

3. Descripción del Modelo.

En este capítulo, se procede a la descripción del modelo matemático empleado así como su caracterización física para el posterior análisis y extracción de las conclusiones, mostradas en el capítulo 6 del proyecto.

En lo que a caracterización física de la instalación se refiere, se ha considerado una bomba de calor geotérmica híbrida con torre de refrigeración, conectada directamente al lazo cerrado en configuración horizontal enterrado en la corteza terrestre.

En las simulaciones se ha considerado la operación en verano, en régimen de refrigeración, de modo que los resultados y conclusiones serán extraídos para tal modo de funcionamiento.

En concreto, se ha estudiado el terreno bajo dos supuestos. Terreno considerado como Sistema de Capacidad y bajo la consideración de Gradiente Térmico en su interior.

⇒ En el primero de ellos se han realizado dos hipótesis simplificadoras:

Las propiedades del terreno permanecen invariables para todo el volumen de control considerado.

No existe gradiente térmico entre ningún punto del terreno (Sistema de Capacidad).

⇒ En segundo lugar, se ha asumido que la temperatura varía bidimensionalmente en el interior del terreno. Por tanto, existe gradiente térmico en una dirección contenida en el plano de la superficie terrestre y en otra normal al mismo.

A continuación, se detalla el modelado de ambas situaciones.

3.1 Conducción en terreno como sistema de capacidad.

Para estudiar la evolución del terreno ante carga térmica se introducirá un fluido de trabajo, en este caso agua, a una temperatura superior a la del terreno. De esta manera, el agua cederá calor al terreno y lo calentará hasta una determinada temperatura, denominada temperatura de colmatación, la cual depende de sus propiedades, geometría del emparrillado y terreno, así como de la temperatura de entrada del fluido caloportador.

Para el modelado del sistema, al no existir gradiente térmico en el interior del terreno, la ecuación a integrar es el primer principio, tomando como recinto de control el volumen de terreno disponible.

$$Q_{entra}(T, t) = Q_{sale}(T, t) + Q_{almacenado}(T, t) + Q_{reacciona}(T, t) \quad (2)$$

Suponiendo que el agua no sufre reacción química a su paso por el volumen de control y desplazando el término Q_{sale} al primer miembro, obtenemos la ecuación de almacenamiento térmico en un sólido, bajo la hipótesis de sistema de capacidad.

$$\rho C_p V \left(\frac{dT_s(t)}{dt} \right) = Q_{cv}(T) \quad (3)$$

Esta expresión se trata de una ecuación diferencial ordinaria con condición inicial dada, donde Q_{cv} es la energía térmica cedida por convección del agua a la tubería, y " $\rho C_p V$ " la capacidad de almacenamiento térmico del terreno, determinado por las propiedades densidad y calor específico.

También podemos comentar que se ha considerado un espesor de tubería lo suficientemente despreciable como para poder asumir que el calor perdido por el fluido caloportador es el que gana el terreno, sin ninguna resistencia térmica por parte de la tubería. Por lo anterior, se puede realizar el siguiente balance con el calor transferido al terreno.

$$Q = Q_{cv} = Q_w \quad (4)$$

$$Q_{cv} = hA (T_{mf} - T_s(t)) \quad (5)$$

$$Q_w = m_w C_p (T_{ew} - T_{sw}(t)) \quad (6)$$

En las ecuaciones anteriores las distintas variables representan:

T_{mf} representa la temperatura media del fluido a su paso por el terreno [°C].

$$T_{mf} = \frac{1}{2} (T_{ew} + T_{sw}(t)) \quad (7)$$

T_s representa la temperatura que alcanza el terreno [°C].

T_{ew} y T_{sw} se corresponden con las temperaturas de entrada y salida del agua del terreno [°C].

h representa el coeficiente de película en [W/(°C·m²)].

$m_w C_p$ representa la capacidad calorífica del fluido caloportador [W/°C].

A representa el área de transferencia [m²].

$$A = \Pi D_t L_t n_t \quad (8)$$

Expresión en la que D_t , L_t y n_t representan el diámetro, longitud y número de tubos dispuestos desde el colector de entrada hasta el de salida.

También cabe recordar que las simulaciones se han realizado para una configuración horizontal con retorno directo, en la que, como se comentó anteriormente, el fluido es impulsado desde un colector de entrada y es retornado al sistema succionándolo desde un colector de salida, circulando a través de una serie de tubos dispuestos paralelamente entre sí.

3.1.1 Determinación del coeficiente de película.

En el cálculo del coeficiente de película se han realizado varias hipótesis para simplificar su determinación, ya que dicho parámetro depende de múltiples propiedades como la velocidad, temperatura, propiedades físicas del fluido y características geométricas de las conducciones por las que circula.

En primer lugar, se ha supuesto que el fluido caloportador, al ser agua, no puede superar los 100 °C debido a que su evaporación influiría negativamente en la transferencia térmica, al ser la conductividad del agua en fase vapor bastante inferior a la del agua en estado líquido.

Teniendo en cuenta lo anterior, se ha realizado un análisis de la variación de las magnitudes influyentes en el coeficiente de transferencia por convección obteniéndose la Tabla 2.

Temperatura [°C]	Conductividad [m ² °C/W]	Viscosidad [Pa·s]	Numero de Prantl	Densidad [kg/m ³]
5,00	0,558	0,001520	11,430	1000,0
9,47	0,567	0,001330	9,799	1000,0
13,95	0,575	0,001170	8,511	999,5
18,42	0,583	0,001040	7,468	998,7
22,89	0,591	0,000935	6,611	997,8
27,37	0,599	0,000844	5,897	996,6
31,84	0,606	0,000767	5,296	995,3
36,32	0,613	0,000701	4,785	993,7
40,79	0,619	0,000644	4,348	992,1
45,26	0,625	0,000594	3,971	990,3
49,74	0,630	0,000550	3,645	988,3
54,21	0,635	0,000511	3,360	986,2
58,68	0,640	0,000476	3,111	984,0
63,16	0,644	0,000445	2,892	981,7
67,63	0,648	0,000418	2,698	979,3
72,11	0,651	0,000393	2,525	976,7
76,58	0,654	0,000370	2,372	974,1
81,05	0,657	0,000350	2,234	971,3
85,53	0,659	0,000332	2,111	968,5
90,00	0,661	0,000315	1,999	965,5

Tabla 2.- Evolución de las propiedades del agua con la temperatura [11].

Como puede observarse en los resultados obtenidos, las variaciones más acusadas tienen lugar en el número de Prantl y en la viscosidad del agua. Debido a esto, no se considerarán las propiedades constantes con la temperatura, pero se fijarán en un rango de temperaturas para poder trabajar con *Matlab*, ya que éste no incorpora una base de datos con propiedades de fluidos.

En concreto, se han correlacionado las propiedades para tres etapas de temperatura, que abarcan desde 0 °C hasta 40 °C, desde 40 °C a 60 °C, siendo la tercera a partir de 60 °C.

Se ha considerado una primera etapa tan amplia, sabiendo que existe esa variación tan acusada de las propiedades, debido a que la temperatura media menor que alcanza el agua en régimen permanente en la localidad estudiada (Sevilla) es de 18.6 °C.

En el caso de realizarse simulaciones para otras localidades, sería adecuado, a fin de optimizar el modelo, corregir el rango de validez de las propiedades.

Por último, para el cálculo del coeficiente de película se ha utilizado la correlación número 27, válida para flujo interno en conductos circulares.

$$\frac{hD_t}{k_w} = 0.023 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^n \quad (9)$$

Donde Re es el número de Reynolds $Re = \frac{\rho v D_t}{\mu}$.

Se deben cumplir las siguientes condiciones para poder aplicar dicha correlación.

- ✓ Flujo turbulento completamente desarrollado $Re_D > 10\,000$
- ✓ $PR \in [0.6, 160[$
- ✓ $L/D > 10$
- ✓ $n=0.3$ si $T_{sup} < T_{media\ masa}$

3.2 Conducción en terreno con gradiente térmico interno.

En este Capítulo, para dotar de mayor precisión al modelo se ha supuesto la existencia de conducción bidimensional en el interior del terreno. Como consecuencia de esto, el subsuelo experimentará flujos de energía térmica en dos direcciones espaciales, que originarán zonas con diferentes temperaturas.

Agrupando todas las coordenadas con temperatura similar de la superficie considerada, se obtendrán las curvas de isoterma, siendo posible la determinación de su evolución a lo largo del tiempo, para su posterior comparación con el caso de sistema de capacidad.

El modelo implementado, para considerar la conducción en régimen transitorio, es caracterizado por la resolución del primer principio aplicado a un determinado volumen de control, en el que se estudiará el flujo de calor en un plano definido por el eje del tubo, como muestra la Figura 32.

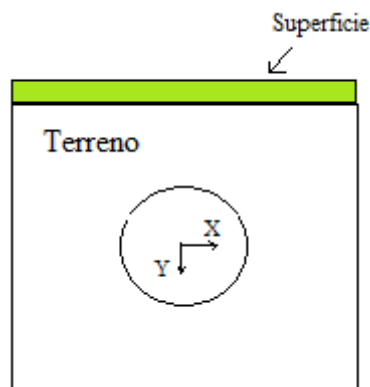


Figura 32.- Sección transversal bajo estudio.

La ecuación diferencial en derivadas parciales a resolver es la resultante de introducir la ley de Fourier, para conducción en régimen transitorio, en el primer principio de la termodinámica. La ecuación 10 es el resultado, donde se ha tomado como volumen de control una rebanada diferencial de terreno y conducto.

$$\rho C_p)_i \left(\frac{dT_{si}(t)}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T_{si}}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial y_i} \left(k \frac{\partial T_{si}}{\partial y_i} \right) + q_{i,z} \quad (10)$$

En esta expresión se ha subdividido el terreno en “i” secciones iguales, donde el término final de la ecuación representa el intercambio energético entre las rebanadas de volumen de control contiguas en la dirección perpendicular al plano mostrado en la Figura 33b.

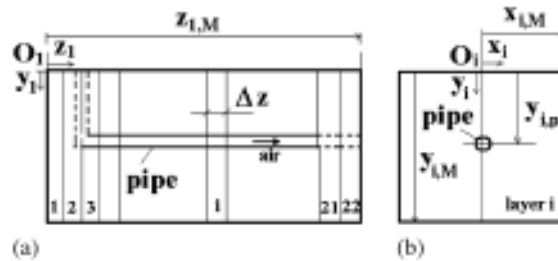


Figura 33.- Vista lateral (a) y alzado (b) de la geometría de terreno [3].

En este documento, para simplificar el tratamiento numérico, se ha considerado un Volumen de Control de sección transversal, mostrada en la Figura 32, y 1 metro en dirección perpendicular.

Para integrar esta ecuación diferencial se necesitan imponer unas condiciones de contorno consecuentes con el problema. En este caso distinguimos las siguientes:

- En $x = \pm x_M$ e $y = +y_M$ se ha considerado que existe un aislamiento físico para impedir el trasvase térmico a terrenos ajenos, y así cumplir la normativa. Debido a esto, lo más adecuado sería la no existencia flujo de calor, por lo que se imponen condiciones de contorno del tipo Neumann:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\forall \ x = \pm x_M) \quad (11)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\forall \ y = +y_M) \quad (12)$$

- En la superficie en contacto con aire atmosférico $y = -y_M$ se impone una condición de flujo nulo para simplificar el modelo, puesto que la transferencia de calor en dicha cara será notoria, pero no determinante en la resolución numérica del modelo.

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\forall y = -y_M) \quad (13)$$

- En la superficie del conducto es impuesta una condición de contorno de tipo Dirichlet.

$$T(x,y) = \text{constante} \quad \forall (x,y) \in \text{tubería}$$

Si se quisiese dotar de mayor realismo al modelo, debería considerarse en la superficie correspondiente el efecto de la convección con el aire exterior (dependiente de cada día y localidad, tanto en temperatura como en dirección, sentido y velocidad del viento), la emisión de radiación en onda larga por parte del terreno, la irradiancia absorbida proveniente del Sol, y por último, el calor latente de evaporación del agua contenida en el terreno que fluye hacia la atmósfera. Todos estos efectos están correlacionados por V. Badescu en [3] en función de las magnitudes dominantes en cada caso. La Figura 34 ejemplifica los distintos intercambios energéticos existentes en el subsuelo.

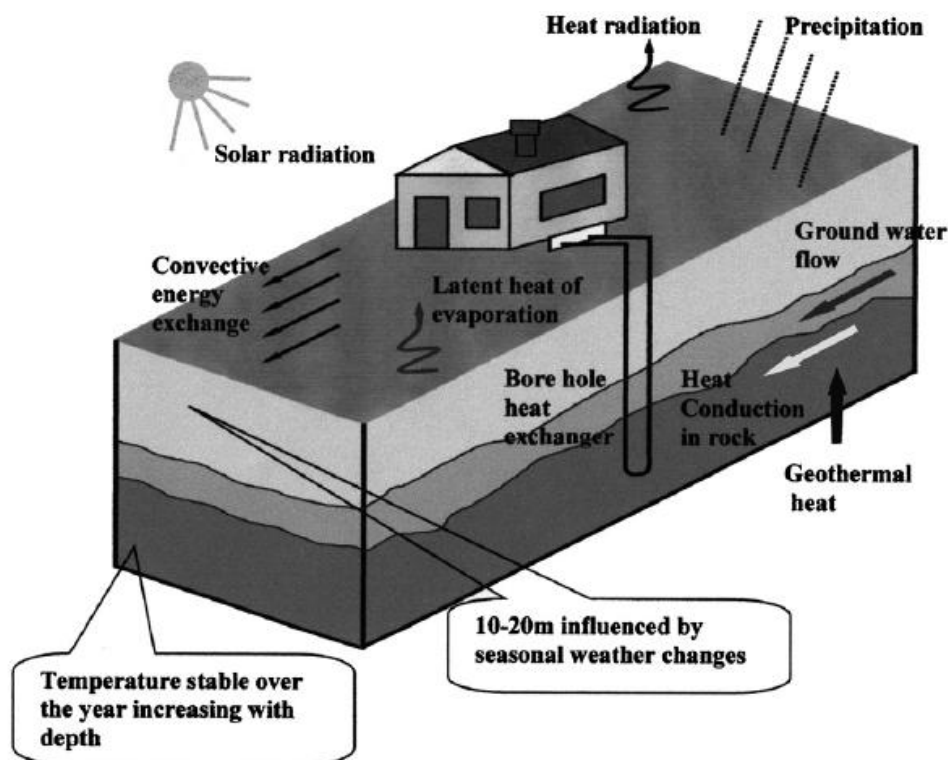


Figura 34.- Flujos de energía en el terreno [12].