



GMTS | GRUPO DE MAQUINAS Y MOTORES
TERMICOS DE SEVILLA

PROYECTO FIN DE CARRERA

**DESARROLLO DE UNA
HERRAMIENTA PARA EL
PREDISEÑO DE
COMPRESORES AXIALES**

Autor: Jacinto Luis Madrid Nebreda.

Tutor: D. Antonio Muñoz Blanco.

Sevilla, Julio de 2011



GMTS | GRUPO DE MAQUINAS Y MOTORES
TERMICOS DE SEVILLA

Índice de contenido

Glosario de términos.	1
Introducción.	3
1 Aplicación de turbocompresores axiales. Turbinas de gas.	6
1.1 La turbina de gas.....	6
1.2 El compresor axial.....	8
2 Descripción y características de cascadas de álabes.	10
2.1.1 Perfil.....	10
2.2 Cascada.	13
2.3 Coeficientes de pérdidas.	14
2.4 Fuerzas sobre una cascada de compresor.....	15
2.4.1 Componentes aerodinámicas. Coeficientes de sustentación y resistencia.	17
3 Actuación sobre la cascada y cálculo detallado de pérdidas.	19
3.1 Correlación de Lieblein.	21
3.1.1 Aplicación de la correlación de Lieblein.	25
3.1.2 Expresiones numéricas para la correlación de Lieblein.....	28
3.2 Cálculo de coeficientes de pérdidas.	30
3.2.1 Pérdidas de perfil.....	30
3.2.2 Pérdidas secundarias.	30
3.2.3 Pérdidas anulares.	31
4 Análisis bidimensional del compresor axial.	33
4.1 Proceso de compresión y diagramas de velocidades.....	33
4.2 Pérdidas y rendimiento de un escalonamiento.....	35
4.2.1 Rendimiento.	35
4.2.2 Pérdidas.	37
4.3 Coeficientes adimensionales.	38
4.3.1 Coeficiente de carga (ψ).	38
4.3.2 Coeficiente de flujo (ϕ).	39

4.3.3	Grado de reacción (R).....	39
5	Flujo tridimensional.....	40
5.1	Equilibrio radial.....	40
5.2	Leyes torsionales.....	42
5.2.1	Ley de torbellino libre.....	42
5.2.2	Ley de grado de reacción constante.....	45
5.2.3	Ley exponencial.....	47
6	Definición del problema de prediseño.....	49
6.1	Hipótesis de partida.....	49
6.2	Restricciones.....	49
6.3	Parámetros de entrada.....	50
6.3.1	Fluido de trabajo.....	50
6.3.2	Parámetros de funcionamiento.....	50
6.3.3	Parámetros para definir el triángulo de velocidades.....	51
6.3.4	Parámetros para la definición de las cascadas de álabes y de la geometría la sección de entrada.....	51
6.3.5	Tipo de Perfil.....	51
6.3.6	Ley de Torsión.....	52
6.4	Tabla resumen de parámetros de entrada.....	53
6.5	Valores óptimos para las variables de entrada.....	54
7	Proceso de cálculo.....	56
7.1	Prediseño a la altura del diámetro medio.....	56
7.1.1	Cálculo del número de escalonamientos.....	56
7.1.2	Definición del triángulo de velocidades.....	57
7.1.3	Cálculo de la solidez de las cascadas.....	58
7.1.4	Cálculo de la geometría de entrada al compresor.....	58
7.1.5	Determinación de la geometría de cascada.....	60
7.1.6	Resolución del primer escalonamiento.....	61
7.1.7	Resolución del resto de escalonamientos.....	65
7.2	Diseño tridimensional.....	66

7.2.1	Cálculo de los triángulos de velocidades y coeficientes adimensionales en raíz diámetro medio y cabeza del álabe.	66
7.2.2	Determinación de pérdidas y comparación con el caso bidimensional.	66
8	Ejemplo de cálculo de un turbocompresor para aplicación aeronáutica.	68
8.1	Especificaciones de diseño.	68
8.2	Elección de parámetros para cálculo bidimensional.	69
8.2.1	Triángulos de velocidades.	70
8.2.2	Relación radio de raíz/radio de cabeza para determinación de la sección de entrada.....	73
8.2.3	Parámetros para definición de la cascada de álabes.	75
8.2.4	Selección del tipo de perfil.	76
8.2.5	Análisis del resto de resultados en el diámetro medio.	77
8.3	Prediseño tridimensional.....	85
8.3.1	Elección de la ley de torsión.	85
8.3.2	Análisis de resultados tridimensionales de torbellino libre.	85
8.3.3	Análisis de resultados aplicando la ley de grado de reacción constante. ...	87
8.4	Análisis de sensibilidad con el coeficiente de flujo.	93
	Conclusiones.	96
	Bibliografía.....	98

Índice de figuras

Figura 1. Esquema de componentes de una turbina axial.	6
Figura 2. Diagrama h-s del ciclo de Brayton.	7
Figura 3. Sección de turbocompresor axial.	8
Figura 4. Nomenclatura del álabe 10	10
Figura 5. Distribución de espesores para los perfiles del tipo NACA-65 y Serie C4.	12
Figura 6. Perfil de los álabes que se utilizarán en la herramienta.	12
Figura 7. Nomenclatura de la cascada de álabes.	13
Figura 8. Fuerzas sobre una cascada de álabes.	15
Figura 9. Componentes aerodinámicas de la fuerza sobre una cascada de álabes.	18
Figura 10. Deflexión y coeficiente de pérdidas de una cascada en función del ángulo de incidencia (adaptación de Howell).	20
Figura 11. Margen de incidencias de trabajo.	21
Figura 12. Distribución de velocidades en las caras de succión y de presión del perfil de una cascada de compresor.	22
Figura 13. Espesor por la cantidad de movimiento de la estela del álabe en función de la relación de difusión (Adaptación de Lieblein).	23
Figura 14. Capas límites en las caras de presión y succión de una cascada de compresor.	23
Figura 15. Incidencia de referencia para perfil NACA65 sin curvatura (Lieblein).	26
Figura 16. Factor de pendiente n (Lieblein).	26
Figura 17. Desviación de referencia para perfil NACA65 sin curvatura (Lieblein).	27
Figura 18. Factor de pendiente m (Lieblein).	28
Figura 19. Formación del flujo secundario. ω_1 , rotación del fluido en la capa límite a la entrada de la cascada. ω_2 , el mismo a la salida. ω_d , diferencia de rotación causante del flujo secundario.	31
Figura 20. Localización de pérdidas anulares.	32

Figura 21. Esquema bidimensional de un escalonamiento de turbocompresor axial...	33
Figura 22. Triángulos de velocidades en un compresor.....	34
Figura 23. Diagrama h-s de un compresor.	35
Figura 24. Diagrama h-s detallado de un compresor. Pérdidas en el rotor Pr , en el estator Pe y las totales Pt	36
Figura 25. Variación de los triángulos de velocidades.	39
Figura 26. Equilibrio radial.....	41
Figura 27. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión de torbellino libre.....	44
Figura 28. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión de grado de reacción constante.	47
Figura 29. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión exponencial.	48
Figura 30. Figura del gasto másico específico frente al número de mach axial para diferentes relaciones radio de raíz/radio de cabeza.	59
Figura 31. Diagrama de flujo correspondiente al proceso iterativo para el cálculo del álabe de pérdidas mínimas.....	61
Figura 32. Diagrama de flujo correspondiente al prediseño a la altura del diámetro medio.....	65
Figura 33. Pantalla para introducir el fluido de trabajo y las condiciones de operación.	69
Figura 34. Pantalla para introducir los parámetro de flujo.	71
Figura 35. Pantalla con los resultados relativos al triángulo de velocidades.....	72
Figura 36. Figura del gasto modificado frente al número de mach axial para diferentes relaciones radio de raíz/radio de cabeza.....	73
Figura 37. Pantalla para introducir parámetros para el cálculo de la geometría de entrada.....	74
Figura 38. Pantalla con resultados sobre geometría de entrada.	74
Figura 39. Pantalla para fijar los parámetros de la cascada de álabes.....	75
Figura 40. Pantalla con resultados de la difusión equivalente.....	76
Figura 41. Pantalla para seleccionar el tipo de perfil.	76
Figura 42. Pantalla con resultados relativos a parámetros del álabe de pérdidas mínimas.....	77

Figura 43. Representación del escalonamiento con los triángulos de velocidades y los ángulos de álabe.	78
Figura 44. Pantalla con resultados de difusión.	78
Figura 45. Representación de la difusión equivalente frente al valor límite.	79
Figura 46. Representación de la difusión equivalente frente al valor límite.	80
Figura 47. Pantalla con valores de coeficientes de pérdidas de presión de remanso, energía de pérdidas y número de Reynolds en el rotor.	81
Figura 48. Pantalla con valores de coeficientes de pérdidas de presión de remanso, energía de pérdidas y número de Reynolds en el estator.	81
Figura 49. Pantalla con los resultados geométricos en el rotor.	83
Figura 50. Pantalla con los resultados geométricos en el estator.	83
Figura 51. Pantalla con los resultados termodinámicos.	84
Figura 52. Pantalla para elección de ley de torsión.	85
Figura 53. Mensaje de advertencia por exceder el número de Mach relativo en punta del álabe a la entrada del rotor.	86
Figura 54. Representación del número de Mach relativo a la entrada del rotor a lo largo del compresor para la ley de torbellino libre.	86
Figura 55. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de torbellino libre.	87
Figura 56. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de grado de reacción constante.	88
Figura 57. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de grado de reacción constante.	88
Figura 58. Representación de los ángulos de flujo a lo largo del álabe para la ley de grado de reacción constante.	89
Figura 59. Representación de los parámetros adimensionales a lo largo del álabe para la ley de grado de reacción constante.	89
Figura 60. Representación del número de Mach relativo en punta a la entrada del rotor a lo largo del compresor para la ley de grado de reacción constante.	90
Figura 61. Representación del número de Mach absoluto en raíz a la entrada del estator a lo largo del compresor para la ley de grado de reacción constante. ...	90
Figura 62. Pantalla con resultados de coeficientes de pérdidas de presión de remanso y pérdidas de energía en el rotor para la ley de grado de reacción constante. ...	91

Figura 63. Pantalla con resultados de coeficientes de pérdidas de presión de remanso y pérdidas de energía en el estator para la ley de grado de reacción constante. 91

Figura 64. Representación de las pérdidas de energía en el rotor para la ley de grado de reacción constante. 92

Figura 65. Representación de las pérdidas de energía en el estator para la ley de grado de reacción constante. 93

Índice de tablas

Tabla 1. Tabla de parámetros de entrada a la herramienta.	53
Tabla 2. Valor del número de mach axial, difusión equivalente y diámetro medio con diferentes coeficientes de flujo para la ley de grado de reacción constante. ...	94
Tabla 3. Valor del número de Mach relativo en la cabeza a la entrada del rotor y la deflexión en él mismo con diferentes coeficientes de flujo para la ley de grado de reacción constante.	95

Glosario de términos.

Símbolo	Unidad	Descripción
b	$[m]$	Cuerda axial
c	$[m/s]$	Velocidad absoluta
c_p	$[kJ/kg \cdot K]$	Calor específico a presión constante
c_v	$[kJ/kg \cdot K]$	Calor específico a volumen constante
c_x	$[m/s]$	Velocidad axial
c_y	$[m/s]$	Velocidad tangencial
C_D	$[-]$	Coefficiente de arrastre
C_L	$[-]$	Coefficiente de sustentación
dH	$[-]$	Número de <i>de Haller</i>
D	$[N]$	Fuerza de arrastre
D_{eq}	$[-]$	Difusión equivalente
D_m	$[m]$	Diámetro medio
h	$[m]$	Altura del álabe
i_{ref}	$[^\circ]$	Incidencia de pérdidas mínimas
i_0	$[^\circ]$	Incidencia de referencia para un perfil sin curvatura
i_{010}	$[^\circ]$	Incidencia de referencia para álabes no curvados <i>NACA-65</i> y relación espesor máximo-cuerda de 0,1
k_{y1}	$[-]$	Constante para ley torsional
k_{y2}	$[-]$	Constante para ley torsional
K_{sh}	$[-]$	Coefficiente para corregir perfiles distintos a <i>NACA-65</i>
K_{it}	$[-]$	Constante para relaciones espesor máximo-cuerda distintas a 0,1
l	$[m]$	Cuerda del álabe
L	$[N]$	Fuerza de sustentación
M	$[-]$	Número de Mach
\dot{m}	$[kg/s]$	Gasto másico
N	$[rad/s]$	Velocidad de giro
p	$[bar]$	Presión estática
p_0	$[bar]$	Presión de remanso
r	$[m]$	Radio
r_c	$[-]$	Relación de compresión

R	$[-]$	Grado de reacción
RD	$[-]$	Relación de difusión
Re	$[-]$	Número de Reynolds
R_g	$[J/kg \cdot K]$	Constante universal de los gases
s	$[m]$	Paso de la cascada de álabes
S_c	$[m^2]$	Superficie de control
t	$[m]$	Espesor del álabe
T	$[K]$	Temperatura estática
T_0	$[K]$	Relación de compresión
u	$[m/s]$	Velocidad periférica
w	$[m/s]$	Velocidad relativa
X	$[N]$	Fuerza axial sobre la cascada
y	$[m]$	Distancia a línea media del álabe
Y	$[N]$	Fuerza tangencial sobre la cascada
W	$[J/kg]$	Trabajo específico
α	$[^\circ]$	Ángulo de flujo absoluto
α'	$[^\circ]$	Ángulo del álabe del estator
β	$[^\circ]$	Ángulo de flujo relativo
β'	$[^\circ]$	Ángulo del álabe del rotor
γ	$[-]$	Coefficiente isentrópico
δ	$[^\circ]$	Desviación del flujo
δ_{ref}	$[^\circ]$	Desviación de pérdidas mínimas
δ_{ref}^0	$[^\circ]$	Desviación de referencia para un perfil sin curvatura
δ_{010}	$[^\circ]$	Desviación de referencia para álabes no curvados <i>NACA-65</i> y relación espesor máximo-cuerda de 0,1
ε	$[^\circ]$	Deflexión del flujo
η	$[-]$	Rendimiento
η_p	$[-]$	Rendimiento politrópico
θ	$[^\circ]$	Curvatura del álabe
θ_2	$[m]$	Espesor de capa límite
μ	$[kg/m \cdot s]$	Viscosidad cinemática
ξ	$[^\circ]$	Ángulo de calado
ρ	$[kg/m^3]$	Densidad
σ	$[-]$	Solidez de la cascada de álabes
ϕ	$[-]$	Coefficiente de flujo
ψ	$[-]$	Coefficiente de carga
ϖ	$[-]$	Coefficiente de pérdidas de remanso

Introducción.

En la actualidad la turbina de gas es ampliamente utilizada en aplicaciones de producción de energía eléctrica (en ciclos de turbinas de gas o especialmente en ciclos combinados) y en las aplicaciones aeronáuticas. Debido al aumento de demanda en la energía eléctrica a corto y medio plazo, así como el activo progreso en el campo de la aeronáutica, resulta de vital importancia un desarrollo continuo y efectivo de este tipo de ciclos.

¿Cómo podría mejorarse la eficiencia en las turbinas de gas? Una de las maneras de conseguirlo consiste en mejorar la eficiencia de cada uno de sus componentes: la turbina, la cámara de combustión o el compresor.

En el desarrollo de este proyecto se afronta el compresor axial, que es el elemento encargado de aumentar la presión en el ciclo y comúnmente utilizado en turbinas de gas, ya que se trata de máquinas dinámicas capaces de mover grandes caudales.

Actualmente las mejoras en el ciclo de turbinas de gas se centran en las mejoras de los turbocompresores. Las razones son simples:

Estas máquinas consumen entre el 50 y el 60% de la potencia producida por la turbina, ello hace que la mejora en su eficiencia resulte clave.

Por otra parte, el proceso que se produce en los compresores es un proceso de difusión, que lleva consigo una serie de inconvenientes. Más concretamente, en el compresor axial el fluido sufre una deceleración que da lugar a gradientes adversos capaces de producir desprendimientos en la capa límite del fluido y, por consecuencia, un aumento en las pérdidas que va ligado a una disminución en el rendimiento. Todo lo mencionado da lugar a un número de etapas resultantes superior al número de etapas de la turbina.

Con el objetivo de incidir en la importancia del diseño en un compresor axial, el presente documento se dispone a proporcionar una metodología de prediseño simple,

ilustrativa y efectiva, al alcance de cualquier usuario conocedor de la termodinámica, la aerodinámica y, especialmente, de las turbomáquinas térmicas.

En primer lugar se presenta un capítulo en el que se explica a grandes rasgos la turbina de gas, su fundamento, utilización y el papel que el turbocompresor axial juega en su conjunto.

En los siguientes capítulos se exponen los conocimientos indispensables para poder desarrollar la herramienta. Específicamente, en el capítulo 2 se muestra el concepto y la nomenclatura asociada a una cascada de álabes, a la vez que se analizan las fuerzas que sobre ella actúan y se definen los coeficientes de pérdidas de presión de remanso. A continuación, en el capítulo 3, se ahonda en el método empírico para la resolución de cascadas que propuso Lieblein y termina con las expresiones necesarias para un cálculo desglosado de pérdidas. Posteriormente un capítulo, el 4, explicando el flujo bidimensional, en el que se detallan los procesos en rotor y estator, los coeficientes adimensionales que definen la geometría del triángulo de velocidades, el rendimiento y las pérdidas energéticas.

Una vez conocido el estudio bidimensional, en el capítulo 5, se estudia la influencia de los flujos radiales y su origen. A partir de la ecuación de equilibrio radial se hallarán diferentes leyes de torsión (torbellino libre, grado de reacción constante y exponencial), que aportarán las condiciones de contorno para esta ecuación

De ahí en adelante ya se puede desarrollar el método de prediseño. En el capítulo 6 se define el problema y se mencionan los parámetros y aspectos necesarios antes de proceder a la resolución, que se efectuará en el capítulo 7.

El método seguido, programado en MATLAB, permite realizar un prediseño gradual. Proponiendo esta estructura se pretende que en el momento adecuado del proceso de diseño del compresor se conozca el valor de los parámetros más relevantes. Ello resulta de especial interés dado que existe la posibilidad de modificar la especificación o especificaciones que dieron lugar al valor de estos parámetros. Adicionalmente, se propone la representación de numerosas figuras y tablas que pongan de manifiesto el comportamiento del compresor.

Con el fin de clarificar los capítulos anteriores se incluye uno, el capítulo 8, en el que se resuelve un turbocompresor axial que tendrá aplicaciones aeronáuticas y se ilustra con imágenes de la propia herramienta. Los resultados se compararán con el turborreactor situado en el laboratorio de Máquinas y Motores térmicos. Finalmente, se incluye un apartado en el cual se realiza un análisis de sensibilidad con el coeficiente de flujo.

Tras una exploración exhaustiva de la herramienta el usuario deberá ser capaz de conocer los parámetros más importantes e influyentes en el diseño de los turbocompresores axiales. Aunque es necesario aclarar dos aspectos: Se trata de un prediseño sencillo, existen muchas mejoras que serán expuestas al final en un capítulo de posibles mejoras futuras. Además, para llevar a cabo un diseño sería necesario acudir a túneles de ensayo. Aún siendo necesaria la utilización de estos túneles de ensayos, el prediseño tendrá una fuerte influencia en el diseño final, suponiendo un 60-70% de él.

1 Aplicación de turbocompresores axiales. Turbinas de gas.

1.1 La turbina de gas.

El origen de la turbina de gas se remonta a la II Guerra Mundial ante la necesidad de generar electricidad, aunque fue finalmente la propulsión aérea el campo de aplicación principal, y no fue hasta mediados de los años cincuenta cuando se empezó a emplear en otros campos.

El sistema tiene tres componentes principales: compresor, cámara de combustión y turbina. Estos pueden ser diseñados de manera independiente y posteriormente unidos.

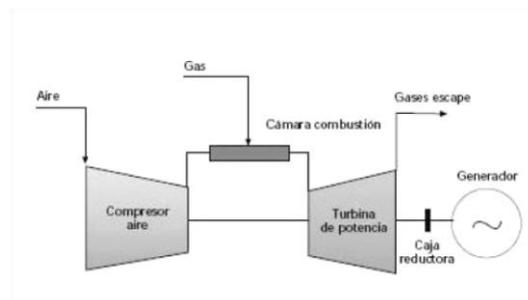


Figura 1. Esquema de componentes de una turbina axial.

Entre otras disposiciones constructivas, pueden utilizarse varios compresores o turbinas, realizarse el montaje en un eje o en varios, también pueden añadirse intercambiadores intermedios para enfriar la corriente entre compresores y recalentadores entre cuerpos de turbina.

Su principio de funcionamiento se basa en un ciclo Brayton que se puede observar en la siguiente figura:

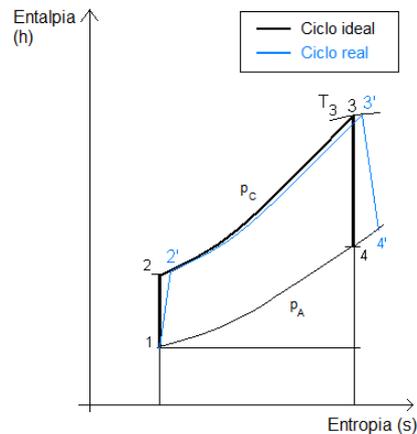


Figura 2. Diagrama h-s del ciclo de Brayton.

Dicha figura representa el ciclo ideal y el real, simple de Brayton, que se divide en cuatro procesos:

- Compresión isentrópica ($1 \rightarrow 2s$): Realizado en el compresor.
- Aporte de calor ($2s \rightarrow 3$): Este proceso se lleva a cabo en la cámara de combustión y es a presión constante.
- Expansión isentrópica ($3 \rightarrow 4s$): Tiene lugar en la turbina.
- Cesión de calor ($4s \rightarrow 1$): En realidad se trata de un ciclo abierto y esta cesión de calor equivale a la expulsión de los gases a la salida de la turbina.

En general, el fluido aumenta su presión unas 30 veces en el compresor (40 en algunas de aplicación aeronáutica) y su temperatura ronda los 500°C a la salida de éste. Seguidamente, en la cámara de combustión, se añade un combustible para aumentar la energía del fluido y alcanzar temperaturas de entre $1200\text{-}1450^{\circ}\text{C}$. Una vez en este punto se ha aumentado la presión y temperatura lo suficiente como para tener una expansión eficiente en el último de los componentes, la turbina, donde produce la conversión en energía mecánica. La turbina se conecta por un eje al compresor a fin de suministrarle la potencia necesaria para su funcionamiento.

El desarrollo de la turbina de gas se ve condicionado por la dificultad de conseguir altas relaciones de compresión así como las restricciones de materiales para llegar a soportar altas presiones y temperaturas.

1.2 El compresor axial.

Existen dos tipos de compresores principales para aplicación en turbina de gas: el radial y el axial. En este proyecto se desarrollará el compresor axial.

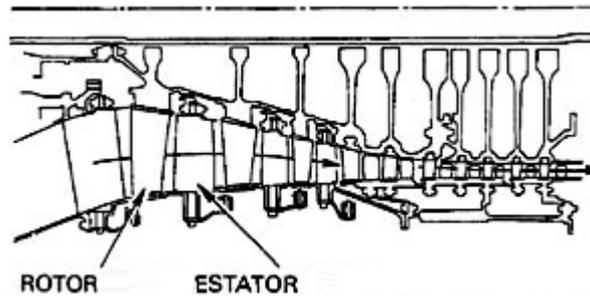


Figura 3. Sección de turbocompresor axial.

La ventaja principal de estos compresores es que pueden tratar caudales muy altos de fluido, lo que no es posible con el radial. Además se puede componer de varias etapas, por lo que será posible alcanzar una alta relación de compresión añadiendo las etapas que sean necesarias. El compresor radial se utilizará en el caso de caudales pequeños y relaciones de compresión no muy altas. En la práctica, los turbocompresores axiales son utilizados en aplicaciones en las que la potencia sea superior a 5 MW.

Los primeros compresores axiales eran capaces de aumentar la presión cinco veces con 10 etapas. Pero a lo largo de los años el aumento en la relación de compresión ha sido notable y se alcanzan unas superiores a 30. Además, los avances en conocimientos aerodinámicos han permitido hacerlo acompañado de una reducción en el número de etapas.

Sin embargo, el criterio de diseño cambia cuando se habla de aviación o industria. Para alcanzar altas relaciones de compresión son necesarios altos números de Mach, pero las altas deflexiones del gas no son deseables en la industria, donde el número de etapas y, consecuentemente, el peso del compresor, no es tan restrictivo como en la aviación.

El principio de funcionamiento es este tipo de máquinas está basado en la compresión del fluido debido a una aceleración en el rotor seguido de una difusión en el estator. El conjunto de rotor y estator recibirá el nombre de escalonamiento. El compresor axial consta de varios escalonamientos que aportan una relación de compresión que se sitúa entre 1,1 y 1,7.

A la entrada de los compresores se suele encontrar una corona de álabes fijos que permitirá dotar al fluido de la dirección óptima para afrontar los álabes del primer rotor.

2 Descripción y características de cascadas de álabes.

Una cascada de álabes no es más que la sección de una corona de álabes, que está constituida por una serie de perfiles idénticos y equidistantes a lo largo de su perímetro. Si se quisiera simular un flujo bidimensional en una cascada, ésta debería ser infinita, lo cual no resultará posible. Es, por tanto, necesario un diseño efectivo de una cascada plana y finita de álabes para garantizar buenos resultados en su zona central.

Resulta de vital importancia, como paso previo al prediseño de compresores axiales, el conocimiento de cascadas de álabes, especialmente en el campo de pérdidas.

2.1.1 Perfil.

El perfil puede entenderse como una línea curva convexa sobre la que se superpone una distribución de espesores de manera simétrica y normal. Es la unidad elemental de la cascada.

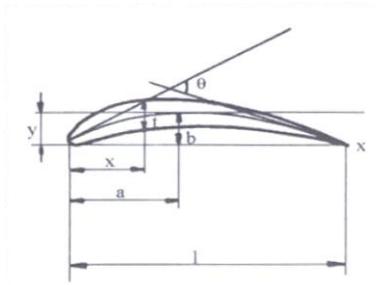


Figura 4. Nomenclatura del álabe

La línea media se define por sus *coordenadas adimensionales* (x/l , y/l). Otros parámetros importantes de la línea de curvatura son: la *flecha máxima* (b/l) y la *posición relativa respecto a la cuerda* (a/l), siendo l la línea que une los bordes del álabe y que recibe el nombre de *cuerda*.

La *distribución de espesores* (t/l) es la relación entre el espesor del perfil y la cuerda. Otro valor a tener en cuenta a la hora de definir un perfil es la *relación espesor máximo-cuerda* ($t_{\text{máx}}/l$).

El borde de entrada del flujo recibe el nombre de *borde de ataque* y el de salida *borde de estela*. El ángulo formado por las tangentes a la línea media del perfil en sendos bordes, es denominado *ángulo de curvatura* θ .

Los perfiles más utilizados hoy día, y que se utilizan en la realización de esta aplicación, son los siguientes:

- Serie NACA-65. Estos perfiles se desarrollaron por la NACA en EEUU (hoy conocido como NASA) para flujo subsónico. El espesor máximo se sitúa en el 40% de la cuerda y la línea media es un arco de circunferencia.
- Serie C4: También se trata de perfiles desarrollados para flujo subsónico. Estos perfiles tienen el espesor máximo en el 30% de la cuerda. La línea media suele ser un arco de circunferencia, aunque también se han utilizado arcos de parábola.

En la siguiente figura se detalla la distribución de espesores adimensional de estos dos perfiles:

NACA 65-(10)10 Series			C.4 Series
$x/c \sim \%$	$y/c \sim \%$	$t_b/c \sim \%$	$t_b/c \sim \%$
0	0	0	0
0.5	0.250	1.544	—
0.75	0.350	1.864	—
1.25	0.535	2.338	3.30
2.5	0.930	3.480	4.54
5.0	1.580	4.354	6.16
7.5	2.120	5.294	7.24
10	2.585	6.080	8.04
15	3.365	7.332	9.10
20	3.980	8.286	9.66
25	4.475	9.006	—
30	4.860	9.520	10.0
35	5.150	9.848	—
40	5.355	9.992	9.78
45	5.475	9.926	—
50	5.515	9.624	9.14
55	5.475	9.060	—
60	5.355	8.292	8.10
65	5.150	7.364	—
70	4.860	6.312	6.74
75	4.475	5.168	—
80	3.980	3.974	5.08
85	3.365	2.770	—
90	2.585	1.620	3.20
95	1.580	0.612	2.12
100	0	0	0

Figura 5. Distribución de espesores para los perfiles del tipo NACA-65 y Serie C4.

- DCA (Double Circular Arc): Sendas superficies de presión y succión, están construidas según arcos de circunferencia. Tienen el espesor máximo en el 50% de la cuerda y se desarrollaron para mejorar el comportamiento a altos números de Mach. En ellos se puede producir flujo supersónico en ciertos puntos, aunque el flujo de entrada sea subsónico.

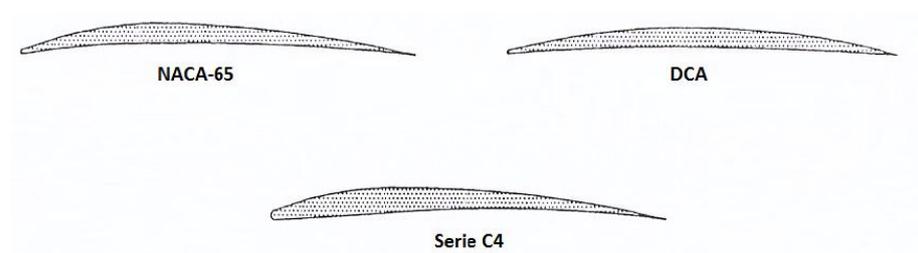


Figura 6. Perfil de los álabes que se utilizarán en la herramienta.

2.2 Cascada.

A continuación se muestra el esquema de una parte de una cascada de compresor con los parámetros más importantes indicados sobre ella:

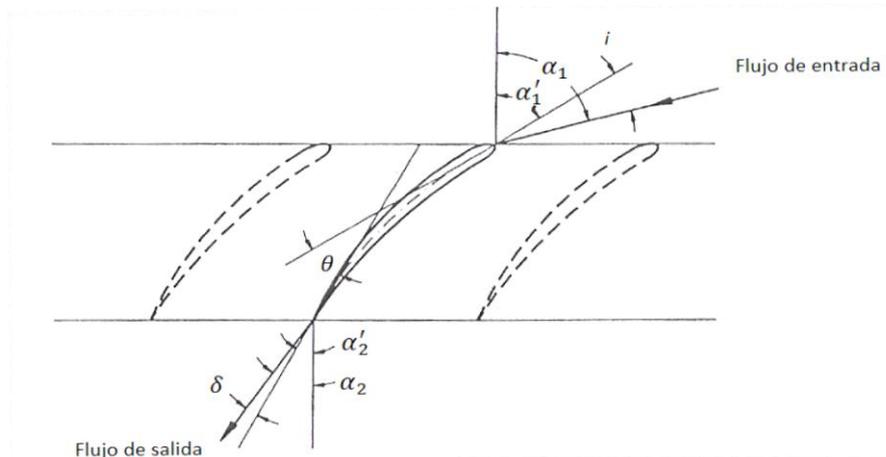


Figura 7. Nomenclatura de la cascada de álabes.

Para describir una cascada son necesarios los datos relativos al perfil descritos anteriormente, a los que habría que añadir la *relación paso-cuerda* (s/l) y el *ángulo de calado* (ξ), que es el formado por la prolongación de la cuerda y la perpendicular al plano frontal de la cascada:

$$\xi = \frac{1}{2}(\alpha'_1 + \alpha'_2), \text{ para perfiles con línea de curvatura circular.} \quad (2.1)$$

Los otros ángulos representados en la figura, que se referirán a la perpendicular al plano frontal, son:

- α_1 y α_2 , son los ángulos de flujo a la entrada y salida respectivamente.
- α'_1 y α'_2 , son los ángulos de entrada y salida del álabe respectivamente.

Se pueden definir otros ángulos teniendo en cuenta las direcciones del flujo entrante y saliente respecto a los de la cascada:

- *Ángulo de incidencia* (i), que es el ángulo formado entre el flujo entrante y la tangente a la línea media del perfil en el borde de ataque.

$$i = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad (2.2)$$

- *Ángulo de desviación* (δ), es el ángulo que forma el flujo saliente con la tangente a la línea media del perfil en el borde de estela.

$$\delta = \alpha_2 - \alpha'_2 \quad (2.3)$$

- *Ángulo de deflexión* (ε), ángulo que forman el flujo entrante y saliente.

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (2.4)$$

2.3 Coeficientes de pérdidas.

En el capítulo siguiente se demostrará que las pérdidas de energía se pueden expresar en función de la diferencia de presiones de remanso.

Con ello, se definen dos coeficientes adimensionales de pérdidas de energía, uno en función de la velocidad axial y otro en función de la absoluta (o relativa en caso del rotor):

$$\zeta = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_x^2} \quad (2.5)$$

$$\varpi = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2} \quad (2.6)$$

En el desarrollo de la aplicación se utilizará el segundo de los coeficientes definidos.

2.4 Fuerzas sobre una cascada de compresor.

Sea una cascada de álabes a la que se acerca un flujo bidimensional a una velocidad c_1 , que la abandonará a una velocidad c_2 . Este flujo se considerará incompresible ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) y estacionario.

Sea una superficie de control (S_c) formada por las líneas frontales de la cascada y las líneas medias de flujo, separadas éstas una distancia equivalente al paso de la cascada (s):

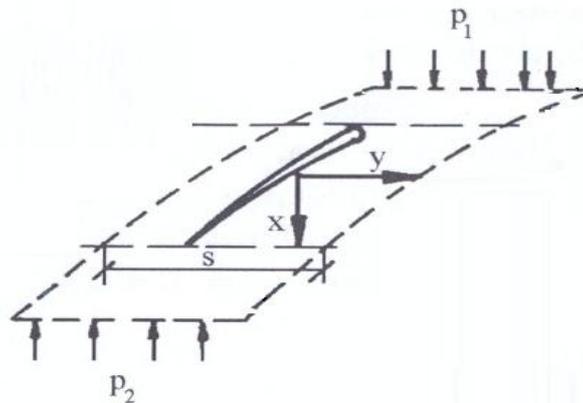


Figura 8. Fuerzas sobre una cascada de álabes.

Si se aplicara la Ecuación de Continuidad a dicha superficie de control, ésta tendría la siguiente forma:

$$h_1 \cdot s \cdot \rho_1 \cdot c_{x1} = h_2 \cdot s \cdot \rho_2 \cdot c_{x2} \quad (2.7)$$

Aplicando la condición de flujo incompresible, resulta:

$$h_1 \cdot c_{x1} = h_2 \cdot c_{x2} \quad (2.8)$$

En el caso de que se conservara la velocidad axial del flujo, lo cual resulta común en el diseño de estas máquinas, se tendría: $h_1 = h_2$.

Por otra parte se va a aplicar a la misma superficie de control el Teorema de la Cantidad de Movimiento en las direcciones axial y tangencial:

$$\text{Dirección axial: } \int_{S_c} p \cdot dS_{lat} + p_1 \cdot s \cdot h_1 - p_2 \cdot s \cdot h_2 + X = \dot{m}(c_{x2} - c_{x1}) \quad (2.9)$$

Siendo X la fuerza en dirección axial que el perfil ejerce sobre el fluido, y el primer término de la integral, el que representa las fuerzas resultantes axiales sobre la superficie lateral del volumen de control. Este término será nulo, pues dichas fuerzas son iguales y de sentido contrario.

Además, si se supone constante la componente axial de la velocidad del flujo, se sabe que las alturas son iguales, por lo que se puede deducir que la fuerza axial X que el perfil ejerce sobre el fluido toma el valor:

$$X = s \cdot (p_2 - p_1) \quad (2.10)$$

Aplicando un razonamiento similar para la dirección tangencial se obtiene la fuerza que el perfil ejerce sobre el fluido en la dirección tangencial (Y):

$$Y = \rho \cdot s \cdot c_x^2 \cdot (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (2.11)$$

Para relacionar ambas componentes se acudirá a la ecuación de Bernoulli sobre la cascada:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + \frac{\Delta p_0}{\rho} \rightarrow p_2 - p_1 = \rho \cdot \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \Delta p_0 \quad (2.12)$$

Desarrollando el término de velocidad y suponiendo que se conserva la velocidad axial:

$$\begin{aligned} \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} &= \frac{c_{y1}^2 - c_{y2}^2}{2} = (c_{y1} - c_{y2}) \cdot \frac{(c_{y1} + c_{y2})}{2} \\ &= c_x^2 \cdot (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cdot \frac{(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)}{2} \\ &= c_x^2 \cdot (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cdot \tan \alpha_m \end{aligned} \quad (2.13)$$

Siendo α_m el ángulo formado por la velocidad media del flujo c_m y la dirección axial.

Si la expresión resultante de Bernouilli se multiplica por el paso:

$$s \cdot (p_2 - p_1) = \rho \cdot s \cdot c_x^2 \cdot (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cdot \tan \alpha_m - \Delta p_0 \cdot s \quad (2.14)$$

Identificando términos con las expresiones obtenidas para las fuerzas axial y tangencial que el perfil ejerce sobre el fluido, se llega a relacionar ambas:

$$X = Y \cdot \tan \alpha_m - \Delta p_0 \cdot s \quad (2.15)$$

2.4.1 Componentes aerodinámicas. Coeficientes de sustentación y resistencia.

Desde el punto de vista aerodinámico, se definen las fuerzas de sustentación y resistencia de la corriente sobre el perfil en función de la velocidad que se sitúa en la mediana del triángulo formado por las velocidades de entrada y salida. Estas fuerzas son iguales y de sentido contrario a las que el perfil ejerce sobre la corriente. Sus valores, por unidad de altura de álabe, son:

$$\text{Componente de Sustentación: } L = \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot \rho \cdot l \cdot c_m^2 \quad (2.16)$$

$$\text{Componente de Arrastre: } D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot l \cdot c_m^2 \quad (2.17)$$

Donde C_L y C_D representan los coeficientes de sustentación y arrastre.

Geoméricamente se pueden relacionar las componentes X e Y con las aerodinámicas L y D :

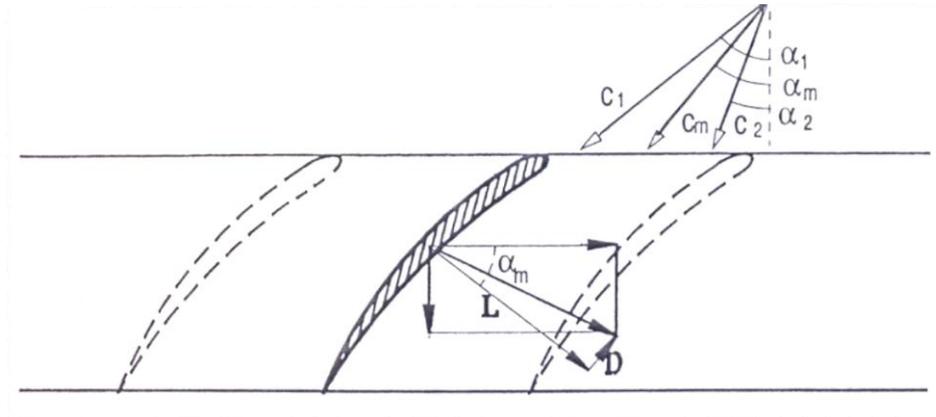


Figura 9. Componentes aerodinámicas de la fuerza sobre una cascada de álabes.

$$L = Y \cdot \cos \alpha_m + X \cdot \sin \alpha_m \quad (2.18)$$

$$D = Y \cdot \sin \alpha_m - X \cdot \cos \alpha_m \quad (2.19)$$

Operando en estas expresiones, se llegan a vincular las componentes aerodinámicas en función de los parámetros del flujo y la diferencia de presiones:

$$D = s \cdot \Delta p_0 \cdot \cos \alpha_m \quad (2.20)$$

$$L = \rho \cdot s \cdot c_x^2 \cdot (tg \alpha_1 - tg \alpha_2) \cdot \sec \alpha_m - s \cdot \Delta p_0 \cdot \cos \alpha_m \quad (2.21)$$

Sustituyendo y simplificando pueden llegarse a relacionar los coeficientes aerodinámicos C_L y C_D :

$$C_L = 2 \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot (tg \alpha_1 - tg \alpha_2) \cdot \cos \alpha_m - C_D \cdot \tan \alpha_m \quad (2.22)$$

Por último, es posible expresar el coeficiente de resistencia en función del coeficiente de pérdidas, lo que resultará útil a la hora de cuantificar y desglosar dichas pérdidas:

$$C_D = \frac{s \cdot \Delta p_0 \cdot \cos \alpha_m}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot c_m^2} = \frac{s}{l} \cdot \zeta \cdot \frac{c_x^2}{c_m^2} \cdot \cos \alpha_m = \zeta \cdot \frac{s}{l} \cdot \cos \alpha_m^3 \quad (2.23)$$

3 Actuación sobre la cascada y cálculo detallado de pérdidas.

Existen dos parámetros fundamentales cuando se quiere manifestar el comportamiento de una cascada: la deflexión de la corriente y su coeficiente adimensional de pérdidas.

En el diseño de cascadas se siguen utilizando ensayos experimentales en los que se variará el ángulo de flujo a la entrada con el fin de determinar la actuación sobre ella. Dicha cascada se encuentra definida por un perfil, una solidez σ y un ángulo de calado ξ .

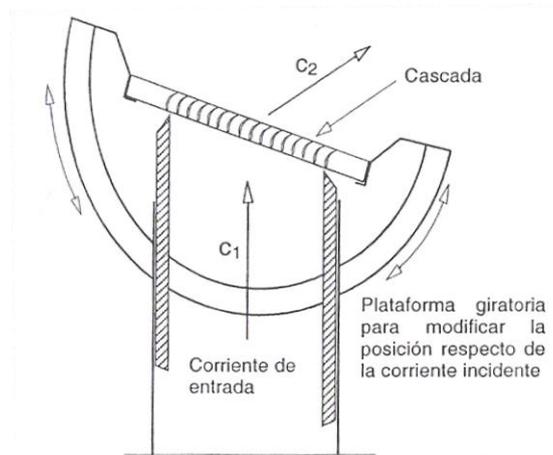


Figura 7. Esquema de un túnel de ensayos de cascada.

En los ensayos se mide el coeficiente de pérdidas de perfil (ϖ) y el ángulo de salida del flujo (α_2):

$$\varpi, \alpha_2 = f(\alpha_1, M_1, Re_1) \quad (3.1)$$

Hay que tener en cuenta que la influencia del Mach a la entrada es despreciable cuando es menor de 0,3, y para números de Reynolds mayores que el crítico $2,5 \cdot 10^5$ las actuaciones de cascada son sólo ligeramente dependientes. Por lo que se puede

afirmar con buena aproximación que la dependencia de ambos números adimensionales es despreciable:

$$\varpi, \alpha_2 = f(\alpha_1) \tag{3.2}$$

Es decir, variando el ángulo de entrada del flujo α_1 o la incidencia, lo hará la deflexión ε y el coeficiente de pérdidas ϖ .

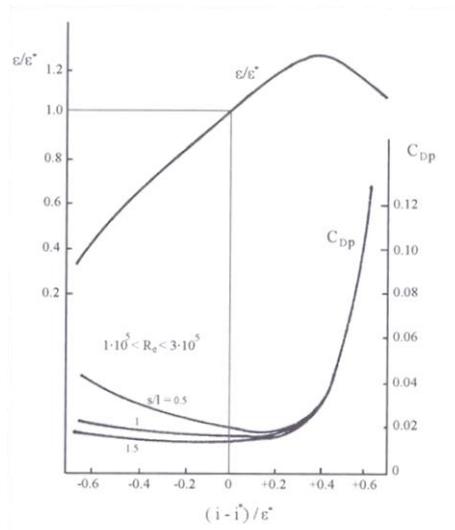


Figura 10. Deflexión y coeficiente de pérdidas de una cascada en función del ángulo de incidencia (adaptación de Howell).

En la figura se observa un aumento brusco del coeficiente de pérdidas ϖ cuando la incidencia sobrepasa un cierto valor. En este punto la cascada ha entrado en desprendimiento. Además, la deflexión máxima también coincide con la entrada en desprendimiento de la cascada.

Pero no resulta fácil establecer el valor de la incidencia a la que este fenómeno se produce, por lo que se toma como criterio establecer la incidencia a la que la pérdida de presión total es el doble que la de pérdida mínima.

En el caso de que la incidencia decrezca, las pérdidas de presión de remanso vuelven a aumentar y se define otro punto de desprendimiento para incidencia negativa.

Entonces, se define un intervalo de trabajo donde el rango de incidencia se delimita por estos puntos descritos. Se tomará como incidencia de referencia, la

incidencia de pérdidas mínimas, aunque también es usual tomar el punto medio de este intervalo.

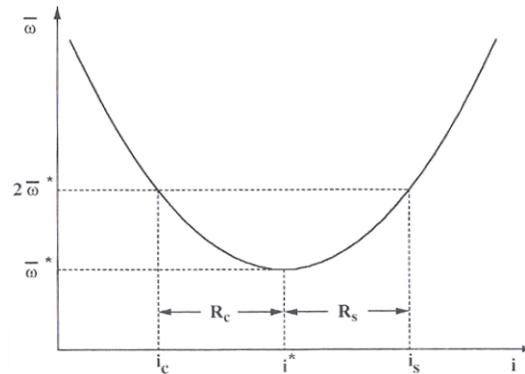


Figura 11. Margen de incidencias de trabajo.

3.1 Correlación de Lieblein.

Se trata de una correlación experimental con datos obtenidos en cascadas de baja velocidad y para álabes convencionales, más particularmente para la serie NACA-65, aunque también se utiliza para álabes cuya línea media sea un arco circular.

Lieblein se basa en el fenómeno de que la capa límite sufre un engrosamiento a la salida del perfil, especialmente en la cara de succión, el cual se corresponde con las pérdidas que se producen en él.

Dicho engrosamiento se relaciona con la difusión que se produce en el perfil, ya que se disminuye la velocidad en la cara de succión. Lieblein establece la siguiente hipótesis: “en la región de pérdida mínima el espesor de estela, y consecuentemente el valor de la pérdida de presión de remanso, es proporcional a la difusión de la velocidad en la cara de succión del álabe en dicha región”.

Pero en las cascadas de baja velocidad la región de actuación con baja pérdida es bastante plana, siendo difícil establecer la incidencia correspondiente a pérdida mínima. Lieblein establece este valor como el central del intervalo de funcionamiento

con bajas pérdidas. Este procedimiento para calcular dicha incidencia se explica con posterioridad.

En la figura se muestra una distribución de la velocidad a lo largo de la cuerda para las caras de succión y presión.

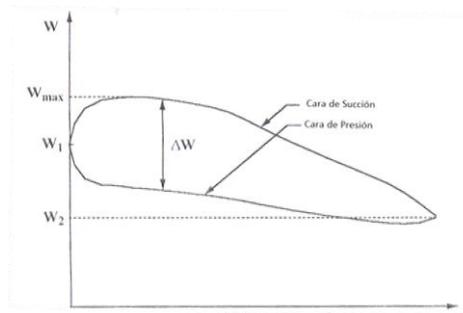


Figura 12. Distribución de velocidades en las caras de succión y de presión del perfil de una cascada de compresor.

En la figura se pone de manifiesto que la velocidad en la cara de succión crece hasta un máximo para volver a disminuir. En este momento surge el término de *Relación de Difusión* (RD), que relaciona la velocidad máxima en la cara de succión con la velocidad de salida.

$$RD = \frac{c_{m\acute{a}x,s}}{c_2} \quad (3.3)$$

Además, Lieblein relaciona experimentalmente el espesor adimensionalizado de la capa límite con la relación de difusión. La relación tiene la expresión y representación siguientes:

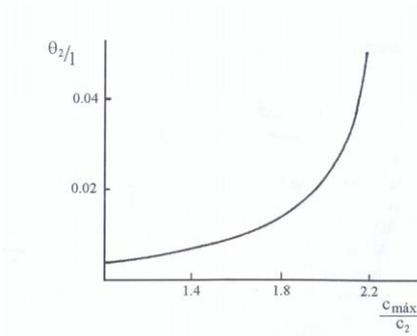


Figura 13. Espesor por la cantidad de movimiento de la estela del álabe en función de la relación de difusión (Adaptación de Lieblein).

$$\frac{\theta_2}{l} = \frac{0,004}{1 - 1,17 \cdot \ln\left[\frac{(c_{máx,s})}{c_2}\right]} \quad (3.4)$$

θ_2 se define como la pérdida de cantidad de movimiento en el borde de salida, y su valor es:

$$\theta_2 = \int_{\delta_s}^{\delta_p} \frac{v}{c} \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) \cdot dy \quad (3.5)$$

Siendo v la velocidad en cada punto de la estela, c la velocidad en la zona central del flujo y δ_s y δ_p los espesores de la capa límite en las caras de presión y succión de la capa límite (en la siguiente figura aparecen rayadas).

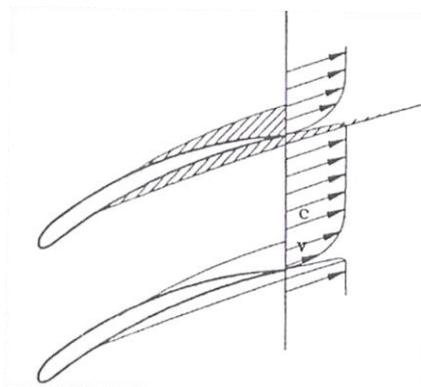


Figura 14. Capas límites en las caras de presión y succión de una cascada de compresor.

Para el valor $(c_{máx,s})/c_2 = 2,35$, θ_2/l tiende a infinito, pero a efectos prácticos, para la obtención de buen rendimiento, el límite es:

$$1,9 < \frac{(c_{máx,s})}{c_2} < 2 \quad (3.6)$$

Esta correlación permite estimar la pérdida de presión de remanso para la incidencia de referencia ya que, como se comentó anteriormente, ésta es relacionada con el espesor de la estela. Además, es válida para un rango amplio de solidez, curvaturas y ángulos de entrada.

Pero existen inconvenientes a la hora de calcular $(c_{máx,s})/c_2$, por lo que Lieblein estableció una aproximación en función de los ángulos de entrada y salida del flujo (α_1 y α_2) y de la solidez σ . A esta nueva difusión, la llamo *relación de difusión equivalente* y viene descrita por:

$$D_{eq} = \frac{(c_{máx,s})}{c_2} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \cdot \left[1,12 + 0,61 \cdot \frac{s}{l} \cdot (tg\alpha_1 - tg\alpha_2) \cdot \cos^2\alpha_1 + k \cdot (i - i_{ref}) \right] \quad (3.7)$$

El límite práctico de éste parámetro se sitúa en torno a 2.

Aunque los factores de difusión descritos son los más representativos en cuanto a límite de operación, el número de *de Haller* también lo es. La cascada operará establemente siempre que:

$$\frac{c_2}{c_1} \geq 0,72 \quad (3.8)$$

Una vez calculada la difusión equivalente, se puede determinar el coeficiente de pérdida de presión de remanso en el perfil, ya que como se ha visto dependen del espesor del borde de estela y de la difusión del flujo, que a su vez es dependiente de la solidez de la cascada y de los ángulos del flujo:

$$\bar{\omega}_p = 2 \frac{\theta_2}{l} \sigma \frac{\cos^2\beta_1}{\cos^3\beta_2} \quad (3.9)$$

3.1.1 Aplicación de la correlación de Lieblein.

Una vez se ha finalizado el cálculo de pérdidas en el perfil, han de calcularse la incidencia y desviación de pérdidas mínimas, que son necesarias para estimar el otro parámetro que se considera imprescindible a la hora de describir el comportamiento de la cascada, la deflexión. Es decir, han de estimarse los ángulos del álabe de tal manera que se den las condiciones de flujo que se desean y que, además, produzcan mínimas pérdidas.

Incidencia de referencia

Es aceptado que la incidencia de pérdidas mínimas es positiva para curvatura nula, y que decrece cuando aumenta ésta, dependiendo de la solidez y del ángulo de calado. También es conocido que la incidencia de referencia es lineal con la curvatura para una relación paso/cuerda y un ángulo de calado, aunque puede variar con el Mach y el Reynolds. Por lo tanto, la expresión resultante será lineal, más concretamente:

$$i_{ref} = i_0 + n\theta; \quad (s/l = cte, \alpha_1 = cte) \quad (3.10)$$

Donde i_0 es la incidencia de referencia para curvatura nula y n es la pendiente de la variación de la incidencia de referencia con la curvatura. Lieblein establece la variación de la incidencia y de la pendiente en función del ángulo de flujo a la entrada y tomando como parámetro la solidez.

Además, el mismo Lieblein propone una corrección para otras formas de álabe y otra relación de espesores ($t_{m\acute{a}x}/l$):

$$i_0 = K_{sh} \cdot K_{it} \cdot i_{010} \quad (3.11)$$

- K_{sh} = Es el factor de corrección para tener en cuenta que se utilice otro perfil cuya distribución de espesores sea diferente de los de la serie NACA-65.

Este factor valdrá 1 en caso de NACA-65, 1,1 si se trata un perfil de la serie C4 y 0,7 si se toma un perfil DCA.

- K_{it} = Es el encargado de corregir perfiles cuya relación $t_{m\acute{a}x}/l$ sea diferente del 10%.

$$K_{it} = -0,0214 + 19,17 \cdot \left(\frac{t}{c}\right) - 122,3 \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^2 + 312,5 \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^3 \quad (3.12)$$

- i_{010} = incidencia de referencia para álabes no curvados de la serie NACA-65 y $t_{m\acute{a}x}/l=0,1$.

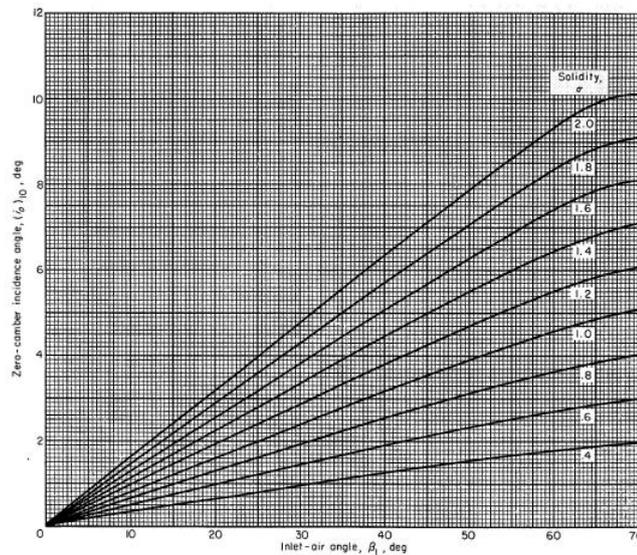


Figura 15. Incidencia de referencia para perfil NACA65 sin curvatura (Lieblein).

n = Factor de pendiente.

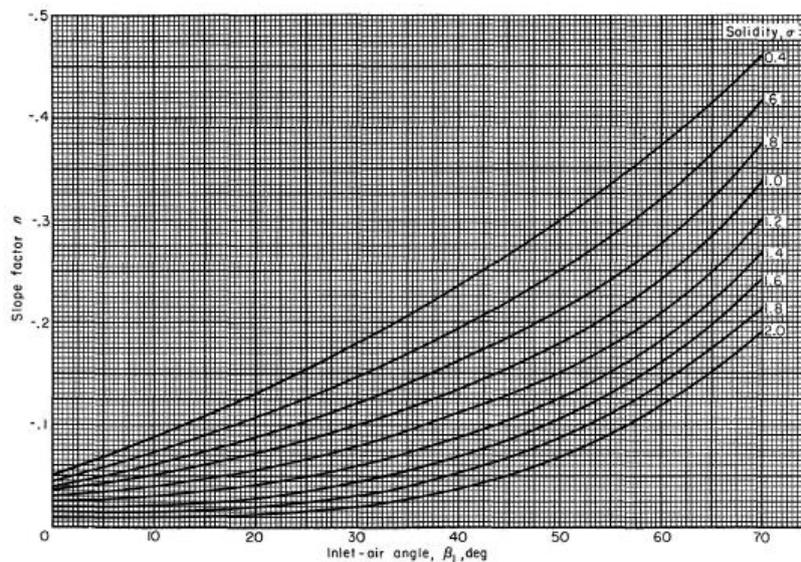


Figura 16. Factor de pendiente n (Lieblein).

Desviación de referencia

Puesto que la desviación del fluido va a depender fuertemente del guiado que a éste se le dé en su paso por el álabe, salta a la vista que aumentará cuando lo haga el ángulo de curvatura θ ó el de calado ξ , y disminuirá con un incremento de la relación paso/cuerda.

De los resultados de los ensayos en cascadas resulta una dependencia lineal entre la desviación de referencia y la curvatura para una relación paso cuerda y un ángulo de entrada del flujo dados:

$$\delta_{ref} = \delta_{ref}^0 + m\theta \quad (3.13)$$

Donde δ_0 es la desviación de referencia para un perfil sin curvatura y m es la pendiente de la variación del ángulo de desviación de referencia con la curvatura.

Por su parte el ángulo de desviación de referencia para curvatura nula puede expresarse de manera similar a la incidencia de referencia para curvatura nula:

$$\delta_{ref}^0 = K_{sh} \cdot K_{it} \cdot \delta_{010} \quad (3.14)$$

- La desviación de referencia para álabes no curvados de la serie NACA-65 y $t_{m\acute{a}x}/l=0,1$ (δ_{010}) es:

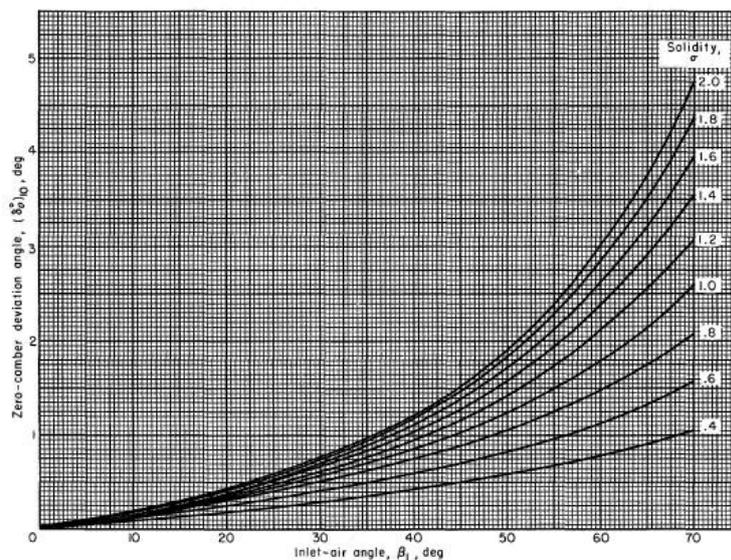


Figura 17. Desviación de referencia para perfil NACA65 sin curvatura (Lieblein).

- El factor de pendiente m :

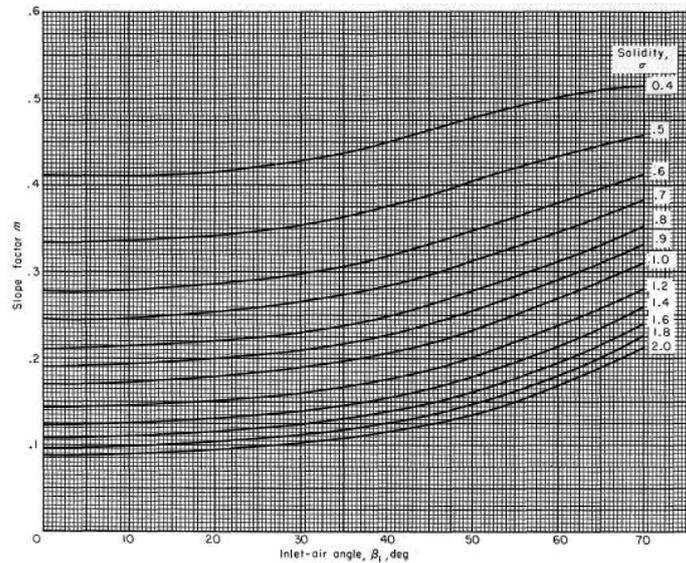


Figura 18. Factor de pendiente m (Lieblein).

3.1.2 Expresiones numéricas para la correlación de Lieblein.

Como se aprecia resultaría costosa la obtención de ciertos parámetros que se encuentran correlacionados gráficamente, pero no numéricamente.

En los últimos tiempos se han obtenido ciertas expresiones numéricas que reducen la utilización de todas estas curvas. De esta manera para la incidencia de referencia se utilizará la siguiente expresión:

$$i_{ref} = i_0 + \left(\frac{n_0}{\sigma a}\right) \cdot \theta \quad (3.15)$$

Para álabes de la serie *NACA-65* con una relación espesor máximo-cuerda ($t_{m\acute{a}x}/l$) del 10%:

$$(i_0)_{10} = \left[8,0 \cdot \frac{\alpha_1}{100} - 1,1 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100}\right)^2 \right] \cdot \sigma \quad (3.16)$$

El factor de pendiente n_0 :

$$n_0 = - \left[0,0201 + 0,3477 \cdot \frac{\alpha_1}{100} - 0,5875 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 + 1,0625 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^3 \right] \quad (3.17)$$

Por su parte, para el exponente a , se distinguen dos expresiones en función del valor de la solidez:

$$\sigma \leq 1 \rightarrow a = 1,875 \cdot \left[1 - \frac{\alpha_1}{100} \right] \cdot \sigma \quad (3.18)$$

$$\sigma > 1 \rightarrow a = 1,875 \cdot \left[1 - \frac{\alpha_1}{100} \right] \quad (3.19)$$

A su vez el ángulo de desviación tiene su expresión:

$$\delta_{ref} = \delta_{ref}^0 + \left(\frac{m_0}{\sigma^b} \right) \cdot \theta \quad (3.20)$$

De forma análoga se establece una deflexión de referencia para los perfiles de la serie NACA-65 con un 10% de espesor máximo relativo ($t_{m\acute{a}x}/l$):

$$\left(\delta_{ref}^0 \right)_{10} = 5 \cdot \sigma^{0,8} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 \quad (3.21)$$

El factor de pendiente m_0 se expresa:

$$m_0 = 0,17 - 0,0514 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right) + 0,3592 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 \quad (3.22)$$

Y para el exponente b se hace la misma distinción que en el caso de la incidencia:

$$\sigma \leq 1 \rightarrow b = \left[0,965 - 0,02 \cdot \frac{\alpha_1}{100} + 0,1249 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 - 0,972 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 \right] \cdot \sigma \quad (3.23)$$

$$\sigma > 1 \rightarrow b = \left[0,965 - 0,02 \cdot \frac{\alpha_1}{100} + 0,1249 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 - 0,972 \cdot \left(\frac{\alpha_1}{100} \right)^2 \right] \quad (3.24)$$

3.2 Cálculo de coeficientes de pérdidas.

3.2.1 Pérdidas de perfil.

Estas pérdidas provienen del engrosamiento de la capa límite sobre el álabe. Puesto que se basan en la capa límite, dependerán de número de Reynolds, de la rugosidad de la superficie, del grado de turbulencia y de la distribución de velocidades. También se agrupan en estas pérdidas, las debidas al borde de estela.

Su efecto se traduce en un incremento de entropía procedente del calor desarrollado por la energía mecánica dentro de la capa límite.

Éstas ya han sido definidas en el apartado anterior según Lieblein:

$$\omega_p = 2 \frac{\theta_2}{l} \sigma \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^3 \beta_2} \quad (3.25)$$

3.2.2 Pérdidas secundarias.

Son las debidas al flujo secundario, que es el producido al deflectar la capa límite en las zonas próximas a las superficies internas y externas de la corona. Ello hará que se genere una componente de vorticidad en el flujo en el momento que éste abandone la cascada.

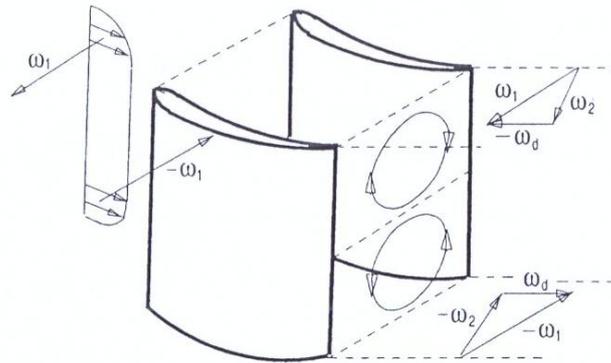


Figura 19. Formación del flujo secundario. ω_1 , rotación del fluido en la capa límite a la entrada de la cascada. ω_2 , el mismo a la salida. ω_d , diferencia de rotación causante del flujo secundario.

En este grupo de pérdidas también se incluyen las debidas a la fuga del flujo de la cara de presión a la de succión a través del juego existente en la punta del álabes, comúnmente conocidas como pérdidas intersticiales.

Para la estimación de estas pérdidas, Howell propone una expresión empírica de la siguiente forma:

$$C_{Ds} = 0,018 \cdot C_L^2 \quad (3.26)$$

Donde el miembro de la izquierda representa el coeficiente de arrastre que corresponde, y C_L es el coeficiente de sustentación que se calculará por la expresión del capítulo 2.

3.2.3 Pérdidas anulares.

Se incluyen las debidas a la fricción del flujo con las superficies externa e interna de la corona (tambor y carcasa), por lo que es obvio que la geometría del turbocompresor influirá en su valor, más específicamente lo harán el paso y la altura del álabes.

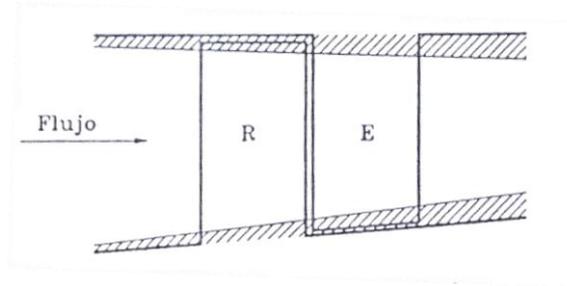


Figura 20. Localización de pérdidas anulares.

Howell estima el coeficiente de arrastre en función de estos parámetros:

$$C_{D\alpha} = 0,020 \frac{s}{H} \quad (3.27)$$

4 Análisis bidimensional del compresor axial.

Para tratar el flujo que circula por un turbocompresor como bidimensional, éste debe carecer de componentes radiales y sus características deben mantenerse constantes a lo largo de la altura del álabe. A fin de actuar bajo esta hipótesis, la relación raíz/cabeza debe ser alta ($>4/5$), entonces se podrá suponer que las condiciones que se den en el diámetro medio se darán en cualquier otro diámetro.

4.1 Proceso de compresión y diagramas de velocidades.

Un escalonamiento de compresor está formado, en primer lugar, por una corona de álabes móviles o rotor, y por otra de álabes fijos o estator. En la figura se muestra la sección correspondiente al diámetro medio de un escalonamiento y sobre ella los triángulos de velocidades correspondientes a la entrada y salida del flujo.

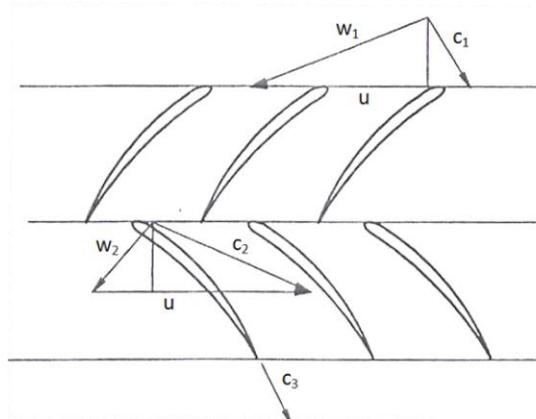


Figura 21. Esquema bidimensional de un escalonamiento de turbocompresor axial.

El fluido llega al rotor con una velocidad absoluta c_1 que forma un ángulo α_1 con la dirección axial. Si esta velocidad se compone con la periférica u (velocidad a la que gira el rotor), se obtiene la velocidad relativa w_1 que formará un ángulo β_1 con la dirección axial. Esta velocidad es la que vería un observador unido al rotor el fluido.

Tras atravesar el rotor, el fluido lo abandona con una velocidad relativa w_2 que, debido a la difusión que se da entre los conductos divergentes, será menor que la velocidad relativa de entrada, y con una velocidad absoluta c_2 mayor que a la entrada. Se ha producido, en consecuencia, un incremento de la energía cinética.

Cuando se pasa al estator, la energía cinética se traduce en un aumento de presión estática. El fluido atraviesa los conductos divergentes y abandona el escalonamiento a una velocidad absoluta c_3 , menor que la de entrada.

En conclusión, ambas coronas trabajan como difusores y el triángulo de velocidades toma la siguiente forma:

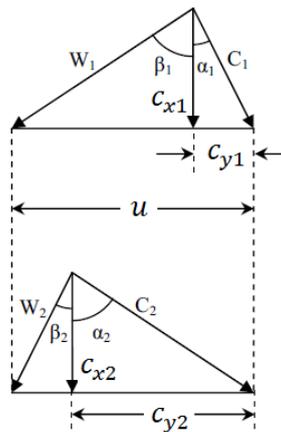


Figura 22. Triángulos de velocidades en un compresor.

En el análisis que sigue se aplica la ecuación de la energía al rotor y al estator. Así resultarán más claros los procesos que en ellos se dan:

- Rotor: Se trata de un proceso adiabático ($Q=0$) en el que se le aporta energía al fluido:

$$Q + W = h_{02} - h_{01} \rightarrow W + h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} \quad (4.1)$$

Aplicando la ecuación de Euler en el trabajo específico:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \rightarrow h_2 - h_1 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad (4.2)$$

De esta expresión se puede deducir que el aumento de entalpía en el rotor, que conlleva un aumento de presión estática, es debido a una difusión del flujo relativo.

- Estator: El proceso también es adiabático, y no se realiza trabajo al tratarse de una corona fija:

$$Q + W = h_{03} - h_{02} \rightarrow h_{02} = h_{03} \rightarrow h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_3 + \frac{c_3^2}{2} \quad (4.3)$$

Queda reflejado que la difusión es la responsable del aumento de presión estática.

Una vez definidos estos conceptos, el diagrama h-s del compresor es:

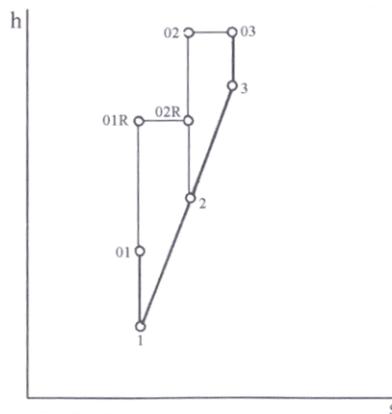


Figura 23. Diagrama h-s de un compresor.

4.2 Pérdidas y rendimiento de un escalonamiento.

4.2.1 Rendimiento.

El rendimiento es la relación entre el trabajo que absorbiese un compresor hipotético que trabajase isentrópicamente (sin pérdidas) con las condiciones de entrada dadas (p_{01} y T_{01}), hasta las condiciones de salida (presión y velocidad), y el trabajo absorbido por el compresor real. Se puede expresar como:

$$\eta = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} \quad (4.4)$$

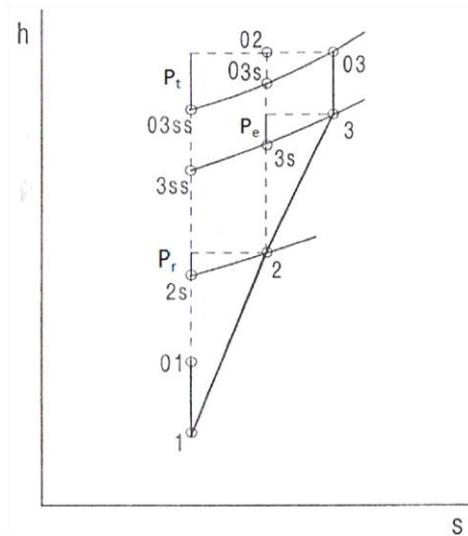


Figura 24. Diagrama h-s detallado de un compresor. Pérdidas en el rotor (P_r), en el estator (P_e) y las totales (P_t).

Disgregando el numerador y aplicando la relación termodinámica $dh = Tds + vdp$:

$$h_{03ss} - h_{01} = (h_{03} - h_{01}) + (h_{03} - h_{03s}) - (h_{03s} - h_{03ss}) \quad (4.5)$$

$$(h_{03} - h_{03s}) = T_{03} \cdot (s_3 - s_{3s}) \quad (4.6)$$

$$(h_3 - h_{3s}) = T_3 \cdot (s_3 - s_{3s}) \quad (4.7)$$

De estas dos últimas expresiones se llega a:

$$(h_{03} - h_{03s}) = \frac{T_{03}}{T_3} \cdot (h_3 - h_{3s}) \quad (4.8)$$

Por otro lado, se tiene:

$$(h_{03s} - h_{03ss}) = T_{03} \cdot (s_{3s} - s_{3ss}) \quad (4.9)$$

$$(h_2 - h_{2s}) = T_2 \cdot (s_2 - s_{2s}) \quad (4.10)$$

$$(h_{03s} - h_{03ss}) = \frac{T_{03}}{T_2} \cdot (h_2 - h_{2s}) \quad (4.11)$$

En conclusión:

$$\begin{aligned} h_{03ss} - h_{01} &= (h_{03} - h_{01}) + \frac{T_{03}}{T_3} \cdot (h_3 - h_{3s}) + \frac{T_{03}}{T_2} \cdot (h_2 - h_{2s}) \\ &= (h_{03} - h_{01}) - \frac{T_{03}}{T_3} \cdot P_{Est.} - \frac{T_{03}}{T_2} \cdot P_{Rot.} \end{aligned} \quad (4.12)$$

En esta ecuación se observa que las pérdidas son mayores a la suma de las del rotor y el estátor, pero el hecho de suponer $T_{03}/T_3 \cong T_{03}/T_2 \cong 1$ no se aleja mucho de la realidad, pues la difusión en las coronas es muy pequeña.

Entonces, para concluir, el rendimiento vendría descrito por:

$$\eta = 1 - \frac{(h_3 - h_{3s}) + (h_2 - h_{2s})}{(h_{03} - h_{01})} = 1 - \frac{P_R + P_E}{W_C} \quad (4.13)$$

4.2.2 Pérdidas.

Las pérdidas de entalpía en el escalonamiento, ya sea en el rotor o en el estator, pueden expresarse en función de pérdidas de presión de remanso, siempre que se considere el fluido como incompresible.

En el caso del estator, el proceso isentrópico que en él se tendría la expresión que sigue:

$$h_{3s} - h_2 = \frac{p_3 - p_2}{\rho} \quad (4.14)$$

Que combinada con la ecuación de la energía para un observador fijo:

$$h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_3 + \frac{c_3^2}{2} \quad (4.15)$$

Se obtiene una expresión en la que aparecen reflejadas las pérdidas en dicha corona:

$$h_3 - h_{3s} = \frac{c_2 - c_3}{2} + \frac{p_2 - p_3}{\rho} \quad (4.16)$$

Si ahora se aplica la ecuación de Bernouilli:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{c_3^2}{2} + \frac{\Delta p_{0E}}{\rho} \rightarrow \frac{\Delta p_{0E}}{\rho} = \frac{c_2 - c_3}{2} + \frac{p_2 - p_3}{\rho} \quad (4.17)$$

Se concluye que las pérdidas en el estator se pueden expresar en función de las pérdidas de presión de remanso en el mismo.

$$Perd. Estator = h_3 - h_{3s} = \frac{\Delta p_{0E}}{\rho} \quad (4.18)$$

De manera análoga se pueden establecer las pérdidas en el rotor:

$$Perd. Rotor = h_2 - h_{2s} = \frac{\Delta p_{0R}}{\rho} \quad (4.19)$$

4.3 Coeficientes adimensionales.

4.3.1 Coeficiente de carga (ψ).

Es un coeficiente ligado a la capacidad de trabajo de la máquina, y se define:

$$\psi = \frac{W}{u^2} \quad (4.20)$$

4.3.2 Coeficiente de flujo (ϕ).

Es un parámetro ligado al tamaño de la máquina para un gasto dado.

$$\phi = \frac{c_x}{u} \tag{4.21}$$

Un alto coeficiente de flujo implicará un flujo elevado y, por lo tanto, una disminución en el tamaño de la máquina.

4.3.3 Grado de reacción (R).

Es el coeficiente que relaciona el salto entálpico en el rotor con el trabajo específico, es decir, con el salto entálpico a lo largo del escalonamiento:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{W} = \frac{h_2 - h_1}{h_{02} - h_{01}} \tag{4.22}$$

Puede tomar valores comprendidos entre 0 y 1, aunque es ampliamente utilizado un grado de reacción de 0,5 a fin de minimizar los gradientes adversos de presión tanto en el rotor como en el estator.

El triángulo de velocidades varía con el grado de reacción del siguiente modo:

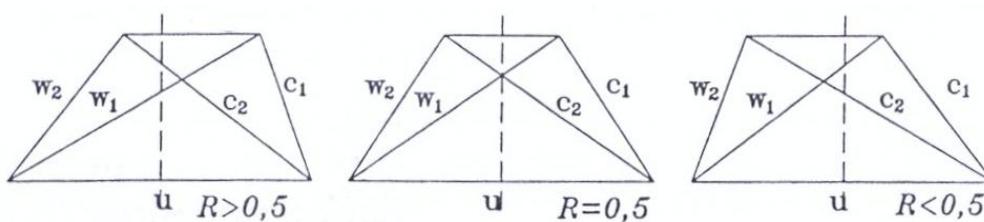


Figura 25. Variación de los triángulos de velocidades.

5 Flujo tridimensional.

En los estudios previos se estaba obviando el movimiento radial del fluido, era una situación de flujo bidimensional. Ello es razonable siempre que la relación r_R/r_C sea mayor de 4/5. Para relaciones menores se requiere un análisis tridimensional, pues las velocidades radiales tienen mayor importancia, el perfil adecuado variará en función del radio.

A continuación se nombran las principales causas que provocan este flujo radial:

- Componente tangencial de la velocidad: La velocidad tangencial sufre una variación que produce un desequilibrio entre esfuerzos centrífugos y presiones radiales que sobre la corona se ejercen.
- Distribución de espesores del álabe.
- Componente radial del esfuerzo del álabe: Al estar el álabe inclinado, la dirección de los esfuerzos tangenciales que se originan sobre las superficies del álabe, no es perpendicular a ella, y aparece una componente radial que incluye flujo radial. Este flujo dependerá de la dirección.
- Flujo no libre de torbellino.
- Forma del tambor y de la envolvente.

5.1 Equilibrio radial.

Para definir el flujo dentro del compresor habría que resolver las ecuaciones de momento, continuidad y energía, pero ello no resulta viable.

El procedimiento más usual, y a la vez el más tradicional, se basa en establecer un equilibrio radial sobre partículas de fluido en el supuesto que los movimientos radiales que en ella se den sólo sean al atravesar los álabes, y no en los espacios comprendidos entre filas

Se trata de establecer una ecuación que satisfaga la actuación de unas fuerzas radiales de presión sobre elementos del fluido, con el objetivo de procurar una

aceleración centrípeta para la componente periférica de la velocidad. Entonces, a partir de esta ecuación será posible calcular los ángulos de flujo a lo largo del álabe, pudiendo servir de ayuda para su diseño.

Para establecer la ecuación de equilibrio radial se consideran las fuerzas de presión actuando sobre el elemento fluido y se desprecian las fuerzas gravitatorias, pues la aceleración en dirección radial es miles de veces superior a ella.

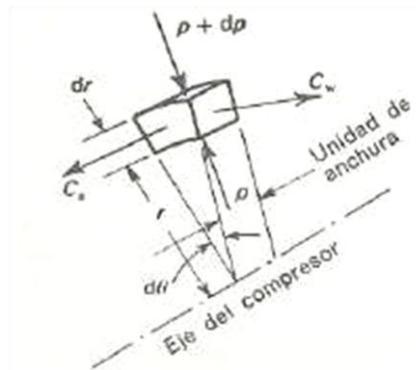


Figura 26. Equilibrio radial.

Concretando en la dirección radial, se tiene:

$$(p + dp) \cdot (r + dr) \cdot d\theta - p \cdot r \cdot d\theta - 2 \cdot \left(p + \frac{dp}{2}\right) \cdot dr \cdot \frac{d\theta}{2} = p \cdot dr \cdot r \cdot d\theta \cdot \frac{c_y^2}{2} \quad (5.1)$$

Donde p , ρ , c_y , y r son, respectivamente, la presión, la densidad, la velocidad tangencial y el radio.

Por otra parte, el tercer término del miembro de la izquierda, representa la proyección de las fuerzas de presión a ambos lados del elemento en el plano axial-radial.

Si se considera la hipótesis de flujo axilsimétrico, es decir, que las variaciones respecto a la coordenada angular sean nulas ($d/d\theta = 0$) y, además, se desprecian los términos de segundo orden en dp y dr , la ecuación queda reducida a:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = \frac{c_y^2}{2} \quad (5.2)$$

Esta expresión se conoce como *condición de equilibrio radial*.

Por otra parte, la entalpía de remanso para cualquier radio a una velocidad c , puede expresarse como:

$$h_0 = h + \frac{c^2}{2} = c_p \cdot T + \frac{1}{2} \cdot (c_x^2 + c_y^2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot (c_x^2 + c_y^2) \quad (5.3)$$

Derivando respecto de r :

$$\frac{dh_0}{dr} = c_x \cdot \frac{dc_x}{dr} + c_y \cdot \frac{dc_y}{dr} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} - \frac{p}{\rho^2} \cdot \frac{d\rho}{dr} \right] \quad (5.4)$$

Como la variación de presión en sentido radial es muy pequeña se puede tener en cuenta la ley isentrópica: $p/\rho^\gamma = cte$, que derivando supone:

$$\frac{dp}{dr} - \frac{\rho}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{dp}{dr} = 0 \quad (5.5)$$

Sustituyendo en la expresión anterior hace que esta quede:

$$\frac{dh_0}{dr} = c_x \cdot \frac{dc_x}{dr} + c_y \cdot \frac{dc_y}{dr} + \frac{c_y^2}{r} \quad (5.6)$$

La integración de esta ecuación requiere una condición de contorno llamada *ley torsional*.

5.2 Leyes torsionales.

5.2.1 Ley de torbellino libre.

Si se aplica la hipótesis en la que se considera el trabajo específico constante a la largo de la altura del álabe, entonces:

$$\frac{dh_0}{dr} = 0 \quad (5.7)$$

Si a ella le sumamos que se mantiene la velocidad axial a la largo de la sección anular, de modo que:

$$\frac{dc_x}{dr} = 0 \quad (5.8)$$

Entonces, resulta:

$$\frac{dc_y}{dr} = -\frac{c_y}{r} \rightarrow \frac{dc_y}{c_y} = -\frac{dr}{r} \quad (5.9)$$

Que integrando:

$$r \cdot c_y = cte \quad (5.10)$$

Esta condición se conoce como *torbellino libre* y expresa la relación entre el radio y la velocidad tangencial, la cual resulta inversa.

La distribución de velocidades quedaría:

$$\text{Antes del rotor} \begin{cases} c_{x1} = k_{x1} \\ r \cdot c_{y1} = k_{y1} \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\text{Después del rotor} \begin{cases} c_{x2} = k_{x2} \\ r \cdot c_{y2} = k_{y2} \end{cases} \quad (5.12)$$

Y los ángulos de entrada y salida del flujo en la entrada y salida del rotor resultan:

$$tg \alpha_1 = \frac{c_{y1}}{c_{x1}} = \frac{k_{y1}}{r \cdot c_{x1}} \quad (5.13)$$

$$tg \alpha_2 = \frac{c_{y2}}{c_{x2}} = \frac{k_{y2}}{r \cdot c_{x2}} \quad (5.14)$$

$$tg \beta_1 = \frac{u - c_{y1}}{c_{x1}} = \frac{1}{c_{x1}} \cdot \left(\omega \cdot r - \frac{k_{y1}}{r} \right) \quad (5.15)$$

$$tg \beta_2 = \frac{u - c_{y2}}{c_{x2}} = \frac{1}{c_{x2}} \cdot \left(\omega \cdot r - \frac{k_{y2}}{r} \right) \quad (5.16)$$

El grado de reacción variaría:

$$R = \frac{c_x}{2 \cdot u} \cdot (tg\beta_1 + tg\beta_2) = \frac{c_x}{2 \cdot \omega \cdot r} \cdot \left(2 \cdot \omega \cdot r - \frac{k_{y1} + k_{y2}}{r} \right) \cdot \frac{1}{c_x} = 1 - \frac{k_{y1} + k_{y2}}{2 \cdot \omega \cdot r^2} \quad (5.17)$$

El grado de reacción crece de raíz a cabeza según la expresión.

En la siguiente figura se muestran variaciones de algunos de los parámetros:

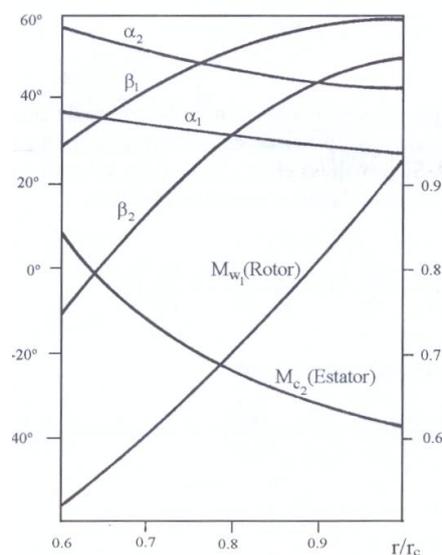


Figura 27. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión de torbellino libre.

Se desprenden las siguientes ideas:

- Grandes deflexiones en la raíz ($\varepsilon = \beta_1 - \beta_2$).
- Número de mach relativo a la entrada (M_{w1}) alto en la cabeza.
- Gran torsión de raíz a cabeza.

Las dos primeras conclusiones suponen un inconveniente para el rendimiento, mientras la tercera lo hace para los costes de fabricación.

Además es necesario comprobar que el grado de reacción no se hace negativo en la raíz.

5.2.2 Ley de grado de reacción constante.

Esta ley torsional intenta evitar los inconvenientes de la ley de torbellino libre.

Se intenta que se mantenga el trabajo constante con la altura, así como la velocidad axial y el grado de reacción:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{W} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2 \cdot W} = \frac{w_{y1}^2 - w_{y2}^2}{2 \cdot W} = \frac{(w_{y1} + w_{y2})(w_{y1} - w_{y2})}{2 \cdot u \cdot (c_{y2} - c_{y1})} = \frac{w_{y1} + w_{y2}}{2 \cdot u}$$

$$= \frac{u - c_{y1} + u - c_{y2}}{2 \cdot u} = 1 - \frac{c_{y2} + c_{y1}}{2 \cdot u} \quad (5.18)$$

$$\text{Lo que da lugar a: } c_{y1} + c_{y2} = 2 \cdot u \cdot (1 - R) \quad (5.19)$$

Si a ello le añadimos el trabajo específico:

$$W = u \cdot (c_{y2} - c_{y1}) \rightarrow c_{y2} - c_{y1} = \frac{W}{u} \quad (5.20)$$

Se deduce:

$$c_{y1} = u \cdot (1 - R) - \frac{W}{2 \cdot u} = \omega \cdot (1 - R) \cdot r - \frac{W}{2 \cdot \omega \cdot r} = a \cdot r - \frac{b}{r} \quad (5.21)$$

$$c_{y2} = a \cdot r + \frac{b}{r} \quad (5.22)$$

Donde a y b son constantes.

Pero esa distribución de velocidades no cumple la ecuación de equilibrio radial. Es usual suponer correcta la variación de velocidad tangencial anterior y, a partir de ella, calcular la variación del real de la componente axial y del grado de reacción mediante la ecuación de equilibrio radial.

Antes del rotor:

$$c_{y1} = a \cdot r - \frac{b}{r} \quad (5.23)$$

$$\frac{dh_{01}}{dr} = c_{x1} \cdot \frac{dc_{x1}}{dr} + \left(a \cdot r - \frac{b}{r} \right) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} (a \cdot r^2 - b) \quad (5.24)$$

Integrando la ecuación anterior y, si se supone constante la entalpía de remanso a la entrada:

$$c_{x1} \cdot \frac{dc_{x1}}{dr} + \left(a - \frac{b}{r^2}\right) \cdot 2 \cdot a \cdot r = 0 \rightarrow c_{x1}^2 = \int \left(\frac{4 \cdot a \cdot b}{r} - 4 \cdot a^2 \cdot r\right) dr \rightarrow$$

$$\rightarrow c_{x1}^2 = k_{x1} - 4 \cdot a \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot r^2 - b \cdot \ln r\right) \quad (5.25)$$

Después del rotor:

$$c_{y2} = a \cdot r + \frac{b}{r} \quad (5.26)$$

$$c_{x2} \cdot \frac{dc_{x2}}{dr} + \left(a + \frac{b}{r^2}\right) \cdot 2 \cdot a \cdot r = 0 \rightarrow c_{x2}^2 = k_{x2} - 4 \cdot a \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot r^2 + b \cdot \ln r\right)$$

$$(5.27)$$

Las constantes k_{x1} y k_{x2} son obtenidas de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\dot{m}}{2 \cdot \pi} = \int_{r_r}^{r_c} \rho \cdot c_{x1} \cdot r \cdot dr = \int_{r_r}^{r_c} \rho \cdot c_{x2} \cdot r \cdot dr \quad (5.28)$$

Por último, es calculada la nueva expresión para el grado de reacción:

$$R = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2 \cdot W} = \frac{(w_{y1}^2 - w_{y2}^2)(c_{x1}^2 - c_{x2}^2)}{2 \cdot u \cdot (c_{y2} - c_{y1})} = 1 - \frac{c_{y1} + c_{y2}}{2 \cdot u} + \frac{c_{x1}^2 - c_{x2}^2}{2 \cdot u \cdot (c_{y2} - c_{y1})}$$

$$= 1 - \frac{a}{\omega} + \frac{k_{x1} - k_{x2}}{4 \cdot \omega \cdot b} + \frac{2 \cdot a}{\omega} \cdot \ln r \quad (5.29)$$

En las figuras que muestran a continuación se observan ciertas tendencias, como que c_{x1} y $\cos \beta_1$ disminuyen de raíz a cabeza, lo que conlleva una variación menos acusada en el Mach relativo a la entrada que en torbellino libre:

$$M_{w1} = \frac{w_1}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_1}} = \frac{c_{x1}}{\cos \beta_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_1}} \quad (5.30)$$

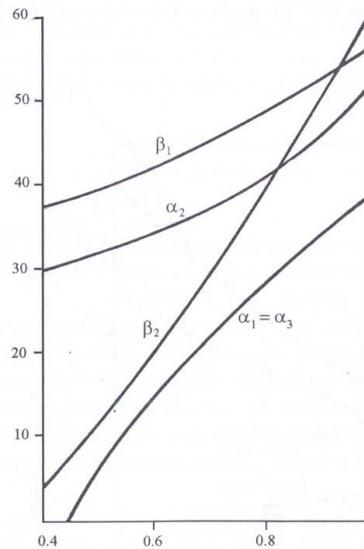


Figura 28. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión de grado de reacción constante.

5.2.3 Ley exponencial.

Esta ley proviene de una generalización de la ley de grado de reacción constante que recibe el nombre de “distribución general de torbellino”, en la que las componentes tangenciales se distribuyen según:

$$c_{y1} = a \cdot r^n - \frac{b}{r} \quad (5.31)$$

$$c_{y2} = a \cdot r^n + \frac{b}{r} \quad (5.32)$$

En el caso de $n=0$ se denomina ley exponencial. Es una ley en la que el grado de reacción varía ligeramente con el radio siendo las cargas en la raíz más suaves, lo que conlleva a álabes menos torsionados que en el caso de grado de reacción constante $n=1$.

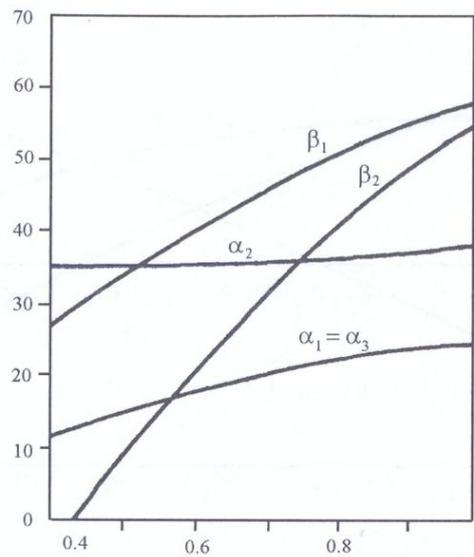


Figura 29. Variaciones de los ángulos de flujo y de los números de Mach absoluto y relativo con el radio para una ley de torsión exponencial.

6 Definición del problema de prediseño.

6.1 Hipótesis de partida.

A lo largo del desarrollo de la aplicación se han formulado una serie de hipótesis comunes a este tipo de turbomáquinas, éstas son:

- El compresor será de diámetro medio constante, por lo que tanto el diámetro exterior como el interior irán variando.
- Existirán álabes guía del tipo NACA A4K6 a la entrada del compresor a fin de conseguir un guiado adecuado del flujo.
- Las cascadas de álabes se dimensionarán para el caso de pérdidas mínimas.
- Se considerarán escalonamientos de repetición, es decir, la velocidad absoluta a la entrada es la misma a la entrada y salida del escalonamiento ($c_1=c_3$), así como el ángulo que esta forma con la dirección axial ($\alpha_1 = \alpha_3$).

6.2 Restricciones.

A fin de evitar ciertos problemas que se detallan a continuación, la herramienta impondrá una serie de límites a algunos de los parámetros:

- Velocidad periférica máxima admisible en punta del álabe: Este límite influye directamente en las tensiones del disco y del álabe, especialmente en los primeros escalonamientos donde el diámetro es más alto.
Dependerá de la geometría, material y temperatura de disco y álabe. En el caso de compresores de baja presión en titanio se pueden alcanzar velocidades periféricas en punta de álabe en torno a los 500 m/s.
Si el compresor fuera de alta presión y construido en níquel se admitirían velocidades periféricas de hasta 400 m/s utilizando álabes de titanio.

En esta herramienta no podrá sobrepasar los 475 m/s. En caso de hacerlo la aplicación se detendrá.

- El número de Mach relativo en punta del álabe a la entrada del rotor y el absoluto en raíz a la entrada del estator debería ser inferior a 0,8. Si fueran superiores, pero por debajo de 1,1, se resolverá el problema, pero los resultados dejarían de ser representativos. Si fueran superiores a 1,1 se detendrá la aplicación.
- La difusión equivalente en rotor y estator no podrá superar 1,95, pues existiría peligro de desprendimiento de capa límite.

6.3 Parámetros de entrada.

6.3.1 Fluido de trabajo.

Existen dos posibilidades en cuanto a la definición del fluido de trabajo:

- En la primera se elige como fluido de trabajo el aire, pues es el más usual en las aplicaciones de turbocompresores axiales. Sus propiedades se encuentran definidas en la programación.
- La segunda opción permite al usuario definir el fluido de trabajo. Para ello se podrá introducir el valor del calor específico a presión constante (c_p [$kJ/kg \cdot K$]) y la constante universal de los gases (R_g [$J/kg \cdot K$]).

6.3.2 Parámetros de funcionamiento.

En este apartado se aportarán los parámetros principales con los que trabajará la máquina térmica (el gasto másico en kg/s y la relación de compresión que se desea obtener), y las condiciones ambientales a la entrada de ella (la temperatura en grados Kelvin y la presión en bares).

6.3.3 Parámetros para definir el triángulo de velocidades.

En la definición del triángulo de velocidades se opta, en primer lugar, por dar valor a los tres coeficientes adimensionales, que son: coeficiente de flujo, coeficiente de carga y grado de reacción.

Con ello se consigue dar forma al triángulo de velocidades, ya que quedan definidos, según las expresiones descritas en el capítulo 2, los ángulos de flujo relativos a la entrada y salida del rotor (β_1 y β_2) y el ángulo de flujo absoluto a la entrada del mismo (α_1).

Con los ángulos de los triángulos de velocidades definidos, sólo queda definir su tamaño. Para ello se pedirá el salto de temperaturas de remanso por escalonamiento, o lo que es lo mismo el trabajo requerido por etapa.

6.3.4 Parámetros para la definición de las cascadas de álabes y de la geometría la sección de entrada.

En capítulos anteriores se ha comentado que la solidez de la cascada es un parámetro indispensable para su caracterización. Además se conocen los valores óptimos que esta debe tomar. Es, por tanto, un parámetro ilustrativo para definir la cascada de álabes.

Por otra parte se fijará la conicidad meridional que determinará la variación de las líneas exterior e interior del compresor. Esta conicidad no es más que el ángulo que forma el ángulo meridional con la dirección axial.

Por último, y sólo para el primer escalonamiento, es necesario aportar la relación radio de raíz/radio de cabeza del álabe.

6.3.5 Tipo de Perfil.

La aplicación se podrá desarrollar para tres tipos de perfil que suelen ser los más utilizados en turbocompresores axiales y que ya se han descrito:

- NACA-65
- DCA
- Serie C4

Todas sus características se encuentran ya implementadas.

6.3.6 Ley de Torsión.

Una vez se haya finalizado el diseño a la altura del diámetro medio y con la finalidad de realizar un diseño tridimensional es necesario aportar la Ley de Torsión que se quiera utilizar, que son:

- Torbellino libre.
- Grado de reacción constante.
- Exponencial.

6.4 Tabla resumen de parámetros de entrada.

DATOS DE ENTRADA	
Fluido de trabajo	Aire. Definir otro fluido de trabajo.
Parámetros Principales	Gasto másico, \dot{m} (kg/s). Relación de compresión, r_c . Temperatura de entrada, T_{01} (K). Presión de entrada, p_{01} (bar).
Triángulo de velocidades	Salto de temperatura de remanso por escalonamiento, $\Delta T_{0,esc}$ (K). Coeficiente de flujo (ϕ). Coeficiente de carga (ψ). Grado de Reacción (R).
Geometría de cascada	Solidez en el rotor, σ_r . Solidez estator, σ_s . Conicidad meridional ($^\circ$). Relación radio de raíz/radio de cabeza, (r_r/r_c).
Tipo de perfil	NACA-65. DCA. Serie C4.
Ley de torsión	Torbellino libre. Grado de reacción constante. Exponencial.

Tabla 1. Tabla de parámetros de entrada a la herramienta.

6.5 Valores óptimos para las variables de entrada.

Coeficiente de flujo.

Es un coeficiente ligado al tamaño de la máquina. Un alto coeficiente de flujo implicará un flujo elevado y, por lo tanto, una disminución en el tamaño de la máquina así como en el rendimiento. También dará lugar a altos números de Mach.

La elección de un bajo coeficiente de flujo es apropiada para turbocompresores centrífugos. En la actualidad los valores de este coeficiente en el punto de diseño van desde 0,5 a 0,85.

Coeficiente de carga.

Es una medida del trabajo absorbido por el escalonamiento y, por tanto, de la relación de compresión que es capaz de suministrar el mismo. El rendimiento mejora cuando baja la carga, pero se necesitan mayor número de escalones para una determinada relación de compresión total del compresor. A excepción de motores supersónicos, el coeficiente de carga a la altura del diámetro medio del escalonamiento, debe encontrarse en el rango de 0,25 a 0,6.

Grado de reacción.

Un grado de reacción igual a 1 implicaría que toda la difusión del fluido tuviese lugar en el rotor. Igualmente, un valor igual a 0 daría lugar a que la difusión se diera en el estator.

En teoría un valor igual a 0,5 minimizará los gradientes adversos de presión en ambas coronas. En la práctica, se toman valores un poco superiores a 0,5, ya que se consigue disminuir la velocidad de giro del rotor, creando una mayor velocidad de entrada al mismo y consiguiendo que el aumento de presión estática en esta corona sea más fácil.

Solidez en cascadas.

El valor de la solidez se debe elegir para que conjuntamente con el campo de velocidades fijado, se eviten difusiones muy altas.

Actualmente se manejan valores de entre 1,3 y 1,5.

Relación radio de raíz/radio de cabeza del álabe.

Altos valores de esta relación implican que el juego intersticial de cabeza llega a ser un porcentaje significativo de la longitud del álabe, lo que reduce el rendimiento y el margen de bombeo. Por otra parte, con bajos valores las tensiones en el álabe y en el disco pueden llegar a ser prohibitivas y las pérdidas secundarias llegan a ser importantes. El balance entre estos dos efectos conduce a que la relación radio de raíz/radio de cabeza debe ser mayor de 0,65 e inferior a 0,92.

Conicidad meridional.

Para el caso de diseño de línea exterior variable el ángulo de conicidad meridional puede llegar a ser del orden de 10° , aunque preferiblemente se tomarán valores ligeramente inferior a 5° . Por su parte, la línea interior debe mantener su variación en valores inferiores a los 10° .

Al ser este caso de línea exterior e interior variables en la misma medida, se aconseja tomar valores inferiores a los 10° .

7 Proceso de cálculo.

7.1 Prediseño a la altura del diámetro medio.

En este capítulo se describirá paso a paso el procedimiento seguido para llegar a resolver el problema del prediseño en el diámetro medio del compresor.

Si fuese necesario para la correcta comprensión de las etapas, se incluirá un diagrama de flujo que, de forma esquemática, dará una visión adicional de la etapa correspondiente.

7.1.1 Cálculo del número de escalonamientos.

En primer lugar se determinará el número de escalonamientos necesarios para poder cumplir la relación de compresión impuesta.

Para ello se calcula el rendimiento politrópico del proceso de compresión según la expresión de *Horlock*:

$$\eta_p = 1 - 0,04 - \left(\frac{r_c - 1}{50} \right) \quad (6.1)$$

Con ayuda de este rendimiento es posible llegar a la temperatura de salida del compresor por medio de la politrópica de compresión, es decir:

$$T_{0f} = T_{00} \cdot r_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \cdot \eta_p}} \quad (6.2)$$

Una vez llegados a este punto se dispone del salto de temperaturas de remanso en un escalonamiento y en todo el compresor, consecuentemente es posible hacer una primera aproximación del número de escalonamientos necesario:

$$N_{esc} = \frac{\Delta T_{0} \text{ tot}}{\Delta T_{0} \text{ esc}} \quad (6.3)$$

Lo habitual será que este valor no sea entero, en tal caso se opta por tomar el entero superior, de tal forma que la diferencia de temperatura de remanso en cada etapa será inferior, con ello el trabajo requerido nunca será superior al impuesto.

Al final de este paso se tendrá una nueva diferencia de temperaturas de remanso definida por el número de escalonamientos y que será la que se utilice para las etapas siguientes:

$$\Delta T_0)_{esc} = \frac{\Delta T_0)_{tot}}{N_{esc}} \quad (6.4)$$

7.1.2 Definición del triángulo de velocidades.

La aplicación propone una opción basada en los coeficientes adimensionales descritos en el capítulo 2, es decir: el grado de reacción (R), el coeficiente de flujo (ϕ) y el coeficiente de carga (ψ):

$$\psi = 1 - \phi \cdot (tg\beta_2 + tg\alpha_1) \quad (6.5)$$

$$R = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \phi \cdot (tg\beta_2 - tg\alpha_1) \quad (6.6)$$

$$\psi = \phi \cdot (tg\beta_1 + tg\beta_2) \quad (6.7)$$

Con ellos se quedan hallados los ángulos de flujo absoluto y relativo α_1, β_1 y β_2 . Tras esto, no ha quedado definido el tamaño del triángulo de velocidades. Se conseguirá, como se ha comentado, con la diferencia de temperatura de remanso. Esta diferencia es una medida del trabajo requerido y por consecuencia de la diferencia de velocidades tangenciales.

Conviene recordar que la nueva diferencia de temperaturas vendrá condicionada por el número de escalonamientos

A partir de este instante, todos los parámetros ligados al triángulo de velocidades a la entrada y salida del rotor son conocidos. Se tiene que la velocidad absoluta en este punto es la misma que a la entrada del escalonamiento, así como la dirección que ésta forma con la dirección axial.

Una vez aportados los valores del campo de velocidades se podrá representar el triángulo de velocidades que gobernará el flujo en el compresor.

Además, en este punto, se podrá disponer del valor de la velocidad periférica, el cual resulta de vital importancia en el prediseño del compresor axial.

7.1.3 Cálculo de la solidez de las cascadas.

Una vez conocidos los valores de la solidez en rotor y estator, resulta inmediata la obtención de la difusión equivalente en ambas cascadas según la expresión propuesta por *Lieblein*, y descrita anteriormente:

$$D_{eq} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \cdot \left[1,12 + 0,61 \cdot \frac{s}{l} \cdot (tg\alpha_1 - tg\alpha_2) \cdot \cos^2\alpha_1 + k \cdot (i - i_{ref}) \right] \quad (6.8)$$

El último término hace referencia a los casos en los que la incidencia es distinta a la de referencia, que es la incidencia de pérdidas mínimas.

Como el caso que tratamos se tarde del caso de pérdidas mínimas, este término tendrá valor nulo.

Se ha insistido a lo largo de este documento en la importancia de la difusión equivalente y en este punto se puede verificar. Conviene recordar que la herramienta no permitirá seguir adelante si la difusión es superior a 1,95 y que conviene que sea lo más alta posible.

7.1.4 Cálculo de la geometría de entrada al compresor.

Para calcular el área frontal del primer rotor se acude a la siguiente figura en la que los parámetros de entrada son el número de Mach axial a la entrada del rotor y la relación radio de raíz/radio de cabeza de los álabes de dicha cascada:

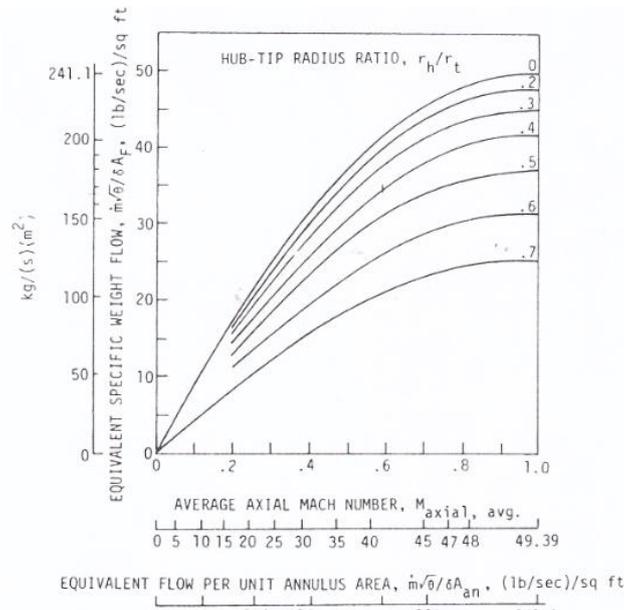


Figura 30. Figura del gasto másico específico frente al número de mach axial para diferentes relaciones radio de raíz/radio de cabeza.

El parámetro de salida será un gasto másico específico que tiene la expresión que sigue:

$$m' = \frac{\dot{m} \cdot \sqrt{\theta}}{\delta \cdot A_f} \tag{6.9}$$

Donde θ es la temperatura específica, δ la presión específica y A_f la sección frontal de entrada al rotor.

Por lo tanto, de la expresión anterior se puede despejar el radio de cabeza del rotor y aplicando la relación radio de raíz/radio de cabeza, conocida para este escalonamiento, es inmediato el radio de raíz.

De esta manera el cálculo de la altura y del diámetro medio resultan sencillos.

Recordar que el diámetro medio se mantendrá constante a lo largo de todo el compresor.

7.1.5 Determinación de la geometría de cascada.

Una vez caracterizado el flujo se pasa a hallar la geometría de la cascada. Para ello se dimensiona la cascada de tal manera que produciendo el triángulo de velocidades ya fijado, lo haga de manera que las pérdidas que en ella se den sean mínimas.

Para hallar la cascada óptima se llevará a cabo un proceso iterativo:

1. Suponer un ángulo de curvatura de álabe, que en esta aplicación se toma como la diferencia de los ángulos de flujo.

- Para el rotor: $\theta = \beta'_1 - \beta'_2 = \beta_1 - \beta_2$ (6.10)

- Para el estator: $\theta = \alpha'_1 - \alpha'_2 = \alpha_1 - \alpha_2$ (6.11)

2. Hallar tanto la incidencia como la desviación de referencia, con el método descrito en el capítulo anterior (expresiones numéricas para la correlación de Lieblein):

$$i_{ref} = i_0 + \left(\frac{n_0}{\sigma^a}\right) \cdot \theta \quad (6.12)$$

$$\delta_{ref} = \delta_{ref}^0 + \left(\frac{m_0}{\sigma^b}\right) \cdot \theta \quad (6.13)$$

3. Despejar, a partir de las expresiones de incidencia y desviación, los ángulos del álabe β'_1 y β'_2 para el rotor, y α'_1 y α'_2 para el estator.

4. Calcular el nuevo ángulo de curvatura:

- Si coincide con el supuesto (el error es inferior al 0,01%), se ha llegado al fin del proceso iterativo.
- Si no coincide, el nuevo valor del ángulo de curvatura se tomará como el valor inicial para la siguiente iteración.

El esquema de dicho proceso se presenta en el siguiente diagrama de flujo:

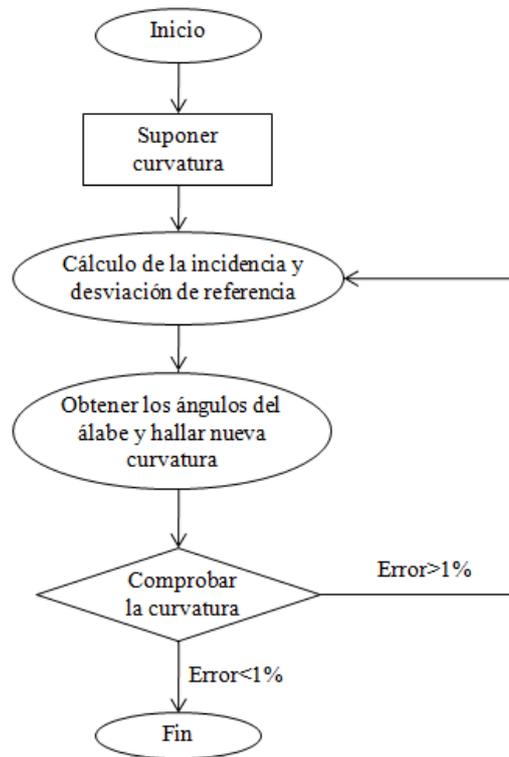


Figura 31. Diagrama de flujo correspondiente al proceso iterativo para el cálculo del álabe de pérdidas mínimas.

7.1.6 Resolución del primer escalonamiento.

En este punto de la resolución se dispone de los triángulos de velocidades, la solidez de ambas cascadas, la geometría de entrada y la cascada de pérdidas mínimas del compresor. Con ello se está en disposición de pasar al cálculo de los distintos tipos de pérdidas y, por consecuencia, de la eficacia de los diferentes escalonamientos así como del aumento de presión que se dará en cada uno de ellos. Acto seguido, y de forma casi inmediata, se obtendrán los valores de las variables ligadas a la geometría de la cascada.

7.1.6.1 Cálculo de parámetros termodinámicos.

Para llevar a cabo el cálculo detallado de pérdidas y del rendimiento es necesario conocer el valor de ciertas presiones, temperaturas y densidades.

En este punto de la resolución no será posible conocerlos todos, pero otros resultan inmediatos:

Entrada al rotor:

$$T_1 = T_{01} - \frac{c_1^2}{2 \cdot c_p} \quad (6.14)$$

$$p_1 = \frac{p_{01}}{\left(T_{01}/T_1\right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}} \quad (6.15)$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1} \quad (6.16)$$

Salida del rotor (Entrada al estator): En este punto sólo se puede calcular la temperatura de remanso, el resto se calculará más adelante.

$$T_{02} = T_{01} + \Delta T_{0,esc.} \quad (6.17)$$

Salida del estator:

$$T_{03} = T_{02} \quad (6.18)$$

$$T_3 = T_{03} - \frac{c_3^2}{2 \cdot c_p} \quad (6.19)$$

7.1.6.2 Proceso iterativo para el cálculo de la geometría de la cascada.

Aunque las pérdidas anulares supongan un porcentaje minoritario en el computo de pérdidas totales, serán calculadas y tenidas en cuenta para la determinación del rendimiento del escalonamiento y de la relación de compresión del mismo.

Para ello se propone un proceso iterativo que se detalla a continuación:

1. Al ser estas pérdidas anulares dependientes del paso y la altura del álabe, se necesitan unos valores iniciales de ellos para poder comenzar la iteración.

Para poder aportar este valor inicial se supondrá, sólo para poder fijar una condición inicial, que las pérdidas totales son resultado de tener en cuenta únicamente las pérdidas por perfil y las secundarias.

De esta manera se puede estimar el rendimiento del escalonamiento y la relación de compresión:

$$\eta = \frac{W_C - \frac{T_{03} \cdot P_R}{T_2} - \frac{T_{03} \cdot P_E}{T_3}}{W_C} \quad (6.20)$$

$$r_c = \left(1 + \frac{\eta \cdot W_C}{c_p \cdot T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.21)$$

Posteriormente se calculan el resto de parámetros termodinámicos. Particularmente se necesitan las densidades a la entrada y salida del estator para poder determinar las alturas de los álabes en estos puntos utilizando la ecuación de continuidad.

Para hallar la densidad en el punto de entrada al estator se acude a la definición de rendimiento de la cascada:

$$\eta = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{T_{03ss} - T_{01}}{T_{03} - T_{01}} \quad (6.22)$$

Una vez obtenido el valor de T_{03ss} y teniendo en cuenta la definición de pérdidas en el rotor:

$$Perd. Rotor = h_2 - h_{2s} \cong (h_{03s} - h_{03ss}) \cdot \frac{T_2}{T_{03}} \quad (6.23)$$

Se puede obtener el valor de T_{03s} y mediante la isentrópica el de p_2 :

$$\frac{T_{03s}}{T_2} = \left(\frac{p_{03}}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (6.24)$$

También mediante la expresión de la politrópica, pero esta vez a la salida del estator se puede calcular la presión estática en este punto.

Conocidas las presiones y las temperaturas estáticas, son conocidas las densidades en los puntos de entrada y salida al rotor. Ya se está en disposición de definir los parámetros geométricos de la cascada.

En primer lugar, se obtiene la altura de los álabes aplicando la ecuación de continuidad en los puntos citados:

$$\dot{m} = \rho \cdot c_x \cdot \pi \cdot D_m \cdot h \quad (6.25)$$

A continuación, y aplicando la definición de conicidad a ambas cascadas, se podrá calcular la cuerda axial (b) de ellas:

$$\text{Conicidad} = \frac{h_{ent} - h_{ext}}{2 \cdot b} \quad (6.26)$$

Por último se calculan el paso (s) y la cuerda (c) de dichas cascadas:

$$c = \frac{b}{\cos(\xi)} \quad (6.27)$$

$$s = \frac{c}{\sigma} \quad (6.28)$$

Con los valores del paso y la altura se puede dar un valor inicial a las pérdidas anulares.

2. Teniendo en cuenta las pérdidas anulares, se empieza el proceso iterativo llevando a cabo los mismo pasos que en el Paso 1, es decir, se calculan rendimiento y relación de compresión. A partir de ellos se obtienen los parámetros termodinámicos que no fueron hallados en el apartado anterior, y por último los parámetros geométricos de la cascada (altura, cuerda axial, paso y cuerda).
3. El proceso iterativo se basa en la comparación de la nueva altura con la obtenida en la iteración anterior. En el caso de que el error relativo entre ellas sea inferior al 0,1 % se detendrá el proceso iterativo. Por el contrario, si este error resultara superior se tomarían los nuevos valores de altura y paso para proceder a la siguiente iteración.

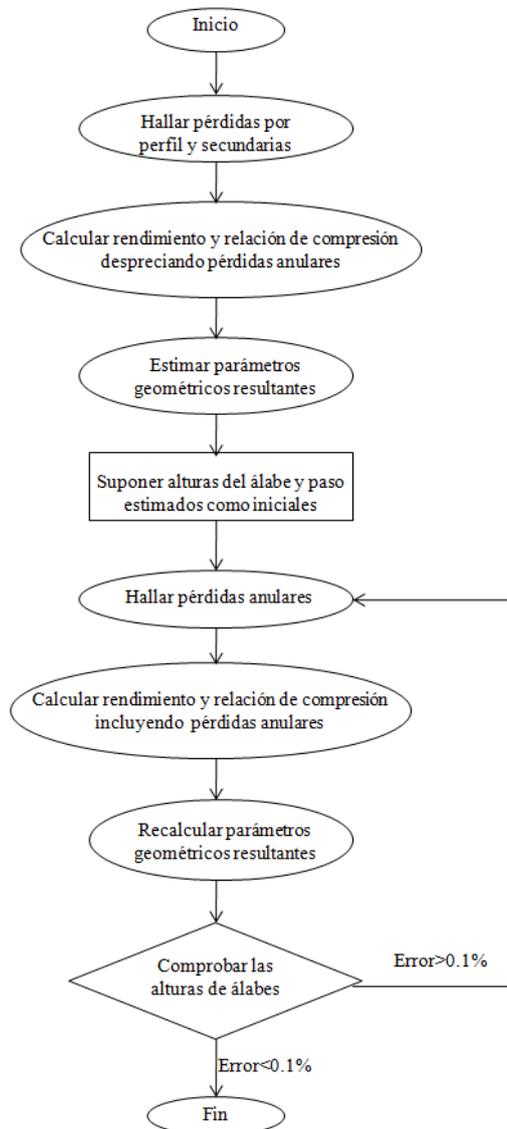


Figura 32. Diagrama de flujo correspondiente al prediseño a la altura del diámetro medio.

7.1.7 Resolución del resto de escalonamientos.

A partir del segundo escalonamiento y hasta alcanzar el número de escalonamientos determinado con anterioridad se sigue un proceso parecido al descrito para el primer escalonamiento.

Para ello se toman los valores de todas las variables a la entrada del rotor del escalonamiento correspondiente como los valores correspondientes a la salida del estator del escalonamiento anterior (presión, temperatura, densidad y altura del álabe).

De ahí en adelante se procede al cálculo del escalonamiento de manera similar al cálculo del primer escalonamiento, es decir:

- Hallar parámetros termodinámicos.
- Calcular pérdidas por perfil y secundarias.
- Proceso iterativo para obtener el resto de variables termodinámicas y la geometría de las cascadas.

7.2 Diseño tridimensional.

Finalizado el diseño bidimensional se pasa a un análisis tridimensional en el que las velocidades radiales tienen mayor importancia.

Para poder llevarlo a cabo se proponen las leyes de torsión ya citadas.

7.2.1 Cálculo de los triángulos de velocidades y coeficientes adimensionales en raíz diámetro medio y cabeza del álabe.

Gracias a las condiciones de contorno aportadas por las leyes de torsión la obtención del campo de velocidades es inmediata, así como la de los diferentes coeficientes adimensionales.

La herramienta prevendrá en caso de haberse alcanzado las limitaciones de los números de Mach en la raíz a la entrada del rotor o en la cabeza a la del estator.

7.2.2 Determinación de pérdidas y comparación con el caso bidimensional.

Este apartado resulta de gran interés en el estudio del problema de diseño.

Se van a calcular los tres tipos de pérdidas descritos (de perfil, anulares y secundarias) pero esta vez se tendrá en cuenta la variación de los triángulos de velocidades con la altura, permitiendo obtener unos resultados mucho más realistas, puestos que en el caso bidimensional se estaba suponiendo un álabe cilíndrico.

Para efectuar este estudio se dividirá el álabe en cien partes iguales a lo largo de su altura. A continuación se calculará el flujo másico que circularía en la corona circular resultante entre dos alturas consecutivas.

En cada una de esas alturas se calcularán los coeficientes adimensionales de pérdidas por perfil (ω_i). El siguiente paso consiste en calcular estos coeficientes de pérdidas totales para lo cual se efectúa una media ponderada:

$$\bar{\omega}_p = \frac{\sum_{i=1}^{100} \omega_i \cdot \dot{m}_i}{\sum_{i=1}^{100} \dot{m}_i} \quad (6.29)$$

En cuanto a los coeficientes de pérdidas anulares y secundarias se toman los mismos que en el caso bidimensional. Por su parte, las pérdidas anulares al depender únicamente del paso de la cascada y la altura del álabe no se verán modificadas al tener en cuenta los flujos radiales. Las secundarias al ser las pérdidas en el juego existente en punta del álabe. Ante la imposibilidad de establecer una zona donde caracterizarlas se opta por tomar el valor correspondiente al prediseño en el diámetro medio. Esta suposición no es lejana a la realidad, se trata de un valor medio ya que en punta el coeficiente sería mayor y en raíz mínimo.

Posterior al cálculo de los coeficientes de pérdidas para los diferentes tipos de pérdidas, se representará la pérdida de energía en los casos bidimensional y tridimensional y se compararán.

8 Ejemplo de cálculo de un turbocompresor para aplicación aeronáutica.

En el desarrollo de este capítulo se utilizará la herramienta para realizar el prediseño de un turbocompresor axial que se utilizará en aplicaciones aeronáuticas. Este aspecto resulta de vital importancia pues el criterio para fijar ciertos parámetros será determinante en el comportamiento deseado del compresor

- Altas difusiones (siempre dentro de un diseño seguro).
- Mínimo peso.
- Máximo rendimiento posible.

Para poder validar los resultados se comparará con el turborreactor que se encuentra en el *Laboratorio de Máquinas y Motores Térmicos*, aunque estas comparaciones serán sólo orientativas puesto que en el caso de este proyecto se trata de un prediseño, que como se ha comentado es el primer paso hacia el diseño.

En consecuencia se tomarán valores de coeficientes adimensionales y de cascada similares a los tomados en el diseño del turborreactor citado. Por supuesto, todos ellos serán justificados.

8.1 Especificaciones de diseño.

Previo al prediseño es necesario conocer el fluido de trabajo, sus condiciones y el flujo que atravesará la turbomáquina. Todo ello se impone en una primera pantalla.

Resulta obvio que el fluido de trabajo será el aire, que se considera gas ideal y cuyas propiedades se encuentran ya implementadas.

Los valores tomados son:

- Fluido de trabajo: *Aire*
- Gasto másico (\dot{m}): *20 kg/s*
- Relación de compresión (r_c): *6*
- Temperatura de remanso a la entrada (T_{01}): *293 K*
- Presión de remanso a la entrada (p_{01}): *1,013 bar*

La siguiente imagen muestra la imposición de estas variables en la aplicación:

PREDESEÑO A LA ALTURA DEL DIÁMETRO MEDIO

PASO 1: Elección del fluido de trabajo y definición de condiciones de operación

FLUIDO DE TRABAJO

Aire

Otros Fluidos

CONDICIONES DE OPERACIÓN

Gasta másico: kg/s

Relación de compresión:

Temperatura de remanso a la entrada: K

Presión de remanso a la entrada: bar

Figura 33. Pantalla para introducir el fluido de trabajo y las condiciones de operación.

8.2 Elección de parámetros para cálculo bidimensional.

Tras conocer las condiciones de trabajo y el objetivo final (relación de compresión), se puede afrontar el problema. Este problema se resolverá de manera gradual con el fin de analizar algunos parámetros críticos en el momento adecuado.

Aún así, hay que hacer notar que existen una serie de restricciones, que en caso de alcanzar, la herramienta se encargará de advertir e incluso detener el proceso si fuese necesario. Todas estos límites restrictivos se nombran y describen en el capítulo anterior y a lo largo de éste se una vez se hayan obtenido sus valores.

8.2.1 Triángulos de velocidades.

Este paso resulta vital en el camino del prediseño pues la elección de algunas variables, como por ejemplo el coeficiente de flujo, tienen una influencia directa en el tamaño de la máquina.

En el capítulo anterior se pueden encontrar los valores óptimos para grado de reacción, coeficiente de flujo y coeficiente de carga. En base a ellos se justificarán los tomados para este ejemplo.

En el diseño del turborreactor con el que se compararán los resultados, se han tomado, aproximadamente los siguientes coeficientes adimensionales:

- Grado de reacción: $R = 0,5$
- Coeficiente de flujo: $\phi = 0,7$
- Coeficiente de carga: $\psi = 0,45$

En el caso del grado de reacción ya se comentó que tomar valores cercanos a 0,5 minimizará los gradientes adversos de presión en ambas coronas y que el valor óptimo es ligeramente superior.

Para el coeficiente de flujo se tratará de elegir un valor alto dentro del rango aconsejado (de 0,5 a 0,85) pues minimizará el tamaño del compresor. Sin embargo se estará penalizando el rendimiento, por lo que el valor de 0,7 parece adecuado para el caso de motor de aviación.

Respecto al coeficiente de carga también convendría que fuera alto consiguiendo que el trabajo absorbido por escalonamiento aumentase y de esta manera disminuyese el número de escalonamientos. Al igual que ocurre con el coeficiente de flujo, seguir este criterio supondría una disminución en el rendimiento. Un coeficiente de carga igual a 0,45 parece adaptarse a los requerimientos.

Para determinar el tamaño del triángulo de velocidades se impone una diferencia de temperatura de remanso por escalonamiento de 35 K.

A continuación se representa la elección de los coeficientes adimensionales en la herramienta de prediseño:

PARÁMETROS DE FLUJO

Incremento de Temperatura de Remanso por Escalonamiento	<input style="width: 50px;" type="text" value="35"/> K
Coeficiente de Flujo	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.7"/> ?
Coeficiente de Carga	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.45"/> ?
Grado de Reacción	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.5"/> ?

Figura 34. Pantalla para introducir los parámetro de flujo.

8.2.1.1 Resultados y representación relativos a los triángulos de velocidades.

Tras fijar los coeficientes adimensionales y el trabajo requerido en cada escalonamiento se pueden obtener la magnitud y dirección de las velocidades de flujo, la velocidad periférica, las deflexiones que sufre el flujo en rotor y estator y conocer el número de escalonamientos necesarios para llegar a la relación de compresión deseada con el consecuente salto de temperatura por etapa inferior al impuesto.

Estos resultados y el esquema de los triángulos de velocidades se presentan con el siguiente formato:

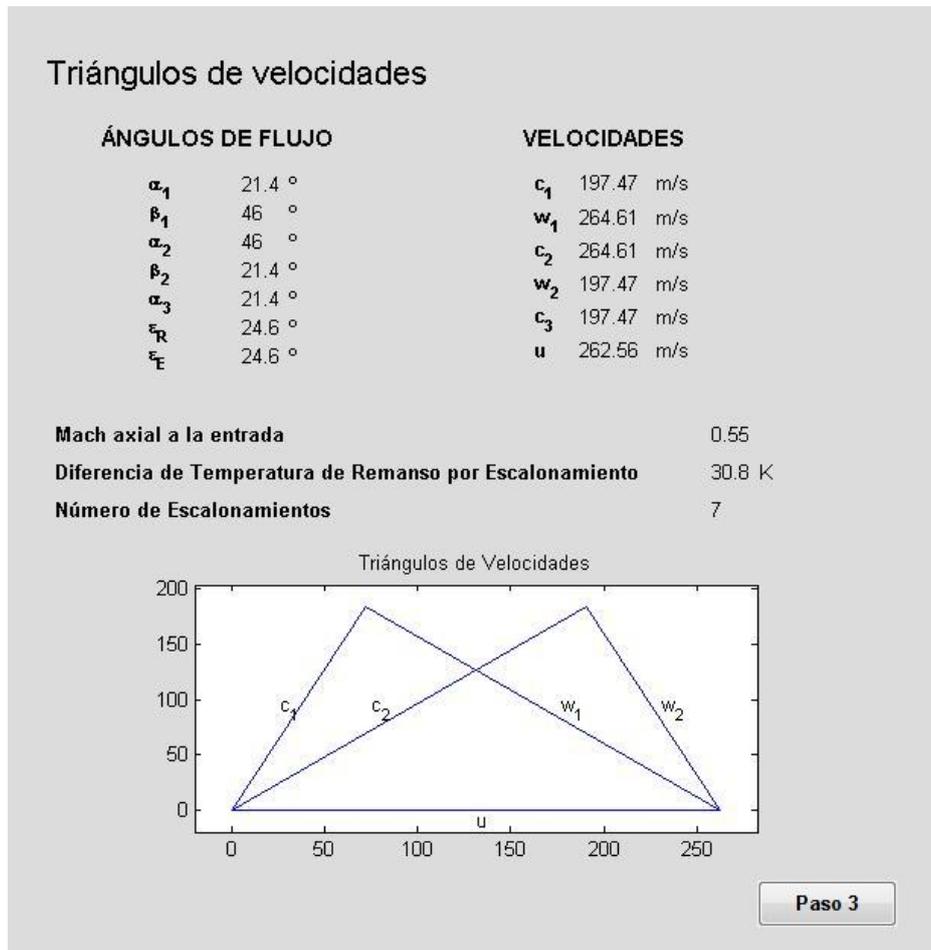


Figura 35. Pantalla con los resultados relativos al triángulo de velocidades.

Este es un punto importante en el prediseño, es fundamental examinar algunos de estos resultados:

- Las deflexiones del flujo en ambas coronas parecen adecuadas, considerando como peligrosas aquellas superiores a 40°.
- El número de mach axial a la entrada es inferior al que se ha establecido como límite (0,6).
- La velocidad periférica indica que en el paso posterior, cuando se disponga de la altura del álabe del primer rotor, su valor en la cabeza de dicho álabe estará lejos de los 475 m/s que se suponen comprometidos para el diseño mecánico.

- Desde el punto de vista que concierne a esta herramienta, un valor de 262 m/s permite una variación en los coeficientes adimensionales de tal forma que llegue a ser mayor y, en consecuencia, aumentar el trabajo por escalonamiento.
- Este aumento no podrá ser excesivo porque supondría que el número de Mach pudiese llegar al valor de 0,6.

8.2.2 Relación radio de raíz/radio de cabeza para determinación de la sección de entrada.

Con los triángulos de velocidades definidos se puede pasar a determinar la sección de entrada al compresor con la gráfica mostrada en el capítulo anterior y que se vuelve a presentar:

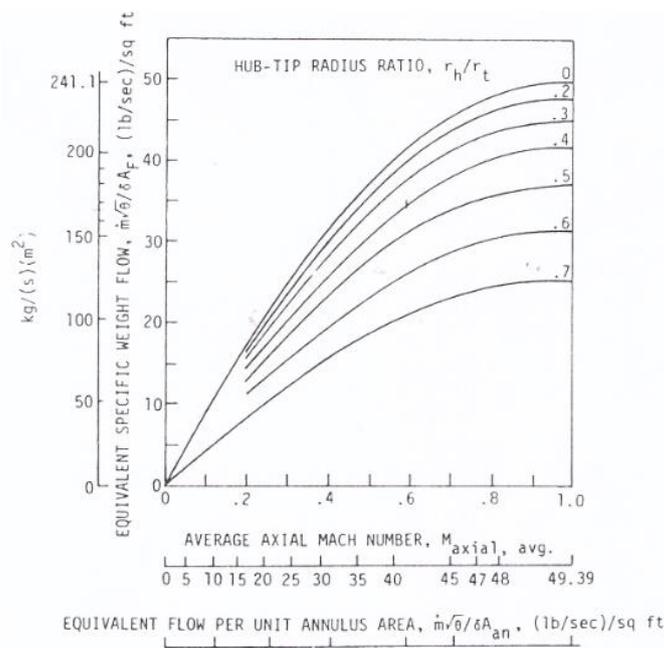


Figura 36. Figura del gasto modificado frente al número de mach axial para diferentes relaciones radio de raíz/radio de cabeza.

Esta figura, que tiene como salida un gasto corregido del que se despejará el área frontal, requiere el conocimiento del número de Mach axial a la entrada y la relación radio de raíz/radio de cabeza de la corona de álabes a la entrada (en el caso de esta aplicación es válida para todas las coronas).

Conociendo el intervalo de valores óptimos (de 0,65 a 0,92) en el que debe situarse esta relación y recordando que se pretende una máquina no muy pesada, se opta por que la relación radio de raíz/radio de cabeza valga 0,7.

La manera de trasladar esta idea a la herramienta de prediseño consiste en mostrar el número de Mach axial a la entrada calculado previamente y permitir al usuario visualizar esta gráfica:

CÁLCULO DE SECCIÓN DE ENTRADA

Número de Mach axial a la entrada **0.55**

Relación Radio Raíz/Radio Cabeza del álabe **0.7**

Figura 37. Pantalla para introducir parámetros para el cálculo de la geometría de entrada.

8.2.2.1 Resultados de la geometría de entrada al compresor.

Con ayuda de la gráfica se calcula el área frontal, que junto con la relación radio de raíz/radio de cabeza permite conocer el diámetro medio, la altura del álabe y el radio de raíz. Con ellos el régimen de giro y la velocidad periférica en punta del álabe son inmediatos:

Geometría de entrada	
Diámetro Medio	43.51 cm
Altura del álabe	7.67 cm
Radio de raíz	21.72 cm
Régimen de giro	11523rpm
Velocidad periférica en punta	308.9 m/s

Figura 38. Pantalla con resultados sobre geometría de entrada.

Como se puede observar, y se había supuesto, la velocidad de giro en punta del álabe está lejos de la límite (475 m/s).

Las longitudes parecen adecuadas al tipo de turbomáquina que se trata y son similares a las del turborreactor con el que se compara.

8.2.3 Parámetros para definición de la cascada de álabes.

El siguiente paso consiste en introducir algunas de las características de las cascadas de álabes. Ellas son la solidez de las coronas y la conicidad meridional. La solidez se mantendrá constante en todos los escalonamientos.

Respecto al valor de la conicidad se escogerá uno que se encuentre entre los aconsejados del capítulo anterior.

En cuanto a la solidez se sigue el mismo criterio pero además se tiene en cuenta que en el turborreactor del laboratorio vale aproximadamente 1 en los primeros escalonamientos, aunque después varía.

The screenshot shows a window titled "PARÁMETROS DE CASCADA" with three rows of input fields:

Parámetro	Valor	Unidad
Solidez en el rotor	1	
Solidez en el estátor	1	
Conicidad meridional	7	°

Each input field has a small question mark icon to its right.

Figura 39. Pantalla para fijar los parámetros de la cascada de álabes.

8.2.3.1 Interpretación de los resultados de difusión.

Los parámetros geométricos de la cascada han quedado determinados, pero se opta por presentarlos en el siguiente paso, una vez ya elegido el tipo de perfil a utilizar.

Sí conviene mostrar la difusión equivalente, que es uno de los parámetros restrictivos y más influyentes en el prediseño y que tras fijar la solidez es conocido:

Difusión equivalente	
Rotor	1.75
Estátor	1.75

Figura 40. Pantalla con resultados de la difusión equivalente.

El límite impuesto para la difusión equivalente de 1,95 queda lejos de los valores de difusión en este caso. Sería recomendable que la difusión estuviera cerca de este límite superior a fin de que la relación de compresión en cada escalonamiento sea mayor.

Para lo que sigue se dejará este valor, pero si se variaran la solidez y los ángulos de flujo, podría llegar a aumentar. Es por ello que la difusión se representa en este punto, y no más adelante.

8.2.4 Selección del tipo de perfil.

Este es el último paso en el prediseño a la altura del diámetro medio y consiste en seleccionar el tipo de perfil (NACA-65, DCA o Serie C4):

TIPO DE PERFIL

NACA-65

DCA

Serie C4

Figura 41. Pantalla para seleccionar el tipo de perfil.

Se elige perfil NACA-65 en concordancia con el turbocompresor de referencia.

8.2.5 Análisis del resto de resultados en el diámetro medio.

8.2.5.1 Parámetros del álabe.

En el diseño del álabe de pérdidas mínimas acorde a las correlaciones de Lieblein los resultados mostrados son:

PARÁMETROS DEL ÁLABE		Ver Figura			
β_1	48.3 °	Curvatura del Rotor (θ_R)	35.9 °	Incidencia en el Rotor (i_R)	-2.4 °
β_2	12.4 °	Curvatura del Estátor (θ_E)	24.5 °	Incidencia en el Estátor (i_E)	-0.6 °
α_2	46.5 °	Calado del Rotor (ξ_R)	30.3 °	Desviación en el Rotor (δ_R)	9 °
α_3	14.9 °	Calado del Estátor (ξ_E)	30.7 °	Desviación en el Estátor (δ_E)	6.5 °

Figura 42. Pantalla con resultados relativos a parámetros del álabe de pérdidas mínimas.

Los valores más interesantes a examinar son los de la incidencia y la desviación:

- La incidencia óptima se encuentra en torno a la incidencia nula. Por tanto el valor obtenido de incidencia en el rotor ($i_R = -2,4^\circ$) y en el estator ($i_E = -0,6^\circ$) se consideran válidos.
- Una deflexión inferior a 10° puede aceptarse, y en ese intervalo está la resultante para el caso de ejemplo.

8.2.5.2 Representación de las cascadas del primer escalonamiento.

La herramienta dispone de la opción de representar la cascada de álabes correspondiente al primer escalonamiento. Ella irá acompañada de los triángulos de velocidades y de los ángulos del álabe:

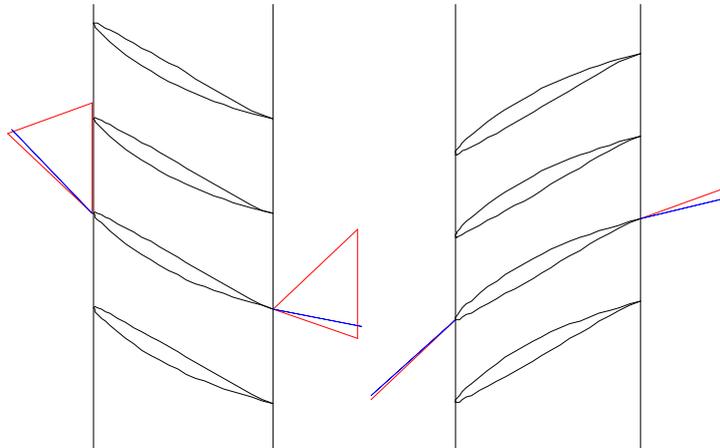


Figura 43. Representación del escalonamiento con los triángulos de velocidades y los ángulos de álabe.

8.2.5.3 Parámetros de difusión.

Anteriormente ya se comprobó que la difusión equivalente era inferior a la que pudiera provocar desprendimiento. Con esta validación es suficiente para asegurar que no se produzca desprendimiento. Aun así, se darán las relaciones de difusión y los números de de Haller en rotor y estator, que resultan iguales en ambas coronas debido a que se fijó un grado de reacción de 0,5.

PARÁMETROS DE DIFUSIÓN	
Rotor	
D_{eq}	1.75
RD	0.47
dH	0.74
Estátor	
D_{eq}	1.75
RD	0.47
dH	0.74

Figura 44. Pantalla con resultados de difusión.

Adicionalmente y para dar a conocer el margen de difusión para que no se produzca desprendimiento, tanto la difusión equivalente como la relación de difusión son graficadas frente a sus respectivos límites en las dos coronas:

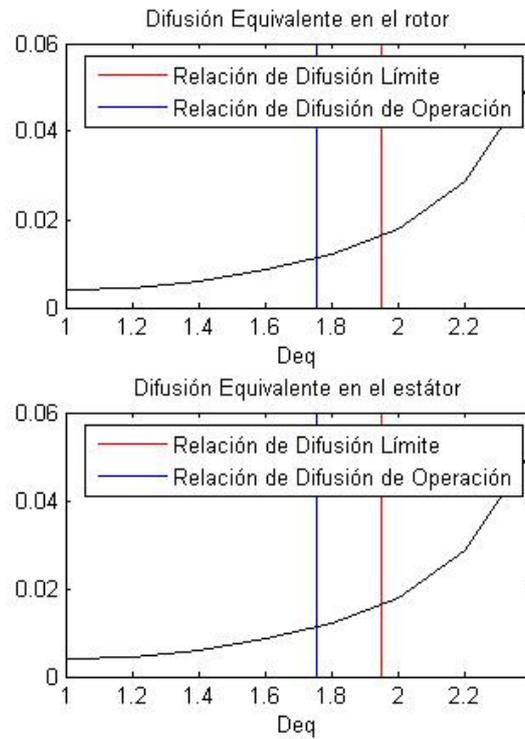


Figura 45. Representación de la difusión equivalente frente al valor límite.

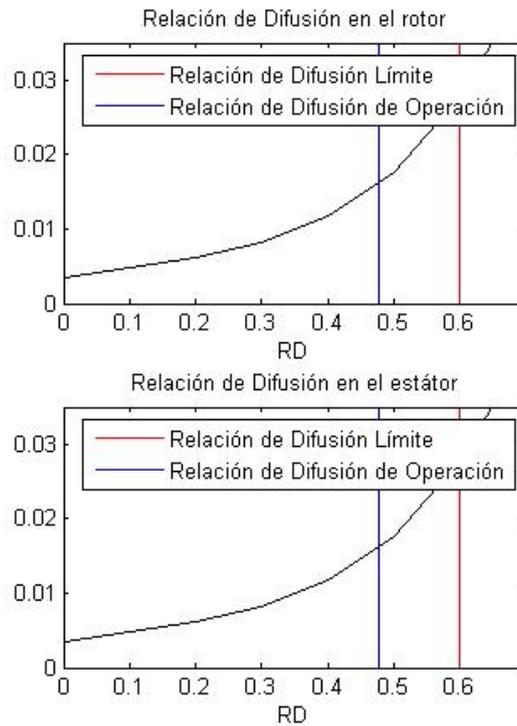


Figura 46. Representación de la difusión equivalente frente al valor límite.

8.2.5.4 Pérdidas.

El análisis de las pérdidas resulta el más ilustrativo a nivel didáctico. La herramienta no sólo mostrará el valor final de la energía asociada a las pérdidas, sino que además lo hará con los coeficientes adimensionales (ϖ) de todos los tipos de pérdidas (perfil, anulares y secundarias) y con el número de Reynolds:

ROTOR					
Escalonamiento	Coef. de Pérdidas de Presión			Pérdidas (J/kg)	Reynolds
	Perfil	Anulares	Secundarias		
1	0.0139	0.0099	0.0172	1440.92	518819
2	0.0139	0.0107	0.0172	1469.74	533742
3	0.0139	0.0098	0.0172	1438.58	458352
4	0.0139	0.009	0.0172	1412.2	398531
5	0.0139	0.0084	0.0172	1389.57	350225
6	0.0139	0.0078	0.0172	1369.95	310622
7	0.0139	0.0073	0.0172	1352.78	277725

Figura 47. Pantalla con valores de coeficientes de pérdidas de presión de remanso, energía de pérdidas y número de Reynolds en el rotor.

ESTÁTOR					
Escalonamiento	Coef. de Pérdidas de Presión			Pérdidas (J/kg)	Reynolds
	Perfil	Anulares	Secundarias		
1	0.0139	0.0091	0.0172	1413.31	585708
2	0.0139	0.0083	0.0172	1385.47	499135
3	0.0139	0.0076	0.0172	1362.11	431177
4	0.0139	0.007	0.0172	1342.21	376802
5	0.0139	0.0065	0.0172	1325.06	332577
6	0.0139	0.0061	0.0172	1310.13	296094
7	0.0139	0.0057	0.0172	1297.01	265623

Figura 48. Pantalla con valores de coeficientes de pérdidas de presión de remanso, energía de pérdidas y número de Reynolds en el estator.

El número de Reynolds sirve para cerciorar que el flujo se encuentra en régimen turbulento, es decir, que será superior a $2,5 \cdot 10^5$ en todos los escalonamientos.

En cuanto a las pérdidas de perfil comentar que son iguales en todos los escalonamientos al depender éstas de la difusión, que como se dijo depende de los ángulos de flujo y de la solidez, que permanecen constantes a lo largo de los escalonamientos.

Analizando detenidamente las pérdidas anulares se sacan varias conclusiones:

- Que la tendencia descendente de ellas se debe a una disminución a lo largo del compresor de la relación paso-altura (s/h).
- El primer escalonamiento del rotor rompe con la tendencia descendente. La diferencia respecto al estator radica en la manera en la que se ha calculado la altura del primer álabe, o sea, mediante la gráfica mostrada del gasto corregido frente al número de Mach axial para distintas relaciones radio de raíz-radio de cabeza del escalonamiento.
- Esta gráfica ha sido digitalizada y posiblemente se hayan cometido pequeños errores en dicha digitalización.
- Las pérdidas por perfil son generalmente menores que el resto, ello se pone en evidencia especialmente en los últimos escalonamientos, donde el número de álabes es cada vez mayor y por tanto el paso menor.

Por último las pérdidas secundarias son del mismo orden que las de perfil como era de esperar. También éstas son constantes a lo largo del compresor al ser únicamente dependiente del coeficiente de sustentación.

8.2.5.5 *Parámetros geométricos.*

Este apartado servirá para comparar con el turborreactor situado en el laboratorio. Como se describió en el capítulo relativo a cascadas de álabes, los parámetros más importantes son el paso y la cuerda.

En este apartado también se muestran las alturas del álabe en los diferentes escalonamientos así como el número de álabes en cada corona de cada uno de ellos:

ROTOR				
Solidez 1				
Escalonamiento	Altura (cm)	Paso (cm)	Cuerda (cm)	Nº de álabes
1	7.67	3.41	3.41	40
2	6.2	2.98	2.98	45
3	5.02	2.21	2.21	61
4	4.14	1.68	1.68	80
5	3.47	1.31	1.31	104
6	2.94	1.03	1.03	131
7	2.52	0.83	0.83	163

Figura 49. Pantalla con los resultados geométricos en el rotor.

ESTÁTOR				
Solidez 1				
Escalonamiento	Altura (cm)	Paso (cm)	Cuerda (cm)	Nº de álabes
1	6.95	3.54	3.54	38
2	5.57	2.59	2.59	52
3	4.55	1.95	1.95	70
4	3.78	1.5	1.5	91
5	3.19	1.17	1.17	116
6	2.72	0.93	0.93	145
7	2.34	0.76	0.76	179

Figura 50. Pantalla con los resultados geométricos en el estator.

Respecto al compresor de referencia destaca:

- La altura del primer álabe del turborreactor ronda los 8 cm y en la solución propuesta es igual a 7,67 cm.
- El paso en el primer rotor del prediseño es 3,41 cm y el del último 0,83 cm respecto a los 4 cm y los 0,5 cm que se han medido manualmente.
- El número de álabes del último escalonamiento obtenido (163 álabes) es ligeramente superior a los 150 contados en el motor de aviación.

Teniendo en cuenta que el motor tomado como referencia ha seguido un proceso de diseño exhaustivo y que no todos los escalonamientos de éste son iguales, se puede concluir en que los resultados obtenidos son bastante fiables y el prediseño realizado correcto.

8.2.5.6 Parámetros termodinámicos.

Con la tabla que se muestra un poco más abajo finaliza el análisis del prediseño a la altura del diámetro medio.

El aspecto más importante a resaltar de esta tabla es la relación de compresión. En primer lugar queda patente que la relación de compresión por etapa es cada vez menor, como se esperaba. No obstante en la actualidad pueden llegar a alcanzarse relaciones de compresión mayores. Aunque en este caso se trate de un motor de aviación en los que prevalece el peso frente al rendimiento, este aspecto requiere un punto de atención y una posible mejora.

En último lugar manifestar que la relación de compresión final es muy cercana a la que se pretendía, siendo el error relativo entre ambas inferior al 4%.

El resto de variables representadas en la tabla son las diferentes presiones, temperatura y densidades a la entrada y salida del correspondiente rotor y estator:

Escalonamiento	T_{01}	T_1	p_{01} (bar)	p_1 (bar)	T_{02} (K)	T_2 (K)	p_{02} (bar)	p_2 (bar)	ρ_1 (kg/m ³)	ρ_2 (kg/m ³)	r_c
1	293	273.5	1.01	0.79	323.8	289	1.41	0.94	1.01	1.14	1.3729
2	323.8	304.4	1.39	1.12	354.7	319.9	1.88	1.31	1.28	1.42	1.3339
3	354.7	335.3	1.85	1.52	385.6	350.7	2.44	1.75	1.58	1.74	1.303
4	385.6	366.2	2.41	2.01	416.4	381.6	3.12	2.3	1.91	2.1	1.2774
5	416.4	397	3.08	2.61	447.3	412.5	3.91	2.95	2.29	2.49	1.2557
6	447.3	427.9	3.87	3.31	478.2	443.3	4.84	3.71	2.7	2.92	1.2371
7	478.2	458.8	4.79	4.14	509	474.2	5.91	4.61	3.15	3.38	1.2211
Relación de Compresión Total										5.78	

Figura 51. Pantalla con los resultados termodinámicos.

8.3 Prediseño tridimensional.

Validados los resultados del prediseño a la altura del diámetro medio se pasa al cálculo tridimensional, en la que no sólo obtendremos los triángulos de velocidades en las diferentes alturas, sino que además se valorarán los aspectos más críticos asociados al análisis 3D, como pueden ser los números de Mach en ciertos puntos, las deflexiones, la variación de los parámetros adimensionales...

8.3.1 Elección de la ley de torsión.

La captura que sigue sirve para decidir qué ley torsional va a seguir el prediseño en tres dimensiones:



Figura 52. Pantalla para elección de ley de torsión.

8.3.2 Análisis de resultados tridimensionales de torbellino libre.

La ley torsional de torbellino libre es la más simple de las citadas en esta aplicación, es por ello que se utiliza en primer lugar.

Al aceptar resolver con esta ley torsional inmediatamente aparece un mensaje de aviso relativo a una de las restricciones del número de Mach, en este caso, el relativo en punta del álabe:

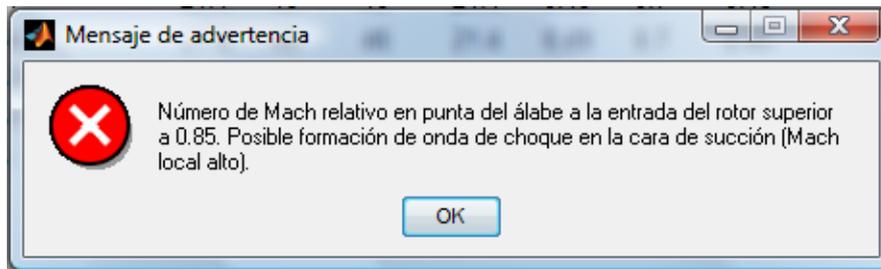


Figura 53. Mensaje de advertencia por exceder el número de Mach relativo en punta del álabe a la entrada del rotor.

En una de las opciones permitidas en este punto del prediseño el número de Mach aparece gráficamente a lo largo de los diferentes escalonamientos:

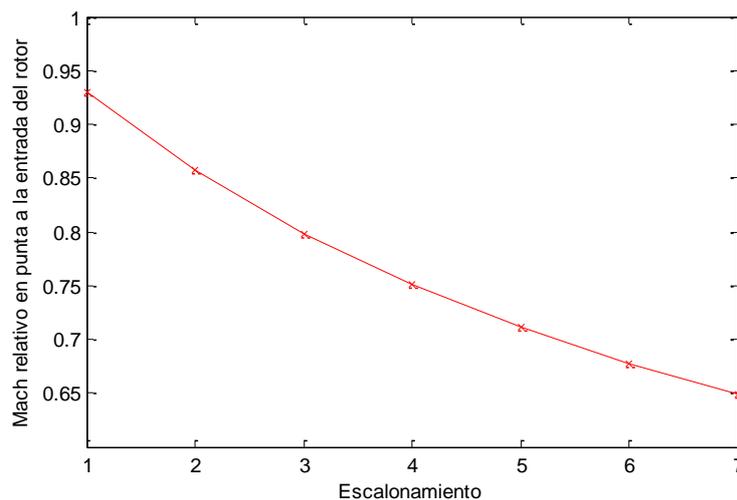


Figura 54. Representación del número de Mach relativo a la entrada del rotor a lo largo del compresor para la ley de torbellino libre.

El límite del número de mach se sobrepasa en los dos primeros escalonamientos.

Este diseño se podría aceptar con el riesgo de producción de ondas de choque en la cara de succión.

En adición al alto número de Mach, y con los resultados de los ángulos de flujo en la raíz, se opta por utilizar otra ley de torsión:

Escalonamiento	Raíz						
	α_1	α_2	β_1	β_2	R	ϕ	ψ
1	25.5	51.5	34.9	-4.7	0.26	0.85	0.66
2	24.6	50.3	37.4	0.9	0.31	0.81	0.61
3	23.9	49.5	39.3	5.2	0.36	0.79	0.57
4	23.4	48.8	40.6	8.4	0.38	0.77	0.54
5	23.1	48.3	41.5	10.7	0.4	0.76	0.53
6	22.8	48	42.3	12.4	0.42	0.75	0.51
7	22.6	47.7	42.8	13.8	0.43	0.74	0.5

Figura 55. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de torbellino libre.

En esta tabla se manifiesta la enorme deflexión que existe en el rotor, de unos 40°.

8.3.3 Análisis de resultados aplicando la ley de grado de reacción constante.

En primer lugar la herramienta conduce hasta la tabla de resultados sin que en el transcurso aparezca ningún mensaje de alerta, ello quiere decir que:

- El número de Mach relativo en punta del álabe a la entrada del estator es inferior a 0.85 en todo el compresor.
- El número de Mach absoluto en raíz a la entrada del estator es inferior a 0.85.

8.3.3.1 Ángulos de flujo y coeficientes adimensionales en raíz y cabeza.

Esta primera pantalla del prediseño tridimensional muestra los ángulos de flujo y los coeficientes adimensionales en los puntos más representativos, que son raíz, diámetro medio y cabeza. A continuación sólo se mostrarán los valores de raíz y cabeza dado que los del diámetro medio son los expuestos en el estudio bidimensional:

Escalonamiento	Raíz						
	α_1	α_2	β_1	β_2	R	ϕ	ψ
1	10.4	38.5	42.3	9.1	0.3	0.56	0.42
2	12.5	39.7	42.8	11.3	0.34	0.61	0.44
3	14.2	40.7	43.3	13	0.37	0.64	0.45
4	15.5	41.5	43.7	14.4	0.39	0.65	0.46
5	16.5	42.1	44	15.5	0.41	0.66	0.46
6	17.2	42.7	44.3	16.3	0.42	0.67	0.46
7	17.8	43.1	44.5	17	0.44	0.68	0.46

Figura 56. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de grado de reacción constante.

Escalonamiento	Cabeza						
	α_1	α_2	β_1	β_2	R	ϕ	ψ
1	33	58.6	51.9	39.9	0.66	0.62	0.27
2	30.7	55.5	50.6	35.4	0.63	0.65	0.33
3	28.8	53.3	49.6	32.2	0.6	0.67	0.36
4	27.5	51.8	48.9	30	0.59	0.68	0.38
5	26.5	50.7	48.3	28.5	0.57	0.69	0.4
6	25.7	49.9	47.9	27.3	0.56	0.69	0.41
7	25.1	49.3	47.6	26.4	0.55	0.69	0.41

Figura 57. Pantalla con los resultados de los ángulos de flujo y parámetros adimensionales en la raíz para la ley de grado de reacción constante.

Las conclusiones más importantes que se pueden recoger de estos resultados son:

- Deflexiones menores que en el caso de torbellino libre.
- Grado de reacción menos variable con el radio que en el caso anterior.

A la vez se pueden representar las evoluciones de los ángulos de flujo y de los coeficientes adimensionales para cada uno de los escalonamientos:

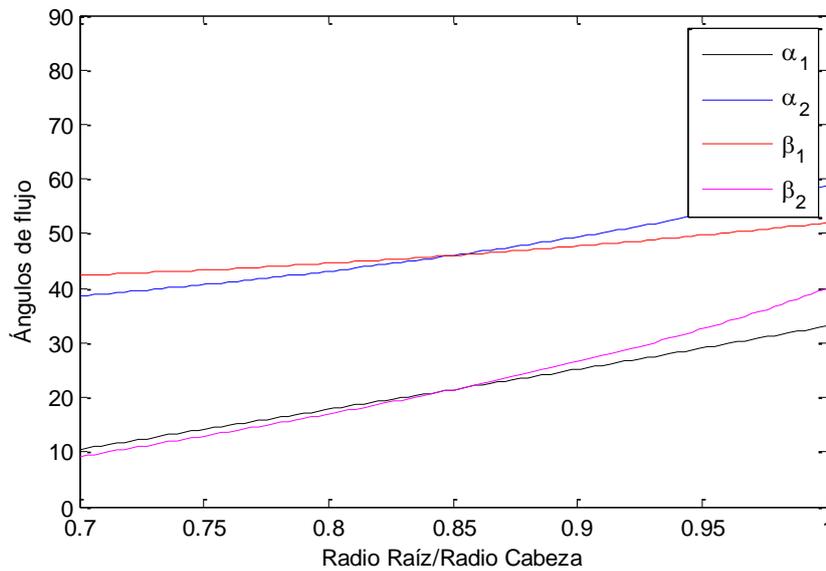


Figura 58. Representación de los ángulos de flujo a lo largo del álabe para la ley de grado de reacción constante.

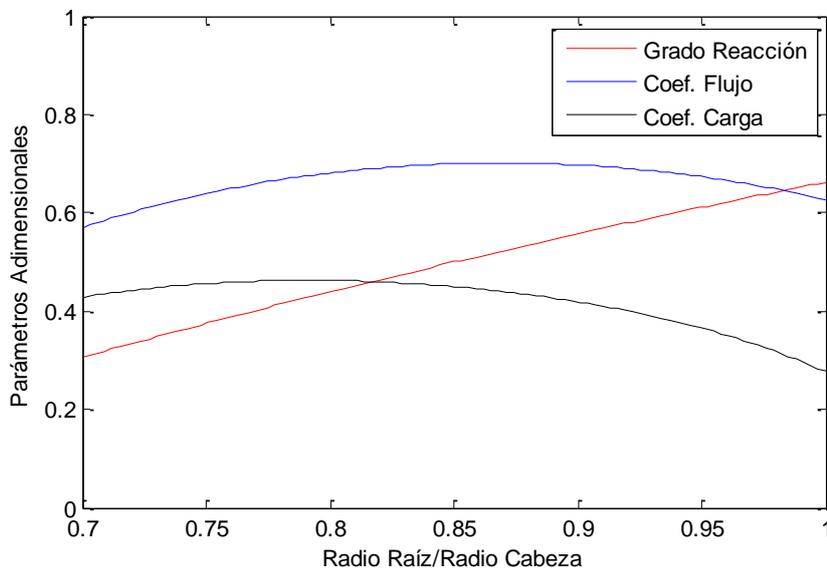


Figura 59. Representación de los parámetros adimensionales a lo largo del álabe para la ley de grado de reacción constante.

8.3.3.2 Números de Mach representativos.

De entrada se sabe que los valores de los números de Mach relativo y absoluto en punta a la entrada del rotor y en raíz a la entrada del estator respectivamente son inferiores a 0,85 pues no ha aparecido ningún mensaje que lo notifique.

Ambos son ilustrados y tienen la siguiente forma:

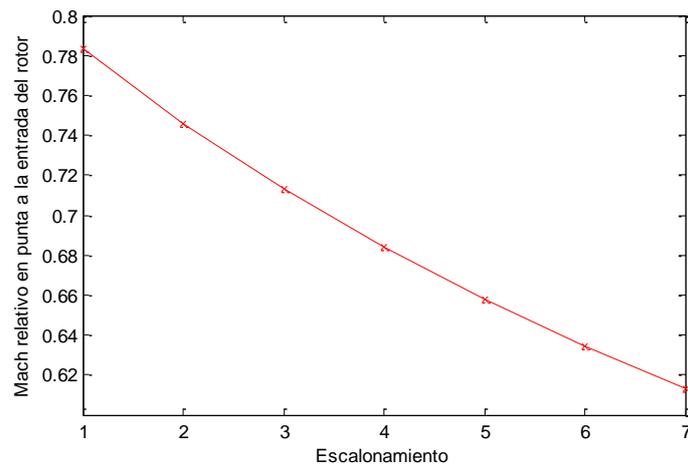


Figura 60. Representación del número de Mach relativo en punta a la entrada del rotor a lo largo del compresor para la ley de grado de reacción constante.

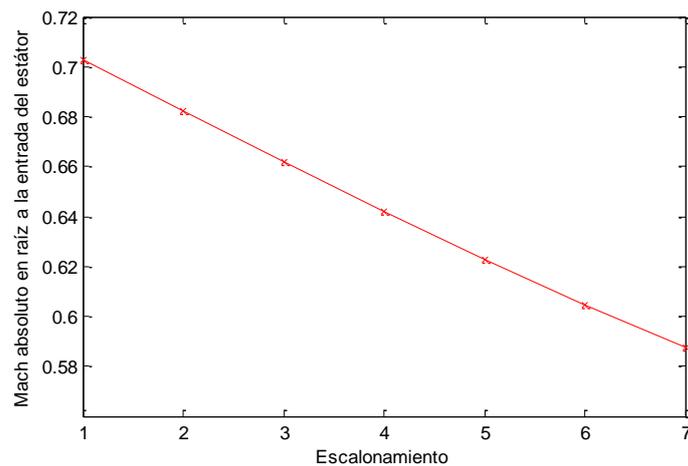


Figura 61. Representación del número de Mach absoluto en raíz a la entrada del estator a lo largo del compresor para la ley de grado de reacción constante.

8.3.3.3 Pérdidas.

Al igual que en el prediseño a la altura del diámetro medio, el apartado de pérdidas resulta de gran interés, y en este punto aún más debido a que las pérdidas por perfil, que se suponen las únicas variables respecto al caso bidimensional, son calculadas teniendo en cuenta la torsión del álabe y no suponiéndolo cilíndrico como se hizo anteriormente.

ROTOR				
Escalonamiento	Coefficientes de Pérdidas de Presión			Pérdidas (J/kg)
	Perfil	Anulares	Secundarias	
1	0.0148	0.0099	0.0172	1461.91
2	0.0144	0.0107	0.0172	1481.53
3	0.0142	0.0098	0.0172	1445.73
4	0.0141	0.009	0.0172	1416.86
5	0.0141	0.0084	0.0172	1392.76
6	0.014	0.0078	0.0172	1372.21
7	0.014	0.0073	0.0172	1354.42

Figura 62. Pantalla con resultados de coeficientes de pérdidas de presión de remanso y pérdidas de energía en el rotor para la ley de grado de reacción constante.

ESTÁTOR				
Escalonamiento	Coefficientes de Pérdidas de Presión			Pérdidas (J/kg)
	Perfil	Anulares	Secundarias	
1	0.0138	0.0093	0.0172	1419.49
2	0.0137	0.0083	0.0172	1370.9
3	0.0138	0.0076	0.0172	1352.67
4	0.0138	0.007	0.0172	1335.84
5	0.0139	0.0065	0.0172	1320.62
6	0.0139	0.0061	0.0172	1306.95
7	0.0139	0.0057	0.0172	1294.68

Figura 63. Pantalla con resultados de coeficientes de pérdidas de presión de remanso y pérdidas de energía en el estator para la ley de grado de reacción constante.

Es lógico que el coeficiente pérdidas cambie de manera similar al caso bidimensional. Siguiendo el mismo razonamiento que se sigue en el apartado de pérdidas anterior se acepta la disminución del coeficiente de pérdidas por perfil.

Comparar las pérdidas en ambos casos es de gran interés didáctico y pone de manifiesto las diferencias existentes entre un flujo bidimensional y uno tridimensional:

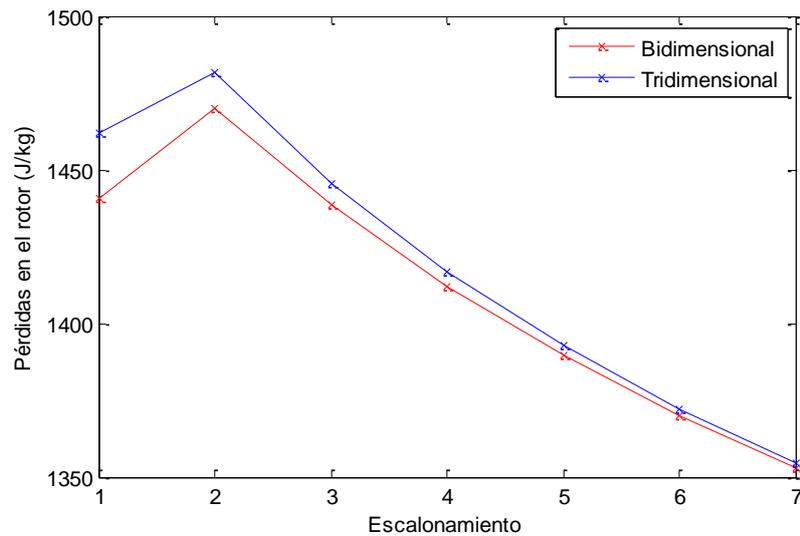


Figura 64. Representación de las pérdidas de energía en el rotor para la ley de grado de reacción constante.

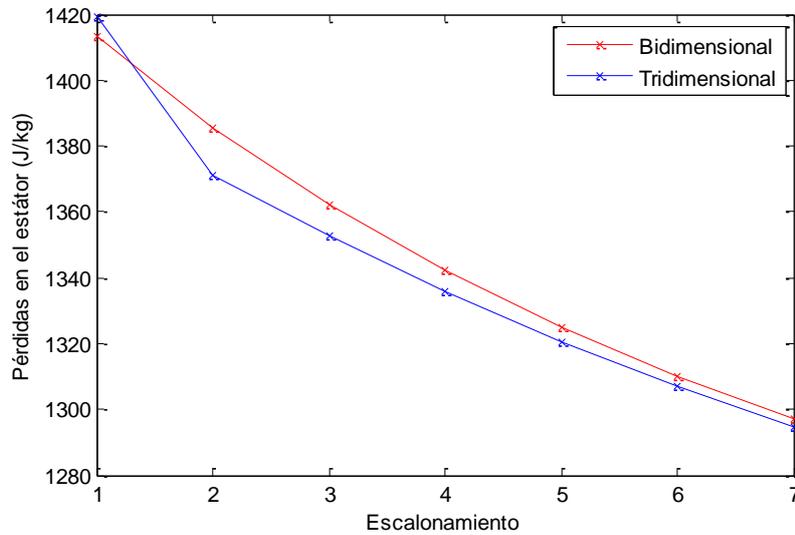


Figura 65. Representación de las pérdidas de energía en el estator para la ley de grado de reacción constante.

Al ser la altura del álabe más pequeña conforme se avanza en el compresor el error de suponer el flujo bidimensional es cada vez más pequeño.

Tras este estudio exhaustivo de pérdidas se valida el cálculo tridimensional que no puede hacerlo respecto al turborreactor.

8.4 Análisis de sensibilidad con el coeficiente de flujo.

En los motores de aviación el objetivo principal a la hora de diseñarlos es el tamaño. Es por ese motivo que para realizar un análisis de sensibilidad se ha optado por el coeficiente de flujo (ϕ).

El coeficiente de flujo es el coeficiente ligado al tamaño de la máquina, parece lógico estudiar la variación de los resultados cuando éste cambie. Especialmente cuando aumente, pues disminuirá el tamaño.

Entonces, en primer lugar, se examinará el número de Mach axial a la entrada que tomará valores superiores (aumenta la velocidad axial) para coeficientes de flujo más altos y que limitará el máximo del análisis.

Resaltar que no es necesario comprobar la velocidad periférica en punta puesto que dicha velocidad en el diámetro medio no varía, el tamaño depende de la diferencia

de temperaturas de remanso por escalonamiento y esta variable no ha sido modificada.

Posteriormente se analizará la difusión equivalente que resulta tomar valores menores con altos coeficientes de flujo, lo que resulta perjudicial para el prediseño.

En última instancia, se hallaran los diferentes diámetros medio resultantes y con ellos se tomaran conclusiones.

En la tabla que continúa se resumen todos estos parámetros y se incluyen coeficientes de flujo inferiores al tomado inicialmente para que se aprecie la variación:

ϕ	M_x	D_{eq}	D_{med} (cm)
0,55	0,43	1,92	47,73
0,6	0,47	1,86	46,11
0,65	0,51	1,8	44,74
0,7	0,55	1,75	43,51
0,75	0,59	1,7	42,42

Tabla 2. Valor del número de mach axial, difusión equivalente y diámetro medio con diferentes coeficientes de flujo para la ley de grado de reacción constante.

Los resultados son acordes con los razonamientos expuestos anteriormente, en cuanto a diseño a la altura del diámetro medio parece aconsejable tomar un valor más alto del coeficiente de flujo. En particular un coeficiente de flujo de 0,75 parece óptimo en el sentido de que minimiza el diámetro medio cumpliendo la restricción del número de Mach axial a la entrada.

Sería conveniente realizar el prediseño tridimensional para verificar que el número de Mach relativo en punta del álabe, que causó problemas en el caso inicial para la ley de torbellino libre, sigue siendo menor a 0,85,

Además se aprovechará para ver como se modifica la deflexión en el rotor que, anteriormente, también resulto excesiva en el caso de torbellino libre, y que se consiguió controlar a la hora de aplicar la ley de grado de reacción constante.

En la tabla se muestran el Mach y la deflexión para los diferentes coeficientes de flujo y torsionando según la ley de grado de reacción constante:

ϕ	M_{w1}^{cab}	$\epsilon_r(^{\circ})$
0,55	0,7	38
0,6	0,72	36
0,65	0,75	35
0,7	0,78	33
0,75	0,82	32

Tabla 3. Valor del número de Mach relativo en la cabeza a la entrada del rotor y la deflexión en él mismo con diferentes coeficientes de flujo para la ley de grado de reacción constante.

Parece que se cumple que el número de Mach relativo en punta del álabe sea inferior a 0,85, además se consigue disminuir la deflexión en el rotor que incluso para valores inferiores de hasta 0,55 son aceptables.

Conclusiones.

El presente documento pretende ser autodidáctico en el sentido de aportar toda la información relativa a los turbocompresores axiales, fundamento, estudio y diseño. Todo razonamiento seguido en la resolución del problema se encuentra entre los capítulos 2 y 6. Asimismo el proceso de diseño se encuentra detallado y será suficiente para la comprensión del mismo.

Para obtener conclusiones de los resultados se tiene la comparación realizada en el capítulo 8 con el turbocompresor del motor del laboratorio de Máquinas y motores Térmicos. Queda patente que el problema ha sido correctamente abordado y que los valores finales son de gran fiabilidad.

El hecho de una estructuración gradual de la resolución hace de esta aplicación una buena herramienta didáctica. Realmente este es su verdadero objetivo. Al disponer de pantallas con las definiciones de los coeficientes y los valores recomendados para ellos en el momento que se deben fijar, proporciona una pista.

Además, los resultados más influyentes y condicionantes del funcionamiento del compresor aparecen en el momento adecuado con el propósito de poder modificar los parámetros que los afectan directamente. Ello, unido al conocimiento en el dominio de las turbomáquinas del usuario, hace que la herramienta desarrollada resulte muy provechosa.

Otro indicio del objetivo didáctico de la aplicación es la cantidad de representaciones que existen. Destacan las ligadas a las restricciones de diseño como son la difusión, ciertos números de Mach... Incluso en algunas de ellas se permite la opción de escoger el escalonamiento para el cual se quiere representar.

Como se ha incidido a lo largo del documento, el usuario no debe conformarse con los resultados de esta herramienta. No puede olvidar que el prediseño nunca supondrá más del 70% del diseño final.

Por otra parte se podrían realizar numerosas mejoras a fin de afinar más los resultados. Estas son algunas de ellas:

- En la práctica, la mayoría de los parámetros son variables a lo largo del compresor, es decir, no son los mismos en todos los escalonamientos. Estos parámetros son, principalmente, los que van a determinar la geometría de los triángulos de velocidades (grado de reacción, coeficiente de flujo y coeficiente de carga) y los que van a dictar la disposición de la cascada de álabes (relación radio de raíz-radio de cabeza, solidez y conicidad). Aún así en el capítulo 7, cuando se aconsejan los valores de los parámetros, también se indica en algunos de ellos como cambiarían según sean escalonamientos iniciales o finales.
- La gráfica utilizada para determinar la sección de entrada a partir del número de Mach axial y para diferentes relaciones radio de raíz-radio de cabeza ha sido digitalizada, con los correspondientes errores que este proceso entraña. Existe la posibilidad de deducir las expresiones numéricas pero ello supondría una dificultad adicional.
- En el apartado tridimensional, en cuanto a la evaluación de pérdidas existen dos aspectos importantes. El primero es sobre la discretización a lo largo de la altura del álabe. Sería más adecuado integrar a lo largo de ella.
- El otro aspecto a resaltar es sobre el coeficiente de pérdidas secundarias. En el apartado tridimensional se ha supuesto el mismo que en el prediseño a la altura del diámetro medio pues estas pérdidas se dan en el juego existente en la punta de álabe y resulta de gran complejidad determinar en qué zona se evalúan.

Todo lo descrito abre un camino para mejorar el presente proyecto y llegar a obtener una herramienta de prediseño de gran utilidad y bastante fiable en el prediseño de turbocompresores axiales. Lo que a diseño concierne queda fuera del alcance de una mera herramienta informática.

Bibliografía.

Aungier, R. H.: *Axial-Flow Compressors: Strategy for Aerodynamic Design and Analysis*. Asme Press, 2003.

Cohen, H.; Rogers, G. F. y Saravanamuttoo, H. I. H.: *Gas Turbine Theory*. 4ª edición, 1996.

Flack N.: *Axial Flow Compressor Mean Line Design*. Master Thesis at Lund University, 2008.

Horlock, J.H.: *Axial Flow Compressors*. Butterworths, 1958.

Lieblein S.: *Aerodynamic Design of Axial-Flow Compressors Chapter VI: Experimental Flow In Two Dimensional Cascades*. Published by NASA, Washington, D.C., 1965.

Muñoz Domínguez, M.; Muñoz Torralbo, M. y Valdés del Fresno, M.: *Turbomáquinas térmicas: fundamentos del diseño termodinámico*. Secc. Publ. ESII. UPM, 2001.

Oates. G.C.: *Aerothermodynamics of Aircraft Engine Components*. A. I. A. A. Educational Series, 2nd Edition, 1985.

Sánchez Lencero, T.; Muñoz Blanco, A. y Jiménez-Espadafor Aguilar, F.: *Turbomáquinas Térmicas*. ETSII de Sevilla, 2004.