



## 5 PREDIMENSIONAMIENTO

Como se ha explicado previamente, la única información que se dispone del reloj es el único dibujo que aparece en el Horologium Oscillatorium, a parte de la explicación de su funcionamiento que se hace en el mismo, y en cuanto a dimensiones lo único que se detalla en el mismo es el número de dientes de cada engranaje y por otro lado, las dimensiones que debe tener el péndulo para que marque segundos.

En cuanto a dimensionamiento, podemos considerar el reloj en 2 partes bien diferenciadas, lo que sería el tren de engranajes, y lo que sería el péndulo, con las chapas cicloidales y la sujeción (Gnomon P), cuyo dimensionamiento si queda explicado detalladamente en el libro.

### 5.1 *Tren de engranajes*

- Podemos diferenciar el tren de engranajes del resto porque la relación de velocidades de cada par de ejes que engranan están directamente relacionadas con la relación de los diámetros de las ruedas que engranan y esta a su vez con la relación del número de dientes. Por lo tanto, las distintas velocidades de giro de cada eje, que es lo que realmente nos interesa, porque serán las velocidades de las agujas de nuestro reloj, dependen de la relación del número de dientes y no del tamaño. Veamos esto más detenidamente:

$$p = \text{paso} \qquad p = \frac{\pi \cdot d}{z}$$

$$m = \text{módulo} \qquad m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$$

$d = \text{diámetro primitivo}$

$z = \text{número de dientes}$

Por otro lado, teniendo en cuenta el principio fundamental de que la transmisión se hace sin deslizamiento, en el punto de contacto se cumplirá:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 \cdot d_1 = \omega_2 \cdot d_2$$

y como ruedas que engranan deben tener el mismo módulo (o paso):

$$\omega_1 \cdot z_1 = \omega_2 \cdot z_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = i \equiv \text{relación de transmisión}$$

Entonces observando las expresiones anteriores vemos que, para obtener las relaciones de velocidades que nos interesen, basta con usar engranajes cuyo número de dientes estén en la misma relación (inversa), y el tamaño de estos engranajes estará determinado por el módulo de los mismos, teniendo en cuenta que ruedas que engranan tiene el mismo módulo, pero lo importante, y lo que tenemos que resaltar, es que las relaciones de velocidades no dependen del tamaño.

Por otro lado, estéticamente no es adecuado ensamblar un tren de engranajes de, por ejemplo, 1 metro por 1 metro con un péndulo de 1 metro aproximadamente, como es nuestro caso. Por tanto, a priori y groseramente, se ha decidido que el tren de engranajes en su conjunto mida verticalmente un tercio o a lo sumo la mitad de la longitud del péndulo, por tanto suponiendo que el dibujo esté aproximadamente, al menos, proporcionado (suposición que apreciando el resultado final del diseño, resultó ser correcta), estimamos que el diámetro primitivo de la rueda de mayor tamaño, la C, que es de 80 dientes, será de unos 200mm, con lo que tenemos que:

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} = \frac{200 \text{ mm}}{80} = 2.5 \Rightarrow 3$$

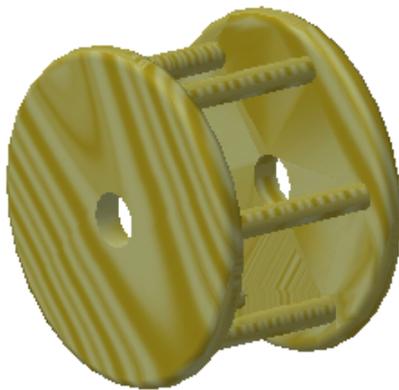
Tomamos pues en principio un módulo para los engranajes de 3, que después variará en algunos casos cuando se realice el dimensionamiento fino y diseño de las distintas piezas.

- Del *ángulo de presión* hablaremos directamente en el dimensionamiento, de momento sólo diremos que ruedas que engranan tienen el mismo ángulo de presión que la misión de los engranajes (ruedas y piñones) de relojes de tamaño pequeño y medio no es otra que transmitir movimiento de un eje a otro a diferente velocidad y no la transmisión de esfuerzos.



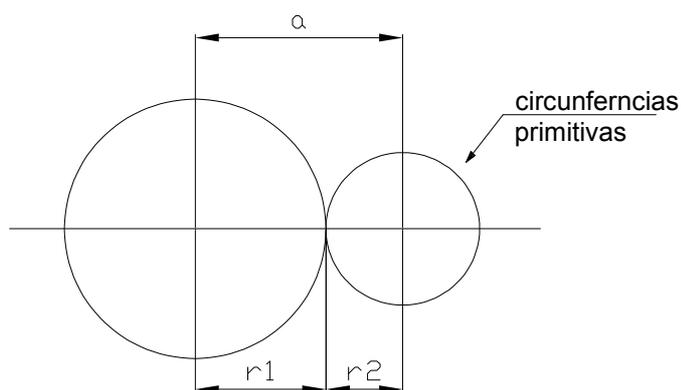
- Para el *espesor de los engranajes*, o lo que sería la *longitud del diente*, podría ser cualquiera, con tal que el material resista las cargas y sea capaz de transmitir las, y como se ha acaba de mencionar, los engranajes no transmiten grandes cargas.

Observando el grabado del Horologium Oscillatorium, se aprecia que en cada par de engranajes, el piñón tiene como mínimo, el doble de espesor que la rueda, esto



posiblemente es debido a que en la época, los piñones de muy pocos números de dientes estaban formados por dos círculos enfrentados y unidos por barras, que hacían la función de dientes, y para alojar a los dientes de la rueda, estos piñones eran mucho mas gruesos; podían ser incluso de madera, por esto quizá Huygens, aunque no usó este tipo de piñón, lo dimensionó como uno de ellos.

- Determinados más finamente los tamaños de los engranajes, como se detalla en el punto 6 DISEÑO Y DIMENSIONAMIENTO, la *distancia entre ejes* será la semisuma de los diámetros primitivos:



$$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

- Otra decisión tomada y que se ha conseguido mantener hasta el final, es que las láminas AA y BB estén separadas una distancia de 150 mm, siguiendo el criterio citado anteriormente.

El resto de piezas se puede decir que no tienen un predimensionado propiamente dicho, al menos, analítico, porque una vez que se tienen diseñados los diversos engranajes y ruedas especiales, y tengamos pues la distancia entre ejes, se ha procedido diseñando directamente en 3D, en el módulo **Assembly Design**,

### **5.1.1 Eleccion del perfil de los dientes**

La forma de los dientes de un engranaje debe ser tal que el movimiento uniforme de uno de ellos en un par, transmita otro movimiento uniforme al otro, y además debe producirse también una transmisión del movimiento de manera continua. Estas condiciones son cumplidas por varias curvas, como la cicloide, epicloide, hipocicloide y la evolvente del círculo.

Las tres primeras son, en teoría, las más exactas y se conducen mejor en lo referente a frotamiento y desgaste de los dientes, por ello en la horología moderna, desde bien entrado el siglo XIX, cuando se empezaron a conseguir precisiones de fracciones de segundo, se usa perfil epicicloidal para el perfil de las ruedas (se llama así en horología al engranaje de mayor número de dientes) e hipocicloidal para el perfil de los piñones (igualmente, el engranaje de menor número de dientes).

Pero en la práctica, esta ventaja citada desaparece cuando la distancia entre centros no es mantenida rigurosamente. Adoptando la curva evolvente desaparece este grave inconveniente y el funcionamiento es siempre perfecto aun cuando la distancia entre ejes varíe entre ciertos límites.

Otra de las ventajas de los engranajes con perfil de evolvente es que se pueden trazar con arcos de circunferencia, prescindiendo de su trazado teórico a mano alzada y del consecuente error que ello produce.



Es por todo ello por lo que nos hemos decidido a usar el **trazado de evolvente del perfil de los dientes**, y los resultados con CATIA han sido buenos, no produciéndose contactos ni penetraciones entre los distintos engranajes. Además, la elección es la correcta si queremos hacer un diseño lo mas parecido posible al de la época, pues como se ha reseñado el despege tecnológico y de precisión se produce a partir de bien entrado el siglo XIX, hasta entonces, los engranajes eran de fundición.