

# Identificación mediante mínimos cuadrados

---

En este capítulo describe el uso del método de los mínimos cuadrados para la determinación de los parámetros del modelo de circuito del motor de inducción. Posteriormente, se aplicará el algoritmo a un cierto número de motores para comprobar su comportamiento y poder verificar su capacidad de encontrar el conjunto de parámetros óptimo para motores de diferentes características.

Como se comentó en el capítulo anterior, los algoritmos para resolver un sistema de ecuaciones no lineal mediante mínimos cuadrados presentan ciertos problemas en la localización del óptimo global y de convergencia cuando la solución inicial proporcionada se encuentra lejos de la solución óptima. Sin embargo es el método que tradicionalmente se ha utilizado para este propósito [5], [15]-[18].

## 4.1 Determinación de los parámetros del modelo de circuito del motor de inducción

El problema de la determinación de los parámetros de un modelo de circuito del motor de inducción puede resolverse de diferentes formas. Por una parte, es posible la determinación de los parámetros del modelo de circuito mediante ensayos sobre la máquina en estudio. Como ya se ha comentado, esto requiere de personal cualificado, instrumentos especiales y tener la máquina fuera de funcionamiento durante el ensayo. Por tanto, no es un método viable en muchos casos. Por ello, a menudo se necesita un método que haga uso de la información que puede ser obtenida de otras fuentes como puede ser la placa de características o un catálogo del fabricante del motor. Esta última fuente de información proporciona datos sobre las características de los motores en los puntos más importantes de su funcionamiento como son el arranque, el punto de par máximo y el punto de par nominal. Utilizando esta información es posible modelar un circuito que reproduzca las características del motor. Para ello se hace uso de las ecuaciones eléctricas del motor de inducción para calcular las mismas magnitudes que proporciona el catálogo y poder extraer los parámetros que hacen que la

diferencia entre las magnitudes del catálogo y las calculadas sea la menor posible. Dependiendo de la información proporcionada por el catálogo y del modelo de circuito utilizado, el sistema de ecuaciones a resolver será más o menos complicado.

Además de los catálogos disponibles, otra fuente de información puede ser la placa de características del motor. Por norma [19], todas las máquinas deben estar provistas de una o varias placas de características, (Figura 4.1 y Figura 4.2). Las placas deben ser realizadas con materiales duraderos y tener una posición segura. La o las placas de características deben fijarse preferentemente sobre la carcasa de la máquina y, estar situadas de forma que sean fácilmente legibles en la posición de utilización determinada por la forma de construcción y la disposición de montaje de la máquina.

ABB Oy, Machines						
Induction Machines, Helsinki, Finland						
CLASS I DIVISION 2 GROUP ABCD T3						
3 PHASE M3GM 587 LKC 4 B3						
FRAME 587 TECF						
CODE H	SF 1.15		SER 4574949			
MAX AMB TEMP 40°C			INS F		IP 55	
V	Hz	HP	RPM	FLA	PF	TIME
2300	60	400	1789	106	0.84	CONT
Product code: 3GGM982830-AWA						
HEATER 160 W			CERTIFICATE NUMBER 172504			
Year of manufacture 2004				MAX RPM 2160		
6322/C3		6316/C3		WT 4097LB		
  NEMA MG 1, PART 20 -2003						

Figura 4.1: Placa de características de un motor tipo NEMA

SIEMENS			  			
3~Mot. 1PH7 186-2HF230EA9-Z			NoN- U11170812010001 / 2006			
IMB5	IP 55		Th.Cl. F		Gew./WT. 480 kg	
V	A	kW	cosφ	Hz	1/min	
330 Y	170	74	0.81	51	1500	
385 Y	169	85	0.80	59	1750	
445 Y	165	94	0.78	67	2000	
EN / EC 60034-1			max 3000 1/min			
KTY84						
ENCODER_H01_1024_SR						
 <b>MADE IN GERMANY D-90441 Nürnberg</b> 						
DEW0244						

Figura 4.2: Placa de características de un motor tipo IEC

Las máquinas de inducción de potencias asignadas iguales superiores a 3 kW, (o kVA), deben ser marcadas como mínimo con la siguiente información:

- 1) Nombre o marca del fabricante.
- 2) Número de serie del fabricante, o marca de identificación.
- 3) Año de fabricación.
- 4) El código del fabricante para la máquina.
- 5) Número de fases.
- 6) Norma aplicable para las características asignadas.
- 7) Grado de protección proporcionada por el diseño global de las envolventes de las máquinas eléctricas rotativas, (código IP).
- 8) Clase térmica y límite de temperatura o de calentamiento.
- 9) Potencia asignada.
- 10) Tensión asignada.
- 11) Frecuencia asignada.
- 12) Intensidad asignada.
- 13) Velocidad asignada.
- 14) Factor de potencia asignado.
- 15) Temperatura máxima del aire ambiente si es diferente de 40°.
- 16) Altitud para la que ha sido diseñado (si es mayor de 1000 m).
- 17) Masa aproximada total de la máquina (si es superior a 30 kg)
- 18) Diagrama de conexión

Si el fabricante proporciona más informaciones, no es necesario que éstas se marquen en la placa de características. El orden en el que aparecen los datos en las placas no está normalizado.

#### 4.1.1 Modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

Como se analizó en el capítulo dos, el problema de la determinación de los parámetros del modelo de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento, (Figura 4.3), de un motor de inducción consiste en la determinación de cinco parámetros: ( $X_l$ ,  $R_{20}$ ,  $X_{20}$ ,  $X_m$ ) y las pérdidas fijas  $P_{const}$ . Estos parámetros se determinarán a partir de los siguientes datos de catálogo:

- Potencia útil nominal,  $P_u^n$
- Par máximo,  $M_{max}$
- Par de arranque,  $M_{arr}$
- Potencia activa nominal consumida,  $P_{in}^n$
- Potencia reactiva nominal consumida,  $Q_{in}^n$

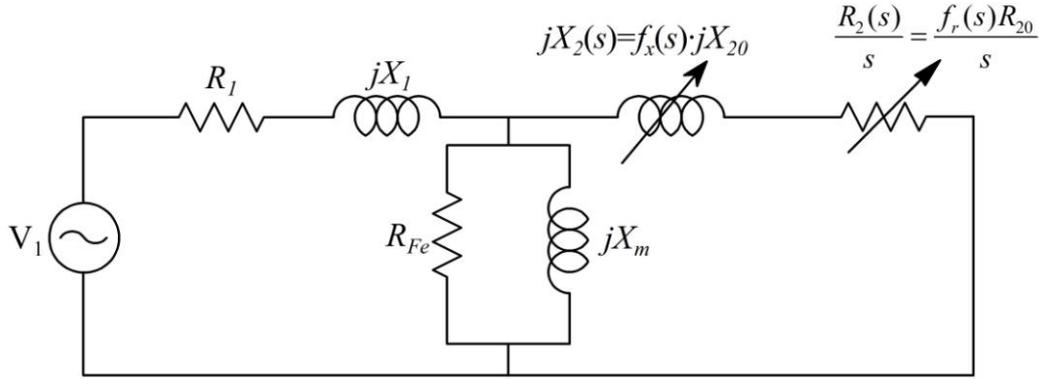


Figura 4.3: Modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

Los primeros tres datos están directamente especificados en el catálogo y los dos últimos pueden ser fácilmente extraídos a partir del rendimiento nominal, ( $\eta_n$ ), y del factor de potencia nominal, ( $\cos\varphi_n$ ), que también están especificados en el catálogo.

$$P_{in}^n = \frac{P_u^n}{\eta_n} \quad (4.1)$$

$$Q_{in}^n = P_{in}^n \tan \varphi_n \quad (4.2)$$

En el punto nominal, la intensidad estatórica,  $I_n$ , y el par interno desarrollado,  $M_n$ , pueden expresarse como:

$$I_n = \frac{P_u^n}{\sqrt{3}V\eta_n \cos \varphi_n} \quad (4.3)$$

$$M_n = \frac{60(P_u^n + P_{mec})}{2\pi n_n} \quad (4.4)$$

Aquí,  $V$  es la tensión de línea nominal y  $n_n$  es la velocidad del motor en el punto nominal, en revoluciones por minuto (rev./min).

Por lo tanto, las cinco variables independientes ( $X_1$ ,  $R_{20}$ ,  $X_{20}$ ,  $X_m$  y  $P_{const}$ ) pueden determinarse a partir de los datos de catálogo ( $P_u^n$ ,  $M_{max}$ ,  $M_{arr}$ ,  $P_{in}^n$ ,  $Q_{in}^n$ ). Para ello es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$f_1(\mathbf{x}) = P_u^n - P_u(s_n) = 0 \quad (4.5)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = P_{in}^n - P_{in}(s_n) = 0 \quad (4.6)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = Q_{in}^n - Q_{in}(s_n) = 0 \quad (4.7)$$

$$f_4(\mathbf{x}) = M_{max} - M(s_{max}) = 0 \quad (4.8)$$

$$f_5(\mathbf{x}) = M_{arr} - M(1) = 0 \quad (4.9)$$

Este sistema puede escribirse de la forma  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  siendo  $\mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)^T$  y  $\mathbf{x} = (X_l, R_{20}, X_{20}, X_m, P_{const})^T$ .

Como se explicó en el capítulo dos, para el cálculo de la resistencia estática,  $R_l$ , se ha utilizado:

$$R_l = \alpha_r R_{20} \quad (4.10)$$

Para la separación de pérdidas se ha considerado:

$$P_{Fe} = \alpha_c P_{const} \Rightarrow P_{mec} = (1 - \alpha_c) P_{const} \quad (4.11)$$

En las ecuaciones (4.10) y (4.11) se han tomado  $\alpha_c = 1.5$  y  $\alpha_r = 0.5$ . Diferentes valores de  $\alpha_r$  proporcionan distintos valores de  $R_l$ , y por tanto, diferentes pérdidas en el estator. Esto se compensa en el valor de  $P_{const}$ . Altos valores de  $\alpha_r$  implican bajos valores de  $P_{const}$ . El uso de diferentes valores de  $\alpha_c$ , ( $0 < \alpha_c < 1$ ), simplemente transfiere una parte de las pérdidas de un tipo a otra y por tanto no tiene ningún efecto sobre el resto de las características del motor.

Se han calculado los parámetros directamente en unidades del S.I. No han existido diferencias en los resultados de la identificación entre el cálculo en unidades del S.I. y en por unidad, (o normalizados), usando mínimos cuadrados.

Hay que resaltar que el fabricante suele proporcionar más información en el catálogo. Según la formulación, los parámetros del circuito deberán ser tales que se minimicen las diferencias entre los valores calculados de las magnitudes y los valores dados por el catálogo, en cada una de las ecuaciones. Sin embargo, los datos que no han sido usados en la formulación del problema y por tanto no han sido tenidos en cuenta para la determinación de los parámetros, presentarán mayores errores. Por tanto, la formulación del problema o la determinación de los parámetros del modelo de circuito de un motor dependen del objetivo del estudio. En este proyecto se le ha dado prioridad a la característica par-velocidad ya que es ampliamente utilizada en el estudio del comportamiento del motor.

La selección de los valores iniciales es muy importante en todos los métodos iterativos, ya que condicionan tanto el grado de convergencia como la velocidad de ejecución. La resistencia rotórica puede estimarse a partir de la potencia nominal del motor, despreciando el conjunto de pérdidas fijas (pérdidas mecánicas y pérdidas en el hierro). Con ello:

$$P_a^n (1 - s_n) = P_{mi}^n + (P_{Fe} + P_{pmec}) = P_{mi}^n + P_{const} \approx P_u^n \quad (4.12)$$

$$P_a^n (1 - s_n) \approx \frac{3R_{20}}{s_n} I_{In}^2 (1 - s_n) \approx P_u^n \quad (4.13)$$

$$R_{20} \approx \frac{s_n P_u^n}{3I_{In}^2 (1 - s_n)} \quad (4.14)$$

Los valores de las reactancias estática y rotórica pueden obtenerse a partir de la intensidad de arranque. Para ello basta despreciar el efecto de la rama de magnetización ( $Y_m \rightarrow 0$ ), considerar que los valores de las resistencias estática y rotórica son despreciables frente a sus respectivas reactancias ( $R_1 \ll X_1$ ,  $R_{20} \ll X_{20}$ ) y que los valores de las ambas reactancias son aproximadamente iguales ( $X_1 \approx X_{20}$ ).

$$I_{arr} = \frac{V_l}{|Z(s=1)|} \approx \frac{V_l}{|R_{RB} + jX_{RB}|} = \frac{U_{1N}}{|R_1 + jX_1 + R_{20} + jX_{20}|} \approx \frac{V_l}{X_1 + X_{20}} \quad (4.15)$$

La intensidad de arranque suele ser de entre 6 y 10 veces la intensidad nominal, por tanto, considerando el valor inferior:

$$I_{arr} \approx \frac{V_l}{X_{RB}} = \frac{V_l}{X_1 + X_{20}} = 6I_{In} \quad (4.16)$$

$$X_{RB} = X_1 + X_{20} \approx \frac{V_l}{6I_{In}} \quad (4.17)$$

$$X_1 = X_{20} = \frac{X_{RB}}{2} \approx \frac{V_l}{2 \cdot 6I_{In}} = \frac{V_l}{12I_{In}} \quad (4.18)$$

De igual forma, para las intensidades de arranque más elevadas resulta:

$$I_{arr} \approx \frac{V_l}{X_{RB}} = \frac{V_l}{X_1 + X_{20}} = 10I_{In} \quad (4.19)$$

$$X_{RB} = X_1 + X_{20} \approx \frac{V_l}{10I_{In}} \quad (4.20)$$

$$X_1 = X_{20} = \frac{X_{RB}}{2} \approx \frac{V_l}{2 \cdot 10I_{In}} = \frac{V_l}{20I_{In}} \quad (4.21)$$

En consecuencia:

$$\frac{V_l}{12I_{In}} \geq X_1 = X_{20} \geq \frac{V_l}{20I_{In}} \quad (4.22)$$

$$X_1 = X_{20} \in \left( \frac{V_l}{20I_{In}}, \frac{V_l}{12I_{In}} \right) \approx 0.05 \frac{V_l}{I_{In}} \quad (4.23)$$

El valor de la reactancia de magnetización puede obtenerse a partir del factor de la potencia reactiva absorbida en el punto nominal:

$$Q_{in}^n \approx \frac{3|E(s_n)|^2}{X_m} + 3X_{RB}I_{In}^2 \approx \frac{3V_l^2}{X_m} + 3X_{RB}I_{In}^2 \quad (4.24)$$

$$X_m \approx \frac{3V_l^2}{Q_{in}^n - 3X_{RB}I_{In}^2} = \frac{3V_l^2}{Q_{in}^n - 3(X_1 + X_{20})I_{In}^2} = \frac{3V_l^2}{Q_{in}^n - 6X_1I_{In}^2} \quad (4.25)$$

El conjunto de pérdidas fijas puede estimarse a partir del rendimiento:

$$\eta_n = \frac{P_u^n}{P_u^n + P_p} \simeq \frac{P_u^n}{P_u^n + (P_{Fe} + P_{pmec} + 3R_{RB}I_{In}^2)} \quad (4.26)$$

$$P_{const} = P_{Fe} + P_{pmec} \simeq P_u^n \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) - 3R_{RB}I_{In}^2 = P_u^n \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) - 3(R_l + R_{20})I_{In}^2 \quad (4.27)$$

Se podría hacer ahora una separación de pérdidas considerando que las pérdidas en el hierro son iguales que las mecánicas:

$$P_{Fe} = P_{pmec} \simeq \frac{P_{const}}{2} \quad (4.28)$$

Para evaluar el método propuesto de determinar los parámetros del modelo de circuito de un motor se han calculado varias magnitudes externas del motor a través de su modelo de circuito y se han comparado con los valores reales proporcionados por el fabricante, que se han considerado como exactos. El error en los valores calculados se ha considerado como:

$$\text{error} = \frac{\text{valor calculado} - \text{valor real}}{\text{valor real}} \quad (4.29)$$

Se define el error *rms* para los *n* casos estudiados como:

$$\text{error rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \text{error}^2}{n}} \quad (4.30)$$

En este trabajo se han aplicado dos métodos distintos para resolver el sistema de ecuaciones, (4.5)-(4.9), sistema de ecuaciones que, al no tener una solución analítica, debe resolverse de forma numérica por ordenador. Por ello los resultados obtenidos son siempre aproximados. Otra fuente de error que hace imposible la determinación exacta de los parámetros es que los valores de las magnitudes que aparecen en los catálogos están afectados por unas tolerancias. La norma UNE-EN 60034-1 [19] define las características asignadas y las características de funcionamiento que deben reunir las máquinas eléctricas rotativas. La Tabla 4.1 da la relación de tolerancias sobre los valores declarados de las magnitudes que deben tener los datos proporcionados por el fabricante, según la citada norma. También hay que tener en cuenta que los datos del catálogo no corresponden a una máquina concreta, sino a valores promedio, por lo que estos valores no son exactos.

Tabla 4.1: Relación de tolerancias sobre los valores de las magnitudes según UNE-EN 60034-1

Punto	Magnitud	Tolerancia
1	Rendimiento $\eta$ Por suma de pérdidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P_N \leq 150 \text{ kW}</math> o <math>S_N \leq 150 \text{ kVA}</math></li> <li>• <math>P_N &gt; 150 \text{ kW}</math> o <math>S_N &gt; 150 \text{ kVA}</math></li> </ul>	-15% de $(1 - \eta)$  -10% de $(1 - \eta)$
2	Pérdidas totales (aplicable a las máquinas de potencia asignada superior a 150 kW (o kVA))	+10% de las pérdidas totales
3	Factor de potencia, $\cos\phi$ , para las máquinas de inducción	-1/6(1 - $\cos\phi$ ) Valor absoluto mínimo 0,02 Valor absoluto máximo 0,07
4	Deslizamiento de los motores de inducción (a plena carga y a la temperatura de funcionamiento) <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P_N &lt; 1 \text{ kW}</math></li> <li>• <math>P_N \geq 1 \text{ kW}</math></li> </ul>	$\pm 30\%$ del deslizamiento garantizado  $\pm 20\%$ del deslizamiento garantizado
5	Intensidad con rotor bloqueado de los motores de inducción con rotor de jaula, con cualquier dispositivo de arranque especificado	+ 20% de la intensidad garantizada
6	Par con rotor bloqueado de los motores de inducción de jaula	+25% / -15% del par garantizado
7	Par mínimo durante el arranque de los motores de inducción de jaula	-15% del par garantizado
8	Par máximo de los motores de inducción	-10% del par garantizado, pero con la reserva de que después de aplicar dicha tolerancia, el par debe ser igual o superior a 1,6 ó 1,5 veces el par asignado
9	Momento de inercia	$\pm 20\%$ del valor garantizado

### 4.1.2 Modelo de circuito de doble jaula

El problema de la determinación de los parámetros del modelo de doble jaula de un motor de inducción, (Figura 4.4), consiste en la determinación de siete parámetros ( $R_s$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_m$ ,  $X_{sd}$ ,  $X_{1d}$ ,  $X_{2d}$ ) valiéndose de las restricciones de igualdad  $R_s = k_R R_1$  y  $X_{2d} = k_X X_{sd}$  así como de las inecuaciones  $R_k > 0$ ,  $X_k > 0$ ,  $R_2 > R_1$  y  $X_{1d} > X_{2d}$ . El valor de  $s_{max}$  será obtenido resolviendo el problema de un modelo de circuito de jaula simple, ya que, como se comentó en el capítulo dos, el modelo de circuito de doble jaula no tiene una expresión sencilla para ese parámetro. La determinación de los parámetros del modelo de circuito de jaula simple es interesante porque los valores calculados son un buen punto de partida para la determinación de los parámetros del modelo de circuito de doble jaula.

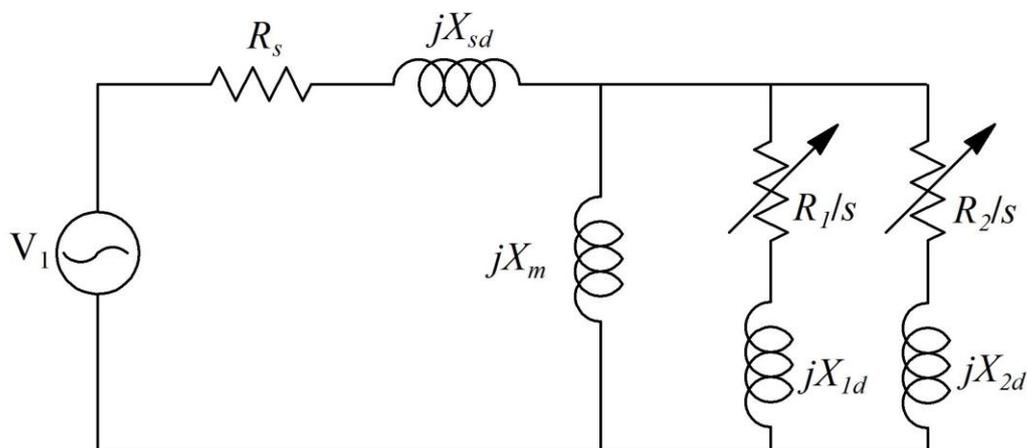


Figura 4.4: Modelo de circuito de doble jaula

La formulación del problema del modelo de circuito de jaula simple, (Figura 4.5), utiliza los siguientes datos de catálogo para la determinación de los cinco parámetros ( $R_s$ ,  $R_r$ ,  $X_m$ ,  $X_{sd}$ ,  $X_{rd}$ ):

- Potencia útil nominal,  $P_u^n$
- Potencia reactiva nominal consumida,  $Q_{in}^n$
- Par máximo,  $M_{max}$

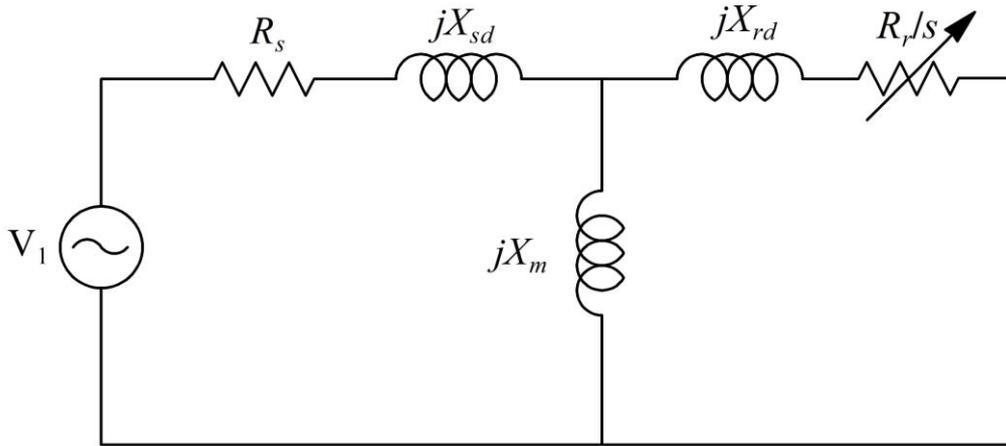


Figura 4.5: Modelo de circuito de jaula simple

Para ello se resuelve el sistema de ecuaciones no lineales de la forma  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ :

$$f_1(\mathbf{x}) = P_u^n - P_u(s_n) = 0 \quad (4.31)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = Q_m^n - Q_m(s_n) = 0 \quad (4.32)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = M_{\max} - M(s_{\max}) = 0 \quad (4.33)$$

donde  $\mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3)^T$  y  $\mathbf{x} = (R_r, X_m, X_{sd})^T$ , con las restricciones de igualdad:

$$R_s = k_R R_r \quad (4.34)$$

$$X_{rd} = k_X X_{sd} \quad (4.35)$$

Estas restricciones de igualdad son necesarias ya que el modelo de circuito de jaula simple consta de cinco parámetros de los cuales cuatro son independientes y además este modelo de jaula simple no reproduce de forma correcta el comportamiento del motor durante el arranque por lo que no deben usarse los datos del catálogo referentes a la intensidad de arranque y par de arranque. Generalmente, se suponen  $X_{rd}$  y  $X_{sd}$  relacionadas mediante una constante.  $R_s$  es el parámetro que tiene menor influencia sobre las magnitudes del motor por lo que también se le relaciona mediante una constante con  $R_r$ . En [17] se dan algunos valores típicos de las constantes  $k_R$  y  $k_X$  que han sido usadas en este trabajo. En (4.34) y (4.35) se han tomado  $k_R = 1.5$  y  $k_X = 0.5$ .

Como valores iniciales de  $R_r$ ,  $X_{sd}$  y  $X_m$  se han utilizado (4.14), (4.18) y (4.25) respectivamente.

La formulación del problema de doble jaula utiliza los siguientes datos de catálogo para la determinación de los siete parámetros  $R_s, R_1, R_2, X_m, X_{sd}, X_{1d}, X_{2d}$ :

- Potencia útil nominal,  $P_u^n$

- Potencia reactiva nominal consumida,  $Q_{in}^n$
- Par máximo,  $M_{\max}$
- Par de arranque,  $M_{arr}$
- Intensidad estatórica de arranque,  $I_{1arr}$

Para ello se resuelve el sistema de ecuaciones no lineales de la forma  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ :

$$f_1(\mathbf{x}) = P_u^n - P_u(s_n) = 0 \quad (4.36)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = Q_{in}^n - Q_{in}(s_n) = 0 \quad (4.37)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = M_{\max} - M(s_{\max}) = 0 \quad (4.38)$$

$$f_4(\mathbf{x}) = I_{1arr} - I_1(1) = 0 \quad (4.39)$$

$$f_5(\mathbf{x}) = M_{arr} - M(1) = 0 \quad (4.40)$$

donde  $\mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)^T$  y  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T$ , con las restricciones de igualdad  $R_s = k_R R_1$  y  $X_{2d} = k_X X_{sd}$ .  $s_{\max}$  es el valor calculado anteriormente para el modelo de jaula simple.

El flujo de dispersión de la jaula interna siempre es mayor que el de la jaula externa. Por tanto, debe cumplirse que  $X_{1d} > X_{2d}$ . Cuando el motor arranca, (rotor bloqueado), la impedancia de la rama externa, ( $R_2$  y  $X_{2d}$ ), prevalece sobre la impedancia de la jaula interna, ( $R_1$  y  $X_{1d}$ ). Esto impone la condición sobre la resistencia,  $R_2 > R_1$ , donde  $R_2$  puede ser hasta diez veces  $R_1$ . Para incluir las inecuaciones  $R_2 > R_1$  y  $X_{1d} > X_{2d}$  se hace el siguiente cambio de variables unido a  $x_i > 0$ :

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = R_1 \\ x_2 = R_2 - R_1 \\ x_3 = X_m \\ x_4 = X_{sd} \\ x_5 = X_{1d} - X_{2d} = X_{1d} - k_X X_{sd} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_1 = x_1 \\ R_2 = x_1 + x_2 \\ X_m = x_3 \\ X_{sd} = x_4 \\ X_{1d} = k_X x_4 + x_5 \end{array} \right. \quad (4.41)$$

Las condiciones  $x_i > 0$  se aplican utilizando como función de entrada el valor absoluto de las variables

$$\mathbf{F}(|x_1|, |x_2|, |x_3|, |x_4|, |x_5|) = \mathbf{0} \quad (4.42)$$

Los valores iniciales para la estimación de los parámetros del modelo de doble jaula son los valores estimados para el modelo de jaula simple, ( $R_1 = R_r$ ,  $X_m$  y  $X_{sd}$ ), más los valores iniciales para  $R_2$  y  $X_{1d}$ :  $R_2 = 5R_1$  y  $X_{1d} = 1.2X_{sd}$ .

## 4.2 Adquisición de datos

Para validar el método, el algoritmo se ha probado en una gran cantidad de motores. En los catálogos de los fabricantes figura gran cantidad de información de motores que suponen miles de datos a procesar. Se ha buscado automatizar en cierta medida el proceso de cálculo haciendo que el programa calcule los parámetros de forma automática para todos los motores. Para ello, el programa adquiere los datos de una hoja de Excel que previamente han sido introducidos a partir de los catálogos. Por dar un orden de magnitud, uno de los catálogos utilizados contenía 20 características de cada uno de los 356 motores que contenía, lo que da un total de más de 7000 datos. Los catálogos utilizados para las pruebas se obtuvieron de las páginas web de los fabricantes [3], [4]. Dependiendo del modelo de circuito, se ha probado motores tanto de alta como de baja tensión así como de tipo NEMA e IEC. La tensión nominal de los motores analizados va desde 400 V a 10 kV. La potencia varía desde 4 kW a 4000 kW (Figura 4.6). En total se han probado más de 700 motores.

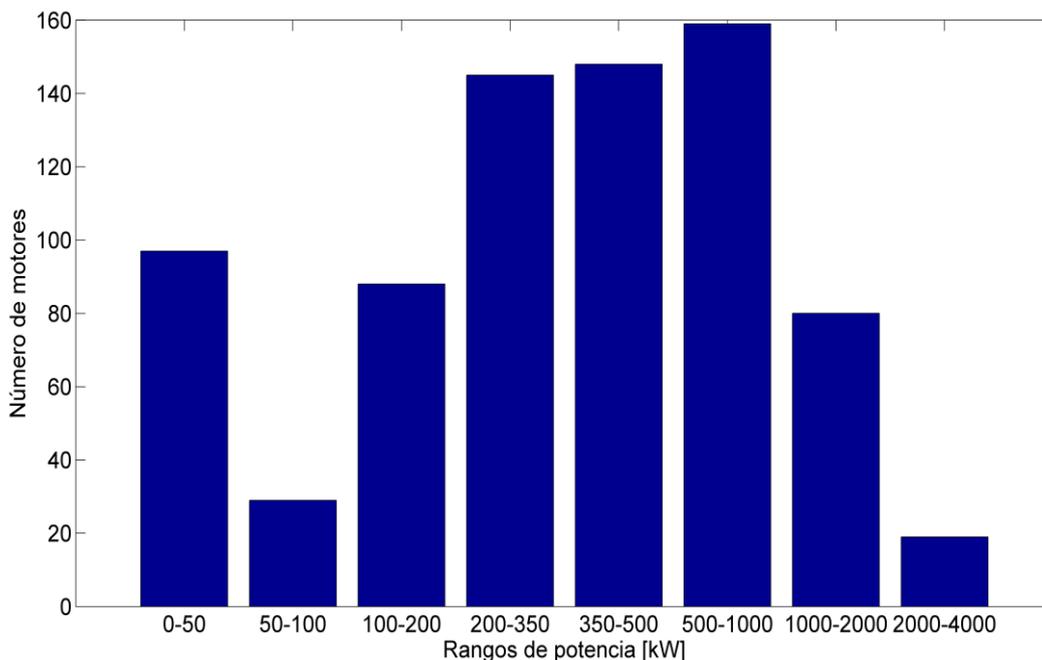


Figura 4.6: Rangos de potencia de los motores examinados

La mayoría de los fabricantes ofrecen sus catálogos en formato PDF (*portable document format*), ideado para documentos susceptibles de ser impresos, ya que

especifica toda la información necesaria para la presentación final del documento, determinando todos los detalles de cómo va a quedar, no requiriéndose procesos anteriores de ajuste ni de maquetación ( Figura 4.7 y Figura 4.8). Sin embargo, este formato no permite ser leído por Matlab para poder utilizar los datos. Por tanto, para el procesamiento de la información y su conversión al formato Excel, compatible con Matlab, se ha recurrido a un programa de reconocimiento óptico de caracteres (OCR) [20]. En general, este tipo de programas son aplicaciones dirigidas a la digitalización de textos de documentos escaneados o de fotografías. Identifican automáticamente símbolos o caracteres que pertenecen a un determinado alfabeto, a partir de una imagen para almacenarla en forma de datos con los que podremos interactuar mediante un programa de edición de texto o similar. Una vez que los datos se tienen en una hoja de Excel se uniformiza el formato para permitir a Matlab reconocer los valores. Mediante la función ‘xlsread’, incluida en el toolbox de Matlab [21], los datos en formato Excel son convertidos en una matriz. La ordenación de datos por columnas es importante ya que Matlab actúa sistemáticamente creando una matriz en la que cada columna corresponde a un parámetro distinto. Los valores se almacenan en una matriz llamada “DATOS” que es la fuente de información del algoritmo.

**HV Modular induction motors, standard** **2300 V 60 Hz**  
**Technical data for open weather protected**  
**three phase motors**

WP11 – Insulation class F, temperature rise class B, S.F. 1.0

Output HP	Motor r/min	Motor type	Reg.	Speed r/min	Efficiency		Power factor		Current			Torque		BDT	Motor weight lbs	Sound pressure level L dB(A)	
					Full load 100%	3/4 load 75%	Full load 100%	3/4 load 75%	FLA A	LRA %	NLC Code	Rated lb-ft	LRT %				
<b>2300 V 60 Hz</b>																	
250	600	AMA 400L12W	289	593	91.9	91.6	0.71	0.65	72	40	394	D	2211	71	181	6041	77
300	600	AMA 400L12W	290	593	92.1	91.7	0.69	0.62	89	52	407	E	2660	76	190	6261	77
350	600	AMA 400L12W	291	593	92.3	92.0	0.70	0.64	101	57	399	E	3101	74	182	6482	77
400	720	AMA 400L10W	278	711	93.3	93.4	0.76	0.71	106	52	419	D	2952	65	179	6063	77
400	600	AMA 400L12W	292	592	92.5	92.4	0.73	0.67	111	57	383	D	3544	69	171	6878	77
450	720	AMA 400L10W	279	711	93.4	93.6	0.76	0.72	118	55	409	D	3330	63	173	6261	77
450	600	AMA 400L12W	293	593	92.7	92.5	0.71	0.65	128	69	397	D	3993	74	178	7099	77
500	900	AMA 400L8W	266	889	94.1	94.4	0.83	0.81	119	43	463	D	2955	74	184	6063	77
500	720	AMA 400L10W	280	711	93.5	93.8	0.77	0.72	131	61	414	D	3696	65	177	6482	77
500	600	AMA 400L12W	294	593	92.8	92.5	0.71	0.64	143	79	412	E	4429	77	185	7518	77
600	900	AMA 400L8W	267	889	94.3	94.6	0.84	0.81	142	49	452	D	3551	73	178	6283	77
600	720	AMA 400L10W	281	711	93.9	94.0	0.77	0.72	156	73	438	E	4435	69	180	7099	77
600	600	AMA 450L12W	295	593	94.0	94.2	0.76	0.72	156	73	422	D	5319	70	180	8686	78
700	900	AMA 400L8W	268	889	94.5	94.8	0.83	0.80	166	60	471	D	4135	78	184	6482	77
700	720	AMA 400L10W	282	711	94.0	94.2	0.77	0.72	181	83	438	E	5168	70	177	7518	77
700	600	AMA 450L12W	296	594	94.1	94.1	0.75	0.69	186	94	441	E	6191	73	191	9171	78
800	1200	AMA 400L6W	256	1187	94.7	95.0	0.83	0.80	190	71	502	E	3542	73	201	6085	79
800	900	AMA 400L8W	269	890	94.5	94.8	0.83	0.80	190	69	477	D	4727	78	185	6856	77
800	720	AMA 450L10W	283	712	94.4	94.7	0.82	0.79	193	73	450	D	5908	73	181	8400	78
800	600	AMA 450L12W	297	594	94.2	94.3	0.76	0.71	209	101	441	E	7083	74	187	9700	78
900	1200	AMA 400L6W	257	1188	94.9	95.1	0.82	0.79	215	84	513	E	3979	76	204	6305	79
900	900	AMA 400L8W	270	889	94.6	94.9	0.83	0.81	213	77	479	E	5313	80	184	7055	77
900	720	AMA 450L10W	284	712	94.5	94.8	0.82	0.79	217	83	455	D	6640	75	181	8664	78
900	600	AMA 500L12W	298	594	94.6	94.7	0.77	0.72	230	107	452	E	7955	69	186	11133	79
1000	3600	AMA 400L2W	237	3579	95.5	95.6	0.89	0.87	220	60	592	F	1468	60	249	6437	85
1000	1800	AMA 400L4W	246	1785	95.1	95.3	0.88	0.86	223	65	530	E	2943	65	213	6283	80
1000	1200	AMA 400L6W	258	1188	95.1	95.3	0.83	0.80	237	91	520	E	4423	78	204	6526	79
1000	900	AMA 400L8W	271	889	94.7	95.1	0.84	0.82	234	79	475	D	5909	80	181	7474	77
1000	720	AMA 450L10W	285	712	94.6	95.0	0.83	0.80	239	86	448	D	7383	73	178	9193	78
1000	600	AMA 500L12W	299	594	94.7	94.9	0.78	0.74	252	111	446	D	8845	68	183	11795	79

Figura 4.7: Fragmento de catálogo de motores de inducción tipo NEMA

**Selection and ordering data**

The 1LA4 data also apply to explosion-proof 1MG4 (Ex px) and 1MS4 (Ex nA) motors.

Rated power IEC kW	High voltage motor H-compact Order No.	Speed rpm	Rated current		Efficiency		Power factor		Torque Nm	Break-down torque $T_B/T_{rated}$	Locked-rotor torque $T_L/T_{rated}$	Locked-rotor current $I_L/I_{rated}$	Moment of inertia	
			$I_{rated}$ at 6 kV A	4/4 load %	3/4 load %	4/4 load cos $\phi$	3/4 load cos $\phi$	Motor kgm <sup>2</sup>					External, max. <sup>1)</sup> kgm <sup>2</sup>	
<b>2.0 ... 6.6 kV, 50 Hz</b>														
<b>2-pole</b>														
200	1LA4 310-2AN	2970	23.5	94.7	94.9	0.87	0.86	643	2.30	0.90	5.0	2.2	28	
236	1LA4 312-2AN	2967	27.5	94.5	94.8	0.87	0.85	760	2.30	0.90	5.0	2.2	26	
300	1LA4 314-2AN	2972	34.5	95.2	95.4	0.88	0.86	964	2.40	1.05	5.2	2.7	30	
355	1LA4 316-2AN	2974	40.5	95.7	95.8	0.88	0.87	1140	2.50	1.10	5.3	3.1	35	
400	1LA4 350-2AN	2978	45.5	95.6	95.8	0.88	0.86	1283	2.30	1.05	5.2	4.3	38	
450	1LA4 352-2AN	2978	51.0	95.9	96.0	0.88	0.87	1443	2.50	1.20	5.5	4.8	43	
500	1LA4 354-2AN	2980	57.0	96.1	96.3	0.88	0.87	1602	2.50	1.20	5.5	5.2	46	
560	1LA4 400-2AN	2984	64.0	96.0	96.0	0.88	0.86	1792	2.50	0.85	5.4	7.8	26	
650	1LA4 402-2AN	2985	74.0	96.3	96.3	0.88	0.87	2079	2.60	0.90	5.6	8.7	27	
750	1LA4 404-2AN	2985	84.0	96.5	96.5	0.89	0.88	2399	2.60	0.95	5.6	9.9	30	
820	1LA4 450-2CN	2983	92.0	96.2	96.2	0.89	0.87	2625	2.40	0.80	5.5	17.0	68	
940	1LA4 452-2CN	2984	106.0	96.5	96.4	0.89	0.87	3008	2.50	0.80	5.8	19.0	76	
1030	1LA4 454-2CN	2984	114.0	96.6	96.6	0.90	0.89	3296	2.40	0.75	5.7	21.0	79	
1200	1LA4 500-2CN	2985	132.0	96.7	96.6	0.90	0.89	3839	2.30	0.65	5.3	29.0	93	
1300	1LA4 502-2CN	2986	144.0	96.8	96.7	0.90	0.89	4157	2.30	0.65	5.3	32.0	98	
1420 <sup>2)</sup>	1LA4 504-2CN	2986	154.0	96.9	96.9	0.91	0.90	4541	2.40	0.70	5.5	35.0	125	
1680 <sup>2)</sup>	1LA4 560-2CN	2990	184.0	96.9	96.7	0.91	0.90	5365	2.50	0.45	5.4	53.0	104	
1900 <sup>2)</sup>	1LA4 562-2CN	2991	205.0	97.0	96.9	0.91	0.90	6066	2.60	0.50	5.7	58.0	131	
2000 <sup>2)</sup>	1LA4 564-2CN	2990	220.0	97.2	97.1	0.91	0.90	6387	2.50	0.45	5.0	64.0	136	
<b>4-pole</b>														
200	1LA4 310-4AN	1480	25.5	93.8	94.0	0.81	0.77	1290	2.30	1.15	5.2	2.8	159	
250	1LA4 312-4AN	1480	30.5	94.5	94.8	0.84	0.81	1613	2.30	1.15	5.3	3.5	201	
300	1LA4 314-4AN	1480	36.0	94.7	95.0	0.85	0.82	1936	2.40	1.25	5.5	4.0	222	
365	1LA4 316-4AN	1481	43.5	95.2	95.5	0.85	0.82	2353	2.40	1.25	5.5	4.8	297	
400	1LA4 350-4AN	1485	48.0	95.2	95.4	0.84	0.81	2572	2.50	1.25	5.5	6.0	224	
470	1LA4 352-4AN	1484	56.0	95.4	95.6	0.85	0.82	3024	2.35	1.20	5.3	6.9	247	
560	1LA4 354-4AN	1485	65.0	95.7	95.9	0.86	0.84	3601	2.40	1.30	5.5	8.1	296	
600	1LA4 400-4AN	1489	71.0	95.4	95.4	0.85	0.81	3848	2.60	1.25	5.70	11.6	288	
680	1LA4 402-4AN	1489	80.0	95.7	95.6	0.85	0.82	4361	2.60	1.25	5.70	12.9	330	
750	1LA4 404-4AN	1489	88.0	95.8	95.7	0.86	0.83	4810	2.65	1.30	5.80	14.5	381	
850	1LA4 450-4AN	1490	102.0	96.0	95.9	0.84	0.81	5447	2.40	1.00	5.5	22.0	438	
900	1LA4 452-4AN	1490	106.0	96.0	96.0	0.85	0.83	5768	2.40	1.00	5.5	24.0	556	

Figura 4.8: Fragmento de catálogo de motores de inducción tipo IEC

### 4.3 Algoritmo

En este trabajo los sistemas de ecuaciones no lineales  $F(x) = 0$  (4.5-4.9, 4.31-4.33 y 4.36-4.40) se han resuelto, en primer lugar, utilizando la herramienta “*fsolve*” proporcionada en el “Optimization Toolbox” de Matlab [21]. Esta herramienta utiliza un algoritmo basado en los mínimos cuadrados que emplea los métodos de Newton-Gauss, de Levenberg-Marquardt o basados en la región de confianza (*Trust Region Algorithm*). Como puede observarse en la literatura [5], [15]-[18], los métodos basados en el método de Newton proporcionan resultados satisfactorios siempre que la solución de partida sea cercana al óptimo. En caso de que la solución de partida no sea lo suficientemente cercana al óptimo, el algoritmo puede converger a una solución incorrecta o incluso puede no converger. La ventaja de los métodos basados en los mínimos cuadrados es que si

el sistema de ecuaciones no tiene un “cero”, el método converge a un punto donde el residuo es pequeño. El residuo, ( $\varepsilon$ ), en el punto de convergencia puede considerarse como:

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_i f_i^2} \quad (4.43)$$

La configuración usada fue la siguiente:

- Algoritmo de Levenberg-Marquardt
- Criterios de parada:
  - Máximo número de iteraciones:  $10^3$
  - Máximo número de evaluaciones de la función:  $10^4$
  - Tolerancia:  $10^{-20}$

En la mayoría de los casos el algoritmo se detiene debido a que no es capaz de mejorar durante un número determinado de iteraciones debido, a su vez, a que ya se ha alcanzado un error muy pequeño y es difícil seguir mejorando. En los casos en que el algoritmo no converge, la parada se suele producir por haberse alcanzado el número máximo de iteraciones permitido. Normalmente son necesarias unas 20 iteraciones y si se llega a las 1000, (el límite fijado), es un indicador de que el algoritmo no ha sido capaz de converger, o de que lo ha hecho a una solución que está lejos de ser la óptima. El criterio de la tolerancia se ha incluido con un valor muy elevado para que el algoritmo alcance la solución con la máxima precisión posible. A partir de un valor de  $10^{-17}$ , Matlab identifica el número como un cero por lo que, de forma práctica, el límite estaría en ese valor.

## 4.4 Resultados

El método de los mínimos ha sido probado en motores de diferentes características utilizando los dos modelos de circuito propuestos. A continuación se analizará su funcionamiento y resultados.

### 4.4.1 Modelo de circuito de jaula simple con parámetros ajustados con el deslizamiento

Identificando los parámetros de los motores de catálogos de motores de tipo NEMA e IEC de alta tensión, el método ha convergido en casi todos los casos. A pesar de que el ajuste empírico utilizado para el ajuste de los parámetros en función del deslizamiento es adecuado para motores NEMA tipo B de alta tensión, el método funciona también para la mayoría de los motores IEC de alta tensión ya que su construcción es similar. Sin embargo, el número de motores de baja tensión que el método no es capaz de identificar correctamente es bastante mayor que el de motores de alta tensión. En los casos en los que el algoritmo converge el máximo residuo fue de  $10^{-9}$ . En algunos motores no se produjo la convergencia y algunos de sus parámetros resultaron negativos, lo que no es factible. Varias pueden ser las razones de la falta de convergencia en esos casos.

Como se comentó en el segundo capítulo, los datos del fabricante están sujetos a tolerancias y además no se corresponden con una máquina en concreto, sino que son valores medios que provienen de ensayos que a su vez están sometidos a tolerancias. Debido a esta razón, es posible que el algoritmo no sea capaz de cuadrar todos los datos con las ecuaciones. En los datos de los motores de baja tensión se permiten mayores tolerancias que en los de alta tensión, como muestra la Tabla 4.1, por lo que es más probable que puedan producirse una mayor tasa de falta de convergencia o niveles más elevados de error en motores de baja tensión. Otra razón para los errores de convergencia es el método utilizado. Como se comentó anteriormente, los métodos basados en los mínimos cuadrados son sensibles a la solución inicial proporcionada. Por ser sólo una pequeña cantidad los motores que no convergen, no se consideraron representativos y se eliminaron de la estimación para no desvirtuar al conjunto de los resultados. El error *rms* crece enormemente apenas uno de los motores presente un error elevado. Los parámetros obtenidos por el algoritmo de mínimos cuadrados se han utilizado para calcular algunas magnitudes externas de los motores y así poder compararlas con las suministradas por el fabricante. La Tabla 4.2 muestra los errores *rms* de algunas magnitudes. Hay que decir que esas magnitudes se han utilizado en la determinación de los parámetros lo que hace posible su correcta estimación. Los resultados de la Tabla 4.2 muestran que los errores de  $M_{arr}$ ,  $P_u^n$ ,  $\eta_n$  y  $\cos\varphi_n$  son insignificantes (del orden de  $10^{-16}$ ). Sin embargo, el error en  $M_{max}$  fue del orden de  $10^{-2}$ , lo que indica que (2.21) no representa el valor real del par máximo y necesita ser modificada.

Tabla 4.2: Errores *rms* de algunas magnitudes

		<i>En el punto nominal</i>		
$M_{arr}$	$M_{max}$	$P_u^n$	$\eta_n$	$\cos\varphi_n$
$1.29 \cdot 10^{-15}$	$6.21 \cdot 10^{-2}$	$5.54 \cdot 10^{-16}$	$4.86 \cdot 10^{-16}$	$6.01 \cdot 10^{-17}$

La Figura 4.9 muestra la distribución del error de  $M_{max}$  respecto la potencia de los motores para el catálogo de motores de tipo NEMA utilizado, y puede apreciarse que el error es siempre positivo. Esto sugiere que los valores calculados son más altos que los correspondientes valores reales.

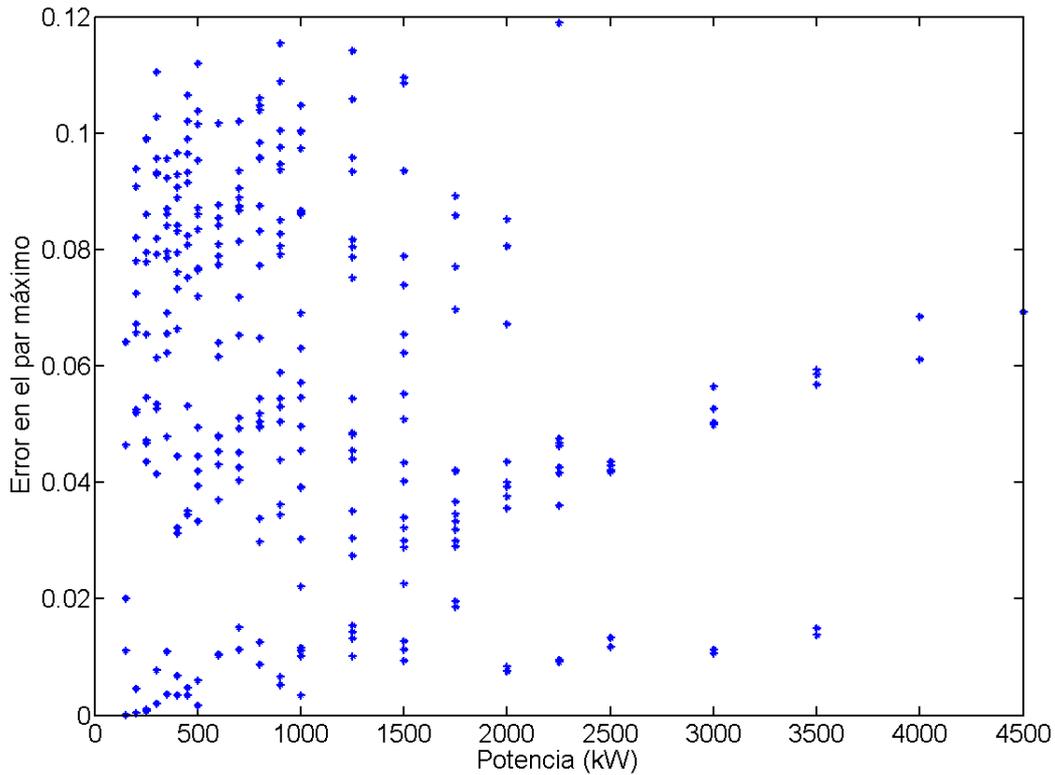


Figura 4.9: Distribución del error en función de la potencia

En la Figura 4.10 se muestra el par normalizado ( $M/M_n$ ) frente al deslizamiento de un motor NEMA de 186 kW, 2.3 kV y 6 polos. La línea continua representa la característica obtenida considerando los parámetros del rotor dependientes del deslizamiento, según (2.1) y (2.2), mientras que la línea discontinua representa la característica obtenida manteniendo los parámetros del rotor constantes. La Figura 4.11 muestra en detalle la característica par-deslizamiento en las cercanías del punto de par máximo. Se aprecia que en ambos casos el motor tiene la misma característica de par para deslizamientos pequeños ( $s \leq s_{max}$ ) o a partir del punto “a”. El punto “a” representa el punto de par máximo ( $s_{max}$ ,  $M_{max}$ ) cuando los parámetros del rotor se mantienen constantes y en ese punto  $dM/ds = 0$ . Sin embargo, cuando se permite a los parámetros variar a deslizamientos altos ( $s > s_{max}$ ) según (2.1) y (2.2), el valor de par máximo se obtiene en el punto “b” (deslizamiento  $s'_{max}$ ). En el punto de transición (cuando los parámetros comienzan a cambiar), la característica par-deslizamiento cambia su curso y su derivada ( $dM/ds$ ) se incrementa repentinamente. Su derivada pasa por cero en el punto “b”. El par normalizado en el punto “a” es 1.81 (Figura 4.11) y es exactamente el especificado por el fabricante. En este caso, el error en  $M_{max}$  es la diferencia entre los pares normalizados entre los puntos “a” y “b”. Para minimizar el error en  $M_{max}$ , es preciso revisar la ecuación (2.21) para representar el par en el punto “b”.

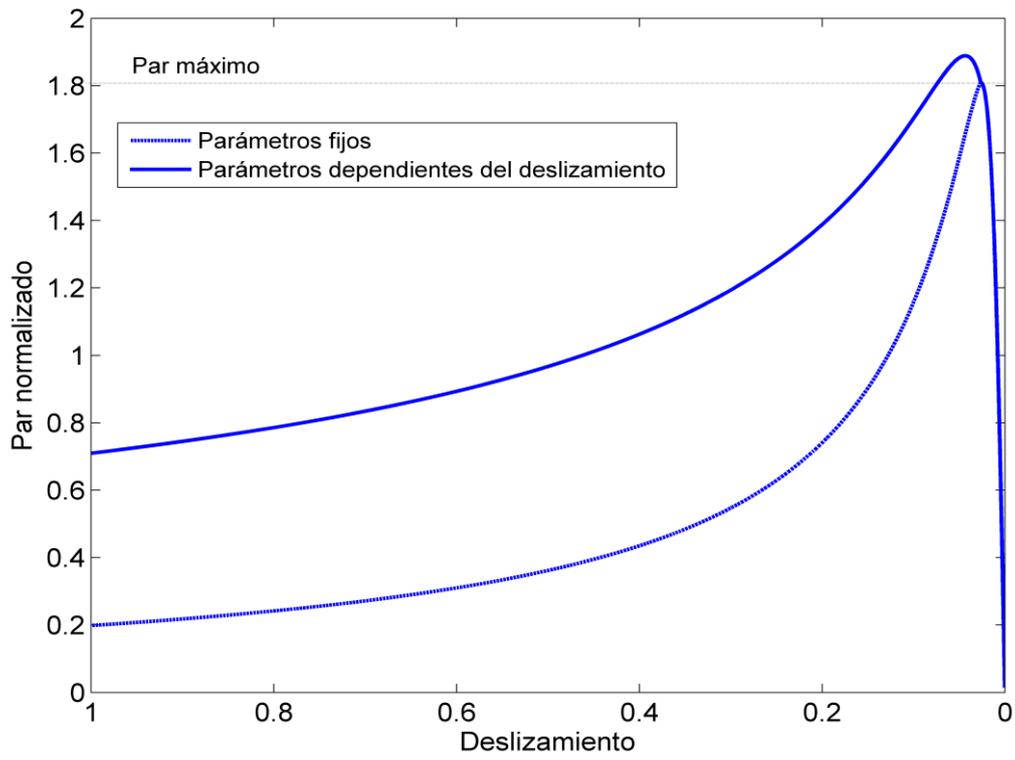


Figura 4.10: Característica par normalizado-deslizamiento

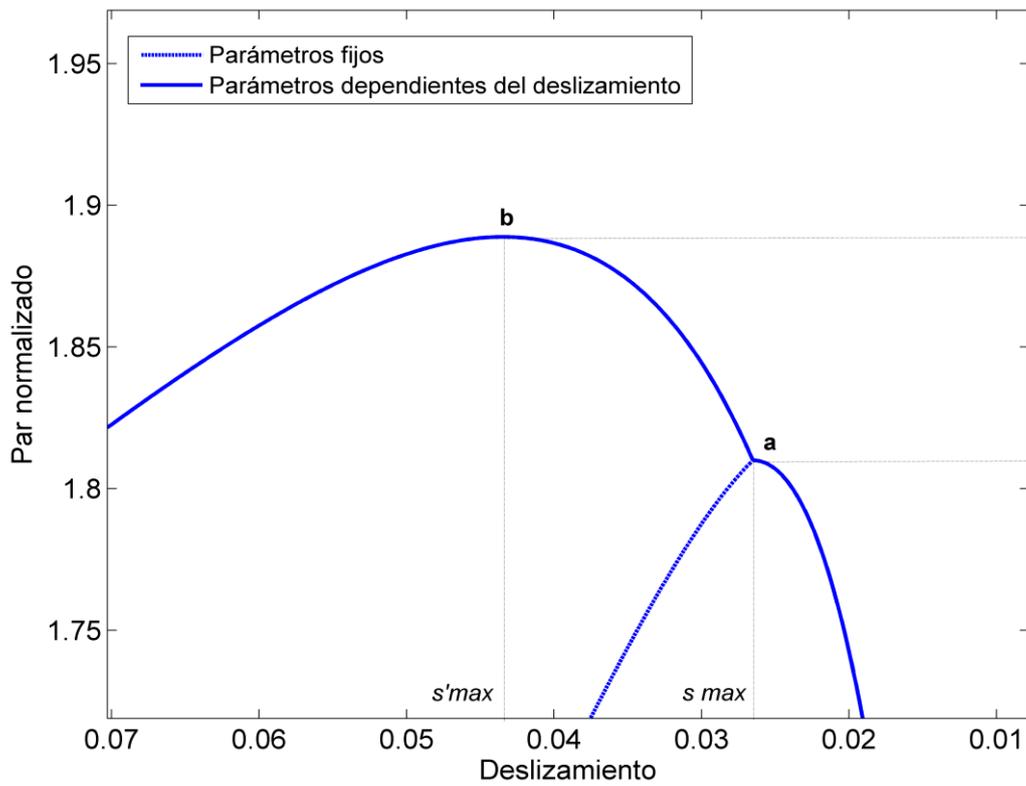


Figura 4.11: Detalle de la característica par normalizado-deslizamiento

De la Figura 4.12 se deduce que el error en  $M_{max}$  depende de la desviación de  $s'_{max}$  de  $s_{max}$  o de la relación  $s_r = (s'_{max}/s_{max})$ . La Figura 4.13 muestra la distribución del error de  $M_{max}$  en función de  $s_r$  de todos los motores, y se aprecia claramente que el error está relacionado casi linealmente con  $s_r$ . Sin embargo, el valor de  $s_r$  no es conocido con anterioridad por lo que no es posible utilizarlo durante el proceso iterativo de “*fsolve*”. El parámetro que más relación guarda con  $s_r$  resulta ser la relación  $X_r = X_1/X_{20}$  como puede verse en la Figura 4.13. La relación entre  $s_r$  y  $X_r$  puede ajustarse de la siguiente manera [5]:

$$s_r = \frac{s'_{max}}{s_{max}} = \frac{a + X_r}{b + X_r} \Rightarrow s'_{max} = \left[ \frac{a + X_r}{b + X_r} \right] s_{max} \quad (4.44)$$

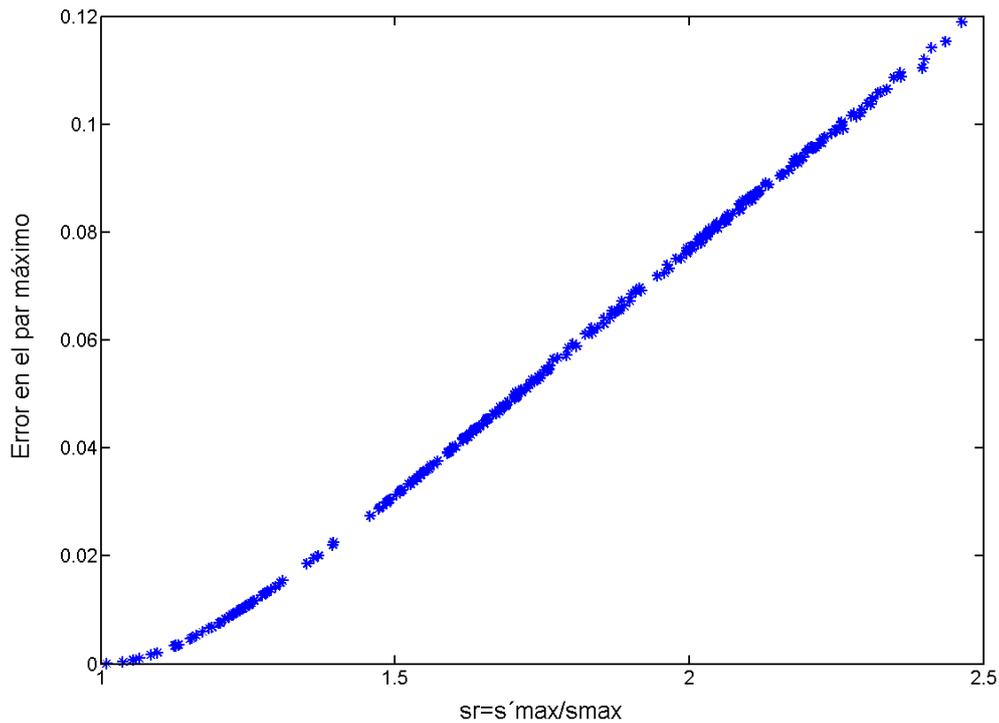


Figura 4.12: Distribución del error de par máximo frente a deslizamiento relativo

Usando una técnica de ajuste por mínimos cuadrados, los valores de  $a$  y  $b$  resultaron ser  $a = 0.8239$  y  $b = 0.2398$ . La línea continua mostrada en la Figura 4.13 se obtiene de (4.44) y muestra un excelente ajuste a los valores reales. Estos valores anteriores de  $a$  y  $b$ , se han utilizado para todos los motores estudiados.  $s'_{max}$  es evaluada dentro de la rutina “*fsolve*” a través de (4.44). La ecuación revisada del par máximo puede escribirse, (utilizando el equivalente Thévenin, Figura 4.14), como:

$$M(s'_{max}) = \frac{P_a(s'_{max})}{\Omega_s} = \frac{3I_2^2(s'_{max})f_r(s'_{max})R_{20}}{\Omega_s s'_{max}} \quad (4.45)$$

donde:

$$I_2^2(s'_{max}) = \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + f_r(s'_{max})R_{20} / s'_{max})^2 + (X_{th} + f_x(s'_{max})X_{20})^2} \quad (4.46)$$

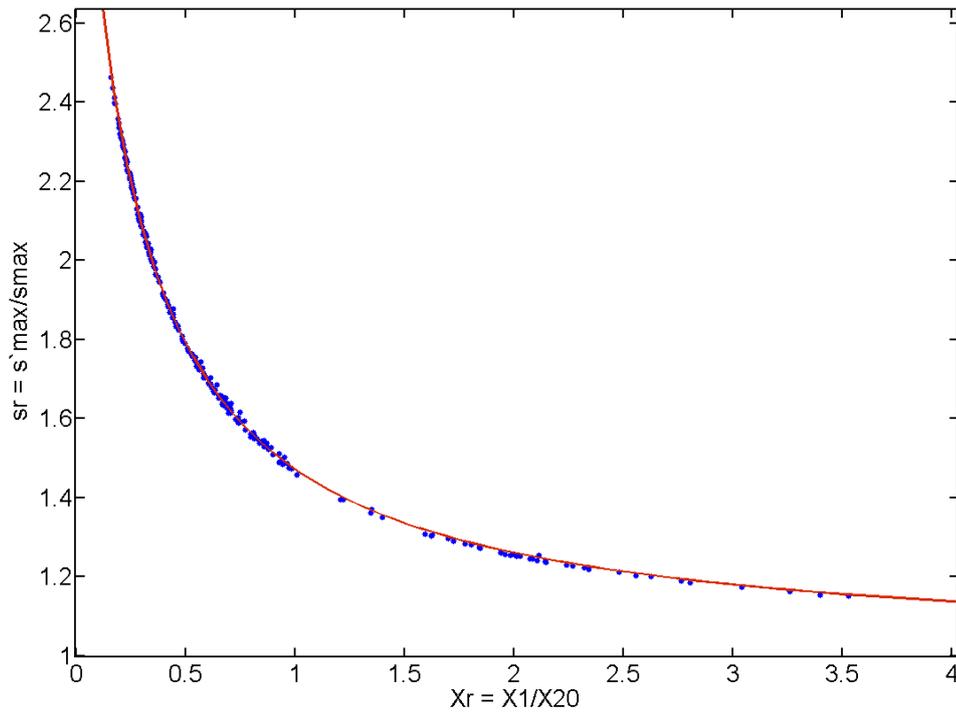


Figura 4.13: Relación entre  $s_r$  y  $X_r$

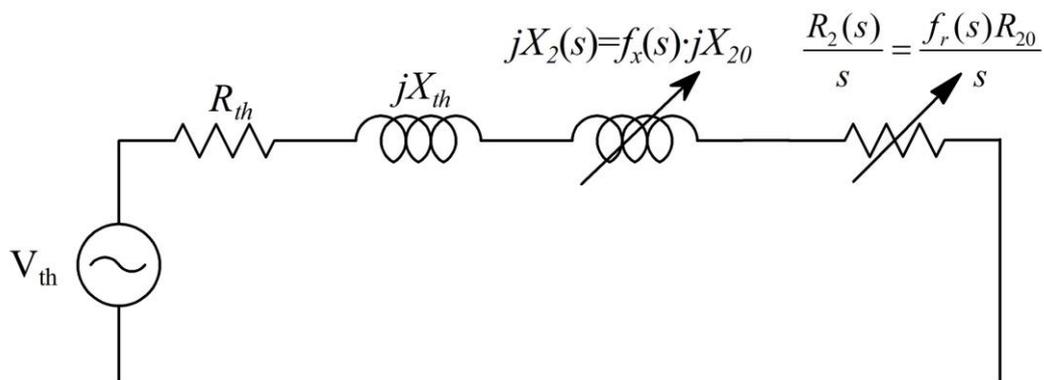


Figura 4.14: Equivalente Thévenin

De este modo, la ecuación del par máximo resulta:

$$f_6(\mathbf{x}) = M_{max} - M(s'_{max}) = 0 \quad (4.47)$$

que representa la condición revisada de par máximo y debe sustituir a la original (4.8).

Los parámetros de todos los motores se han recalculado después de reemplazar (4.8) por (4.47) y el algoritmo converge en todos los casos con un valor máximo de residuo de  $10^{-9}$ . Ahora, los parámetros de todos los motores resultan positivos. Con la ecuación del par máximo corregida, el error *rms* en  $M_{max}$  se reduce a  $5.54 \cdot 10^{-6}$ , una buena mejora frente al valor anterior de 0.0621. La distribución del error de  $M_{max}$  se muestra en la Figura 4.15 y puede verse que el mayor error es menor de  $3 \cdot 10^{-5}$ . Los errores en las demás magnitudes continúan siendo despreciables (del orden de  $10^{-16}$ ).

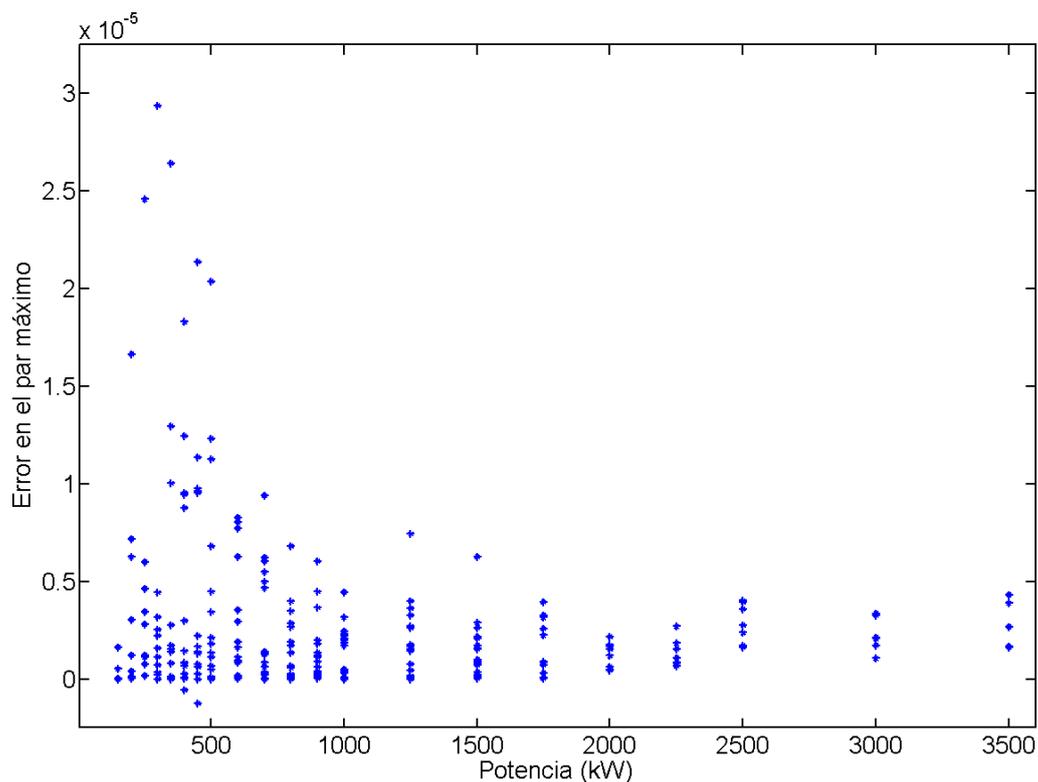


Figura 4.15: Distribución del error en el par máximo usando la ecuación del par máximo corregida

La Tabla 4.3 muestra los valores de los parámetros del circuito equivalente de algunos de los motores estudiados. El tiempo total utilizado por la rutina “*fsolve*” para el cálculo de los parámetros del modelo de circuito de los motores de tipo NEMA de alta tensión (356 motores) fue de 16.4 segundos y el tiempo total utilizado incluyendo la toma de datos y otros cálculos auxiliares fue de 19.7 segundos. El cálculo de los parámetros del modelo de circuito de cada motor

necesitó, de media, 0.057 segundos. El tiempo utilizado por este método es despreciable y puede considerarse prácticamente instantáneo siempre que el algoritmo converge.

Tabla 4.3: Parámetros y errores de algunos motores seleccionados

<b>Motor</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Tipo	NEMA	NEMA	NEMA	NEMA	NEMA	NEMA
Potencia [kW]	588	918	588	918	588	918
Tensión [V]	2300	2300	2300	2300	6600	6600
Frecuencia [Hz]	60	60	60	60	60	60
Nº Polos	6	6	12	12	6	6
$R_l$ [ $\Omega$ ]	0.113	0.063	0.100	0.056	0.797	0.519
$R_l$ [pu]	0.0162	0.0141	0.0161	0.0134	0.0144	0.0111
$X_l$ [ $\Omega$ ]	1.207	0.598	0.962	0.575	8.222	4.918
$X_l$ [pu]	0.173	0.135	0.152	0.137	0.149	0.107
$R_{20}$ [ $\Omega$ ]	0.075	0.042	0.067	0.037	0.531	0.346
$R_{20}$ [pu]	0.0108	0.0094	0.0107	0.0089	0.0096	0.0074
$X_{20}$ [ $\Omega$ ]	0.686	0.640	1.087	0.718	5.687	4.961
$X_{20}$ [pu]	0.098	0.144	0.171	0.171	0.103	0.106
$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	592.33	438.46	490.45	358.98	4031.7	3435.8
$R_{Fe}$ [pu]	84.98	98.97	77.26	85.36	73.04	73.52
$X_m$ [ $\Omega$ ]	18.498	11.426	13.382	9.456	120.77	92.45
$X_m$ [pu]	2.654	2.576	2.107	2.249	2.188	1.978
$P_{const}$ [W]	14470.5	20287.5	17299.1	24374.9	17731.2	21278.7
$P_{const}$ [pu]	0.0243	0.0218	0.0290	0.0261	0.0297	0.0228
Error $M_{arr}$	$-5.12 \cdot 10^{-16}$	$-4.50 \cdot 10^{-16}$	$5.04 \cdot 10^{-16}$	$4.86 \cdot 10^{-16}$	$2.22 \cdot 10^{-16}$	0
Error $M_{max}$	$-3.83 \cdot 10^{-9}$	$8.86 \cdot 10^{-8}$	$6.80 \cdot 10^{-6}$	$3.26 \cdot 10^{-6}$	$5.49 \cdot 10^{-7}$	$6.58 \cdot 10^{-6}$
Error $P_u^n$	0	0	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.24 \cdot 10^{-16}$	0	0
Error $\eta_n$	0	0	0	0	$1.17 \cdot 10^{-16}$	0
Error $\cos\varphi_n$	0	$1.35 \cdot 10^{-16}$	0	0	0	0
Error $I_{arr}$	-0.127	-0.111	-0.057	-0.061	-0.113	-0.120

La Tabla 4.4 muestra la evolución del algoritmo iterativo para un motor. Aproximadamente han sido necesarias 20 iteraciones por término medio y unas 100 evaluaciones de la función. El algoritmo converge rápidamente adaptando el tamaño del paso en cada iteración. Para cada iteración se muestra el número de iteración, el número de evaluaciones de la función objetivo, el residuo del punto actual entre otros datos. El dato de *optimalidad de primer orden* es una medida de cómo de cerca está la solución del óptimo. *Lambda* es el término que determina la magnitud y la dirección de búsqueda en el método de Levenberg-Marquardt. La norma del paso indica el tamaño del desplazamiento en una iteración.

Tabla 4.4: Iteraciones del algoritmo

Iteración	Contador de funciones	Residuo	Optimalidad de primer orden	Lambda	Norma del paso
0	6	2.34E+11	2.03E+13	0.01	
1	12	5.22E+08	9.43E+10	0.001	1363.29
2	18	1.54E+08	4.08E+11	0.0001	5217.07
3	24	2.72E+07	1.12E+11	1.00E-05	564
4	30	1.13E+06	1.43E+10	1.00E-06	440
5	36	3508.29	1.41E+09	1.00E-07	409
6	42	6.43E-04	2.20E+05	1.00E-08	0.231781
7	48	4.35E-05	3.24E+05	1.00E-09	0.0140453
8	54	1.81E-07	2.09E+04	1.00E-10	0.000904602
9	60	3.68E-10	869	1.00E-11	4.72E-05
10	66	7.18E-12	121	1.00E-12	6.50E-07
11	72	7.70E-13	43.7	1.00E-13	9.12E-07
12	78	1.18E+15	1.68	1.00E-14	1.70E-07
13	84	4.08E-17	0.306	1.00E-15	1.21E-08
14	90	1.22E-19	0.0166	2.22E-16	1.03E-09
15	96	7.36E-23	2.36E-05	2.22E-16	4.01E-12
16	102	1.40E-23	4.03E-08	2.22E-16	7.01E-13
17	121	1.32E-23	4.47E-08	2.22E-03	2.33E-13

En las figuras 4.16 a 4.20 se comparan los valores de los parámetros obtenidos, ( $x$ ), frente a los valores iniciales de los parámetros, ( $x_0$ ). Los puntos indican el valor que ha tomado la solución calculada frente a la solución inicial para el conjunto de motores NEMA de alta tensión. La línea de color negro muestra la solución inicial que idealmente debería ser usada ( $x = x_0$ ). La línea de color rojo presenta el ajuste lineal que existe entre los valores de la solución inicial y los calculados. Los ajustes de los diferentes parámetros han sido:

- $X_I$ :  $x_0 = 0.17 \cdot x + 0.16$
- $R_{20}$ :  $x_0 = 0.70 \cdot x + 0.01$
- $X_{20}$ :  $x_0 = 0.21 \cdot x + 0.34$
- $X_m$ :  $x_0 = 1.73 \cdot x + 3.46$
- $P_{const}$ :  $x_0 = 1.46 \cdot x - 4179$

Por tanto, teniendo en cuenta la proporción entre  $x$  y  $x_0$  la solución inicial proporcionada podría mejorarse multiplicando  $x_0$  por los siguientes factores:

- $X_I$ :  $x_0' = 5.8 \cdot x_0$
- $R_{20}$ :  $x_0' = 1.4 \cdot x_0$
- $X_{20}$ :  $x_0' = 4.8 \cdot x_0$
- $X_m$ :  $x_0' = 0.6 \cdot x_0$
- $P_{const}$ :  $x_0' = 0.7 \cdot x_0$

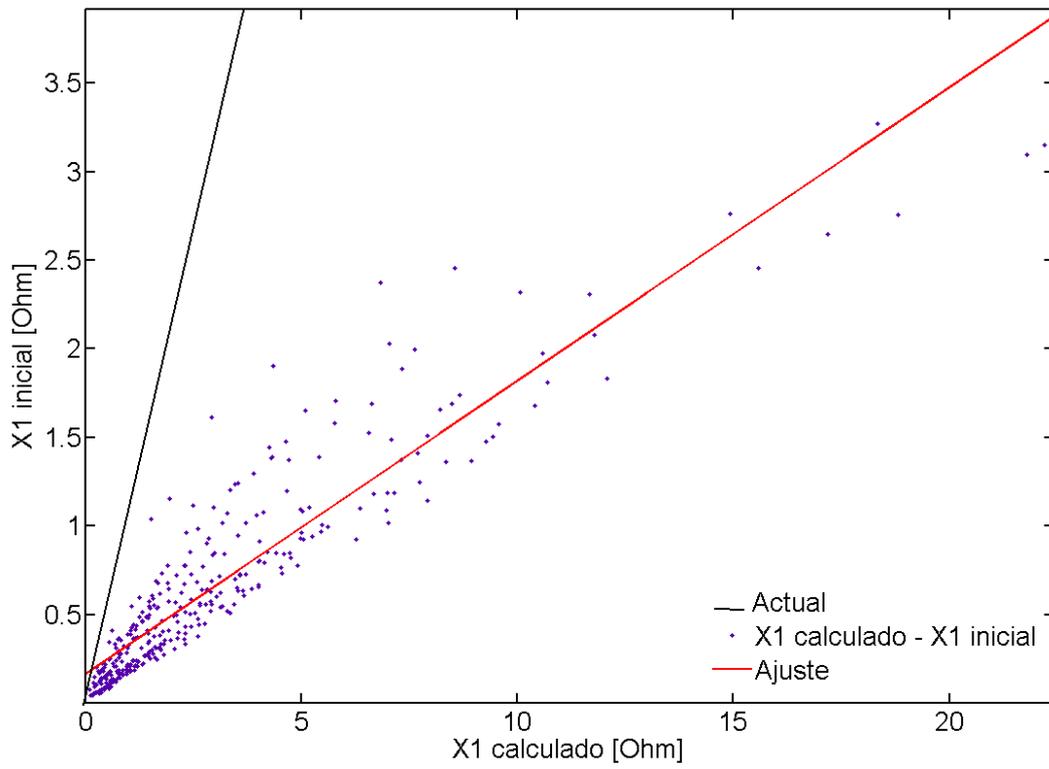


Figura 4.16: Relación entre los valores iniciales y los calculados del parámetro  $X_1$

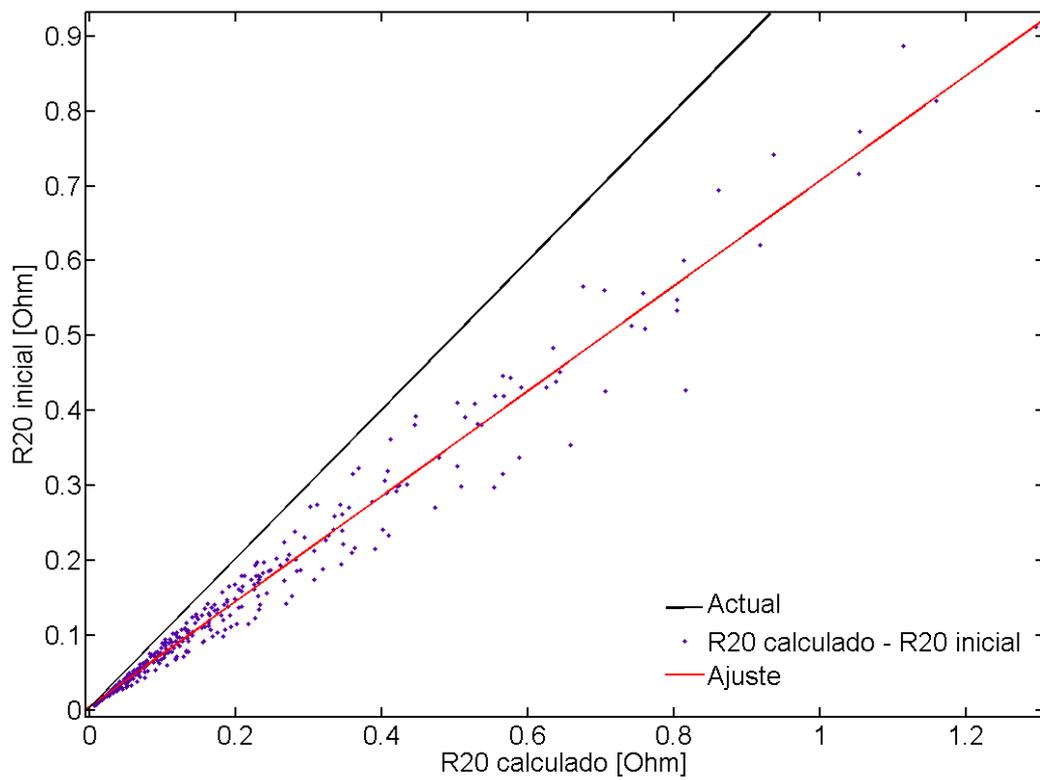
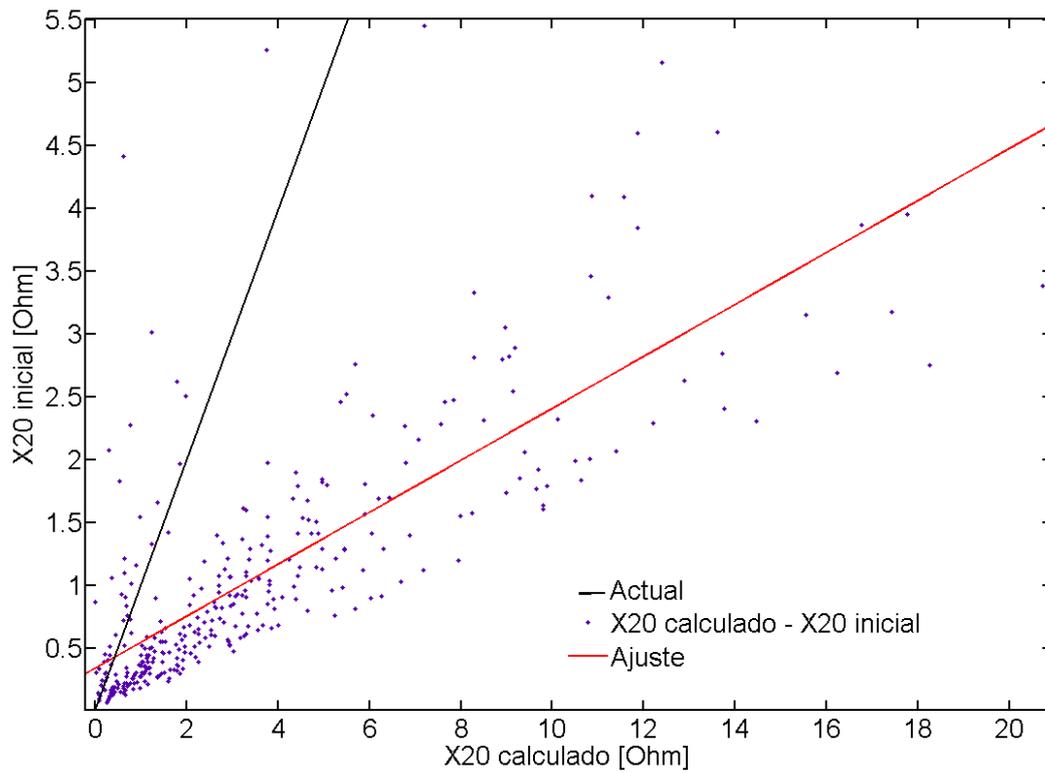
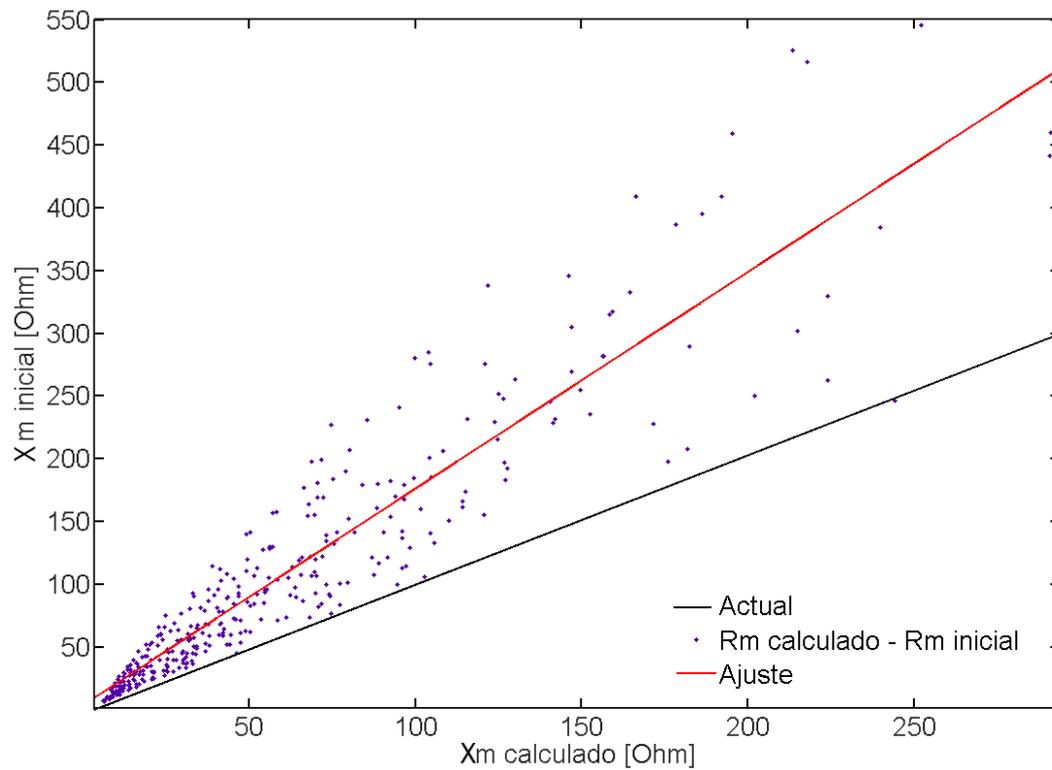


Figura 4.17: Relación entre los valores iniciales y los calculados del parámetro  $R_{20}$

Figura 4.18: Relación entre los valores iniciales y los calculados del parámetro  $X_{20}$ Figura 4.19: Relación entre los valores iniciales y los calculados del parámetro  $X_m$

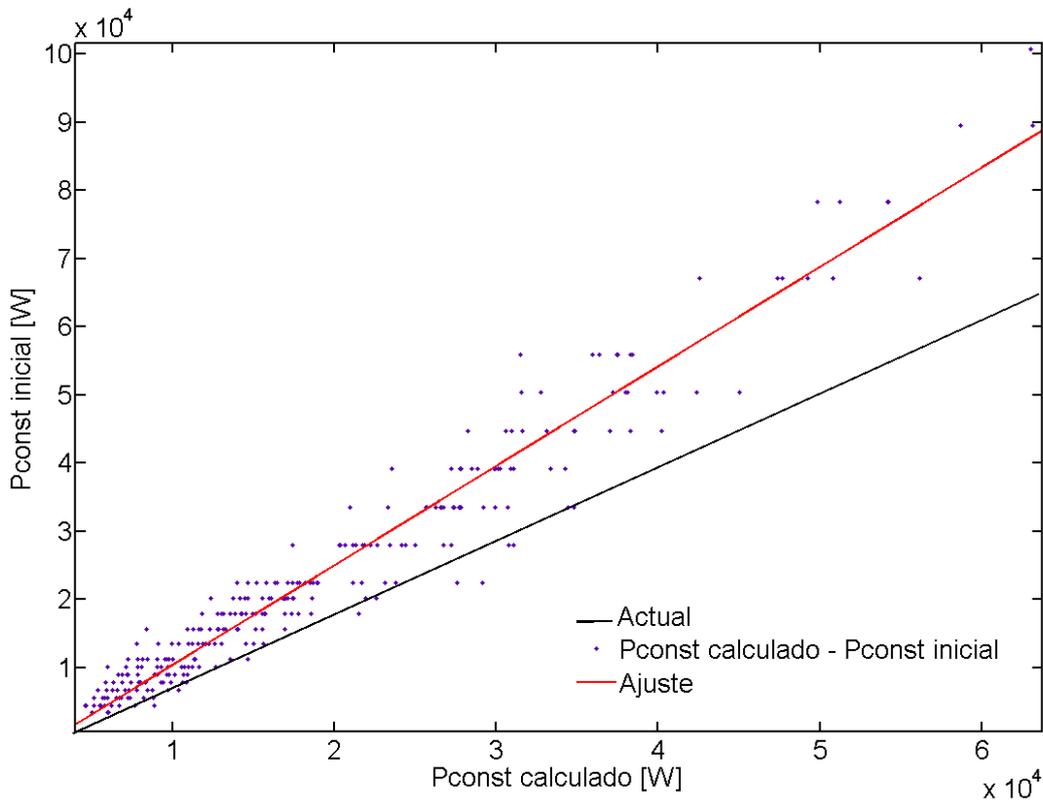


Figura 4.20: Relación entre los valores iniciales y los calculados del parámetro  $P_{const}$

Esto equivale a decir, por ejemplo, que el valor inicial del parámetro  $X_1$  utilizado es casi 6 veces inferior en la mayoría de los casos al que el algoritmo calcula. Por tanto, es recomendable aumentar el valor inicial del parámetro  $X_1$  para acercar la solución inicial al óptimo y ayudar a la convergencia del algoritmo.

Tras recalcular los parámetros sólo se acusó una ligera mejoría en los errores *rms*, que de por sí eran bastante pequeños. También parece indicar que la solución inicial utilizada no está detrás de los casos de falta de convergencia de algunos motores que se comentaron previamente ya que estos continúan presentando parámetros negativos.

La Figura 4.21 muestra la distribución del parámetro  $R_{20}$  en función de la potencia nominal del motor. Existe una clara dependencia de este parámetro con respecto a la potencia nominal de los motores. La distribución sigue una forma aproximadamente hiperbólica y hay poca dispersión en sus valores. El máximo valor es  $1.3 \Omega$  para un motor de 400 kW y el mínimo es  $0.01 \Omega$  para un motor de 3500 kW. Se aprecian tres grupos de valores, uno encima del otro. Para una misma potencia, los valores se agrupan dependiendo de la tensión de los motores, siendo estas para el catálogo utilizado de 2300 V, 4000 V y 6600 V. La mayor resistencia corresponde a los motores de mayor tensión, 6600 V y la mínima para los de menor tensión, 2300 V.

La Figura 4.22 muestra la distribución del parámetro  $X_l$  respecto a la potencia nominal de los motores. La forma de la distribución es de nuevo hiperbólica. El máximo valor es  $22 \Omega$  para un motor de  $150 \text{ kW}$  y el mínimo,  $0.094 \Omega$  para un motor de  $2250 \text{ kW}$ . Al igual que sucedía con el parámetro  $R_{20}$ , las reactancias se agrupan según la tensión. Algunos autores han aprovechado este hecho para ajustar los valores mediante una curvas de regresión y poder posteriormente obtener de forma rápida y aproximada los valores típicos de los parámetros del modelo de circuito de un motor en función de su potencia y su tensión [17], [22].

La Figura 4.23 muestra la distribución del parámetro  $X_{20}$  en función de la potencia. La distribución es decreciente pero para potencias pequeñas se vuelve más dispersa. Resultados similares se aprecian en la Figura 4.24 con el parámetro  $X_m$ . Las pérdidas son aproximadamente proporcionales a la potencia como puede verse en la Figura 4.25. Sin embargo, si se observa la misma figura en valores referidos a por unidad, Figura 4.26, la tendencia es claramente decreciente con la potencia de los motores. Este hecho está relacionado con la mayor eficiencia de los motores grandes en los que se tienen muy en cuenta las pérdidas de potencia en su diseño y fabricación.

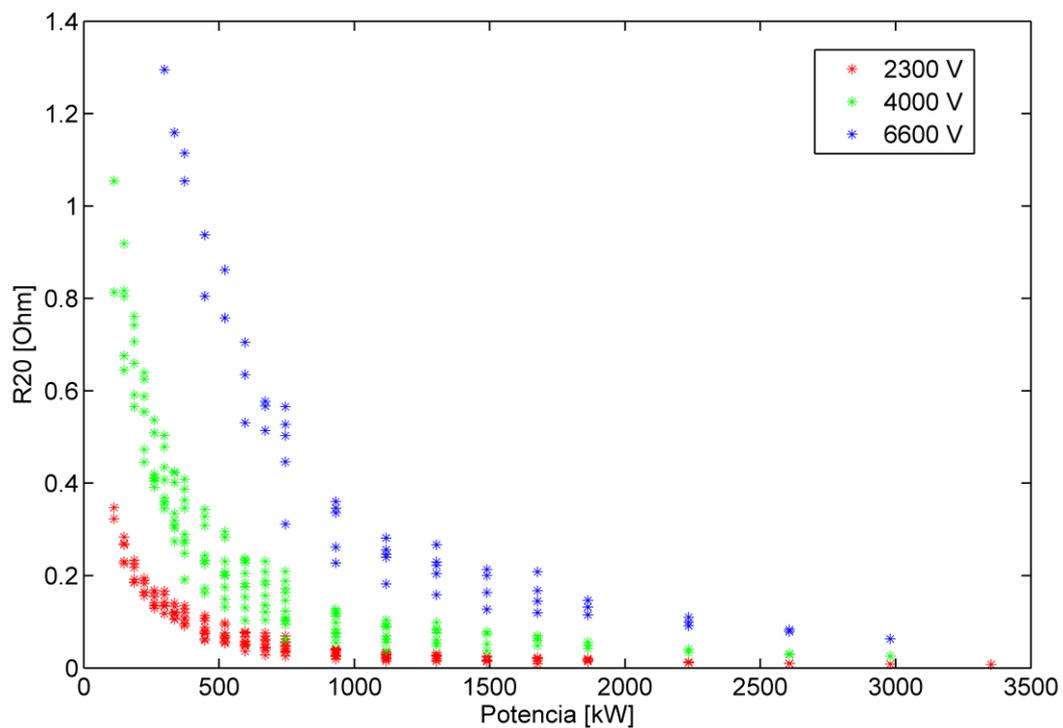
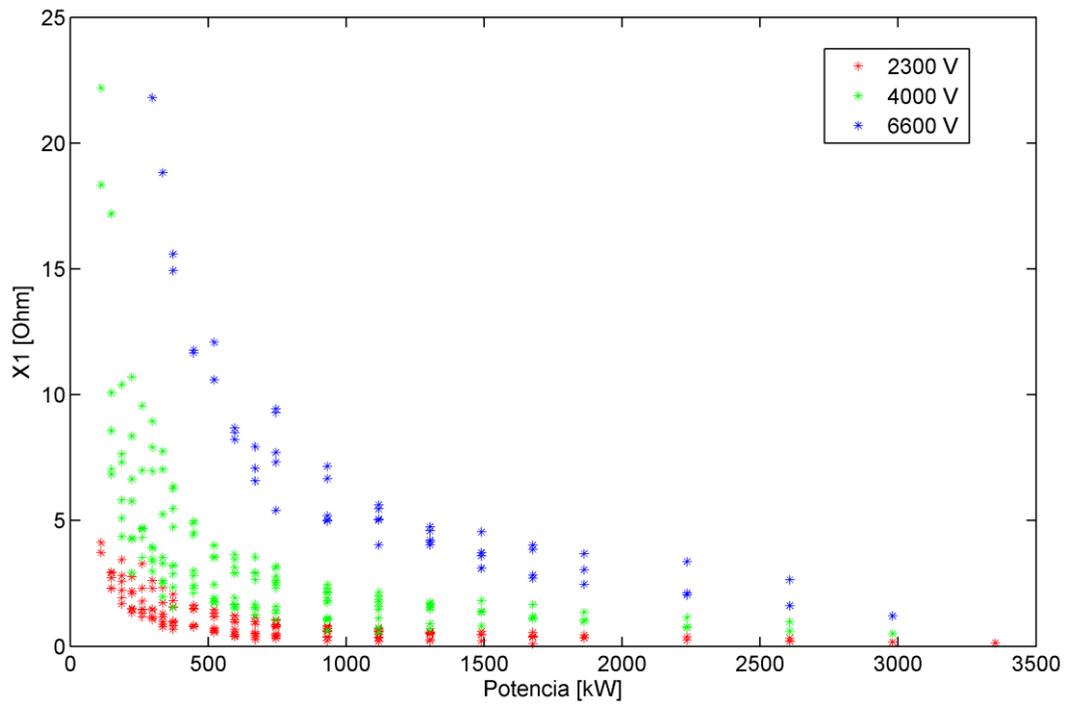
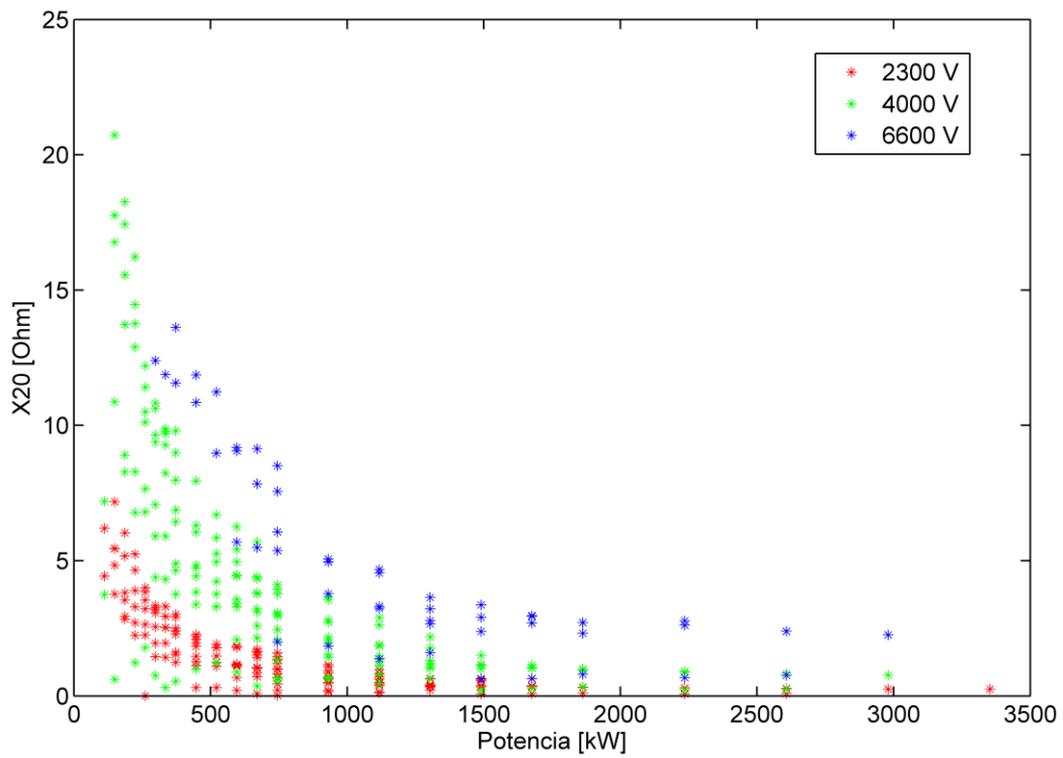


Figura 4.21: Distribución del parámetro  $R_{20}$  en función de la potencia

Figura 4.22: Distribución de  $X_1$  en función de la potenciaFigura 4.23: Distribución de  $X_{20}$  en función de la potencia

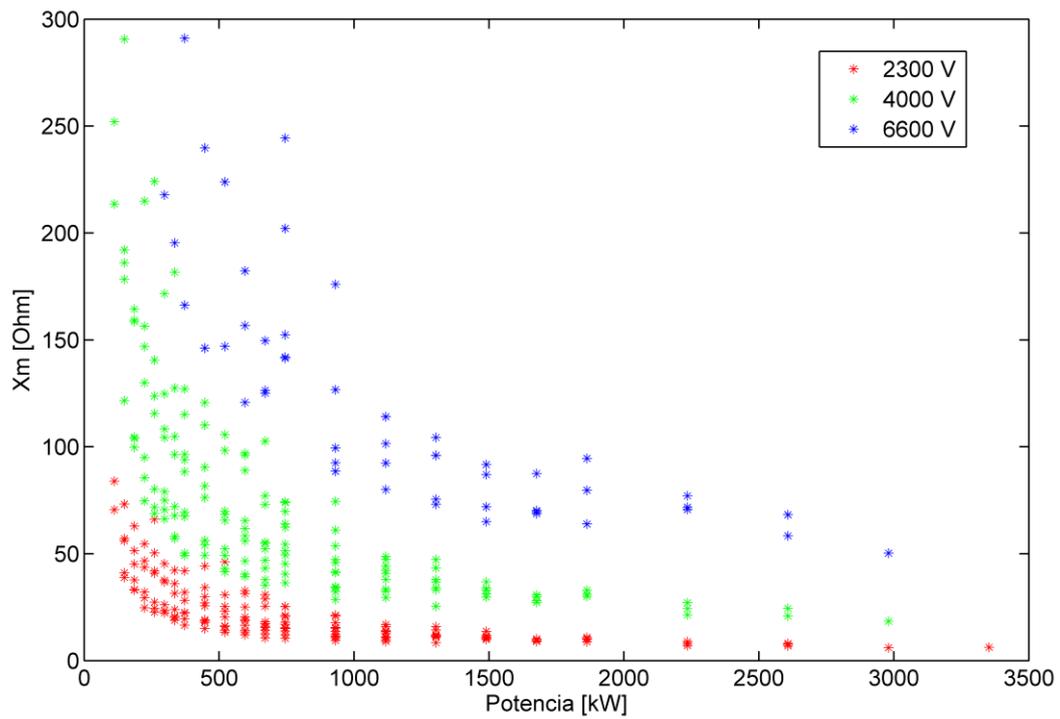


Figura 4.24: Distribución de  $X_m$  en función de la potencia

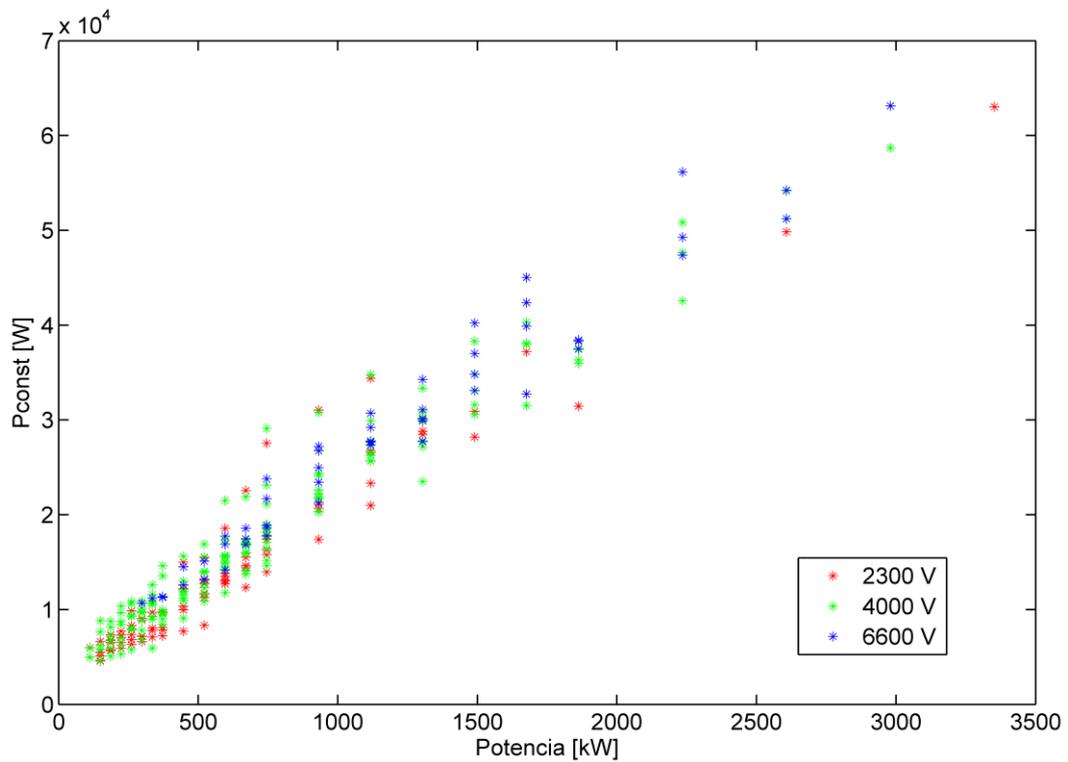


Figura 4.25: Distribución de  $P_{const}$  en función de la potencia

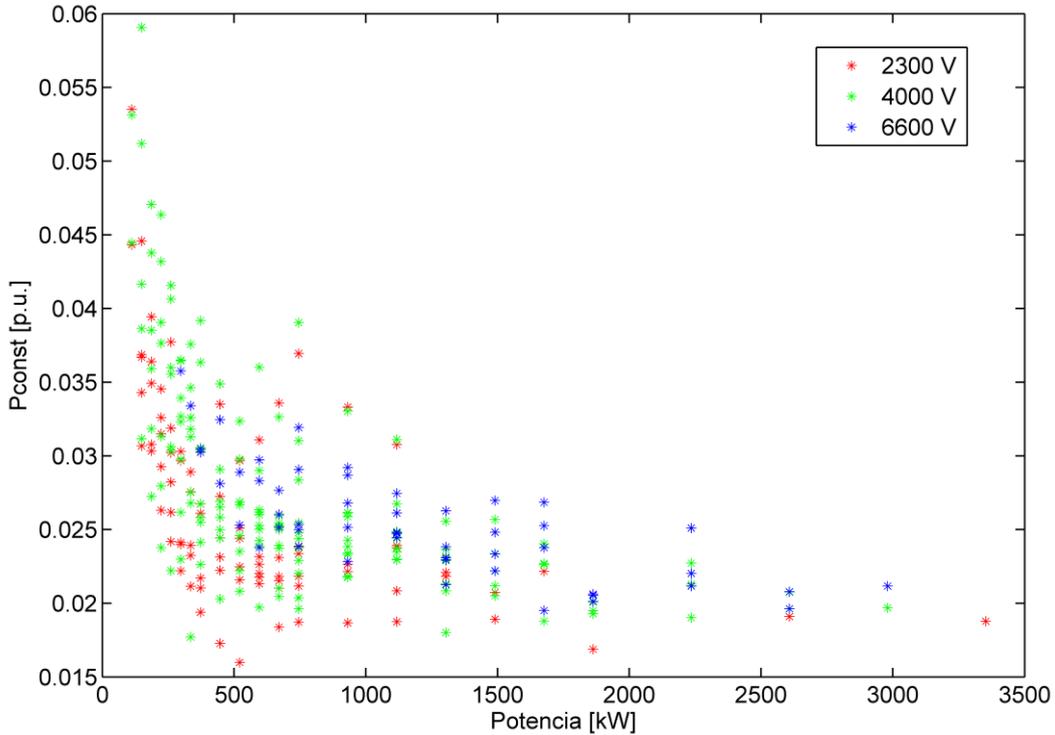


Figura 4.26: Distribución de  $P_{const}$  (en pu) en función de la potencia

Como se mencionó previamente, la elección del circuito equivalente depende del objetivo del estudio. El ajuste de los parámetros del rotor (2.1) y (2.2) sirven para determinar el par de arranque usando un modelo de rotor de jaula simple. El mismo ajuste puede utilizarse para determinar la intensidad de arranque. Cuando esta debe ser determinada, es necesario incluir el correspondiente criterio en la formulación del problema. El criterio de intensidad de arranque es:

$$f_7(\mathbf{x}) = I_{1arr} - I_1(1) = 0 \quad (4.48)$$

donde  $I_{1arr}$  es el valor de la intensidad estática de arranque suministrado por el fabricante.

Reemplazando el criterio del par de arranque (4.9) por el de intensidad de arranque (4.48) se obtienen resultados similares a los anteriores. Sin embargo, cuando no se usa una información en la formulación, esta no puede ser determinada correctamente. Así, en la Tabla 4.5 se observa que cuando se utiliza el criterio del par de arranque, el error *rms* del par de arranque es insignificante pero en cambio el de la intensidad de arranque toma valores mucho mayores (del orden de  $10^{-1}$ ). Lo mismo sucede al intercambiar los criterios. Los resultados de las simulaciones indican que un modelo de circuito de jaula simple con parámetros dependientes del deslizamiento puede predecir sólo una de las características del arranque ( $M_{arr}$ ,  $I_{arr}$ ) aparte de las otras características de la región normal de operación.

Tabla 4.5: Errores *rms* cuando se usan diversos criterios

Criterio	Errores <i>rms</i>					
	$I_{arr}$	$M_{arr}$	$M_{max}$	$P_u^n$	$\eta_n$	$\cos \varphi_n$
$M_{arr}$	$9.60 \cdot 10^{-2}$	$7.25 \cdot 10^{-14}$	$5.56 \cdot 10^{-6}$	$9.51 \cdot 10^{-17}$	$1.24 \cdot 10^{-16}$	$5.57 \cdot 10^{-17}$
$I_{arr}$	$1.39 \cdot 10^{-13}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$1.15 \cdot 10^{-5}$	$7.94 \cdot 10^{-17}$	$8.53 \cdot 10^{-17}$	$4.93 \cdot 10^{-17}$

#### 4.4.2 Modelo de circuito de doble jaula

Los motores de alta tensión, tanto NEMA como IEC, se adaptan perfectamente al modelo de circuito de doble jaula y para todos el algoritmo converge con errores del orden de  $10^{-16}$ . Sin embargo, en algunos motores de baja tensión no se consiguió la convergencia. En los que sí se alcanzó la convergencia la mayoría de los errores fueron de nuevo del orden de  $10^{-16}$  aunque en algunos fueron del orden de  $10^{-2}$ , lo que hizo descender el error *rms* hasta valores del orden de  $10^{-2}$ . Se probó un catálogo de motores de baja tensión, (400 V), y alta eficiencia, (Eficiencia Premium, IE3), y en todos el algoritmo alcanzó la convergencia, (Tabla 4.6). Con este modelo de circuito no es posible calcular correctamente el rendimiento ni el factor de potencia al haber despreciado la resistencia de la rama de magnetización. Por tanto sólo se han calculado los errores del par de arranque, el par máximo, la potencia nominal y de la intensidad de arranque. Este modelo de circuito, a diferencia del modelo de jaula simple, es capaz de predecir la intensidad de arranque y el par de arranque simultáneamente además del par máximo.

Tabla 4.6: Errores *rms* de algunas magnitudes

	$M_{arr}$	$M_{max}$	$P_u^n$	$I_{arr}$
Alta tensión	$2.0551 \cdot 10^{-16}$	$1.9213 \cdot 10^{-16}$	$1.9369 \cdot 10^{-16}$	$1.1384 \cdot 10^{-16}$
Baja tensión IE2	$6.8505 \cdot 10^{-3}$	$2.2623 \cdot 10^{-2}$	$6.7341 \cdot 10^{-3}$	$2.7863 \cdot 10^{-2}$
Baja tensión IE3	$7.4219 \cdot 10^{-4}$	$2.3621 \cdot 10^{-3}$	$6.9803 \cdot 10^{-4}$	$3.0173 \cdot 10^{-3}$

La Figura 4.27 muestra las clases de rendimiento de la norma IEC 60034-20:2008 [23] para motores de cuatro polos, enfrentando la potencia, en eje de abscisas, con el rendimiento en el eje de ordenadas. Esta norma define tres tipos de rendimiento en función de la potencia siendo la IE1 la de menor rendimiento y la IE3 la de mayor rendimiento.

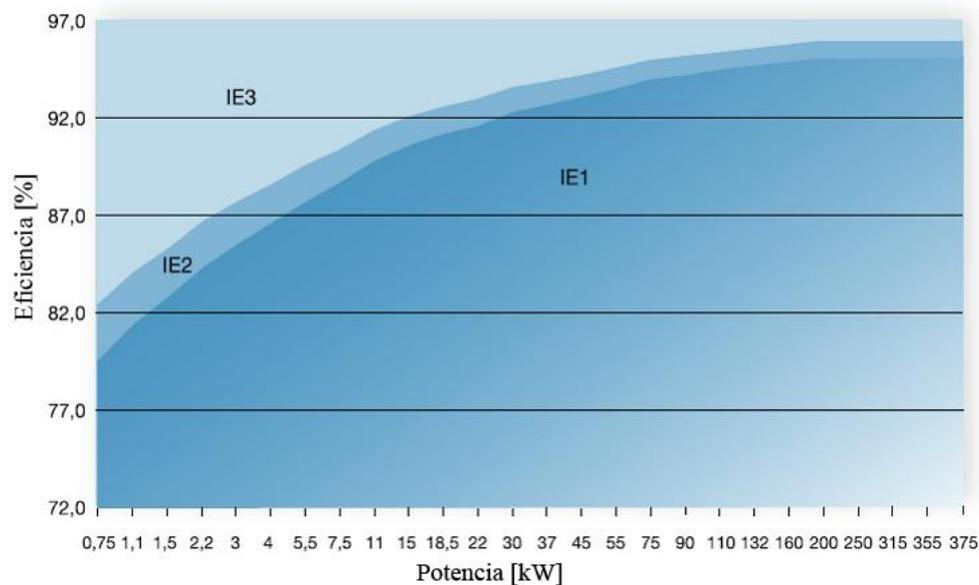


Figura 4.27: Clases de rendimiento según norma IEC 60034-30:2008

En la Tabla 4.7 se muestran los parámetros del modelo de circuito de doble jaula calculados en motores de alta tensión y en la Tabla 4.8 en motores de baja tensión. Se puede comprobar que se cumplen las condiciones  $R_2 > R_1$  y  $X_{1d} > X_{2d}$ . Los parámetros de partida utilizados son del mismo orden que los calculados por lo que se considera que son adecuados. Los tiempos utilizados por el algoritmo fueron del mismo orden de los utilizados por el modelo de circuito de jaula simple con parámetros dependientes del deslizamiento.

Los datos del fabricante de un motor NEMA de 186 kW, 2.3 kV y 6 polos se han utilizado para identificar los parámetros del modelo de jaula simple con parámetros dependientes del deslizamiento y los parámetros del modelo de doble jaula para compararlos. La Figura 4.28 muestra la característica par-deslizamiento de dicho motor para ambos modelos de circuito. El diferente comportamiento entre el modelo de jaula simple (línea verde) y el modelo de doble jaula (línea azul) se observa claramente en esta figura. La Figura 4.28 también muestra el par máximo, el par de arranque y el par nominal suministrados por el fabricante. Como puede observarse, ambas curvas pasan exactamente por los tres puntos dados por el catálogo. El deslizamiento de par máximo difiere en un 1% entre las dos curvas. La Figura 4.29 muestra en detalle la zona de par máximo de ambas curvas con los valores del punto de máximo par.

Tabla 4.7: Parámetros y errores de seis motores de alta tensión seleccionados

<b>Motor</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Tipo	NEMA	NEMA	NEMA	IEC	IEC	IEC
Potencia [kW]	588	918	588	560	560	750
Tensión [V]	2300	2300	2300	3000	10000	3000
Frecuencia[Hz]	60	60	60	50	50	50
Nº Polos	6	6	12	6	4	4
$R_l$ [ $\Omega$ ]	0.1069	0.0569	0.0846	0.0926	0.8333	0.0648
$R_l$ [pu]	0.0121	0.0100	0.0095	0.0058	0.0047	0.0054
$R_2$ [ $\Omega$ ]	0.274	0.162	0.334	0.756	5.298	0.396
$R_2$ [pu]	0.0309	0.0285	0.0377	0.0470	0.0297	0.0330
$X_m$ [ $\Omega$ ]	18.021	11.000	12.805	32.418	323.830	33.121
$X_m$ [pu]	2.032	1.938	1.444	2.017	1.813	2.760
$X_{sd}$ [ $\Omega$ ]	0.969	0.578	1.015	1.517	15.651	1.205
$X_{sd}$ [pu]	0.109	0.102	0.114	0.094	0.088	0.100
$X_{1d}$ [ $\Omega$ ]	1.699	1.116	1.495	1.678	17.017	1.427
$X_{1d}$ [pu]	0.196	0.197	0.169	0.104	0.095	0.119
$X_{2d}$ [ $\Omega$ ]	0.484	0.289	0.507	0.759	7.826	0.603
$X_{2d}$ [pu]	0.0546	0.0509	0.0572	0.0472	0.0438	0.0502
$R_s$ [ $\Omega$ ]	0.160	0.085	0.127	0.139	1.250	0.097
$R_s$ [pu]	0.0181	0.0151	0.0143	0.0086	0.0070	0.0081
Error $M_{arr}$	$2.59 \cdot 10^{-16}$	$1.47 \cdot 10^{-16}$	$1.81 \cdot 10^{-16}$	$2.72 \cdot 10^{-16}$	$-1.24 \cdot 10^{-16}$	$2.32 \cdot 10^{-16}$
Error $M_{max}$	$1.88 \cdot 10^{-16}$	$-1.18 \cdot 10^{-16}$	$1.44 \cdot 10^{-16}$	$1.39 \cdot 10^{-16}$	$1.32 \cdot 10^{-16}$	$-1.21 \cdot 10^{-16}$
Error $P_u^n$	$1.11 \cdot 10^{-16}$	$1.22 \cdot 10^{-16}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.98 \cdot 10^{-16}$	$1.43 \cdot 10^{-16}$	$1.56 \cdot 10^{-16}$
Error $I_{arr}$	$1.19 \cdot 10^{-16}$	$1.55 \cdot 10^{-16}$	$-1.23 \cdot 10^{-16}$	$-1.43 \cdot 10^{-16}$	$1.56 \cdot 10^{-16}$	$-1.32 \cdot 10^{-16}$

Tabla 4.8: Parámetros y errores de seis motores de baja tensión seleccionados

<b>Motor</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
Tipo	IEC (IE2)	IEC (IE2)	IEC (IE2)	IEC (IE3)	IEC (IE3)	IEC (IE3)
Potencia [kW]	45	45	90	45	45	90
Tensión [V]	400	400	400	400	400	400
Frecuencia [Hz]	50	50	50	50	50	50
Nº Polos	2	4	4	2	4	4
$R_l$ [ $\Omega$ ]	0.0475	0.0495	0.0270	0.0444	0.0336	0.0194
$R_l$ [pu]	0.0133	0.0139	0.0152	0.0125	0.0094	0.0109
$R_2$ [ $\Omega$ ]	0.245	0.247	0.144	0.1538	0.1657	0.1209
$R_2$ [pu]	0.0689	0.0694	0.0810	0.0432	0.0466	0.0680
$X_m$ [ $\Omega$ ]	8.737	6.404	2.996	11.406	7.676	4.279
$X_m$ [pu]	2.457	1.801	1.685	3.207	2.158	2.407
$X_{sd}$ [ $\Omega$ ]	0.241	0.200	0.085	0.225	0.234	0.108
$X_{sd}$ [pu]	0.0678	0.0563	0.0478	0.0634	0.0660	0.0611
$X_{1d}$ [ $\Omega$ ]	0.512	0.353	0.167	0.602	0.521	0.220
$X_{1d}$ [pu]	0.1440	0.0994	0.0939	0.169	0.147	0.124
$X_{2d}$ [ $\Omega$ ]	0.1205	0.1000	0.0425	0.1128	0.1173	0.0543
$X_{2d}$ [pu]	0.0339	0.0281	0.0239	0.0317	0.0330	0.0305
$R_s$ [ $\Omega$ ]	0.0713	0.0742	0.0405	0.0665	0.0503	0.0291
$R_s$ [pu]	0.0201	0.0209	0.0228	0.0187	0.0141	0.0163
Error $M_{arr}$	$1.36 \cdot 10^{-16}$	$1.60 \cdot 10^{-16}$	$-7.33 \cdot 10^{-16}$	$-3.13 \cdot 10^{-16}$	$9.72 \cdot 10^{-16}$	$2.94 \cdot 10^{-16}$
Error $M_{max}$	$-1.3210^{-16}$	$3.26 \cdot 10^{-16}$	$1.20 \cdot 10^{-16}$	$-1.13 \cdot 10^{-16}$	$3.26 \cdot 10^{-16}$	$3.99 \cdot 10^{-16}$
Error $P_u^n$	$1.94 \cdot 10^{-16}$	$1.94 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-16}$	$-1.19 \cdot 10^{-16}$	$1.35 \cdot 10^{-16}$	$-1.24 \cdot 10^{-16}$
Error $I_{arr}$	$1.27 \cdot 10^{-16}$	$1.27 \cdot 10^{-16}$	$1.25 \cdot 10^{-16}$	$-1.86 \cdot 10^{-16}$	$1.18 \cdot 10^{-16}$	$-1.15 \cdot 10^{-16}$

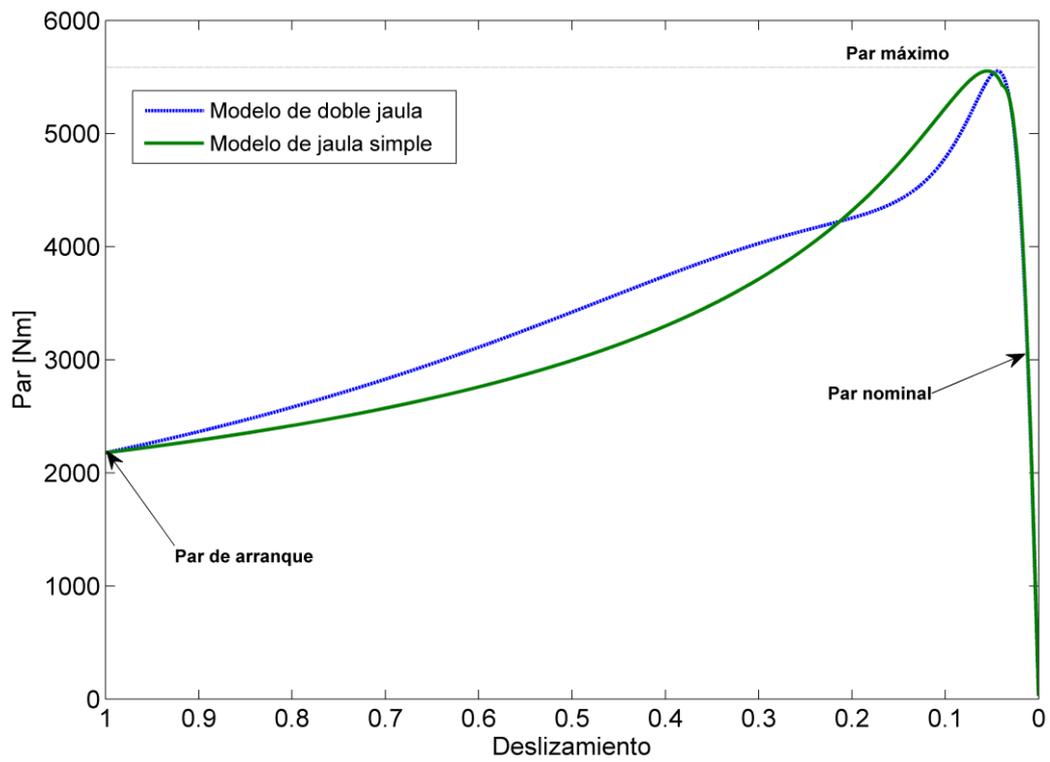


Figura 4.28: Curvas de par

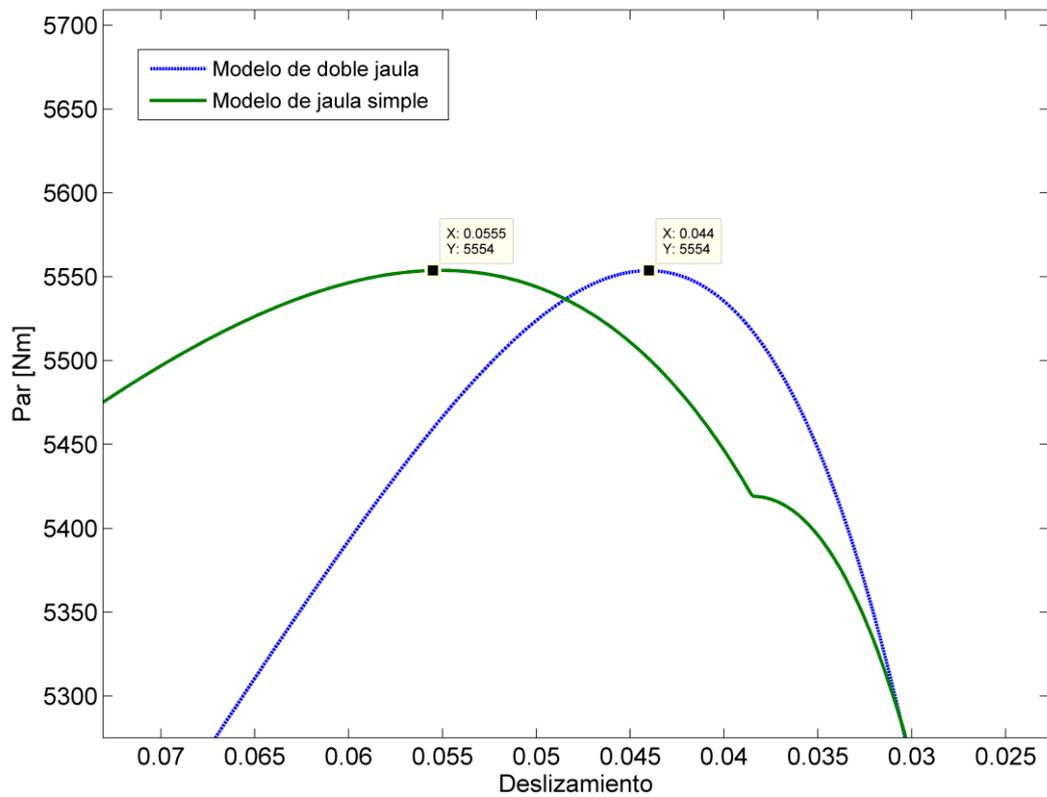


Figura 4.29: Detalle de la zona de par máximo

Como se comentó anteriormente, los motores de baja tensión, (400 V), de eficiencia IE2 son los que han mostrado mayores problemas de convergencia. Los valores de los residuos de algunos de ellos tomaron valores en torno a  $10^{-2}$ . Por ello se probarán más detenidamente con distintas configuraciones de  $k_R$  y  $k_X$ . Para los motores de alta tensión, la pareja  $k_R = 1.5$  y  $k_X = 0.5$  ha funcionado correctamente. Para los de baja tensión se han analizado los siguientes casos:

- Caso A:  $k_R = 1.5$  y  $k_X = 0$ ;
- Caso B:  $k_R = 1.5$  y  $k_X = 0.5$ ;
- Caso C:  $k_R = 1.5$  y  $k_X = 1$ ;
- Caso D:  $k_R = 0.5$  y  $k_X = 0.5$ ;

La Figura 4.30 muestra la distribución de los residuos en función del número de motores analizados para los casos A, B, C y D. Esta figura muestra que el caso D es el que presenta los mayores errores, mientras que los casos B y C tienen los menores. Además, el caso D es el que presenta un mayor número de motores con residuos altos. El residuo medio en el caso D es de 0.044 y el máximo de 0.18. Aún así, el residuo puede considerarse pequeño lo que significa que los datos del fabricante han podido ser calculados a partir del modelo.

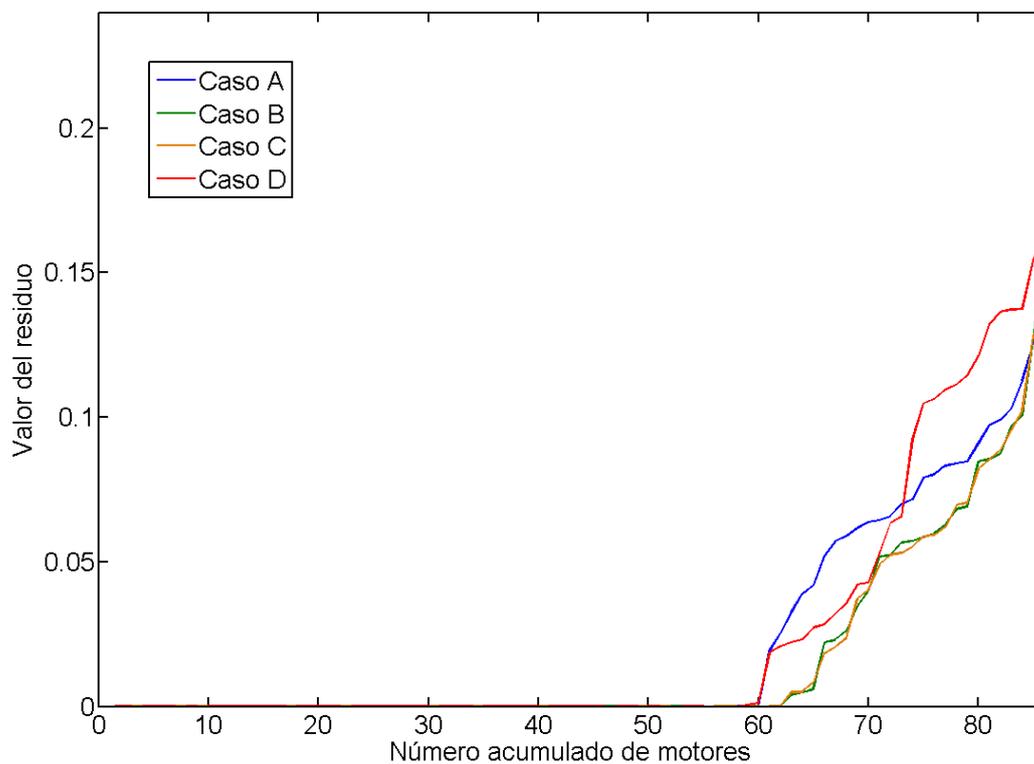


Figura 4.30: Distribución del valor del residuo en función del número analizado de motores

Al ser los valores de  $k_R$  y  $k_X$  desconocidos, no se obtienen los parámetros del modelo exacto del motor sino los parámetros de un modelo que es capaz de reproducir el comportamiento del motor.

## 4.5 Comparación de resultados

La validez del algoritmo utilizado ha sido probada utilizando los errores de las magnitudes, calculadas mediante los parámetros obtenidos. Un error pequeño significa que la magnitud calculada está cerca de la real proporcionada por el fabricante en su catálogo. La identificación proporciona los parámetros de un modelo que es capaz de reproducir el comportamiento de un motor con un determinado nivel de error.

Una primera comparación de los resultados puede hacerse entre los valores calculados y los valores iniciales utilizados. Estos últimos son una primera estimación y por tanto, los niveles de error que presentan son altos. La Tabla 4.9 muestra los datos del motor utilizado para la comparación. En la Tabla 4.10 se muestran los valores de los parámetros del modelo de circuito de doble jaula, calculados mediante el método de los mínimos cuadrados, y la solución inicial utilizada para calcularlos, junto con los errores de las magnitudes calculadas a partir de los parámetros. En esta comparación y las siguientes, se han utilizado parámetros con cuatro cifras decimales para el cálculo de los errores.

Tabla 4.9: Datos del motor utilizado en la comparación

Datos del motor			
$V$ [V]	380	Tipo	IEC
$P_u^n$ [kW]	110	$f$ [Hz]	50
$I_n$ [A]	184	$\eta_N$ [%]	95.8
$n_n$ [rev./min]	2977	$M_n$ [Nm]	353
$\cos\phi_n$ [pu]	0.90	$M_{arr}/M_n$	2.4
$I_{arr}/I_n$	8.3	$M_{max}/M_n$	3.1

Los resultados obtenidos también se han comparado con los publicados por otros autores. En [22], Pedra, obtuvo, a partir del análisis de la identificación de los parámetros de un grupo de motores, fórmulas empíricas para el cálculo en por unidad de los parámetros del modelo de circuito de doble jaula, en función de la potencia nominal:

$$R_s = 0.0362P_n^{-0.3926}$$

$$R_l = 0.0724P_n^{-0.3924}$$

$$R_2 = 0.1250P_n^{-0.0829}$$

$$X_m = 1.2609P_n^{0.1277}$$

$$X_{sd} = 0.0519P_n^{0.0533}$$

$$X_{ld} = 0.1366P_n^{-0.0093}$$

$$X_{2d} = X_{sd}$$

Aplicando estas fórmulas al motor cuyas características se recogen en la Tabla 4.9 se puede obtener una primera aproximación de los valores de los parámetros. La Tabla 4.11 muestra los valores de los parámetros del modelo de circuito de doble jaula obtenidos mediante las fórmulas anteriores, así como los obtenidos por el método de los mínimos cuadrados. Los errores se han calculado utilizando la misma función en todos los casos.

Tabla 4.10: Comparación entre la solución inicial y la calculada para un motor seleccionado

Modelo	Doble jaula		
	Solución Inicial	Mínimos Cuadrados	Diferencia [%]
$R_1$ [pu]	0.0064	0.0077	-20.3
$R_2$ [pu]	0.0318	0.0645	-102.8
$X_m$ [pu]	2.5283	2.7436	-8.5
$X_{sd}$ [pu]	0.0454	0.0648	-42.7
$X_{1d}$ [pu]	0.0545	0.0975	-78.8
$X_{2d}$ [pu]	0.0273	0.0324	-18.7
$R_s$ [pu]	0.0095	0.0116	-22.1
Error $M_{arr}$	0.06536	$-7.04 \cdot 10^{-4}$	
Error $M_{max}$	0.60435	$-1.62 \cdot 10^{-4}$	
Error $P_u^n$	0.3233	$4.77 \cdot 10^{-3}$	
Error $I_{arr}$	0.54673	$-6.54 \cdot 10^{-5}$	

Tabla 4.11: Valores de los parámetros por distintos métodos para un motor seleccionado, Caso 1

Modelo	Doble jaula		
	Pedra [22]	Mínimos Cuadrados	Diferencia [%]
$R_1$ [pu]	0.0114	0.0077	32.4
$R_2$ [pu]	0.0847	0.0645	23.8
$X_m$ [pu]	2.2980	2.7436	-19.4
$X_{sd}$ [pu]	0.0666	0.0648	2.7
$X_{1d}$ [pu]	0.1307	0.0975	24.2
$X_{2d}$ [pu]	0.0666	0.0324	51.3
$R_s$ [pu]	0.0057	0.0116	-103.5
Error $M_{arr}$	-0.18867	$-7.04 \cdot 10^{-4}$	
Error $M_{max}$	-0.14676	$-1.62 \cdot 10^{-4}$	
Error $P_u^n$	-0.30245	$4.77 \cdot 10^{-3}$	
Error $I_{arr}$	-0.13579	$-6.54 \cdot 10^{-5}$	

La Tabla 4.12 muestra los parámetros identificados del modelo de circuito de doble jaula del motor de la Tabla 4.9, obtenidos por el método de los mínimos cuadrados de este trabajo, así como por Pedra y Córcoles [17] utilizando una identificación similar por mínimos cuadrados. Para realizar la comparación se ha utilizado la misma función para calcular el error y el mismo número de decimales en todos los casos.

Tabla 4.12: Valores de los parámetros por distintos métodos para un motor seleccionado, Caso 2

<b>Modelo</b>	<b>Doble jaula</b>		
<b>Método</b>	<b>Pedra [17]</b>	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Diferencia [%]</b>
$R_l$ [pu]	0.0080	0.0077	3.75
$R_2$ [pu]	0.0510	0.0645	-26.47
$X_m$ [pu]	2.7251	2.7436	-0.68
$X_{sd}$ [pu]	0.0638	0.0648	-1.57
$X_{1d}$ [pu]	0.1050	0.0975	7.14
$X_{2d}$ [pu]	0.0319	0.0324	-1.50
$R_s$ [pu]	0.0120	0.0116	3.40
Error $M_{arr}$	$-5.84 \cdot 10^{-4}$	$-7.04 \cdot 10^{-4}$	
Error $M_{max}$	$-7.03 \cdot 10^{-4}$	$-1.62 \cdot 10^{-4}$	
Error $P_u^n$	$-7.74 \cdot 10^{-4}$	$4.77 \cdot 10^{-3}$	
Error $I_{arr}$	$5.31 \cdot 10^{-2}$	$-6.54 \cdot 10^{-5}$	

Como puede verse, los errores en las magnitudes calculados a partir de los parámetros del modelo han sido similares a los obtenidos por [17].