

**E**n un sentido estricto, se puede considerar un fluido como un conjunto de moléculas distribuidas al azar, que se mantienen unidas a través de fuerzas internas relativamente débiles. La rama de la física que estudia los fluidos, recibe el nombre de mecánica de fluidos, la cual a su vez tiene dos vertientes, la hidrostática, que orienta su atención a los fluidos en reposo, y la hidrodinámica, la cual envuelve los fluidos en movimiento. En los temas iniciales de este manual se sentarán las bases teóricas necesarias para el correcto dimensionamiento de una red hidráulica.

**3.1 - Ecuación de conservación de la masa (ecuación de continuidad)**

Para el movimiento de un fluido supuesto ideal (1) la siguiente ecuación se considera válida:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{m}_v = \rho \cdot v \cdot A_T = cte \quad 3-1$$

donde:

- $\dot{m}$  caudal másico [kg/s]
- $\rho$  densidad [kg/m<sup>3</sup>]
- $v$  velocidad media del fluido [m/s]
- $A_T$  área de paso [m<sup>2</sup>]
- $\dot{m}_v$  caudal volumétrico [m<sup>3</sup>/s]

**3.2 - Fluidoestática**

El principio de Bernoulli describe el comportamiento de un fluido (2). Su ecuación matemática se basa en un simple balance de fuerzas a lo largo de un conducto, y su utilización permite conocer en todo momento las características del fluido.

Si se quisiera hacer pasar un fluido cualquiera por una tubería, se requeriría una cierta energía. Como se puede intuir en un principio, parte de esta energía se pierde, entre otras razones por la interacción del fluido con las paredes que lo rodean, es decir, por el rozamiento que se produce entre el fluido y las paredes del conducto.

Desarrollando la ecuación de la energía en régimen estacionario entre dos secciones de una tubería (Primer principio de la termodinámica (3)), se tiene:

$$Q - W = \Delta E \quad 3-2$$

Dicho de otra forma, la energía con la que llega el fluido, menos la que pierde a lo largo de la tubería, provoca una variación de energía en el mismo fluido. La energía que pierde el fluido en el conducto puede dividirse en pérdidas de calor (Q), pérdidas por efectos de la viscosidad ( $\dot{W}_V$ ) y el trabajo ejercido por la presión ( $\dot{W}_P$ ) y el trabajo realizado por fuerzas externas ( $\dot{W}_P$ ).

$$Q - (\dot{W}_S + \dot{W}_V + \dot{W}_P) = \dot{m} \left( \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + u_2 \right) - \dot{m} \left( \frac{v_1^2}{2} + gz_1 + u_1 \right) \quad 3-3$$

Considerando que el proceso es adiabático (es decir, que no hay intercambios de calor con el entorno), que no se realiza ni se produce trabajo entre las dos secciones  $\dot{W}_s = 0$ , y suponiendo el fluido incompresible y sin variación de la energía interna, se tiene que:

$$-\dot{W}_p - \dot{W}_v = \dot{m} \left( \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right) \quad 3-4$$

Por otro lado, el trabajo ejercido por la presión viene dado por:

$$\dot{W}_p = p_2 \dot{m}_2 - p_1 \dot{m}_1 = \dot{m} \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad 3-5$$

El trabajo consumido por los esfuerzos viscosos da lugar a una pérdida de energía, ( $\dot{W}_v = E_p$ ). A dicha energía perdida por unidad de longitud se le denomina pérdida de carga ( $\Delta p$ ).

$$\Delta p = \frac{E_p}{\dot{m}g} = (z_1 - z_2) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad 3-6$$

Que escrita de otra forma da lugar a la más conocida ecuación de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad 3-7$$

De aquí se puede observar que la caída de presión a lo largo de un conducto depende de:

$z_1, z_2$  = Elevación en metros.

$V_1, V_2$  = Velocidad, m/s

$p_1, p_2$  = Presión en Pa

$\rho_1, \rho_2$  = Densidad en kg/m<sup>3</sup>.

$g$  = Aceleración debido a la gravedad, 9,81 m/s<sup>2</sup>.

Cada uno de estos términos corresponde con la presión que produce un fluido debido a distintos fenómenos:

*Presión dinámica*  $\frac{1}{2} \rho v_1^2$ : Es la presión que produce un fluido por tener una cierta velocidad.

*Presión hidrostática*  $\rho g z_1$ : Es la presión que produce un fluido como consecuencia de la profundidad a la que se encuentra.

*Presión estática*  $p_1$ : Presión que ejerce un fluido en un punto.

A todo el término constante se le llamará a partir de este momento como presión total ( $p_{abs}$ ), y como se puede observar (ecuación 3-6), la presión total de un fluido permanece constante en todo momento, siempre claro, que no se tenga en cuenta el rozamiento, como se verá en el apartado siguiente.

### 3.3 – Fluidodinámica

La dinámica de fluidos o fluidodinámica es la rama de la Física que estudia las propiedades mecánicas de los fluidos en movimiento. Si se refiere concretamente a los líquidos se llama hidrostática y su herramienta principal es el principio de Bernoulli.

Ecuación de Bernoulli para un fluido real:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \Delta p \quad 3-8$$

Sin embargo, existen varias restricciones a la hora de usar la ecuación de Bernoulli,

- $\Delta p$  es la pérdida de presión en Pascales (Pa) del fluido que circula a lo largo de la tubería que suele dividirse:
  - Pérdidas primarias: Tramos rectos
  - Pérdidas secundarias: Accesorios (válvulas, codos ...)
- Sólo es válida para fluidos incompresibles
- Entre las dos secciones de interés no puede haber dispositivos mecánicos como bombas o turbinas, ya que añaden energía al líquido.
- No puede existir transferencia de calor.
- Se asociará el término  $\Delta p$  a las pérdidas que por rozamiento sufre el fluido a lo largo del conducto. Es por esto por lo que la ecuación 3-7 corresponde con la de un “fluido real” mientras que la ecuación 3-6 es para un ”fluido ideal”.

*Problema 3.1:* El primer problema se trata de la clásica tubería que cambia de sección (Figura 2.1). En primer lugar, y como se ha visto en anteriormente se aplicará el teorema de Bernoulli entre las secciones 1 y 2. Por ello tendremos que:

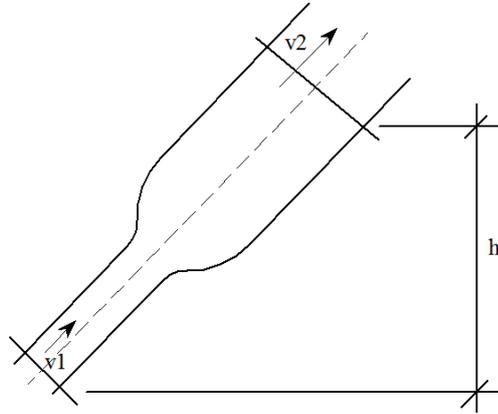


Figura 3.1 Tramo de tubería de sección discontinua (7)

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p$$

Además, aplicando la ecuación de continuidad se tiene que:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_2}{A_1} v_1$$

De donde, al ser  $A_2 > A_1$  se tiene que  $v_1 > v_2$

Sustituyendo se tiene al final que:

$$p_1 = \rho g z_1 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A_2}{A_1} v_1 \right)^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta p + p_2$$

$$p_1 = \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left[ \left( \frac{A_2^2}{A_1^2} - 1 \right) \right] + \Delta p + p_2$$

Conclusiones:

- Según la ecuación 2-2, al aumentar la sección de un conducto, la velocidad del líquido que circula disminuye.
- En fluidodinámica, no se suelen tener en cuenta las pérdidas de presión ocasionadas por codos, aberturas, etc., es decir por cambios de dirección en el conducto o por cambios en la sección. Como se verá en el capítulo 4 de este mismo manual, este tipo de pérdidas si suponen una parte importante del total y deberán tenerse en cuenta.

*Problema 3.2:* El problema siguiente consiste en un cilindro vertical de un cierto diámetro interior que tiene un pequeño agujero taladrado en su base. Piden conocer la velocidad de salida del chorro.

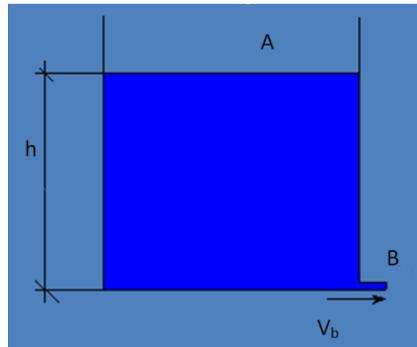


Figura 3.2 Depósito con orificio inferior

Aplicando de nuevo la ecuación de Bernoulli entre los puntos A y B:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \Delta p$$

Si se aplicase la ecuación de continuidad se obtendría:

$$v_A A_A = v_B A_B \rightarrow v_A = \frac{A_B}{A_A} v_B$$

Sin embargo, al ser  $A_A \gg A_B$ ,  $v_A \approx 0$ .

Además, al estar el depósito abierto a la atmósfera:

$$p_A = p_a \quad p_B = p_A + \rho g h = p_a + \rho g h$$

El término  $\Delta p_{roz}$  se considera despreciable por ser el depósito muy ancho. Esto no ocurre en tramos de tubería ya que estas son estrechas y el efecto del rozamiento es mucho mayor. De todas formas se tratará este tema en capítulos posteriores.<sup>1</sup>

Sustituyendo Con lo cual se obtiene que la velocidad del chorro en el fondo del depósito es:

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

<sup>1</sup> Véase capítulo 3.3

Conclusiones:

- A medida que aumenta el nivel de agua almacenada en el depósito, aumenta la velocidad con la que sale disparada el agua por el conducto inferior, y por lo tanto el caudal.
- El rozamiento no se ha tenido en cuenta porque el movimiento del fluido se produce en un conducto muy ancho. Importante mencionar la dependencia del diámetro del conducto con el rozamiento.

**Problema 3.3** Se trata de un depósito del que se extrae un cierto caudal. Se desea conocer en este caso la relación, en caso que existiese, entre el caudal en el punto D y la altura a la que se encuentra el agua en el depósito.

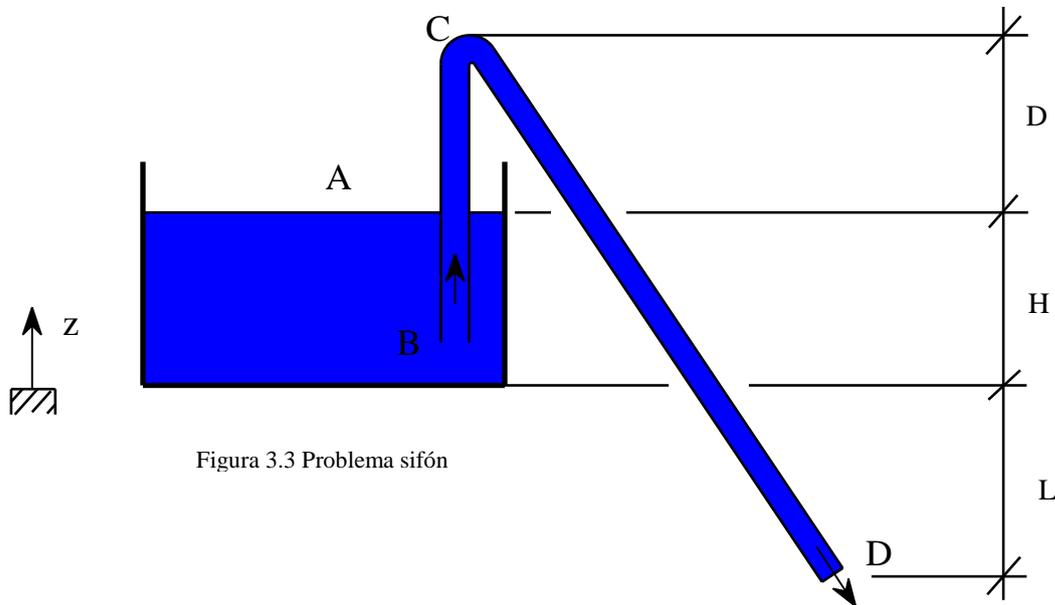


Figura 3.3 Problema sifón

De nuevo se comienza el problema aplicando el principio de Bernoulli entre B y C.

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B = p_C + \rho g z_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2 + \Delta p_{roz BC}$$

Entre C y D:

$$p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2 + \rho g z_C = p_D + \rho g z_D + \frac{1}{2} \rho v_D^2 + \Delta p_{roz CD}$$

Si se suman ambas ecuaciones se llega a que:

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B = p_D - \rho g L + \frac{1}{2} \rho v_D^2 + \Delta p_{roz BD}$$

Por fluidoestática se tiene que:

$$p_B = p_A + \rho g H$$

$$p_B = p_A + \rho g H \quad \text{como } p_A = p_{amb} = p_C$$

Y sustituyendo se obtiene:

$$\rho g H + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = \rho g z_D + \frac{1}{2} \rho v_D^2 + \Delta p_{roz BD}$$

Despejando  $v_D$ :

$$\frac{1}{2} \rho v_D^2 = \rho g(H + L) + \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \Delta p_{roz BD}$$

$$v_D = \sqrt{2 \left[ g(H + L) + \frac{1}{2} v_B^2 - \frac{\Delta p_{BD}}{\rho} \right]}$$

Y el caudal queda por lo tanto:

$$m_v = \frac{\pi \cdot R^2}{4} \cdot \sqrt{2 \left[ g(H + L) + \frac{1}{2} v_B^2 - \frac{\Delta p_{BD}}{\rho} \right]}$$

Conclusiones:

- La velocidad de flujo a la salida de D depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida del conducto.

20

Notas:

El sistema descrito en el problema 2.4 se trata de lo que comúnmente llamamos por el nombre de *sifón*. El sifón era un dispositivo que ya era empleado en acueductos en época del Imperio Romano.

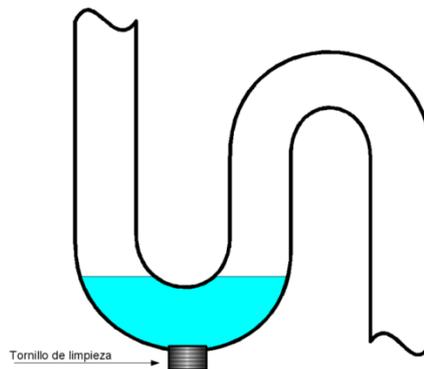


Figura 3.4 - Sifón (4)

La aplicación más común de los sifones es en los desagües de los aparatos sanitarios, para evitar que el mal olor de las materias en putrefacción del alcantarillado salga por el orificio de desagüe de los aparatos. El modelo más clásico, consiste en un tubo en forma de S tumbada, de manera que, al desaguar, se llena la primera curva del tubo y la segunda actúa como un sifón, vaciando la primera hasta que el nivel de agua baja y entra algo de aire. En este momento, el sifón deja de funcionar y retrocede el agua que está en la parte ascendente entre las dos eses, llenando la primera curva del tubo y asilando el desagüe de los gases de la cañería.

En aparatos electrodomésticos puede encontrarse en una lavadora, en la toma de lejía y suavizante. El suavizante está en su cubeta y no alcanza la parte superior del sifón, pero cuando se abre la válvula de entrada de agua, el nivel sube, comenzando el sifonamiento, que no se interrumpe hasta haber vaciado completamente el depósito.

**Problema 3.5:**

El tubo de Venturi fue creado por el físico e inventor italiano Giovanni Battista Venturi (1746-1822), y sirve para medir caudales. Aplicando el teorema de Bernoulli entre las secciones A y B se tiene que:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \Delta p$$

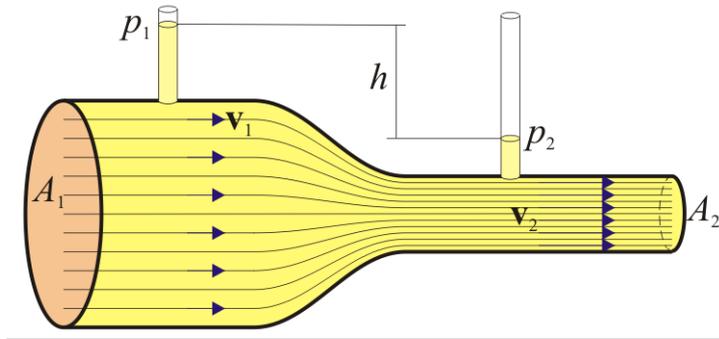


Figura 3.5 - Tubo de Venturi (8)

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_{roz}$$

Como se trata de un fluido incompresible, se puede aplicar el teorema de conservación de la masa:

$$Q = \rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

Sustituyendo y alterando levemente los términos de la ecuación se llega a:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \left[ \left( \frac{p_1 - p_2}{\rho} \right) + h - \Delta p \right]}{1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2}}$$

A partir de esta ecuación se pueden hacer dos simplificaciones. Primero, la diferencia de altura  $h$  suele ser muy pequeña, por lo tanto, se desprecia este término. Segundo, el término  $\Delta p$  es la pérdida de presión del fluido conforme este circula de la sección 1 a la sección 2. Dicho valor, debe determinarse de forma experimental, por lo que es más conveniente eliminarlo e introducir un coeficiente de descarga  $C$ :

$$v_2 = C \sqrt{\frac{2g \left[ \frac{p_1 - p_2}{\rho} \right]}{1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2}}$$

Ésta ecuación puede utilizarse para calcular la velocidad en la garganta del medidor. Sin embargo, usualmente se desea calcular el caudal. Es por esto que se emplean tubos de Venturi para calcular el caudal (previamente instalando manómetros en A y B).

$$v_2 = CA_2 \sqrt{\frac{2g \left[ \frac{p_1 - p_2}{\rho} \right]}{\gamma \left( 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right)}}$$

**3.4 - Pérdidas de carga**

A continuación se va a intentar desglosar con mayor detalle el término o pérdida de carga ( $\Delta p$ ) procedente de la ecuación de Bernoulli, que tendrá una importancia fundamental a lo largo de este manual.

Las pérdidas lineales son las producidas por las tensiones viscosas originadas por la interacción entre el fluido y las paredes de una tubería o conducto. Es decir, al moverse el fluido por el interior de la tubería, existe una fuerza de rozamiento que provoca una cierta pérdida de energía. A continuación se pasa a desglosar más detalladamente dicho término.

En un tramo de tubería de sección constante, la pérdida de carga se puede obtener mediante un balance de fuerzas en la dirección del flujo. Es decir:

$$\text{Fuerzas de presión} + \text{fuerzas de gravedad} + \text{fuerzas viscosas} = 0 \quad 3-9$$

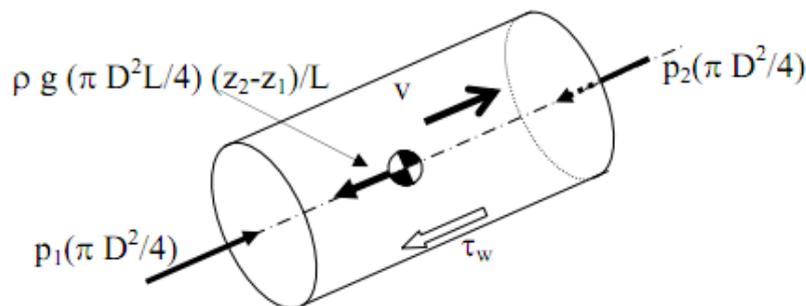


Figura 3.6 - Equilibrio de fuerzas en un tramo de un conducto (9)

O escrito matemáticamente:

$$p_1 \frac{\pi D^2}{4} - p_2 \frac{\pi D^2}{4} - \rho g L \frac{\pi D^2}{4} \frac{z_1 - z_2}{L} - \tau_w \pi D L = 0 \quad 3-10$$

$$\left[ (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right] = \Delta p = \frac{4L\tau_w}{\rho g D} \quad 3-11$$

Se puede observar como la pérdida de carga a lo largo de un conducto depende del término  $\frac{4L\tau_w}{\rho g D}$ . Las características de un fluido son muy distintas dependiendo del movimiento del fluido dentro de la tubería. Cuando entre dos partículas existe un cierto gradiente de velocidad, es decir, que una se mueve mucho más rápido que la otra, se desarrollan fuerzas de fricción que actúan tangencialmente a las mismas. Estas fuerzas de fricción tratan de introducir rotación entre las partículas en movimiento, pero al mismo tiempo, la viscosidad trata de impedir dicha rotación.

Cuando el gradiente de velocidad es bajo, la fuerza de inercia es mayor que la de fricción, las partículas se desplazan pero no rotan. El resultado final es un movimiento en el que las partículas siguen trayectorias más o menos rectas y definidas. Este tipo de movimiento fue identificado por O. Reynolds y le llamó régimen "laminar". Al aumentar el gradiente de velocidad se incrementa la fricción y estas adquieren una

rotación “apreciable”, la viscosidad pierde su efecto y las partículas siguen trayectorias erráticas, y sin rumbo fijo. A este tipo de movimiento se le llama “turbulento”.

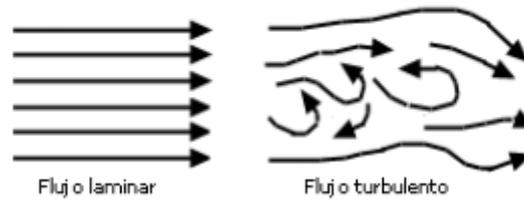


Figura 3.7 - Flujos laminar y turbulento (8)

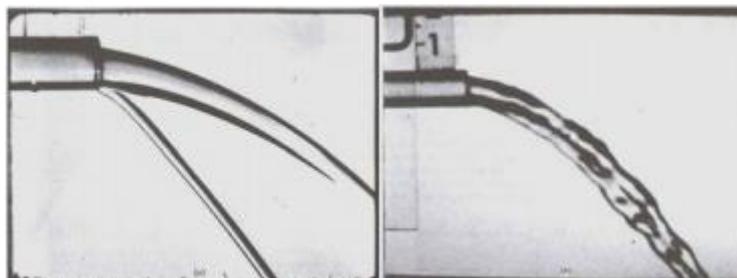
Por lo tanto, el tipo de flujo depende del valor entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, es decir, el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad 3-12$$

Siendo  $\mu$  la viscosidad dinámica del fluido y  $v$  la velocidad media del fluido en el interior de la tubería. Para una tubería, cuando  $Re < 2300$  el flujo es laminar, si  $Re > 4000$  el flujo es turbulento y si  $2300 < Re < 4000$  existe una zona de transición.

Es decir, según la velocidad, densidad y viscosidad del flujo, y el diámetro de la tubería se pueden apreciar tres tipos de regímenes:

- **Régimen laminar:** Cuando predominan los esfuerzos correspondientes a la viscosidad medidos por el número de Reynolds.
- **Transición:** Cuando influyen simultáneamente el número de Reynolds y la rugosidad.
- **Turbulento:** Cuando los esfuerzos debidos a la viscosidad son despreciables frente a las fuerzas de inercia, el movimiento del fluido es errático y desordenado.



3.8 - Chorros laminar y turbulento (2)

Como se ha visto, la pérdida de carga depende entre otros factores del tipo de movimiento del fluido dentro del conducto, del término  $\frac{4L\tau_w}{\rho g D}$ . El esfuerzo cortante  $\tau_w$  depende, entre otras cosas, de la naturaleza del conducto. Aplicando el teorema de Buckingham se obtiene las pérdidas de cargas del

conducto en función de la velocidad, densidad y la naturaleza del propio conducto. A esta expresión se le denomina ecuación de Darcy-Weisbach.

$$\Delta p = f \frac{v^2 L}{2 D} \quad 3-13$$

Donde:

- $\Delta p$  *pérdida de carga [m H<sub>2</sub>O]*  
 $f$  *coeficiente de fricción [parámetro adimensional]*  
 $L$  *longitud del tubo [m]*  
 $D$  *diámetro interior del tubo [m]*  
 $D$  *diámetro interior del tubo [m]*  
 $v$  *velocidad media de circulación [m/s]*

Cuando el régimen es laminar, la pérdida de carga tiene lugar entre las capas del líquido y no entre éste y la pared, donde la velocidad relativa es nula. Cuando el régimen es turbulento, la capa en contacto con la pared, con velocidad relativa nula, se hace más fina, y las irregularidades de la pared afectan a partículas del líquido con mayor velocidad. En este caso la rugosidad de la pared tiene un efecto decisivo, más importante cuando mayor sea el número de Reynolds.

Dicho de otra forma, las pérdidas de carga a lo largo de un conducto dependen de:

- i. La rugosidad del conducto.
- ii. La velocidad a la que se esté moviendo el fluido.
- iii. Las propiedades físicas del fluido, es decir, de la densidad y la viscosidad, y por lo tanto, también de su temperatura.

### 3.5 - El ábaco de Moody

El diagrama de Moody, que da el factor o coeficiente de fricción  $f$ , en función del número de Reynolds y de la rugosidad interior del tubo, ayuda a una comprender de que depende exactamente este factor:

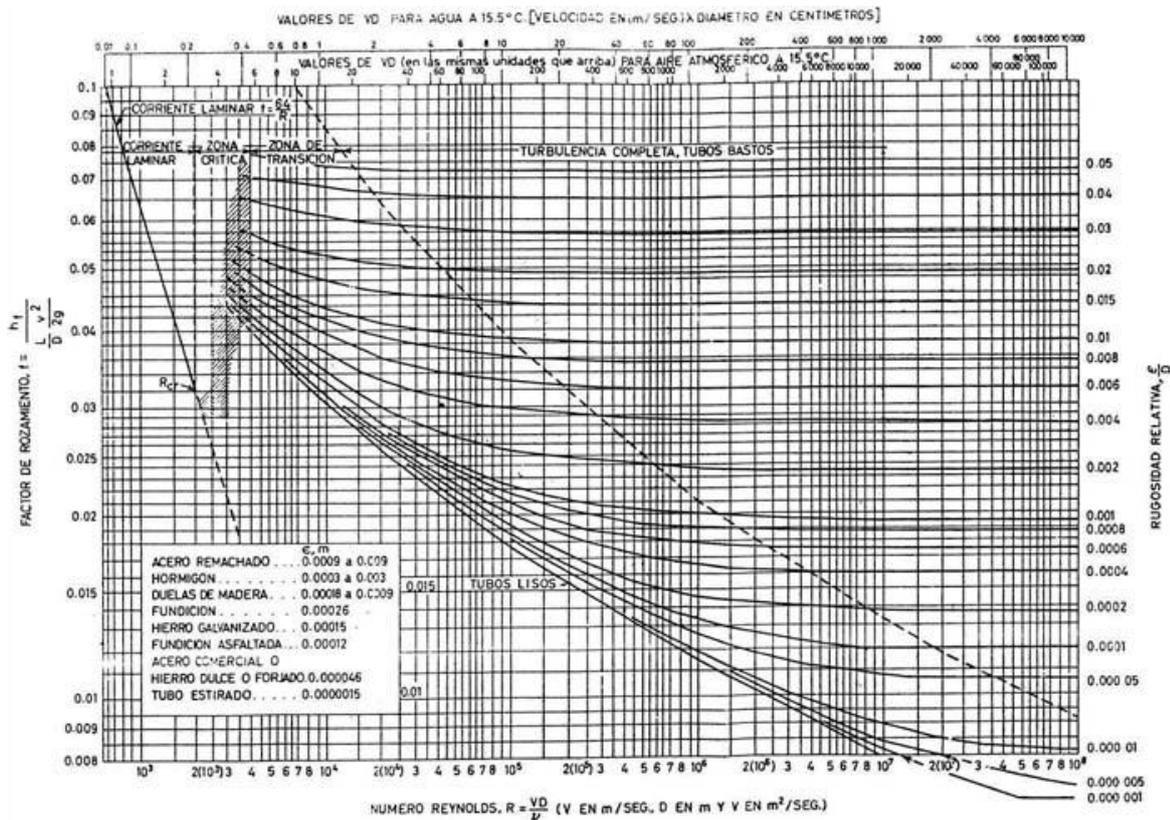


Figura 3.9 - Ábaco de Moody (5)

El parámetro  $f$  es adimensional, y se denomina factor de fricción o factor de Darcy que, en general, es función del número de Reynolds (eje de abscisas) y de la rugosidad relativa de la tubería:  $f_{\text{laminar}} = f(\text{Re}, \epsilon)$ . Numerosos experimentos se han realizado para conocer los valores exactos del factor de fricción. Para elevados números de Reynolds, la rugosidad de la tubería tiene un efecto determinante en las pérdidas de carga, de hecho, existen tres zonas en el ábaco de Moody bien diferenciadas:

1. Laminar: Dependencia inversamente proporcional al número de Reynolds.
2. Región intermedia.
3. Turbulenta: Dividida también en tres partes completamente distintas:

Se establece la rugosidad hidráulica de la tubería según un nuevo número adimensional.

$$\text{Rugosidad hidráulica} = \frac{\rho \cdot v \cdot \epsilon}{\mu}$$

Según este nuevo número adimensional, se puede establecer tres tipos de tuberías para el régimen turbulento:

TIPO DE CONDUCTO	RUGOSIDAD
Hidráulicamente lisos	$\frac{\rho \cdot v \cdot \varepsilon}{\mu} < 5$
Región intermedia	$5 < \frac{\rho \cdot v \cdot \varepsilon}{\mu} < 70$
Hidráulicamente rugosos	$\frac{\rho \cdot v \cdot \varepsilon}{\mu} > 70$

Figura 3.10 - Rugosidades de la tubería

NOMBRE COMPORTAMIENTO	NÚMERO DE REYNOLDS	RUGOSIDAD ADIMENSIONAL	CORRELACIÓN COLEBROOK-WHITE
Laminar	$Re < 2\,500$	NO AFECTA	$f = 64/Re$
Intermedio	$2\,500 < Re < 10\,000$		$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$
Turbulento liso	$10\,000 < Re$	$\varepsilon^* < 5$	$0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,237}}$
Turbulento parcialmente rugoso		$5 < \varepsilon^* < 70$	$f = -2 \cdot \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3,72 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right)$
Turbulento rugoso		$70 < \varepsilon^*$	$f = \left( \frac{1}{1,14 + \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)} \right)^2$

Figura 3.11 - Relación de correlaciones para el ábaco de Moody

De esta forma se pueden diferenciar dos métodos para el cálculo del factor de fricción  $f$ . El primero, gráficamente, utiliza directamente el ábaco de Moody, y el segundo numérico, utilizando las correlaciones mostradas en la Figura 3.11. Sin embargo los errores que se pueden cometer utilizando el primer método son mayores por dos razones principales:

1. Obtención de un punto gráficamente siempre introduce un error.
2. Ábaco de Moody representa las gráficas en escala logarítmica, por lo que el error al tomar un punto es aún mayor que si se utilizase una escala decimal. Por ello se recomienda utilizar las correlaciones que aparecen en la Figura 3.11.

*Problema 3.5:* Determinar la pérdida de carga por metro lineal que se produce al circular un caudal de 860 litros/hora a 10 °C por una tubería de cobre de 25 mm de diámetro interior (rugosidad del cobre  $\varepsilon=0,05$  mm).

Primero se pasa de l/h a m<sup>3</sup>/s

Siendo

$$\dot{m}_v = 860 \text{ l/h} = \frac{860}{1000 \times 3600} = 0,000239 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{\dot{m}_v}{\pi D^2/4} = \frac{0,000239}{\pi 0,025^2/4} = \frac{0,000239}{0,0001314} = 0,49 \text{ m/s}$$

Las propiedades del agua<sup>2</sup> a 10 °C son  $\rho=999$  kg/m<sup>3</sup>,  $\mu=0,00134$  Pa·s, siendo el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{999 \times 0,49 \times 0,02}{0,00134} = 9080$$

Al ser  $Re < 10\,000$ , se utiliza la correlación correspondiente al comportamiento intermedio en la tabla 3.11

El factor de fricción para tubos lisos es:

$$f = 0,3164 Re^{-0,25} = 0,316 \times 9\,080^{-0,25} = 0,0319$$

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{\Delta p}{L} = f \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0319 \frac{1}{0,025} \frac{0,49^2}{2 \cdot 9,81} = 0,0156 \text{ mca/m}$$

Resultando por tanto 15,6 mm c.a. por metro lineal de tubo

*Problema 3.6:* Determinar la pérdida de carga por metro lineal que se produce al circular un caudal de 2000 litros/hora a 25 °C por una tubería de acero inoxidable de 2'' mm de diámetro interior (rugosidad del cobre  $\varepsilon=0,0015$  mm).

En primer lugar se pasan las pulgadas a mm, quedando el diámetro de la tubería 50,8 mm.

El procedimiento será análogo al caso anterior,

<sup>2</sup> Véase correlaciones en ANEXO V

Primero se pasa de l/h a m<sup>3</sup>/s

Siendo

$$\dot{m}_v = 2000 \text{ l/h} = \frac{2000}{1000 \cdot 3600} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{\dot{m}_v}{\pi D^2/4} = \frac{5,5 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot 0,0508^2/4} = \frac{0,00055}{0,002027} = 0,27 \text{ m/s}$$

Las propiedades del agua a 25 °C son  $\rho=996,7 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu=0,0009 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , siendo el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{996,7 \times 0,76 \times 0,04}{0,00103} = 15361$$

El factor de fricción para tubos lisos es:

$$f = 0,316 Re^{-0,25} = 0,316 \times 15361^{-0,25} = 0,0295$$

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{\Delta p}{L} = f \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0295 \frac{1}{0,0508} \frac{0,027^2}{2 \cdot 9,81} = 0,00022 \text{ mca/m}$$

**Problema 3.7:** Determinar la pérdida de carga por metro lineal que se produce al circular un caudal de 250 litros/hora a 50 °C por una tubería de cobre  $\varepsilon=0,0015 \text{ mm}$ . de ½”.

Primero se pasa de l/h a m<sup>3</sup>/s

Siendo

$$\dot{m}_v = 250 \text{ l/h} = \frac{250}{1000 \cdot 3600} = 6,54 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

½ “ son 12,7 mm.

$$v = \frac{\dot{m}_v}{\pi D^2/4} = \frac{6,54 \cdot 10^{-5}}{\pi \cdot 0,0127^2/4} = \frac{6,54 \cdot 10^{-5}}{0,000127} = 0,51 \text{ m/s}$$

Las propiedades del agua a 50 °C son  $\rho=988,08 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu=0,00059 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , siendo el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{988,08 \times 0,51 \times 0,0127}{0,00059} = 12610$$

En este caso, nos encontramos en régimen turbulento, por lo que tendremos que calcular el factor adimensional de rugosidad:

$$\varepsilon^* = \frac{\rho v k}{\mu} = \frac{988,08 \times 0,51 \times 0,0015}{0,00059} = 1281$$

Por lo tanto para calcular el factor de fricción de Darcy se tendrá que utilizar la correlación para régimen turbulento rugoso<sup>3</sup>:

$$f = \left( \frac{1}{1,14 + \log_{10} \left( \frac{k}{D} \right)} \right)^2 = 0,035$$

Finalmente, sustituyendo obtenemos:

$$\frac{\Delta p}{L} = f \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,129 \cdot \frac{1}{0,0127} \frac{0,51^2}{2 \cdot 9,8} = 42,19 \text{ mmca/m}$$

---

<sup>3</sup> Figura 3.11 ó ANEXOS IV y V.

**3.6 – Ecuación de Hazen Williams**

La ecuación de Hazen-Williams, es una fórmula empírica (es decir, una correlación puramente experimental), que se utiliza para calcular la pérdida de carga en una tubería. Como se puede ver, es bastante más sencilla que la ecuación de Darcy-Weisbach, sin embargo, sólo es aplicable bajo condiciones muy especiales del flujo (bajo condiciones de flujo turbulento), y únicamente para el agua.

$$\Delta p = \frac{6,78 \cdot C}{D^{1,65}} \cdot \left(\frac{v}{C}\right)^{1,85} \quad 3-15$$

Esta fórmula da resultados razonablemente precisos, en el rango del número de Re comúnmente encontrado en sistemas de distribución de agua. Esta ecuación utiliza un factor de capacidad de carga C, el cual equivale a f en la fórmula de Darcy-Weisbach. Resulta una ecuación muy práctica para realizar cálculos manuales, sin embargo, debido a estas simplificaciones no es del todo exacta. En realidad el término C varía con el número de Reynolds (ya se había visto algo similar en el ábaco de Moody).

Material, clase y estado del tubo	C
Hierro fundido, 10 años de edad	113-107
Hierro fundido, 20 años de edad	100-89
Hierro fundido, 30 años de edad	90-75
Hierro fundido, 40 años de edad	83-64
Cobre	140-130
Acero galvanizado	120
Tuberías plásticas	150-140
Acero nuevo	150

Figura 3.12 – Coeficientes C para diversos materiales (6)

*Problema 3.8:* Determinar la pérdida de carga por metro lineal utilizando la correlación de Hazen-Williams y calcular el error cometido.

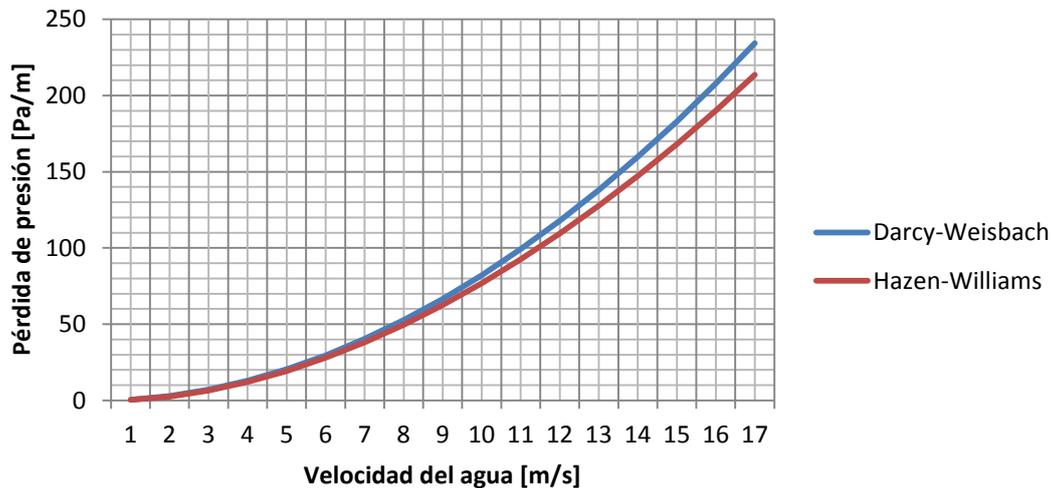
Utilizando la correlación de Hazen-Williams y conociendo el valor de C la resolución es casi inmediata

	Valor de C	Pérdida de presión Hazen - Williams	Pérdida de presión Darcy-Weisbach	Error
<i>Problema 3.5</i>	140	0,01306 mmca/m	0,0156 mmca/m	19 %
<i>Problema 3.6</i>	120	0,000213 mmca/m	0,00029 mmca/m	4 %
<i>Problema 3.7</i>	140	0,03877 mmca/m	0,04219 mmca/m	9 %

Figura 3.13 – Comparativa de distintos métodos para el cálculo de las pérdidas de presión

Veamos a continuación una serie de comparativas entre los dos métodos para distintas situaciones. Como podemos observar, la correlación de Hazen-Williams, funciona correctamente para valores comprendidos del número de Reynolds entre 2000-2500.

### Comparativa entre Darcy-Weisbach y Hazen Williams a diametro cte



32

Figura 3.14 – Comparativa en función de la velocidad del agua

### Comparativa entre Darcy-Weisbach y Hazen-Williams en función de Re

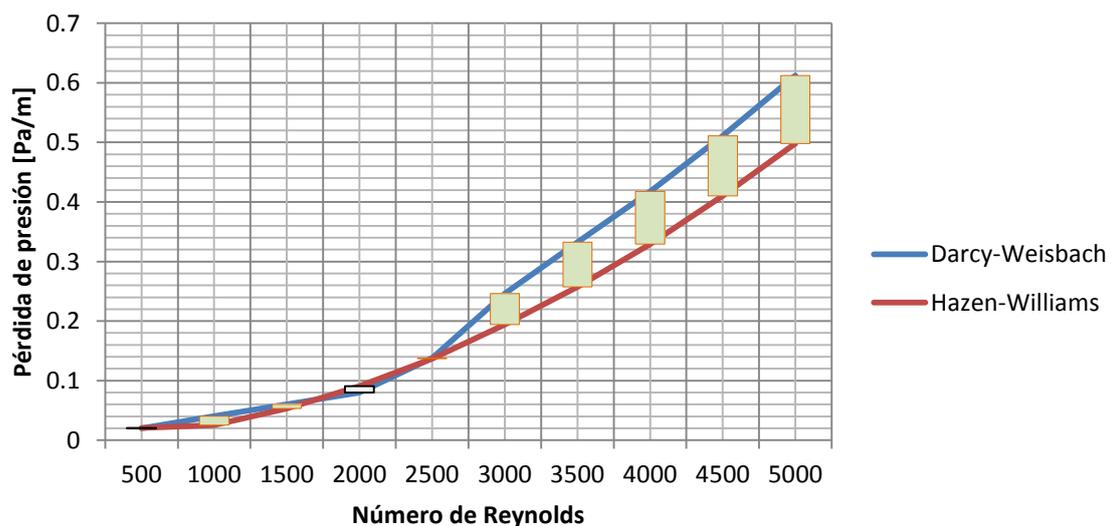


Figura 3.15 – Comparativa en función del número de Reynolds

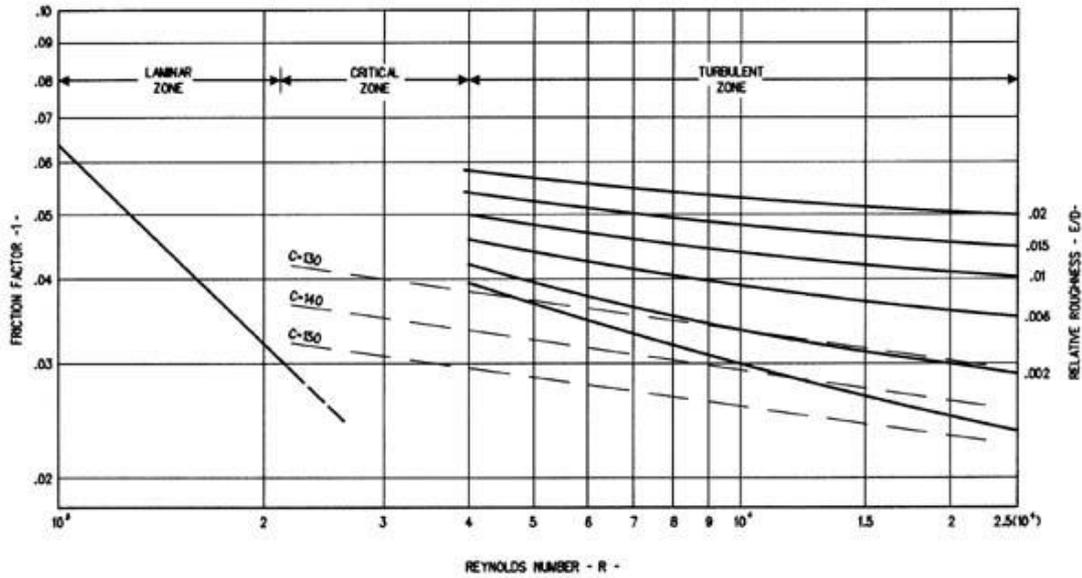
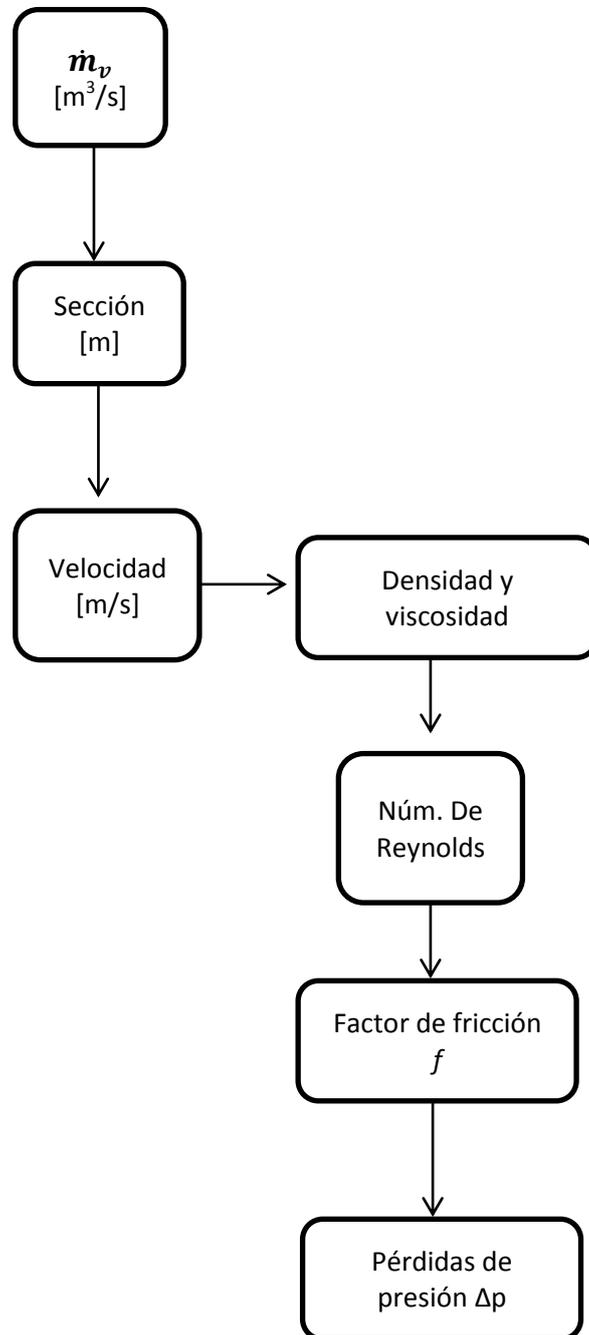


Figura 3.16 – Comparación de los coeficientes de fricción de Hazen-Williams y Darcy para Re entre 2000 y 2500 (7)

Como podemos ver en la figura 3.16, el coeficiente “C” que depende del material en la fórmula de Hazen Williams, se ajusta cada vez mejor a los valores que proporciona el ábaco de Moody a medida que vamos aumentando el número de Reynolds.

Para el cálculo de las pérdidas a lo largo de un tramo recto se ha seguido el siguiente algoritmo:



Algoritmo 1 .- Cálculo de pérdidas de presión a lo largo de una tubería

## Bibliografía

1. *Curso de Climatización mediante el "método del caso"*. **Toro, Juan F. Coronel y Pérez-Lombard, Luis**. 2011.
2. **Mataix, Claudio**. Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. s.l. : Ediciones del Castillo S.A., 1996, págs. 5-7.
3. **Camacho, Carlos Gómez**. Termodinámica. 2003-2004, págs. Sección 3, 1-2.
4. Sifón. *Wikipedia*. [En línea] 2011. <http://es.wikipedia.org/wiki/Sif%C3%B3n>.
5. **Crane**. Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías. 1988, págs. Figura 2-14.
6. *Manual de presión en tuberías. PLÁSTICOS* . Cuenca : Plásticos Rivañ, 2009.
7. Planeta Sedna. [En línea] <http://www.portalplanetasedna.com.ar>.
8. Departamento de física aplicada III. *Universidad de Sevilla*. [En línea] 2011. [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Tubo\\_de\\_Venturi](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Tubo_de_Venturi).
9. **David, Estefano**. Blogspot de mecánica de fluidos. *Blogspot*. [En línea] 15 de Junio de 2009. <http://estefano-davido.blogspot.com/>.