

## **6 DISEÑO Y DIMENSIONAMIENTO DE LAS DIFERENTES PIEZAS**

Procedemos al diseño de la piezas que componen el reloj, para lo cual, como ya se a explicado anteriormente, lo primero que diseñaremos serán los engranajes, porque ellos serán lo que determinarán el tamaño del reloj, al estar la distancia entre ejes directamente relacionada con el diámetro primitivo de los mismos.

### **6.1 Engranajes: Ruedas y piñones**

Recordando que nos hemos decantado por el perfil de evolvente para los dientes de los engranajes, como hemos explicado en el predimensionamiento, hemos elegido una serie de procedimientos simplificados para su trazado, que sustituyen la curva evolvente del diente por arcos de circunferencia que difieren muy poco del perfil teórico de la curva.

De estos métodos empleados, el básico y en los que el resto se basan es el del **Odontógrafo Grant** . Resaltamos que este método es aproximado pero que satisface completamente los requerimientos de este proyecto y que con él se obtienen resultados satisfactorios, produciendose una transmisión de movimiento continua y sin “choque” ni penetración entre las distintas piezas ( con la excepción de las ruedas H e I, como se explicará posteriormente).

Este trazado sólo se emplea cuando el ángulo de presión es igual a  $14.5^\circ$  o  $15^\circ$ , los valores normalizados comunes. A este respecto hemos de explicar que se para engranajes con número de dientes menor de 25, si mantenemos el ángulo de presión en el valor anterior, resultan dientes debilitados en su raíz, acentuándose el problema cuando el número de dientes se reduce. Este defecto puede hacer inservibles los engranajes con número de dientes reducidos para la transmisión de cargas, pero como ya hemos explicado varias veces, éste no es nuestro caso, los esfuerzos a transmitir son bajos y lo que prima es la transmisión del movimiento de manera uniforme, es por lo que el ángulo de presión elegido para el diseño de nuestros engranajes ha sido  $14.5$  o  $15^\circ$  siempre que haya sido posible usando este método.



Para engranajes de menos de 10 dientes, los cuales se escapan a la tabla de Grant, se usa otra tabla parecida, que nos ofrece un intervalo del ángulo de presión para un número de dientes dado.

Y por último el 3<sup>er</sup> caso que se nos da es que el número de dientes de la rueda sea superior al máximo previsto en la tabla anterior para el ángulo de presión previsto.

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente mencionado, y que además, ruedas que engranan deben tener el mismo módulo y ángulo de presión, los parámetros y dimensiones de las diferentes ruedas y piñones empleadas quedan reflejados en la siguiente tabla, expresadas todas las dimensiones en milímetros:

	z	m	$\alpha$	p	Dp	De	Db	Df	ha	hf	At
<b>S</b>	6	2	26	6,28	12,00	16,00	10,79	7,34	2,00	2,33	4,33
<b>G y E</b>	8	3	23	9,42	24,00	30,00	22,09	17,00	3,00	3,50	6,50
<b>I</b>	24	2,5	14,5	7,85	60,00	65,00	58,09	54,17	2,50	2,92	5,42
<b><math>\gamma</math> y <math>\beta</math></b>	30	2,6	14,5	8,17	78,00	83,20	75,52	71,94	2,60	3,03	5,63
<b>F</b>	48	3	23	9,42	144,00	150,00	132,55	137,00	3,00	3,50	6,50
<b><math>\xi</math></b>	72	2	26	6,28	144,00	148,00	129,43	139,34	2,00	2,33	4,33
<b>C</b>	80	3	23	9,42	240,00	246,00	220,92	233,00	3,00	3,50	6,50

(\*) se ha llamado S al único piñón de 6 dientes

$\alpha$  = ángulo de presión en °

Dp = diámetro primitivo

De = diámetro exterior

Db = diámetro base

Df = diámetro de fondo

ha = altura de la cabeza del diente a la circunferencia primitiva

hf = altura de fondo, de la circunferencia primitiva a la

At = altura total del diente

Los engranajes del EJE 4,  $\gamma$  y S, y los 2 últimos del EJE 1,  $\beta$  y  $\xi$ , se han tenido que diseñar con módulo 2.6 (no normalizado) porque engranan en ejes paralelos 2 a 2, dichos engranajes deben de cumplir una condición más a parte de tener mismo módulo, la suma de sus diámetros primitivos debe ser la misma, que será el doble de la distancia entre los ejes:

siendo "d" los diámetros primitivos y "m" los módulos

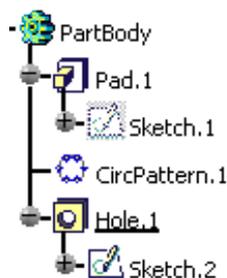
$$m_\gamma = m_\beta = \frac{d_\gamma}{z_\gamma} = \frac{d_\beta}{z_\beta}$$

$$m_\zeta = m_s = \frac{d_\zeta}{z_\zeta} = \frac{d_s}{z_s}$$

$$d_\gamma + d_\beta = d_\zeta + d_s$$

tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas que son los diámetros primitivos, por lo que tenemos uno con el que dimensionar, he escogido  $d_s = 12 \text{ mm}$  para obtener valores enteros de los módulos. Los valores para los módulos y diámetros primitivos obtenidos quedan reflejados en la tabla mostrada en la página anterior.

A excepción de los que se engloban dentro de 6.2 Ruedas especiales, el diseño del resto de engranajes es análogo, ateniéndose a los valores de la tabla anterior y todos siguen más o menos este patrón de diseño:

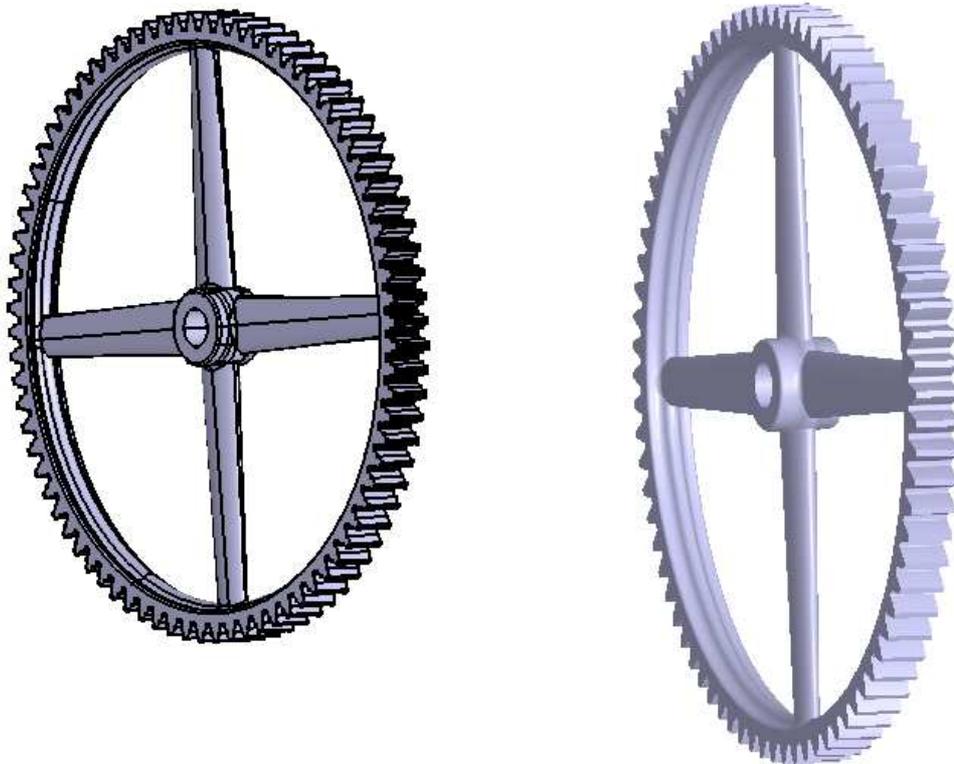


- Un boceto o "Sketch" en el que se traza el perfil de un diente,
- una extrusión o "Pad" de ese boceto,
- Una matriz circular o "Circular Pattern" de la extrusión anterior.
- Y un agujero o "Hole" para alojarse en el eje correspondiente.

Aunque pueda parecer que la rueda C, de 80 dientes es especial, el trazado de sus dientes no tiene nada de particular siguiendo totalmente el patrón anterior, pero al ser la rueda más grande, para aligerar el Eje1, que soporta las pesas y también por



estética pues introduce dinamismo al reloj en su movimiento, se ha diseñado como una rueda con brazos y nervio tanto en la llanta como en el cubo.



## 6.2 Ruedas especiales:

Hemos considerado como tales a los engranajes que no responden a ninguna topología común.

Se debe resaltar, que hoy en día, las ruedas H e I, que engranan entre si, formarían un par de engranajes cónicos, ya que los ejes de cada engranaje se cortan en un punto, y la prolongación de los dientes deberían cortarse en ese mismo punto. Es por esto por lo que estos 2 engranajes son los únicos que dan problemas de choque y penetración, y por ello, como se aprecia en el dibujo del Horologium Oscillatorium, Huygens los hacia engranar de forma que el contacto entre dientes fuera mínimo, como se aprecia en el extracto mostrado más abajo. Pese a ello se ha decidido mantener el criterio de hacer el diseño lo más fiel posible al que hizo el científico holandés, para obtener un plano lo más parecido posible al que aparece en el citado libro (véase apartado 9. PERFIL DEL RELOJ DISEÑADO:DRAFTING)

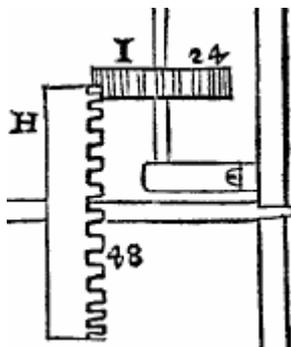


Fig. Extracto del grabado

### 6.2.1 Rueda H

Finalmente, la rueda H ha sido diseñada realizando el engrane en un plano horizontal, según la circunferencia primitiva. Es decir, la circunferencia mas exterior según el eje 3 sería la de fondo, pero esta circunferencia a su vez la situamos en una circunferencia horizontal, donde realizamos el trazado de los dientes. Es decir, la rueda



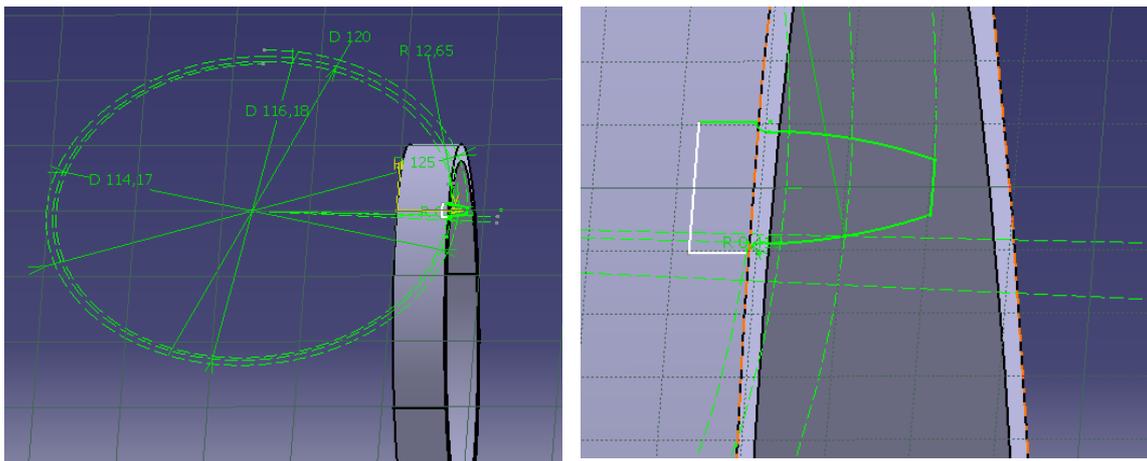
está diseñada como si trazáramos un engranaje recto, cortáramos los dientes por la circunferencia de fondo, y los pegáramos en el lateral.

Los parámetros de la rueda H son los siguientes:

	z	m	$\alpha$	p	Dp	De	Db	Df	ha	hf	At
H	48	2,5	14,5	7,85	120,00	125,00	116,18	114,17	2,50	2,92	5,42

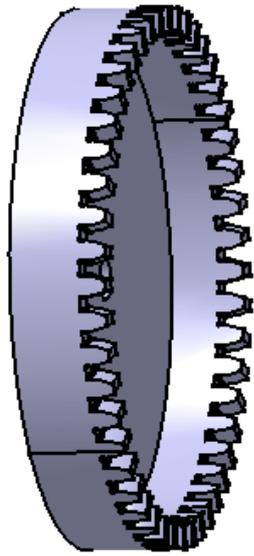
(\*) milímetros y grados sexagesimales

Veamos unas imágenes en lo que se aprecia lo anteriormente explicado:



Después extrusiono hacia el interior. Como el trazado de los dientes se ha realizado en un plano horizontal tangente exteriormente, en dicho plano es donde se producirá mas fiablemente el engrane.

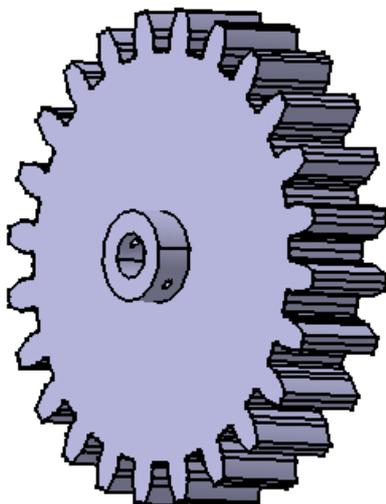
Y el resultado final es el siguiente:



Se ha tenido que diseñar esta rueda y su par, la I, con módulo 2.5 para que cupieran en el hueco que queda antes de la lámina BB. Se podían haber agrandado los ejes , pero para dejar con módulo 3 ambos engranajes, las láminas AA y BB se habrían separado demasiado.

### **6.2.2 Rueda I**

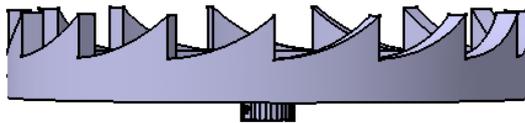
El diseño de esta rueda realmente no tiene nada de especial, pues se ha realizado como el resto de engranajes rectos. Se ha incluido en este apartado de ruedas especiales por el hecho que se ha mencionado al principio. Sus parámetros de diseño se muestran en la tabla del apartado 6.1.





### 6.2.3 Rueda K: Crown Wheel

Es la que se denomina “rueda corona”, rueda de balance o rueda de escape, y se ha diseñado con los dientes como los de una sierra, como comenta Huygens en su obra.



Además como se puede apreciar, en su parte inferior tiene una base cilíndrica, con un agujero pasante donde aloja un pasador para su fijación al eje.

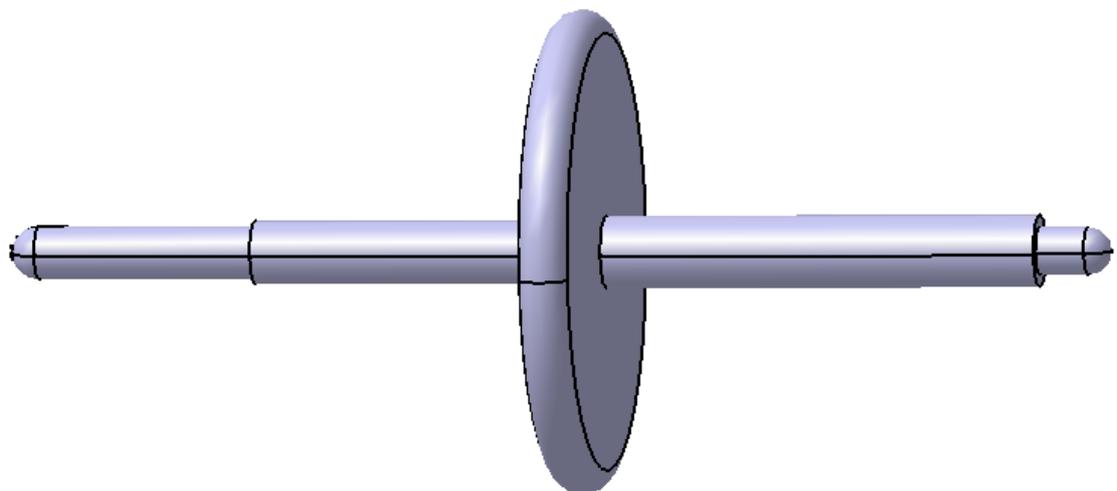
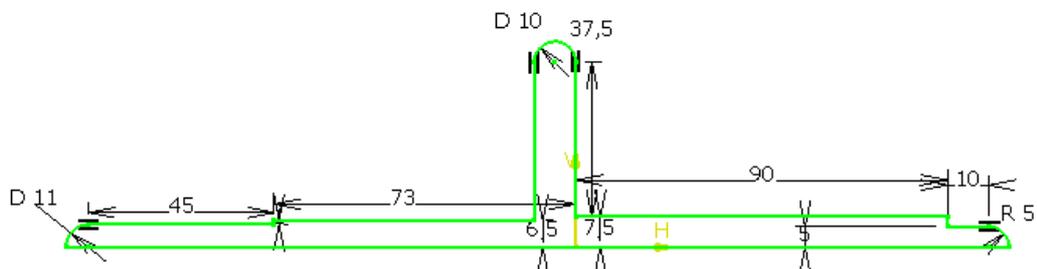
### 6.3 Ejes

Están provistos de escalones y toques de distinta forma según se puede apreciar en la información gráfica, para alojar y limitar un posible movimiento longitudinal de las ruedas y piñones.

Vamos a insertar con cada imagen en 3D el boceto, a partir del cual, obtenemos cada eje, mediante una revolución ( comando "Shaft"  en Part Design  ). En tales boceto aparecen acotadas las dimensiones de los ejes.

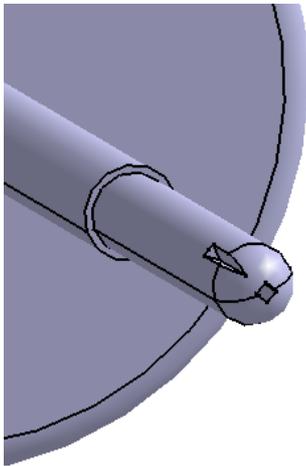
#### 6.3.1 Eje 1

Llamamos Eje 1 al que lleva los engranajes C,  $\beta$  y  $\xi$ , además de la polea.



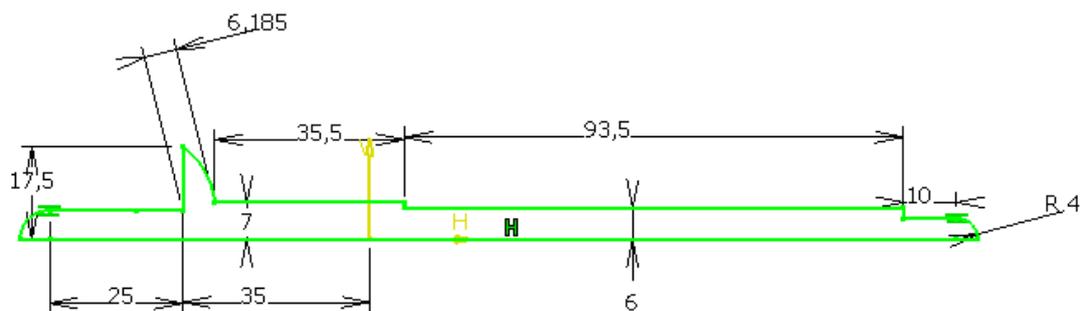


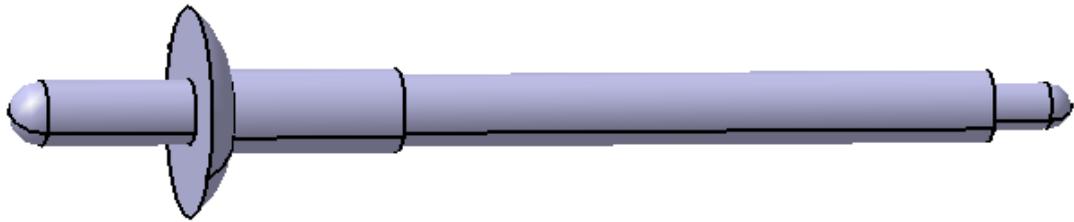
El motivo de la forma del extremo del eje 1 que se muestra en la siguiente imagen, se explican detalladamente en el apartado 6.4 "Agujas. Subconjunto Eje 1–Eje 4". , pero a grodo modo las hendiduras son para alojar la aguja que marca las hora y un tapon que hace de tope para que no se salgan las agujas.



### 6.3.2 Eje 2

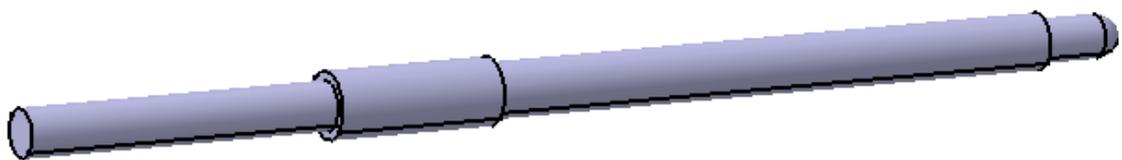
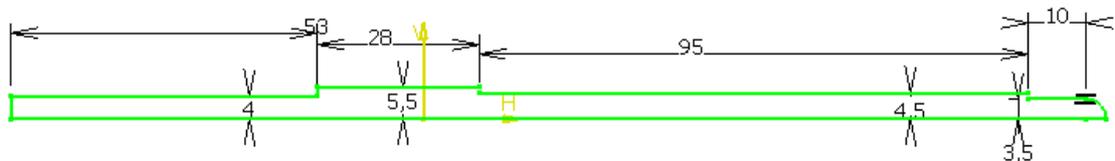
Es el que porta los engranajes E y F.





### 6.3.3 Eje 3

Es el que gira con la rueda H y el piñón G.



### 6.3.4 Eje 4

El eje 4 tiene un diámetro de 4 y una longitud de 30mm. Es la pieza mas sencilla al consistir en la simple extrusión de una circunferencia: un cilindro. Lleva a los engranajes  $\gamma$  y S.



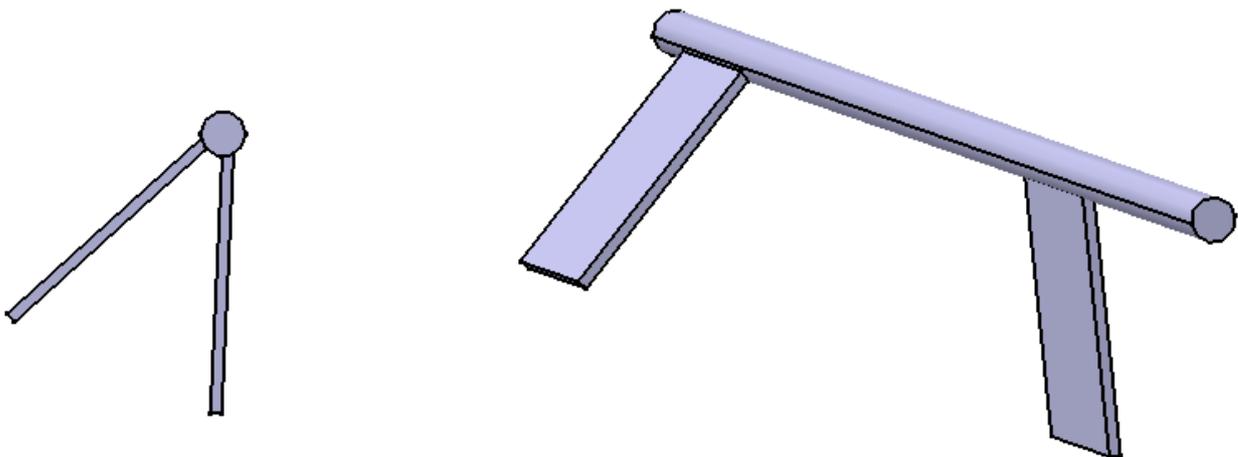
### 6.3.5 Eje 5

Igual que el eje anterior en cuanto a morfología, tiene 6mm de diámetro y 110 de longitud –su posición real es vertical-. Porta al piñón I y a la Rueda Corona.

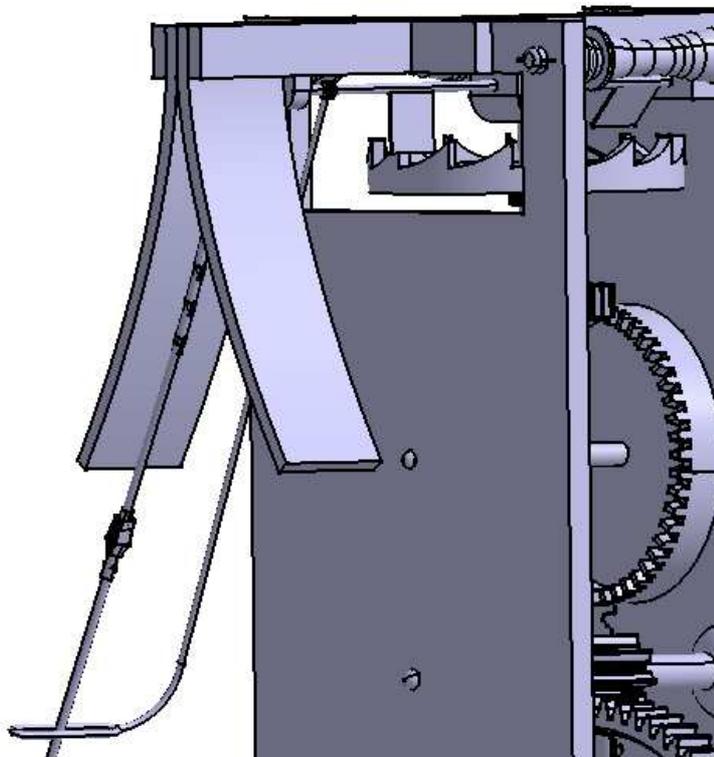
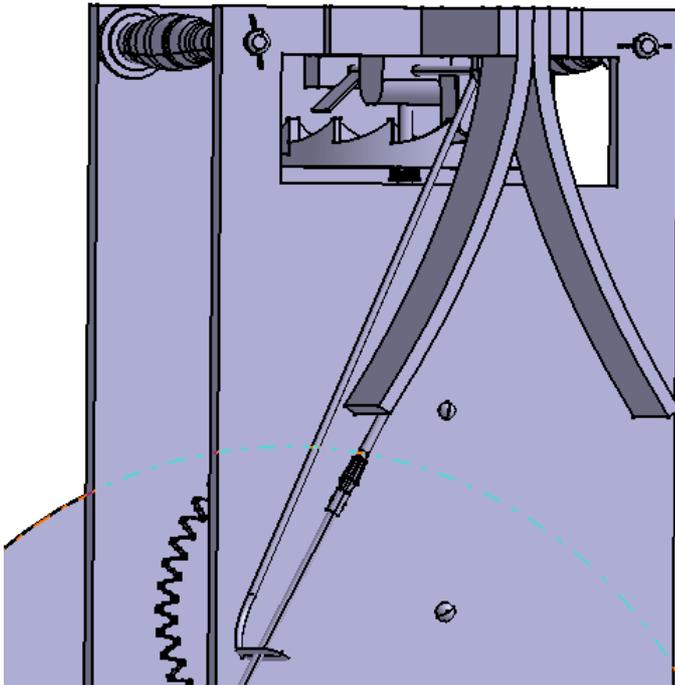


### 6.3.6 Eje LM con paletas

Pasemos al diseño de la que posiblemente sea la pieza mas importante junto con el péndulo del reloj, el eje LM con las paletas, o lo que sería el trinquete de un escape tipo Verge. Ya explicamos como las paletas en su movimiento alternativo transmitido desde el péndulo por la Varilla S, va frenando paulatina y regularmente el escape de la energía del sistema de pesas. Así a priori la pieza parece sencilla porque en su geometría lo es, como se aprecia en la siguientes imágenes, al constar simplemente de un eje con 2 paletas.



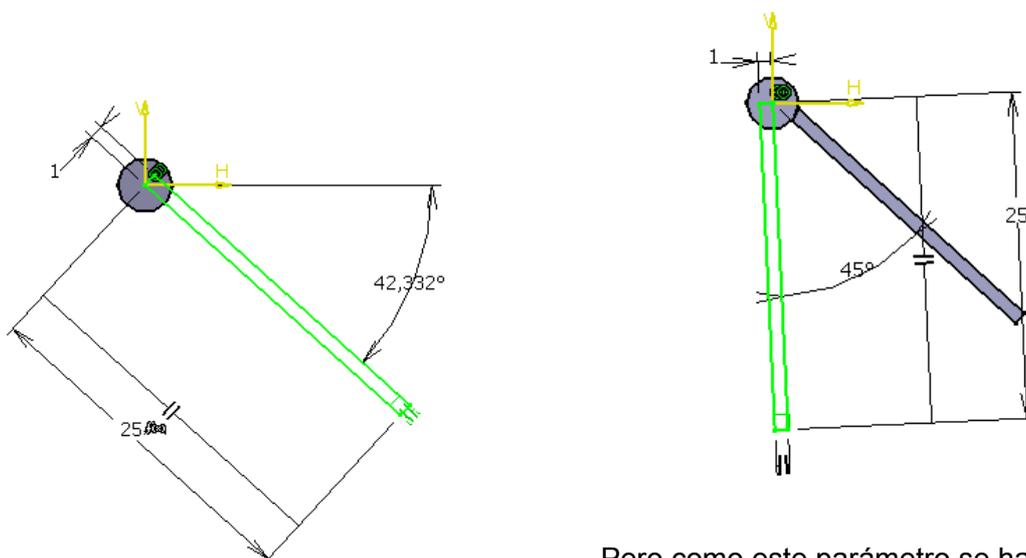
Lo complejo de esta pieza es el ángulo que deben formar esas paletas entre sí y la longitud de las mismas para que el funcionamiento sea el adecuado, no tropezando en la entrada y salida periódica entre los dientes de la rueda.K. El ángulo entre palas tiene que ser igual a la amplitud del movimiento periódico de la Varilla S, para que cuando la varilla alcance cualquiera de los 2 puntos de máxima amplitud de su movimiento, la paleta correspondiente esté vertical y choque con alguno de los dientes de la Rueda K , como se trata de mostrar en las siguientes figuras y quedará bastante claro con las animaciones :



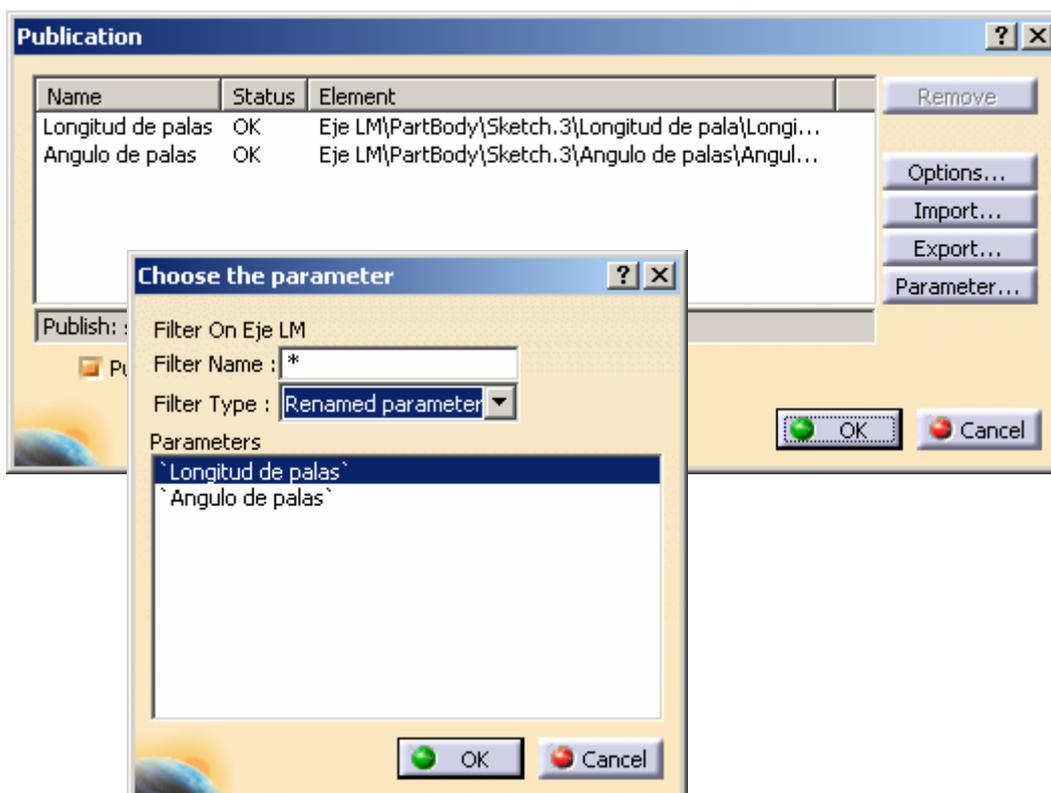
Por otro lado, si las paletas tienen más longitud de lo necesario, tardan más tiempo en salir de la zona de interferencia.



En principio, las palas se diseñaron con un ángulo de 45 grados, como se muestra en estos 2 bocetos:



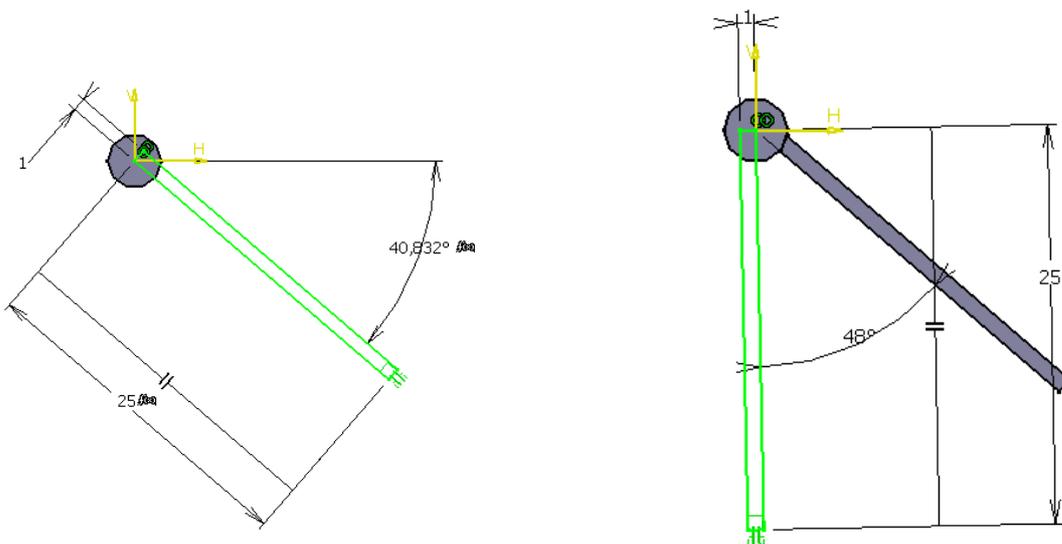
Pero como este parámetro se ha variado numerosas veces a lo largo del diseño, se decidió renombrar el ángulo que forman las paletas como “Ángulo de palas” y la longitud de las mismas como “Longitud de palas”, y hacer públicos dichos parámetros para que fueran accesibles en todo momento desde el Ensamblaje y desde el módulo cinemático. Para ello nos vamos a la Barra de menús seleccionamos Tools/Publication, y nos aparecerá la siguiente ventana, en principio en blanco:



Donde seleccionando “Parameter” aparece la ventana que se muestra en cascada con la anterior. Filtramos el tipo de archivo a parámetros renombrados y aparecerán los anteriormente citados. El aspecto del árbol de la pieza pasa a ser el que se muestra quedando accesible como comentábamos los parámetros publicados:



Posteriormente se comprueba que la varilla se mueve con una amplitud de 48 grados, luego la posición final de las palas sería:

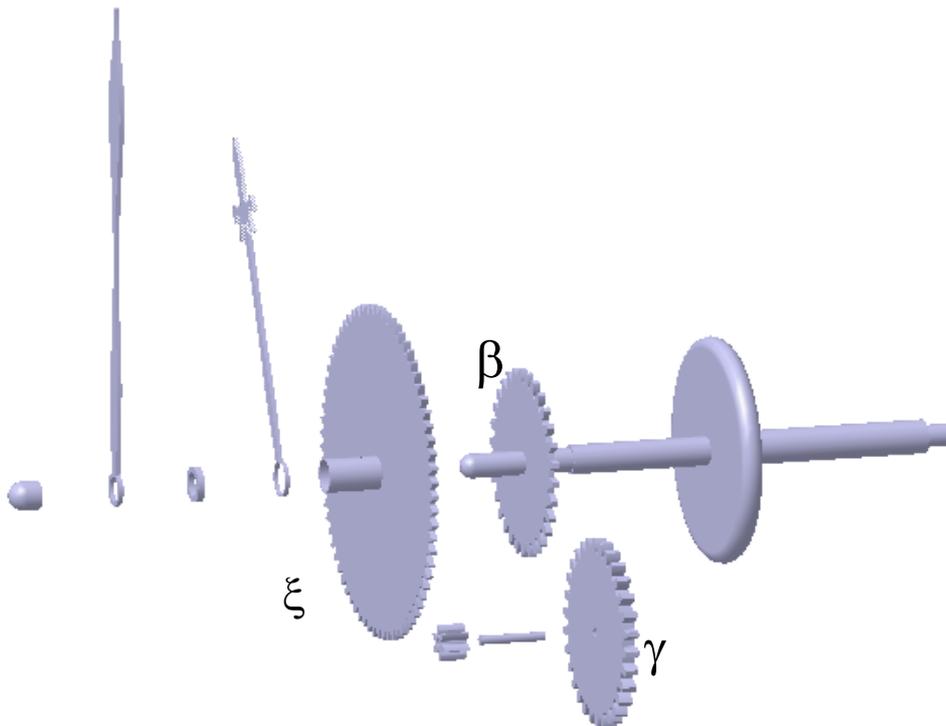
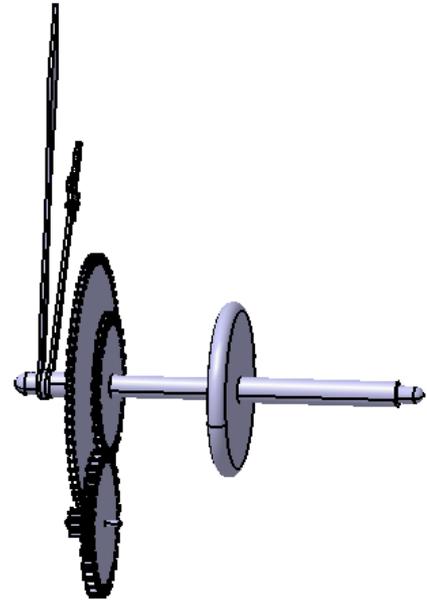


Como se observa se ha aplicado una fórmula al ángulo que fija la posición de la primera paleta, esto se explicará más adelante cuando lleguemos al apartado 8. ANIMACIÓN, pero sirve para que al cambiar el ángulo de palas estas se desplacen respecto a la bisectriz del ángulo que forman ambas entre si en igual cantidad, y no una respecto a otra la cantidad total del cambio de ángulo, descentrándose las paletas a la hora de realizar las simulaciones.



#### 6.4 Agujas. Subconjunto Eje 1 – Eje 4

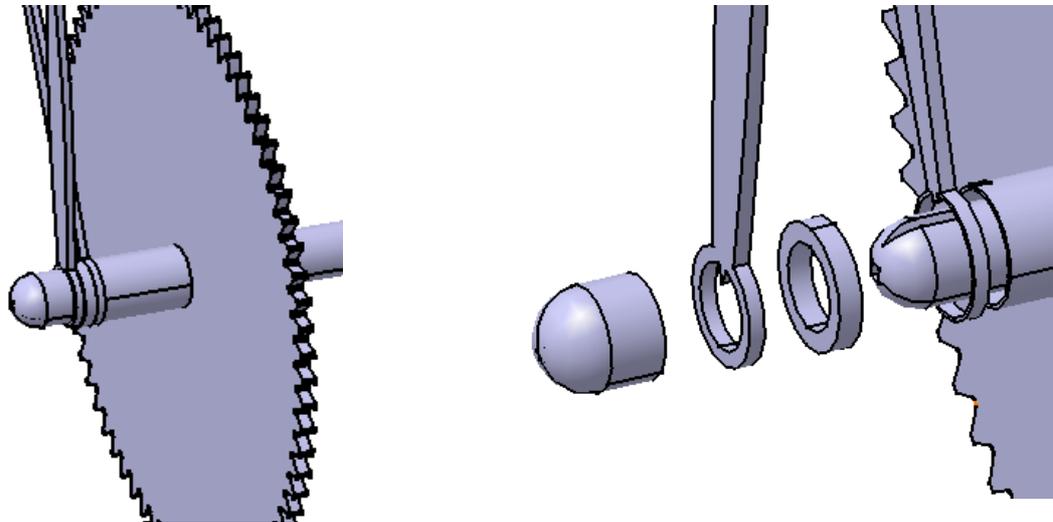
El subconjunto Eje 1-Eje 4 y agujas, está formado como se muestra por el minuterero, la aguja de las horas, el eje 1, el 4 y los engranajes  $\beta, \gamma, \xi$  y el único de 6 dientes, llamado S a título personal, el tapón y una arandela..



Los engranajes  $\beta$  y  $\xi$  son coaxiales, el  $\beta$  gira solidario con el eje 1 mientras que el  $\xi$  gira deslizando sobre el anterior coaxialmente.



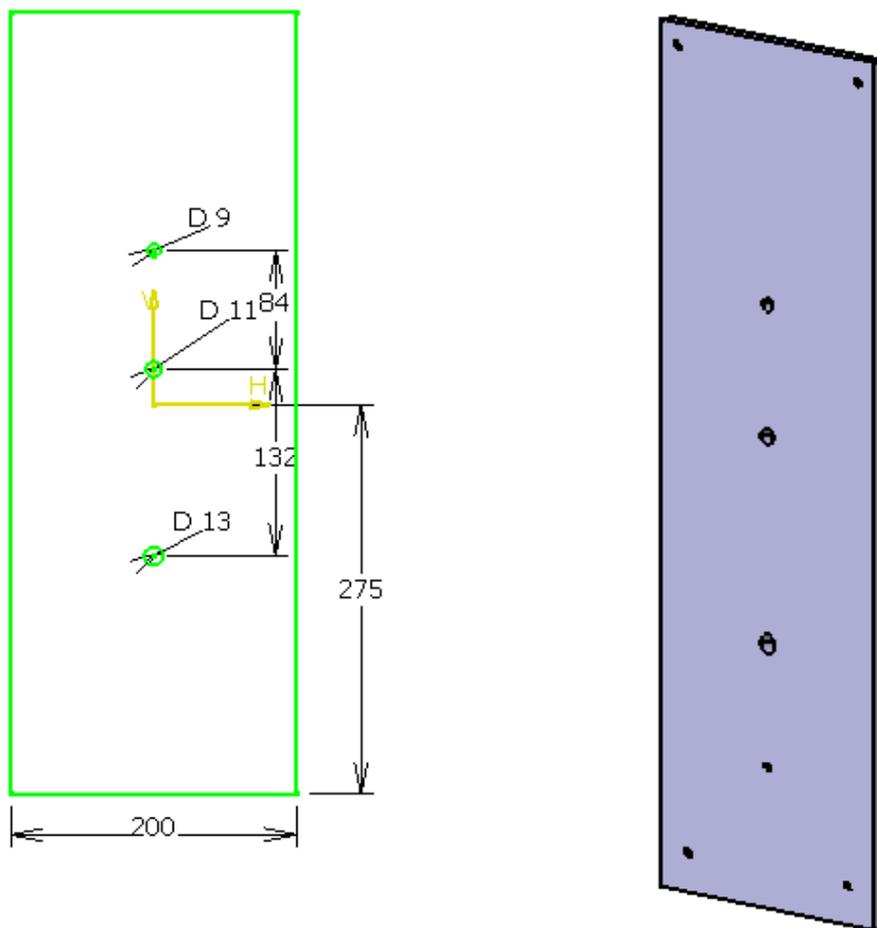
Veamos con mas detalle el sistema de cogida de las agujas:

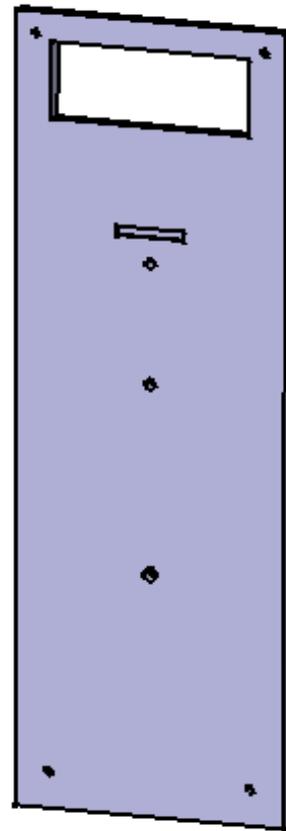
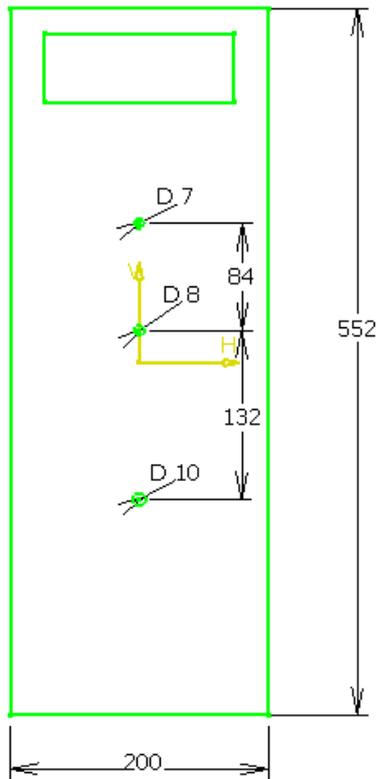


El eje 1 tiene una hendidura donde se aloja el minuterio, que tiene un pico que hace las veces de chaveta, quedando así el movimiento del minuterio ligado al del eje 1. La aguja de las horas se fija al engranaje que gira a 1 vuelta/12 horas de una forma análoga. Para que la aguja de las horas no se salga y quede descolgada, entre ambas agujas se sitúa una arandela o anillo suelto. Para que no se salga del eje el minuterio, en la punta del eje va insertado a presión un tapón que desempeña dicha función.

### 6.5 Láminas AA y BB

Hacen la función de “chasis” del reloj. Se presentan cada lámina en 3D además de un boceto de cada una, con la distancias entre los agujeros que alojan a los ejes, pudiéndose comprobar que estas distancias son la semisuma de los diámetros primitivos de las ruedas dentadas que engranan entre cada eje.



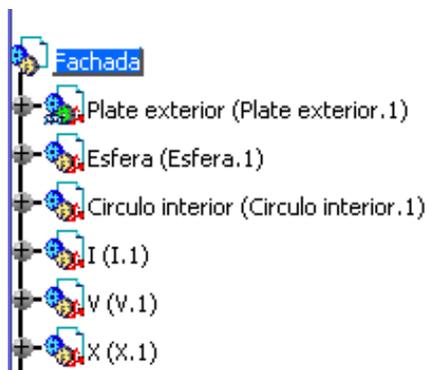


Se recuerda que ambas láminas están separadas 150 mm.

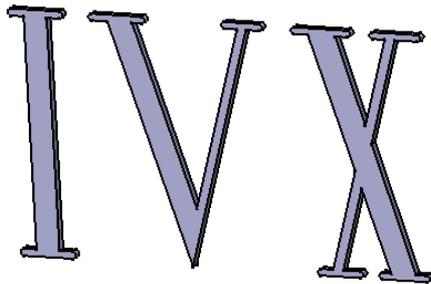
## 6.6 Subensamblaje esferas

La esfera del reloj, ha sido diseñada como un ensamblaje a parte, lo que se llama un subensamblaje, que despues se introduce en el ensamblaje del reloj completo como si fuera una pieza más, y CATIA lo considera como un conjunto rígido.

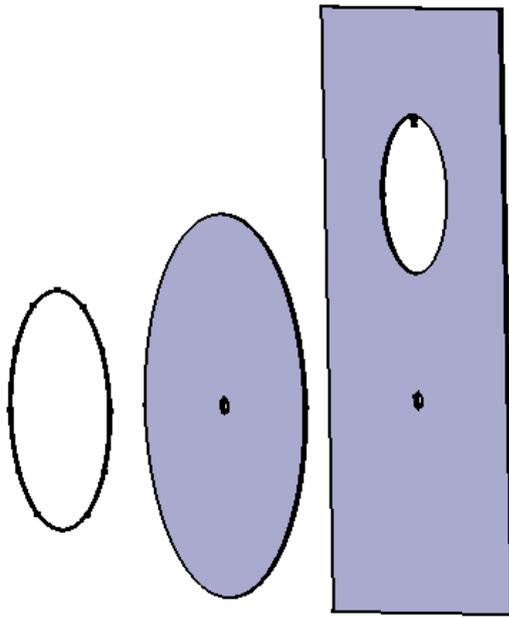
En esta captura del arbol de especificaciones se aprecian las piezas:



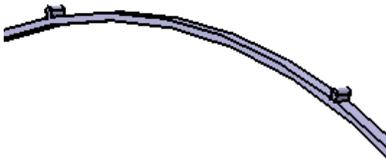
Por una lado se han diseñado lo que serían los números romanos, uno de casa tipo:



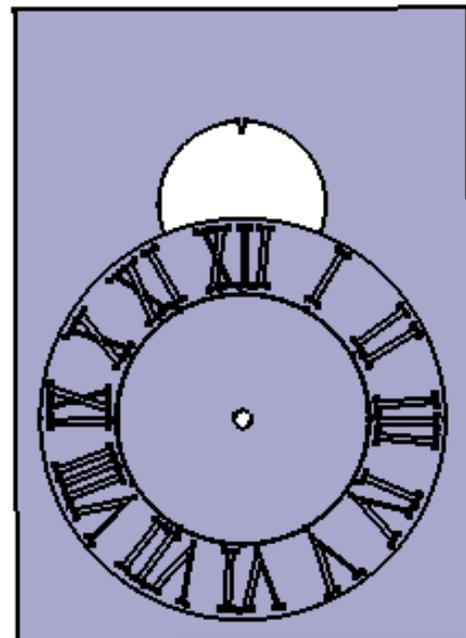
Además está compuesto de una esfera, que no es más que un disco, el círculo interior, que es una circunferencia graduada en 12 partes, y una lámina o Plate, con una abertura a través de la cual se verá el Disco Segundero.



Un detalle más cercano al círculo interior graduado.



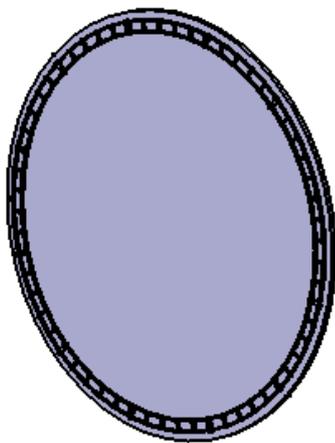
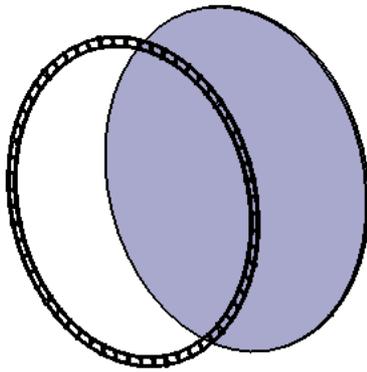
El resultado final es:



La Plate o Lámina Exterior tiene un agujero a traves del cual se podrá ver el Disco segundero.

### 6.6.1 Disco Segundo

Como el caso anterior, se ha realizado también mediante un subensamblaje, de lo que sería el disco propiamente disco y de dos circunferencias concéntricas graduadas según segundos, es decir, dividida en 60 partes.



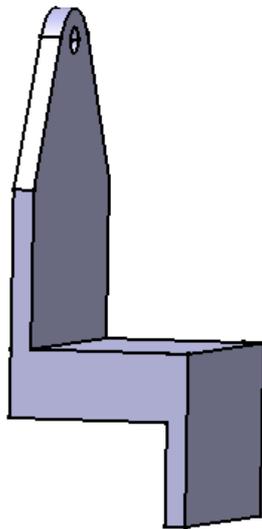


## 6.7 GNOMONS

Hemos decido usar este término porque es el que usa Huygens en el Horologium Oscillatorium. Él llama Gnomon a las piezas que alojan a los ejes.

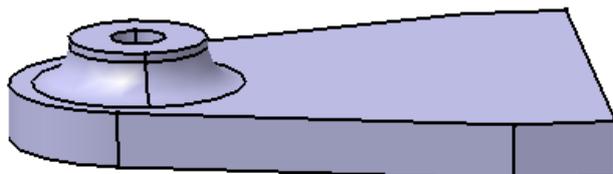
### 6.7.1 Gnomon R

Es el que sustenta al eje 4 junto con la Lámina AA.



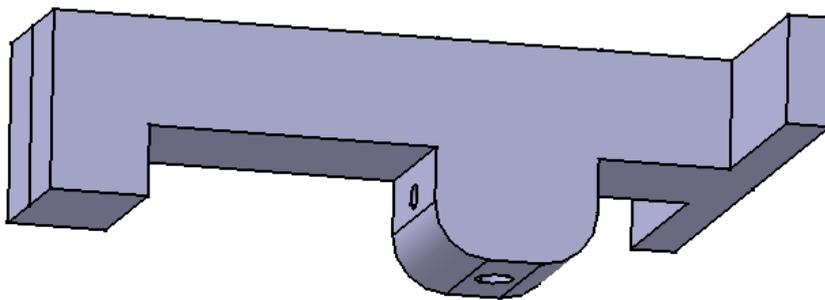
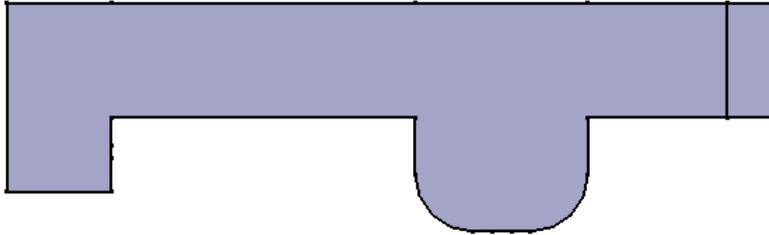
### 6.7.2 Gnomon epsilon

Hace lo propio con el eje 5 junto con el Gnomon NQ.



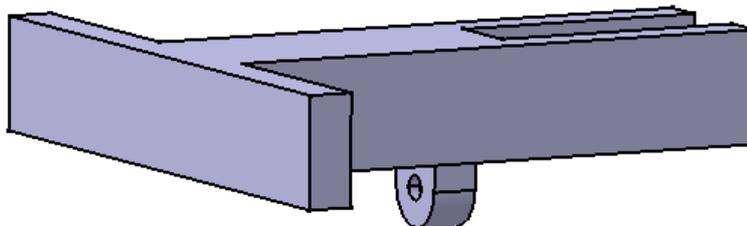
### 6.7.3 Gnomon NQ

Aloja al Eje LM con paletas y al eje 5



### 6.7.4 Gnomon P

También sustenta al eje LM.





## 6.8 LÁMINAS CICLOIDALES (T)

Estas piezas son la clave del éxito de este reloj y las causantes de que sea considerado el primer reloj fiable de la historia, como ya se ha explicado previamente. Para trazar la cicloide vamos a ser absolutamente fieles al método que explica Christiaan Huygens en el tan citado libro, que no es más que aplicar la definición de esta curva: “es la curva que describe un punto de una circunferencia que rueda sin deslizar sobre una recta”

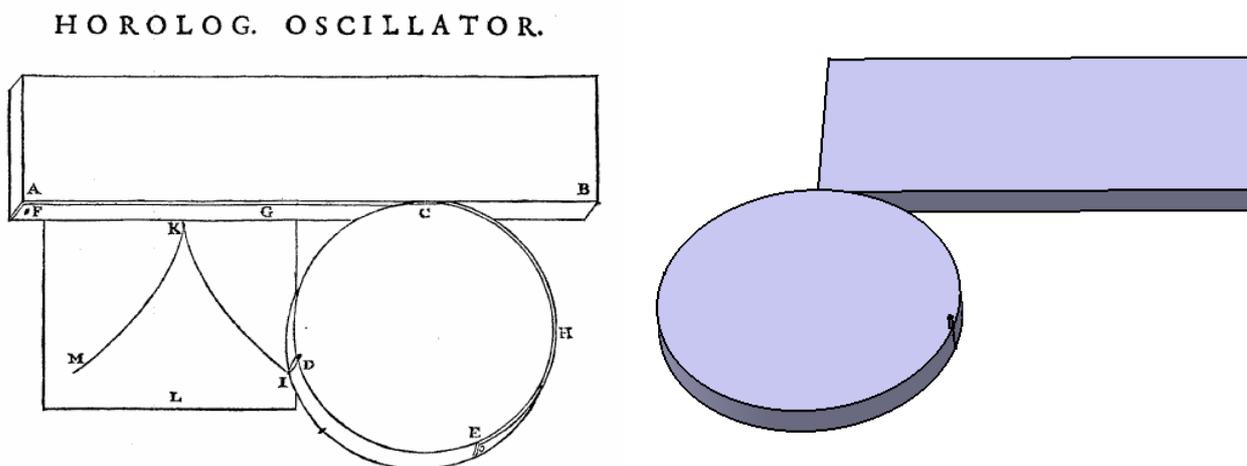


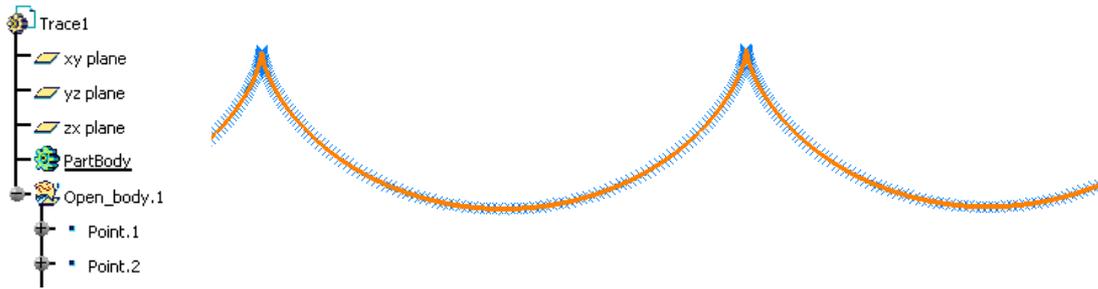
Fig. Modelo para generar cicloide con CATIA

Fig. del Horologium Oscillatorium

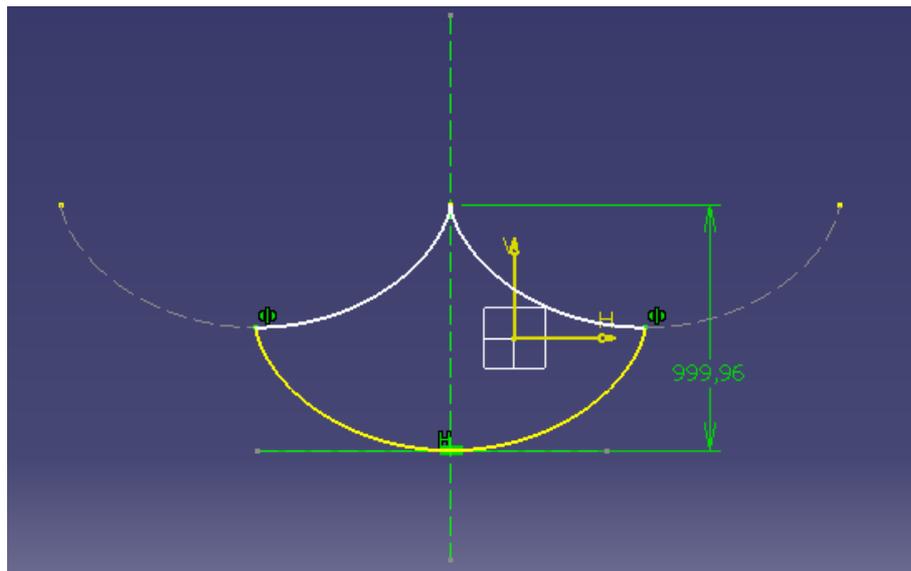
Pues realizamos esto con un modelo como el de la figura de la derecha, con el

comando “Trace”,  de la barra  en el módulo

DMU Kinematics Simulator , le decimos a CATIA que dibuje la trayectoria de un punto de la circunferencia previamente definido, y nos genera dicha curva en un archivo a parte (.CATPart), con el que podemos trabajar.



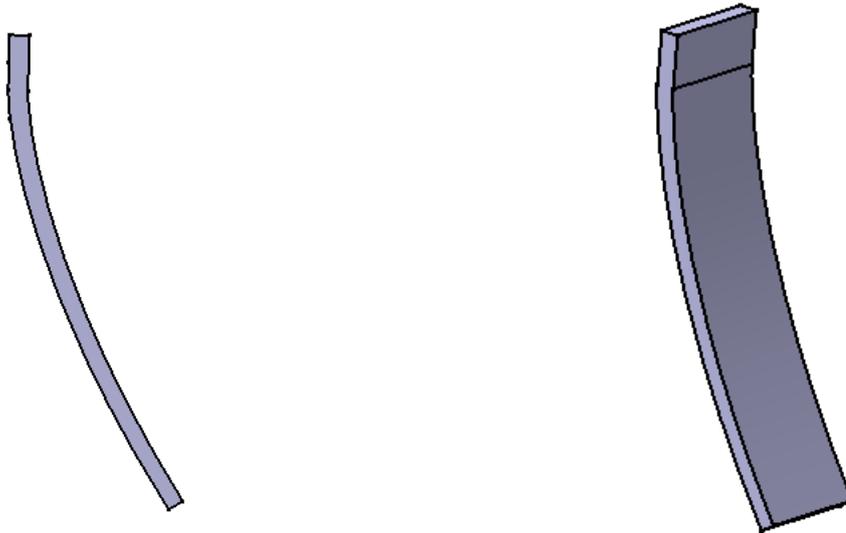
CATIA genera esta curva por una sucesión de puntos unidos por un spline. Como se vió, si la circunferencia generadora tiene radio  $R$ , el eje de la cicloide es  $2R$ , y por lo tanto el péndulo mediría  $4R$ , así que si nuestro péndulo mide aproximadamente 1 metro, la circunferencia de nuestro modelo de CATIA para generar la cicloide ha de ser de 25 cm de radio, en tal caso se obtiene lo que a continuación de muestra que es practicamente perfecto.



Este es el mismo dibujo que se mostraba en el apartado de la memoria del presente proyecto, 3.1 Horologium Oscillatorium, pero realizado en CATIA, en el se aprecia como con una circunferencia de unos 50 cm de diámetro, generamos una cicloide, que si desplazamos de forma que las dos mitades se corten en un vertice, tenemos la forma necesaria para que un péndulo de 1 metro de longitud describa una cicloide, debido a las propiedades que ya comentamos en su momento.



Una vez obtenida la curva , generar las chapas es fácil por extrusión de un boceto cerrado que creamos a partir de la cicloide generada. El resultado es el siguiente:



## 6.9 SUBCONJUNTO PÉNDULO

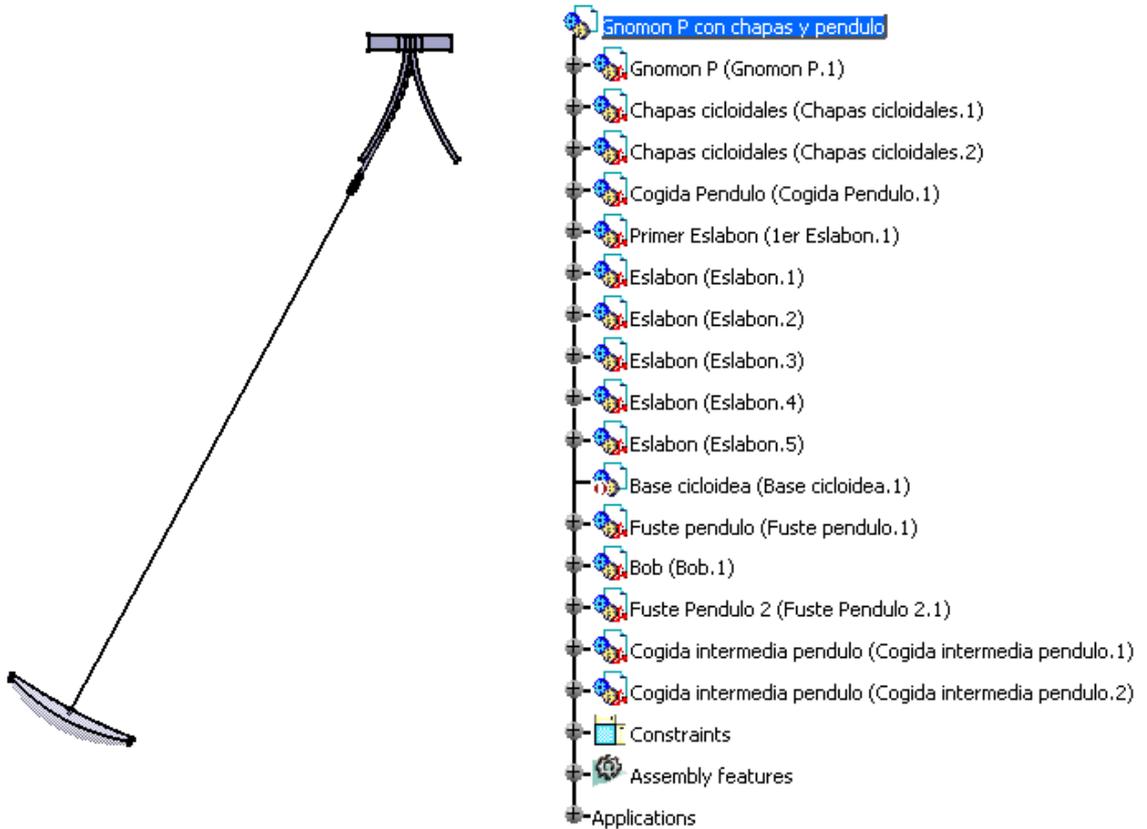
Hemos visto que el péndulo estaba suspendido mediante 2 cuerdas entre las láminas cicloidales como se muestra en la figura. Debido a la imposibilidad que muestra CATIA de momento para el modelado de elementos flexibles tal y como la cuerda, modelamos el péndulo como una cadena simple, como se detalla en el

apartado 8. ANIMACIÓN: DMU KINEMATICS, donde también crearemos unas animaciones donde se aprecia que el comportamiento del modelo se asemeja mucho a la realidad.

**FIG.II.**

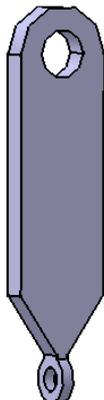


El conjunto del péndulo se representa en la siguiente imagen y en la captura del árbol de la geometría que se ha reliazado, donde se aprecian las diferentes piezas de este subconjunto:



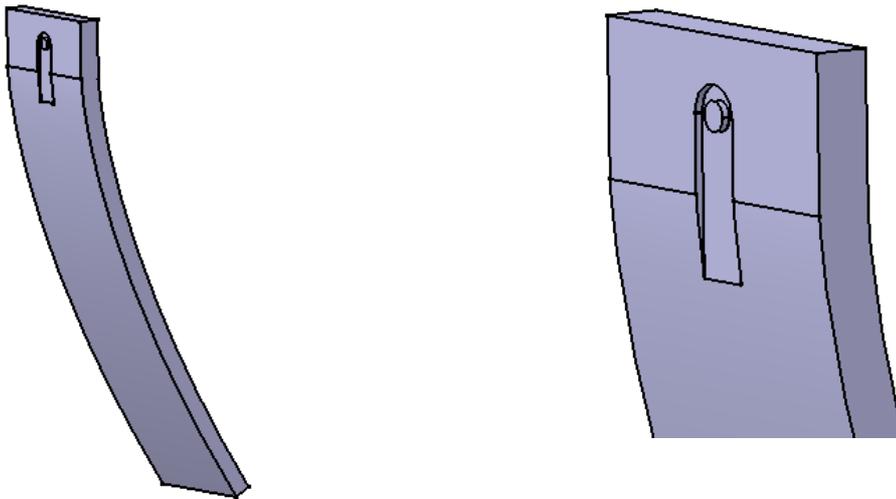
A parte del Gnomon y las chapas cicloidales, como se ve, tenemos:

### Cogida péndulo





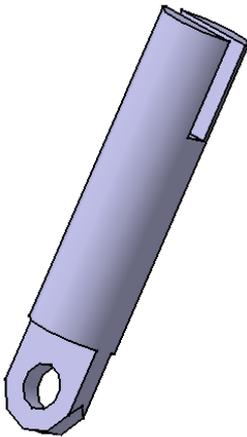
Se ha de señalar que para alojar la cogida del péndulo entre las chapas cicloidales, se le ha realizado a éstas un “Remove”, o sustracción de piezas, entre las propias chapas y la cogida. Posteriormente, a las chapas se las ha aislado de su pasado mediante “Isolate”. El aspecto que tienen tras ésta operación es el siguiente:



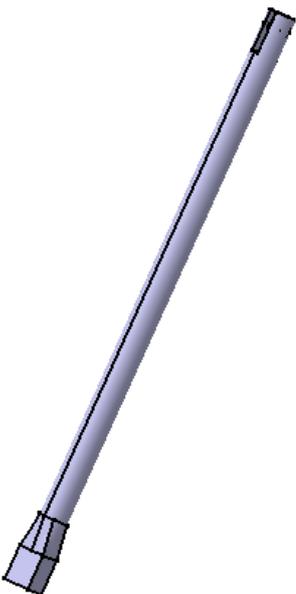
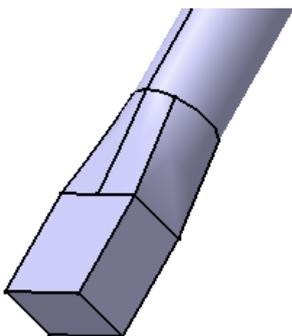
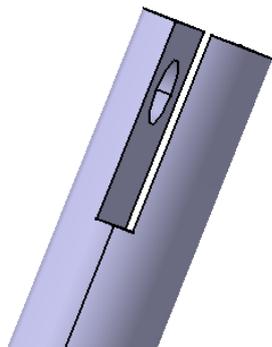
Se aprecia que se ha realizado la cavidad justa y necesaria para el alojamiento de la cogida entre las chapas. También hemos de señalar que puesto que una chapa es instancia o copia de la otra, girada, el “Remove” ha tenido que ser realizado situando la cogida centrada en una de las chapas, para que quedase igualmente centrada en la otra.

### **Eslabones de la cadena**

Que realmente serían la cuerda, por lo que más adelante, al crear la animación, trataremos de darle ese aspecto. El primer eslabón es algo diferente, con el extremo superior redondeado, para que pueda girar bien sin tocar las chapas:

Primer Eslabón	Resto de eslabones
	

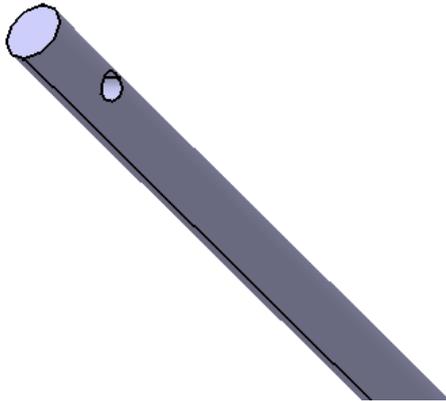
**Primer tramo del fuste del pendulo**, que también sería parte de la cuerda, sería el tramo que iría desde el último punto de tangencia, el de máxima oscilación del pendulo, hasta la cogida intermedia:

Tramo completo	Extremo inferior	Extremo superior
		

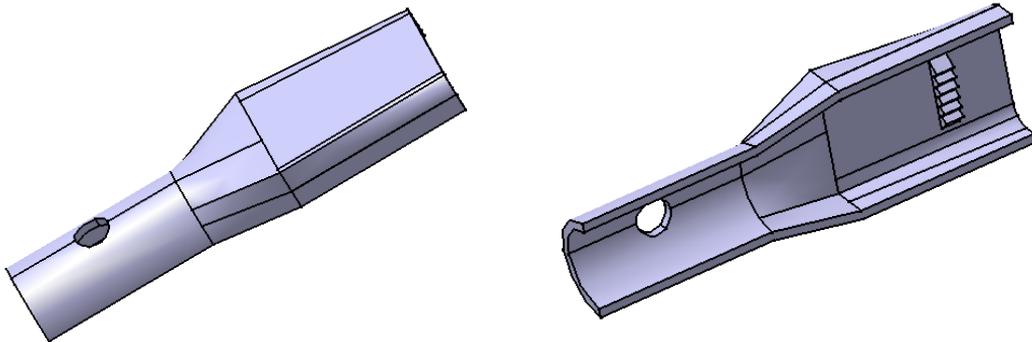


**Fuste péndulo**, que ya si sería de acero (V):

Se representa sólo la cogida, el resto es una prolongación del cilindro.



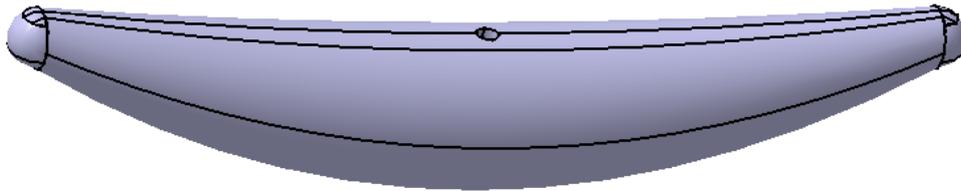
**Cogida intermedia:**



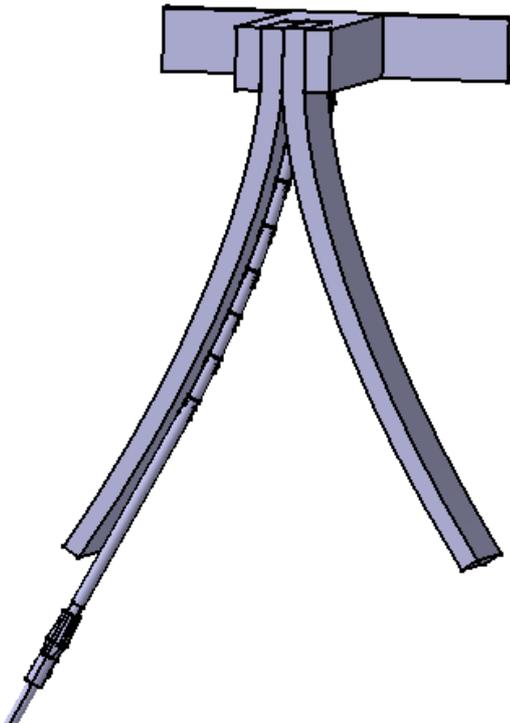
Es la que une el tramo de cuerda que se mueve entre las chapas cicloidales con el fuste de acero del péndulo. Como se aprecia, tiene unos dientes que agarran la cuerda cuando las 2 mitades se atornillan.

## **Bob X**

Es el peso conductor del péndulo. Como explica Huygens en la obra, el diseño tiene esta forma por motivos aerodinámicos, lo describe como “ un cilindro que se alarga en punta hacia sus extremos”

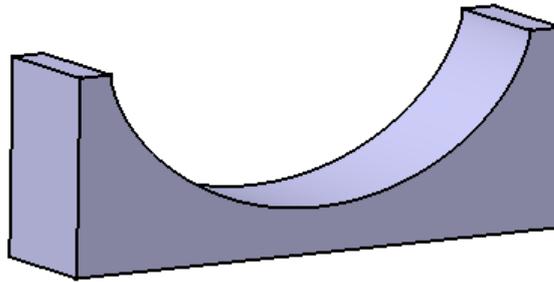


El conjunto del péndulo montado tendría este aspecto:



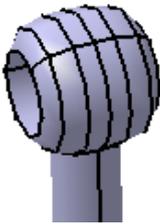
## **Nota:**

Lo que se ha llamado “Base cicloidea” en el arbol, se utilizará mas adelante en el apartado 8. ANIMACIONES: DMU KINEMATICS , y es una pieza tridimensional con forma de cicloide como se muestra a continuación:



### 6.10 Varilla S

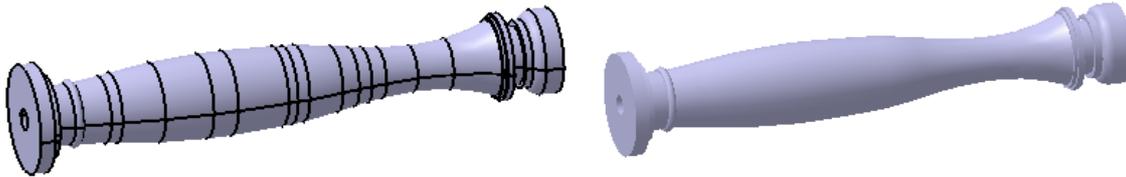
Es la pieza que conecta las 2 partes del mecanismo, transmitiendo el movimiento del péndulo al Eje LM:

Cogida superior al eje LM	Pieza completa
	

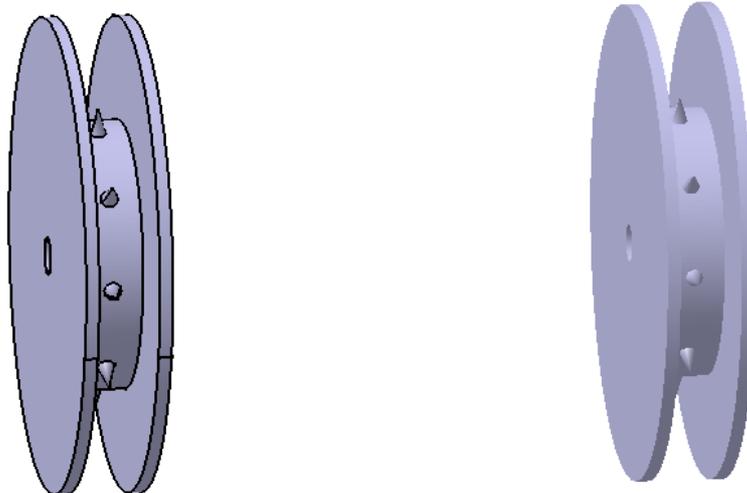
## 6.11 Elementos Auxiliares

Varillas (pins), moleteados o muescas para fijar los engranajes a los ejes, tornillos, pernos, palometas, columnas y la polea

**Columnas:** Que mantienen separadas las láminas AA y BB 150 mm

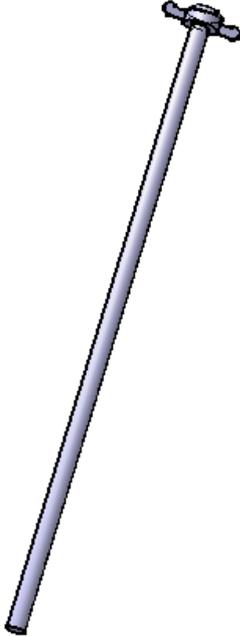


**Polea** o rueda con picos:



Los **Pernos** y las **Hembras de los pernos**: los pernos atraviesan las columnas por su interior, y tienen en su extremo un pequeño tramo roscado, de 5 mm, donde va alojada la hembra:



Pernos:	Hembras:
	

También se han usado varias varillas y matrices de muescas para fijar los engranajes a sus ejes.