

# Capítulo 1

## Introducción

La interacción fluido-estructura es un problema muy interesante para la ingeniería ya que explica muchos fenómenos de inestabilidades como flameo de alas de avión, el colapso del puente de Tacoma o las vibraciones violenta que experimenta una manguera de jardín cuando descarga gran cantidad de agua. Estos problemas, bien conocidos por todos, tienen una característica común y es que para modelarlos se requieren ecuaciones no lineales aunque si se puede predecir la inestabilidad de las ecuaciones linealizadas, en las que aparece un autovalor con parte real positiva. En este trabajo nos vamos a centrar en «el problema de la manguera», en particular, en el efecto de la gravedad sobre la inestabilidad y del comportamiento postcrítico. El problema de inestabilidad en conductos ha sido ampliamente estudiado, aparentemente desde 1963. Benjamin [1],[2], aunque no contemplara un sistema continuo sino dos tuberías articuladas, se puede considerar que resolvió un primer problema análogo que exhibe el mismo comportamiento. 3 años más tarde, W. Roth [3] establece las ecuaciones para multitud de casos desde tuberías de sección variable hasta conductos apoyados en un lecho elástico. Estas ecuaciones están planteadas en desplazamientos transversales y están restringidas a cálculos ligeramente no lineales. Posteriormente, otros autores establecen de nuevo las ecuaciones y posteriormente Semler realizó una comparativa [4] rechazando algunas de ellas. En éste último trabajo se discuten las formas de obtener las ecuaciones, por Newton o por Lagrange, así como las coordenadas y la condición de inextensibilidad para considerar solo flexión. Trabajos anteriores y referenciados por [4] habían perseguido diversos objetivos entre los que cabe citar los trabajos de Sethna [5], [6], en los que se determina las condiciones para la aparición de la inestabilidad con un caudal de líquido impuesto y constante en el tiempo, así como el trabajo Herrmann y Rousselet [7] donde se considera qué ocurre bajo una diferencia de presiones impuesta entre la toma y la sección de salida del conducto. En estos trabajos las condiciones de contorno impuestas a la tubería son las que se considerarán también en este trabajo, es decir, las de un extremo empotrado y el otro

libre, siendo este último el correspondiente a la sección de salida del líquido. El estudio de conductos empotrados en los extremos requiere que se permita no solo la flexión sino también deformación a tracción por lo que la condición inextensibilidad tiene que ser cambiada por una ley de comportamiento a tracción. Holmes[8] ha considerado dicha modificación y se obtiene que en este tipo de sistemas no ocurre flameo. Una referencia clásica para este tipo de problemas así como otros concernientes a placas y otros problemas bidimensionales se debe a Paidoussis [9],[10] quien posee una larga experiencia en este campo.

El trabajo que se lleva a cabo aquí está inspirado por el una investigación previa debida a Jensen [11] en la que se estudia cómo forzando la vibración en un conducto empotrado-libre con toma a un depósito, se tiene una bomba sin partes móviles que puede ser especialmente interesante en aplicaciones médicas. El resto de las referencias junto con los consejos de mi tutor me han servido para centrar el tema en la simulación de vibraciones de conductos flexibles bajo la acción de la gravedad determinando las regiones de estabilidad y resolviendo numéricamente las ecuaciones no lineales que determinan su evolución posterior a la aparición de la inestabilidad. Para ello, se ha considerado un prototipo de sistema consistente en un conducto empotrado-libre al que se le impone un caudal de líquido o bien toma éste de un depósito de grandes dimensiones cuya presión a la cota de la sección de entrada al conducto es  $p_0$  y lo descarga a un ambiente a presión  $p_a$  como se muestra en la la figura 1.1. Para simplificar el problema, se supone que el movimiento del conducto siempre tiene lugar dentro de un mismo plano vertical. Asimismo, el conducto se supondrá muy esbelto y prácticamente inextensible, de modo que la deformación a tracción sea despreciable frente a la debida a flexión. También se admitirá una ley de comportamiento en la que el momento flector en cada sección es proporcional a la curvatura de la línea media del conducto en dicha sección. El modelo usado en este trabajo puede, por tanto, deducirse de las conocidas ecuaciones de Kirchoff despreciando en ellas los efectos de la deformación de la sección debida a los esfuerzos cortantes (conducto muy esbelto) y de los torsos que aparecen cuando la línea media del conducto deja de estar en un plano. Actualmente, se está utilizando con mayor frecuencias modelos de Kirchoff para resolver problemas no lineales en la interacción fluido estructura, como nos muestra un reciente artículo de Goriely [12] quien ha aplicado este tipo de modelos al problema de flameo en conductos.

En el capítulo 2 se obtienen las ecuaciones generales que gobiernan la dinámica del sistema. Las ecuaciones del movimiento se obtienen aplicando un balance de fuerzas y momentos a una rebanada del conducto y se definen los parámetros y variables adimensionales de los que depende el sistema. Seguidamente se particularizan las ecuaciones para el caso de un conducto empotrado-libre y se discretizan usando diferencias finitas y la regla del punto medio y se proyectan sobre un espacio adecuado de funciones de

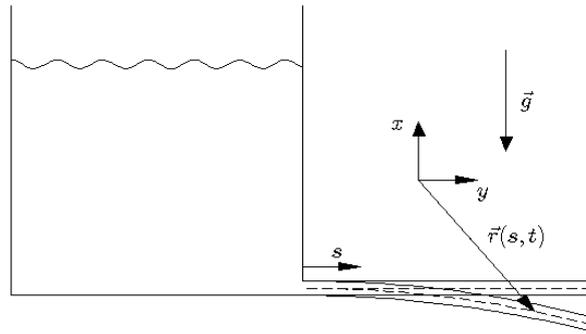


FIGURA 1.1: Sistema.

forma que cumplan las condiciones de contorno. En este capítulo se obtienen también las ecuaciones linealizadas que se usarán para determinar las regiones de estabilidad y se explica cómo se obtienen las formas de equilibrio alrededor de las que se lleva a cabo la linealización. Finalmente, se aplica un balance de energía en un volumen de control que contiene al sistema completo obteniéndose así la ecuación de la energía que permite analizar la transferencia de energía líquido-conducto durante la evolución del sistema.

En el capítulo 3 se estudia el caso de un conducto cuya indeformada (configuración del conducto en ausencia de solicitaciones externas, ya sean éstas debidas a la gravedad o al flujo) es horizontal. En primer lugar, se calcula la solución de equilibrio cuando el sistema líquido-conducto se encuentra bajo la acción de la gravedad y posteriormente se realiza un análisis de estabilidad lineal de dichas soluciones, comparándose los resultados para los casos flujo impuesto y de diferencia de presión impuesta, respectivamente. Se obtiene el diagrama de Argand que ilustra cómo el sistema se vuelve inestable. Se obtienen también las regiones de estabilidad lineal y posteriormente se caracteriza el comportamiento postcrítico. El capítulo finaliza con una breve discusión sobre el balance de energía.

En el capítulo 4 se estudia el caso de conducto vertical en ambas posiciones. Se calculan las formas de equilibrio del sistema, rectas en ambos casos, así como una bifurcación de la solución recta en el caso de péndulo invertido. La estabilidad de estas formas se estudian para el caso de flujo impuesto. Las regiones de estabilidad en esta sección son más interesantes que en el capítulo 3 ya que exhiben una mayor diversidad de comportamientos, motivo por el cual se separa en un capítulo aparte.

En el capítulo 5 se expone un breve resumen del trabajo donde se expone la potencia que tiene las variables usadas, así como la validez de los resultados no lineales, en particular el efecto de no truncar los términos no lineales y la idoneidad del método numérico.

En el apéndice A, se dan todas las matrices y vectores que aparecen a lo largo del trabajo.

En el apéndice B, se dan detalles sobre la resolución numérica, teniendo siempre acceso a los ficheros MATLAB adjuntos en el DVD.

---

Es importante que el lector tenga conocimientos en mecánica de fluidos [13] y teoría de vibraciones [14]. Aunque no se requiera para comprender este trabajo, es conveniente conocer teoría de perturbaciones [15] y se recomienda leer el artículo de Thomsen [16]