

5. Soluciones

Debido a que nuestro modelo cuenta con variables enteras, para la resolución de todos los escenarios, LINGO emplea una estrategia llamada branch & bound. Éste es un método sistemático que enumera todas las posibles combinaciones de las variables enteras para determinar la mejor solución posible de un modelo de programación lineal.

De todos los escenarios que se han estudiado en este el trabajo, se han elegido dos de ellos para comentarlos con más detenimiento: el escenario 1.8 y el 2.8. Las restricciones y el tiempo de seguridad de estos escenarios son iguales pero cada uno tiene a una función objetivo distinta.

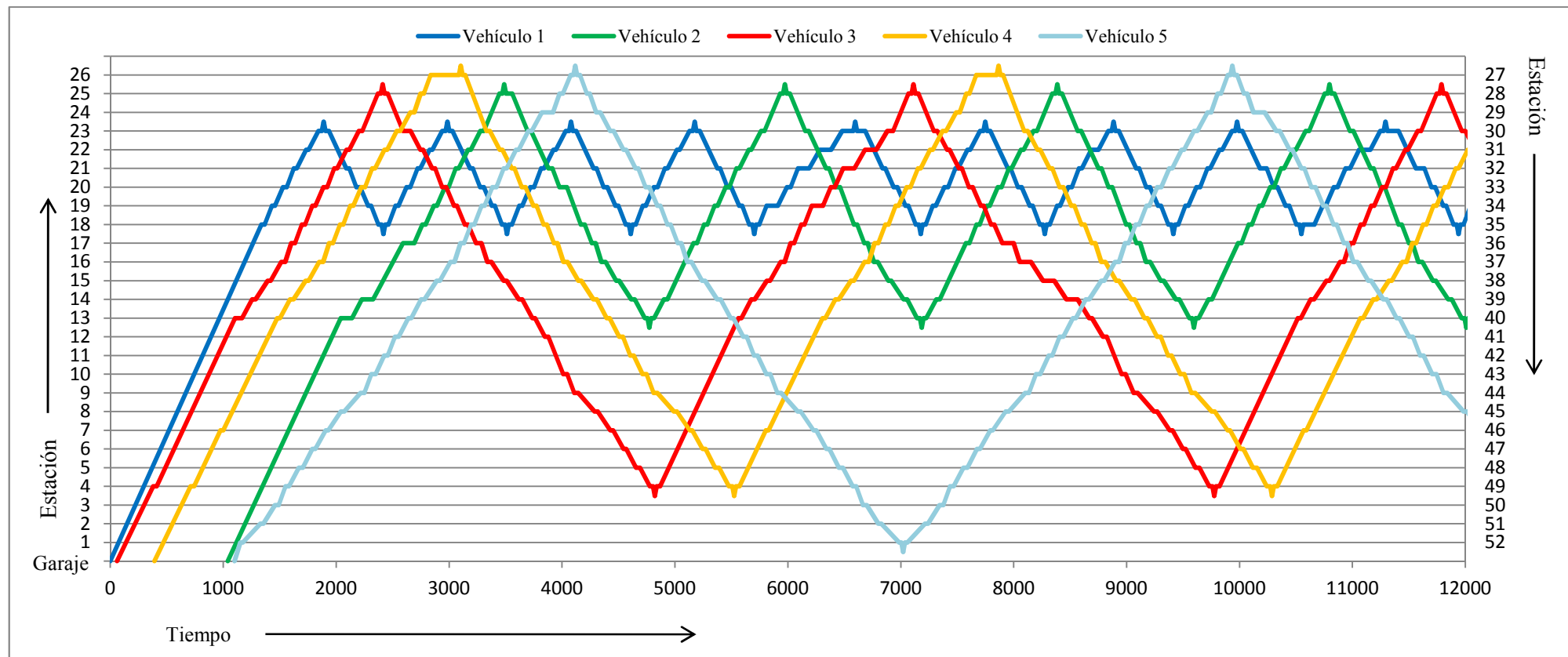
A continuación se aportan los resultados que ha generado LINGO, en forma de tabla y en forma de gráfico. Además se hacen aclaraciones en algunos puntos de las gráficas que se consideren importantes.

			Estación																																						
			27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34	35	35	36	36	37	37	38	38	39	39													
Vehículo	1	Ciclo	1								1905	1936				2090	2116	2178	2212	2283	2310	2373	2402												1						
			2									3000	3031				3185	3211	3273	3307	3378	3405	3468	3497												2					
			3									4095	4126				4280	4306	4368	4402	4473	4500	4563	4592													3				
			4									5190	5221				5375	5401	5463	5497	5568	5595	5658	5687													4				
			5									6613	6684				6838	6864	6936	6970	7041	7068	7131	7160													5				
			6									7763	7794				7948	7974	8036	8070	8141	8168	8231	8260														6			
			7									8900	8931				9085	9111	9173	9207	9278	9305	9368	9397														7			
			8									9995	10026				10180	10241	10303	10337	10408	10440	10503	10532														8			
			9									11308	11408				11562	11636	11699	11733	11803	11830	11894	11923														9			
			10									12526	12557				12710	12736	12799	12833	12904	12931	12994	13063														10			
	2	1									3695	3726				3880	3914	3976	4043			4166	4202		4264	4296	4349	4385	4479	4506	4613	4644	1								
		2									6154	6185				6339	6365	6428	6462			6585	6614		6676	6708	6761	6797	6891	6918	7025	7056	2								
		3									8401	8429				8566	8597					8996	9025		9087	9119	9172	9208	9302	9329	9436	9467	3								
		4									10813	10841				10977	11008					11408	11437	11498	11530	11584	11620	11713	11740	11847	11878	4									
		5									13224	13252				13389	13420					13819	13848	13910	13942	13995	14031	14125	14152	14259	14290	5									
	3	1									2428	2456				2593	2659		2745	2769			2851	2877		2939	2973		3044	3071	3139	3168	3239	3286	3339	3375	3483	3510	3617	3648	1
		2									7128	7156				7292	7323		7409	7433			7515	7541		7604	7638		7708	7735	7799	7828	7899	7999	8052	8152	8260	8360	8467	8567	2
		3									11804	11832				11969	12000	12086	12110	12192	12218	12280	12314	12385	12412	12475	12504	12566	12598	12651	12687	12781	12808	12915	12946	3					
	4	1									3118	3144				3331	3362	3448	3472	3554	3580	3642	3676	3747	3774	3837	3866	3928	3960	4013	4049	4143	4170	4277	4308	1					
		2									7881	7907				8094	8125	8211	8235	8317	8343	8405	8439	8510	8537	8600	8629	8691	8723	8776	8812	8906	8933	9040	9071	2					
5	3									12616	12642				12857	12888	12974	12998	13079	13105	13168	13202	13273	13300	13363	13392	13454	13486	13539	13575	13669	13696	13803	13834	3						
	1									4133	4159	4219	4247	4304	4338	4427	4458	4544	4568	4650	4676	4739	4773	4843	4870	4934	4963	5024	5056	5110	5146	5239	5266	5373	5404	1					
	2									9952	9978	10038	10066	10124	10224	10326	10357	10443	10467	10549	10575	10637	10671	10742	10769	10832	10861	10923	10955	11008	11044	11138	11165	11272	11303						

Vehículo		Ciclo	Estación																												
			40	40	41	41	42	42	43	43	44	44	45	45	46	46	47	47	48	48	49	49	50	50	51	51	52	52			
1	2	1																											1		
		2																												2	
		3																												3	
		4																												4	
		5																												5	
		6																												6	
		7																												7	
		8																												8	
		9																												9	
		10																												10	
	3	1	4732	4758																										1	
		2	7143	7169																										2	
		3	9555	9581																										3	
		4	11966	11992																										4	
		5	14378	14404																										5	
	4	1	3736	3762	3847	3879			4010	4046	4109	4143	4288	4316	4428	4452	4543	4569	4654	4690	4776	4807								1	
		2	8668	8694	8792	8824			8955	8991	9063	9097	9242	9270	9383	9407	9497	9523	9608	9644	9731	9762								2	
		3	13034	13060	13145	13177			13309	13345	13407	13441	13586	13614	13727	13751	13841	13867	13952	13988	14075	14106								3	
	5	1	4396	4422	4507	4539	4604	4635	4712	4748	4811	4845	4990	5018	5130	5154	5245	5271	5356	5392	5478	5509								1	
		2	9159	9185	9270	9302	9366	9397	9475	9511	9574	9608	9753	9781	9893	9917	10008	10034	10119	10155	10241	10272								2	
3		13922	13948	14033	14065	14129	14160	14238	14274	14336	14370	14516	14544	14656	14680	14770	14796	14882	14918	15004	15035								3		

2	3	4	5	1	5492	5518	5604	5636	5700	5731	5808	5844	5907	5941	6086	6114	6227	6251	6341	6367	6452	6488	6574	6605	6665	6699	6801	6827	6985	7006	1
				2	11391	11417	11502	11534	11599	11630	11707	11743	11806	11840	11985	12013	12125	12149	12240	12266	12351	12387	12473	12504	12564	12598	12700	12726	12883	12904	2

5.1.2. Gráfico



Gráfica 1: Solución escenario 1.8.

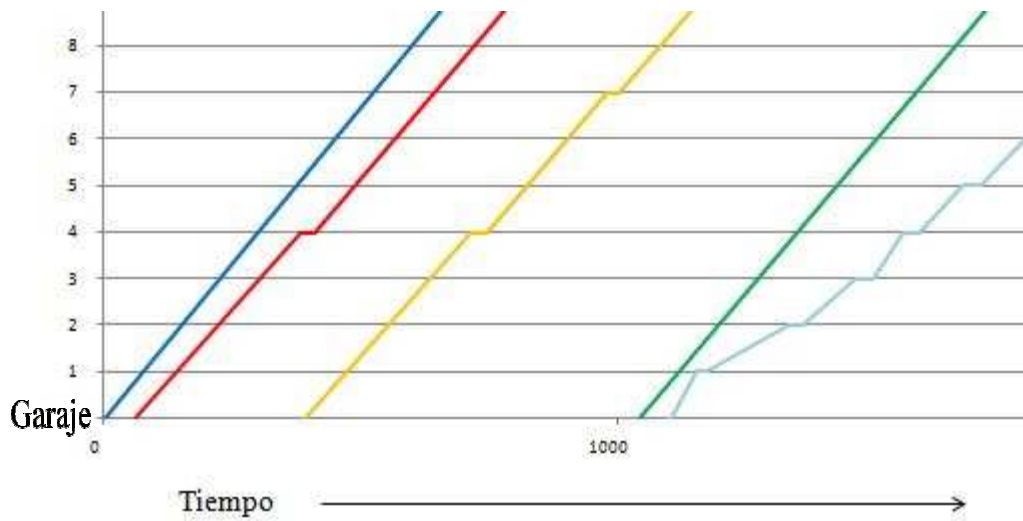


Figura 18: Detalle 1 de la gráfica 1.

En la Fig. 18 se puede observar la efectividad de las restricciones (d1) y (d2) que dejan a elección del modelo el orden de salida de los vehículos, así como el instante de salida desde el garaje.

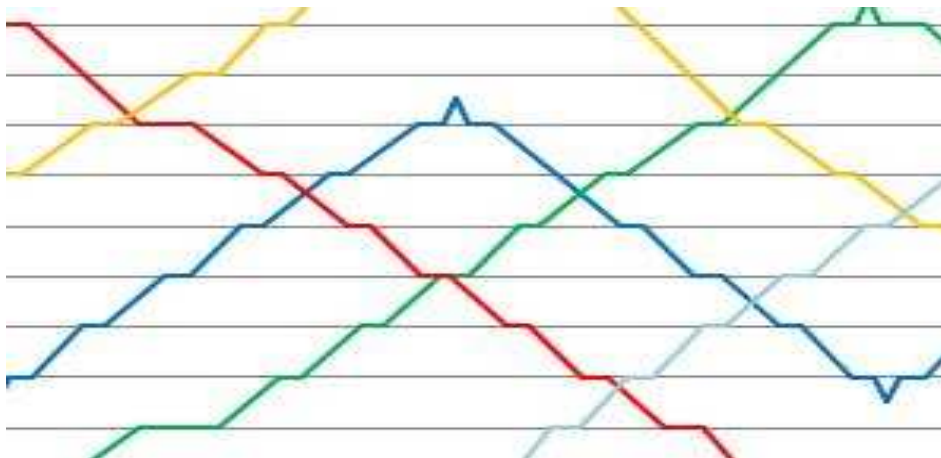


Figura 19: Detalle 2 de la gráfica 1.

En la Fig. 19 se ve cómo el vehículo representado de rojo y el representado de verde cruzan sus líneas de recorrido durante unos segundos, pero hay que recordar que los trenes circulan en dos direcciones diferentes, el vehículo rojo se mueve en la dirección de las paradas 27-52 mientras que el verde lo hace en la dirección contraria, desde la estación 1 a la 26. Por ello no es un caso de adelantamiento, simplemente se cruzan en direcciones opuestas.

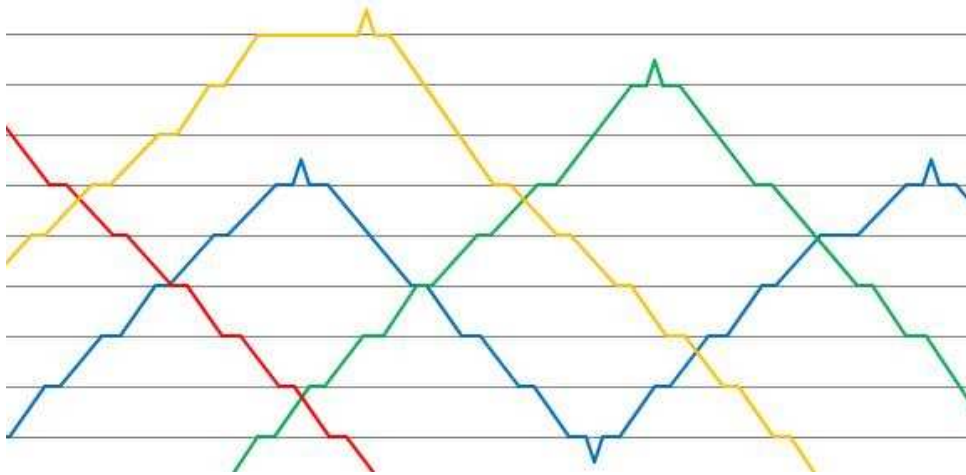


Figura 20: Detalle 3 de la gráfica 1.

La Fig. 20 muestra un ejemplo de retraso del vehículo amarillo en su recorrido. Debido a que el adelantamiento no está permitido y el tiempo de seguridad mínimo de parada entre vehículos en una misma estación está fijado en 300 segundos, el vehículo amarillo tiene la obligación de detenerse en una parada anterior a la de conflicto para que no se produzca adelantamiento o desobediencia respecto al tiempo de seguridad. Es un ejemplo de las restricciones (9) y (10), y (c1) y (c2).

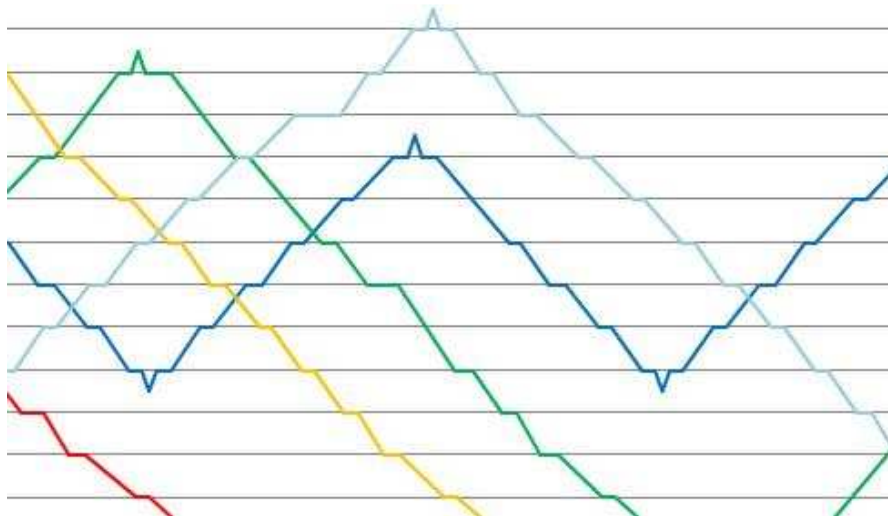


Figura 21: Detalle 4 de la gráfica 1.

En la Fig. 21 podemos observar que la orden de no adelantar que se ha descrito en las restricciones como la obligación de que todos los tiempos de entrada y salida de un vehículo sean anteriores o posteriores a los de otro durante un viaje antes de realizar el giro para cambiar de dirección, se cumple. Es decir, el vehículo celeste en la dirección de las estaciones 1-26 tiene sus tiempos de salida de las estaciones anteriores a los del vehículo azul, pero en el mismo ciclo de ambos vehículos y esta vez en la dirección de las estaciones 27-52 es el vehículo de color azul el que tiene sus tiempos de salida inferiores a los del vehículo celeste.

5.1.3. Solver

Las características del modelo del escenario 1.8 se pueden ver en la Fig. 22. Al final de esta sección 5 las tablas 3 y 4 muestran una comparación entre los distintos escenarios.



Figura 22: Solver LINGO escenario 1.8.

5.2. Escenario 2.8

5.2.1. Resultados

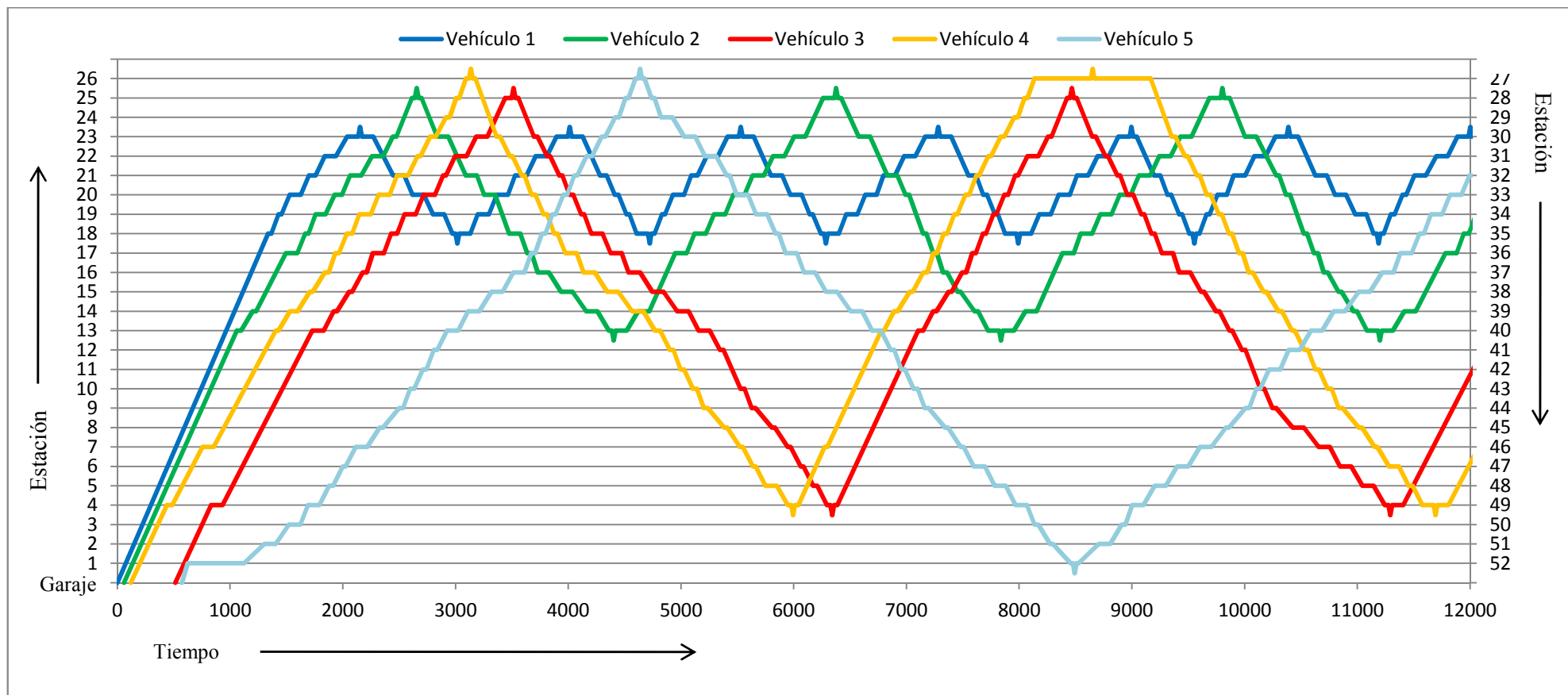
			Estación																														
			0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13				
Vehículo	1	Ciclo	1	0																										1			
			2																												2		
			3																												3		
			4																												4		
			5																												5		
			6																												6		
			7																												7		
			8																												8		
			9																												9		
			10																												10		
	2	Ciclo	1	60																											1059	1099	1
			2																												4418	4518	2
			3																												7854	7954	3
			4																												11216	11316	4
			5																												14504	14530	5
	3	Ciclo	1	514						833,1	933,1																				1730	1830	1
			2							6357	6388																				7103	7148	2
			3							11308	11408																				12205	12305	3
	4	Ciclo	1	120						439,4	486,5						755,2	855,2													1404	1430	1
			2							6011	6042						6275	6299													6777	6803	2
3									11709	11809						12078	12102													12651	12751	3	
5	Ciclo	1	574	625	1125	1306	1406	1523	1623	1692	1792	1878	1914	1999	2025	2116	2216	2328	2356	2501	2535	2598	2634	2711	2742	2807	2839	2924	3024	1			
		2		8509	8530	8708	8808	8910	8944	9004	9104	9203	9303	9401	9501	9605	9705	9834	9862	10007	10041	10104	10140	10217	10317	10391	10491	10589	10689	2			

			Estación																														
			14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	25	26	26					
Vehículo	1	Ciclo	1											1338	1367	1431	1458	1528	1628	1700	1758	1840	1940	2039	2139							1	
			2												3033	3133	3196	3296	3367	3467	3529	3629	3711	3811	3897	3997							2
			3												4738	4767	4831	4858	4928	5028	5091	5146	5228	5328	5414	5514							3
			4												6302	6402	6465	6565	6636	6736	6798	6898	6980	7080	7166	7266							4
			5												8007	8107	8180	8280	8351	8451	8513	8613	8695	8795	8881	8981							5
			6												9571	9600	9663	9690	9761	9842	9905	10005	10087	10187	10273	10373							6
			7												11205	11234	11298	11331	11401	11435	11507	11607	11701	11801	11887	11987							7
			8												12840	12869	12932	13032	13103	13196	13268	13368	13450	13550	13649	13749							8
			9												14474	14503	14567	14667	14737	14771	14834	14934	15015	15115	15202	15302							9
			10												16109	16209	16282	16382	16452	16552	16624	16724	16806	16906	16992	17023							10
	2	Ciclo	1	1200	1231					1496	1596	1667	1696	1760	1847	1928	1993	2065	2165	2259	2359	2445	2476					2613	2641				1
			2	4619	4719					4950	5050	5121	5221	5294	5394	5464	5564	5636	5736	5818	5918	6004	6104					6261	6361				2
			3	8055	8155					8386	8486	8547	8647	8720	8820	8891	8991	9063	9163	9245	9345	9431	9531					9688	9788				3
			4	11417	11517					11782	11882	11944	11990	12053	12153	12224	12324	12396	12422	12503	12581	12667	12698					12835	12863				4
			5	14618	14718					14949	14981	15042	15071	15135	15162	15232	15266	15329	15355	15437	15537	15623	15723					15880	15980				5
	3	Ciclo	1	1918	1949	2056	2083	2177	2213	2266	2366	2428	2484	2547	2647	2718	2818	2890	2916	2997	3097	3183	3283					3441	3500				1
			2	7236	7267	7374	7401	7495	7531	7584	7616	7678	7707	7771	7798	7868	7902	7965	7991	8072	8170	8257	8288					8424	8452				2
			3	12406	12506	12629	12729	12837	12937	12998	13098	13169	13269	13342	13439	13509	13609	13681	13781	13863	13963	14049	14080					14217	14291				3
	4	Ciclo	1	1531	1599	1706	1733	1841	1877	1934	1966	2037	2084	2147	2247	2318	2418	2480	2580	2662	2690	2776	2826	2915	2949		3006	3034	3094	3120			1
			2	6891	6922	7029	7056	7150	7186	7239	7271	7333	7362	7425	7452	7523	7557	7619	7645	7727	7751	7837	7868	7957	7991		8048	8076	8136	8636	2		
3			12839	12939	13062	13162	13255	13355	13416	13516	13578	13678	13751	13851	13922	14022	14094	14188	14270	14294	14380	14411	14500	14534	14591	14619	14679	14705	3			3	
5	Ciclo	1	3112	3212	3319	3419	3513	3613	3674	3706	3767	3796	3860	3887	3957	3991	4054	4080	4162	4211	4297	4328	4417	4451		4508	4536	4596	4622	1			1
		2	10790	10890	11013	11113	11221	11321	11382	11482	11553	11590	11653	11753	11824	11924	11996	12096	12177	12201	12287	12318	12407	12441		12499	12527	12596	13096	2			2

Vehículo		Ciclo		Estación																											
				27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34	35	35	36	36	37	37	38	38	39	39		
1	2	1						2170	2270			2447	2547	2619	2719	2800	2900	2973	3002											1	
		2						4028	4128			4282	4340	4412	4446	4517	4544	4607	4707											2	
		3						5545	5645			5799	5899	5971	6071	6142	6169	6242	6271											3	
		4						7297	7397			7551	7618	7681	7715	7786	7813	7876	7976											4	
		5						9012	9043			9197	9253	9316	9350	9420	9447	9511	9540											5	
		6						10404	10475			10629	10729	10801	10901	10982	11082	11145	11174												6
		7						12018	12118			12272	12372	12435	12535	12616	12716	12780	12809												7
		8						13780	13880			14056	14156	14219	14253	14324	14351	14414	14443												8
		9						15333	15433			15587	15641	15704	15804	15885	15985	16049	16078												9
		10						17054	17086			17240	17266	17329	17429	17510	17610	17683	17712												10
2	3	1			2672	2700		2836	2936			3090	3190	3253	3353			3476	3576	3638	3676	3729	3829	3937	4037	4160	4260		1		
		2			6392	6420		6577	6677			6831	6919	6991	7025			7148	7177	7239	7271	7324	7360	7454	7481	7604	7635	2			
		3			9819	9867		10004	10104			10281	10307	10370	10404			10526	10555	10617	10649	10702	10738	10832	10859	10966	10997	3			
		4			12894	12922		13079	13130			13284	13310	13372	13441			13564	13664	13735	13767	13828	13928	14036	14136	14259	14359	4			
		5			16011	16039		16196	16296			16450	16550	16622	16722			16845	16945	17016	17116	17177	17277	17385	17485	17608	17708	5			
3	1			3531	3559		3695	3726	3813	3840	3921	3947	4010	4044	4114	4141	4205	4305	4376	4476	4537	4637	4745	4845	4968	5068	1				
	2			8483	8511		8648	8679	8765	8789	8871	8897	8960	9014	9084	9111	9174	9203	9265	9365	9418	9518	9612	9639	9746	9777	2				
	3			14322	14350		14507	14607	14693	14717	14799	14825	14888	14922	14992	15019	15083	15112	15174	15206	15259	15295	15403	15430	15537	15568	3				
4	1	3151	3177				3364	3395	3482	3506	3587	3613	3676	3710	3780	3812	3876	3905	3976	4076	4137	4237	4345	4445	4568	4668	1				
	2	8667	9167				9355	9386	9472	9496	9577	9603	9666	9700	9771	9798	9861	9890	9952	9984	10037	10073	10167	10194	10301	10332	2				
	3	14736	14762				14949	14980	15067	15167	15261	15287	15349	15383	15454	15481	15554	15583	15644	15676	15729	15765	15859	15886	15993	16024	3				
5	1	4653	4679	4739	4767	4825	4925	5027	5127	5213	5313	5407	5433	5496	5596	5666	5766	5839	5868	5930	6030	6091	6191	6285	6385	6508	6608	1			
	2	13127	13153	13222	13250	13307	13341	13430	13461	13547	13571	13653	13679	13741	13775	13846	13946	14009	14038	14100	14200	14261	14361	14469	14569	14692	14792	2			

Vehículo		Ciclo		Estación																											
				40	40	41	41	42	42	43	43	44	44	45	45	46	46	47	47	48	48	49	49	50	50	51	51	52	52		
1	2	1																											1		
		2																												2	
		3																												3	
		4																												4	
		5																												5	
		6																													6
		7																													7
		8																													8
		9																													9
		10																													10
2	1	4361	4387																										1		
	2	7723	7823																										2		
	3	11085	11185																										3		
	4	14447	14473																										4		
	5	17809	17835																										5		
3	1	5156	5256	5346	5378			5529	5565	5628	5662	5807	5835	5947	5971	6062	6088	6173	6209	6295	6326								1		
	2	9865	9891	9976	10008			10140	10176	10248	10282	10427	10527	10656	10756	10846	10946	11044	11144	11243	11277								2		
	3	15656	15682	15767	15799			15930	15966	16038	16072	16217	16245	16358	16382	16472	16498	16583	16619	16705	16736								3		
4	1	4769	4816	4901	4933	4997	5028	5106	5142	5204	5238	5384	5412	5524	5548	5638	5664	5750	5850	5949	5980							1			
	2	10420	10446	10531	10563	10627	10658	10736	10772	10834	10868	11014	11042	11154	11178	11282	11371	11456	11492	11578	11678							2			
	3	16112	16138	16224	16256	16320	16351	16428	16464	16527	16561	16706	16734	16847	16871	16961	16987	17072	17108	17207	17238							3			
5	1	6696	6774	6860	6892	6956	6987	7064	7100	7163	7197	7342	7370	7483	7507	7597	7697	7782	7882	7968	8068	8137	8171	8273	8299	8457	8478	1			
	2	14880	14980	15078	15178	15242	15342	15431	15531	15594	15694	15861	15889	16001	16025	16116	16142	16227	16263	16362	16393	16462	16562	16679	16705	16862	16883	2			

5.2.2. Gráfico



Gráfica 2: Solución escenario 2.8.

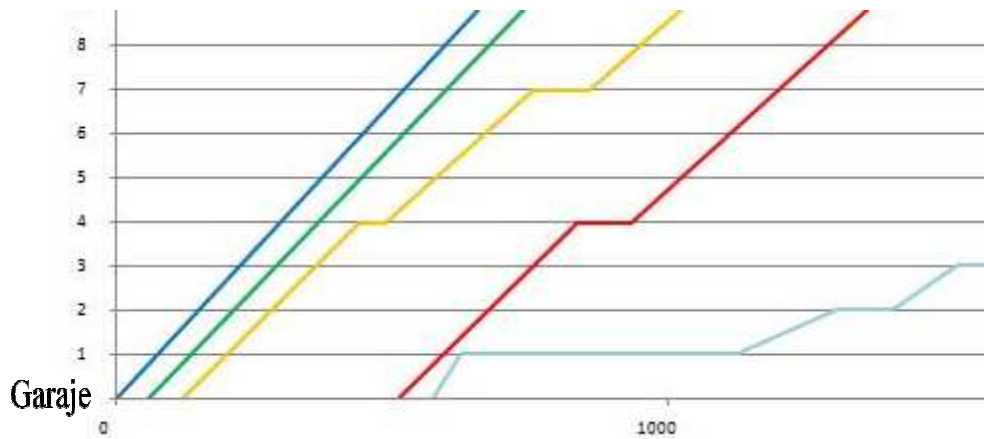


Figura 23: Detalle 1 de la gráfica 2.

Al igual que en la Fig. 18, la Fig. 23 muestra cómo el modelo no tiene un orden de salida predeterminado, lo establece él mismo de manera óptima.

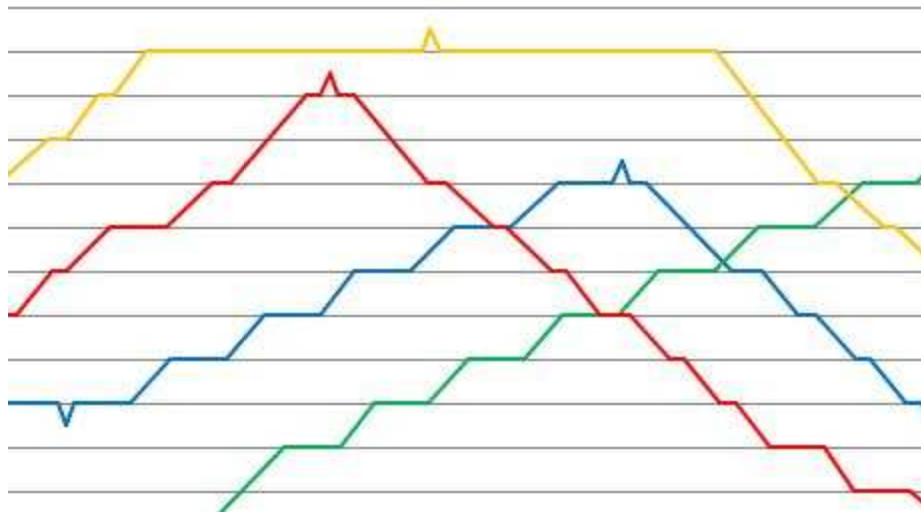


Figura 24: Detalle 2 de la gráfica 2.

En la Fig. 24 observamos que el vehículo representado de celeste realiza una parada en la última estación de su recorrido durante un periodo de tiempo muy largo. Esto es debido a que el tiempo de parada en las estaciones terminales de la línea son superiores al resto, impidiendo así largos tiempos de espera en estaciones intermedias.

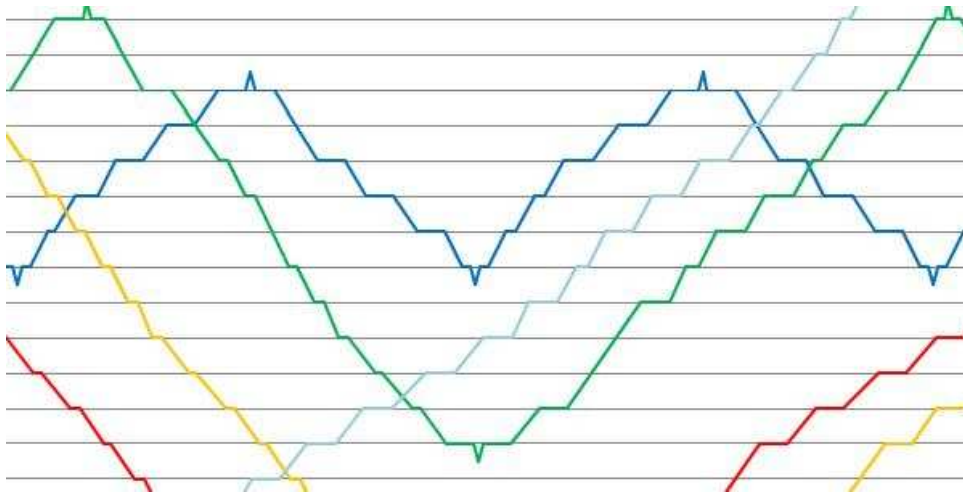


Figura 25: Detalle 3 de la gráfica 2.

Existen puntos en el recorrido de los trenes en los que la frecuencia de paradas en estaciones con mayor demanda se ve disminuida. Esto se puede ver claramente en la Fig. 25 donde se aprecia que entre ciclos del vehículo azul no circula ningún otro vehículo, siendo por tanto la frecuencia de parada en esta situación el tiempo de ciclo del vehículo, tanto en una dirección como en la otra.

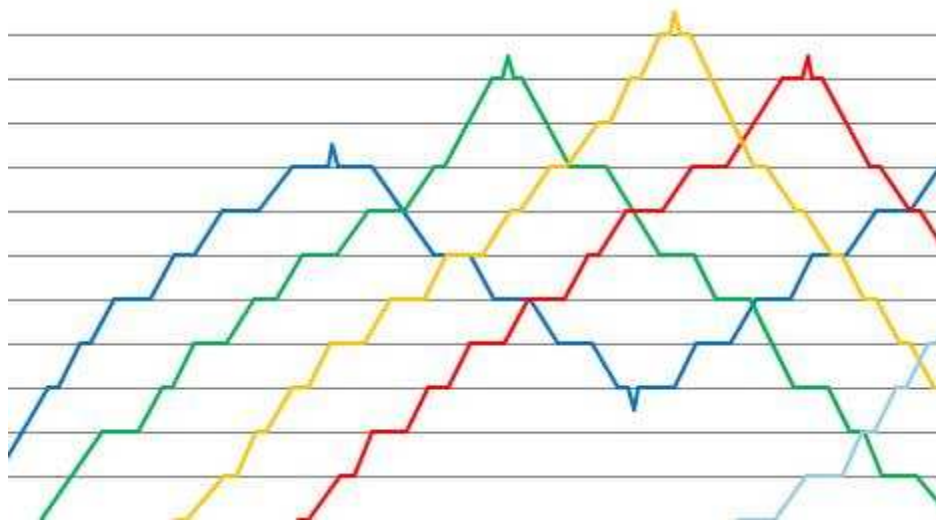


Figura 26: Detalle 4 de la gráfica 2.

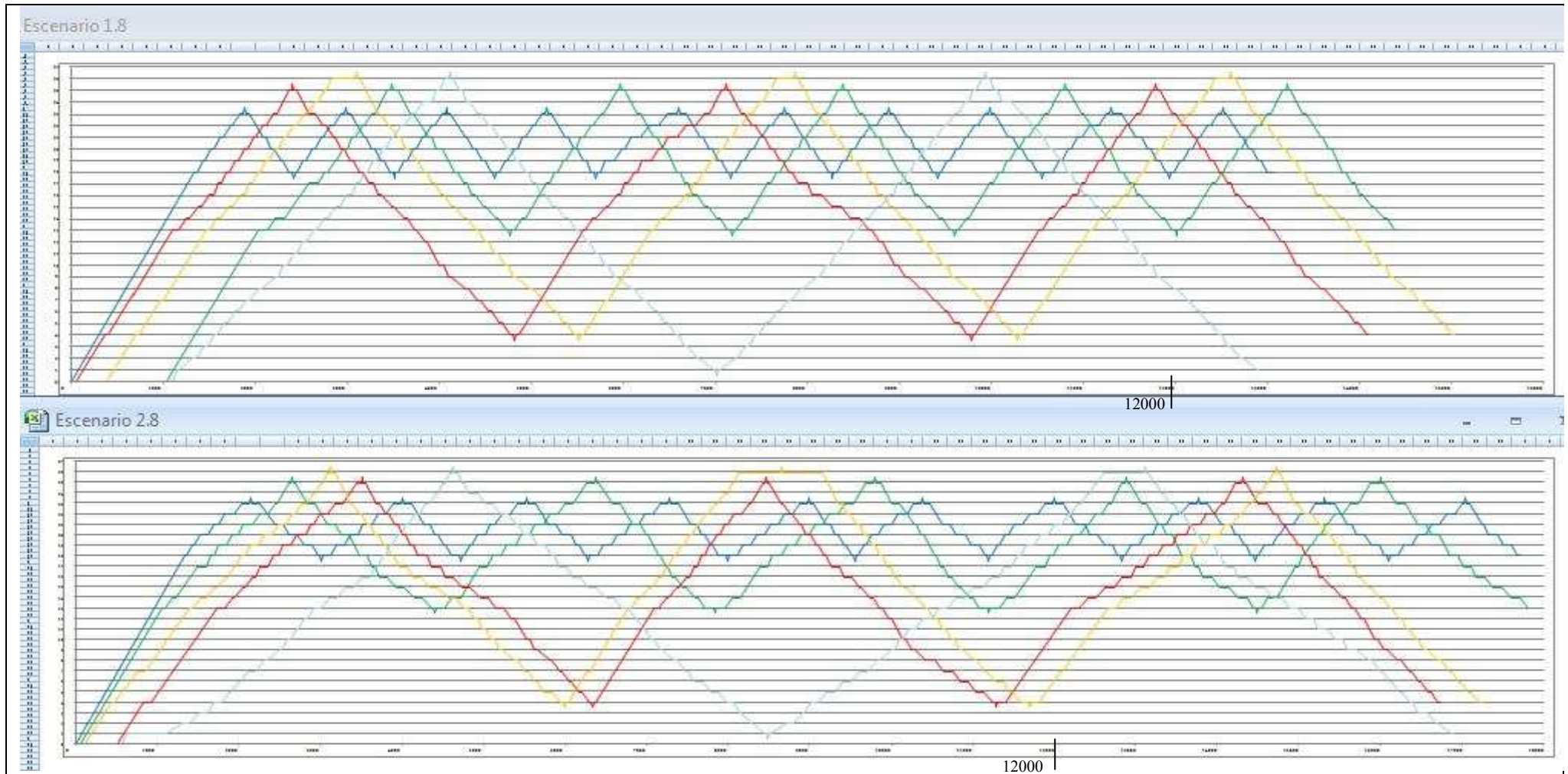
El modelo tiene la libertad de poder realizar los tiempos de parada y de recorrido dentro de unos rangos, sin embargo los tiempos de recorrido, salvo alguna excepción, son los tiempos mínimos permitidos, utilizando el margen en los tiempos de paradas para cumplir con las restricciones. Este hecho queda reflejado en la Fig. 26 dónde en la primera subida de los vehículos se aprecia cómo utilizan tiempos de paradas superiores a los mínimos exigidos, para ajustarse a las limitaciones del modelo.

5.2.3. Solver



Figura 27: Solver LINGO escenario 2.8.

5.3. Comparaciones



Gráfica 3: Comparación de escenarios 1.8 y 2.8.

Los dos escenarios que hemos estudiado más profundamente son escenarios 8, en los que no se permite el adelantamiento en ningún punto del recorrido, el orden de salida de los vehículos desde el garaje no está predeterminado y el tiempo de seguridad es de 300 segundos. Para hacer una comparación de las dos funciones objetivo vamos a comentar algunos puntos importantes de los escenarios 1.8 y 2.8 para ver las diferencias entre estas.

Como era de esperar el escenario 1.8 que utiliza la función objetivo 1 termina el recorrido de todos sus vehículos antes que los del escenario 2.8 que utiliza la función objetivo 2. La función objetivo dos pretende terminar lo antes posible, pero no es su principal objetivo, realiza tiempos de ciclos más largos para poder ajustar las frecuencias de estos, que es lo que busca.

El principal propósito de la función objetivo 2 es asegurar la uniformidad de las frecuencias de los ciclos de los vehículos. En el escenario 2.1 este objetivo se logra alcanzar exitosamente ya que no cuenta con restricciones de adelantamiento y su tiempo de seguridad es pequeño. Se puede pensar que se puede alcanzar frecuencias uniformes si los ciclos hicieran sus recorridos en un tiempo elevado, pero esto no es posible ya que los tiempos de parada y de recorrido están limitados. También se podría pensar que las frecuencias uniformes se alcanzarían si cada vehículo saliera una vez terminado el recorrido del anterior, pero esto es impedido al incluir el tiempo de salida de los vehículos desde el garaje en el $ha_{ij}^{s_i}$ de la función objetivo 2.

El escenario 2.8 cuenta con frecuencias de ciclos más uniformes que el escenario 1.8 pero el tiempo que utiliza para realizar los recorridos es muy elevado. Por su parte en el escenario 1.8 los vehículos realizan el recorrido en un tiempo pequeño y además sus frecuencias de ciclo no distan mucho de la uniformidad que se logra en el escenario 2.8. Por tanto se concluye que el escenario 1.8 se considera como el más idóneo en el caso en que se pretenda un objetivo doble, satisfacer las necesidades de los viajes y de la operadora.

5.4. Escenarios

	Óptimo	Número de variables	Número de restricciones	Tiempo de ejecución	Iteraciones
Escenario 1.1	65144.4	141059	241798	2:07	61927
Escenario 1.2	65003.6	141086	241829	18:32	550368
Escenario 1.3	65144.4	141059	839838	1:47	32614
Escenario 1.4	66234.7	141059	839838	2:53	82519
Escenario 1.5	69708.8	141059	839838	7:27	490107
Escenario 1.6	65144.4	141061	839829	10:39	307872
Escenario 1.7	66085.5	141061	839829	7:56	254792
Escenario 1.8	69333.7	141061	839829	1:11:39	3219441

Tabla 3: Escenarios para la función objetivo 1.

	Óptimo	Número de variables	Número de restricciones	Tiempo de ejecución	Iteraciones
Escenario 2.1	642.00	141059	241894	1:59	24517
Escenario 2.2	600.00	141086	241925	10:15	335251
Escenario 2.3	642.00	141059	839934	2:21	2768
Escenario 2.4	842.00	141059	839934	2:33	80360
Escenario 2.5	1425.81	141059	839934	3:07	86084
Escenario 2.6	642.00	141061	839925	2:31:42	1886240
Escenario 2.7	842.00	141061	839925	4:29	110443
Escenario 2.8	1267.47	141061	839925	17:45	789420

Tabla 4: Escenarios para la función objetivo 2.

Haciendo comparaciones entre los distintos escenarios se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- Los escenarios 8 son menos óptimos que los 7 y estos que los 6 debido a que el tiempo de seguridad es más restrictivo.
- Los escenarios 6, 7 y 8 alcanzan una solución más óptima o igual que los 3, 4, 5 por no tener el orden de salida predeterminado. Igual que el escenario 2 sobre el 1.
- El óptimo de los escenarios 3 y 6 son iguales que el del 1 por ser el tiempo de seguridad poco restrictivo.
- El escenario que siempre da un mejor resultado, un óptimo inferior, es el escenario 2 ya que es el menos restrictivo de todos y además el tiempo de seguridad es el más inferior de los considerados.
- A pesar de que 1.8 y 2.8 no sean los mejores desde el punto de vista de la función objetivo, pero sí lo son desde el punto de vista de la uniformidad de las frecuencias de paradas por tener tiempos de seguridad elevados.

- El óptimo de los escenarios con tiempos de seguridad de 50 segundos corresponde a la suma de los tiempos de salida de los vehículos desde el garaje.
- Los tiempos de ejecución del modelo no son fijos, dependen de la versión del programa, de la capacidad del ordenador y aún así siendo estos constantes los tiempos también varían, aunque con un margen pequeño