

Modelos de circuito utilizados

En este capítulo se exponen las características de los modelos de circuito utilizados y las ecuaciones utilizadas para abordar el problema de la determinación de los parámetros del modelo de circuito de los motores de inducción.

2.1. Elección del modelo

El modelo de circuito de un motor de inducción trata de representar, de forma simplificada, los fenómenos que suceden en su interior. La potencia de una fuente sinusoidal es suministrada al devanado trifásico del estator. Este devanado establece un flujo que se acopla con el del devanado del rotor. El flujo cíclico mutuo atraviesa un material ferromagnético que da origen a pérdidas por corrientes parásitas y por histéresis. No todo el flujo establecido por el devanado estatórico necesariamente enlaza al devanado secundario, existiendo una reactancia de fuga. Cualquier corriente que fluye en el devanado rotórico, actúa para oponerse a cambios en el flujo mutuo generado por el devanado estatórico, lo que requiere la existencia de un balance de fuerza magnetomotriz. Además existe un movimiento relativo entre los devanados estatórico y rotórico, y el devanado rotórico tiene sus terminales en cortocircuito. Mediante un modelo de circuito relativamente simple se intenta representar el comportamiento de todos estos fenómenos físicos que suceden en el interior de un motor de inducción.

La elección del modelo de circuito depende del objetivo del estudio. Por ejemplo, cuando son de interés las características del arranque es necesario usar un modelo de rotor de doble jaula. Por otro lado, cuando interesan las características desde la velocidad de sincronismo hasta la velocidad máxima, un modelo de jaula simple normalmente es suficiente. Los parámetros del modelo de circuito de un motor de inducción, (de un modelo de jaula simple), se determinan normalmente mediante ensayos como la medida de la resistencia del estator, pruebas de funcionamiento en vacío y de rotor bloqueado.

El modelo de circuito de un motor de inducción más comúnmente usado, el de jaula simple, (Figura 2.1), consta de siete parámetros. Este modelo de circuito puede reproducir las características de un motor desde la velocidad de

funcionamiento nominal hasta la velocidad de par máximo pero proporciona resultados con un mayor nivel de error durante los periodos de arranque y aceleración, es decir, a baja velocidad. Sin embargo, la característica par-deslizamiento, ($M-s$), a bajas velocidades juega un importante papel en el análisis del arranque y la aceleración. Con el fin de obtener mejores resultados en el arranque y a bajas velocidades es necesario considerar un modelo de circuito de doble jaula. En algunos casos puede no existir un solo grupo de parámetros pueda predecir las características de par, intensidad y factor de potencia en todo el rango de velocidades, incluso con un modelo de doble jaula [5].

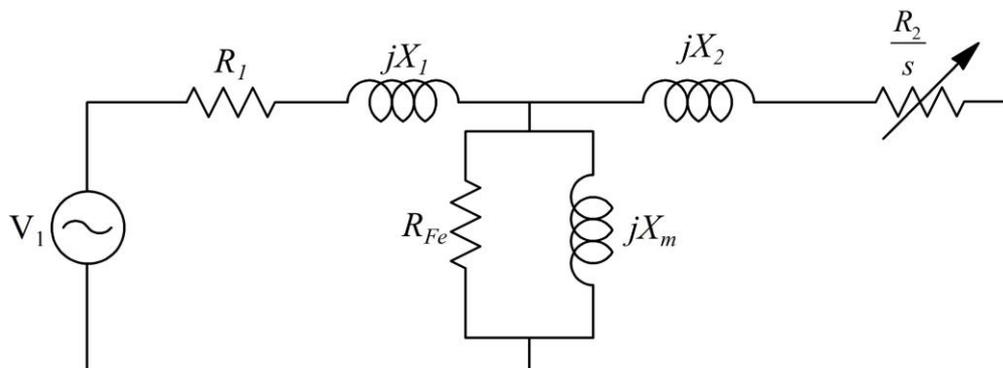


Figura 2.1: Modelo de circuito de jaula simple

Los elementos que componen el modelo de circuito de jaula simple, (Figura 2.1), son:

- Resistencia estática: R_1
- Reactancia estática: X_1
- Resistencia rotórica: R_2
- Reactancia rotórica: X_2
- Resistencia del hierro: R_{Fe}
- Reactancia de magnetización: X_m

En la región normal de operación, la frecuencia de la intensidad rotórica es muy baja y el *IEEE Standards 112* [6] recomienda hacer el ensayo de rotor bloqueado a baja frecuencia. Los parámetros del motor determinados a baja frecuencia no difieren mucho de los valores en corriente continua y pueden utilizarse desde el deslizamiento nominal al deslizamiento de par máximo. Sin embargo, al aumentar el deslizamiento y aumentar la frecuencia eléctrica del rotor, la combinación del flujo a través de las ranuras puede alterar significativamente el valor de los parámetros, especialmente en motores con barras de gran sección en el rotor. También se observa que los parámetros del rotor no son constantes sino dependientes del deslizamiento. El uso de parámetros fijos en el modelo de circuito de jaula simple es la principal razón de que se incremente el nivel de error (o de discrepancia entre simulación y medida) a bajas velocidades o grandes

deslizamientos. Una forma de incorporar los efectos de la frecuencia rotórica a los parámetros del motor, es ajustar sus valores mediante fórmulas empíricas para predecir el par de arranque [7]. Mediante este ajuste, un modelo de circuito de jaula simple puede proporcionar una característica par-velocidad similar a la obtenida mediante un modelo de rotor de doble jaula.

2.2. Modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

Un modelo de circuito de jaula simple como el de la Figura 2.1 puede proporcionar una característica similar de par-velocidad a la de un modelo de doble jaula, cuando los parámetros del rotor, (R_2 y X_2), se ajustan en función del deslizamiento. El modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento utilizado en este trabajo es el que se muestra en la Figura 2.2. El ajuste empírico de los parámetros utilizado es adecuado para motores NEMA de tipo B (diseño equivalente al N de IEC) y se describe en [7].

Para $s > s_{max}$:

$$R_2(s) = (0.5 + 0.5 \sqrt{\frac{s}{s_{max}}}) R_{20} \triangleq f_r(s) R_{20} \quad (2.1)$$

$$X_2(s) = (0.5 + 0.5 \sqrt{\frac{s_{max}}{s}}) X_{20} \triangleq f_x(s) X_{20} \quad (2.2)$$

Para $s < s_{max}$:

$$R_2(s) = R_{20} \quad \text{y} \quad X_2(s) = X_{20} \quad (2.3)$$

En (2.3), R_{20} y X_{20} son la resistencia rotórica y la reactancia de dispersión a baja frecuencia y s_{max} es el deslizamiento de par máximo.

El equivalente Thévenin de la Figura 2.2 se muestra en la Figura 2.3 donde los parámetros, (V_{th} , R_{th} y X_{th}), vienen dados por:

$$V_{th} = \frac{V_1 Z_p}{Z_1 + Z_p} \quad (2.4)$$

$$Z_{th} = \frac{Z_1 Z_p}{Z_1 + Z_p} \triangleq (R_{th} + jX_{th}) \quad (2.5)$$

donde: $Z_1 = (R_1 + jX_1)$ y $Z_p = \frac{R_{Fe} \cdot jX_m}{R_{Fe} + jX_m}$

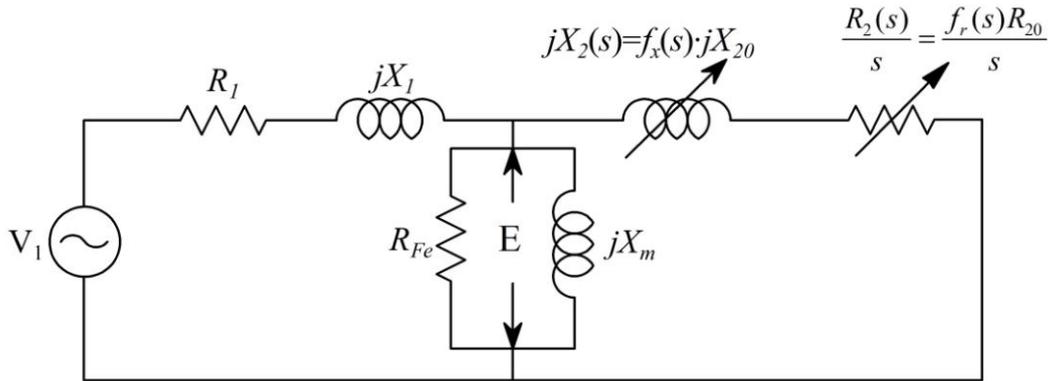


Figura 2.2: Modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

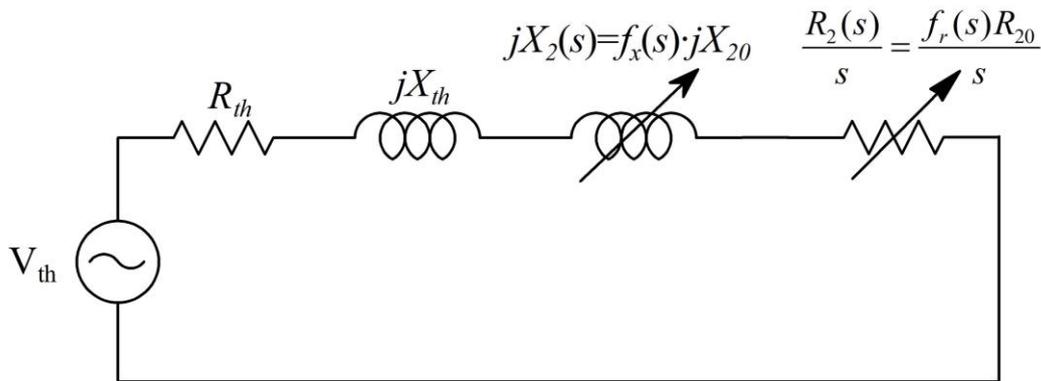


Figura 2.3: Equivalente Thévenin del modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

El valor de s_{max} usado en (2.1) y (2.2) viene dado por:

$$s_{max} = \frac{R_{20}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_{20})^2}} \quad (2.6)$$

La mayoría de los métodos para determinar los parámetros del motor a partir de los datos de catálogo ignoran las pérdidas en el hierro. Esto hace que los resultados de dichos estudios no puedan usarse para calcular el rendimiento del motor y, por tanto, la intensidad y factor de potencia. Sin embargo, la estimación del rendimiento es muy importante en aplicaciones como la gestión de la energía. Un motor de inducción tiene cuatro componentes principales de pérdidas:

- Pérdidas en el hierro, P_{Fe}
- Pérdidas Joule en el estator y en el rotor, P_j
- Pérdidas mecánicas (rozamiento y ventilación), P_{mec}

En general, la suma de P_{Fe} y P_{mec} puede considerarse constante en la región normal de operación, pero P_j depende de la carga. En este trabajo, la suma de P_{Fe} y P_{mec} en la región normal de operación se considera como una constante, (P_{const}) [5]. Primero se determina a plena carga y posteriormente se divide en P_{Fe} y P_{mec} , usando unas constantes predefinidas basadas en la experiencia.

Como se dijo anteriormente, el modelo de circuito de jaula simple tiene seis parámetros independientes cuando se desprecian las pérdidas en el hierro. Sin embargo, cuando estas pérdidas se tienen en cuenta, existen siete parámetros. Mediante una relación fija entre P_{const} y P_{Fe} puede considerarse que el circuito tiene seis parámetros independientes pero se requiere la determinación de otra variable, P_{const} . Por tanto, para la determinación de los parámetros del modelo de circuito de la Figura 2.2, es necesario encontrar los valores de siete variables, (seis parámetros y P_{const}).

Las características del motor suministradas por el fabricante son menos sensibles a la resistencia del estator, (R_1), y por tanto este parámetro puede considerarse como:

$$R_1 = \alpha_r R_{20} \quad (2.7)$$

Aquí α_r es una constante positiva. Tal y como se dijo, P_{const} se determina a plena carga y posteriormente se divide en P_{Fe} y P_{mec} . Por tanto, la segunda constante puede considerarse como:

$$P_{Fe} = \alpha_c P_{const} \Rightarrow P_{mec} = (1 - \alpha_c) P_{const} \quad (2.8)$$

Aquí α_c es otra constante positiva cuyo valor se encuentra entre cero y uno. Conociendo P_{Fe} , el valor de R_{Fe} puede evaluarse mediante:

$$R_{Fe} = \frac{3|E(s_n)|^2}{P_{Fe}} \quad (2.9)$$

Aquí $E(s_n)$ es la tensión en la rama de magnetización de la Figura 2.2 en el punto nominal.

Con las relaciones (2.7) y (2.8), el problema se ha transformado en la determinación de cinco parámetros independientes: (X_1 , R_{20} , X_{20} , X_m) y las pérdidas fijas P_{const} .

2.2.1. Análisis de un punto de funcionamiento

Para un deslizamiento dado, la impedancia de entrada es (Figura 2.2):

$$Z_{in}(s) = Z_1 + \frac{Z_p Z_2(s)}{Z_p + Z_2(s)} \quad (2.10)$$

Aquí $Z_2(s)$ es la impedancia rotórica que viene dada por:

$$\mathbf{Z}_2(s) = \frac{R_2(s)}{s} + \mathbf{j}X_2(s) \quad (2.11)$$

Las magnitudes de intensidad estatórica, I_1 , e intensidad rotórica, I_2 , vienen dadas por:

$$I_1(s) = |\mathbf{I}_1(s)| = \left| \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{in}(s)} \right| \quad (2.12)$$

$$I_2(s) = |\mathbf{I}_2(s)| = \left| \frac{\mathbf{Z}_p}{\mathbf{Z}_p + \mathbf{Z}_2(s)} \right| I_1(s) \quad (2.13)$$

La potencia en el entrehierro, P_a , es:

$$P_a(s) = 3I_2^2(s) \frac{R_{20}(s)}{s} \quad (2.14)$$

La tensión en la rama de magnetización es:

$$E(s) = |\mathbf{E}(s)| = |\mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_l I_1(s)(\cos \varphi(s) - \mathbf{j} \sin \varphi(s))| \quad (2.15)$$

$$E(s) = |\mathbf{E}(s)| = |\mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_1(s)| \quad (2.16)$$

El ángulo del factor de potencia es el mismo ángulo de $\mathbf{Z}_{in}(s)$:

$$\varphi(s) = \arg(\mathbf{Z}_{in}(s)) \quad (2.17)$$

La potencia útil nominal es:

$$P_u(s_n) = (1 - s_n)P_a(s_n) - P_{mec} = 3(1 - s_n)I_2^2(s_n) \frac{R_{20}}{s_n} - (1 - \alpha_c)P_{const} \quad (2.18)$$

Debido a que $s_n < s_{max}$, $R_2(s_n) = R_{20}$ según (2.1).

Las potencias activa y reactiva consumidas o absorbidas de la red son:

$$P_{in}(s_n) = P_u(s_n) + 3I_1^2(s_n)R_l + 3I_2^2(s_n)R_{20} + P_{const} \quad (2.19)$$

$$Q_{in}(s_n) = 3I_1^2(s_n)X_l + 3I_2^2(s_n)X_{20} + \frac{3E^2(s_n)}{X_m} \quad (2.20)$$

El par máximo es:

$$M(s_{max}) = \frac{3}{2\Omega_s} \frac{V_{th}^2}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_{20})^2}} \quad (2.21)$$

donde Ω_s es la velocidad de sincronismo en rad./s.

El par de arranque es:

$$M(1) = \frac{P_a(1)}{\Omega_s} = \frac{3I_2^2(1)f_r(1)R_{20}}{\Omega_s} \quad (2.22)$$

En la Figura 2.3, el módulo de la intensidad rotórica en el arranque se puede escribir como:

$$I_2(1) = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + f_r(1)R_{20})^2 + (X_{th} + f_x(1)X_{20})^2}} \quad (2.23)$$

2.3. Modelo de circuito de doble jaula

El modelo de circuito de doble jaula mostrado en la Figura 2.4 consta de siete parámetros diferentes:

- Resistencia estatórica: R_s
- Reactancia estatórica: X_{sd}
- Resistencia rotórica interna: R_1
- Resistencia rotórica externa: R_2
- Reactancia rotórica interna: X_{1d}
- Reactancia rotórica externa: X_{2d}
- Reactancia de magnetización: X_m

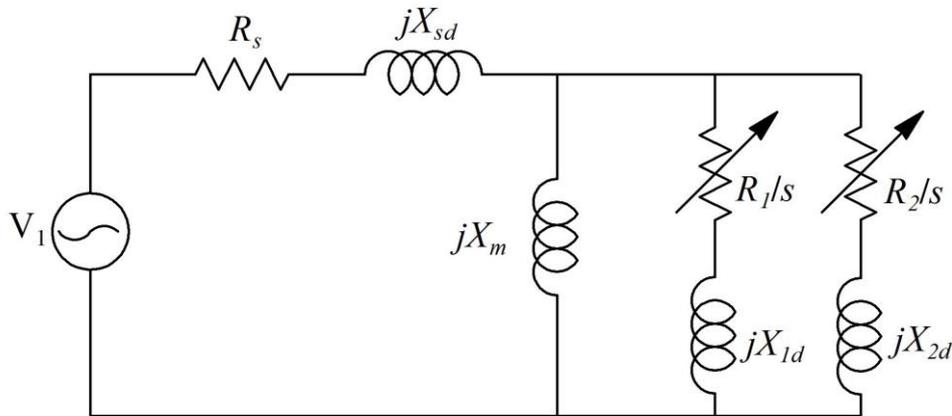


Figura 2.4: Modelo de circuito de doble jaula

La jaula interna, está representada por los parámetros R_1 y X_{1d} , y la jaula externa, por R_2 y X_{2d} . En este trabajo se ha impuesto una relación entre la reactancia estatórica y la reactancia rotórica de la jaula externa:

$$X_{2d} = k_x X_{sd} \quad (2.24)$$

Este modelo presenta como ventaja no necesitar un ajuste empírico de sus parámetros por lo que es válido para casi cualquier tipo de motor de inducción tanto de doble jaula como de ranura profunda. Sin embargo, con este modelo de circuito no se representan en el circuito las pérdidas en el hierro por lo que no es adecuado para estudios de gestión de energía. Además, este modelo no tiene una

expresión sencilla para el par máximo como sucede en el modelo de jaula simple, por lo que se necesita determinar en primer lugar los parámetros de un modelo de circuito de jaula simple, (Figura 2.5), para calcular el deslizamiento de par máximo y utilizarlo en la determinación de los parámetros del modelo de doble jaula. La expresión del deslizamiento de par máximo para el modelo de circuito de jaula simple es:

$$s_{max} = \frac{R_r}{\sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_{rd})^2}} \quad (2.25)$$

Aquí:

$$\bar{Z}_{Th} = R_{Th} + jX_{Th} = \frac{1}{\frac{1}{R_s + jX_{sd}} + \frac{1}{jX_m}} \quad (2.26)$$

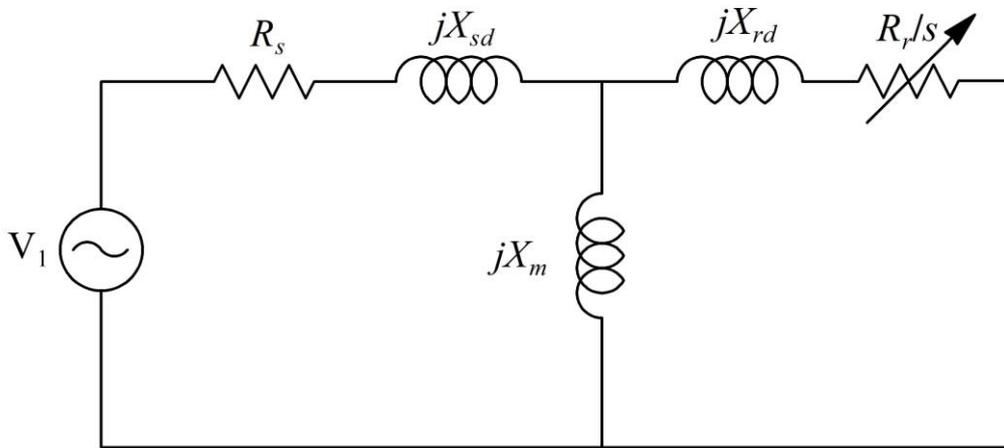


Figura 2.5: Modelo de circuito de jaula simple

2.3.1. Análisis de un punto de funcionamiento

Para un deslizamiento dado, las intensidades estática, I_s , y rotórica, I_r (Figura 2.5) son:

$$I_s(s) = |I_s(s)| = \left| \frac{V_1}{R_s + jX_{sd} + Z_p(s)} \right| \quad (2.27)$$

$$I_r(s) = |I_r(s)| = \left| \frac{Z_p(s) I_s(s)}{\frac{R_r}{s} + jX_{rd}} \right| \quad (2.28)$$

donde:

$$\mathbf{Z}_p(s) = \frac{1}{\frac{1}{jX_m} + \frac{1}{\frac{1}{R_r} + jX_{rd}}} \quad (2.29)$$

Par en función del deslizamiento:

$$M(s) = \frac{I_r^2(s) \cdot R_r}{\Omega_s \cdot s} \quad (2.30)$$

Potencia mecánica útil nominal:

$$P_m(s_n) = M(s_n) \Omega_s (1 - s_n) \quad (2.31)$$

Potencia reactiva consumida:

$$Q(s_n) = 3 \operatorname{Im} V_1 \cdot \mathbf{I}_s^*(s_n) \quad (2.32)$$

Par máximo:

$$M(s_{max}) = \frac{I_r^2(s_{max}) \cdot R_r}{\Omega_s \cdot s_{max}} \quad (2.33)$$

En el caso del modelo de circuito de doble jaula, (Figura 2.4), dado un punto de funcionamiento, las intensidades estática, I_s , y rotóricas, por las jaulas interna y externa, respectivamente, I_1 e I_2 :

$$I_s(s) = |\mathbf{I}_s(s)| = \left| \frac{V_1}{R_s + jX_{sd} + \mathbf{Z}_p(s)} \right| \quad (2.34)$$

$$I_1(s) = |\mathbf{I}_1(s)| = \left| \frac{\mathbf{Z}_p(s) \mathbf{I}_s(s)}{\frac{R_1}{s} + jX_{1d}} \right| \quad (2.35)$$

$$I_2(s) = |\mathbf{I}_2(s)| = \left| \frac{\mathbf{Z}_p(s) \mathbf{I}_s(s)}{\frac{R_2}{s} + jX_{2d}} \right| \quad (2.36)$$

donde:

$$\mathbf{Z}_p(s) = \frac{1}{\frac{1}{jX_m} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + jX_{1d}} + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + jX_{2d}}} \quad (2.37)$$

Par en términos del deslizamiento:

$$M(s) = \frac{3}{\Omega_s} \left[\frac{I_1^2(s) \cdot R_1}{s} + \frac{I_2^2(s) \cdot R_2}{s} \right] \quad (2.38)$$

Potencia mecánica útil nominal:

$$P_m(s_n) = M(s_n) \Omega_s (1 - s_n) \quad (2.39)$$

Potencia reactiva consumida:

$$Q(s_n) = 3 \operatorname{Im} V_1 \cdot I_s^*(s_n) \quad (2.40)$$

Par máximo:

$$M(s_{max}) = \frac{1}{\Omega_s} \left[\frac{I_1^2(s_{max}) \cdot R_1}{s_{max}} + \frac{I_2^2(s_{max}) \cdot R_2}{s_{max}} \right] \quad (2.41)$$

Intensidad estatórica de arranque:

$$I_s(s) = |I_s(s)| = \left| \frac{V_1}{R_s + jX_{sd} + Z_p(s)} \right| \quad (2.42)$$

Par de arranque:

$$M(1) = \frac{1}{\Omega_s} \left[I_1^2(1) \cdot R_1 + I_2^2(1) \cdot R_2 \right] \quad (2.43)$$