

### 3. Radiación Solar

La radiación solar es la radiación electromagnética emitida por el sol con una distribución espectral muy similar a la producida por un cuerpo negro a 5777 K.

El sol hace llegar una irradiancia directa normal de  $1367 \text{ W/m}^2$  a la superficie de la atmósfera que recibe el nombre de constante solar. Desde la superficie de la Tierra, dicho valor varía en función del momento del día, los componentes atmosféricos y la latitud.

Se llama irradiancia, denotándola con la letra  $I$ , a la energía incidente por unidad de área y unidad de tiempo procedente del sol ( $\text{W/m}^2$ ). Su integración en un intervalo de tiempo determinado es la irradiación ( $\text{kJ/m}^2$  o  $\text{Wh/m}^2$ ), representada por la letra  $H$ .

#### 3.1 Geometría Sol - Tierra

##### 3.1.1 Los movimientos de la tierra

La Tierra, al igual que el resto de los planetas y de acuerdo con la primera ley de Kepler, gira en torno al Sol describiendo una órbita elíptica con dicho astro situado en uno de sus focos. El eje mayor de esta elipse se denomina línea de los ápsides, siendo sus extremos el perihelio, punto de la órbita terrestre más próximo al Sol, y el afelio, punto más alejado. El plano que contiene la órbita de la Tierra se denomina plano de la eclíptica.

La distancia media de la Tierra al Sol,  $r_o$ , define una unidad de longitud denominada unidad astronómica, UA, cuyo valor es

$$r_o = 1.495979 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ UA} \quad [3.1]$$

La excentricidad de la elipse, es decir, la razón entre la distancia del centro de la elipse a un foco y el semieje mayor, es igual aproximadamente a 0.017. Al ser esta excentricidad tan pequeña, la órbita terrestre podría asimilarse a una circunferencia de radio  $r_o$ . No obstante, a lo largo del año, la distancia Tierra-Sol,  $r$ , varía apreciablemente entre un valor mínimo de 0.983 UA en el paso por el perihelio (aproximadamente el día 3 de enero), y un valor máximo de 1.017 UA en el paso por el afelio (aproximadamente el 4 de julio). Estas variaciones originan una oscilación anual de un  $\pm 3 \%$  en la cantidad de radiación solar recibida por la Tierra

El período orbital de la Tierra o intervalo de tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos por el mismo punto de la órbita, define el denominado año sidéreo, y tiene una duración de 365.25636 días.

### 3.1.1.1. Movimiento de traslación

El movimiento orbital de la Tierra no es uniforme. La velocidad lineal media es de unos 29.8 km/s, siendo máxima en el perihelio y mínima en el afelio. Este movimiento viene determinado por la segunda ley de Kepler o ley de las áreas, según la cual el radio vector que une el Sol con un planeta, barre áreas iguales en tiempos iguales esto es, la velocidad areolar es constante. A efectos prácticos, interesa conocer la distancia Tierra – Sol un día cualquiera del año. Las expresiones más usadas son las siguientes:

$$E_0 = 1.000110 + 0.034221 \cdot \cos \Gamma + 0.001280 \cdot \sin \Gamma + 0.000719 \cdot \cos 2\Gamma + 0.000077 \cdot \sin 2\Gamma \quad [3.2]$$

o bien,

$$E_0 = 1 + 0,033 \cos(2\pi n / 365) \quad [3.3]$$

donde:

$$E_0 = \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \quad [3.4]$$

$$\Gamma = \frac{2 \cdot \pi \cdot (n - 1)}{365} \quad [3.5]$$

Siendo  $r$  la distancia Tierra – Sol el día  $n$  del año a partir del 1 de Enero,  $r_0$  la distancia media Tierra – Sol, igual a una UA. Donde  $\Gamma$  es el ángulo del día en radianes.

### 3.1.1.2. Movimiento de rotación

Simultáneamente al movimiento de traslación descrito, la Tierra gira sobre un eje que pasa por los polos, en un movimiento de rotación que puede suponerse perfectamente uniforme. El período de rotación de la Tierra, es decir, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa sobre sí misma, es ligeramente inferior a un día, exactamente 23 h 56 min. 4.099 s. El plano normal al eje de rotación que pasaría por el centro de gravedad de la Tierra se denomina plano ecuatorial o plano del ecuador.

El eje de rotación de la Tierra no es perpendicular al plano de la eclíptica. Esto da origen a las estaciones del año - invierno, primavera, verano y otoño - y a la desigual duración de los días y de las noches. Durante su movimiento de traslación alrededor del Sol, el eje de rotación de la Tierra se desplaza paralelamente a sí mismo, conservando prácticamente invariable su dirección en el espacio y formando siempre el mismo ángulo  $\varepsilon$  con la normal al plano de la eclíptica. Este ángulo  $\varepsilon$  se denomina oblicuidad de la eclíptica y su valor es de 23° 27'.

Esta oblicuidad permite definir sobre la órbita terrestre algunos puntos singulares. Para ello, se ha de considerar un plano que pasando por el centro geométrico del Sol sea normal al eje de rotación de la Tierra. La intersección de este plano, paralelo al del ecuador, con el plano de la eclíptica recibe el nombre de línea de los equinoccios y determina sobre la órbita terrestre dos puntos conocidos como equinoccio de

primavera y equinoccio de otoño. Análogamente, la perpendicular trazada en el plano de la eclíptica por el centro del Sol a la línea de los equinoccios se llama línea de los solsticios cuya intersección con la órbita terrestre da lugar a otros dos puntos denominados solsticio de invierno y solsticio de verano. El equinoccio de primavera, también denominado punto vernal, se utiliza frecuentemente en astronomía como punto de referencia, ya que su posición puede determinarse con gran precisión.

Cuando la Tierra está situada sobre los equinoccios, lo que ocurre aproximadamente los días 21 de marzo y 22 de septiembre, el Sol se encuentra sobre el plano del ecuador y, por consiguiente la duración del día natural de luz es igual a la de la noche en todos los lugares de la Tierra. Hacia el día 21 de junio, fecha del solsticio de verano, el Sol ilumina más directamente el hemisferio norte de la Tierra, donde el Sol alcanza su máxima inclinación respecto al plano del ecuador. Seis meses más tarde, hacia el 22 de diciembre, fecha del solsticio de invierno, la situación anterior se ha invertido, siendo el hemisferio Sur, el más iluminado. En los solsticios la diferencia entre el día natural de luz y la noche es máxima.

Esta rotación es la causa de la visibilidad o no (día, noche) del Sol desde un determinado lugar de la Tierra y, por tanto, proporciona la definición del tiempo solar en relación con la posición angular relativa observador – Sol.

### 3.1.2 Posición de un observador sobre la superficie terrestre

La forma real de la superficie de la Tierra se asemeja, con bastante aproximación, a un elipsoide de revolución de dos ejes, denominado elipsoide de referencia (de radio ecuatorial 6378.16 km y radio polar 6356.77 km), con centro en el de gravedad de la Tierra y con el eje menor de la elipse generatriz coincidente con el eje de rotación de la Tierra. Dicho eje corta al elipsoide en dos puntos, denominados polo Norte y polo Sur.

A efectos prácticos se puede tomar la Tierra como una esfera cuyo plano perpendicular al eje determina una circunferencia llamada ecuador terrestre. Los planos que pasan por los polos y que, por consiguiente, son normales al plano del ecuador, se denominan planos meridianos y determinan sobre la esfera terrestre unas circunferencias conocidas como meridianos terrestres. Finalmente, los planos paralelos al ecuador cortan a la esfera terrestre formando circunferencias denominadas paralelos.

Un punto cualquiera sobre la superficie terrestre queda determinado por sus coordenadas geográficas que son:

- La longitud,  $\lambda$ , definida como el ángulo diedro entre el plano meridiano cero y el plano meridiano que pasa por dicho punto. Se cuenta de  $0^\circ$  a  $\pm 180^\circ$ , positivamente hacia el Este y negativamente hacia el Oeste.
- La latitud,  $\Phi$ , que se define como el ángulo formado por la normal a la esfera terrestre por dicho punto con el plano del ecuador. Se cuenta de  $0^\circ$  a  $\pm 90^\circ$ , a partir del ecuador, positivamente hacia el Norte y negativamente hacia el Sur.

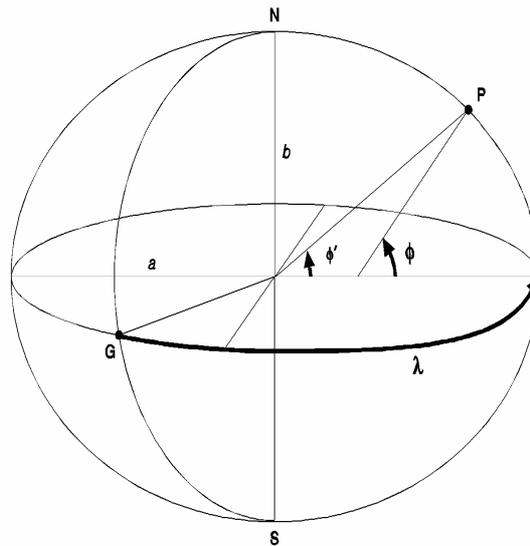


Figura 3.1 Coordenadas geográficas

En la figura 2, se pueden observar ambos ángulos sobre la superficie de la Tierra, representada en forma intencionadamente exagerada de elipsoide. En la realidad es mucho más esférica.

La inclinación del eje de rotación de la Tierra respecto al plano de la eclíptica determina sobre el elipsoide unos paralelos denominados trópicos y círculos polares. En el solsticio de verano, durante el mediodía, los rayos solares caen verticalmente sobre los lugares situados en el trópico de Cáncer, mientras que en el círculo polar antártico el Sol está en el horizonte. Otro tanto sucede, en el solsticio de invierno, con el trópico de Capricornio y el círculo polar ártico.

### 3.1.3 La esfera celeste. Sistemas de referencia

En astronomía, la posición de un astro se determina de ordinario mediante coordenadas esféricas. Sin embargo, la distancia a los astros es generalmente desconocida en principio, por lo que se considera su posición proyectada sobre una esfera de radio unidad (o si se prefiere de radio infinitamente grande) y centro arbitrario (casi siempre se piensa en el centro de la Tierra), denominada esfera celeste.

Se puede suponer la esfera celeste centrada en el lugar de observación, sobre la superficie de la Tierra, o en el centro de ésta. Las direcciones trazadas a un astro desde ambos puntos forman un ángulo, conocido como paralaje, que en el caso de la posición solar, puede despreciarse.

Para determinar la posición de un astro sobre la esfera celeste, dada por una pareja de ángulos denominados coordenadas celestes, es necesario establecer previamente algún sistema de referencia. Esto exige adoptar un círculo máximo fundamental, determinado por un plano o un eje fundamental normal al mismo, que

pase por el centro de la esfera; un punto arbitrario sobre dicho círculo que se toma como origen y un sentido positivo para ambas coordenadas.

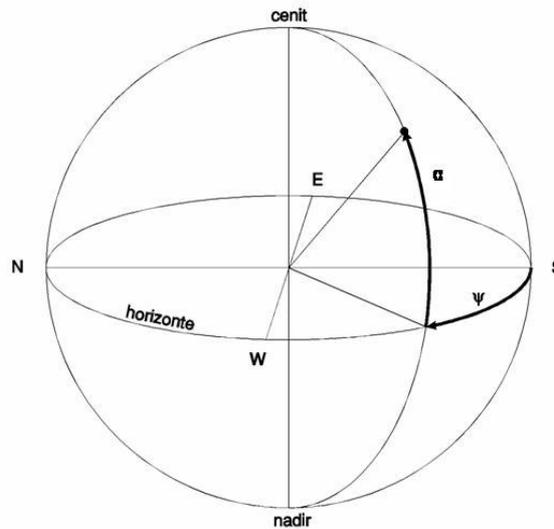


Figura 3.2 Coordenadas celestes horizontales

El primer sistema de referencia a considerar es el sistema de coordenadas celestes horizontales, que representa geoméricamente el aspecto del cielo visto por un observador situado en un lugar determinado de la superficie terrestre. Utiliza como plano fundamental el horizonte, definido como el plano tangente a la esfera terrestre en el lugar de observación. También puede ser entendido como el plano normal a la vertical de observador (línea que une a este con el centro de la Tierra) y que, para un observador en un punto cualquiera de nuestro planeta, viene determinado por la línea que marca la plomada. Este plano determina sobre la esfera celeste un círculo máximo denominado horizonte celeste y la recta normal al mismo (vertical del lugar o del observador), trazada por el centro de la esfera, corta a esta en dos puntos: el cenit, sobre el observador, y el nadir, oculto por la Tierra, bajo el observador. Los círculos máximos que pasan por el cenit y el nadir se denominan círculos verticales y son, por consiguiente, normales al horizonte.

Las coordenadas celestes horizontales de un astro (véase figura 3) son:

- El acimut,  $\psi$ , arco de horizonte celeste comprendido entre el punto cardinal Sur y el punto donde el círculo vertical que pasa por el astro corta al horizonte. Se cuenta a partir del Sur, de  $0^\circ$  a  $\pm 180^\circ$ , positivamente hacia el Oeste y negativamente hacia el Este.
- La altura solar,  $\alpha$ , arco de dicho círculo vertical comprendido entre el astro y el horizonte. Se mide a partir del horizonte de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , positivamente hacia el cenit y negativamente hacia el nadir.

En lugar de la altura  $\alpha$  se emplea frecuentemente el ángulo cenital,  $\theta_z$ , que es el arco de círculo vertical entre el cenit y el astro. Se cuenta a partir del cenit, de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , con lo que la relación entre la altura solar y el ángulo cenital viene dada por:

$$\theta_z = 90 - \alpha \quad [3.5]$$

Otro sistema de referencia que se puede utilizar para la esfera celeste, es el denominado sistema de coordenadas celestes horarias, basado en el movimiento de rotación de la Tierra. Como eje fundamental se adopta el eje de rotación, que define sobre dicha esfera los polos celestes, Norte y Sur, y el ecuador celeste, normal al mismo, como círculo máximo fundamental. Se llaman círculos horarios o meridianos celestes los círculos máximos secundarios que pasan por los polos y paralelos celestes los círculos menores paralelos al ecuador. El semicírculo horario que partiendo del polo Norte celeste, pasa por el cenit, corta al horizonte en el punto cardinal Sur y finalmente, pasa por el polo Sur celeste, recibe el nombre de meridiano superior del lugar.

Las coordenadas celestes horarias de un astro son, como puede verse en la figura 4:

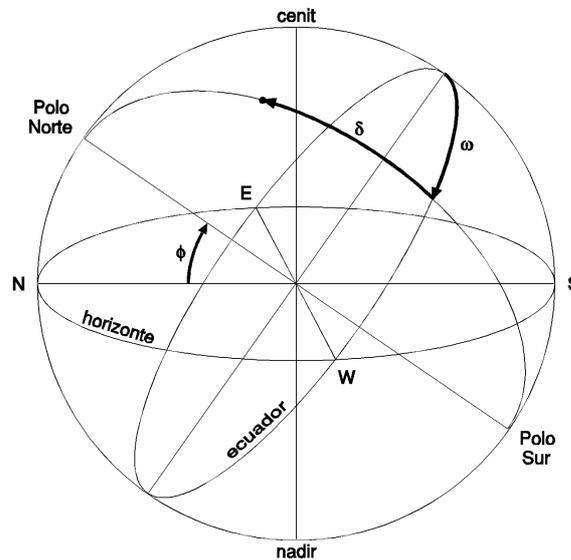


Figura 3.3 Coordenadas celestes horarias

- El ángulo horario,  $\omega$ , que es, por definición, el arco del ecuador celeste (o el ángulo diedro correspondiente) comprendido entre el meridiano superior del lugar y el círculo horario que pasa por el astro. Se mide sobre el ecuador a partir del punto de intersección entre el meridiano superior del lugar y aquel, de  $0^\circ$  a  $\pm 180^\circ$ , positivamente hacia el Oeste y negativamente hacia el Este.
- La declinación,  $\delta$ , es el arco del círculo horario que pasa por el astro, comprendido entre el ecuador y éste. Se cuenta a partir del ecuador de  $0^\circ$  a  $\pm 90^\circ$ , positivamente hacia el polo Norte y negativamente hacia el polo Sur.

El ángulo que forman los planos del horizonte y del ecuador depende de la latitud geográfica del observador. En efecto, la altura del polo Norte celeste sobre el horizonte es igual a la latitud geográfica del observador, afirmación que sigue siendo válida en el hemisferio Sur, donde el polo Norte está por debajo del horizonte y la

latitud es negativa. Así pues, el ángulo formado por horizonte y ecuador es el complemento de la latitud geográfica del observador.

Las coordenadas celestes horizontales de un astro vienen dadas, en función de sus coordenadas celestes horarias y de la latitud del observador,  $\phi$  por las siguientes relaciones trigonométricas, obtenidas de las relaciones de Bessel del triángulo esférico formado por el polo (Norte en el hemisferio Norte y Sur en el hemisferio Sur), el cenit y el astro.

La expresión más simple usada para calcular el acimut viene dada por la expresión 3.6:

$$\cos \psi = \frac{\text{sen } \gamma \cdot \text{sen } \phi - \text{sen } \delta}{\cos \gamma \cdot \cos \phi} \quad [3.6]$$

Los dos sistemas de coordenadas enumerados, horizontales y horarios, dependen del lugar en que esté situado el observador sobre la superficie terrestre, por lo que se denominan por este motivo coordenadas celestes locales. En efecto, las coordenadas horizontales, acimut y altura, de un mismo astro, en un determinado instante, son diferentes para dos observadores situados en distintos lugares de la Tierra. Otro tanto ocurre con el ángulo horario del astro, salvo que ambos observadores estén situados sobre el mismo meridiano. Por el contrario, todos los observadores de la Tierra, cualquiera que sea su lugar de observación, miden la misma declinación de un determinado astro.

### 3.1.4 Movimiento aparente del Sol sobre el horizonte

Las coordenadas horizontales de un astro varían continuamente con el tiempo. Como consecuencia del movimiento de rotación de la Tierra, los astros describen sobre la esfera celeste círculos paralelos al ecuador que recorren diariamente en sentido retrógrado (de Este a Oeste) y sobre el que pueden destacarse algunos puntos singulares. Se denomina orto de un astro el momento de su cruce con el horizonte haciéndose visible por el Este, y ocaso el momento en que cruza el horizonte por el Oeste ocultándose. Asimismo, el instante de paso de un astro por el meridiano superior del lugar ( $\omega = 0^\circ$ ), en el que alcanza su altura máxima sobre el horizonte, se conoce como culminación superior del astro.

Para un astro carente de movimiento aparente propio (por ejemplo, una estrella lejana), este movimiento diario se realiza exactamente por un paralelo celeste por lo que, como el movimiento de rotación de la Tierra es uniforme, se tiene que el intervalo de tiempo transcurrido entre dos culminaciones superiores consecutivas de tal astro, que coincide con el período de rotación de la Tierra es constante y se denomina día sidéreo y constituye una unidad fundamental de tiempo en astronomía. Su duración es de 23 h 56 min. 4.091 s.

Sin embargo, el Sol, debido al movimiento orbital de la Tierra, está animado de un movimiento propio aparente con respecto a las estrellas fijas, que realiza en sentido directo (de Oeste a Este). Este movimiento se realiza sobre la eclíptica, que está inclinada un ángulo  $\varepsilon = 23^\circ 27'$  sobre el ecuador. Por tanto, la declinación solar varía a lo largo

del año, para el hemisferio Norte, entre un máximo de  $\delta = + \varepsilon$ , en el solsticio de verano y un mínimo de  $\delta = - \varepsilon$ , en el solsticio de invierno, y al revés para el Sur, siendo  $\delta = 0$  durante los equinoccios en ambos casos.

La composición de éste con el movimiento diario causado por la rotación terrestre, determina el movimiento aparente del Sol sobre el horizonte. El tiempo transcurrido entre dos culminaciones superiores del Sol define el día solar verdadero, que es un poco mayor que el día sidéreo como consecuencia de que la Tierra tiene que avanzar en su movimiento sobre la eclíptica hasta enfrenar al Sol.

### 3.1.5 Tiempo solar y tiempo oficial. La ecuación del tiempo

El tiempo solar verdadero,  $TSV$ , en un lugar dado es, por definición, el ángulo horario del centro del Sol expresado en horas. Cada hora equivale a  $15^\circ$ , luego:

$$TSV = \frac{\omega}{15} \quad [3.7]$$

Por tanto, el día solar verdadero está dividido en 24 horas de tiempo solar verdadero, que empieza a contarse a partir del mediodía.

El tiempo local aparente,  $TLA$ , es, por definición, el tiempo solar verdadero aumentado en 12 horas, por lo que empieza a contarse a partir de medianoche.

$$TLA = TSV + 12 \quad [3.8]$$

El día solar verdadero, sin embargo, tiene una duración desigual a lo largo del año. El movimiento aparente del Sol sobre el horizonte es la composición de dos movimientos, uno diario, debido al movimiento de rotación de la Tierra, que se puede suponer perfectamente uniforme y otro anual, a causa del movimiento orbital terrestre, que no es uniforme, debido a la excentricidad de esta órbita. Así pues, el tiempo solar verdadero, que viene determinado por la observación del Sol, tiene una naturaleza más geométrica que física, ya que no es una función lineal del tiempo, y no sirve por consiguiente, para establecer una escala de tiempo uniforme.

Corrigiendo todas las irregularidades del día solar verdadero se obtiene lo que se denomina día solar medio, de duración constante, que es el utilizado normalmente en la vida diaria. El tiempo solar medio,  $TSM$ , en un lugar dado es, por definición, el tiempo solar verdadero corregido de todas sus irregularidades. Definiremos como ecuación del tiempo,  $E_t$ , la suma algebraica de todas las correcciones que es preciso deducir del tiempo solar verdadero para despejarlo de todas sus irregularidades. Se tiene pues, por definición:

$$TSV = TSM + E_t \quad [3.9]$$

La figura 3.4 representa gráficamente la ecuación del tiempo a lo largo del año. Alcanza un valor máximo de 16 min. 24 s el día 4 de noviembre, un valor mínimo de -14 min. 22 s el día 11 de febrero y se anula cuatro veces al año, los días 16 de abril, 15

de junio, 2 de septiembre y 25 de diciembre. Estas fechas y valores son tan sólo aproximadas y oscilan ligeramente de un año a otro.

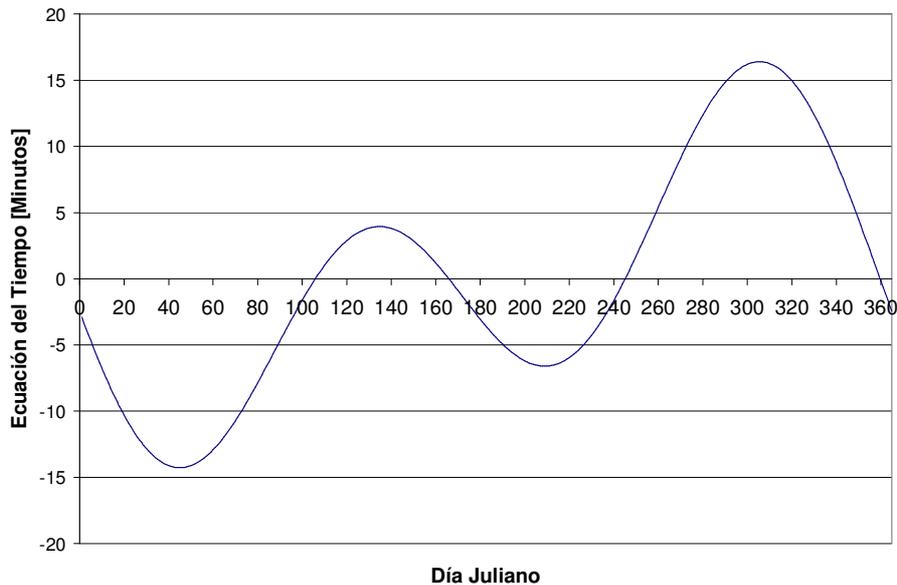


Figura 3.4 Representación gráfica de la ecuación del tiempo

El tiempo civil,  $TC$ , también denominado tiempo local medio, es, por definición, el tiempo solar medio aumentado en 12 horas. Se empieza a contar, por consiguiente, a medianoche, instante en el que se cambia la fecha del día.

$$TC = TSM + 12 \quad [3.10]$$

Así pues, dos lugares de la Tierra situados en meridianos distintos tendrán un tiempo civil diferente, siendo esta diferencia proporcional a su diferencia en longitud geográfica. Para sincronizar estos dos lugares se utiliza el tiempo universal,  $TU$ , definido como el tiempo civil del meridiano 0 o de Greenwich<sup>1</sup>, que no debe confundirse con el tiempo solar medio del meridiano 0,  $TMG$ , ya que este último se cuenta a partir del mediodía. Por lo tanto, para un lugar de longitud geográfica  $\lambda$  (positiva hacia el Este), el tiempo civil en horas viene dado por:

$$TC = TU + \frac{\lambda}{15} \quad [3.11]$$

El carácter local del tiempo civil impide su utilización oficial en la vida práctica. Para obviar este inconveniente y extender a todo el mundo el tiempo universal, se ha dividido la superficie terrestre en 24 husos horarios, con una amplitud de  $15^\circ$  (1 hora) de longitud cada uno, numerados de 0 a 23 hacia el Este, a partir del huso horario 0, que se toma como referencia. Este huso tiene como meridiano central el 0, extendiéndose, por tanto, entre las longitudes  $+7.5^\circ$  y  $-7.5^\circ$ . Por convención arbitraria dentro de cada huso

<sup>1</sup> No siempre fue ese meridiano el que se empleó como referencia. Hubo épocas históricas en que lo fue el que pasaba por Salamanca y, con posterioridad el que pasaba por San Fernando (Cádiz) porque allí se encontraba (y se encuentra todavía) el Observatorio Astronómico de mayor importancia en su época.

rige el tiempo local estándar,  $TLE$ , definido como el  $TU$  aumentado en un número entero de horas igual al número del huso. Así pues, el tiempo local estándar es el tiempo civil del meridiano central de dicho huso. Para una determinada localidad, de longitud geográfica  $\lambda$ , la diferencia entre el tiempo civil y el tiempo local estándar, conocida como corrección de longitud, viene dado por

$$TC - TLE = \frac{(\lambda - \lambda_s)}{15} \quad [3.12]$$

donde  $\lambda_s$  es la longitud del meridiano central del huso correspondiente. La corrección de longitud es positiva si el lugar está al Este de dicho meridiano y negativa en caso contrario.

El tiempo oficial,  $TO$ , que es el que marcan los relojes que usamos en la vida ordinaria, depende de la normativa legal de cada país, pero, normalmente, difiere un número entero de horas del correspondiente al huso horario. En este caso

$$TO = TLE + AO \quad [3.13]$$

siendo  $AO$  el adelanto oficial sobre el huso horario, que puede variar a lo largo del año (en España se les suele denominar, horarios de invierno y verano y toman los valores 1 y 2 horas respectivamente). Por consiguiente, de las definiciones dadas se tiene que tiempo solar verdadero y tiempo oficial están relacionados por

$$TSV = TO - AO + \frac{(\lambda - \lambda_s)}{15} + E_t - 12 \quad [3.14]$$

donde al igual que en las relaciones anteriores, el tiempo está expresado en horas, lo mismo que  $E_t$  y  $\lambda$  en grados (positiva hacia el Este).

El tiempo solar verdadero se cuenta, como se ha visto, a partir del mediodía. Sin embargo, en la bibliografía más común es frecuente contarlos a partir de medianoche. Es decir, se toma como tiempo solar verdadero el tiempo local aparente,  $TLA$ .

Finalmente, habría que decir que es frecuente en el estudio de la radiación solar agregar ésta en períodos horarios. En este caso se entiende por hora 1 la comprendida entre medianoche verdadera y las 1 horas  $TLA$ , por hora 2 la comprendida entre las 1 horas y las 2 horas  $TLA$ , y así sucesivamente. La hora 24 sería entonces la comprendida entre las 23 horas  $TLA$  y la medianoche verdadera del día siguiente.

### 3.1.6 Cálculo de la posición solar. Ecuaciones aproximadas

La duración del año trópico es de 365.24219 días y no de un número entero de días. Para obviar este inconveniente sin producir un corrimiento secular apreciable de las estaciones a lo largo del año, el calendario gregoriano, de uso casi universal en la actualidad, y en el que son bisiestos los años múltiplos de cuatro, excepto los múltiplos de cien que no son divisibles por cuatrocientos como 1700, 1800, 1900, 2100, etc., utiliza años de duración desigual. Por consiguiente, los instantes de paso del Sol por

equinoccios, solsticios, perihelio y afelio, así como las variables utilizadas para determinar la distancia y posición del Sol en un instante determinado (distancia Tierra-Sol, declinación solar, ecuación del tiempo, etc.) varían ligeramente de un año a otro.

La utilización del calendario gregoriano, tanto en el cálculo de la posición y distancia solar como en el análisis estadístico de los datos de radiación solar, resulta poco adecuada, por lo que en su lugar suelen emplearse otros métodos.

Un método habitual consiste en utilizar únicamente años de 365 días, prescindiendo del día 29 de febrero de los años bisiestos, que es ignorado. Este método conlleva un pequeño error, que sin embargo es aceptable en la mayoría de las aplicaciones, y tiene la ventaja de considerar todos los años idénticos, en lo que a posición y distancia solar se refiere, simplificando en gran medida los cálculos necesarios. Cada día de este año se identifica mediante un número denominado día del año,  $n$ , que varía entre 1 para el día 1 de enero y 365 para el día 31 de diciembre.

Suponiendo que durante un determinado día del año la declinación solar es constante (la máxima variación en un día ocurre durante los equinoccios y es menor de 30'), se tendría que la trayectoria recorrida por el Sol ese día es exactamente un arco de paralelo celeste. La posición solar en un instante determinado vendrá dada, en coordenadas horarias, por el ángulo horario  $\omega_i$  y la declinación  $\delta$  del centro del Sol. El ángulo horario (expresado en grados) es:

$$\omega = 15 \cdot t \quad [3.15]$$

donde  $t$  está expresado en horas de tiempo solar verdadero y la declinación solar se calcula mediante la expresión trigonométrica propuesta por Bourges, que ofrece un error máximo de  $\pm 12'$ , y que viene dada por:

$$\begin{aligned} \delta = & 0.3723 + 23.2567 \operatorname{sen} \omega_t - 0.7580 \cos \omega_t + 0.1149 \operatorname{sen} \omega_t + \dots \\ & \dots + 0.3656 \cos \omega_t - 0.1712 \operatorname{sen} \omega_t + 0.0201 \cos \omega_t \end{aligned} \quad [3.16]$$

donde  $\delta$  está expresado en grados así como  $\omega_t$  puede calcularse mediante:

$$\omega_t = \frac{360}{365} \cdot (n - 79.436) \quad [3.17]$$

La ecuación del tiempo expresada en minutos, puede calcularse por medio de la siguiente expresión, debida a Spencer, y presenta un error máximo de unos 35 segundos:

$$\begin{aligned} E_t = & \frac{229.2}{60} \cdot [0.000075 + 0.001868 \cdot \cos(\Gamma) - 0.032077 \cdot \operatorname{sen}(\Gamma) - \dots \\ & \dots - 0.014615 \cdot \cos(2 \cdot \Gamma) - 0.04089 \cdot \operatorname{sen}(2 \cdot \Gamma)] \end{aligned} \quad [3.18]$$

en la que  $\Gamma$  ya se ha definido en la expresión 3.4.

### 3.1.7 Posición del Sol relativa a una superficie plana

La posición relativa del Sol con respecto a una superficie se establece en función de la posición solar en la esfera celeste y de la posición de la superficie sobre el plano del horizonte, la cual viene caracterizada por los dos ángulos:

- El ángulo acimutal,  $\gamma$ , también llamado orientación, que forma la proyección de la normal a la superficie sobre el plano horizontal con el plano meridiano del lugar. Se cuenta a partir del punto cardinal Sur, de  $0^\circ$  a  $\pm 180^\circ$ , positivamente hacia el Oeste y negativamente hacia el Este.
- La inclinación o pendiente,  $\beta$ , de la superficie, que es el ángulo formado por dicha superficie con el plano horizontal. Se mide de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Si  $\beta > 90^\circ$  la superficie estaría enfrentada al suelo.

La irradiación solar recibida por una superficie está influenciada por el ángulo de incidencia,  $i$ , que forman los rayos del Sol con la normal a la superficie. Este ángulo, para una superficie arbitrariamente orientada e inclinada, viene dado en función de las coordenadas horizontales del Sol, por:

$$\cos i = \cos \beta \cdot \sin \alpha + \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \cos (\psi - \gamma) \quad [3.19]$$

Otra expresión más compleja, pero que determina directamente el ángulo de incidencia en función de las coordenadas horarias del Sol y de la latitud geográfica. Utilizada para en la implementación informática. Viene expresada por:

$$\begin{aligned} \cos i = & \sin \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega + \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \cos \delta \cdot \sin \Phi \cdot \cos \omega - \dots \\ & \dots - \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \delta \cdot \cos \Phi + \cos \beta \cdot \sin \delta \cdot \sin \Phi + \cos \beta \cdot \cos \delta \cdot \cos \Phi \cdot \cos \omega \end{aligned}$$

[3.20]

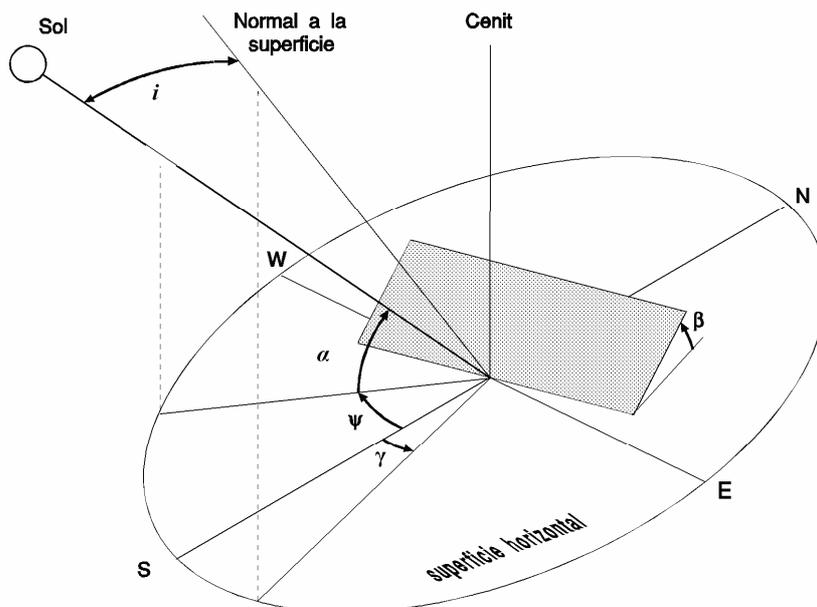


Figura 3.5 Ángulo de incidencia de los rayos solares sobre una superficie

Si la superficie está orientada al Sur ( $\sigma = 0^\circ$ ) y es horizontal ( $\beta = 0^\circ$ ), el ángulo de incidencia sería el ángulo cenital, y se tendría la siguiente igualdad:

$$\cos i = \cos \theta_z = \sin \alpha = \sin \Phi \cdot \sin \delta + \cos \Phi \cdot \cos \delta \cdot \cos \omega \quad [3.21]$$

### 3.1.7 Radiación solar extraterrestre

La radiación solar extraterrestre determina un valor máximo teórico de la energía solar disponible, por lo que es ampliamente utilizada como referencia en el estudio de la radiación solar. Como patrón básico se toma la constante solar,  $I_{CS}$ , definida como la cantidad total de energía procedente del Sol, en todas las longitudes de onda, por unidad de tiempo y por unidad de área de una superficie normal a los rayos solares y a la distancia media entre la Tierra y el Sol. Medidas recientes de la constante solar (según el WRC de Davos, Suiza) dan un valor de:

$$I_{CS} = 1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad [3.22]$$

La irradiación extraterrestre incidente sobre una superficie cualquiera en un instante dado, viene establecida por:

$$I_0 = I_{CS} \cdot E_0 \cdot \cos i \quad [3.23]$$

Esta magnitud es utilizada en el caso de superficies horizontales, luego la expresión más útil se tiene cuando el ángulo de incidencia viene dado por el ángulo acimutal, por lo que la irradiancia extraterrestre horizontal es:

$$I_0 = I_{CS} \cdot E_0 \cdot \cos \theta_z = I_{CS} \cdot E_0 \cdot \sin \alpha \quad [3.24]$$

donde  $\cos \theta_z$  o  $\sin \alpha$  se determinan con la expresión 3.21.

Y expresando la posición solar en coordenadas horarias (ángulo horario  $\omega$  y declinación  $\delta$ ), queda

$$I_0 = I_{CS} E_0 (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega) \quad [3.25]$$

La irradiación, o cantidad total de energía recibida durante un determinado período de tiempo  $[t_1, t_2]$ , se obtiene integrando la irradiancia para ese período. Para integrar se tomarán únicamente intervalos de integración dentro de un determinado día del año. De esta forma, tanto  $\delta$  como  $E_0$  pueden suponerse constantes durante el período  $[t_1, t_2]$  y, por consiguiente,  $I_0$  depende únicamente del ángulo horario  $\omega$ . En este caso

$$H_0 = \int_{t_1}^{t_2} I_0 dt = \frac{12}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} I_0 d\omega \quad [3.26]$$

Ya que ángulo horario, en radianes, y tiempo solar verdadero, en horas, están relacionados por

$$t = \left(\frac{24}{2\pi}\right)\omega = \left(\frac{12}{\pi}\right)\omega \quad [3.27]$$

Sustituyendo e integrando, resulta

$$H^h{}_0 = \frac{12}{\pi} I_{CS} E_0 ((\omega_2 - \omega_1) \text{sen}\phi \text{sen}\delta + \cos\phi \cos\delta (\text{sen}\omega_2 - \text{sen}\omega_1)) \quad [3.27]$$

Donde los ángulos horarios inicial  $\omega_1$  y final  $\omega_2$  del intervalo considerado están expresados en radianes. Esta expresión permite calcular la irradiación extraterrestre sobre una superficie horizontal para un determinado día del año  $n$ , caracterizado por  $\delta$  y  $E_0$ , y para un determinado período de tiempo  $[t_1, t_2]$  en ese día.

La irradiación extraterrestre horizontal horaria se obtiene integrando sobre un período de una hora. Así pues, si  $\omega_i$  es el ángulo horario a mitad de dicho período, haciendo

$$\omega_2 = \omega_i + \frac{\pi}{24} \quad \omega_1 = \omega_i - \frac{\pi}{24} \quad [3.28]$$

Y sustituyendo se obtiene que

$$H^h{}_0 = I_{CS} E_0 (\text{sen}\phi \text{sen}\delta + \frac{24}{\pi} \text{sen}\frac{\pi}{24} \cos\phi \cos\delta \cos\omega_i) \quad [3.29]$$

como

$$\left(\frac{24}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi}{24}\right) = 0.9972 \approx 1$$

Se puede tomar, con un error mínimo

$$H^h{}_0 = I_{CS} E_0 (\text{sen}\phi \text{sen}\delta + \cos\phi \cos\delta \cos\omega_i) \quad [3.29]$$

Análogamente, la irradiación extraterrestre horizontal diaria se obtiene integrando paratodo el día, entre el orto y el ocaso solar. Así pues, haciendo

$$\omega_2 = \omega_s \quad \omega_1 = -\omega_s$$

resulta

$$H^d{}_0 = \frac{24}{\pi} I_{CS} E_0 \left(\frac{\pi\omega_s}{180} \text{sen}\phi \text{sen}\delta + \cos\phi \cos\delta \cos\omega_i\right) \quad [3.30]$$

donde  $\omega_s$  es el ángulo horario del ocaso solar, en grados, para el día considerado.

### 3.2 Componentes de la irradiación solar a nivel de suelo

La interacción de la radiación solar con la atmósfera, hace que se distingan dos componentes: radiación solar directa y radiación solar difusa, de manera que el cálculo de la radiación global incidente sobre una superficie inclinada a nivel de suelo, implica la determinación de tres magnitudes, como se observa en la figura 3.6, y que son:

- Radiación directa desde el disco solar
- Radiación difusa procedente del cielo
- Radiación difusa reflejada desde el suelo

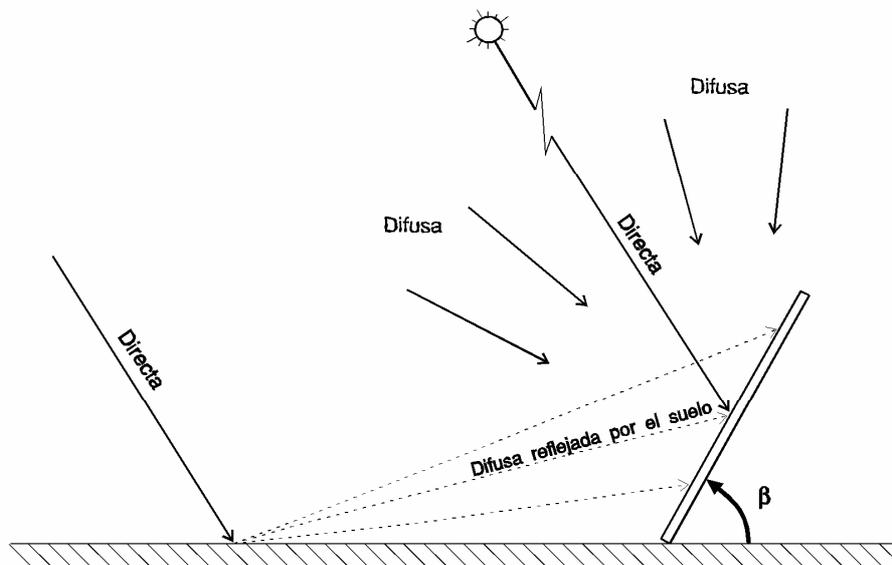


Figura 3.6. Componentes de la radiación global incidentes sobre una superficie inclinada

La tarea de calcular la irradiación solar directa sobre una superficie inclinada, es en parte un problema geométrico y en parte un problema físico determinado por la interacción de la radiación solar con la atmósfera. Para intervalos de tiempo cortos, del orden de una hora o menos, se puede suponer constante la altura solar sin introducir un error elevado, por lo que se puede determinar la irradiación directa sobre la superficie en función de la irradiación directa normal y del ángulo de incidencia de ésta con la superficie.

El cálculo de la irradiación difusa incidente en superficies inclinadas es, si no hacemos ciertas simplificaciones y modelizaciones, de elevada complejidad debido a la gran variabilidad tanto en el tiempo como en su distribución espacial sobre el cielo, de la radiación difusa.

Existen en la bibliografía diversos modelos de distribución de radiación difusa. Se basan tanto en distribuciones isótropas sencillas, como en otras más complejas, anisótropas y multiparamétricas de la radiación difusa, y que se estudiarán detalladamente en secciones posteriores.

Como resultado de la carencia de datos medidos en los que basar algoritmos más perfeccionados, es usual aceptar la simplificación de obtener la irradiación difusa reflejada desde el suelo asumiendo de modo general que la reflexión es de naturaleza isótropa, semejante a la producida desde una superficie horizontal infinita frente a la superficie en cuestión, si la radiación global está compuesta principalmente de radiación difusa o el suelo es un reflector perfecto.

Se observa pues, que la determinación de la irradiación global incidente sobre una superficie inclinada, es compleja y pasa primeramente por la determinación de sus tres componentes, de manera independiente.

### 3.3 Modelos de Radiación

La cuantificación de la radiación solar incidente sobre cualquier superficie, tiene gran importancia para el diseño adecuado de instalaciones de aprovechamiento de la energía solar.

Aunque existen algunas estaciones que registran datos de irradiación global horizontal así como de horas de sol, no puede decirse lo mismo del registro de valores de irradiación difusa o directa. Por lo que es necesario, desarrollar algoritmos que estimen alguna de estas componentes a partir de los valores de irradiación global sobre superficie horizontal.

Algunos investigadores con el fin de solucionar este problema, han desarrollado relaciones entre la irradiación difusa y global horizontal, para diversos períodos de tiempo y basada en coeficientes y expresiones sencillas.

Previamente se han de definir algunos de estos coeficientes, en los que se basarán las relaciones que se van a presentar, como son:

- $K_t$ : cociente entre el valor de la irradiación global horizontal y la irradiación extraterrestre horizontal, en períodos horarios, diarios, etc.
- $K_d$ : cociente entre el valor de la irradiación difusa horizontal y la irradiación global horizontal, en períodos horarios, diarios, etc.
- $K_{do}$ : cociente entre el valor de la irradiación difusa horizontal y la irradiación extraterrestre horizontal, en períodos horarios, diarios, etc.

#### 3.2.2 Relaciones de tipo horario

Entre las relaciones  $K_t - K_d$  horarias más conocidas y a su vez de uso más extendido, cabe destacar las de Orgill - Hollands y M. Iqbal, por ser las que mejores estimaciones proporcionan.

Asimismo, se presentan otras relaciones de tipo  $K_t - K_{do}$ , desarrolladas para Sevilla y Madrid basadas en medidas de valores horarios de irradiación global horizontal, directa normal y difusa horizontal, registrados desde 1984 en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales.

### 3.2.2.1 Algoritmo de Orgill-Hollands

La relación entre  $K_d$  y  $K_t$  horarios viene expresada por medio de tres ecuaciones:

$$\begin{aligned} K_d &= 1.0 - 0.249 K_t && \text{si } 0 \leq K_t \leq 0.35 \\ K_d &= 1.577 - 1.84 K_t && \text{si } 0.35 \leq K_t \leq 0.75 \\ K_d &= 0.177 && \text{si } 0.75 < K_t \end{aligned}$$

[3.25]

La base de datos original corresponde a cuatro años de medidas de valores horarios de radiación difusa y global horizontales en Toronto (Canadá) en el período Septiembre-1967 / Agosto-1971. A partir de estas medidas, se obtuvieron los parámetros  $K_t$  y  $K_d$  ya definidos. Dividiendo el eje de abscisas (eje  $K_t$ ) en intervalos de tamaño 0.05, para cada uno de ellos se promediaron los valores de  $K_d$  allí contenidos, con lo que se obtenían los pares de puntos ( $K_T$ ,  $K_D$ ) representativos de cada intervalo y donde:

$K_T$ : punto medio del intervalo de  $K_t$  considerado.

$K_D$ : valor medio de los puntos  $K_d$  contenidos en el intervalo.

El rango  $0 \leq K_t \leq 0.35$ , comprende el 32.4 % de los datos medidos. Los valores dentro de este intervalo son representativos de días extremadamente cubiertos, con alrededor de un 90 % de radiación total de tipo difusa. A causa del alto porcentaje de ésta, los valores medidos de radiación global tienden a ser pequeños, y por consiguiente afectados por la sensibilidad y precisión de los instrumentos de medida.

En el rango  $0.35 < K_t \leq 0.75$ , se incluyen el 62 % de los datos medidos.

Para los valores de  $K_t > 0.75$ , se asigna valor constante a  $K_d$ . Esto es debido a que este intervalo es representativo de días claros con alguna pequeña nubosidad, aunque el sol en sí mismo no esté sombreado por nubes. En este caso, la radiación se refleja en ellas en cantidades sustanciales, actuando éstas como concentradores de radiación difusa, que no tiene la dirección de la radiación directa. Debido al pequeño número de datos en este intervalo, así como a lo impredecible de esa reflexión, se aconseja usar un valor constante, igual a 0.177.

Estas expresiones se recomiendan para determinar la radiación difusa horaria en superficies horizontales, esperándose con ellas una suficiente precisión en latitudes comprendidas entre 43° N y 54° N.

### 3.2.2.2. Relaciones de M. Iqbal

El resultado de la relación de Iqbal fue presentado de una manera gráfica en función de  $K_{do}$ ,  $K_t$  y la altura media del sol correspondiente a una hora solar determinada. Estas relaciones, modelizadas analíticamente para utilizarlas en cálculo por ordenador, pueden expresarse en la forma:

**Altura solar de 10 grados**

$$K_{do} = 0.935 K_t(1 - D) + D(-0.58 + 6.43 K_t - 16.75 K_t^2 + 17.87 K_t^3 - 6.42 K_t^4)$$

[3.26]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.275$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.275$$

**Altura solar de 20 grados**

$$K_{do} = 0.91 K_t(1 - D) + D(0.258 + 0.067 \cos(553 K_t - 236))$$

[3.27]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.325$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.325$$

**Altura solar de 30 grados**

$$K_{do} = 0.89 K_t(1 - D) + D(0.253 + 0.083 \cos(553 K_t - 243))$$

[3.28]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.325$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.325$$

**Altura solar de 40 grados**

$$K_{do} = 0.87 K_t(1 - D) + D(0.254 + 0.083 \cos(553 K_t - 253))$$

[3.29]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.35$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.35$$

### 3.2.2.3. Relaciones obtenidas con datos horarios de Sevilla. Algoritmos de la media, mediana y moda estadísticas

Con datos medidos durante cuatro años en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla, se han obtenidos diversas relaciones entre  $K_t$  y  $K_{do}$ , que no son función de la altura solar.

Se ha utilizado un método inspirado en el algoritmo de Orgill-Hollands desarrollado para Toronto, con la diferencia de emplear el parámetro  $K_{do}$  y calcular para cada intervalo de  $K_t$ , además del valor medio de aquel, los valores medianos y modales. Para su implementación analítica, se realizó un ajuste en serie de Fourier en la forma:

$$Y = (1 - D) a x + D P(x)$$

[3.30]

donde  $P(x)$  es un desarrollo en serie de Fourier, con uno o dos armónicos como máximo y que viene dado por:

$$\begin{aligned} P(x) &= A_0 + A_1 \cos \omega x + B_1 \operatorname{sen} \omega x + A_2 \cos 2\omega x + B_2 \operatorname{sen} 2\omega x = \\ &= A_0 + C_1 \cos(\omega x - \beta_1) + C_2 \cos(2\omega x - \beta_2) \end{aligned}$$

[3.31]

Finalmente se obtuvieron tres expresiones denominadas según la variable estadística empleada, algoritmos de la media, mediana y moda, cuyas formulaciones son:

#### Algoritmo de la Media.

$$K_{do} = 0.93 K_t (1 - D) + D(0.2562 + 0.076 \cos(550 K_t - 242.6))$$

[3.32]

donde

$$\begin{aligned} D &= 0 \text{ si } K_t \leq 0.275 \\ D &= 1 \text{ si } K_t > 0.275 \end{aligned}$$

#### Algoritmo de la Mediana

$$K_{do} = 0.93 K_t (1 - D) + D(0.2479 + 0.0954 \cos(550 K_t - 235.6))$$

[3.33]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.275$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.275$$

**Algoritmo de la Moda**

$$K_{do} = 0.93 K_t(1 - D) + D(0.2205 + 0.0899 \cos(520 K_t - 215))$$

[3.34]

donde

$$D = 0 \text{ si } K_t \leq 0.225$$

$$D = 1 \text{ si } K_t > 0.225$$

Estos algoritmos pueden utilizarse para valores de  $K_t$  comprendidos entre 0 y 0,8. De ellos, los denominados Mediana y Moda consiguen estimaciones levemente mejores que la Media. Incluso, cuando se comparan con el algoritmo de Orgill - Hollands, obtienen resultados más parecidos a las medidas reales que éste, para los datos medidos en Sevilla, aunque es significativo que el algoritmo de Orgill - Hollands ha obtenido diferencias en la estimación no demasiado importantes en relación a los otros tres. Asimismo, comparándolas con las relaciones de M. Iqbal, las obtenidas para Sevilla indican que, salvo para la altura de  $10^\circ$ , el considerar la altura del sol como parámetro en la correlación, no es significativo.

**3.2.2. Relaciones de tipo diario**

Para valores diarios, son varias las relaciones  $K_d$ - $K_t$  que se pueden destacar de la bibliografía. Aquí se presentan las relaciones obtenidas por Collares, Ruth-Chant, Muneer, Liu-Jordan y Frutos- Ruiz.

Salvo la relación de Liu-Jordan (por otra parte la primera y que dio origen a las demás), las demás proporcionan resultados semejantes en el intervalo de  $K_t$  comprendido entre 0.25 y 0.75, que a su vez constituye el de mayor porcentaje de datos registrados.

Las relaciones vienen expresadas de la siguiente forma:

**Collares**

$$K_d = 0.99, \text{ si } K_t \leq 0.17$$

$$K_d = 1.188 - 2.272 K_t + 9.473 K_t^2 - 21.865 K_t^3 + 14.648 K_t^4, \text{ si } 0.17 < K_t \leq 0.75$$

$$K_d = -0.54 K_t + 0.632, \text{ si } 0.75 \leq K_t < 0.8$$

$$K_d = 0.2, \text{ si } 0.8 \leq K_t$$

[3.35]

**Ruth-Chant**

$$\begin{aligned}
 K_d &= 0.98, \text{ si } K_t \leq 0.1 \\
 K_d &= 0.91 + 1.154 K_t - 4.936 K_t^2 + 2.848 K_t^3, \text{ si } 0.1 < K_t \leq 0.8 \\
 K_d &= 0.1323, \text{ si } 0.8 \leq K_t
 \end{aligned}$$

[3.36]

**Muneer**

$$\begin{aligned}
 K_d &= 0.98, \text{ si } K_t \leq 0.2 \\
 K_d &= 1.024 + 0.47 K_t - 3.62 K_t^2 + 2 K_t^3, \text{ si } 0.17 < K_t \leq 0.77 \\
 K_d &= 0.16, \text{ si } 0.77 \leq K_t
 \end{aligned}$$

[3.37]

**Liu-Jordan**

$$\begin{aligned}
 K_d &= 0.94, \text{ si } K_t \leq 0.2 \\
 K_d &= 1.0045 + 0.0435 K_t - 3.522 K_t^2 + 2.631 K_t^3, \text{ si } 0.17 < K_t \leq 0.8 \\
 K_d &= 0.1319, \text{ si } 0.8 \leq K_t
 \end{aligned}$$

[3.38]

**Frutos-Ruíz**

$$\begin{aligned}
 K_d &= 0.924, \text{ si } K_t \leq 0.22 \\
 K_d &= 0.68 + 2.47 K_t - 6.955 K_t^2 + 3.53 K_t^3, \text{ si } 0.17 < K_t \leq 0.75 \\
 K_d &= 0.112, \text{ si } 0.75 \leq K_t
 \end{aligned}$$

[3.39]

Por último, incluimos los algoritmos que se obtuvieron con los datos recogidos por la estación radiométrica de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros:

Para el período **1984-2000**:

$$\begin{array}{ll} kd = 1 & \text{si } kt \leq 0.22 \\ kd = 1.390975 - 1.69912 \cdot kt & \text{si } kt > 0.22 \end{array}$$

[3.40]

Para el período **2000-2003**:

$$\begin{array}{ll} kd = 1 & \text{si } kt \leq 0.22 \\ kd = 1.384304 - 1.700599 \cdot kt & \text{si } kt > 0.22 \end{array}$$

[3.41]