

Cálculo del momento de fisuración y del momento último de la sección del vano.

Unidades definidas: $\text{kN} \equiv 1000\text{N}$ $\text{MPa} \equiv 10^6 \cdot \text{Pa}$ $\text{T} \equiv 1000 \cdot \text{kg}$

Datos de Entrada:

Sobrecarga := $15.4 \cdot \text{kN}$

$E_p := 190000 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ Módulo elástico del acero de la armadura activa

$A_{pp} := 600 \cdot \text{mm}^2$ Área de la armadura activa

$e_x := 4.86 \cdot \text{cm}$ Excentricidad de la armadura activa

$F_p := 781.2 \cdot \text{kN}$ Fuerza de tesado inicial

$\rho_h := 2500 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ Densidad del hormigón (EHE)

Geometría de la sección

L Longitud viga
 h Canto viga
 b, b_1, b_2, b_3 Ancho del ala y las distintas almas

Predimensionado de la sección: $b := 50 \cdot \text{cm}$ $h := 40 \cdot \text{cm}$ $L := 10 \cdot \text{m}$

Al ser una sección en T, tiene diferentes anchos para diferentes partes en el alma.

$h_1 := 8 \cdot \text{cm}$ $b_1 := 50 \cdot \text{cm}$

$h_2 := 5 \cdot \text{cm}$ $b_2 := 32.5 \cdot \text{cm}$

$h_3 := 27 \cdot \text{cm}$ $b_3 := 15 \cdot \text{cm}$

Propiedades geométricas y mecánicas de la sección:

Las propiedades de la sección se pueden obtener de manera manual con cálculos sencillos aunque laboriosos, o de manera automática utilizando un programa comercial como puede ser Autocad (en el anexo 1 se explica como se utiliza esta herramienta de Autocad).

$A_c := 967.5 \cdot \text{cm}^2$ $cdg_y := 25.565 \cdot \text{cm}$ $I_{xx} := 132674.867 \cdot \text{cm}^4$

Cálculos previos: $PP := \rho_h \cdot A_c \cdot 10 \cdot \frac{N}{kg} = 2.42 \cdot \frac{kN}{m}$ $v_1 := cdg_y$ $v_2 := h - v_1$

Sección en el vano

$M_k := \frac{1}{8} \cdot PP \cdot L^2 + \text{Sobrecarga} \cdot \frac{L}{4}$ Momento característico

$M_k = 68.73 \cdot m \cdot kN$

$M_d := 1.35 \cdot \frac{1}{8} \cdot PP \cdot L^2 + 1.5 \cdot \text{Sobrecarga} \cdot \frac{L}{4}$ Momento de diseño

$M_d = 98.57 \cdot m \cdot kN$

$xs := \frac{L}{2}$

$M_{pp} := -\frac{1}{2} \cdot PP \cdot xs^2 + \frac{1}{2} (PP \cdot L) \cdot xs$ Momento de peso propio

$M_{pp} = 30.23 \cdot m \cdot kN$

Datos de Materiales

Hormigón: $\gamma_c := 1.5$ Coeficiente de minoración de la resistencia del hormigón

$f_{ck} := 45 \text{ MPa}$ Resistencia a compresión del hormigón

$f_c := \frac{45}{\gamma_c} \cdot \frac{N}{mm^2}$ Resistencia a compresión del hormigón, minorada

$f_c = 30 \cdot \text{MPa}$

Acero Activo: $\gamma_p := 1.15$ Coeficiente de minoración de la resistencia del acero activo

$f_p := \frac{1860}{\gamma_p} \cdot \text{MPa}$ Límite elástico del acero de las armaduras activas minorado

$f_p = 1617.39 \cdot \text{MPa}$

$P_{00} := F_p$ Fuerza inicial de pretensado

$d_p := h - (cdg_y - ex)$ Profundidad de la armadura activa

$d_p = 19.29 \cdot \text{cm}$

**Acero Pasivo
Compresión**

$$\gamma_s := 1.15$$

Coeficiente de minoración de la resistencia del acero pasivo

$$f_s := \frac{500}{\gamma_s} \cdot \frac{N}{mm^2}$$

Límite elástico del acero de las armaduras pasivas

$$E_s := 210000 \frac{N}{mm^2}$$

Módulo de elasticidad del acero de armaduras pasivas

Leyes de comportamiento

$$\sigma_p(\varepsilon) := \begin{cases} f_p & \text{if } \varepsilon \cdot E_p > f_p \\ -f_p & \text{if } \varepsilon \cdot E_p < -f_p \\ \varepsilon \cdot E_p & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sigma_c(\varepsilon) := \begin{cases} f_c \cdot \frac{\varepsilon}{0.002} \cdot \left(2 - \frac{\varepsilon}{0.002} \right) & \text{if } 0 \leq \varepsilon \leq 0.002 \\ f_c & \text{if } 0.002 \leq \varepsilon \leq 0.0035 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Cálculos

$$\sigma_{po} := \frac{P_{00}}{A_{pp}} = 1302 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{po} := \frac{\sigma_{po}}{E_p} = 0.0069$$

Tensión y deformación inicial dada por la fuerza de pretensado sobre la armadura activa.

$$\sigma_{cp} := \frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \cdot ex}{I_{xx}} \cdot ex$$

$$\sigma_{cp} = 9.47 \cdot \text{MPa}$$

Tensión en el hormigón a la profundidad de la armadura activa debido al pretensado.

Momento de descompresión o momento de fisuración de la sección:

$$\sigma_{pp} := \frac{M_{pp}}{I_{xx}} \cdot v_1 = 5.826 \cdot \text{MPa}$$

Tensión de peso propio dada en la fibra inferior

En el momento de la fisuración $\sigma_{SC} = \sigma_{PP} + \sigma_{cp}$. La tensión debida a la sobrecarga es $\sigma_{SC} = M_{SC} \cdot v_1 / I_{xx}$. $M_{SC} = SC \cdot L/2$. Despejamos el valor de SC en el que se produce la fisuración.

$$SC_{fis} := 10 \cdot \text{kN}$$

Valor inicial para la resolución de la ecuación

Dado

$$\sigma_{cp} = \sigma_{pp} + \frac{SC_{fis} \cdot \frac{L}{2}}{I_{xx}} \cdot v_1$$

$$(SC_{fis}) := \text{Find}(SC_{fis})$$

$$SC_{fis} = 3.777 \cdot \text{kN}$$

Sobrecarga de fisuración (kN), instante en el que se igualan las tensiones $\sigma_{cp} = \sigma_{pp} + \sigma_{sc}$

$$SC_T := \frac{SC_{fis}}{9.81 \cdot \frac{kN}{T}} = 0.3851 \cdot T$$

Sobrecarga de fisuración(T), instante en el que se igualan las tensiones $\sigma_{cp} = \sigma_{pp} + \sigma_{sc}$

Momento aplicado para el que se produce el estado de descompresión o fisuración

$$M_{fis} := \frac{1}{8} \cdot PP \cdot L^2 + (Sobrecarga + SC_{fis}) \cdot \frac{L}{4} \quad \text{Momento de fisuración}$$

$$M_{fis} = 78.18 \cdot \text{m} \cdot \text{kN}$$

Momento último de la sección en el vano:

$$f_{cm} := f_{ck} + 8 \text{MPa} = 53 \cdot \text{MPa}$$

$$E_c := 8500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \sqrt[3]{f_{cm} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}}} = 31928.429 \cdot \text{MPa}$$

$$\epsilon_{cp} := \frac{\sigma_{cp}}{E_c} \quad \epsilon_{cp} = 0.0003$$

Deformación inicial del hormigón a la profundidad de la armadura activa, por la acción del pretensado

$$\Delta \epsilon_p := \epsilon_{po} - \epsilon_{cp} \quad \Delta \epsilon_p = 0.0066$$

Diferencia de deformaciones

$$\epsilon_{cu}(y, x) := \begin{cases} \left(0.01 \cdot \frac{y-x}{h-x} \right) & \text{if } x < 0.259 \cdot h \\ \left(0.0035 \cdot \frac{y-x}{x} \right) & \text{if } h > x > 0.259 \cdot h \\ \left(0.002 \cdot \frac{y-x}{x-0.429 \cdot h} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Deformación última del hormigón en función de la profundidad de la fibra neutra

$$\epsilon_p(x) := \epsilon_{cu}(d_p, x) + \Delta \epsilon_p$$

Deformación en la armadura activa

$$x := 2.69124 \cdot \text{cm}$$

Profundidad de la fibra neutra

Compresiones(C):

$$\int_0^{h_1} \sigma_c(\epsilon_{cu}(y, x)) \cdot b_1 \, dy + \int_0^{h_2} \sigma_c(\epsilon_{cu}(y, x)) \cdot b_2 \, dy + \int_0^{h_3} \sigma_c(\epsilon_{cu}(y, x)) \cdot b_3 \, dy = 970.38 \cdot \text{kN}$$

Tracciones(T):

$$\sigma_p(\epsilon_p(x)) \cdot A_{pp} = 970.43 \cdot \text{kN}$$

Para el cálculo del momento último de la sección es muy importante tener en cuenta la posición de la armadura activa. En nuestro caso la armadura activa se extiende en casi toda la sección transversal de la viga, pero sin entrar en la zona comprimida del ala de la sección, por lo que ninguno de los cordones de la armadura activa se encuentra trabajando a compresión.

Particularizando, las deformaciones en el agotamiento a nivel de las armaduras son:

$$\epsilon_{pu}(x) := \epsilon_p(x)$$

$$\epsilon_{pu}(x) = 0.011$$

$$cdgc := 0.4x = 1.076 \cdot \text{cm}$$

Centro de gravedad de la zona comprimida

$$M_u := A_{pp} \cdot \sigma_p(\epsilon_{pu}(x)) \cdot (d_p - cdgc)$$

$$M_u = 176.8 \cdot \text{m} \cdot \text{kN}$$

Momento último

$$SC_u := 200 \cdot \text{kN}$$

Valor inicial para la resolución de la ecuación

Dado

$$M_u - \frac{1}{8} \cdot PP \cdot L^2 - (Sobrecarga + SC_{fis} + SC_u) \cdot \frac{L}{4} = 0$$

$$(SC_u) := \text{Find}(SC_u)$$

$$SC_u = 39.448 \cdot \text{kN}$$

Sobrecarga necesaria para llegar al estado último, en kN

$$SC_{uT} := \frac{SC_u}{9.81 \cdot \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 4.021 \cdot \text{T}$$

Sobrecarga necesaria para llegar al estado último. en Toneladas

$$SC_{final} := SC_u + SC_{fis} + Sobrecarga = 58.626 \cdot \text{kN}$$

Sobrecarga acumulada para llegar al estado último, en kN

$$SC_{finalT} := SC_{uT} + SC_T + \frac{Sobrecarga}{\left(9.81 \cdot \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)} = 5.976 \cdot \text{T}$$

Sobrecarga acumulada para llegar al estado último, en Toneladas

Coefficiente de seguridad

$$\gamma := \frac{M_u}{M_d} = 1.79$$

