t)$ viene dada por:

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\binom{2k+1}{k}}{2^{2k}} \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{2k+1} h_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) \\
 &\quad \prod_{r=1}^k \tilde{x}^*(t - \tau_r) e^{j\omega_0 \tau_r} \prod_{s=k+1}^{2k+1} \tilde{x}(t - \tau_s) e^{-j\omega_0 \tau_s}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Para explotar plenamente la envolvente compleja podemos dar un paso más y definir el equivalente paso bajo de los kernels de Volterra. Para este propósito, recordemos la hipótesis de que el canal es paso de banda. Esto significa que la transformada de Fourier de los kernels de Volterra, es decir:

$$\begin{aligned}
 H_{2k+1}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{2k+1}) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \\
 &\quad \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{2k+1} h_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) e^{-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \dots + \omega_{2k+1} \tau_{2k+1})}
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

difiere significativamente de cero sólo en una estrecha serie de argumentos en torno a $(\pm \omega_o, \pm \omega_o, \dots, \pm \omega_o)$. Este hecho se puede justificar considerando como entrada una señal senoidal con frecuencia ω' y amplitud A . La salida de sistema a partir de la ecuación 5.16:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{2k+1}{k} A^{2k+1} H_{2k+1}(\underbrace{\omega', \omega', \dots, \omega'}_{k+1}, \underbrace{-\omega', \dots, -\omega'}_k) \tag{5.18}$$

Debido a la hipótesis paso de banda, esperamos que $\tilde{y}(t)$ sea significativamente distinta de cero sólo para $\omega' \approx \omega_o$, lo cual ocurre si $H_{2k+1}(\dots)$ se comporta como se ha mencionado antes.

Como $H_{2k+1}(\dots)$ es significativamente distinto de cero solo en la vecindad de 2^{2k+1} puntos de la $(2k+1)$ -ésima dimensión, podemos ver $H_{2k+1}(\dots)$ como una suma de 2^{2k+1} funciones 'banda base' con argumentos $(\omega_1 \pm \omega_o, \omega_2 \pm \omega_o, \dots, \omega_{2k+1} \pm \omega_o)$. Cada uno de ellos es significativamente distinto de cero sólo en la vecindad de $(0, 0, \dots, 0)$.

Tomamos ahora la transformada de Fourier inversa de esas funciones. Teniendo en cuenta la propiedad de integrales de Fourier múltiple:

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_{2k+1} F(\omega_1 \pm \omega_o, \omega_2 \pm \omega_o, \dots, \omega_{2k+1} \pm \omega_o) e^{-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \dots + \omega_{2k+1} \tau_{2k+1})} = \\
 &= e^{-j\omega_o(\pm \tau_1 \pm \tau_2 \dots \tau_{2k+1})} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_{2k+1} F(\alpha_1 \pm, \dots, \alpha_{2k+1}) e^{j(\alpha_1 \tau_1 + \dots + \alpha_{2k+1} \tau_{2k+1})}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

vemos que $h_{2k+1}(\dots)$ puede ser expresada como una suma de 2^{2k+1} kernels banda base, cada uno siendo multiplicado por un factor como

$$e^{-j\omega_o(\pm \tau_1 \pm \tau_2 \dots \tau_{2k+1})} \tag{5.20}$$

Bajo nuestra aproximación de banda estrecha, podemos obviar en la expresión $h_{2k+1}(\dots)$ todos los términos que provocan la aparición de factores $e^{\pm j\omega_o t}$, con $n \neq 0$, en las integrales de la ecuación 5.16. De hecho, esas integrales varían mucho más rápido que con $n = 0$, de modo que los valores de las correspondientes integrales son relativamente pequeños. Sólo hay un término en el que las exponenciales que aparecen no varían rápidamente, es decir, el que corresponde a la componente en banda base de $h_{2k+1}(\dots)$ cuyos argumentos

son:

$$(\omega_1 + \omega_o, \omega_2 + \omega_o, \dots, \omega_k + \omega_o, \omega_{k+1} - \omega_o, \dots, \omega_{2k+1} - \omega_o) \quad (5.21)$$

Denotando este término como $\tilde{h}_{2k+1}(\dots)$, podemos aproximar h_{2k+1} como:

$$h_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) = \frac{1}{2} e^{-j\omega_o(\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_k - \tau_{k+1} - \dots - \tau_{2k+1})} \tilde{h}_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) \quad (5.22)$$

y llamamos $\tilde{h}_{2k+1}(\dots)$, $0 \leq k < \infty$, al *equivalente paso bajo de los kernels de Volterra*. Con esta definición conseguimos finalmente nuestro objetivo escribiendo:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\binom{2k+1}{k}}{2^{2k+1}} \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{2k+1} \tilde{h}_{2k+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2k+1}) \\ \prod_{r=1}^k \tilde{x}^*(t - \tau_r) \prod_{s=k+1}^{2k+1} \tilde{x}(t - \tau_s) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Podemos ver que la ecuación 5.23 nos ofrece una relación de la entrada y la salida para un sistema no lineal con memoria paso de banda en términos de las envolventes complejas de las señales de entrada y salida. El canal queda completamente caracterizado por el equivalente paso bajo de los kernel de Volterra, una generalización del equivalente paso de baja para la respuesta al impulso en canales no lineales.

5.3.3 Funciones de transferencia no lineales (NLTFs)

Normalmente se suele usar la entrada de un sistema no lineal en el dominio de la frecuencia $X(\omega)$ para obtener la respuesta en el dominio del tiempo $y(t)$, o bien en el dominio de la frecuencia $Y(\omega)$. De acuerdo con esto podemos representar la señal de entrada $x(t)$ como $2k + 1$ funciones tipo senoidal en forma de exponenciales complejas como:

$$x(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-K}^K X_k e^{j2\pi f_k t} \quad (5.24)$$

Si sustituimos la ecuación 5.24 en la representación de la respuesta no lineal de n -ésimo orden obtenida en la 5.8 se consigue:

$$\begin{aligned} y_p(t) = \frac{1}{2^p} \sum_{k_1=-K}^K \sum_{k_2=-K}^K \dots \sum_{k_p=-K}^K X_{k_1} X_{k_2} \dots X_{k_p} e^{j2\pi(f_{k_1} + f_{k_2} + \dots + f_{k_p})t} \\ \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_p(\tau_1, \tau_1, \dots, \tau_p) e^{-j2\pi(f_{k_1} \tau_1 + f_{k_2} \tau_2 + \dots + f_{k_p} \tau_p)t} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_p}_I \end{aligned} \quad (5.25)$$

Esta ecuación proporciona el término I , que es conocido como Transformada de Fourier Multidimensional, una generalización de la Transformada de Fourier convencional. Podemos escribir el término I como:

$$\begin{aligned} H_p(f_{k_1}, f_{k_2}, \dots, f_{k_p}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_p(\tau_1, \tau_1, \dots, \tau_p) \\ e^{-j2\pi(f_{k_1} \tau_1 + f_{k_2} \tau_2 + \dots + f_{k_p} \tau_p)t} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_p \end{aligned} \quad (5.26)$$

donde $H_p(f_{k_1}, f_{k_2}, \dots, f_{k_p})$ representan las *funciones de transferencia no lineales de n -ésimo orden (NLTFs)*. Un circuito débilmente no lineal puede ser representado por el diagrama de bloques de la Figura 5.4. Podemos comparar este diagrama de bloques con la ecuación 5.9 en el dominio temporal y su expansión en los términos:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + \dots + y_p(t) + \dots + y_P(t) \quad (5.27)$$

Hay que tener en cuenta que el diagrama de la figura está compuesto por 'P' bloques paralelos y cada salida de esos bloques se denota por y_{pr} , donde $p = 1, 2, \dots, P$, y la respuesta total del circuito débilmente no lineal se calcula con la ecuación 5.27.

La relación entre cada término de y_p y la entrada del sistema $x(t)$ ha sido conseguida mediante el uso de NLTFs. La salida y_1 está relacionada con la entrada $x(t)$ a través de la función de transferencia lineal $H_1(f_{k_1})$. La NLTF de segundo orden $H_2(f_{k_1}, f_{k_2})$ genera las componentes de segundo orden de la respuesta no lineal

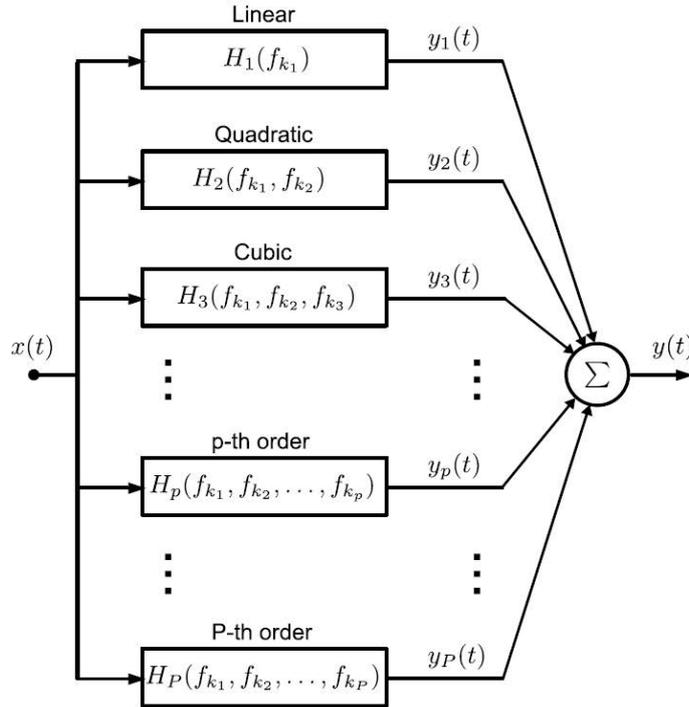


Figura 5.4 Representación esquemática de las funciones de transferencia no lineales que relacionan las señales de entrada y de salida de un sistema no lineal en el dominio del tiempo.

$y(t)$. La respuesta de tercer orden del circuito, la contribución más importante de un circuito no lineal, está representada por $H_3(f_{k_1}, f_{k_2}, f_{k_3})$, y así sucesivamente hasta el truncado de la NLTF de orden p . Haciendo uso de la definición de las NTLFs, cada n -ésima no linealidad para una señal de entrada representada por la expresión 5.24 puede ser escrita de la forma:

$$y_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} H_p(f_{k_1}, f_{k_1}, \dots, f_{k_p}) \prod_{i=1}^p X(f_{k_i}) e^{j2\pi f_{k_i} t} df_{k_i} \quad (5.28)$$

y utilizando la ecuación 5.9 en el dominio del tiempo, finalmente podemos expresar:

$$y_p(t) = \sum_{p=1}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} H_p(f_{k_1}, f_{k_1}, \dots, f_{k_p}) \prod_{i=1}^p X(f_{k_i}) e^{j2\pi f_{k_i} t} df_{k_i} \right] \quad (5.29)$$

5.3.4 Modelos polinómicos con memoria. Modelo GMP

Podemos comenzar el estudio de los modelos de comportamiento con memoria por aquellos en los que se añaden retrasos al modelo polinómico sin memoria. La representación del modelo polinómico sin memoria en el dominio del tiempo discreto y utilizando la equivalencia en banda base viene dada por:

$$\tilde{y}(n) = \tilde{x}(n) \sum_{k=1}^K h_k |\tilde{x}(n)|^{k-1} \quad (5.30)$$

donde se incorpora la memoria con un retraso de un intervalo muestreado q y con una profundidad de memoria total $Q-1$ como:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} B_q [b_q, \tilde{x}(n-q)] \quad (5.31)$$

donde

$$B_q [b_q, \tilde{x}(n-q)] = \tilde{x}(n-q) \sum_{k=1}^K h_k |\tilde{x}(n)|^{k-1} \quad (5.32)$$

Es conveniente describir este modelo mediante una representación esquemática como la que vemos en la Figura 5.5.

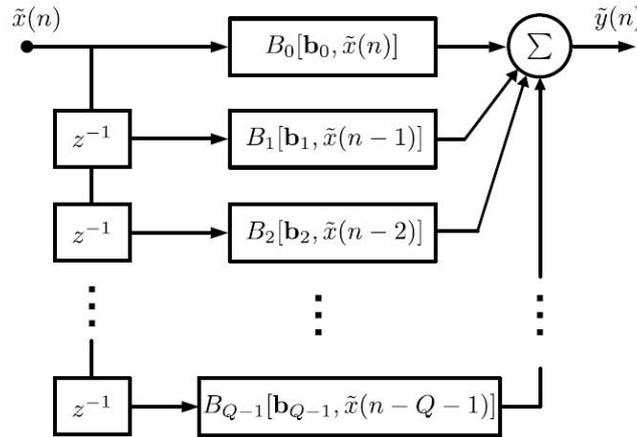


Figura 5.5 Representación esquemática del modelo polinómico con memoria con retrasos uniformes.

Esta representación es usada habitualmente por desarrolladores de este tipo de modelos de comportamiento para describir interconexiones entre las diferentes ramas de los filtros, aunque en casos complejos no es adecuada por falta de claridad en la representación. Como se muestra en la Figura 5.5, cada retardo q aplicado sobre la señal de entrada $x(n)$ para generar la salida se asocia a una función $B_q[b_q, x(n-q)]$. Además se puede observar que cada retardo está asociado a un vector de coeficientes b_q .

En cuanto a la distorsión, como sabemos, sólo los términos de orden impar contribuyen a la generación de componentes no lineales en la zona de interés, ya que los términos orden par están lejos de la frecuencia central. Sin embargo, incluir los términos no lineales de orden par tienen el beneficio de incrementar la precisión del modelado, permitiendo el uso de polinomios de orden inferior con mejores propiedades numéricas. Podemos reescribir el modelo MP con retrasos uniformes como:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=0}^K \sum_{q=0}^{Q-1} h_{2k+1}(q) |\tilde{x}(n-q)|^{2k} \tilde{x}(n-q) \quad (5.33)$$

Hasta ahora hemos descrito el modelo polinómico con memoria (MP) introduciendo una fase de retardos uniformes. Existe otro enfoque en el que se emplean retardos no uniformes, pero en definitiva, ambas técnicas emplean en el producto muestras de términos que corresponden con el mismo instante de tiempo. Sin embargo, la formulación de la serie de Volterra implica la aparición de los llamados productos cruzados, que están compuestos por diferentes retrasos de tiempo en el mismo producto, es decir, $(\dots + \tilde{x}(n)\tilde{x}(n-1) + \dots)$. Podemos introducir los términos de memoria cruzados usando el modelo de Wiener de la ecuación 5.4 reescribiéndola como

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=0}^K a_{2k+1} \left\{ \sum_{q=0}^{Q-1} g(q) \tilde{x}(n-q) \right\}^{2k+1} \quad (5.34)$$

donde a_{2k+1} representa el coeficiente de estas series de potencia. Los términos cruzados se introducen de la siguiente forma:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=0}^K a_{2k+1} \tilde{x} \left\{ \sum_{q=0}^{Q-1} g(q) \tilde{x}(n-q) \right\}^{2k} \quad (5.35)$$

Modelo GMP

A partir de la estructura del modelo MP combinada con términos cruzados vamos a estudiar una nueva estructura que se conoce como el *modelo polinómico generalizado con memoria (GMP)*. Este modelo nos será útil en los siguientes capítulos al comparar su rendimiento con el de nuestro diseño. Su expresión original

viene dada por:

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(n) = & \underbrace{\sum_{k=0}^{K_a-1} \sum_{q=0}^{Q_a-1} a_k(q) |\tilde{x}(n-q)|^k \tilde{x}(n-q)}_I + \\
& + \underbrace{\sum_{k=1}^{K_b-1} \sum_{q_1=0}^{Q_{1b}-1} \sum_{q_2=1}^{Q_{2b}} b_k(q_1, q_2) |\tilde{x}(n-q_1-q_2)|^k \tilde{x}(n-q_1)}_{II} + \\
& + \underbrace{\sum_{k=1}^{K_c-1} \sum_{q_1=0}^{Q_{1c}-1} \sum_{q_2=1}^{Q_{2c}} c_k(q_1, q_2) |\tilde{x}(n-q_1+q_2)|^k \tilde{x}(n-q_1)}_{III}
\end{aligned} \tag{5.36}$$

donde el término *I* corresponde al caso en el que la señal y su envolvente están alineados, similar al modelo MP, el término *II* a la señal y la envolvente retrasada y el *III* se refiere a la señal y su envolvente adelantada. Los coeficientes $a_k(q)$, que se definen a partir de (K_a, Q_a) , son los mismos que el modelo MP, mientras que los términos cruzados vienen computados en los coeficientes $b_k(q_1, q_2)$ y $c_k(q_1, q_2)$ asociados a las variables (K_b, Q_{1b}, Q_{2b}) y (K_c, Q_{1c}, Q_{2c}) , respectivamente.

Normalmente, los autores proporcionan una expresión expandida para representar este modelo como la siguiente:

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(n) = & \sum_{k \in K_a} \sum_{q \in Q_a} |a_k(q) \tilde{x}(n-q)|^k \tilde{x}(n-q) + \\
& + \sum_{k \in K_b} \sum_{q_1 \in Q_{1b}} \sum_{q_2 \in Q_{2b}} b_k(q_1, q_2) |\tilde{x}(n-q_1-q_2)|^k \tilde{x}(n-q_1) + \\
& + \sum_{k \in K_c} \sum_{q_1 \in Q_{1c}} \sum_{q_2 \in Q_{2c}} c_k(q_1, q_2) |\tilde{x}(n-q_1+q_2)|^k \tilde{x}(n-q_1)
\end{aligned} \tag{5.37}$$

donde los vectores (K_a, Q_a) , (K_b, Q_{1b}, Q_{2b}) y (K_c, Q_{1c}, Q_{2c}) pueden tomar los valores convenientes para modelar el dispositivo. Esta manera de expresar el modelo GMP permite la posibilidad de computar sólo los términos no lineales de orden impar para aplicaciones paso de banda. Además, el modelo GMP tiene la ventaja de poder representar cualquier otro modelo polinómico con memoria simplemente ajustando sus diferentes parámetros.

6 Compensación del desbalance I/Q. Predistorsión digital

En este capítulo describiremos el modelo de desbalance I/Q y su compensación a partir del estudio del artículo de Cao titulado *I/Q Imbalance Compensation Using a Nonlinear Modeling Approach*. Como veremos, vamos a usar un enfoque de modelado no lineal que se basará en las series de Volterra. A partir de la estructura propuesta por Cao obtendremos unos *kernels* o coeficientes que podremos usar, por un lado, para obtener un modelo directo del modulador bajo estudio y, por otro lado, para diseñar el compensador o predistorsionador digital (DPD) correspondiente.

6.1 Modelo de desbalance I/Q

El desbalance no lineal entre las ramas en fase y cuadratura, en la práctica, es un efecto importante en los moduladores. En general, en los moduladores de RF, las componentes del desbalance I/Q pueden ser dependientes o independientes de la frecuencia. El desbalance I/Q independiente de la frecuencia puede ser caracterizado mediante un desbalance en amplitud y un desajuste del error de fase, y compensado usando el método de Gram-Schmidt. El desbalance I/Q dependiente de la frecuencia, que es el que detallaremos aquí, se origina principalmente en los componentes analógicos de las ramas en fase y cuadratura del modulador. Un modelo simplificado que contiene dichos elementos analógicos es el que se muestra en la Figura 6.1.

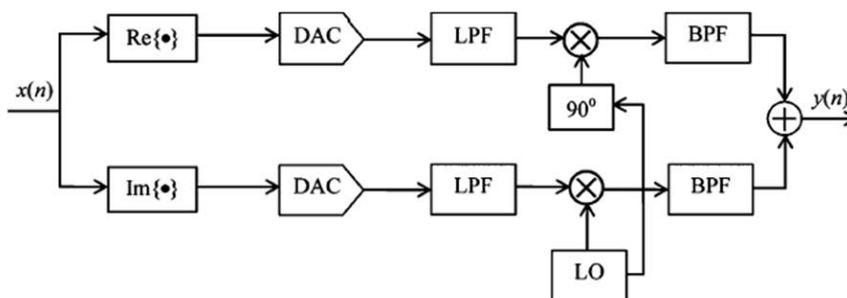


Figura 6.1 Modelo simplificado del modulador I/Q.

Estos componentes pueden introducir también distorsión no lineal indeseable: las no linealidades estáticas sin memoria son introducidas por los convertidores D/A como ruido de cuantización y recortan el rango dinámico; y las no linealidades con memoria son introducidas por el filtro de reconstrucción paso de baja y por los offsets de fase del oscilador local (LO).

Tradicionalmente, el desbalance I/Q se ha compensado usando ganancias cruzadas como se muestra en la Figura 6.2. Sin embargo, este tipo de modelo no es suficiente para compensar el tipo de desbalance no lineal y/o dependiente de la frecuencia, por lo que se necesitan otros esquemas más avanzados para esta finalidad. En el modelado general de sistemas no lineales con memoria, las series de Volterra son una herramienta importante. Las series de Volterra son ampliamente usadas para modelar el comportamiento de amplificadores

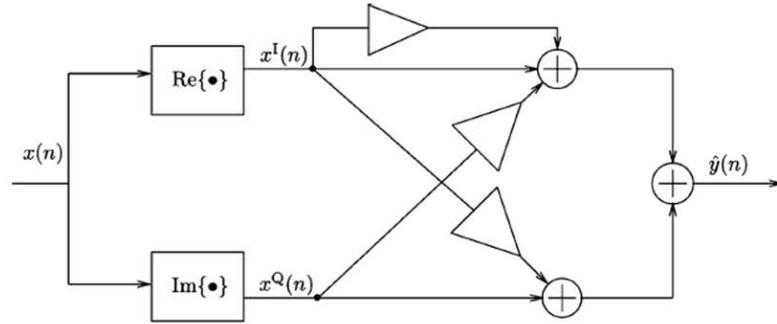


Figura 6.2 Modelo tradicional de desbalance I/Q usando componentes de ganancia.

de potencia de RF . Es importante darse cuenta, sin embargo, que la característica de los amplificadores (trabajando alrededor de una frecuencia de portadora fija) no depende de los cambios absolutos de fase en la portadora de RF. En consecuencia, las partes real (I) e imaginaria (Q) son intercambiables desde el punto de vista de los amplificadores. Estos hechos se aplican en las series de Volterra para modelar el comportamiento de los amplificadores de potencia, teniendo, por tanto, solo *kernels* simétricos.

Por otro lado, en el equivalente para banda base de las series de Volterra de sistemas paso de banda, que es el caso que nos ocupa, sólo se consideran las componentes de frecuencia de la señal que están alrededor de la frecuencia de portadora, existiendo sólo los términos no lineales de orden impar.

Para compensar las no linealidades en las ramas I/Q y el desbalance no lineal dependiente de la frecuencia, vamos a introducir una nueva aplicación del modelo clásico de Volterra para valores reales. La expresión truncada de la serie de Volterra para valores reales se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 y(n) = & \sum_{m=0}^M h_m x(m-n) + \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=m_1}^M h_{m_1 m_2} x(n-m_1)x(n-m_2) \dots \\
 & + \dots + \sum_{m_1=0}^M \dots \sum_{m_p=m_{p-1}}^M h_{m_1 \dots m_p} x(n-m_1) \dots x(n-m_p)
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

donde $x(n)$ e $y(n)$ representan la entrada y la salida de las series de Volterra, respectivamente. P es el orden de la no linealidad, M es la profundidad de memoria, y $h_{m_1 \dots m_p}$ el *kernel* de p -ésimo orden de la serie de Volterra. Aquí, vamos a extender la serie de Volterra ordinaria a un modelo de entrada dual, usando las partes real e imaginaria de $x(n)$ como entradas del modelo. Basándonos en esto, la salida compleja del modulador I/Q será modelada usando dos entradas separadas formadas por series de Volterra con las partes real e imaginaria de la salida de $y(n)$. Para ilustrar mejor el principio en que se basa este modelo se muestra el diagrama de bloques de la Figura 6.3.

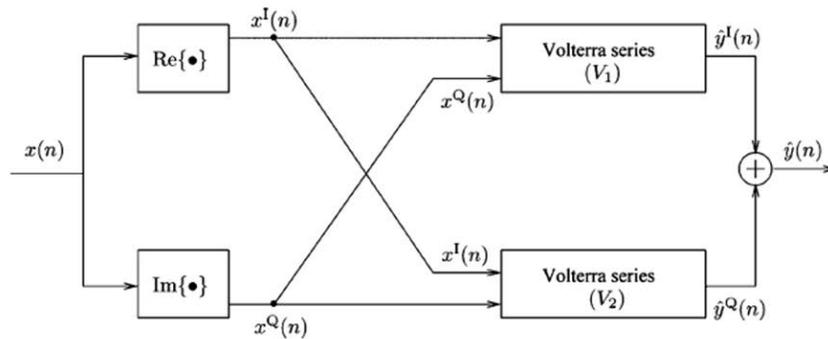


Figura 6.3 Modelo de desbalance I/Q con doble entrada no lineal basado en el modelado de Volterra.

Usando este enfoque, podemos reformular la expresión anterior como:

$$\tilde{y}(n) = V_1[x^I(n), x^Q(n)] + jV_2[x^I(n), x^Q(n)]
 \tag{6.2}$$

donde

$$V_i = \sum_{m_1=0}^M \mathbf{h}_{m_1}^T \mathbf{x}_{m_1} + \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=m_1}^M \mathbf{h}_{m_1 m_2}^T (\mathbf{x}_{m_1} \otimes \mathbf{x}_{m_2}) + \dots + \dots + \sum_{m_1=0}^M \dots \sum_{m_p=m_{p-1}}^M \mathbf{h}_{m_1 \dots m_p}^T (x_{m_1} \otimes \dots \otimes x_{m_p}) \tag{6.3}$$

El símbolo \otimes se usa para denotar el producto de Kronecker, que se define como:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = [a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2]^T \tag{6.4}$$

los vectores \mathbf{h} y \mathbf{x} se expresan como

$$\mathbf{h}_{m_1 \dots m_p} = [h_{m_1 \dots m_p, 1}, h_{m_1 \dots m_p, 2}, \dots, h_{m_1 \dots m_p, 2p}]^T \tag{6.5}$$

y

$$\mathbf{x}_{m_p} = \begin{bmatrix} x^I(n - m_p) \\ x^Q(n - m_p) \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

Este modelo, el cual se basa en una serie de Volterra de valores reales con entrada dual, no solo incluye los términos de cada rama si no que también incluye los términos cruzados entre las respectivas ramas I/Q. Consecuentemente, este modelo se puede usar tanto para desbalances lineales como no lineales, así como en desbalances dependientes o independientes de la frecuencia.

6.2 El Predistorsionador digital (DPD)

La mayoría de los modelos de comportamiento descritos en el capítulo anterior, tienen su respectiva implementación o aplicación en los predistorsionadores digitales.

En un estudio realizado por Schetzen en 1976, se obtuvo un resultado muy importante. Este estudio provee los conceptos básicos a los que nos referimos hoy en día como técnica DPD. En él se definió el inverso de orden k de un sistema H , referido como G_k^{-1} , como el único que conectado en cascada con H da como resultado el sistema R , el cual puede ser representado como:

$$R[x(t)] = x(t) + \sum_{n=k+1}^{\infty} R_n[x(t)] \tag{6.7}$$

donde desde el segundo hasta el k -ésimo orden de los *kernels* de Volterra son cero. El sistema R se representa en la Figura 6.4. En ella también se representa el sistema equivalente de R , S . Esta equivalencia corresponde con la demostración de Schetzen, en la cual el k -ésimo orden pre-inverso de un sistema H es idéntico al k -ésimo orden post-inverso de H como se muestra en la Figura 6.4.

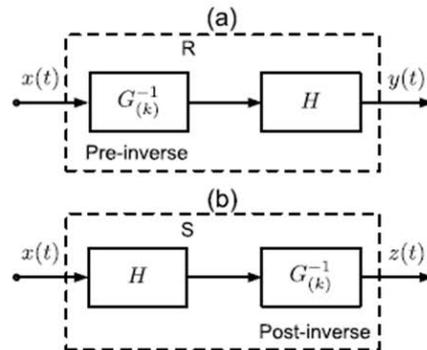


Figura 6.4 Equivalencia de los sistemas R en (a) y S en (b) propuesto por Schetzen.

Básicamente, se pueden implementar dos tipos diferentes de predistorsionadores digitales: basados en un modelado directo o inverso. El más extendido es el enfoque inverso. Ambas arquitecturas están destinadas a

lograr una función pre-inversa, para ser usada como se ilustra en la Figura 6.5, para la pre-compensación del sistema no lineal H . La meta de la técnica DPD es obtener la señal $\tilde{z}(n)$ que hace posible la relación:

$$\tilde{y}(n) = h_1 \tilde{x}(n) \quad (6.8)$$

donde h_1 es el coeficiente lineal de H en la representación del equivalente banda base de Volterra.

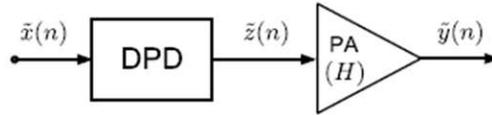


Figura 6.5 Representación de un PA lineal empleando DPD.

El modelado inverso es útil cuando la salida deseada del predistorsionador que compensa al sistema no lineal H es desconocido. La Figura 6.6 muestra el algoritmo propuesto por Changsoo y Powers para obtener el predistorsionador basado en Volterra. Un modelo de amplificador inverso, A , se identifica usando la salida $\tilde{y}(n)$ para predecir su entrada original $\tilde{x}(n)$ antes de la aplicación del bloque DPD. El proceso de post-distorsión se obtiene mediante las siguientes condiciones:

$$\tilde{x}(n) \neq \tilde{y}(n) \rightarrow \tilde{z}(n) \neq \tilde{o}(n)$$

y

$$\tilde{x}(n) = \tilde{y}(n) \rightarrow \tilde{z}(n) = \tilde{o}(n)$$

entonces, si $\tilde{e}(n)$ tiende a cero, con

$$\tilde{e}(n) = \tilde{z}(n) - \tilde{o}(n)$$

Esto provoca que $\tilde{y}(n)$ se aproxime a $\tilde{x}(n)$. Cuando el sistema A ha sido identificado, éste se copia dentro del bloque del predistorsionador en la Figura 6.6 y dentro del bloque DPD en la Figura 6.5.

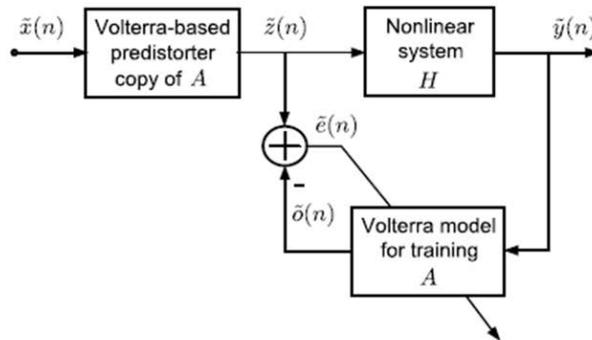


Figura 6.6 Algoritmo inverso empleado por Changsoo y Powers.

La principal ventaja de la aproximación indirecta consiste en el hecho de que ninguno de los modelos estudiados en el capítulo anterior puede ser usado para obtener el modelo que ajusta la salida $\tilde{y}(n)$ a la salida final deseada $\tilde{x}(n)$ después de aplicar el DPD. Esto es necesario para que la salida final del sistema sólo sea afectada por un coeficiente escalar representando la amplificación lineal.

Por otro lado, el modelado directo consiste en sintetizar el modelo primero y luego invertirlo para conseguir linealizar el dispositivo.

Ambas arquitecturas de aprendizaje DPD pueden ser usadas en algoritmos adaptativos para generar predistorsionadores digitales que requieren un gran número de iteraciones. Los DPDs adaptativos basados en modelado directo han sido estudiados por D. Zhou y DeBrunner en 2007. Mediante simulaciones, esos DPDs son comparados con un DPD extraído indirectamente, consiguiendo mejor rendimiento en términos de NMSE y recircimiento espectral. Por otro lado, el DPD propuesto por Changsoo y Powers en 1997, que emplea el modelado inverso, usa además un proceso iterativo en bucle cerrado para estimar los coeficientes del modelo. Finalmente, en las aproximaciones de Montoro et al. en 2007 y Gilabert et al. en 2008, se usan

unos mecanismos iterativos que fueron muy populares para los sistemas no lineales de predistorsión con memoria.

6.3 Compensación del desbalance I/Q

Como hemos dicho anteriormente, para describir el desbalance I/Q se propone un modelo basado en las series de Volterra de valores reales. De esta manera, podemos construir el modelo inverso de las series de Volterra y usarlo como pre-compensador (predistorsionador), como se muestra en la Figura 6.7, donde \mathbf{h}_1 y \mathbf{h}_2 son los *kernels* estimados del modelo inverso de Volterra, y \mathbf{g}_1 y \mathbf{g}_2 representan las funciones no lineales en el modulador. Se usan modelos diferentes para los pre-compensadores correspondientes a las ramas en fase y cuadratura.

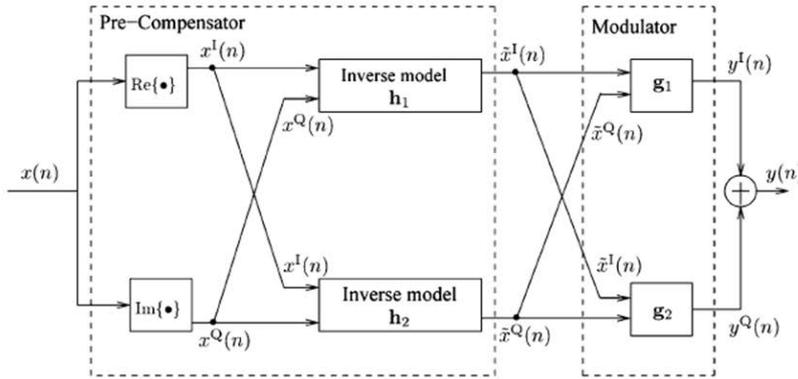


Figura 6.7 Modulador y precompensador de desbalance I/Q en cascada.

Para encontrar los *kernels* de los modelos inversos necesitamos identificar el modelo de Volterra. Por definición, teóricamente, el modelo inverso debe producir la señal deseada original por su salida cuando se alimenta con la señal de salida del modulador a la entrada. Por lo tanto, las medidas de la señal de salida del modulador para una entrada dada pueden ser usadas para identificar los *kernels* del modelo inverso. Dichos *kernels* pueden ser estimados mediante el método de los mínimos cuadrados (LSE, *Least Squares Estimation*).

Asumiendo una señal estacionaria, podemos obtener un solo mínimo absoluto. Con este método, el modelo del error entre la señal estimada y la señal original se puede expresar como:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \tag{6.9}$$

y

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{Y}\mathbf{h} \tag{6.10}$$

donde \mathbf{x} y $\hat{\mathbf{x}}$ denotan los vectores de señal original y estimado, respectivamente. \mathbf{Y} es la matriz de señal de la salida del modulador

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_{m_1}^T, (\mathbf{y}_{m_1} \otimes \mathbf{y}_{m_2})^T, \dots, (\mathbf{y}_{m_1} \otimes \mathbf{y}_{m_2} \otimes \dots \otimes \mathbf{y}_{m_p})^T] \tag{6.11}$$

donde \mathbf{y}_{m_p} se define de manera similar a \mathbf{x}_{m_p} . El tamaño de \mathbf{Y} es $N \times J$, donde N es el número de muestras y J es el número de coeficientes. La solución por mínimos cuadrados que minimiza la varianza del error se puede escribir entonces como

$$\mathbf{h} = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{x} \tag{6.12}$$

En la práctica, el ruido de medida asociado con la salida del modulador limitará la solución ligeramente, y el comportamiento no lineal del modulador cambiará, dependiendo de la temperatura o de variaciones de la potencia de la señal de entrada. Para obtener buenas estimaciones de los *kernels* del modelo inverso, se necesita un entrenamiento adaptativo.

7 Modelado inverso y directo. Resultados experimentales

En primer lugar a partir del artículo de Cao, hemos realizado el modelado inverso para linealizar o compensar el comportamiento no lineal de nuestro sistema. Esto lo hemos aplicado a través del ya comentado predistorsionador digital (DPD), antes de la amplificación. En este caso, los resultados obtenidos que se muestran a continuación no se ajustan a lo esperado y el diseño del DPD no ha tenido éxito. Posteriormente nos hemos centrado en el modelado directo. Ahora lo que hacemos es modelar directamente el amplificador, para obtener una predicción de cómo se va a comportar. Comprobaremos que el diseño funciona perfectamente a través de figuras como el NMSE (*Normalized Mean Squared Error*), complejidad computacional, constelación,... etc.

Finalmente, compararemos dichos resultados del modelado directo con los obtenidos en otro modelo, el modelo GMP. Este modelo, explicado en sección 5.3.4, es adecuado para nuestra comparación, y podremos observar las buenas prestaciones que nos ofrece nuestro modelado.

7.1 Equipos y montaje experimental

7.1.1 Equipos

Generador SMIQ02B

La configuración de medida para el estudio de moduladores en cuadratura consiste en el generador de señal SMIQ02B de *Rhode&Schwarz* que incorpora la facilidad de forma de onda arbitraria. Este generador se usa como modulador en cuadratura de la señal cuyas características no lineales evaluaremos en este proceso. La implementación de forma de onda arbitraria consiste en una memoria interna donde se carga la señal en banda base compleja del usuario, para cada rama del modulador en cuadratura. En el esquemático de la estructura interna ofrecido por el fabricante, podemos observar que este bloque de memoria va seguido por un DAC (*Digital-to-Analog Converter*) y filtros analógicos. Finalmente, la interfaz de este generador de señal arbitraria está formada por componentes de RF.



Figura 7.1 Generador de señal SMIQ02B de Rhode&Schwarz.

En nuestro caso, hemos elegido la frecuencia central $f_c = 2\text{GHz}$, para evaluar las imperfecciones y la respuesta no lineal del dispositivo.

Analizador vectorial de señal AGILENT EXA N9010A

El equipo de medida utilizado es el analizador vectorial de señal N9010A del fabricante Agilent Technologies. Este equipo nos permite, entre otros tipos de medidas posibles, adquirir muestras en el dominio del tiempo de la envolvente compleja de la señal modulada que se ha generado. Entre sus especificaciones destacan la posibilidad de detectar señales dentro de un rango de frecuencias que va desde los 3 Hz a los 26.5 GHz y la capacidad de analizar señales de un ancho de banda de hasta 10 MHz. Dispone de un rango dinámico lo suficientemente alto como para captar señales sin que el fondo de ruido deteriore la calidad de la medida, obteniéndose un buen límite experimental y una alta repetibilidad de las medidas.



Figura 7.2 Analizador vectorial de señal Agilent EXA N9010A.

El N9010A puede configurarse para que trabaje en uno de los siguientes modos:

- Analizador de espectros: permite la realización de medidas como si se tratara de un analizador de espectros al uso con barrido de frecuencia y análisis FFT. Este modo ofrece la posibilidad de hacer medidas de gran precisión de frecuencia y potencia de señales con un ancho de banda muy estrecho.
- Analizador I/Q: se emplea para realizar medidas en los dominios frecuencial y temporal. Puede representar el espectro complejo y la forma de onda I/Q.
- VXA Analizador vectorial de señales: se usa con señales moduladas pudiéndose hacer demodulaciones analógicas (AM, FM y PM), digitales (QPSK, QAM, MSK, FSK, etc.) y de estándares de comunicaciones (GSM, W-CDMA, OFDM, etc.).
- Modo VSA: proporciona una interfaz de usuario mejorada para facilitar la realización de las mismas medidas que se pueden realizar en modo VXA.

En nuestro caso, nuestra intención es representar la envolvente compleja de la señal en función del tiempo. Por lo tanto, usaremos el modo VSA para realizar las medidas, en el que la señal modulada se baja de frecuencia alta (RF) a una frecuencia más baja (banda base) y después se adquieren muestras de la señal en el dominio del tiempo.

Con estas muestras, se puede estudiar la constelación y todas las figuras de mérito derivadas para la modulación que estemos empleando.

Bus GPIB

Para la comunicación remota del PC con los demás equipos se emplea un cable que soporte el estándar GPIB (General Purpose Interface Bus). GPIB es un bus de transmisión de datos de 8 bits y lógica con niveles TTL estándar ('1' si el voltaje es $\leq 0.8\text{ V}$ y '0' si el voltaje es $\geq 2.0\text{ V}$). Los cables y conectores tienen el aspecto típico mostrado en la Figura 7.3. Están apantallados y permiten velocidades de transferencia de 1 Mb/s, aunque existen versiones que llegan hasta los 8 Mb/s. Los conectores tienen dos lados de conexión (macho y hembra), permitiendo diversas estructuras topológicas (bus, estrella y combinaciones de ellas).

7.1.2 Montaje de medida

En primer lugar, a través del PC introducimos la señal en fase y cuadratura que idealmente queremos generar, x_{sw} , en el generador, mediante un bus GPIB. Éste irá conectado en el panel trasero del generador y también al PC. Luego, para conectar los equipos, utilizamos un cable coaxial que va desde la salida de RF del generador de señal a la entrada de medida del analizador vectorial de señal. Finalmente, observamos la salida del



Figura 7.3 Bus estándar GPIB.

modulador, y_{med} , en el analizador vectorial de señal, donde podemos ver sus prestaciones así como los fenómenos no lineales que se producen. Además las muestras de la envolvente compleja que se observan en el analizador vectorial de señal pueden guardarse en un fichero para ser procesadas en un PC.

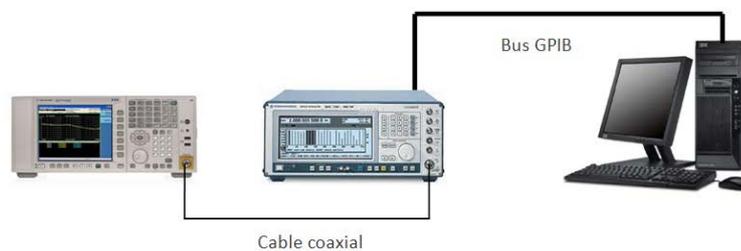


Figura 7.4 Montaje de medida en el Laboratorio.

El montaje de medida consiste en un generador vectorial de señal Rohde & Schwarz SMIQ02B con la opción de generación de forma de onda arbitraria y un analizador vectorial de señal (VSA) EXA-N9010A de Agilent Technologies Inc. El nivel de potencia se estableció en -30 dBm y la frecuencia de trabajo fue de 2 GHz. A fin de validar experimentalmente el modelo propuesto se ha generado una señal con una modulación QPSK que hace uso de un filtro de tipo raíz de coseno alzado, con factor de roll-off $\alpha = 0.22$. Esta señal se creó en Matlab, usando un factor de sobremuestreo de 5 muestras por símbolo y añadiendo un cierto grado de imperfecciones I/Q a la señal, esto es, un desbalance de ganancia I/Q de 0.04 dB (o equivalentemente, del 5%) y un error en cuadratura de 9 grados. Posteriormente, se cargó en la memoria interna del generador de señal para dar lugar a la señal modulada. Por otro lado, en el analizador de señal se empleó el software 89600 VSA para adquirir muestras de la señal en banda base en el dominio del tiempo. La tasa de muestreo empleada para la adquisición fue también de 5 muestras por símbolo.

7.2 Modelado inverso

En un primer lugar hemos diseñado el modelado inverso. Todo este proceso lo haremos a través de Matlab, y el esquema seguido para realizar la predistorsión lo podemos ver en la Figura 7.5.

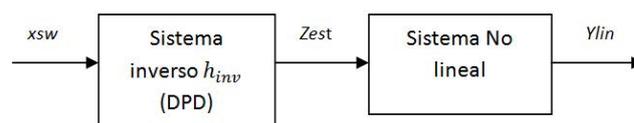


Figura 7.5 Esquema para la predistorsión.

Como dijimos en el capítulo anterior, vamos a definir una serie de conceptos para el modelado a través de series de Volterra. La profundidad de memoria M , en nuestro caso tomaremos $M=6$; el orden de la no linealidad p , tomaremos $p=3$; y por último vamos a definir $S = l - M - 1$, donde l es la longitud del vector de

entrada. Como primer paso para diseñar el DPD, calcularemos el conjunto de *kernels* h_{inv} , que se dividirán en dos partes: una parte corresponderá a la serie de Volterra de dos entradas que representa la componente en fase del modelo inverso y la otra parte corresponderá a una segunda serie de Volterra de dos entradas que representa la componente en cuadratura del modelo inverso.

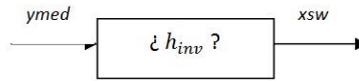


Figura 7.6 Esquema para obtener los kernels h_{inv} .

Mediante las expresiones del código A.7 podemos calcular el valor de los coeficientes.

Código 7.1 Obtención de coeficientes.

```
h_invI=pinv(Mymed)*xre;
h_invQ=pinv(Mymed)*ximag;
```

Mymed es la matriz de entradas desplazadas obtenida a partir del vector de salida *y_{med}*; y *xre* y *ximag* son respectivamente la parte real e imaginaria del vector o señal de entrada *x_{sw}*. Esta matriz *Mymed* está compuesta por tres submatrices, correspondientes a los órdenes de no linealidad $p = 1$, $p = 2$ y $p = 3$. La instrucción de Matlab *pinv* calcula la pseudoinversa de una matriz, que coincide con la definición $[(Y^T Y)]^{-1} Y^T$ expuesta en el capítulo 6.

Según el esquema inicial, una vez obtenido h_{inv} podemos hallar el vector que introduciremos a nuestro sistema no lineal, *Zest*, la señal de entrada predistorsionada, mediante el código A.11.

Código 7.2 Obtención de *Zest*.

```
Zfase=Mxsw*h_invI;
Zquad=Mxsw*h_invQ;
Zest=Zfase+j*Zquad;
```

Este vector *Zest* está diseñado según el modelo inverso, de manera que al introducirlo en el sistema no lineal original obtendremos una salida linealizada, es decir, una señal libre de las componentes no lineales indeseadas a la que llamaremos *y_{lin}*. A continuación podemos ver los resultados obtenidos mediante este modelado inverso, para figuras de mérito como la conversión AM/AM y AM/PM.

7.2.1 Resultados

Conversión AM/AM

En primer lugar vamos a observar el comportamiento de la salida del modulador (*y_{med}*) antes de linealizarlo frente a la entrada teórica *x_{sw}*. En la Figura 7.7 se observa la conversión AM/AM.

A pesar de que el comportamiento de los puntos parece poco predecible, se puede observar una tendencia representada con una línea continua. Pues bien, el comportamiento de la conversión AM/AM de la salida linealizada debe ser una línea horizontal plana, y eso se consigue haciendo que el comportamiento de la conversión AM/AM para la señal predistorsionada *Zest* frente a la entrada *x_{sw}* sea el opuesto a este, de forma que lo compense. En la figura Figura 7.8 podemos observar la conversión AM/AM para la señal supuestamente linealizada.

Como vemos, no se produce compensación de la salida original, y además la ganancia obtenida para los diferentes puntos es desorbitada (entre 100-170 dB). Por lo tanto siguiendo el modelado inverso descrito anteriormente no logramos compensación, y además obtenemos resultados inconsistentes.

Conversión AM/PM

Podemos observar también la conversión AM/PM en ambos casos en la Figura 7.9. De nuevo observamos en la Figura 7.10 que los resultados no son los esperados y la compensación no se produce. Por lo tanto, no hemos conseguido modelar el comportamiento mediante un sistema inverso, a pesar de haberlo revisado e intentar plantear soluciones que mostraran resultados acordes a lo esperado. Una posible causa para estos resultados

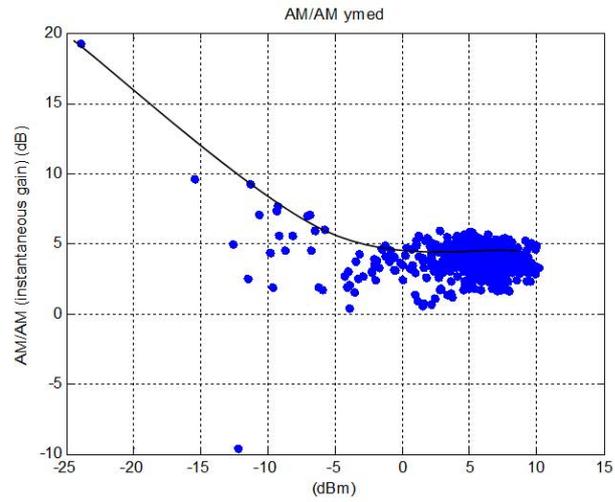


Figura 7.7 Conversión AM/AM a la salida del modulador.

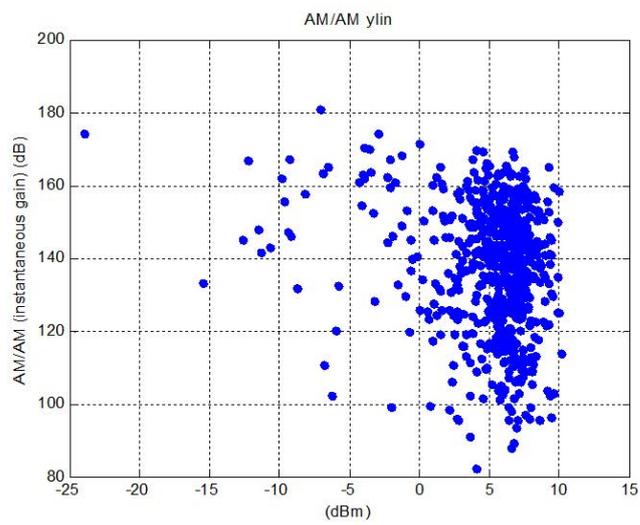


Figura 7.8 Conversión AM/AM para señal linealizada.

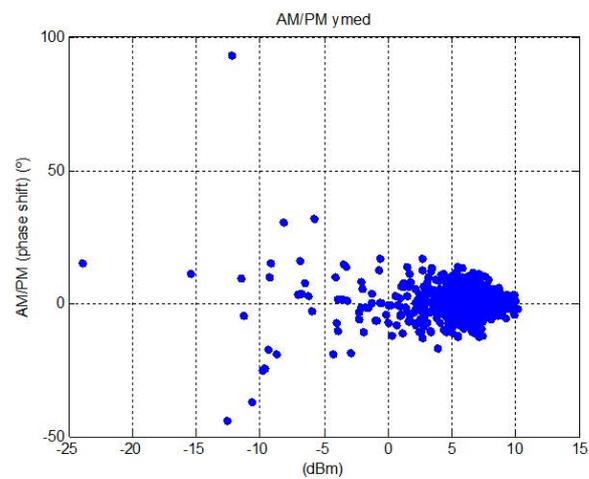


Figura 7.9 Conversión AM/PM para la señal medida.

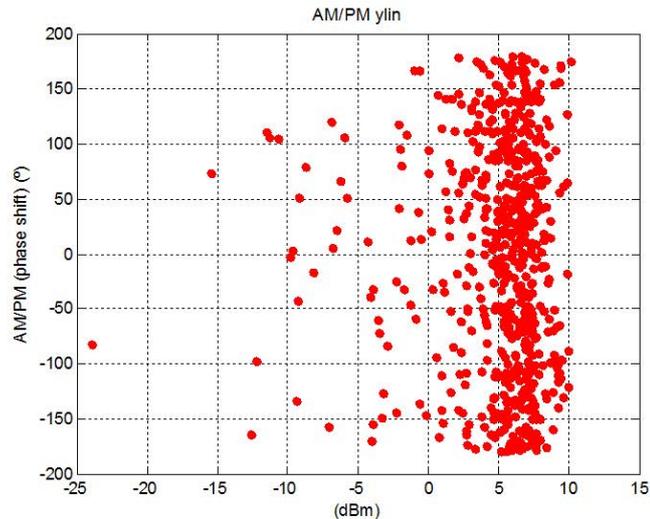


Figura 7.10 Conversión AM/PM para la señal linealizada.

inconsistentes es la existencia de algún tipo de problema numérico al realizar el ajuste del modelo inverso. Es posible que las limitaciones presentes en el *setup* de medida empleado estén dando lugar a problemas en el ajuste del modelo inverso. Por ello nos centraremos en el modelado directo que, como comprobaremos, ofrece unos resultados muy fiables.

7.3 Modelado directo.

El modelado directo, no trata de compensar las no linealidades del sistema sino modelar el propio sistema no lineal, de manera que la salida predicha o estimada a será similar a la medida realizada.

Comprobaremos mediante diferentes resultados que el modelado funciona perfectamente, lo compararemos con el modelo *GMP*, y veremos que la salida de nuestro modelo se ajusta mejor a la original. Para realizar el modelado directo procedemos de la siguiente manera, de nuevo considerando los parámetros establecidos para la estructura del modelo que se emplearon en el caso del modelado inverso. En primer lugar, necesitamos determinar el conjunto de *kernels* h_{dir} correspondientes a la serie de Volterra de dos entradas que representa la componente en fase del modelo directo y a la segunda serie de Volterra de dos entradas que representa la componente en cuadratura del modelo directo. A continuación, dichos coeficientes se emplearán para obtener una estimación de la salida del sistema dada por la señal *yest* que deberá parecerse mucho a la salida medida, *y_{med}*, si todo el modelado se ha realizado correctamente. El esquema seguido se muestra en la Figura 7.11.

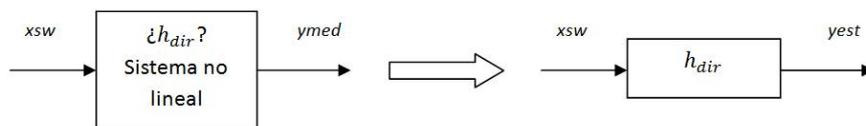


Figura 7.11 Esquema del modelado directo.

Al igual que dijimos antes, todo esto lo hacemos mediante *Matlab*. De nuevo para calcular los coeficientes tenemos en cuenta la componente en fase y la componente en cuadratura.

Código 7.3 Obtención de coeficientes del modelo directo.

```
hI=pinv(Mx)*ymed_I;
hQ=pinv(Mx)*ymed_Q;
```

En este caso utilizamos la matriz de entradas desplazadas del vector x_{sw} , Mx , de acuerdo con el esquema expuesto anteriormente. Una vez identificados los *kernels* procedemos a obtener la nueva respuesta estimada de nuestro modelo, y_{est} .

Código 7.4 Obtención de la respuesta estimada.

```
yest_I=Mx*hI;
yest_Q=Mx*hQ;
yest=yest_I+j*yest_Q;
```

Como vemos, ya tenemos nuestra salida modelada con sus componentes en fase y cuadratura, la cual compararemos con la salida medida y_{med} , y la salida del modelo GMP, y_{mod} . A continuación mostraremos los resultados obtenidos en los dos modelos, mediante la representación del espectro en frecuencia, la complejidad computacional, la constelación y el NMSE.

7.4 Modelo generalizado polinómico con memoria (GMP)

Este modelo está basado en un polinomio con memoria que consiste en varios retardos y funciones no lineales estáticas, que resultan del truncamiento de la serie general de Volterra.

Hemos utilizado el modelo de Juan Antonio Becerra González, en el cual se calculan, mediante un programa en Matlab, los *kernels* y la salida modelada con una serie de parámetros. Estos parámetros son los vectores ka , La , Lb , Mb , Kc y Mc , y se incluyen en la estructura de entrada del modelo en Matlab. Los valores que tengan estos vectores determinan qué configuración concreta estamos probando en este marco teórico.

Código 7.5 Parámetros del modelo GMP.

```
modelo.Ka = [0:4];
modelo.La = [0:7];
modelo.Kb = [2,4];
modelo.Lb = [0];
modelo.Mb = [1:8];
modelo.Kc = [];
modelo.Lc = [];
modelo.Mc = [];
```

Por ejemplo, $Ka = [0,2,4]$, indica que en el primer sumatorio tendremos en cuenta $k=0$, $k=2$ y $k=4$. Los parámetros Ka y La se refieren al primer término del modelo en el que sólo hay *kernels* diagonales, es decir, los que tienen el mismo retardo en $|x(n-l)^k|$ y $|x(n-l)|$. Por tanto, sólo se tienen en cuenta términos impares en la no linealidad y el máximo orden que se considerará en el término diagonal es orden 5. Los parámetros Kb , Lb y Mb se refieren al segundo término del modelo en el que se tienen en cuenta *kernels* fuera de la diagonal, es decir, con un retardo diferente en $|x(n-l-m)^k|$ y en $|x(n-l)|$ pero siendo los dos retardos. Los parámetros Kc , Mc y Lc se refieren al tercer término del modelo en el que se tienen en cuenta *kernels* fuera de la diagonal y además que puedan tener un adelanto en vez de un retardo. A este último término, se le denomina *término no causal*, y no solemos tenerlo mucho en cuenta. En el caso del término no diagonal causal, sólo se tienen en cuenta términos impares en la no linealidad y el máximo orden que se considerará en el término diagonal es orden 5. De esta forma, la profundidad de memoria viene dada por el valor mayor fijado de entre La y $Lb+Mb$. Este valor lo usaremos para representar la complejidad computacional y el NMSE en función de la memoria.

7.5 Resultados de los modelos directo y GMP

A continuación mostraremos los resultados obtenidos para diferentes figuras de mérito para los dos modelos descritos anteriormente. Por un lado el modelado directo que proporciona el modelo de Cao, el cual es el modelo diseñado y objetivo de este proyecto; y el modelo GMP, otro modelo de similares características que usaremos para comparar prestaciones.

En este sentido, el modelado realizado se aproximará al sistema medido si los resultados obtenidos son

similares. Además, podremos ver las prestaciones de nuestro modelo comparando su eficacia respecto al modelo GMP.

Espectro en frecuencia

Como dijimos antes, nuestro generador está ajustado a una $f_c = 2\text{GHz}$, por lo tanto debemos distinguir el canal en el espectro en torno a esa frecuencia, y no habrá componentes frecuenciales significativas fuera del intervalo abarcado por el ancho de banda de la señal modulada. En el modelo directo hemos usado un orden de no linealidad $p=3$ y una profundidad de memoria $M=6$ y, tras obtener la salida estimada, se ha calculado su espectro. En la figura Figura 7.12 podemos observar el espectro de la salida original, PSD_{ymed} , y el espectro obtenido con el modelo directo, PSD_{yest} .

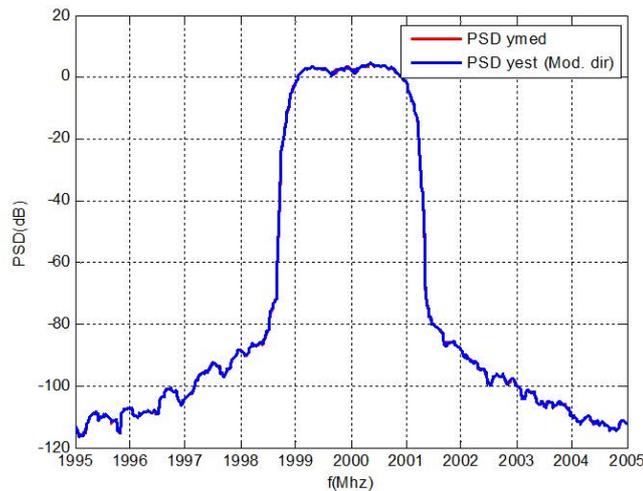


Figura 7.12 Espectros de la señal medida y de la salida del modelo de Cao.

Como se aprecia en la figura Figura 7.12, los espectros son indistinguibles. Podemos ver, además, que el nivel de ruido y distorsión está por debajo de los -80 dB fuera del canal, por lo que la señal generada es bastante lineal y presenta un buen margen dinámico.

Si nos centramos ahora en el modelo GMP, como podemos observar en la Figura 7.13, el espectro está centrado de nuevo en torno a $f_c = 2\text{GHz}$, pero en esta ocasión difiere de la medida. Los niveles de ruido de la señal medida, PSD_{ymed} , están por debajo de los -80 dB fuera del canal, mientras que en el espectro de la estimación del modelo GMP, PSD_{ymod} , los niveles están alrededor de -40 dB , por lo que el modelado no es muy adecuado a nivel de espectro.

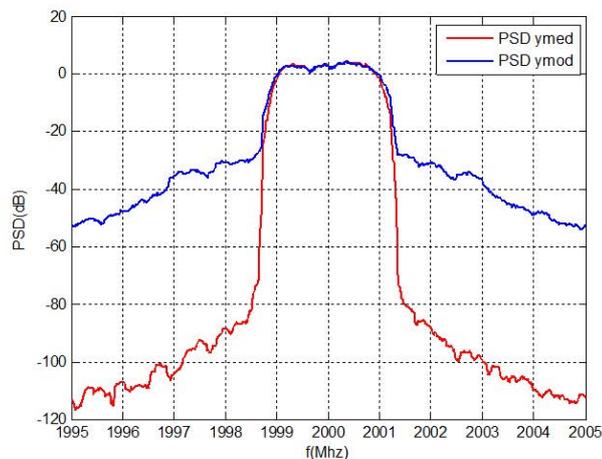


Figura 7.13 Espectros de la señal medida y de la salida del modelo GMP.

Atendiendo a la configuración descrita para el modelo GMP y la del modelo de Cao (con $p=3$ y $M=6$) podemos ver la comparación de espectros para ambos modelos.

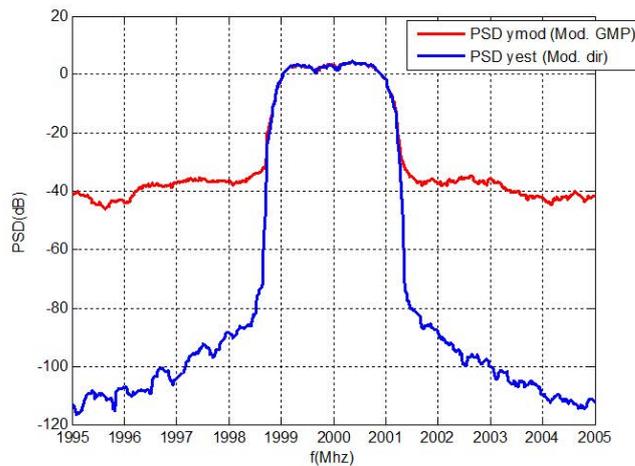


Figura 7.14 Espectros de las salidas del modelo de Cao y del modelo GMP.

En este caso podemos comprobar que en el espectro obtenido a la salida del modelo GMP se puede distinguir el canal, pero el nivel de ruido (en torno a -40 dB) es demasiado elevado, por lo que no modela adecuadamente el sistema. En cambio, los resultados del modelo de Cao nos muestran que el espectro es prácticamente idéntico al original, tanto en la anchura del canal en torno a los 2 GHz como en el nivel de ruido y distorsión que es muy similar.

Conversión AM/AM

Vamos a representar la conversión AM/AM de nuevo para ambos modelos y compararemos resultados. En la Figura 7.15 podemos ver la representación para el modelo de Cao, la cual es indistinguible a la obtenida para el sistema medido, y como vimos antes se observa una tendencia representada con una línea continua.

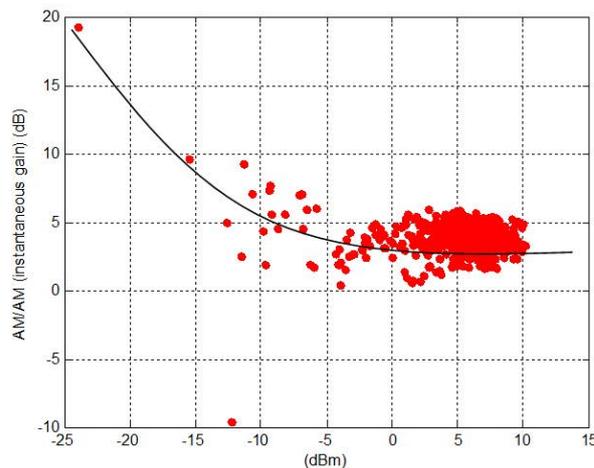


Figura 7.15 Conversión AM/AM para la señal de salida del modelo de Cao.

Por otro lado, vamos a representar la conversión AM/AM del modelo GMP junto con la medida y comparar ambas respuestas.

Como vemos en la Figura 7.16 el patrón y tendencia que siguen ambas nubes de puntos es muy parecido, pero no se ajusta tanto a la conversión AM/AM medida como en el modelo de Cao que hemos diseñado.

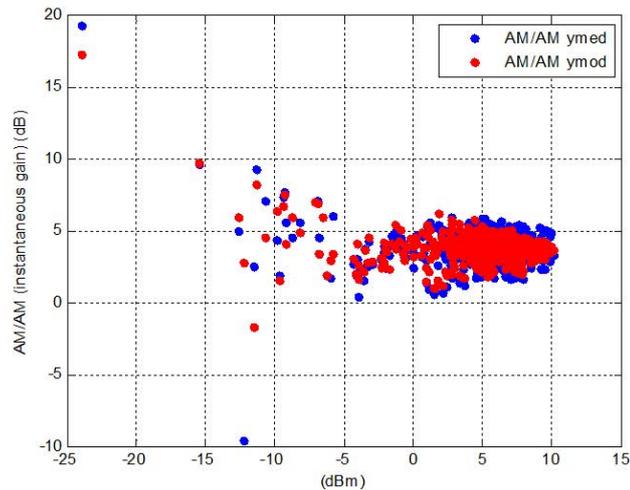


Figura 7.16 Conversión AM/AM para la señal de salida del modelo GMP y la señal medida.

Conversión AM/PM

En la Figura 7.17 se observa cómo de nuevo la conversión AM/PM para el modelo de Cao es idéntica a la que vimos para la señal medida en la Figura 7.19.

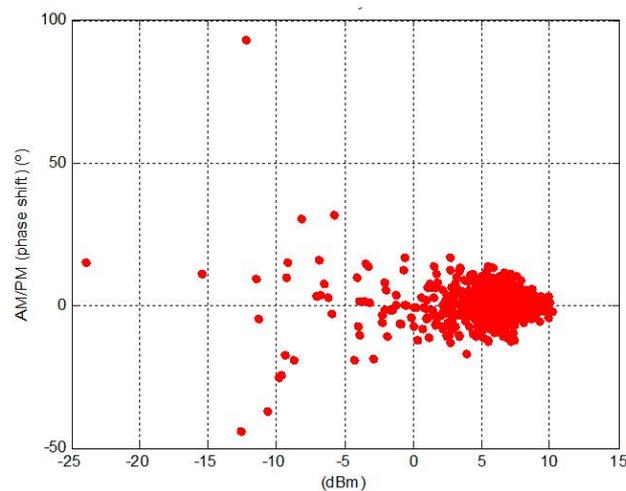


Figura 7.17 Conversión AM/PM para la señal de salida del modelo de Cao.

Este hecho del parecido constata la precisión conseguida con este tipo de modelado. Si nos fijamos ahora en la conversión AM/PM para el modelado GMP, *y_{mod}*, y la comparamos la obtenida con la señal medida, *y_{med}*, podemos observar la Figura 7.18. Como vemos en la Figura 7.18 el patrón y tendencia que siguen ambas nubes de puntos es muy parecido, pero no se ajusta tanto a la conversión AM/PM medida como en el modelo de Cao que hemos diseñado.

Componentes en fase y cuadratura

Podemos analizar las componentes en fase y cuadratura de la señal a la salida del modulador, y compararlas con las respectivas componentes obtenidas a partir del modelo de Cao. En la Figura 7.19 y Figura 7.20 podemos observar dicha comparación. En la representación de cada componente se observa un solo trazo, el correspondiente a *y_{est}*, debido a que ambas salidas son idénticas y el trazo de la señal medida se sobrescribe. Esto prueba, una vez más la eficacia de este modelo directo de Cao.

Por otro lado podemos analizar las componentes en fase y cuadratura de la señal a la salida del modulador, y compararlas con las respectivas componentes obtenidas a partir del modelo GMP. Como se puede apreciar en las figuras Figura 7.21 y Figura 7.22, en esta ocasión se distinguen claramente ambos trazos, mientras que con el modelo de Cao eran coincidentes.

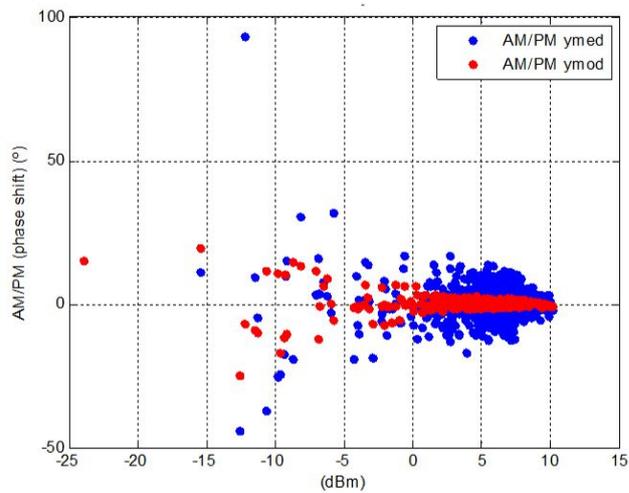


Figura 7.18 Conversión AM/PM para la señal medida y la salida del modelo GMP.

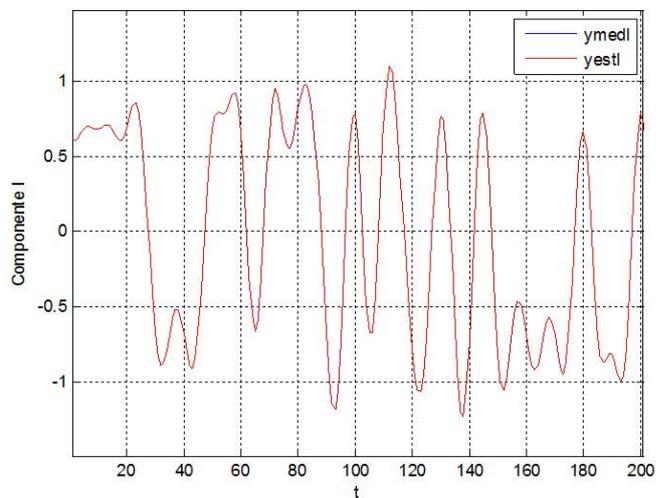


Figura 7.19 Componente en fase para la salida del modelo de Cao y la señal medida.

Constelación

Para representar la constelación hemos de tener en cuenta la estructura del modulador. En el transmisor, la señal pasa por un filtro raíz de coseno alzado, eso significa que para detectar correctamente la información en el receptor es necesario hacer pasar la señal por un segundo filtro raíz de coseno alzado. Por eso, la constelación que aparece etiquetada como RRC (*root raised cosine* = raíz de coseno alzado) se corresponde con la señal tal como llega al receptor y la constelación que aparece etiquetada como RC (*raised cosine* = coseno alzado) es la que se obtiene después de pasar por el segundo filtro RRC que hay en el receptor. Además, se diferencian asteriscos correspondientes a la señal teórica que sería perfecta, y los los puntos

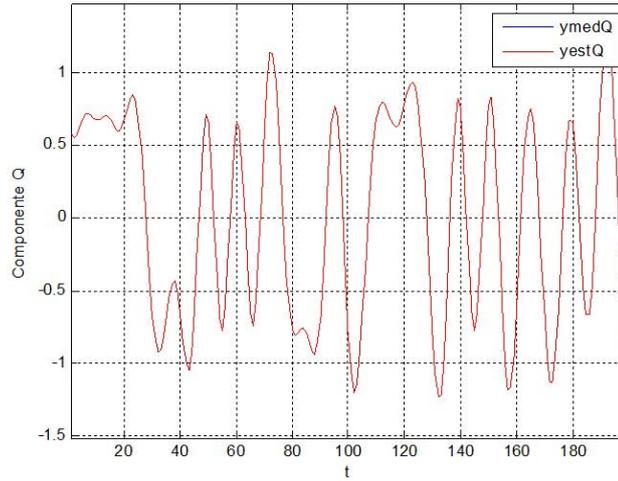


Figura 7.20 Componente en cuadratura para la salida del modelo de Cao y la señal medida.

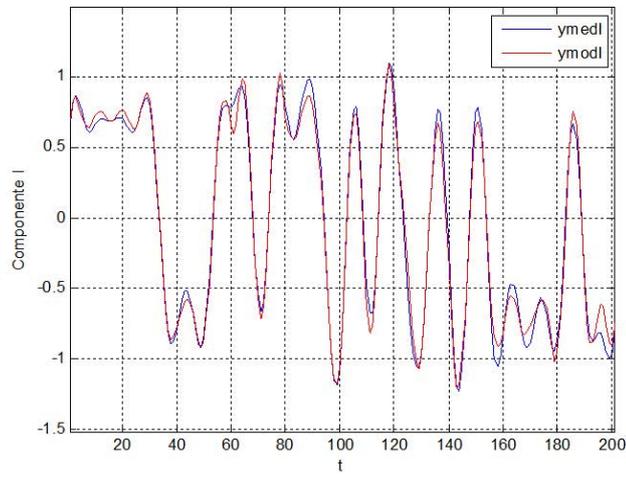


Figura 7.21 Componente en fase para la salida del modelo GMP y la señal medida.

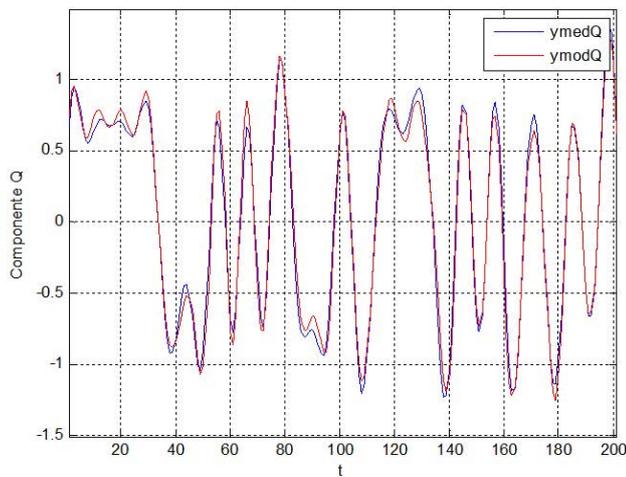


Figura 7.22 Componente en cuadratura para la salida del modelo GMP y la señal medida.

correspondientes a la señal medida o a la señal predicha por los modelos, según el caso representado. A continuación podemos observar la constelación de la señal medida, como dijimos antes etiquetadas como RRC y RC. Como vemos en la Figura 7.23 existe un pequeño error en cuadratura debido a que no existe un

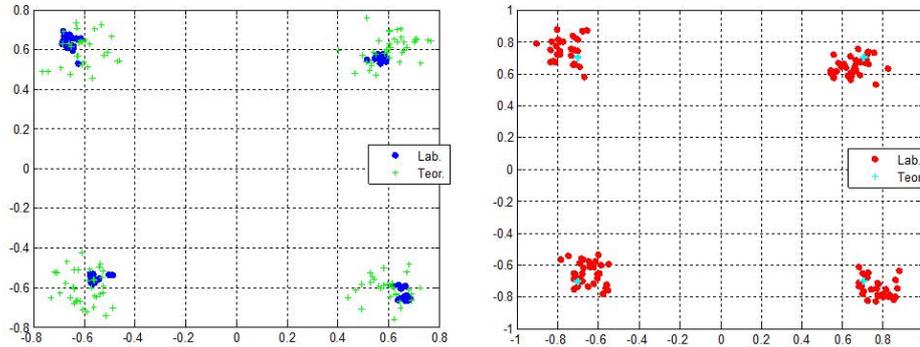


Figura 7.23 Constelación RRC y RC de la señal medida.

desfase de 90 grados entre las componentes. Además los puntos se concentran en torno a 0,7. Ahora veremos la constelación de la señal a la salida del modelo de Cao en la la Figura 7.24.

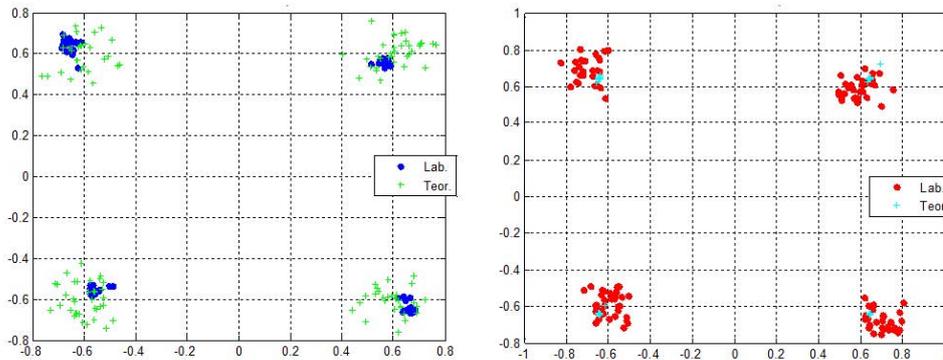


Figura 7.24 Constelación RRC y RC de la señal de salida del modelo de Cao.

De nuevo observamos el error en cuadratura, además de estar los puntos prácticamente idénticos a la original, una prueba más de la eficacia del modelo de Cao empleado.

Al igual que hicimos antes podemos representar la constelación RRC y RC que predice el modelo GMP.

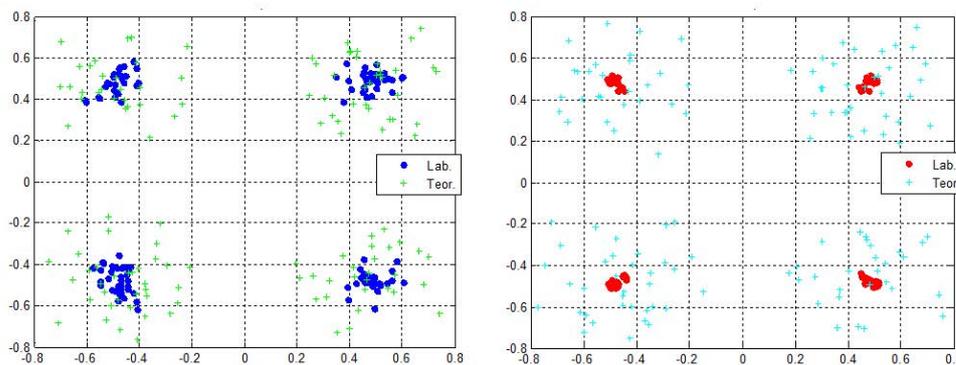


Figura 7.25 Constelación RRC y RC de la señal de salida del modelo GMP.

En la Figura 7.25, como ya veíamos antes, los puntos de la señal medida se mantienen en torno a 0,7 con un error en cuadratura. Sin embargo, podemos ver que la la predicción de la constelación que produce el

modelo GMP no es muy precisa y los puntos correspondientes a la salida en los instantes de símbolo no toman los mismos valores de amplitud que la medida ni muestran el mismo grado de dispersión. Por tanto, la estimación de la constelación que se hace no es muy precisa.

NMSE

En este caso vamos a valorar las prestaciones de los modelos a través del NMSE, el cual se puede definir mediante la ecuación 7.1.

$$NMSE(dB) = 10 \log_{10} \frac{E[|x(n) - \hat{x}(n)|^2]}{E[|x(n)|^2]} \quad (7.1)$$

Este valor nos da una referencia de cuánto de parecidas son nuestras señales *ymed* e *yest*. Para ello representaremos este error en función de la profundidad de memoria M , y también teniendo en cuenta el orden de no linealidad p . En primer lugar podemos ver en la Figura 7.26 la representación del NMSE para el modelo de Cao.

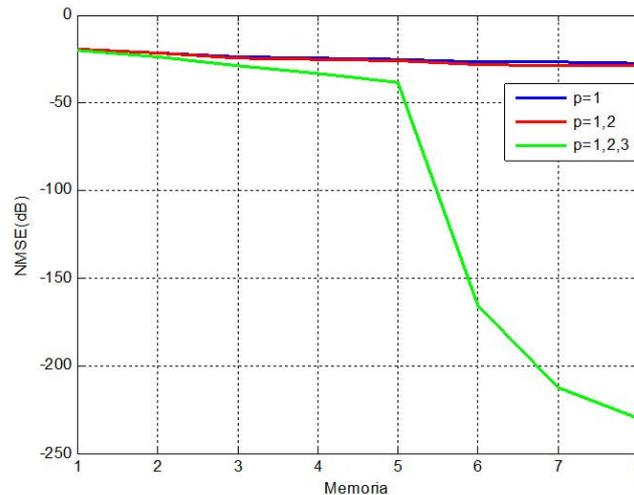


Figura 7.26 NMSE de la salida del modelo de Cao.

Como vemos, para el orden de no linealidad $p=1$ y $p=2$ el valor de NMSE permanece aproximadamente constante en torno a -33 dB, y varía muy poco con la profundidad de memoria. Sin embargo, para $p=3$, podemos ver cómo la pendiente decreciente aumenta respecto a las otras, incluso a partir de $M=5$ la pendiente es mucho más abrupta, llegando a valores del NMSE de -165 dB ($M=6$) y -225 dB ($M=8$). Para que un sistema se considere con buenas prestaciones debe tener un $NMSE \approx -55$ dB. En nuestro caso, para $p=1,2,3$, hemos tomado $M=6$ por lo que el sistema tendrá una prestaciones óptimas.

Igualmente vamos a medir el error NMSE en función de la profundidad de memoria para el modelo GMP al igual que hemos hecho en el modelo directo. En el modelo GMP la profundidad de memoria viene dada por el máximo de los valores L_a y L_b+M_b , parámetros que definimos para el modelo. De esta forma la Figura 7.27 muestra esta representación.

Se observa que el NMSE mejora a medida que la profundidad de memoria aumenta, al igual que observamos en el modelo directo. Sin embargo, en el mismo rango, el modelo GMP alcanza un NMSE de aproximadamente -22 dB, lejos de los -33 dB que obteníamos en el modelo directo para $p=1,2$; o de los -165 dB para $p=3$. Podemos concluir que el modelo GMP no se ajusta tanto a nuestro sistema como lo hace el modelo diseñado.

Complejidad computacional

Podemos ver ahora la complejidad computacional de nuestro modelo directo, es decir, el número de coeficientes o *kernels* h , tanto en fase como en cuadratura. Es algo muy importante, ya que un sistema muy complejo puede acarrear tiempos de ejecución muy elevados y un uso elevado de la memoria. De nuevo dependerá del orden de no linealidad p y de la profundidad de memoria M .

Como vemos en la Figura 7.28, la complejidad computacional aumenta lógicamente con la memoria y el orden de no linealidad, debido a que las dimensiones de los elementos aumentan con estos parámetros.

Finalmente vamos a evaluar la complejidad computacional para el modelo GMP, es decir, el número de coeficientes empleados, h_{vec} , con la configuración del modelo GMP empleada, que considera un término

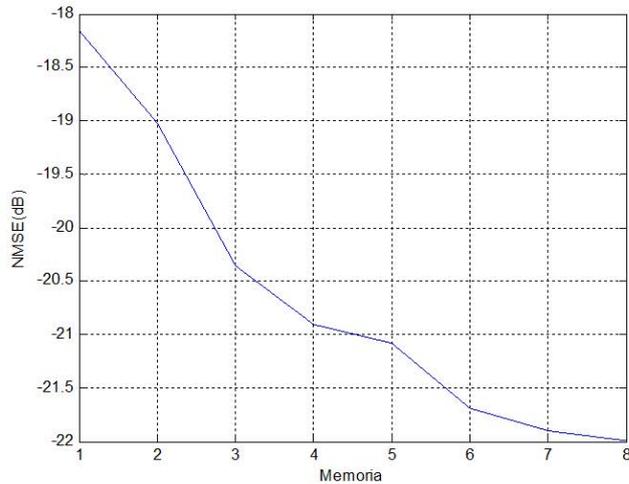


Figura 7.27 NMSE de la salida del modelo GMP.

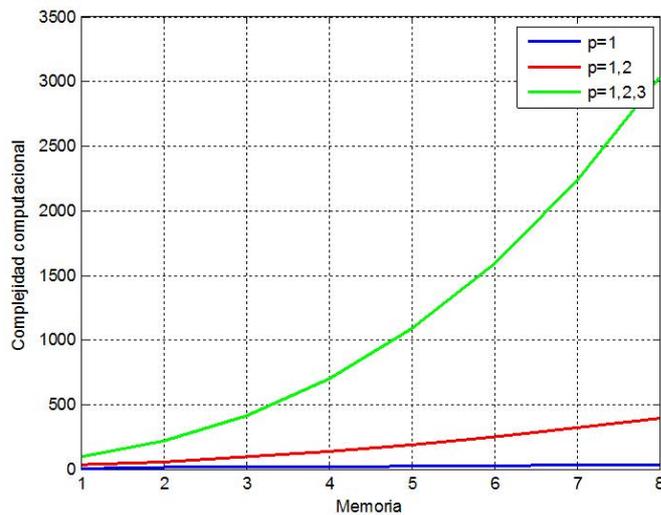


Figura 7.28 Complejidad computacional a la salida del modelo de Cao.

diagonal de orden 5 con máximo retardo $L_a = 7$ y un término no diagonal de orden 5 con un retardo máximo $L_b + M_b = 8$. Para obtener esta representación, vamos a fijar $L_b = 0$ y barremos en función de L_a , que se va incrementando al igual que la profundidad de memoria. Como dijimos anteriormente, se trata de un parámetro importante en la caracterización de sistemas ya que determina el tiempo de ejecución y la memoria empleada en el programa.

De nuevo, se trata de una medida que depende de la profundidad de memoria, y, como vemos en la Figura 7.29, la complejidad crece linealmente con dicha profundidad.

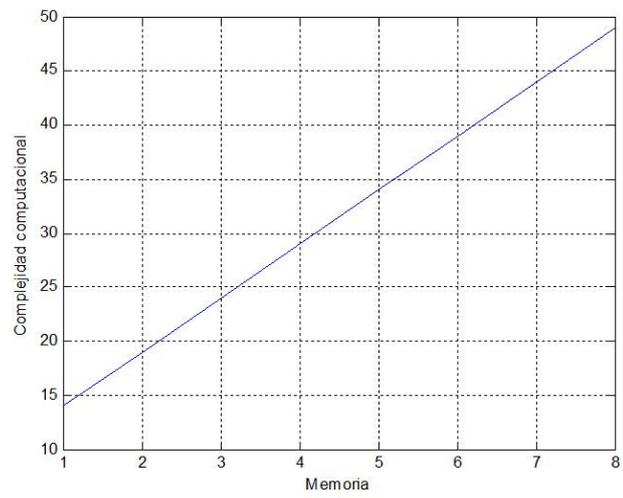


Figura 7.29 Complejidad computacional a la salida del modelo GMP.

8 Conclusiones y líneas futuras

8.1 Conclusiones

El auge del uso de las comunicaciones móviles ha fomentado su estudio en busca de posibles mejoras siendo el centro de atención de muchos ingenieros. Una de las principales preocupaciones en cualquier sistema de comunicación inalámbrico son los efectos que sufre la señal y las consecuencias que produce ésta en el receptor. Entre estos fenómenos se encuentra la distorsión no lineal, causante de la aparición de componentes de frecuencias en el espectro de salida que no existían en el original.

Como hemos visto, para estudiar adecuadamente la distorsión no lineal, así como otros fenómenos lineales que se producen en la señal, podemos utilizar pruebas o medidas de diferente tipo. Podemos introducir en nuestro sistema una señal (de un tono, dos tonos o señales de espectro continuo) y observar la salida que se produce. Posteriormente, mediante las diferentes figuras de mérito tales como la distorsión armónica total, la conversión AM/AM y AM/PM o la distorsión en banda/fuera de banda podemos caracterizar y medir la no linealidad que tenemos en nuestra señal de salida.

Por otra parte, tras estudiar los diversos análisis de las no linealidades, nos hemos centrado en el estudio del modulador en cuadratura, la arquitectura más utilizada en comunicaciones inalámbricas. Este modulador puede tener imperfecciones de diseño como desajustes de ganancia y fase, los cuales provocan no linealidades en la salida. A lo largo de estos años, son numerosos los estudios que han analizado este problema proponiendo diferentes métodos para el diseño y compensación de estos sistemas.

En 2009, Haiying Cao propuso una solución obteniendo grandes resultados, y hemos tratado de ponerlo en práctica en este proyecto mediante dos objetivos:

- En primer lugar, hemos probado el modelo propuesto por Haiying Cao para modelar de forma precisa el comportamiento no lineal de un modulador en cuadratura. Para ello se ha aplicado un modelo matemático basado en series de Volterra.
- Por otro lado, hemos diseñado un modelo inverso que trate de compensar dicho comportamiento no lineal con eficacia.

Como hemos visto en los resultados del modelado directo, se ha conseguido diseñar un sistema que modela eficientemente el comportamiento no lineal de un modulador en cuadratura. Comparando nuestro modelo con el modelo GMP, se concluye que el diseño propuesto es más preciso. De esta forma, el primer objetivo está más que cubierto.

Respecto al segundo objetivo, compensar el comportamiento no lineal del sistema, llegamos a la conclusión de que probablemente hay algo en la configuración de medida que hace que no se pueda obtener un modelo inverso adecuado que permita compensar las no linealidades. Los equipos que hay actualmente disponibles en el laboratorio tienen prestaciones limitadas, por lo que no se ha hallado una solución.

8.2 Líneas futuras de investigación

El diseño de un modelo directo como el propuesto de nuestro modulador ha sido bastante preciso como hemos visto en los resultados. Se podrían usar vectores de medida de señal más complejos (con más componentes) para ver el comportamiento de nuestro modelo al usar un volumen mayor de datos, pero no podemos perfeccionar mucho más nuestro diseño.

Por otro lado, no hemos obtenido los resultados esperados en el modelado inverso para la compensación del sistema no lineal. Como línea futura de trabajo podemos tratar de obtener el modelo inverso utilizando medidas proporcionadas por otro equipo de mejores prestaciones, como el analizador vectorial de señal N9030A cuando sea reparado.

Apéndice A

Descripción del código

A.1 Funciones de modelado

A.1.1 Función 'principal.m'

Se trata del programa central del modelado. En él cargamos las medidas de nuestro sistema, que serán el vector de entrada, x_{sw} , y el vector de salida y_{med} ; y definimos variables como la profundidad de memoria, N . Una vez hecho esto, el programa llama a las funciones *mod_inverso* y *mod_directo* las cuales realizan los respectivos modelados inverso y directo, y devuelven los correspondientes *kernels* o coeficientes de Volterra. Finalmente, tratamos de compensar las no linealidades del sistema original, introduciendo como entrada el vector Z_{est} obtenido del modelado inverso. La salida obtenida, y_{lin} , teóricamente debería ser una señal compensada y lineal, pero como hemos comprobado en los resultados obtenidos no se consigue por falta de equipos para una mejor configuración.

Código A.1 Programa principal.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
PROGRAMA PRINCIPAL %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Nombres de directorios y ficheros

meddir = pwd; % Nombre del fichero donde estén las medidas
fdatos = 'medida_pp'; color = 'b';
workdir = pwd;

%% Cargamos la medida

cd(meddir)
eval(['load ' fdatos])
cd(workdir)

N=6;          %Profundidad de memoria
t0=N+1;      %Instante inicial vector (x(k))

l=length(xsw); % Longitud vector entrada

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 1º MODELADO INVERSO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```



```

t0=N+1;    %Instante inicial vector (x(k))

l=length(xsw);

% CALCULAMOS LA MATRIZ DE ENTRADAS DE 'xsw'

M1x=orden1(xsw,N);
M2x=orden2(xsw,N);
M3x=orden3(xsw,N);
Mxsw=[M1x, M2x, M3x];
% CALCULAMOS LA MATRIZ DE ENTRADAS DE 'ymed'

M1=orden1(ymed,N);
M2=orden2(ymed,N);
M3=orden3(ymed,N);

Mymed=[M1, M2, M3]; %matriz de retrasos completa para ymed

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%1º h_invI: CALCULAMOS KERNEL DE COMPONENTE EN FASE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

xsre=real(xsw);    % Vector con los valores en fase de la entrada
xre=x sre(t0:l);    % Vector entrada x(k)...x(k+s)

%Identificamos el modelo

h_invI=pinv(Mymed)*xre;

%Ejecutamos el modelo

Zfase=Mxsw*h_invI;    % Componente en fase de 'z'

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%2º h_invQ: CALCULAMOS KERNEL DE COMPONENTE EN CUADRATURA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

xsimag=imag(xsw);    % Vector con las componentes en cuadratura
ximag=xsimag(t0:l);    % Vector entrada x(k)...x(k+s)

%Identificamos el modelo

h_invQ=pinv(Mymed)*ximag;

%Ejecutamos el modelo

Zquad=Mxsw*h_invQ;    % Componente en cuadratura de 'z'

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%3º Obtenemos vector 'z'
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zest=Zfase+j*Zquad;    % Vector 'z' completo

end

```

A.1.3 Función 'mod_directo'

Esta función realiza el modelo directo propuesto por Cao generando los *kernels*, hI y hQ , necesarios para crear la señal *yest*.

Código A.3 Función que realiza el modelo de Cao.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función MOD_DIRECTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Función que recibe:
%   % Vectores 'xsw' y 'ymed'
%   % N, profundidad de memoria
% Función que devuelve:
%   % hI,hQ, coef del modelo directo
%   % yest, salida del modelo directo
%
%% MODELADO DIRECTO

%   xsw----->;h_dir?----->ymed

function [hI,hQ,yest]=mod_directo(xsw,ymed, N)

%% 1ºCalculamos vector h
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

t0=N+1;    %Instante inicial vector (x(k))

l=length(xsw);

% CALCULAMOS LA MATRIZ DE ENTRADAS DE 'xsw'

M1x=orden1(xsw,N);
M2x=orden2(xsw,N);
M3x=orden3(xsw,N);

Mx=[M1x, M2x, M3x];

% Componente en fase de h_dir

```

```

ymed_re=real(ymed); % Vector con los valores en fase de la entrada
ymed_I=ymed_re(t0:1); % Vector salida y(k)...y(k+s)

hI=pinv(Mx)*ymed_I;

% Componente en cuadratura de h_dir

ymed_im=imag(ymed); % Vector con los valores en cuadratura de la entrada
ymed_Q=ymed_im(t0:1); % Vector salida y(k)...u(k+s)

hQ=pinv(Mx)*ymed_Q;

%% Obtenemos la salida al sistema, y_est

%% xsw----->h----->yest?

yest_I=Mx*hI;
yest_Q=Mx*hQ;

yest=yest_I+j*yest_Q;

end

```

A.1.4 Funciones 'orden1', 'orden2' y 'orden3'

La función *orden1* realiza la matriz de retrasos de orden 1 (orden de no linealidad, $p=1$) del vector que recibe como parámetro. Esta matriz se devolverá a la función principal también depende de la profundidad de memoria N . Igualmente, las funciones *orden2* y *orden3*, realizan la matriz de retrasos de orden 2 y 3 respectivamente, y, en este caso, sus elementos vienen dados por productos de Kronecker.

Código A.4 Funciones 'orden1', 'orden2' y 'orden3'.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función ORDEN1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Funcion que devuelve la matriz de entradas desplazadas 'b' de orden 1
% Recibe:
%     N= profundidad de memoria (N=6)
%     y= vector de muestras
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function b=orden1(y,N)

l=length(y);
yre=zeros(l,1);
yimag=zeros(l,1);

yre=real(y); % Tomamos la parte real e imaginaria de la señal
yimag=imag(y);

```

```

% Dimensiones

Numcolfase=N+1; % N° colum fase= n° colum cuad
NumcolumMax=2*(N+1); % Num col. =S+1 (S=1-N-1
NumfilMax=1-N;

b=zeros(NumfilMax,NumcolumMax);
bre=zeros(NumfilMax,Numcolfase); % Reservamos memoria
bimag=zeros(NumfilMax,Numcolfase);

r=N+2; % Delimita el instante inicial(k).

%% Componente en fase

i=1; % Identifica la fila

while (NumfilMax>=i)
    for s=1:Numcolfase

        bre(i,s)=yre(r-s);
    end
    i=i+1;
    yre(1)=[];
end

%% Componente en cuadratura

j=1;
while (NumfilMax>=j)
    for s=1:Numcolfase

        bimag(j,s)=yimag(r-s);
    end
    j=j+1;
    yimag(1)=[];
end

b=[bre,bimag]; % Matriz de retrasos total

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función ORDEN2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Funcion que devuelve la matriz de entradas desplazadas 'b' de orden 2
% Recibe:
%     N= profundidad de memoria (N=6)
%     y= vector de muestras

```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
function b=orden2(y,N)

l=length(y);
NumfilMax=l-N; % S+1

% El N° colum. dependerá de los 4 términos del producto de Kronecker y
% de la profundidad de memoria N.

NumcolumnMax=0;
n=N+1;
while (n>=1)
    NumcolumnMax=NumcolumnMax+4*n;
    n=n-1;
end

b=zeros(NumfilMax,NumcolumnMax);
xm1=zeros(l,1);          % Reserva de memoria
xm2=zeros(l,1);

xm1=y; % Creamos dos vectores iguales para hacer los prod. Kronecker
xm2=y;

r=N+2; % Delimita el instante inicial(k).

s=1; % N° columna
j=1; % N° fila

while (NumfilMax>=j)

    for m1=1:N+1
        for m2=m1:N+1
            b(j,s)=real(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2));
            b(j,s+1)=real(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2)); % Producto de
                Kronecker iterativo
            b(j,s+2)=imag(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2));
            b(j,s+3)=imag(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2));

            s=s+4;
        end
    end

    j=j+1;
    s=1; % Incrementamos la fila (j=+1) y volvemos a la 1ª columna (s=1)
    xm1(1)=[];
    xm2(1)=[]; % Quitamos una muestra de cada vector para ir al instante k+1
```

```

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función ORDEN3
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Funcion que devuelve la matriz de entradas desplazadas 'b' de orden 3
% Recibe:
%     N= profundidad de memoria (N=6)
%     y= vector de muestras
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function b=orden3(y,N)

NumfilMax=length(y)-N;

% El N° colum. dependerá de los 8 términos del producto de Kronecker y
% de la profundidad de memoria N.

NumcolumMax=0;
n=N+1;
while (n>=1)
    NumcolumMax=NumcolumMax+8*n;
    n=n-1;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

b=zeros(NumfilMax,NumcolumMax); % Reservamos memoria para la matriz

xm1=y;
xm2=y; % Creamos dos vectores iguales para hacer los prod. Kronecker triples
xm3=y;

r=N+2; % Delimita el instante inicial(k).

s=1; % N° columna
j=1; % N° fila

while (NumfilMax>=j)

    for m1=1:N+1
        for m2=m1:N+1
            for m3=m2:N+1
                b(j,s)=real(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2))*real(xm3(r-m3));
                b(j,s+1)=real(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2))*imag(xm3(r-m3));
                b(j,s+2)=real(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2))*real(xm3(r-m3));
                b(j,s+3)=real(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2))*imag(xm3(r-m3));
                b(j,s+4)=imag(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2))*real(xm3(r-m3));
                b(j,s+5)=imag(xm1(r-m1))*real(xm2(r-m2))*imag(xm3(r-m3));
                b(j,s+6)=imag(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2))*real(xm3(r-m3));
                b(j,s+7)=imag(xm1(r-m1))*imag(xm2(r-m2))*imag(xm3(r-m3));
            end
        end
    end
    j=j+8;
end

```

```

                s=s+8;
            end
        end

        end

        j=j+1;
        s=1;      % Incrementamos la fila (j=+1) y volvemos a la 1ª columna (s
                =1)
        xm1(1)=[];
        xm2(1)=[];
        xm3(1)=[]; % Quitamos una muestra de cada vector para ir al instante k+1

    end
end

```

A.2 Funciones de representación

En este apartado se muestra el código de funciones usadas para representar los resultados obtenidos en los diferentes modelos.

A.2.1 Función 'espectro_yest'

Código A.5 Función que representa el espectro de la señal.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función ESPECTRO_YEST
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% % Esta función muestra la gráfica del espectro y del espectro del error

% Función que recibe:
%   Vectores 'xsw', 'ymed' e 'yest'
%   t0, Instante inicial vector (x(k))

function espectro_yest(xsw,ymed,yest,t0)

fc = 2000;
ovs = 5; % Instante de muestreo
Nsymb = 127; % Número de símbolos OFDM
Rs = 2e6; % Régimen binario
Nsamples = Nsymb*ovs;

M = 4; % No. de puntos en la constelación: M=4, para QPSK
k=log2(M); % Número de bits por símbolo
offset = 5e6;
intBW = 3.84e6;

t0b = ceil((t0-1)/ovs)*ovs+1;
t1 = (t0b-t0)+1;

xsw1=xsw(t0:end);
ymed1=ymed(t0:end);

```

```

ymedn = sqrt((xsw'*xsw)/(ymed'*ymed))*ymed;
yestn = sqrt((xsw1'*xsw1)/(yest'*yest))*yest;

error = yest-ymed1;
hs = spectrum.mtm(10);
PSDymed = psd(hs,ymedn, 'Fs', ovs*Rs, 'CenterDC', 1);
PSDyest = psd(hs,yestn, 'Fs', ovs*Rs, 'CenterDC', 1);
PSDerror = psd(hs,error, 'Fs', ovs*Rs, 'CenterDC', 1);
f = PSDymed.Frequencies;
ccA = [-0.5*intBW, 0.5*intBW];
canal = find((f<= ccA(2)) & (f>= ccA(1)));
YmedccA = 10*log10(mean(PSDymed.Data(canal)));
PSDymed_dB = 10*log10(PSDymed.Data) - YmedccA;
PSDyest_dB = 10*log10(PSDyest.Data) - YmedccA;
PSDerror_dB = 10*log10(PSDerror.Data) - YmedccA;

cc = [-0.5*intBW, 0.5*intBW];
acn = [-offset-0.5*intBW, -offset+0.5*intBW];
acp = [offset-0.5*intBW, offset+0.5*intBW];
Ymedcc = 10*log10(avgpwr(PSDymed, cc))+10;

figure, plot(f*1e-6+fc,PSDymed_dB, 'Color', 'r', 'Marker', 'none','LineWidth',2),
hold on, grid on,
plot(f*1e-6+fc,PSDyest_dB, 'Color', 'b', 'Marker', 'none','LineWidth',2),

ylabel('PSD(dB)'); xlabel('f(Mhz)');
legend('PSD ymod (Mod. GMP)', 'PSD yest (Mod. dir)');

end

```

A.2.2 Función 'AM_AM'

Código A.6 Función que realiza la representación de la conversión AM-AM.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función AM_AM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Representa la figura de merito conversión AM-AM para 'ymed' e 'yest'.

% Función que recibe:
%   Vectores 'xsw', 'ymed' e 'yest'

function AM_AM(xsw,ymed,yest)

%% Representaciones gráficas y figuras de mérito

xsw=xsw(7:length(xsw)); % Debido a que 'yest' tiene 6 muestras menos

% Gráfica AM/AM (ymed)

```

```

figure, plot(10*log10((abs(xsw).^2)/100)+30, 10*log10((abs(ymed)./abs(xsw)).^2)
, ...
'Color', 'b', 'Marker', 'o', 'MarkerFaceColor', 'b', 'MarkerSize',5, ...
'LineStyle', 'none'),
hold on, ylabel('AM/AM (instantaneous gain) (dB)'); xlabel('(dBm)'), grid on
title('AM/AM ymed')

% Gráfica AM/AM (yest)

figure, plot(10*log10((abs(xsw).^2)/100)+30, 10*log10((abs(yest)./abs(xsw)).^2), ...
'Color', 'r', 'Marker', 'o', 'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize',5, ...
'LineStyle', 'none'),
hold on, ylabel('AM/AM (instantaneous gain) (dB)'); xlabel('(dBm)'), grid on
title('Comparación AM/AM')
legend('AM/AM ymed', 'AM/AM ymod', 'p=1,2,3');

end

```

A.2.3 Función 'AM_PM'

Código A.7 Función que realiza la representación de la conversión AM-PM.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función AM_PM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Representa la figura de merito conversión AM-PM para ymed e yest.

% Función que recibe:
% Vectores 'xsw', 'ymed' e 'yest'

function AM_PM(xsw,ymed,yest)

%% Representaciones gráficas y figuras de mérito

xsw=xsw(7:length(xsw));

% Gráfica AM/PM (ymed_I no lineal)

figure, plot(20*log10(abs(xsw))+10, 180/pi*(fase_pmpi(angle(ymed)-angle(xsw))),
, ...
'Color', 'b', 'Marker', 'o', 'MarkerFaceColor', 'b', 'MarkerSize',5, ...
'LineStyle', 'none'),
hold on, ylabel('AM/PM (phase shift) (°)'); xlabel('(dBm)'), grid on
title('AM/AM ymed');legend('AM/AM ymed');

% Gráfica AM/PM (zfinal, lineal)

figure, plot(20*log10(abs(xsw))+10, 180/pi*(fase_pmpi(angle(yest)-angle(xsw))
), ...
'Color', 'r', 'Marker', 'o', 'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize',5, ...
'LineStyle', 'none'),

```

```

hold on, ylabel('AM/PM (phase shift) (°)'); xlabel('(dBm)'), grid on
title('AM/AM yest')
legend('AM/AM ymod');

end

```

A.2.4 Función 'fase_quad'

Código A.8 Funcion que representa las componentes I/Q frente al tiempo.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función FASE_QUAD
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Funcion que representa las componentes I/Q frente al tiempo.

% Función que recibe:
% Vectores 'xsw', 'ymed' e 'yest'

%%

function fase_quad(ymed,yest,ymod)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% REPRESENTACION PARA SALIDA MOD DIRECTO yest

%% Componente en fase de 'yest'

t=1:1:length(yest);
figure, plot(t,real(ymed(7:end)), 'b');
hold on
plot(t,real(yest), 'r'); ylabel('Componente I'); xlabel('t');
legend('ymedI', 'yestI'); grid on;

%% Componente en cuadratura de 'yest'

t=1:1:length(yest);
figure, plot(t,imag(ymed(7:end)), 'b');
hold on
plot(t,imag(yest), 'r'); ylabel('Componente Q'); xlabel('t');
legend('ymedQ', 'yestQ');
grid on;

%% REPRESENTACION PARA SALIDA MOD GMP ymod

%% Fase para 'ymod'
t=1:1:length(ymed);

figure, plot(t,real(ymed), 'b');
hold on
plot(t,real(ymod), 'r'); ylabel('Componente I'); xlabel('t');
legend('ymedI', 'ymodI'); grid on;

```

```

%%% Cuadratura para 'yest'
t=1:1:length(ymed);

figure, plot(t,imag(ymed),'b');
hold on
plot(t,imag(ymod),'r');ylabel('Componente Q'); xlabel('t');
legend('ymedQ','ymodQ');grid on;

end

```

A.2.5 Función 'constelacion'

Código A.9 Función que representa la constelación de la señal.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función CONSTELACIÓN
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Dibuja la constelación para las señales 'ymed' e 'yest'.
% Función que recibe:
%   Vectores 'xsw', 'ymed' e 'yest'

%

function constelacion(xsw, ymed, yest)

%% Señal LTE con un solo PRB

fc = 2000;
ovs = 5;
Nsymb = 127; % Número de símbolos OFDM
Rs = 2e6;
Nsamples = Nsymb*ovs; % Número de muestras

M = 4; % No. de puntos en la constelación. M=4 para QPSK
k=log2(M); % Número de bits por símbolo
offset = 5e6;
intBW = 3.84e6;

%% Constelación de 'ymed'

st = 1; % Instante de muestreo
s_tx = xsw(st:ovs:end);
s_txn = s_tx/max(abs(s_tx)); %señal normalizada
s_rx_med = ymed(st:ovs:end);
s_rxn_med = sqrt((s_txn*s_txn)/(s_rx_med*s_rx_med))*s_rx_med;
figure, plot(s_rxn_med, 'Color', 'b', 'Marker', 'o', ...
    'MarkerFaceColor', 'b', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); hold on, grid on;
plot(s_txn, 'Color', 'g', 'Marker', '+', ...
    'MarkerFaceColor', 'g', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); title('Constelación RRC Señal original')

```

```

legend('Lab.', 'Teor. ');

delay = 12;
Fd = 1;
Fs = 5;

tx_ex = [xsw(end-Fs/Fd*delay+1:end); xsw; xsw(1:Ff/Fd*delay)];
tx_ex_f = rcosflt(tx_ex, Fd, Fs, 'sqrt/Fs', 0.22, delay);
tx2 = tx_ex_f(2*delay .* Fs/Fd + 1:end-(2*delay .* Fs/Fd),:);
s_tx2 = tx2(st:ovs:end);
s_tx2n = s_tx2/max(abs(s_tx2));
rx_ex = [ymed(end-Fs/Fd*delay+1:end); ymed; ymed(1:Ff/Fd*delay)];
rx_ex_f = rcosflt(rx_ex, Fd, Fs, 'sqrt/Fs', 0.22, delay);
rx2_med = rx_ex_f(2*delay .* Fs/Fd + 1:end-(2*delay .* Fs/Fd),:);
s_rx2_med = rx2_med(st:ovs:end);
s_rx2n_med = sqrt((s_tx2n*s_tx2n)/(s_rx2_med*s_rx2_med))*s_rx2_med;
figure, plot(s_rx2n_med, 'Color', 'r', 'Marker', 'o', ...
    'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); hold on, grid on;
plot(s_tx2n, 'Color', 'c', 'Marker', '+', ...
    'MarkerFaceColor', 'c', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); title('Constelación RC Señal original')
legend('Lab.', 'Teor. ');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Constelación de 'yest'

st = 5; % Instante de muestreo
xsw1=xsw(7:end); % Debido a que 'yest' tiene 6 muestras menos
s_tx = xsw1(st:ovs:end);
s_txn = s_tx/max(abs(s_tx));
s_rx_med = yest(st:ovs:end);
s_rxn_med = sqrt((s_txn*s_txn)/(s_rx_med*s_rx_med))*s_rx_med;
figure, plot(s_rxn_med, 'Color', 'b', 'Marker', 'o', ...
    'MarkerFaceColor', 'b', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); hold on, grid on;
plot(s_txn, 'Color', 'g', 'Marker', '+', ...
    'MarkerFaceColor', 'g', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); title('Constelación RRC Señal experimental')
legend('Lab.', 'Teor. ');

delay = 12;
Fd = 1;
Fs = 5;

tx_ex = [xsw1(end-Fs/Fd*delay+1:end); xsw1; xsw1(1:Ff/Fd*delay)];
tx_ex_f = rcosflt(tx_ex, Fd, Fs, 'sqrt/Fs', 0.22, delay);
tx2 = tx_ex_f(2*delay .* Fs/Fd + 1:end-(2*delay .* Fs/Fd),:);
s_tx2 = tx2(st:ovs:end);
s_tx2n = s_tx2/max(abs(s_tx2));
rx_ex = [yest(end-Fs/Fd*delay+1:end); yest; yest(1:Ff/Fd*delay)];
rx_ex_f = rcosflt(rx_ex, Fd, Fs, 'sqrt/Fs', 0.22, delay);
rx2_med = rx_ex_f(2*delay .* Fs/Fd + 1:end-(2*delay .* Fs/Fd),:);
s_rx2_med = rx2_med(st:ovs:end);
s_rx2n_med = sqrt((s_tx2n*s_tx2n)/(s_rx2_med*s_rx2_med))*s_rx2_med;

```

```

figure, plot(s_rx2n_med, 'Color', 'r', 'Marker', 'o', ...
    'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); hold on, grid on;
plot(s_tx2n, 'Color', 'c', 'Marker', '+', ...
    'MarkerFaceColor', 'c', 'MarkerSize',5, ...
    'LineStyle', 'none'); title('Constelación RC Señal experimental')
legend('Lab.','Teor.');
```

end

A.2.6 Función 'NMSE_Mem'

Código A.10 Función que muestra la gráfica NMSE.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función NMSE_MEM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Muestra la gráfica NMSE, del modelo directo de Cao en este caso, en función
% de la memoria del modelo (N).

% Función que recibe:
% Vectores 'xsw' y 'ymed'

function NMSE_Mem(xsw,ymed)

%% Para orden de no linealidad 'p=1'

i=1;

for N=1:1:8
    t0=N+1;
    Mix=orden1(xsw,N);
    hI=pinv(Mix)*real(ymed(t0:end));
    hQ=pinv(Mix)*imag(ymed(t0:end));
    yest_I=M1x*hI;
    yest_Q=M1x*hQ;

    yest=yest_I+j*yest_Q;

    NMSE1(i)=CalculaError(ymed(t0:end),yest); % Vector con valores del NMSE
    i=i+1;

end

%% Para orden de no linealidad 'p=1' y 'p=2'

i=1;

for N=1:1:8
    t0=N+1;
```

```

M1x=orden1(xsw,N);
M2x=orden2(xsw,N);
M12=[M1x, M2x];
hI=pinv(M12)*real(ymed(t0:end));
hQ=pinv(M12)*imag(ymed(t0:end));
yest_I=M12*hI;
yest_Q=M12*hQ;

yest=yest_I+j*yest_Q;

NMSE2(i)=CalculaError(ymed(t0:end),yest); % Vector con valores del NMSE
i=i+1;

end

%% Para orden de no linealidad 'p=1','p=2' y 'p=3'

i=1;

for N=1:1:8
    t0=N+1;
    [h_dirI,h_dirQ, yest]=mod_directoI(xsw,ymed, N);

    NMSE3(i)=CalculaError(ymed(t0:end),yest); % Vector con valores del NMSE
    i=i+1;

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Representación de NMSE

M=(1:8); % Representa la prof de memoria en las gráficas
figure; plot(M,NMSE1,'b','linewidth',2); % p=1 en azul
xlabel('Memoria'); ylabel('NMSE(dB)');grid on;
hold on; plot(M,NMSE2, 'r','linewidth',2); %p=1,2 en rojo
plot(M,NMSE3,'g','linewidth',2); %p=1,2,3 en verde
legend('p=1', 'p=1,2', 'p=1,2,3');

end

```

A.2.7 Función 'complejidad_dir'

Código A.11 Función que representa la complejidad computacional.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Función COMPLEJIDAD
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Calcula la complejidad computacional del modelo directo en funcion
% de la profundidad de memoria (N).

% Función que recibe:
%   Vectores 'xsw' e 'ymed'

```



```
figure; plot(M,cc1,'b','linewidth',2); % p=1 en azul
xlabel('Memoria'); ylabel('Complejidad computacional');grid on;
hold on; plot(M,cc12, 'r','linewidth',2); % p=1,2 en rojo
plot(M,cc123,'g','linewidth',2); % p=1,2,3 en verde
legend('p=1', 'p=1,2', 'p=1,2,3');

end
```

Índice de Figuras

2.1.	Amplificador con función de transferencia F y derivada en el punto señalado	4
2.2.	Efectos de memoria en cuanto a la fase para IM3	6
2.3.	Limitación de la cancelación	6
2.4.	Composición de IM3	7
3.1.	Espectros de entrada y salida de un sistema excitado por un estímulo multitono de banda estrecha	13
3.2.	Ilustración de la definición de la relación de potencia en el canal adyacente puntual	15
3.3.	Ilustración del test de NPR, donde se muestran los correspondientes espectros de entrada y salida	15
4.1.	Representación esquemática de un modulador en cuadratura y sus imperfecciones lineales asociadas a la implementación hardware	17
4.2.	Modelo analítico del modulador en cuadratura propuesto por Cavers	18
4.3.	Traza del analizador de espectros para medida del ISR y DSR	19
4.4.	Espectro de dos tonos de la salida del modulador para una portadora de 10 dBm de potencia	20
4.5.	Equivalente en banda base del modelo no lineal propuesto por Li et al.	21
4.6.	Esquema simplificado del modelo no lineal propuesto para el modulador en cuadratura	22
5.1.	Representación del modelo clásico	24
5.2.	Representación esquemática de: (a) Modelo de Wiener (b) Modelo de Hammestein	24
5.3.	Estructura general de realimentación no lineal de un PA presentada por Pedro	25
5.4.	Representación esquemática de las funciones de transferencia no lineales que relacionan las señales de entrada y de salida de un sistema no lineal en el dominio del tiempo	29
5.5.	Representación esquemática del modelo polinómico con memoria con retrasos uniformes	30
6.1.	Modelo simplificado del modulador I/Q	33
6.2.	Modelo tradicional de desbalance I/Q usando componentes de ganancia	34
6.3.	Modelo de desbalance I/Q con doble entrada no lineal basado en el modelado de Volterra	34
6.4.	Equivalencia de los sistemas R en (a) y S en (b) propuesto por Schetzen	35
6.5.	Representación de un PA lineal empleando DPD	36
6.6.	Algoritmo inverso empleado por Changsoo y Powers	36
6.7.	Modulador y precompensador de desbalance I/Q en cascada	37
7.1.	Generador de señal SMIQ02B de Rhode&Schwarz	39
7.2.	Analizador vectorial de señal Agilent EXA N9010A	40
7.3.	Bus estándar GPIB	41
7.4.	Montaje de medida en el Laboratorio	41
7.5.	Esquema para la predistorsión	41
7.6.	Esquema para obtener los kernels h_{imv}	42
7.7.	Conversión AM/AM a la salida del modulador	43
7.8.	Conversión AM/AM para señal linealizada	43
7.9.	Conversión AM/PM para la señal medida	43
7.10.	Conversión AM/PM para la señal linealizada	44

7.11.	Esquema del modelado directo	44
7.12.	Espectros de la señal medida y de la salida del modelo de Cao	46
7.13.	Espectros de la señal medida y de la salida del modelo GMP	46
7.14.	Espectros de la salidas del modelo de Cao y del modelo GMP	47
7.15.	Conversión AM/AM para la señal de salida del modelo de Cao	47
7.16.	Conversión AM/AM para la señal de salida del modelo GMP y la señal medida	48
7.17.	Conversión AM/PM para la señal de salida del modelo de Cao	48
7.18.	Conversión AM/PM para la señal medida y la salida del modelo GMP	49
7.19.	Componente en fase para la salida del modelo de Cao y la señal medida	49
7.20.	Componente en cuadratura para la salida del modelo de Cao y la señal medida	50
7.21.	Componente en fase para la salida del modelo GMP y la señal medida	50
7.22.	Componente en cuadratura para la salida del modelo GMP y la señal medida	50
7.23.	Constelación RRC y RC de la señal medida	51
7.24.	Constelación RRC y RC de la señal de salida del modelo de Cao	51
7.25.	Constelación RRC y RC de la señal de salida del modelo GMP	51
7.26.	NMSE de la salida del modelo de Cao	52
7.27.	NMSE de la salida del modelo GMP	53
7.28.	Complejidad computacional a la salida del modelo de Cao	53
7.29.	Complejidad computacional a la salida del modelo GMP	54

Bibliografía

- [1] María José Madero Ayora, *Analysis and experimental characterization of nonlinear circuits applied to wireless communications systems*, Ph.D. thesis, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad de Sevilla, 2008.
- [2] Pedro Robustillo Ballon, *Implementación de un predistorsionador para no linealidades y modulación OFDM*, 2007.
- [3] S. Benedetto, *Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links-a Volterra series approach*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems **15** (1979), no. 4.
- [4] Haiying Cao et al., *I/Q imbalance compensation using a nonlinear modeling approach*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **57** (2009), no. 3.
- [5] Ana Mercado Fernández, *Octave como herramienta en la simulación de modelos de comportamiento para amplificadores de potencia RF*, 2010.
- [6] José María Vicaria Flores, *Caracterización experimental de un transmisor de comunicaciones*, 2013.
- [7] Steven A. Maas, *Nonlinear microwave and RF circuits*, 2ª ed., Artech House, 2003.
- [8] Francisco Ponce Márquez, *Modelado de comportamiento de amplificadores de potencia basado en series de Volterra truncadas*, 2008.
- [9] Michel Allegue Martínez, *Modeling and compensation of non-linear effects in wireless communications systems*, Ph.D. thesis, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad de Sevilla, 2012.
- [10] Mathworks, *Matlab documentation*, <http://es.mathworks.com>.
- [11] José C. Pedro and Nuno Borges, *Intermodulation distortion in microwave and wireless circuits*, 1ª ed., Artech House, 2003.
- [12] Joel Vuolevi and Timo Rahkonen, *Distortion in RF power amplifiers*, Artech House, 2003.