Capítulo 4.

Semiespacio homogéneo tridimensional

4.1. INTRODUCCIÓN.

Los conceptos teóricos expuestos en los capítulos anteriores han sido implementados en una serie de programas de ordenador con los cuales se han obtenido un conjunto de resultados que permiten razonar sobre la validez y eficacia del Método de los Elementos de Contorno aplicados a problemas de interacción terreno-estructura, así como la realización de diferentes estudios paramétricos que muestran la influencia de los distintos factores que intervienen en dichos problemas.

La determinación de la rigidez dinámica representa un paso fundamental en el análisis dinámico del problema de la interacción suelo-estructura. Así, la matriz de rigidez dinámica de una cimentación (que consideradas sus tres dimensiones consta de 36 coeficientes) nos relaciona el vector de fuerzas (y momentos) aplicados a la cimentación y el vector de desplazamientos (y giros), para una excitación armónica de frecuencia cualquiera.

A lo largo de los apartados siguientes, el estudio se centrara sobre los coeficientes K_{22}, K_{33} $, K_{44}$ y K_{24} que corresponden respectivamente a las rigideces ante movimientos horizontales, cabeceo, torsión y cruzada, y que se denominarán por $K_y, K_z, K_{xx}(= K_{\phi_1}), K_{y-xx}(= K_{y\phi 1})$ (Nótese que al ser las cimentaciones de planta cuadrada, la matriz de rigidez presenta simetría respecto de la diagonal principal).

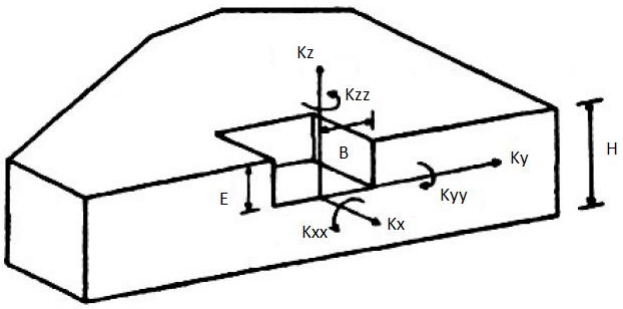


Figura 4.1 Cimentación embebida. Geometría y sistema de referencia

En el presente apartado se realizara el estudio de los coeficientes de rigidez de cimentaciones cuadradas superficiales y embebidas ante solicitaciones de carácter dinámico. El dominio en estudio será tridimensional modelándose inicialmente como semiespacio poroelástico.

Las discretizaciones efectuadas del contorno del dominio son del tipo mostrado (no exactamente) en la figura 4.2 (se ha dibujado sólo un cuarto); donde puede observarse como tanto la superficie de la cimentación, como la superficie libre, son

discretizadas en elementos pequeños y de tamaño similar en las dos direcciones del plano superficial. Las dimensiones genéricas de las cimentaciones consideradas serán (2B·2B·E), denominándose B al semiancho de la cimentación, de valor igual a 4 m, E a la profundidad, y utilizaremos la relación E/B para definir su grado de embebimiento.

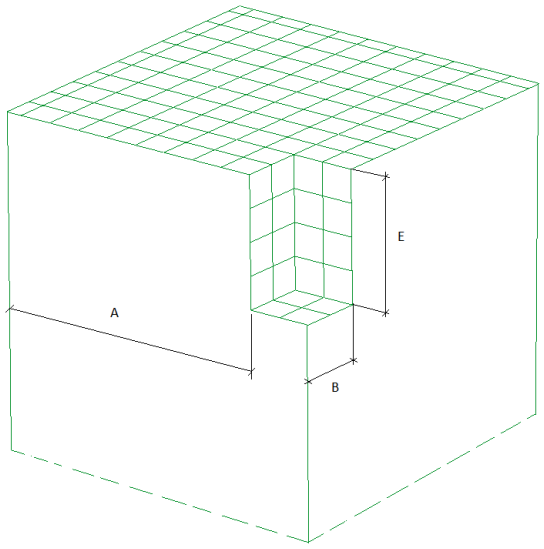


Figura 4.2 Ejemplo de discretización de un cuarto de una cimentación cuadrada embebida

En cuanto a las propiedades del medio poroelástico, modelo que hemos utilizado para representar el terreno, serán las correspondientes a una arena densa, tipo de terreno saturado ya utilizado por otros autores. Sus propiedades son las siguientes:

Módulo elasticidad transv. G(N/m^2)	1.458e8
Módulo Poisson, ν	0.3
Rel. amortiguamiento, β	0.05
Densidad del sólido, ρ_s (kg/m^3)	2.7e3
Densidad del fluido, ρ_l (kg/m^3)	1.0e3
Densidad añadida, ρ_a (kg/m^3)	300
Porosidad, ϕ	0.4
Coeficiente disipación, b (N·s/m^4)	0.0
Constantes de Biot, Q (N/m^2)	1.32e9
Constantes de Biot, R (N/m^2)	8.80e8

Tabla 4.1 Propiedades de un suelo poroelástico con b=0

Podemos observar que se ha incluido para el esqueleto solido un coeficiente de amortiguamiento histérico del 5%, de manera que el módulo de elasticidad transversal puede escribirse como $\mu = G\cdot(1+2i\cdot\beta)$. En lo que se refiere a las condiciones de contacto entre el terreno y la cimentación (en la zona de la discretización llamada interfase zapata-suelo), serán en este apartado, en relación al esqueleto sólido, soldadas y, en cuanto al fluido, impermeables y permeables.

Los resultados obtenidos serán presentados en forma normalizada, utilizándose como factor de normalización expresiones análogas a las soluciones exactas, obtenidas teóricamente, de los coeficientes de rigidez estáticos de cimentaciones superficiales de forma circular, sólo que sustituyendo el radio por el semiancho B. Dichas soluciones y factores de normalización se indican en la Tabla 4.1, en la cual se representa por G el módulo de elasticidad transversal, por ν el módulo de Poisson y por B el semiancho equivalente al radio de la cimentación circular.

Coeficiente	Factor de normalización cimentación cuadrada
K_y, K_z	G·B
$K_{xx}(= K_{\phi_1})$	$G\cdot B^3$
$K_{y-xx}(= K_{y\phi 1})$	$G\cdot B^2$

Tabla 4.1: Factores de normalización

4.2. RIGIDECES DINÁMICAS.

La evolución de los distintos coeficientes de rigidez de una cimentación con la frecuencia de excitación es de importancia fundamental para un estudio correcto de los problemas de interacción suelo-estructura.

En el presente apartado se estudiaran en primer lugar las discretizaciones numéricas a emplear. Como el terreno se modela como un semiespacio poroelástico uniforme, sólo es necesario discretizar la interfase cimentación-suelo, así como los contornos cercanos de la superficie libre. En este sentido, se nos plantean una serie de cuestiones de vital importancia para comenzar el estudio. Estas preguntas, las cuales trataremos de responder en los siguientes apartados, no son otras que en las discretizaciones utilizadas. ¿cuál debe ser el tamaño de los elementos, o en su defecto, que cota superior nunca deben superar? Esto se refiere por supuesto tanto a elementos de la interfase como a los de la superficie libre, sobre la cual, una vez resuelta la cuesti6n anterior, se centra la última duda: ¿Qué extensión debe tener el área discretizada correspondiente a la superficie libre?

Posteriormente, una vez resueltas estas dudas y determinadas las discretizaciones definitivas a las que aplicar el programa de implementación del MEC, pasaremos de lleno a estudiar las rigideces dinámicas de las cimentaciones cuadradas, como es analizar la evolución que éstas sufren con diferentes parámetros, bien sea considerando distintos grados de embebimiento, condiciones de contacto referidas al fluido, etc.

TAMAÑO DE LOS ELEMENTOS

El comportamiento de las partes real e imaginaria de cada uno de los coeficientes de rigidez con el tamaño de los elementos utilizados en la discretización para una frecuencia adimensional $a_0 = \omega \cdot B/c_s$, y un grado de embebimiento E/B determinado ha sido estudiado por múltiples autores.

De los trabajos realizados por algunos de ellos pueden extraerse una serie de recomendaciones para el establecimiento de cómo debe ser la discretización a utilizar, en el sentido de conocer hasta que punto podremos dimensionar los elementos que la componen, con el fin de obtener resultados lo más cercano posible a los reales.

En primer lugar, se debe establecer de manera importante que el tamaño máximo de los elementos a utilizar en cada discretización es variable en función de su situación sobre el modelo, aunque en todos los casos no es recomendable disponer elementos cuya longitud característica sea mayor de cuatro veces la longitud de onda a la frecuencia en la que se están efectuando los cálculos. Esta recomendación se tendrá en cuenta, de tal manera que tanto en la zona de integración de esfuerzos (interfase cimentación-suelo), como en las zonas alejadas a ésta (contorno de la superficie libre), utilizaremos unos elementos de tamaño en ningún caso mayor de $\lambda/2$, referida ésta a la velocidad de la onda transversal (c_s) y para la mayor frecuencia del rango de las mismas sobre el que se realiza el cálculo de las rigideces dinámicas (esto es, $\lambda/2_{minima}$). Por ello resulta de gran ayuda el cálculo de este parámetro:

$$\begin{cases} c_s = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{G}{\rho_s \cdot (1-\phi)}} = 300\dfrac{m}{s} \\ \omega_{max} = a_0^{max} \cdot \omega_{ref} = a_0^{max} \cdot \dfrac{c_s}{B} \quad \Rightarrow \quad T_{min} = \dfrac{2 \cdot \pi}{\omega_{max}} = \dfrac{2 \cdot \pi}{a_0^{max} \cdot \dfrac{c_s}{B}} \end{cases}$$

$$\frac{\lambda_{min}}{2} = \frac{1}{2} \cdot c_s \cdot T_{min} = \frac{1}{2} \cdot c_s \cdot \frac{2 \cdot \pi}{a_0^{max} \cdot \dfrac{c_s}{B}} = \frac{B \cdot \pi}{a_0^{max}} = \frac{4 \cdot \pi}{6} = 2.0944\, m$$

Una vez dicho esto, según estos autores, también se establecen cotas mínimas aconsejadas, de manera que para los elementos que componen la cimentación es recomendable usar longitudes características de elementos mayores que 1/6 de dicha longitud de onda, concentrándose los elementos menores, si los hay, sobre las aristas y vértices, de modo que puedan ser representados más adecuadamente los picos de tensión existentes en ellos.

Sobre la superficie libre es válido el criterio de longitud mínima de 1/4, lo cual también tendremos en cuenta. En este sentido, podemos observar en otras publicaciones que es posible disponer alrededor del borde de la cimentación líneas de elementos cuya longitud característica sea menor que el valor máximo del que hablamos anteriormente, de manera que esta longitud crezca gradualmente a medida que nos vamos introduciendo en la superficie libre y alejándonos de la interfase.

Teniendo en cuenta las premisas, ya es posible crear una discretización de la interfase zapata-terreno, la cual a priori debe proporcionamos resultados muy creíbles. Así pasamos a establecer la siguiente discretización para la zapata, en donde se representa una cuarta parte de la misma, debido a las simetrías que presenta su geometría:

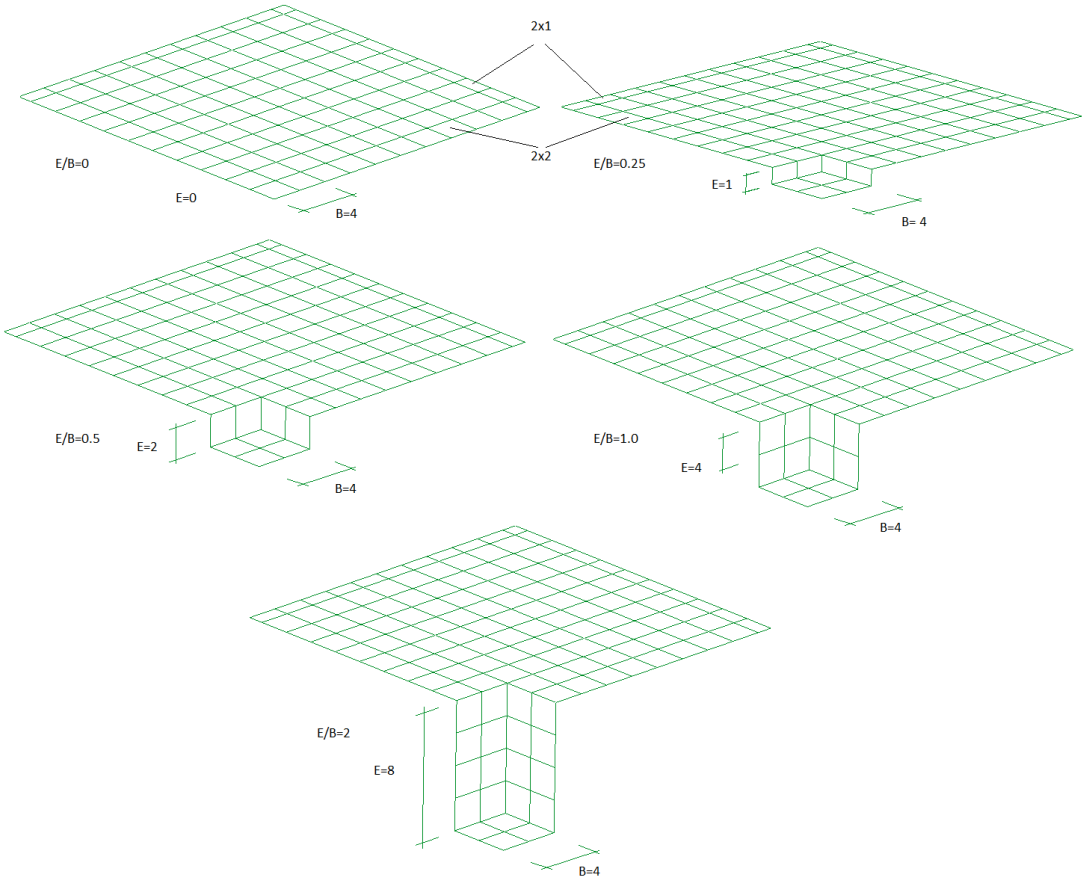


Figura 4.3: Discretización interfase zapata-suelo (E/B=0, ¼, ½,1 ,2)

Debe destacarse que, para prácticamente todo el rango de embebimientos estudiado (E/B=0, ¼, ½,1 ,2), las dimensiones de los elementos estará por debajo de la cota máxima antes establecida como insuperable.

DISCRETIZACIÓN DE LA SUPERFICIE LIBRE

Con respecto a la superficie libre, como ya comentamos, nos enfrentamos a la solución de dos cuestiones: cantidad de superficie libre a discretizar y tamaño de los elementos que la componen. Esto último hace referencia, en relación a la utilización de elementos menores o mayores respectivamente, a la mayor o menor finura de la malla diseñada.

Como establecimos antes, para toda la discretización (interfase y superficie libre) resulta de vital importancia no sobrepasar λ/2 como longitud característica de los elementos. Esto se debe cumplir a rajatabla en aquellos elementos cercanos a al interfase zapata-medio poroso, los cuales tienen un gran protagonismo en la

representación integral del procedimiento numérico. Sin embargo, el mantener el tamaño de todos los elementos por debajo de esta cota, puede resultar del todo inviable si queremos afrontar un problema computacionalmente resoluble. El fenómeno del amortiguamiento por radiación, muy característico en este tipo de problemas, a medida que nos alejamos de zona de contacto de la zapata con el terreno, se puede ir aumentando gradualmente el tamaño de los elementos, llegando incluso a sobrepasar la cota considerada hasta ahora como longitud insuperable ($\lambda/2$), pero siempre intentando hacer esto en bandas de elementos de la superficie libre distanciados suficientemente de la zona numéricamente más importante del problema. Dada la sencillez de la malla, se decide discretizar con elementos de igual dimensiones.

En cuanto a la cantidad de superficie libre a discretizar, la longitud característica A que debe ser discretizada sobre esta depende fundamentalmente del semiancho de la cimentación B y del embebimiento E, así como del problema a tratar (tipo de impedancia que se calcula) aunque es este último lo que fundamentalmente determina dicha longitud.

Considerando de nuevo las conclusiones alcanzadas por otros autores, para cimentaciones superficiales pueden obtenerse resultados cuya precisión es excelente con cualquier relación $A/B \leq 2.5$, llegandose a obtener resultados con errores menores que el 4%, incluso con A/B = 0, esto es, utilizando una malla que sólo acoge a la interfase cimentación-suelo, sin considerar la superficie libre. Sin embargo, también se debe decir que de no considerar ninguna superficie libre discretizada, a considerar una parte pequeña de ella se consigue una mejora sustancial.

Según estos mismos autores, a medida que el grado de embebimiento E/B aumenta es necesario incrementar el tamaño de la superficie libre discretizada. En general, y si se cumplen los requisitos de tamaño de los elementos, se obtienen muy buenos resultados tomando para el parámetro A el máximo entre A/B = 5 y A/E = 7. Aunque en pos de un ahorro computacional importante, estos mismos autores establecen que pueden obtenerse resultados excelentes en la mayoría de los casos para A/B > 3.En base a las recomendaciones anteriores, se toma como longitud de la superficie libre A = 20 m, con lo que la relación A/B = 5.

INFLUENCIA DEL GRADO DE EMBEBIMIENTO.

En la práctica, la utilización de cimentaciones superficiales (E/B = 0) es muy reducido. La mayoría de ellas poseen un cierto grado de embebimiento por lo cual es necesario estudiar de qué manera este parámetro va a modificar, aumentándola o disminuyéndola, la rigidez de la cimentación. EI estudio de esta influencia, al mismo tiempo que su evolución con la frecuencia, es el objetivo de este apartado.

En las figuras de la 4.8 a la 4.11 se muestra la evolución de los distintos coeficientes ($K_y, K_z, K_{xx}\ y\ K_{yx}$) de rigidez, partes real e imaginaria para los cuatro grados de embebimiento (E/B = 0, 1/4, 1/2, 1, 2), frente a la frecuencia adimensional $ao = \omega \cdot B/c_s$ comprendidas entre 0.01 (prácticamente correspondiente al caso estático), y 6.0. Debemos indicar que, al no estar del todo clara la dependencia de los resultados para distintas frecuencias con el módulo de Poisson (habiendo sido

utilizado un ν = 0.3), los resultados no están normalizados respecto a este parámetro. Como ya comentamos en el apartado anterior, en el cálculo de los distintos coeficientes de rigidez se ha empleado un modelo de suelo poroelástico, con un amortiguamiento del 5%.

Figura 4.4 Impedancia vertical. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento.

El coeficiente de rigidez ante movimiento vertical K_z, (figura 4.8) muestra un comportamiento tal que para el rango de frecuencias $a_0 \leq 1.25$ la parte real de rigidez aumenta con el grado de embebimiento. En todo el rango de frecuencias su valor disminuye, pero esta tendencia varía de manera diferente para cada E/B. La parte imaginaria, que se comporta para todos los casos de forma creciente a medida que aumenta la frecuencia, de manera que este aumento será mayor con el grado de embebimiento.

El coeficiente de rigidez ante movimiento horizontal K_y, figura 4.9, muestra en su parte real un comportamiento muy semejante a kz, de tal manera que también para un intervalo de frecuencias ([0.01,1.25]) la tendencia general es un aumento de este parámetro con el grado de embebimiento. Su evolución con la frecuencia es también similar al caso vertical, observándose una disminución cuando esta aumenta. Sin embargo, esta influencia será menor a medida que disminuye el grado de embebimiento, hasta el punto que la curva para cimentaciones superficiales es prácticamente una recta horizontal, de manera que la parte real de la rigidez se puede considerar constante para grados de embebimientos bajos.

Este comportamiento no se observa en la parte imaginaria, la cual, como ocurría en el caso vertical, muestra una tendencia prácticamente lineal (salvo embebimientos altos), así como un aumento con la frecuencia y el grado de embebimiento.

Figura 4.9 Impedancia horizontal. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento.

Para la rigidez a movimientos de cabeceo K_{xx} (figura 4.10), de nuevo la parte real aumenta con el grado de embebimiento para frecuencias no muy altas. También todas las curvas disminuyen con la frecuencia, pero sin embargo, esta evolución se ve igualmente afectada por el grado de embebimiento E/B que los dos casos anteriores. Así, para valores de E/B pequeños, las curvas se mantienen casi paralelas y con una tendencia respecto de a_o muy semejante, mientras que para E/B mayores, se produce una gran variación en la influencia de la frecuencia, de modo que, otra vez para un rango de frecuencias, la curva correspondiente a la E/B mayor empieza a cortar al resto de curvas, y rompe la tendencia general. Cosa que ocurre de forma general para el resto de los embebimientos en un valor cercano a a_0 = 3.5. Con respecto a la parte imaginaria, conclusiones similares a los casos anteriores, pero con un crecimiento más atenuado para embebimientos bajos. Sin embargo, el crecimiento es más acusado para E/B=2.

Figura 4.10: Impedancia de cabeceo. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento

El coeficiente de rigidez cruzada horizontal-cabeceo $k_{y\text{-}xx}$, (figura 4.11), muestra una tendencia casi horizontal con el grado de embebimiento, pero sobre $a_0 = 2$ se produce un cruzamiento de modo que para mayores embebimientos hay un ligero aumento de pendiente, a diferencia del caso E/B = 2 con un crecimiento muy acusado para un valor de a_0 algo menor. Para cada valor de E/B se observa como la parte real disminuye. Por su parte, la parte imaginaria, presenta un comportamiento diferente, pues disminuye con la frecuencia, tanto mayor es la disminución a medida que aumentamos E/B.

Figura 4.11 Impedancia de cruzada horizontal-cabeceo. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento.

Como resumen puede decirse que, el grado de embebimiento E/B es un factor de suma importancia en el valor de la rigidez de una cimentación. Su influencia es tal que, en general y para cualquier relación E/B, se observa que las partes reales de todos los coeficientes disminuyen su valor respecto de la rigidez estática, a medida que la frecuencia se hace mayor, mientras que las partes imaginarias de ellos aumentan, siendo estas variaciones diferentes según el propio grado de embebimiento, salvo la impedancia cruzada (tano la parte real como la imaginaria), que presenta un comportamiento inverso, es decir, la parte real crece respecto a la rigidez estática, y la imaginaria decrece para todos los E/B.

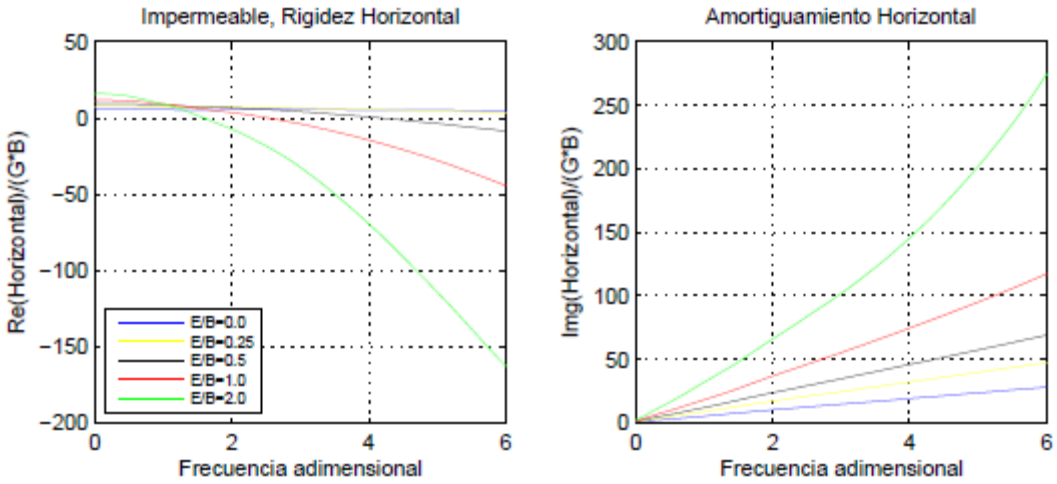
A continuación, se procede con el modelado de un suelo poroelástico con otras propiedades (Kassir & Xu (1988)), donde solo necesitaremos el cálculo de las impedancias horizontal, cabeceo y cruzada, que junto con los coeficientes de interacción cinemática del apartado 4.2, serán los datos de partida para el problema planteado en el capítulo siguiente.

Las propiedades son las siguientes:

Módulo elasticidad transv. G(N/m^2)	1.458e8
Módulo Poisson, ν	0.3
Rel. amortiguamiento, β	0.05
Densidad del sólido, ρ_s (kg/m^3)	2.7e3
Densidad del fluido, ρ_l (kg/m^3)	1.0e3
Densidad añadida, ρ_a (kg/m^3)	300
Porosidad, ϕ	0.4
Coeficiente disipación, b (N·s/m^4)	1.569e6
Constantes de Biot, Q (N/m^2)	1.32e9
Constantes de Biot, R (N/m^2)	8.80e8

Tabla 4.2 Propiedades de un suelo poroelástico propuesto por Kassir & Xu (1988)

A continuación se representan las impedancias dinámicas de dicho suelo.



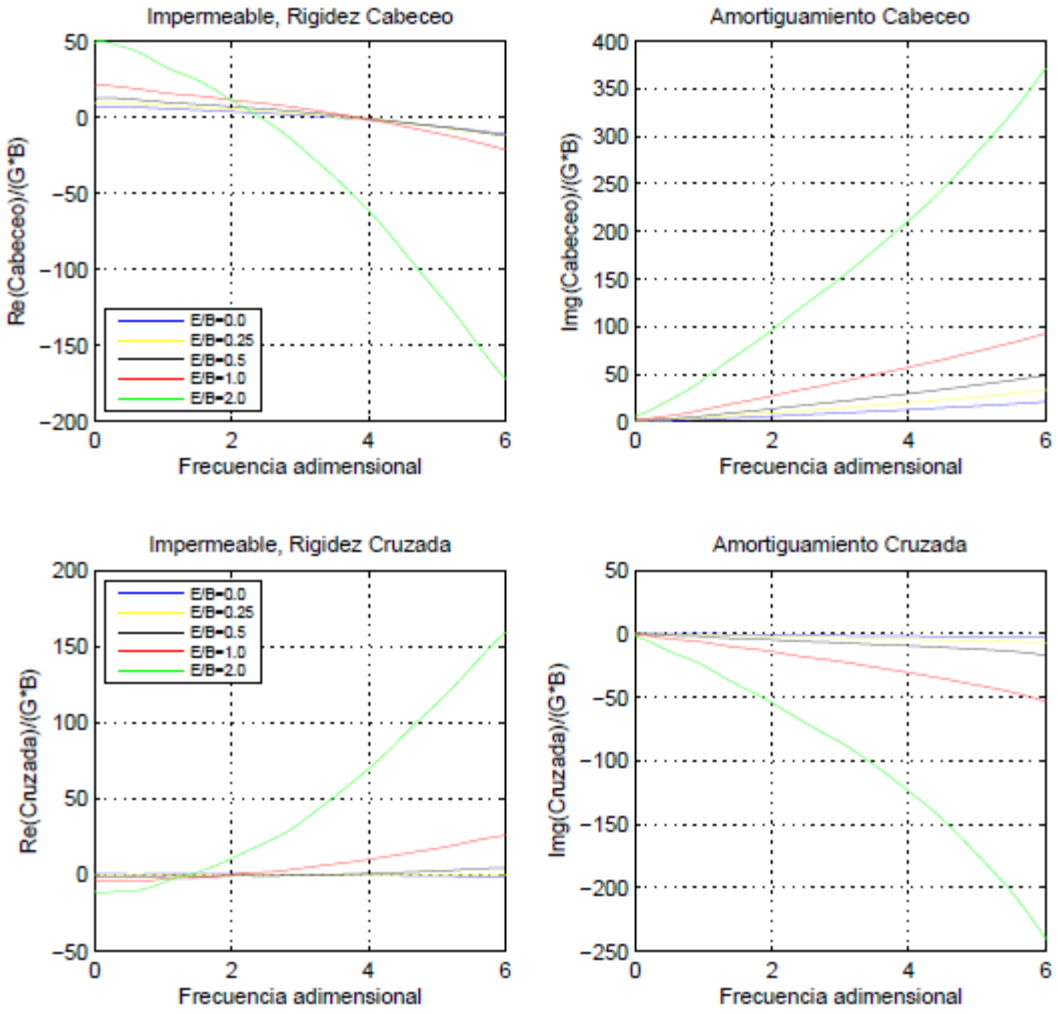
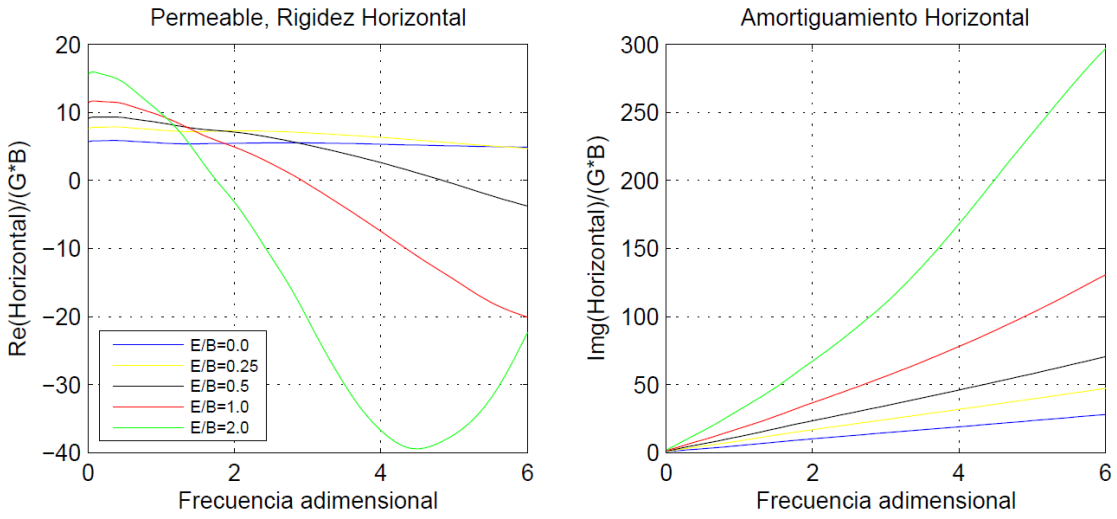


Figura 4.12 Impedancias de horizontal, cabeceo y cruzada horizontal-cabeceo. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento

Y para el caso de condiciones de contacto permeable para la fase fluida



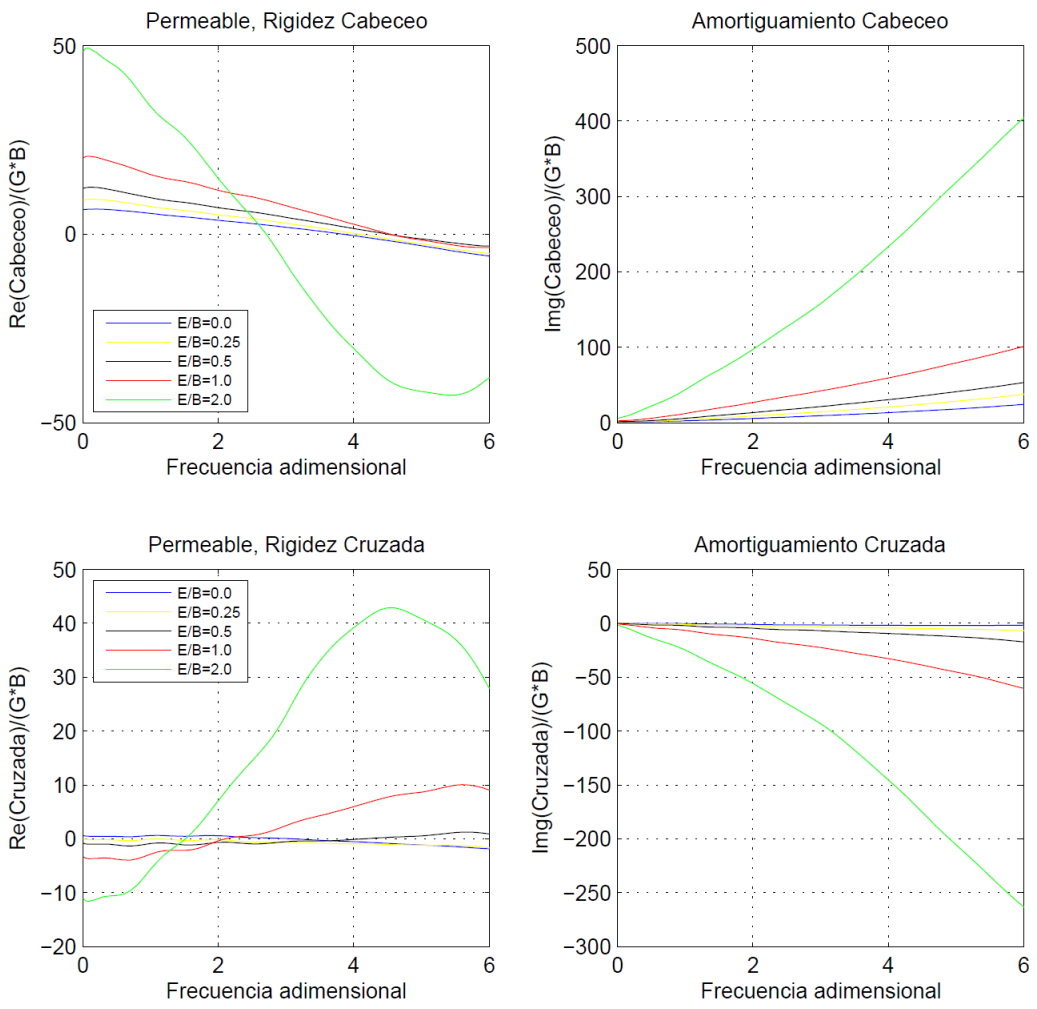


Figura 4.12 Impedancias de horizontal, cabeceo y cruzada horizontal-cabeceo. Condición de contacto fluido permeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento

4.3. COEFICIENTES DE INTERACCIÓN CINEMÁTICA.

Vamos a determinar los desplazamientos de la cimentación, considerada infinitamente rígida y sin masa y libre de la estructura apoyada en ella, sometida a un movimiento del contorno provocado por la incidencia de las ondas sísmicas (sólo para el caso de estudios sísmicos). Es importante mencionar que se obtendrá una solución consistente con los resultados del método directo, generando traslaciones y rotaciones en una cimentación rígida embebida de masa despreciable.

El suelo utilizado es el mismo que aparece en la tabla 4.2. A continuación se representan factores de interacción cinemática, caso de condiciones de contacto Impermeable de la fase fluida, en la siguiente figura.

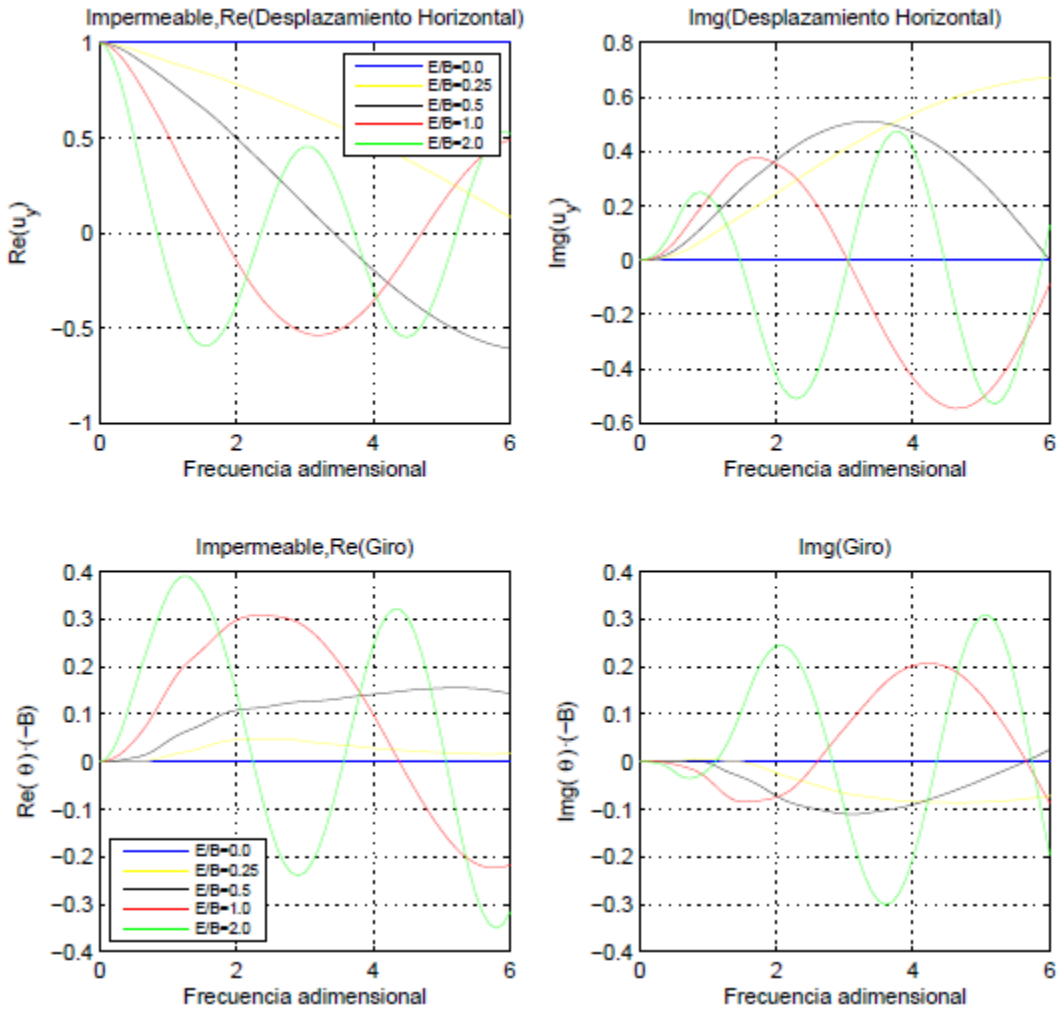


Figura 4.13 Factores de Interacción cinemática. Condición de contacto fluido Impermeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento

En la siguiente figura se representan dichos factores de interacción cinemática para el caso de condiciones de contacto permeable de la fase fluida.

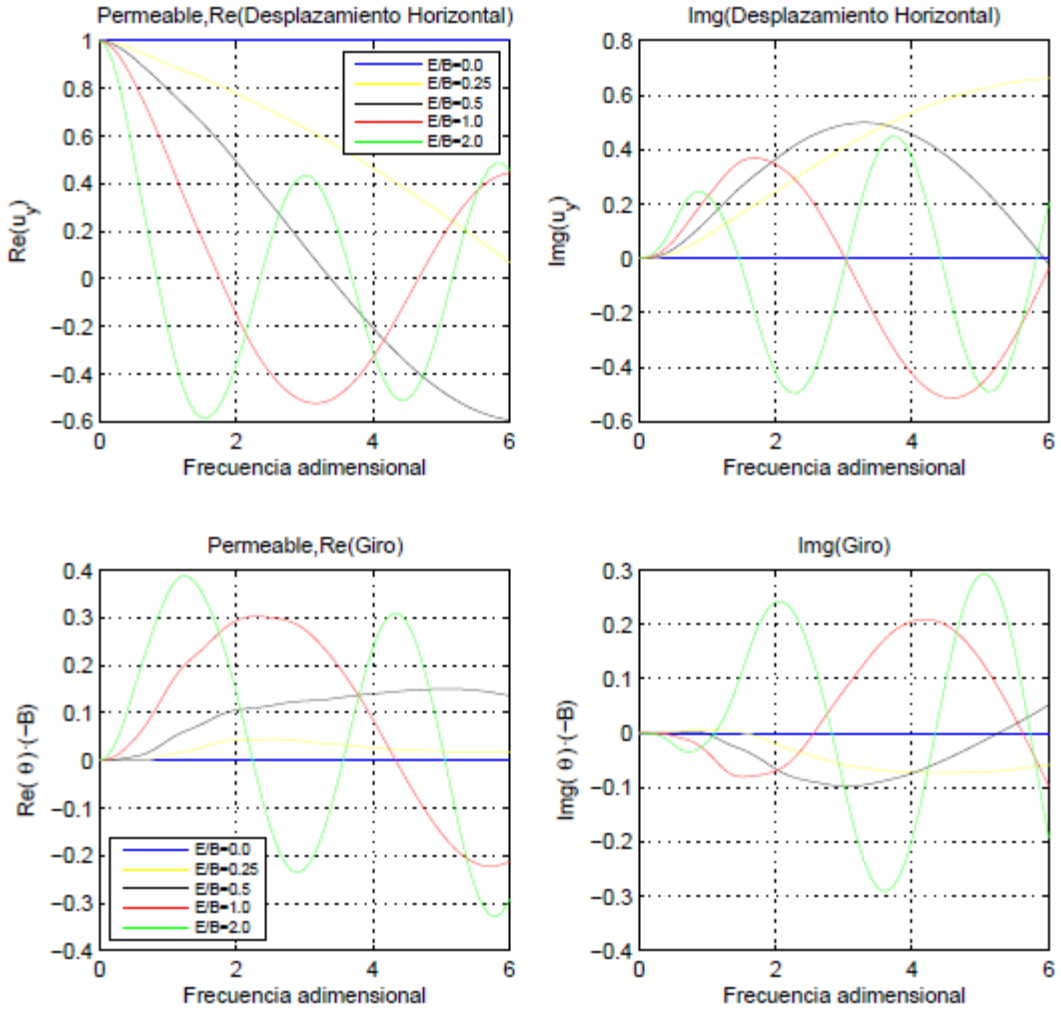


Figura 4.14 Factores de Interacción cinemática. Condición de contacto fluido Permeable. Cimentaciones embebidas sobre semiespacio. Influencia del grado de embebimiento

Tabla de contenido

Capítulo 4. 1

Semiespacio homogéneo tridimensional 1

4.1. INTRODUCCIÓN. 1

4.2. RIGIDECES DINÁMICAS. 3

4.3. COEFICIENTES DE INTERACCIÓN CINEMÁTICA. 13