Anexos

ANEXO I: METODOLOGÍA AHP Y "SOFTWARE" "EXPERT CHOICE".

1. INTRODUCCIÓN

A continuación se describen cuales han sido la metodología empleada en el caso de cálculo de restricciones en los pesos, y *software* empleado para llevarla a cabo.

2. METODOLOGIA AHP. SOFTWARE "Expert Choice".

2.1. Metodología AHP

El AHP se trata de una metodología de análisis de decisión multicriterio para la ayuda decisiones complejas, planteando el problema de decisión de un modo razonable y pudiendo ser aplicado a diferentes campos. En el presente estudio se aplica para calcular, de la mejor manera posible, los diferentes pesos de importancia a fijar para las distintas entradas y salidas de las diferentes DMU´s.

2.1.1. Introducción

La búsqueda de maximización de la eficiencia, la productividad y la competitividad son puntos muy importantes a estudiar por parte de las empresas, lo que ayuda a la búsqueda de metodologías de apoyo a la toma de decisiones complejas en diferentes contextos, éstos a su vez, con diferentes criterios de selección. Todo ello ha llevado a desarrollar en los últimos tiempos, un gran número de métodos de Decisión Multicriterio, todos ellos de gran interés y con gran aplicación en la vida real.

El objetivo de estos métodos es eliminar las suposiciones sin fundamentos, o intuiciones de las que suelen derivar decisiones sin explicación justificada, tomadas en gran cantidad de problemas complejos.

Estos métodos a su vez, son aplicados en cualquier tipo de gestión, ya sea económica, de finanzas, medio ambiental, etc. Para ayudar a tomar una buena decisión teniendo en cuenta cualquier tipo de criterio, ya sea cuantitativo como cualitativo.

En este estudio vamos a emplear un método para la toma de decisiones teniendo en cuenta la intuición derivada de la experiencia profesional a la hora de tomar decisiones empresariales en problemas complejos, en los cuales intervienen diversos criterios de selección. Para ello se ha desarrollando un proceso de decisión relativo a la asignación de porcentajes de importancias para cada variable que intervienen en las unidades productivas.

El proceso elegido para este problema es el AHP, por su sencillez y claridad, existiendo a su vez *software* de apoyos para su aplicación.

La metodología de trabajo del AHP descompone el problema en una estructura jerárquica, de manera sencilla y lógica, permitiendo a su vez poder analizar otras posibles soluciones al realizar cambios en las diferentes importancias de cada elemento que interviene en el problema a tratar.

El programa a utilizar es el *Expert Choice*. Este programa comercial trabaja en ambiente Windows y DOS, de fácil uso, pudiendo encontrar en Internet demostraciones, manuales, versiones gratuitas, distintos tipos de licencias....

2.1.2. Proceso de Jerarquía Analítica (AHP)

El Proceso de Jerarquía Analítica, conocido como AHP, se define como un modelo para toma de decisiones. Fue desarrollado en la década de los 70 por el matemático Thomas L. Saaty para resolver el tratado de reducción de

armamento estratégico entre los Estados Unidos y la antigua URSS, y es considerado como una técnica multicriterio y multiatributo.

El AHP, mediante la construcción de un modelo jerárquico, permite de una manera eficiente y gráfica descomponer un problema en distintos niveles, y cada uno de estos niveles se descomponen sucesivamente en elementos más simples. En palabras de su propio autor: «Trata de desmenuzar un problema y luego unir todas las soluciones de los subproblemas en una conclusión.»

La estructura general se descompone en: meta u objetivo, criterios, subcriterios o atributos y alternativas asociadas en los niveles jerárquicos más bajos.

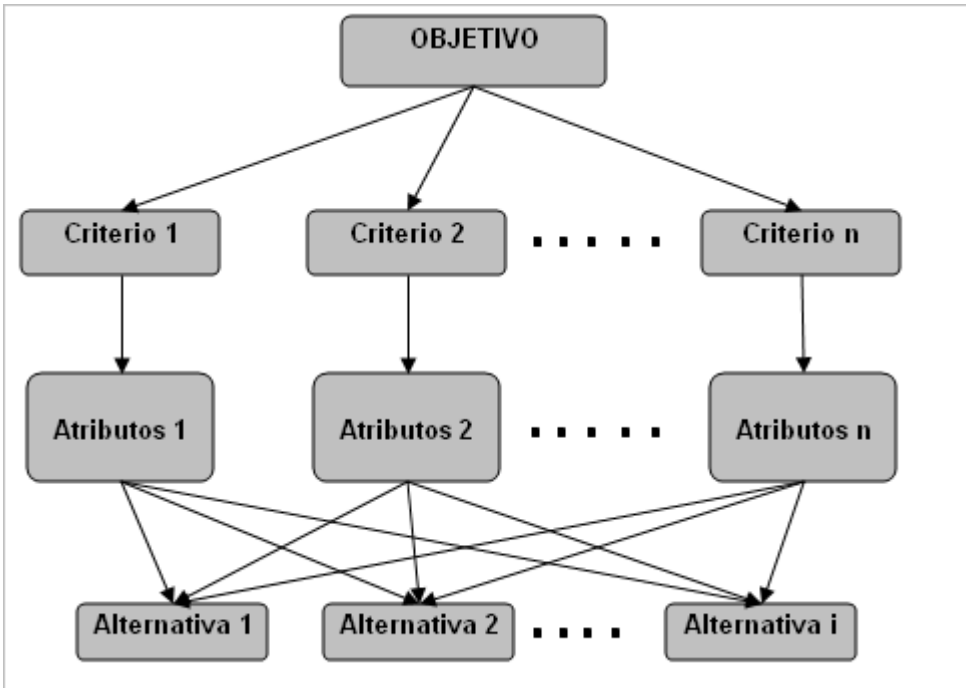

Figura Anexo I.1. Modelo Jerárquico para la Toma de Decisiones con el AHP

En una jerarquía típica, el nivel más alto contiene el problema de decisión, es decir, el objetivo. Los elementos que afectan a la decisión, criterios y atributos, ocupan los niveles intermedios, y el nivel más bajo comprende a las opciones de decisión, esto es, las alternativas que se tendrían en cada caso.

Una de las principales ventajas del AHP es que no requiere una escala común de medida, con lo cuál, se pueden tener en cuenta en el análisis técnico, consideraciones sociales, culturales y económicas, con lo cuál el AHP comienza determinando la importancia relativa de éstos, comparando el peso de los criterios por parejas (comparaciones binarias), en términos de importancia, preferencia o probabilidad.

El hecho de que no requiera una escala de medida común, se debe a que presenta su propia escala: la escala 1-9 propuesta por Saaty (autor de la metodología AHP, mencionado posteriormente) y recogida en la tabla 1.

Escala Numérica	Escala Verbal	Explicación
1	Igual importancia	Los dos elementos contribuyen igualmente a ala actividad. Siempre ocurre en los lemento sde la diagonal de la matriz.
3	Moderada	La experiencia y el juicio del experto favorecen levemente a un elemento sobre el otro.
5	Fuerte	La experiencia y el juicio del experto favorecen fuertemente a un elemento sobre el otro.
7	Muy fuerte o desmostrada	Un elelemento domina fuertemente al otro, y está probado en la práctica.
9	Extrema	Un elemento domina al otro, absolutamente y totalmente claro
2,4,6,8	Valores intermedios	Cuando se necesite un compromiso de las partes entre valoera adyacentes.

Tabla Anexo I.1. Escala de Medidas de Saaty

Esta escala permite la incorporación de subjetividad, experiencia y conocimiento en una forma intuitiva y lógica.

La valoración de estas comparaciones dan lugar a una matriz cuadrada, recíproca y positiva, cada elemento a_{ij}, corresponde al valor comparativo del elemento *i* con el elemento *j*, lo que mantiene los criterios de consistencia.

$$"\textit{Matriz de Comparaciones Pareadas}" = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & .... & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & .... & a_{2n} \\ . & . & .... & . \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & .... & 1 \end{bmatrix}$$

Una vez formada la "matriz de comparaciones pareadas", lo siguiente es obtener las prioridades correspondientes, entendiendo prioridad tal y como la define el propio autor del AHP, Saaty: "las prioridades son rangos numéricos medidos en una escala de razón. Una escala de razón es un conjunto de números positivos cuyas relaciones se mantienen igual si se multiplican todos los números por un número arbitrario positivo. El objeto de la evaluación es emitir juicios concernientes a la importancia relativa de los elementos de la jerarquía para crear escalas de prioridad de influencia".

En un problema jerarquizado, como es este caso, aparecen diversos tipos de prioridades: locales, globales y totales. Las locales corresponden a las que corresponden a un mismo elemento de un determinado nivel, y se calculan a partir de las matrices de comparación. El procedimiento para calcular este vector de pesos a partir de la matriz, es el del autovector principal por la derecha.

Las prioridades globales son las correspondientes a cada elemento de un determinado nivel, respecto al objetivo, elemento del nivel principal, calculadas mediante el principio de composición jerárquica, y en un último lugar, las prioridades totales de las distintas alternativas, se calculan mediante agregación multiaditiva.

Un tema a cuidar es la consistencia de los resultados, para ello, una de las ventajas de AHP, es que analiza la sensibilidad gracias a dos parámetros, Análisis de Consistencia (CI) y Radio de Consistencia (CR), los cuales miden la calidad de los juicios emitidos a la hora de tomar las decisiones, se considera y acepta generalmente adecuado un índice CR<= 0.10.

2.2. Software "Expert Choice"

Expert Choice es el *software* escogido para trabajra con él, y así implantar nuestro análisis jerárquico, desarrollado para el cálculo de pesos de importancia de las distintas variables que intervienen en el estudio, objeto de este proyecto.

Expert Choice es un software creado para la toma de decisiones, basado en el Proceso Jerárquico Analítico (AHP) descrito en el párrafo anterior.

Este *software* asiste a los decidores organizando la información en un modelo jerárquico, el cuál se comprende de un objetivo, escenarios posibles, criterios y alternativas a elegir. Usando una comparación par a par, evalúa el grado de importancia de los criterios, preferencias de las distintas alternativas y escenarios, sintetizando todas estas comparaciones con el fin de encontrar la mejor decisión posible. Está destinado para reuniones grupales de toma de decisiones, donde pueda haber diversos intercambios de ideas.

El *Expert Choice* ha sido empleado de forma exitosa en diferentes aplicaciones como Priorización y Evaluación de Proyectos, Planeamiento Estratégico, Análisis costo/beneficio, etc. Y ha sido usado por numerosas y grandes compañías como pueden ser IBM, General Motors, Citibank, NASA, IRS, Telefónica, etc. Y por las principales universidades.

A continuación se explicará detalladamente un problema ejemplo para poder visualizar y entender mejor, su utilización y forma de implementar el Proceso Jerárquico de análisis en él.

2.2.1. Problema Ejemplo

PROBLEMA: MODELO DE TOMA DE DECISIONES.

Supongamos que se desea comprar un coche, y se tiene tres modelos a elegir, *COCHE 1*, *COCHE 2*,y *COCHE 3*, los cuales serán nuestras *alternativas.*

Con la finalidad de conocer los diferentes criterios y/o atributos a tener en cuenta a la hora de la elección se realiza un cuestionario, obteniendo finalmente 6 atributos, elegidos como más importantes, derivados de 3 criterios a tener en cuenta, a la hora de la elección, considerados igualmente como más importantes subjetivamente por la gente. Todos ellos se integran en un modelo estructurado según el procedimiento AHP, tal como se indica a continuación en la *Figura 5.2.*

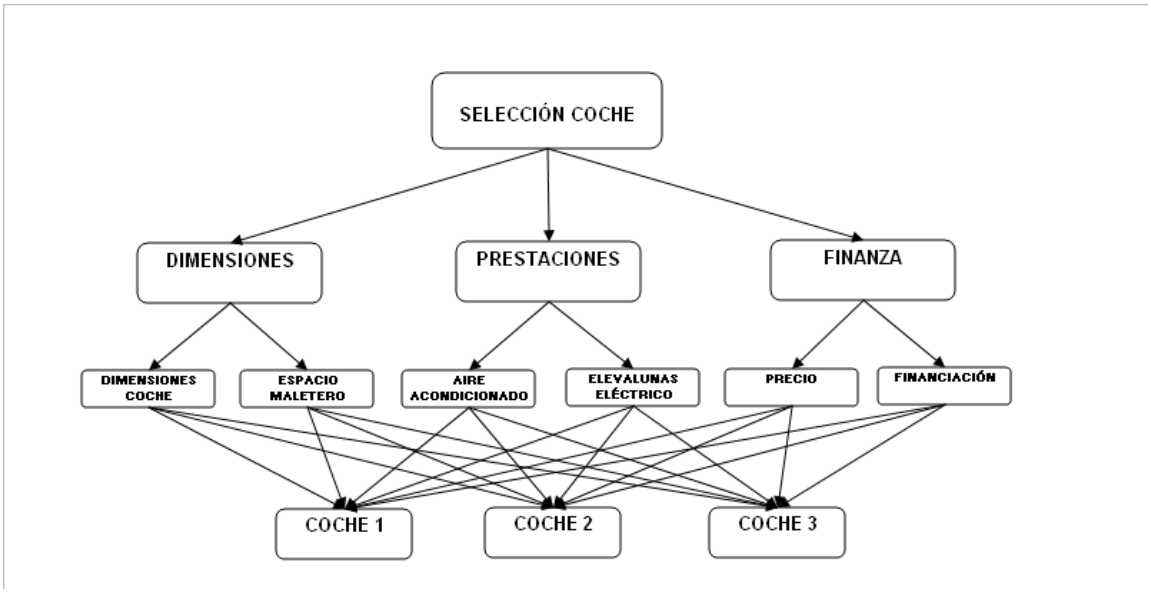

Figura Anexo I.2. Problema estructurado para la selección de coches

A la hora de implementarlo en el "Expert Choice", se abre una ventana en la cuál vamos transcribiendo todos los elementos que figuran en nuestro modelo jerárquico, por niveles, siguiendo el mismo orden que el mostrado en al *Figura I.2*, como se puede visualizar en la *Figura I.3*.

Y en último lugar, introducimos las distintas alternativas a elegir, las cuales aparecerán en la ventana superior derecha, como se puede observar en la *Figura I.4.*

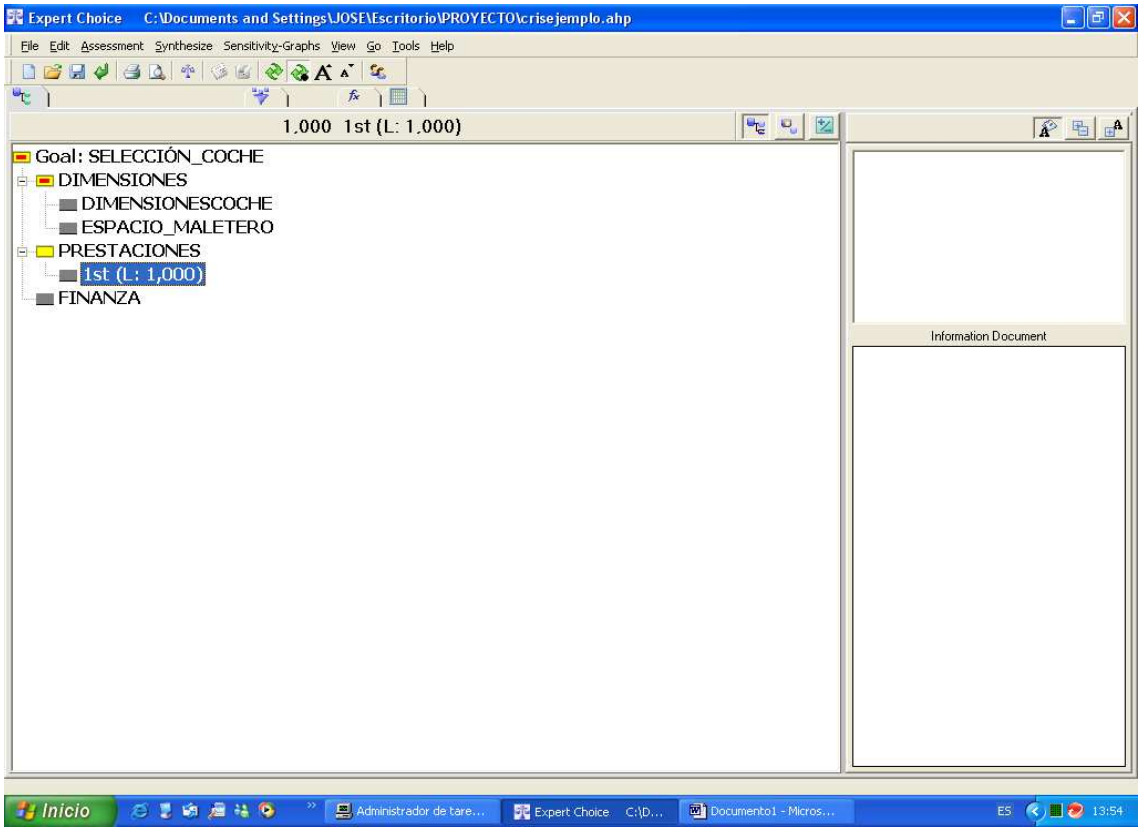

Figura Anexo I.3. Introducción de elementos del modelo jerárquico al software "Expert Choice"

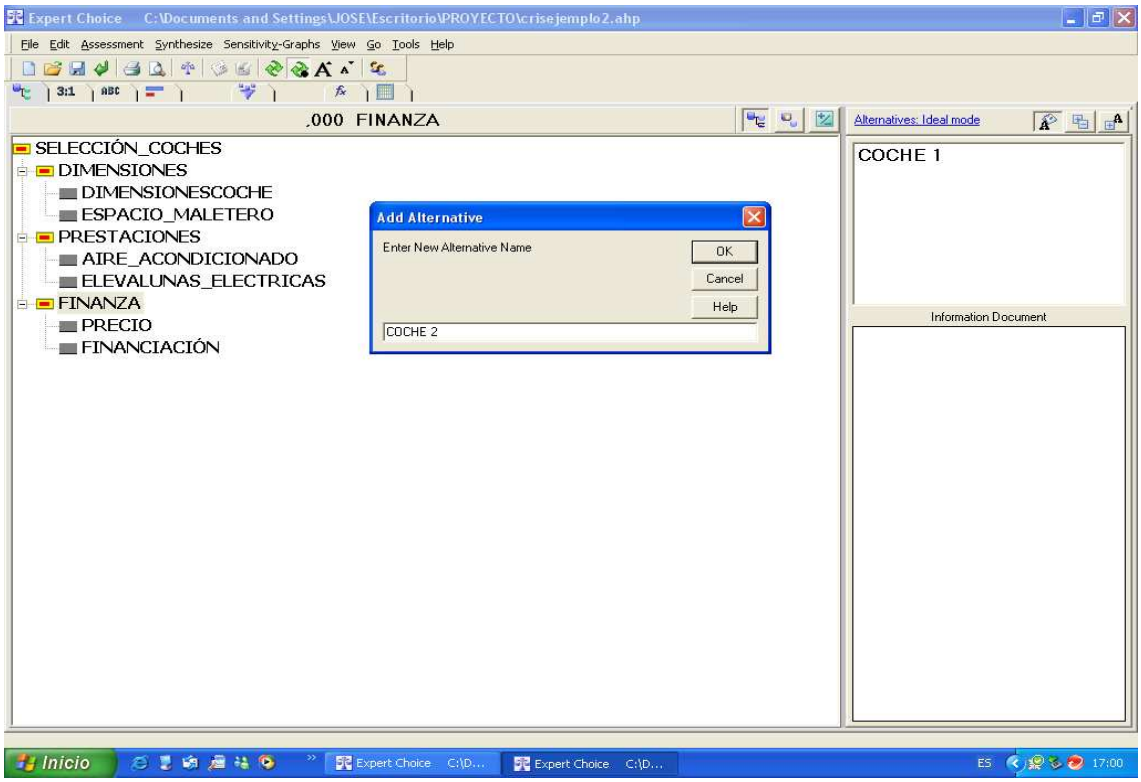

Figura Anexo I.4. Introducción de las alternativas del modelo jerárquico en el software "Expert Choice"

Una vez introducidos todos los elementos que intervienen en nuestro modelo, comenzamos a realizar las comparaciones "par a par", método propio de este *software*, para ellos podemos realizarlas de formas diferentes: comparación por parejas numérica, verbal o gráfica. En este caso, se escoge la forma gráfica.

Vamos seleccionando los diferentes atributos, de los distintos niveles y realizamos las comparaciones dos a dos, subiendo de nivel, hasta llegar al nivel primero u objetivo.

Se puede observar de una manera mas clara en la *Figura I.5*.

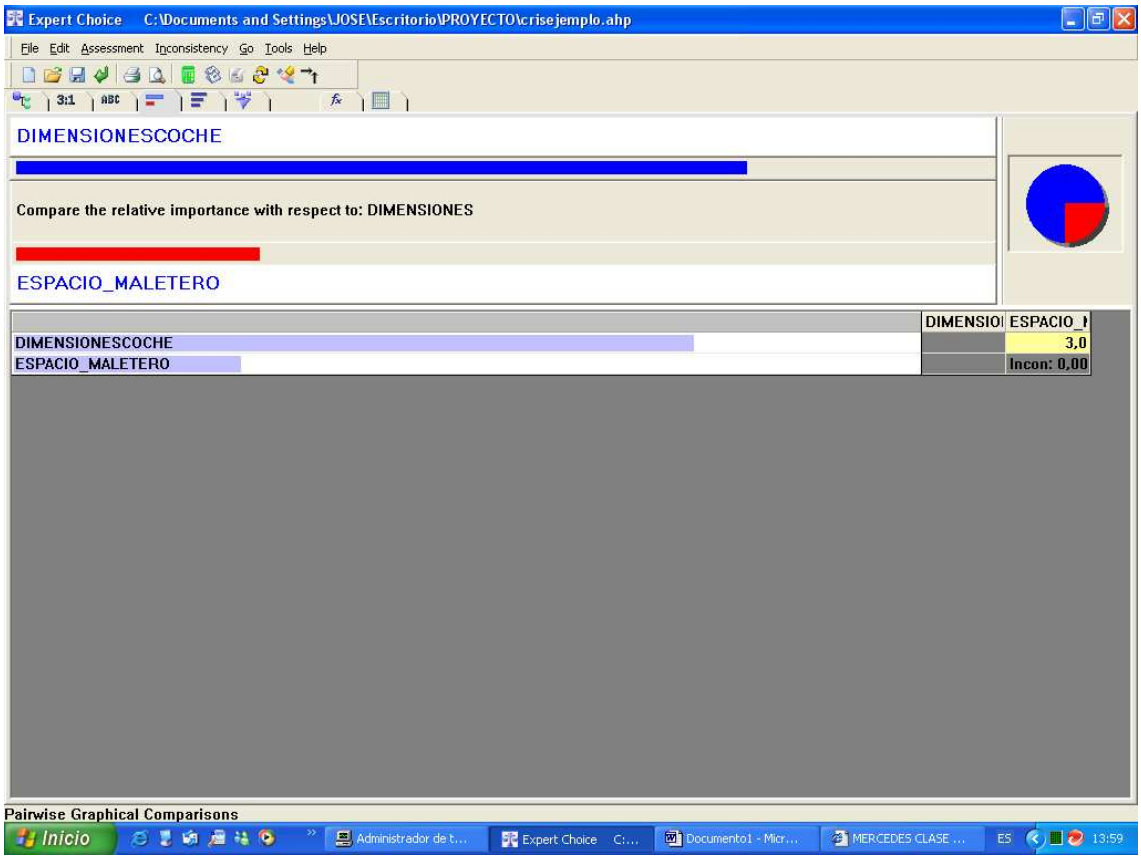

Figura Anexo I.5. Comparación "par a par"mediante el software "Expert Choice"

Finalmente seleccionamos la acción de "calculate" y el programa nos calcula todas las prioridades, locales, globales y totales, de los diferentes atributos y alternativas.

Por ejemplo, si una vez calculadas, seleccionamos uno de los atributos, por ejemplo "DIMENSIONESCOCHE", el programa nos muestra las prioridades locales de las distintas alternativas respecto de este atributo, (*Figura 5.6).*

Si subimos de nivel y seleccionamos el elemento "DIMENSIONES", el programa nos muestra las prioridades globales de las distintas alternativas respecto de este elemento, (*Figura I.7*).

Y si, finalmente, seleccionamos el objetivo, en nuestro caso, "SELECCIÓN_COCHES", el programa nos da las prioridades totales de las alternativas, es decir, estas respecto a nuestro objetivo, y podemos ver finalmente, que el coche elegido seria el COCHE 2, con un 55% de prioridad respecto de los otros dos., *(Figura I.8*)

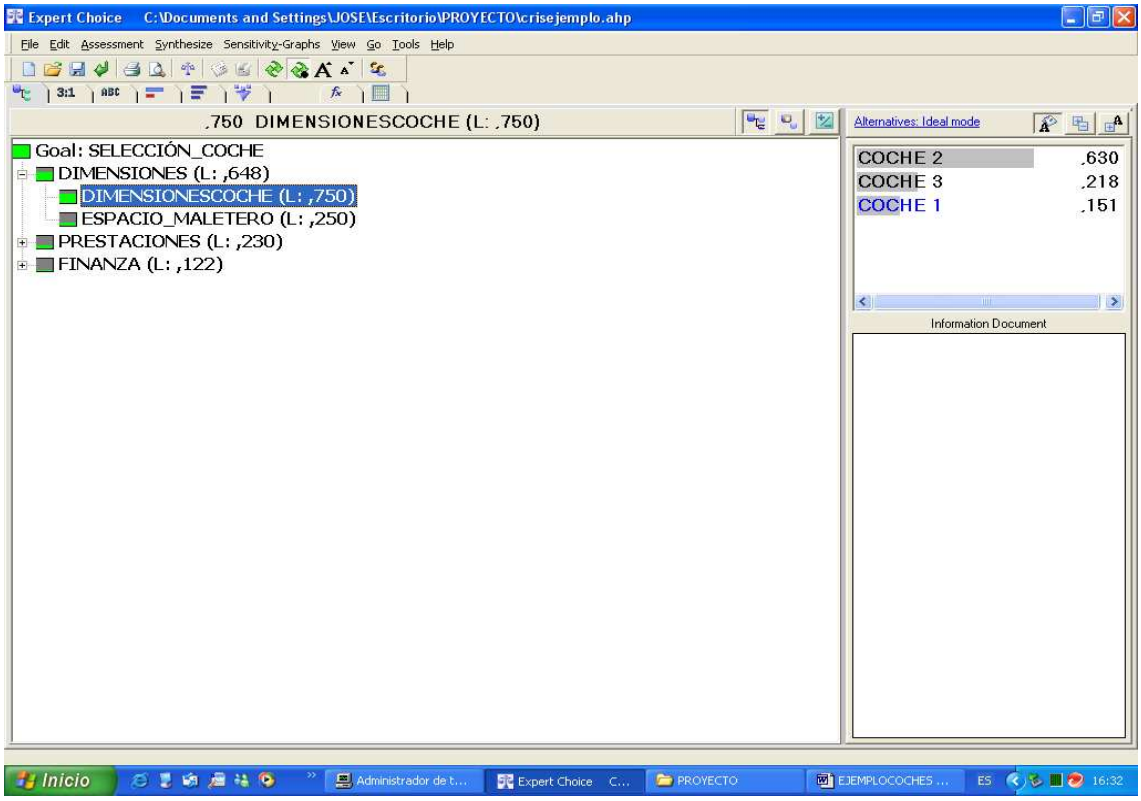

Figura Anexo I.6. Prioridades locales de las alternativas mediante el software "Expert Choice"

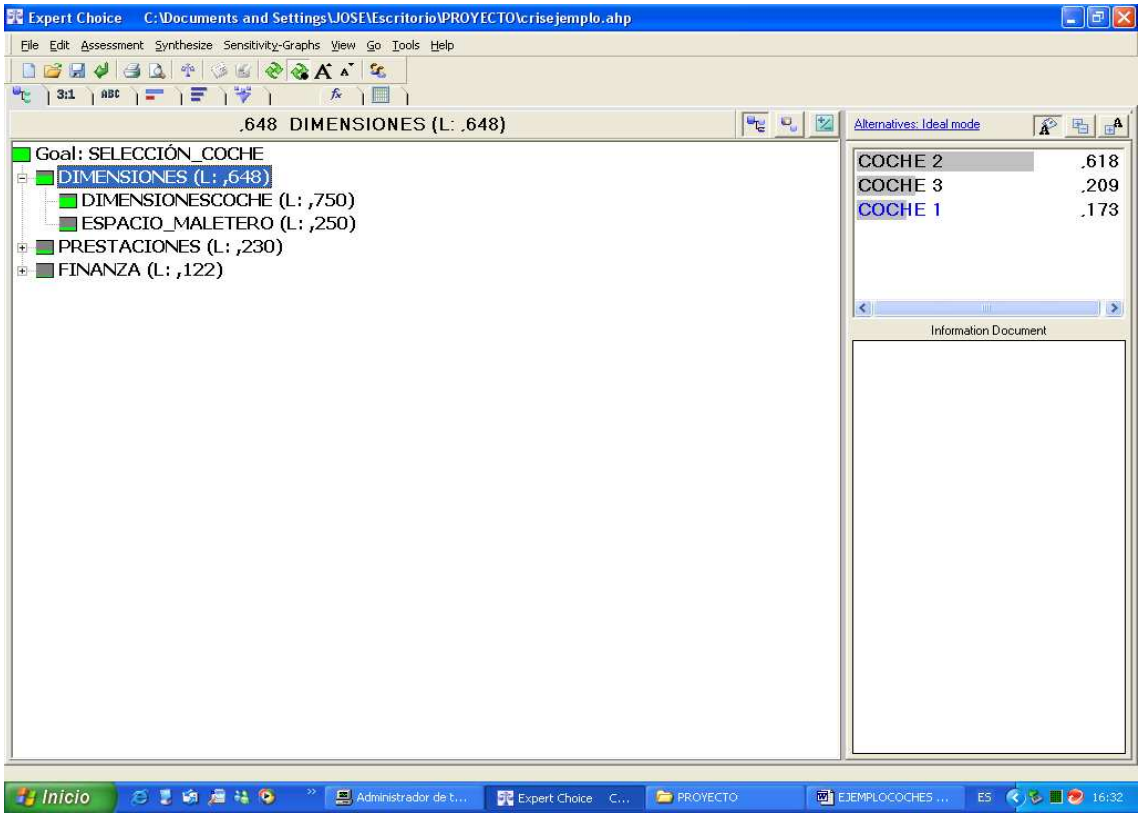

Figura Anexo I.7. Prioridades globales de las alternativas mediante el software "Expert Choice"

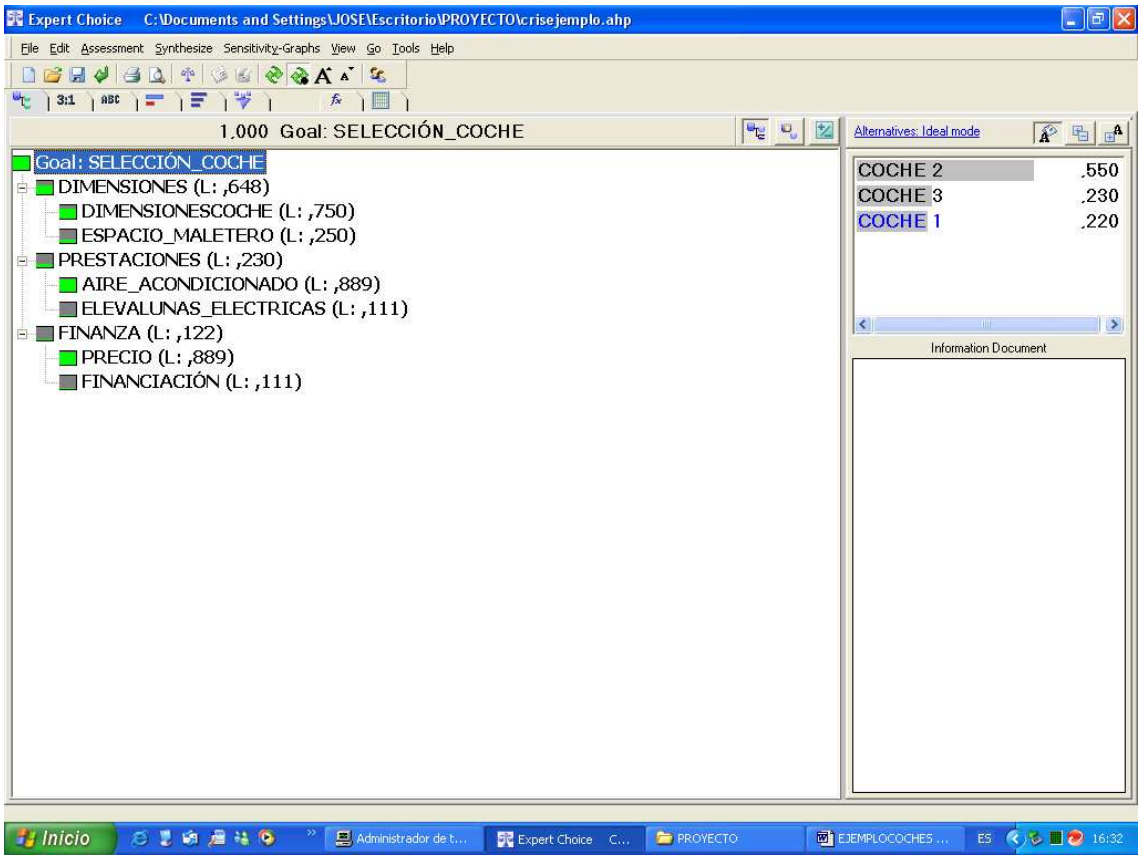

Figura Anexo I.8. Prioridades totales de las alternativas mediante el software "Expert Choice"

ANEXO II: LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN Y SOFTWARE "LINGO"

1. SOFTWARE "Lingo". LENGUAJE DE MODELACIÓN MATEMÁTICA.

Para el desarrollo de pruebas del sistema se utiliza LINGO (**L**inear, **IN**teractive and **G**eneral **O**ptimizer), siendo éste un lenguaje de modelación matemática, que provee un entorno en el cuál se puede desarrollar, ejecutar y modificar modelos matemáticos.

LINGO es una herramienta fácil de utilizar para desarrollar grandes modelos de optimización lineal y no lineal.

A continuación se explica detalladamente y con ejemplos sencillos este lenguaje de modelación.

1.1. Entorno de Desarrollo de modelos en el software LINGO

1.1.1. Conjuntos (SETS)

Generalmente los grandes modelos requieren expresar grandes grupos de restricciones, las cuales mantienen una estructura similar. Dada esta característica, LINGO permite definirlas como conjuntos (SET) de

información y realizar las operaciones de una manera más eficiente, ya que los SETS permiten definir y trabajar con grupos de elementos que necesitan ser ejecutados de formas similares. Estos mismos elementos pueden incluso ser otros conjuntos. Los SETS son el fundamento del Lenguaje de Modelación de LINGO.

Con una definición de conjuntos se puede escribir una serie de restricciones similares en una sentencia simple y expresar formulaciones largas y complejas consistentemente. Esto permite expresar los modelos mas grandes muy rápidamente, y de una forma más fácil de leer y entender.

La sección de conjuntos comienza con la palabra clave **"SETS:"** (incluyendo los dos puntos) y termina con la palabra **"ENDSETS".**

Un modelo puede, no tener la sección de conjuntos, una sola o múltiples secciones, pudiendo aparecer éstas en cualquier lugar del modelo. La única restricción es que se debe definir cualquier conjunto y sus atributos antes de que los mismos sean referenciados en las restricciones del modelo, siendo un atributo, alguna propiedad que cada uno de los miembros del conjunto posee.

Los SETS (conjuntos) son simplemente grupos de objetos seleccionados. Un SET puede ser una lista de productos, tareas, etc. Cada elemento del conjunto puede tener una o más características asociadas con éste. Se llamarán a éstas características atributos. Por ejemplo, un SET de producto puede tener un atributo que lista el precio de cada producto.

Los SETS (conjuntos), se pueden esquematizar en varios tipos:

Primitivos

Derivados { Densos
No Densos { Lista Explícita
Filtros

Conjunto Primitivo: son los objetos fundamentales en un modelo y no pueden ser "desmenuzados" en componentes más pequeños.

La definición de un conjunto primitivo requiere: el nombre del conjunto, sus miembros (elementos pertenecientes al conjunto), y

opcionalmente, cualquier atributo que los miembros del conjunto puedan tener.

La sintaxis sería la siguiente:

nombre_conjunto / lista_miembros / [:lista_atributos]

Conjunto Derivado Denso: son creados a partir de otros conjuntos (uno o más de otros conjuntos). Estos conjuntos componentes son referenciados como los padres del conjunto derivado y pueden ser primitivos o derivados.

Para definir un conjunto derivado se requiere el nombre del conjunto, sus conjuntos padres, y opcionalmente sus miembros y/o cualquier atributo que los miembros del conjunto posean.

Se tendría la siguiente sintaxis:

nombre_conjunto (Lista_conjuntos_padres)
[/especificaciones_lista_miembros/] [: lista_atributos];

Conjunto Derivado No Denso: Usando una Lista de Miembros Explícita, su sintaxis correspondería a la siguiente:

nombre_conjunto (Lista_conjuntos_padres)
[/especificaciones_lista_miembros/] [: lista_atributos];

Conjunto Derivado No Denso : Usando un Filtro de Miembros

Permite definir una lista de miembros derivada del conjunto, involucrando.la especificación de una condición lógica que cada miembro potencial del conjunto debe satisfacer para su inclusión en el conjunto.

Suponiendo que se tiene un conjunto llamado CAMIONES y cada camión tiene un atributo llamado CAPACIDAD. Además, se desea generar un subconjunto solamente de aquellos camiones que son capaces de transportar grandes cargas.

Se podría usar una lista de miembros explícita, e ingresar cada uno de los camiones que pueden transportar grandes cargas, sin embargo se puede usar un filtro de miembros.

CAMIONES_PESADOS (CAMIONES) | CAPACIDAD (&1) #GT# 50000;

El conjunto CAMIONES_PESADOS ha sido derivado del conjunto padre CAMIONES. La barra vertical "|" es usada para marcar el inicio de un filtro de miembros (Ver ejemplo en LINGO).

Los operadores lógicos reconocidos por LINGO incluyen:

#EQ#	Igual
#NE#	No igual
#GE#	Mayor que o igual a
#NE#	Menor que
#NE#	Menor que o igual a

El filtro de miembros permite solo aquellos camiones que tienen una capacidad de carga (CAPACIDAD (&1)) mayor que (#GT) 50,000 en el conjunto CAMIONES_PESADOS.

El símbolo &1 en el filtro es conocido como un ubicador de índice del conjunto.

El primer conjunto primitivo padre es colocado en &1, el segundo en &2 y así. En este ejemplo solo se tiene un conjunto padre, de modo que &2 no tiene sentido.

1.1.Desarrollo de un modelo en el entorno "Lingo"

A continuación se detalla el desarrollo de un modelo en LINGO con un ejemplo, el cuál ilustra el uso del SET derivado, las sentencias @SUM y @FOR con filtros.

1.1.2. Problema Ejemplo

PROBLEMA: MODELO DE ASIGNACIÓN DE PROYECTO

Una compañía dispone de 35 millones para distribuirlos el próximo año entre sus sucursales (A, B, C). Debido a compromisos de la estabilidad, el nivel de empleados y por otras razones la compañía ha establecido un nivel mínimo de asignación de fondos para cada sucursal. Estos fondos mínimos son de 8, 10 y 15 millones de euros respectivamente. Debido a la naturaleza de su operación, la sucursal B no puede utilizar más de 20

millones de euros. Cada sucursal tiene la oportunidad de dirigir distintos proyectos con los fondos que recibe. Para cada proyecto se ha establecido una tasa de inversión. Por otra parte, algunos de los proyectos permiten solo una inversión limitada. A continuación se dan los datos para cada proyecto

Sucursal	**Proyecto**	**Tasa de Inversión (%)**	**Inversión Máxima**
A	1	8	10
	2	6	5
	3	7	9
B	1	5	7
	2	8	10
	3	9	4
C	1	10	6
	2	6	12
	3	15	6

En una primera etapa, formulamos algebraicamente el problema:

Definimos las variables a utilizar:

$X_{(i,j)}$ = Cantidad asignada a la sucursal *i* para el proyecto *j*.

Definición de parámetros:

$Mínimo_{(i)}$ = Nivel mínimo de asignación de fondos para la sucursal *i*.
$Máximo_{(i)}$ = Nivel máximo de asignación de fondos para la sucursal *i*.
$InvMaxima_{(i,j)}$ = Inversión máxima en la sucursal *i* para el proyecto *j*.
Presupuesto Total = Presupuesto total disponible.
$Tasa_{(i,j)}$ = Tasa de rentabilidad del proyecto *j* en la sucursal *j*.

Restricción de uso mínimo de presupuesto por sucursal.

$$\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \geq Mínimo_{(i)} \qquad \forall i = 1,2,3$$

Restricción de uso máximo de presupuesto por sucursal.

$$\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \leq Máximo_{(i)} \qquad \forall i = 2 \qquad (Solo \quad para \quad B)$$

Restricción de inversión máxima por proyecto en cada sucursal.

$$X_{(i,j)} \leq InvMaxima_{(i,j)} \qquad \forall i = 1,2,3; \quad \forall j = 1,2,3$$

Restricción de presupuesto disponible.

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \leq \text{PresupuestoTotal}$$

Función Objetivo

$$MAX = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} Tasa_{(i,j)} * X_{(i,j)}$$

A partir del modelo algebraico, describimos como son los elementos que van a participar en el modelo:

(*i*) = Índice de sucursal.
(*j*) = Índice de proyectos.

Mínimo (*i*) = Nivel mínimo de asignación de fondos para la sucursal *i*.
Máximo (*i*) = Nivel máximo de asignación de fondos para la sucursal *i*.
InvMaxima (*i,j*) = Inversión máxima en la sucursal *i* para el proyecto *j*.
PresupuestoTotal = Presupuesto total disponible.
TasaRentabilidad(*i,j*) = Tasa de rentabilidad del proyecto *i* en la sucursal *j*.

$X_{(i,j)}$ = Cantidad asignada a la sucursal *i* para el proyecto *j*.

El paso siguiente es plantear la estructura SET, la cuál es la parte más importante a la hora de modelar nuestro problema, como se ha dicho anterioremente:

Como se puede observar, Sucursal(i), no depende de ningún elemento superior, por lo tanto es un elemento básico, que se define como un conjunto primitivo, para nuestro ejemplo lo llamaremos el set SUCURSAL definido por extensión (A, B, C).

```
SETS:
SUCURSAL / A, B, C/:;
ENDSETS
```

Proyecto (j), no depende de ningún elemento superior, por lo tanto es un elemento básico, que se define como un conjunto primitivo, para nuestro ejemplo lo llamaremos el set PROYECTO, compuesto por tres proyectos:

```
SETS:
SUCURSAL / A, B, C/:;
PROYECTO / 1..3/:;
ENDSETS
```

Los elementos Tasa, Inv. Máxima y $X_{(i,j)}$ dependen de los elementos Sucursal (i) y Proyecto (j) (definidos anteriormente como conjuntos), por lo tanto es necesario crear una estructura de un set derivado que permita enlazar ambos conjuntos; en este ejemplo se llamará el set SUCURSAL_PROYECTO, compuesto por los conjuntos SUCURSAL y PROYECTO, y se definirá como un conjunto derivado denso.

Así mismo los elementos Tasa, Innv. Máxima y $X_{(i,j),}$ serán atributos del conjunto derivado SUCURSAL_PROYECTO, y se definirán como TASA, INVMAXIMA y ASIGNACION.

```
SETS:
SUCURSAL / A, B, C/:;
PROYECTO / 1..3/:;
SUCURSAL_PROYECTO (SUCURSAL,PROYECTO): TASA, INVMAXIMA, ASIGNACION;
ENDSETS
```

Los elementos mínimo y máximo dependen solo del elemento Sucursal (i), por lo tanto serán llamados atributos del conjunto primitivo SUCURSAL, y los definiremos como MINIMO y MÁXIMO. Finalmente la sección SETS quedará de la siguiente manera:

```
SETS:
SUCURSAL / A, B, C/:MINIMO, MAXIMO;
PROYECTO / 1..3/:;

SUCURSAL_PROYECTO (SUCURSAL, PROYECTO): TASA, INVMAXIMA, ASIGNACION;)
```

```
ENDSETS
```

Una vez definido la sección de conjuntso SETs, definimos a continuación la sección DATA:

Observando que Presupuesto es un parámetro aislado y no depende de ningún elemento, se puede deducir que no es necesario definirlo en la sección SETS, directamente es definido en la sección data.

```
DATA:
PRESUPUESTO = 35;
ENDDATA
```

Los atributos MINIMO, MAXIMO, INVMAXIMA y TASA definidos anteriormente en la secciona SETS, son atributos definidos para la lectura de parámetros, en cambio ASIGNACION es un atributo que se comporta como variable, por lo tanto este último no será definido en la sección DATA. Finalmente la sección DATA quedará de la siguiente manera:

```
DATA:

PRESUPUESTO = 35;
MINIMO = 8, 10, 15;
MAXIMO = 0, 20, 0;

INVMAXIMA =   8, 6, 7,
              5, 8, 9,
              10, 6, 15;

TASA =  0.08, 0.06, 0.07,
        0.05, 0.08, 0.09;
        0.1, 0.06, 0.15;

ENDDATA
```

Observación: Para la lectura del atributo MAXIMO, solo para la segunda sucursal existe límite máximo, para las otras que tienen cero, se debe asumir que no existe límite máximo, en la implementación de las restricciones se tratará este caso con filtros.

Se observa que cada una de las 3 sucursales tiene un valor asignado de inversión MINIMO y MAXIMO, y cada una de las 9 combinaciones posibles de SUCURSAL y PROYECTO, es decir

SUCURSAL_PROYECTO, tiene una inversión máxima INVMAXIMA y una TASA asociada. La sección DATA no contiene valores para el atributo ASIGNACION, esto es porque ASIGNACION representa las variables de decisión en el modelo, esto será determinado por LINGO.

Ahora nos fijamos en la estructura de las restricciones, para a continuación modelarlas para poder implantarlas en LINGO.

Función Objetivo:

Formulación Matemática:

$$MAX = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} Tasa_{(i,j)} * X_{(i,j)}$$

Formulación en LINGO:

MAX = @SUM (SUCURSAL_PROYECTO : TASA * ASIGNACION);

La función de @SUM es usada para alcanzar todos los miembros del SET derivado SUCURSAL_PROYECTO.

Ecuación Generada:

```
MAX      .08 ASIGNACION( A, 1)   +  .06 ASIGNACION   (A, 2)
   +  .07  ASIGNACION ( A, 3)    +  .05 ASIGNACION   (B, 1)
   +  .08  ASIGNACION ( B, 2)    +  .09 ASIGNACION   (B, 3)
   +  .1   ASIGNACION ( C, 1)    +  .06 ASIGNACION   (C, 2)
   +  .15  ASIGNACION ( C, 3)
```

Restricción de uso mínimo de presupuesto por sucursal.

Formulación Matemática:

$$\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \geq Mínimo_{(i)} \qquad \forall i = 1,2,3$$

Formulación en LINGO:

```
@FOR ( SUCURSAL (I):
  @SUM ( PROYECTO (J):
```

ASIGNACION (I,J)) >= MINIMO (I));

Para cada SUCURSAL I, la suma de las cantidades asignadas a cada SUCURSAL I asociadas al PROYECTO J, en la variable ASIGNACION (I,J), debe ser mayor o igual que el MINIMO de nivel de asignación de fondos de la SUCURSAL I.

A continuación mostramos las ecuaciones que generaría LINGO para estas restricciones:

ASIGNACION (A, 1) + ASIGNACION (A, 2)
+ ASIGNACION (A, 3) >= 8

ASIGNACION (B, 1) + ASIGNACION (B, 2)
+ ASIGNACION (B, 3) >= 10

ASIGNACION (C, 1) + ASIGNACION (C, 2)
+ ASIGNACION (C, 3) >= 15

Restricción de uso máximo presupuesto por sucursal.

Formulación Matemática:

$$\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \leq Máximo_{(i)} \qquad \forall i = 2 \quad (Solo \;\; para \;\; B)$$

@FOR (SUCURSAL (I) | MAXIMO (I) #NE# 0:
@SUM (PROYECTO (J):
ASIGNACION (I,J) <= MAXIMO (I));

Para cada SUCURSAL I, donde su valor de atributo nivel MAXIMO sea distinto de cero, la suma de las cantidades asignadas a cada SUCURSAL I asociadas al PROYECTO J, en la variable ASIGNACION (I,J), debe ser menor o igual que el MAXIMO de nivel de asignación de fondos de la SUCURSAL I.

Ecuación Generada por LINGO para esta restricción:

Solo se genera la ecuación para la sucursal B, que es la única que tiene una restricción de uso máximo de presupuesto de 20 millones. Para las otras sucursales que tienen cero (según la data leía en la sección DATA), se debe asumir que no existe restricción de límite máximo.

ASIGNACION (B, 1) + ASIGNACION (B, 2)
+ ASIGNACION (B, 3) <= 20

Restricción de inversión máxima por proyecto en cada sucursal.

Formulación Matemática:

$$X_{(i,j)} \leq InvMaxima_{(i,j)} \qquad \forall i = 1,2,3; \quad \forall j = 1,2,3$$

Formulación en LINGO:

@FOR (SUCURSAL_PROYECTO (I,J):
ASIGNACION (I,J)) <= INVMAXIMA(I,J));

Para cada SUCURSAL I, y PROYECTO J, las cantidades asignadas a cada SUCURSAL I asociadas al PROYECTO J, en la variable ASIGNACION (I,J), debe ser menor o igual a la inversión máxima INVMAXIMA para la SUCURSAL I en el PROYECTO J.

Ecuación Generada por LINGO para esta restricción:

ASIGNACION (A, 1) <= 8
ASIGNACION (A, 2) <= 6
ASIGNACION (A, 3) <= 7
ASIGNACION (B, 1) <= 5
ASIGNACION (B, 2) <= 8
ASIGNACION (CB, 3) <= 9
ASIGNACION (C, 1) <= 0
ASIGNACION (C, 2) <= 6
ASIGNACION (C, 3) <= 15

Restricción de presupuesto disponible.

Formulación Matemática:

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} X_{(i,j)} \leq \text{PresupuestoTotal}$$

Formulación en LINGO:

```
@SUM ( SUCURSAL_PROYECTO ( I,J ):
   ASIGNACION ( I,J)        <=       PRESUPUESTO;
```

La suma de las cantidades asignadas a cada SUCURSAL I asociadas al PROYECTO J, en la variable ASIGNACION (I,J), debe ser menor o igual que el presupuesto total PRESUPUESTOI.

Ecuaciones generadas por LINGO para esta restricción:

```
ASIGNACION ( A, 1)    +ASIGNACION (A, 2)
+ASIGNACION ( A, 3)  +ASIGNACION(B, 1)
+ASIGNACION ( B, 2)  +ASIGNACION(B, 3)
+ASIGNACION ( C, 1)  +ASIGNACION(C, 2)
+ASIGNACION ( C, 3)  <=     35
```

1.2.El Modelo llevado al entorno "Lingo"

Al iniciar LINGO, éste abre una ventana en blanco conocida como la ventana del modelo, en la cuál escribiremos nuestro modelo en el lenguaje de LINGO, anteriormente explicado detalladamente.

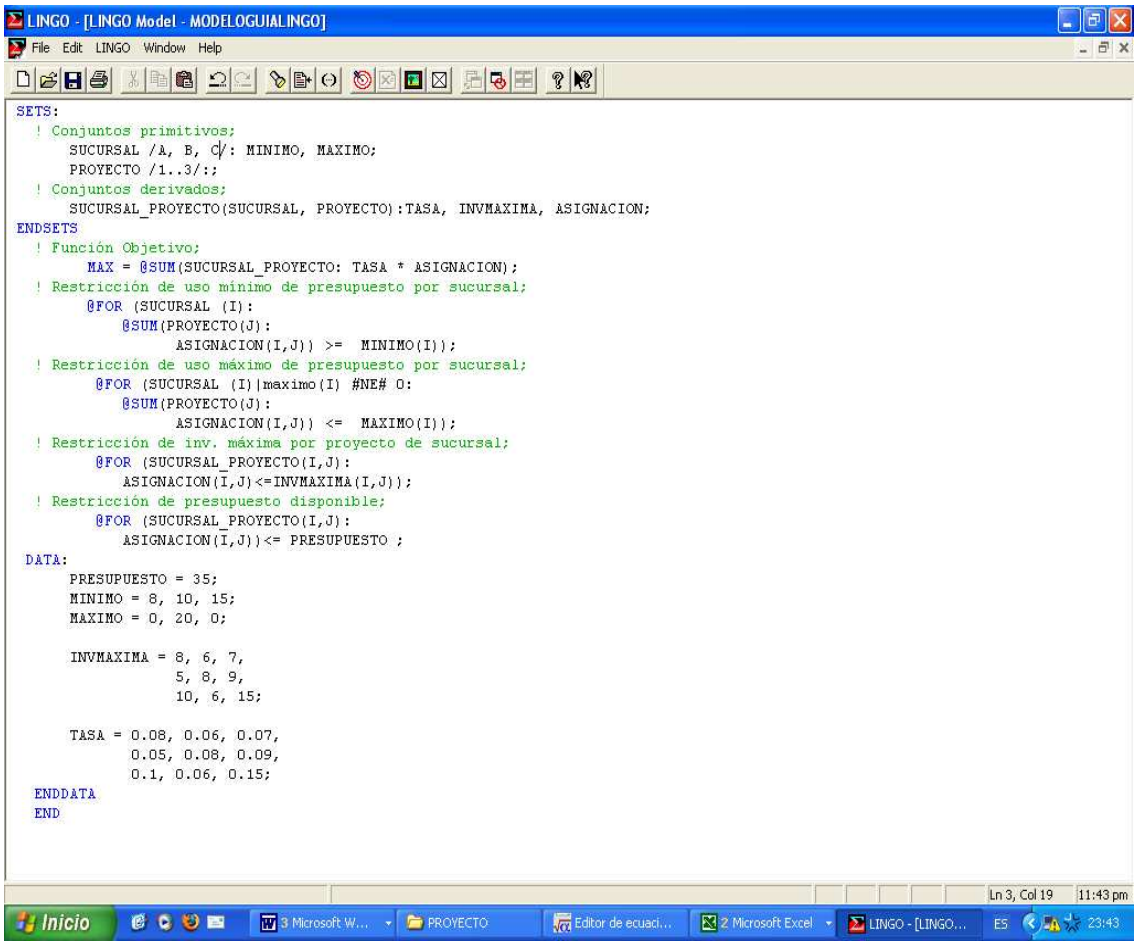

Figura Anexo II.1. Software "Lingo".Ventana del modelo.

Para resolver este modelo en LINGO para Windows se escoge solve del menú Lingo, y posteriormente hacemos un clic en el botón *bull*ubicada en la barra de herramientas.

La ventana "Solver Status":

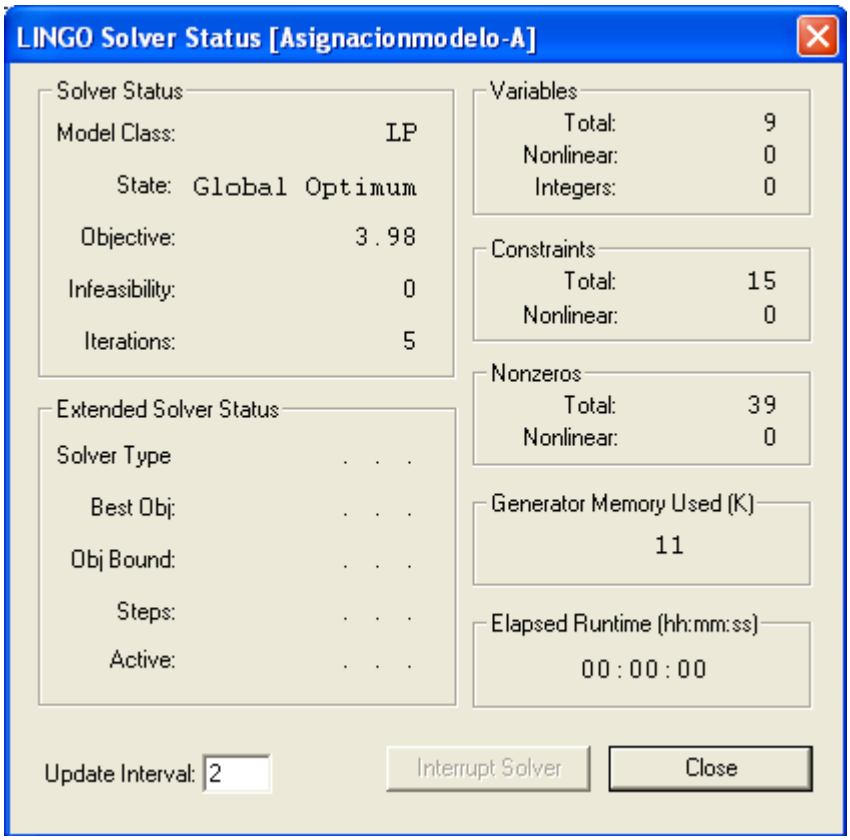

Figura Anexo II.2. Software "Lingo".Ventana "solves"del modelo.

State: Da el estado de la solución actual, los posibles estados, son:

"Global Optimum"
"Local Optimum"
"Feasible"
"Infeasible"
"Unbounded"
"Undetermined".

Iterations: Número de iteraciones realizadas.
Infeasibility: Cantidad por la cual las restricciones son violadas.
Objective: Valor actual de la función objetivo.
Best IP: Valor objetivo de la mejor solución entera encontrada.
IP Bound: Cota teórica de la función objetivo para modelos de programación entera.

La solución aparece abajo:

Global optimal solution found at iteration: 5
Objective value: 3.980000

Cost	*Variable*	*Value Reduced*
PRESUPUESTO	35.00000	0.000000
MINIMO(A)	8.000000	0.000000
MINIMO(B)	10.00000	0.000000
MINIMO(C)	15.00000	0.000000
MAXIMO(A)	0.000000	0.000000
MAXIMO(B)	20.00000	0.000000
MAXIMO(C)	0.000000	0.000000
TASA(A, 1)	0.8000000E-01	0.000000
TASA(A, 2	0.6000000E-01	0.000000
TASA(A, 3)	0.7000000E-01	0.000000
TASA(B, 1)	0.5000000E-01	0.000000
TASA(B, 2)	0.8000000E-01	0.000000
TASA(B, 3)	0.9000000E-01	0.000000
TASA(C, 1)	0.1000000	0.000000
TASA(C, 2)	0.6000000E-01	0.000000
TASA(C, 3)	0.1500000	0.000000
INVMAXIMA(A, 1)	8.000000	0.000000
INVMAXIMA(A, 2)	6.000000	0.000000
INVMAXIMA(A, 3)	7.000000	0.000000
INVMAXIMA(B, 1)	5.000000	0.000000
INVMAXIMA(B, 2)	8.000000	0.000000
INVMAXIMA(B, 3)	9.000000	0.000000
INVMAXIMA(C, 1)	10.00000	0.000000
INVMAXIMA(C, 2)	6.000000	0.000000
INVMAXIMA(C, 3)	15.00000	0.000000
ASIGNACION(A, 1)	8.000000	0.000000
ASIGNACION(A, 2)	0.000000	0.2000000E-01
ASIGNACION(A, 3)	0.000000	0.1000000E-01
ASIGNACION(B, 1)	0.000000	0.3000000E-01
ASIGNACION(B, 2)	1.000000	0.000000
ASIGNACION(B, 3)	9.000000	0.000000
ASIGNACION(C, 1)	2.000000	0.000000
ASIGNACION(C, 2)	0.000000	0.4000000E-01
ASIGNACION(C, 3)	15.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	3.980000	1.000000
2	0.000000	-0.2000000E-01
3	0.000000	-0.2000000E-01
4	2.000000	0.000000
5	10.00000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	6.000000	0.000000
8	7.000000	0.000000
9	5.000000	0.000000
10	7.000000	0.000000
11	0.000000	0.1000000E-01
12	8.000000	0.000000
13	6.000000	0.000000
14	0.000000	0.5000000E-01
15	0.000000	0.1000000

El valor objetivo, en la parte superior del informe, nos dice que la máxima rentabilidad es 3.98 millones de euros.

El resultado nos da la asignación total de los recursos financieros, en el atributo ASIGNACION. El valor de ASIGNACION (A 1), por ejemplo es 8. Esto significa que la cantidad de dinero asignado a la sucursal A para el proyecto 1 deberá ser 8 millones de euros. Para ver la solución de sólo este atributo en LINGO, se escoge la opción "solution" del menú "Lingo" y se introduce el nombre del atributo "ASIGNACION" en el cuadro de diálogo. También se puede seleccionar el siguiente icono:

Y aparecerá la siguiente ventana:

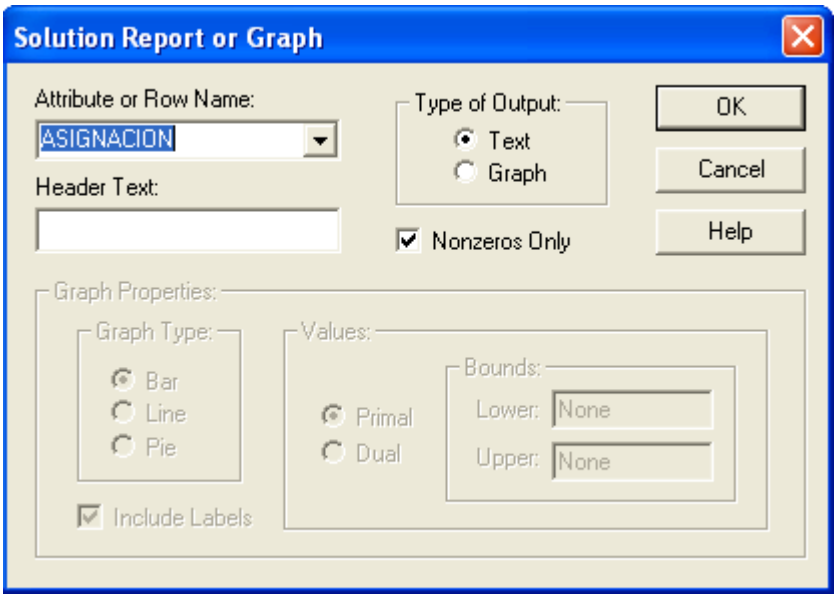

Figura Anexo II.3. Software "Lingo".Ventana "solution"del modelo.

Se puede activar la opción que le permite mostrar solo los valores distintos de cero, y hacemos un click en OK. De esta manera, Lingo mostrará sólo los valores de las variables ASIGNACION distintos de cero, como se muestra abajo.

Variable	Value	Reduced Cost
ASIGNACION(A, 1)	8.000000	0.000000
ASIGNACION(B, 2)	1.000000	0.000000
ASIGNACION(B, 3)	9.000000	0.000000
ASIGNACION(C, 1)	2.000000	0.000000
ASIGNACION(C, 3)	15.00000	0.000000

ANEXO III: DIAGRAMAS DE FLUJO CORRESPONDIENTES AL "SOFTWARE" "LINGO"

Como ya se ha explicado en el capítulo anterior, el *software* a utilizar para implantar estos modelos es el Lingo. Así que en primer lugar se mostrará un diagrama de flujo del programa para mostrar, en líneas generales el funcionamiento del mismo al implantar en él los tres modelos.

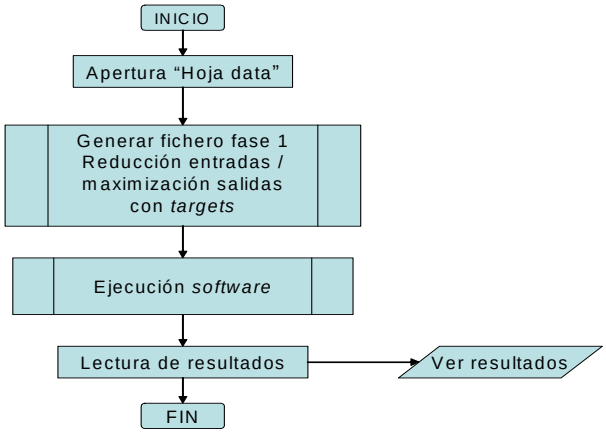

Figura Anexo III.1. Diagrama de flujo de la primera fase del modelo.

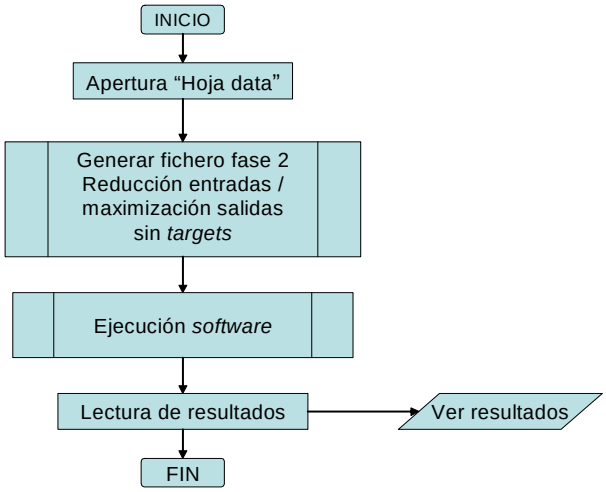

Figura Anexo III.2. Diagrama de flujo de la segunda fase del modelo.

Tras ver cómo sería el software en líneas generales, se muestran a continuación algunas funciones que se han considerado de mayor relevancia.

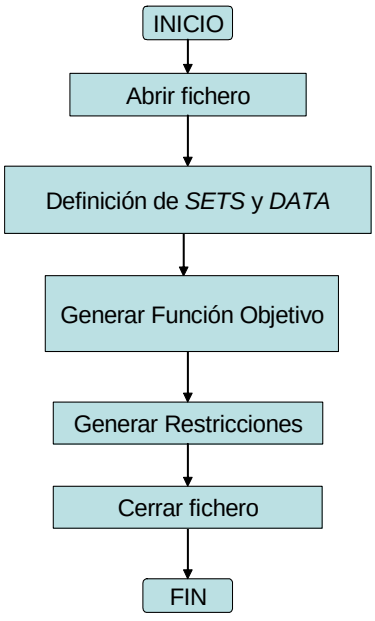

Figura Anexo III.3. Diagrama de flujo "Generar Fichero"

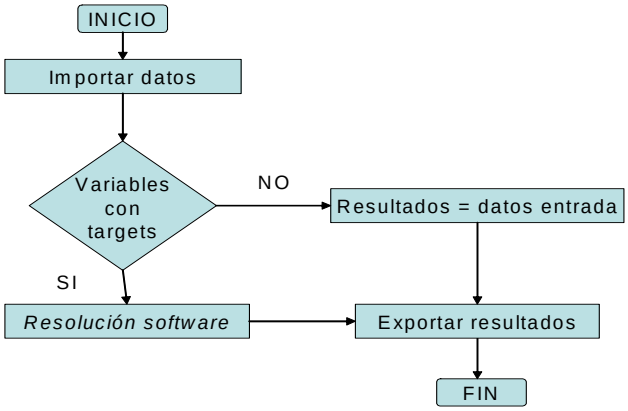

Figura Anexo III.4. Diagrama de flujo "Software Fase I"

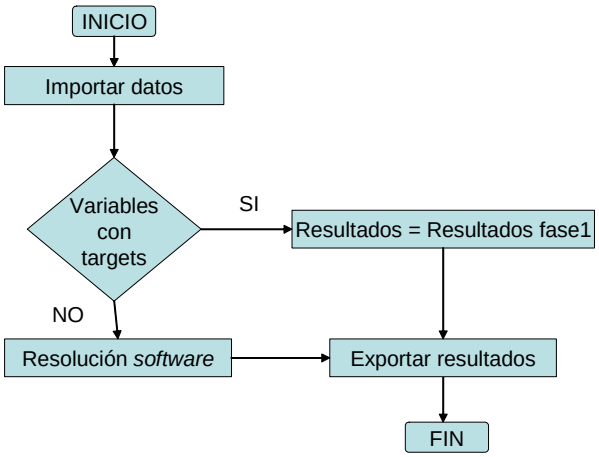

Figura Anexo III.5. Diagrama de flujo "Software Fase II

Este diagrama de flujo sería idéntico para los tres modelos, ya que las diferencias entre ellos residen en las distintas restricciones a insertar en cada modelo, no en el funcionamiento del programa

ANEXO IV: RESOLUCIÓN DEL MODELO DEA CENTRALIZADO CON ESTABLECIMIENTO DE OBJETIVOS PARCIALES A ALCANZAR, MEDIANTE EL "SOFTWARE" LINGO.

1. Modelo DEA Centralizado con Objetivos Tecnológicamente Alcanzables.

1.1. Fase I: Optimización de las variables con "targets" establecidos.

La aplicación parte de un fichero Excel que contiene los valores iniciales de las entradas y salidas, y sus valores *targets* (los impuestos por las sucursales para determinadas variables). Lingo importa ese fichero Excel de valores iniciales y exporta, a su vez, la solución de esta primera fase, que sería, los datos iniciales a importar por la segunda fase del modelo, tal y como veremos mas adelante.

A continuación escribimos el modelo explicado, en el lenguaje de programación Lingo:

```
SETS:

! conjuntos primitivos;
BANCO/1..24/:;
RECURSO/1,2/: PRESUPUESTO_TOTAL;
GANANCIA/1,2,3/:;

!conjuntos derivados;
TARGETS(BANCO)/1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,2
2,23,24/:;
BANCO_TARGETS(BANCO, TARGETS):LANDAR;
```