

Proyecto Fin de Carrera

Ingeniería Industrial

Factor de escala y geometría en la resistencia
a tracción de laminados con agujero de
materiales compuestos.

Autor: Fernando Folgado Carmona

Tutores: José Cañas Delgado, Vladislav Mantic Lescisin

**Dpto. de Mecánica de los Medios
Continuos y Teoría de Estructuras**
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Industrial

Factor de escala y geometría en la resistencia a tracción de laminados con agujero de materiales compuestos.

Autor:
Fernando Folgado Carmona

Tutores:
José Cañas Delgado
Catedrático
Vladislav Mantic Lescisin
Catedrático

Dpto. de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014

Proyecto Fin de Carrera: Factor de escala y geometría en la resistencia a tracción de laminados con agujero de materiales compuestos.

Autor: Fernando Folgado Carmona
Tutores: José Cañas Delgado, Vladislav Mantic Lescisin

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2014

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis amigos "Los Rancios"

Agradecimientos

Para el presente punto, me gustaría dar las gracias a todas aquellas personas que de una manera u otra han contribuido al desarrollo de este trabajo y para su presentación a tiempo en el ECCM16.

En primer lugar mostrar mi enorme gratitud con el profesor Vlado Mantic por el tiempo que ha dedicado a la supervisión de los fundamentos teóricos y validaciones de los modelos. Por otro lado también al profesor José Cañas y su equipo del laboratorio del Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales por las facilidades a la hora de la realización de los ensayos. Y de manera especial reconocer el trabajo y atención realizado por Miguel Cano y María del Mar.

El trabajo ha sido financiado por la Junta de Andalucía y la Fundación Social Europea (Project P08-TEP-4051) y por el Ministerio de Economía y Competitividad (Project MAT2012-37387).

Fernando Folgado Carmona

Sevilla, 2014

Resumen

En el presente trabajo se estudia la resistencia a tracción de laminados con agujeros sometidos a estados uniaxial de tensión. En particular, la influencia del tamaño del concentrador de tensiones y de la geometría del espécimen sobre la grieta y consecuentemente sobre la resistencia final a tracción. Para la predicción del fallo último se hace uso de un modelo basado en la Mecánica de la Fractura Finita que incluye el criterio acoplado de tensión y energía. El conjunto de las predicciones llevadas a cabo son comparadas con los resultados experimentales.

Abstract

The strength of open-hole composite laminate specimens under tension is studied. In particular, the influence of the stress concentrator size and specimen geometry on the crack onset and consequently on the final open-hole strength is analyzed. A model based on the Finite Fracture Mechanics (FFM) including the coupled stress-energy criterion is applied to predict the failure onset. These predictions are compared with the experimental data obtained.

Índice

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xii
Índice de Tablas	xv
Índice de Figuras	xvii
Notación	xxiii
1 Prefacio	25
2 Fundamentos del estudio	27
1.1. <i>La Mecánica de la Fractura</i>	27
1.1.1. La Mecánica de la Fractura Finita	27
1.1.2. El criterio acoplado	27
1.2. <i>El problema del agujero</i>	28
1.1.3. El criterio acoplado a nivel promedio	29
1.1.4. Variables e incógnitas	29
1.1.5. La formulación adimensional	30
1.3. <i>La resolución del problema</i>	31
1.1.6. Laminado cuasi-isótropo	31
1.1.7. Laminado ortótropo	32
1.1.8. Laminado anisótropo	32
1.4. <i>Modos de fallo</i>	33
1.1.9. Fallo por sección neta	33
1.1.10. Fallo por concentrador	34
1.1.11. Región de tensiones admisibles de fallo	35
3 Material y caracterización	36
1.5. <i>Ensayos y propiedades</i>	36
1.1.12. Laminado A	36
1.1.13. Laminado B	42
1.6. <i>Ensayo de tenacidad a fractura K_{Ic}</i>	44
1.1.14. Middle tensión (MT) panel	44
1.1.15. Double edge notched tension (DENT) panel	47
4 Ensayos	50
1.7. <i>Campañas de ensayos</i>	50
1.1.16. Campaña A	50
1.1.17. Campaña B	51
1.8. <i>Preparación de ensayos</i>	51
1.9. <i>Resultados experimentales</i>	52
1.1.18. Laminado A	52
1.1.19. Laminado B	59
5 Predicciones	65
1.10. <i>La solución de la ecuación fundamental</i>	66
1.10.1. Longitud crítica de grieta	68
1.10.2. Carga de fallo	69
1.11. <i>Validación del modelo</i>	72

Factor de escala y geometría en la resistencia a tracción de laminados con agujero de materiales compuestos.	xiii
1.11.1. Laminado anisótropo A	72
1.11.2. Laminado cuasisótropo B	74
1.12. <i>Teoría del weakest link</i>	76
1.12.1. Weakest link ratio 2	76
1.12.2. Weakest link ratio 4	78
1.12.3. El valor de la resistencia in situ	79
1.13. <i>La expresión empírica</i>	80
1.14. <i>Conclusiones</i>	81
1.15. <i>Trabajos futuros</i>	81
Bibliografía	83

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3–1. <i>Propiedades</i>	36
Tabla 3–2. <i>Propiedades material A</i>	41
Tabla 3–3. <i>Propiedades material B</i>	43
Tabla 3–4. <i>Tenacidad a fractura del laminado A con MT panel</i>	45
Tabla 3–5. <i>Tenacidad a fractura del laminado B con MT panel</i>	45
Tabla 3–6. <i>Comparación de tenacidad según probeta del laminado B</i>	48
Tabla 4–1. <i>Ensayos laminado A</i>	52
Tabla 4–2. <i>Ensayos laminado B</i>	59
Tabla 5–1. <i>Predicciones laminado A</i>	70
Tabla 5–2. <i>Predicciones laminado B</i>	71
Tabla 5–3. <i>Predicciones laminado A</i>	72
Tabla 5–4. <i>Contraste laminado A</i>	72
Tabla 5–5. <i>Contraste laminado B</i>	74
Tabla 5–6. <i>Weakest link para ratio 2</i>	76
Tabla 5–7. <i>Weakest link para ratio 4</i>	78
Tabla 5–8. <i>Predicciones in situ para laminado B</i>	79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. <i>Modelo del problema.</i>	28
Figura 2-2. <i>Modelo de sección neta.</i>	33
Figura 2-3. <i>Modelo de concentrador.</i>	34
Figura 2-4. <i>Región de tensiones de fallo para un material isótropo.</i>	35
Figura 3-1. <i>Horno.</i>	37
Figura 3-2. <i>Laminado calcinado.</i>	37
Figura 3-3. <i>Secuencia de apilado.</i>	37
Figura 3-4. <i>Material a empastillar.</i>	38
Figura 3-5. <i>Resina acrílica.</i>	38
Figura 3-6. <i>Paños de desbaste.</i>	38
Figura 3-7. <i>Equipo de pulido.</i>	38
Figura 3-8. <i>Micrografía de la secuencia de apilado del laminado A.</i>	39
Figura 3-9. <i>Material de trabajo.</i>	39
Figura 3-10. <i>Mecanizado.</i>	39
Figura 3-11. <i>Fibra de vidrio.</i>	39
Figura 3-12. <i>Pegado de tacos.</i>	39
Figura 3-13. <i>Calibre de altura.</i>	40
Figura 3-14. <i>Probetas de tracción.</i>	40
Figura 3-15. <i>Rotura.</i>	40
Figura 3-16. <i>Curvas de ensayo del laminado A.</i>	40
Figura 3-17. <i>Barras de resistencia a tracción del laminado A.</i>	41
Figura 3-18. <i>Curvas de ensayo del laminado B.</i>	42
Figura 3-19. <i>Barras de resistencia a tracción del laminado B.</i>	42
Figura 3-20. <i>Micrografía de la secuencia de apilado del laminado B.</i>	43
Figura 3-21. <i>Esquema probeta MT.</i>	44
Figura 3-22. <i>Agujero-entalla laminado A.</i>	46
Figura 3-23. <i>Agujero-entalla laminado A.(II)</i>	46
Figura 3-24. <i>Agujero-entalla laminado B.</i>	46
Figura 3-25. <i>Agujero-entalla laminado B.(II)</i>	46
Figura 3-26. <i>Rotura de la probeta MT para el laminado B.</i>	47
Figura 3-27. <i>Esquema probeta DENT.</i>	47
Figura 3-28. <i>Fresadora.</i>	48
Figura 3-29. <i>Indentación.</i>	48
Figura 3-30. <i>Probeta DENT.</i>	49
Figura 3-31. <i>Detalle entalla DENT.</i>	49

Figura 3-32. Rotura de la probeta DENT para el laminado A.	49
Figura 4-1. Esquema del tamaño y zona de agarre de la probeta.	50
Figura 4-2. Campaña de ensayos A.	51
Figura 4-3. Campaña de ensayos B.	51
Figura 4-4. Campaña de ensayos B. (II)	51
Figura 4-5. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=2$ para el laminado anisótropo A.	53
Figura 4-6. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=5$ para el laminado anisótropo A.	53
Figura 4-7. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=10$ para el laminado anisótropo A.	54
Figura 4-8. Valores medios de las evoluciones de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para ratios $W/2R=2, 5$ y 10 en el laminado anisótropo A.	54
Figura 4-9. Región de tensiones últimas para el laminado anisótropo A.	55
Figura 4-10. Superficie de rotura para ratio 10 del laminado A.	56
Figura 4-11. Superficie de rotura para ratio 10 del laminado A. (II)	56
Figura 4-12. Superficie de rotura para ratio 5 del laminado A.	57
Figura 4-13. Superficie de rotura para ratio 5 del laminado A. (II)	57
Figura 4-14. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado A.	58
Figura 4-15. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado A. (II)	58
Figura 4-16. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=2$ para el laminado cuasisótropo B.	59
Figura 4-17. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=4$ para el laminado cuasisótropo B..	60
Figura 4-18. Valores medios de las evoluciones de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para ratios $W/2R=2$ y 4 en el laminado cuasisótropo B.	60
Figura 4-19. Región de tensiones últimas para el laminado cuasisótropo B.	61
Figura 4-20. Superficie de rotura para ratio 2 y 4 del laminado B.	62
Figura 4-21. Superficie de rotura para ratio 2 y 4 del laminado B.(II)	62
Figura 4-22. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado B.	63
Figura 4-23. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado B. (II)	63
Figura 4-24. Superficie de rotura para ratio 4 .	64
Figura 4-25. Superficie de rotura para ratio 4 .(II)	64
Figura 5-1. Predicciones en la región de tensiones para el laminado cuasisótropo B.	65
Figura 5-2. Criterio acoplado para el laminado cuasisótropo B.	66
Figura 5-3. Criterio acoplado para el laminado anisótropo A.	67
Figura 5-4. Criterio acoplado para el laminado anisótropo A.(II)	67
Figura 5-5. Longitudes críticas para el laminado anisótropo A.	68
Figura 5-6. Longitudes críticas para el laminado cuasisótropo B.	69
Figura 5-7. Mallado en Patran.	69
Figura 5-8. Campo de tensiones normales en el eje y.	70
Figura 5-9. Evolución de la tensión crítica de fallo estimada en función del tamaño del agujero para el laminado A.	70
Figura 5-10. Evolución de la tensión crítica de fallo estimada en función del tamaño del agujero para el laminado B.	71

Figura 5-11. <i>Validación del modelo para ratio 5 en el laminado anisótropo A.</i>	73
Figura 5-12. <i>Validación del modelo para ratio 10 en el laminado anisótropo A.</i>	73
Figura 5-13. <i>Validación del modelo para ratio 2 en el laminado cuasisótropo B.</i>	74
Figura 5-14. <i>Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.</i>	75
Figura 5-15. <i>Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.</i>	77
Figura 5-16. <i>Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.</i>	77
Figura 5-17. <i>Predicción con weakest link para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.</i>	78
Figura 5-18. <i>Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.</i>	79

$\Delta\Pi$	Incremento de energía potencial
ΔE_k	Incremento de energía cinética
$\Delta\Gamma$	Energía dedicada a la ruptura de enlaces
ΔS	Incremento de superficie
G	Tasa de liberación de energía
G_c	Tasa de liberación de energía crítica
R	Radio del agujero
W	Ancho de la probeta
t	Espesor de la probeta
$W / 2R$	Ratio o relación de aspecto
σ_y	Tensión normal en la dirección y
σ_∞	Tensión aplicada (en los extremos)
σ_n	Tensión neta
$\hat{\sigma}_y$	Tensión normal en la dirección y adimensional
$\hat{\sigma}_\infty$	Tensión aplicada (en los extremos) escalada
X_T	Resistencia a tracción
X_{Ts}	Resistencia a tracción in situ
l	Longitud de grieta
l_c	Longitud de grieta crítica
η_F	Tamaño relativo de la grieta frente al agujero
γ	Número de fragilidad
K_I	Factor de intensidad de tensiones
$\hat{K}_I$	Factor de intensidad de tensiones adimensional
K_{Ic}	Tenacidad a fractura
R_k	Factor correctivo de tamaño finito
f_h	Factor correctivo por presencia de agujero

f_w	Factor correctivo de tamaño
f_o	Factor correctivo de ortotropía
K_t	Concentrador de tensiones
K_{tn}	Concentrador de tensiones netas
E_{11}	Módulo de elasticidad de la lámina en dirección de la fibra
E_{22}	Módulo de elasticidad de la lámina en dirección de la matriz
E_x	Módulo de elasticidad del laminado en dirección x
E_y	Módulo de elasticidad del laminado en dirección y
ν_{12}	Coefficiente de Poisson de la lámina
G_{12}	Módulo de cizalladura de la lámina

1 PREFACIO

The greatest enemy of knowledge is not ignorance; it is the illusion of knowledge.

- Stephen Hawking -

Debido a los nuevos requisitos de diseño de los laminados de material compuesto se busca un estudio físico y en mayor profundidad basado en el reconocimiento, diferenciación y comprensión de los mecanismos de fallo por los que se rige el material con el objeto de poder utilizar el máximo potencial que ofrecen. Así pues, la caracterización de las propiedades del material y su dependencia con la variación de parámetros físicos tales como la temperatura, presión, humedad, geometría,... son de suma importancia.

En el presente trabajo se va a focalizar en el comportamiento de la resistencia a tracción con agujero (open-hole strength), ya que los agujeros son elementos intrínsecos en la geometría de diversas piezas y se encuentran presentes en multitud de elementos estructurales de todas las ramas de la ingeniería, prestando especial atención a la aeronáutica. Como parámetros físicos que se variarán serán tanto el tamaño como la geometría del espécimen, así pues se podrá observar el efecto del concentrador de tensiones, el agujero, y el de la geometría del espécimen sobre la resistencia a tracción. En particular, se estudiarán laminados simétricos de fibra de carbono y matriz epoxy con diferentes secuencias de apilado, caracterizándose su comportamiento tanto de manera experimental como mediante predicciones. Además de someterse a diversos tratamientos de mejora de las predicciones se plantea una expresión empírica para caracterizar el efecto del tamaño.

2 FUNDAMENTOS DEL ESTUDIO

Unless you try to do something beyond what you have already mastered, you will never grow.

- Ralph Waldo Emerson -

Actualmente no hay una confianza plena sobre la validez de los criterios de fallos para los materiales compuestos, ya que estos criterios no son capaces ni de predecir la resistencia a tracción con agujero ni la propagación de una grieta en los mismos. Por ello se desarrollan nuevos enfoques para llenar los vacíos que estos criterios dejan, así nace el enfoque de la Mecánica de la Fractura Finita la cual es capaz de dar una solución eficiente y precisa para a la aparición y propagación de una grieta en cualquier material.

1.1. La Mecánica de la Fractura

Dentro del campo de la mecánica de la fractura aparecen distintas ramas para el estudio de los fallos en un material, como pilar básico se encuentra la Mecánica de la Fractura Elástico-Lineal (MFEL) desarrollada en primera instancia para materiales frágiles, siendo su mayor exponente el ingeniero aeronáutico inglés Griffith por su trabajo del balance energético en la grieta, posteriormente Irwin completó diversos trabajos de éste. Por otro lado se desarrolla la Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP) centrada para aquellos materiales donde la zona plástica es de especial importancia. En esta dirección se han venido definiendo diferentes conceptos como la tenacidad a fractura, la tasa de liberación de energía, la curva R, los modos de fractura,... Todo este desarrollo fue encaminado a contestar dos cuestiones básicas:

- Bajo qué condiciones de carga de propaga una grieta.
- Cuanto tiempo soporta las condiciones de carga con una grieta de tamaño dado.

Sin embargo, no son objeto de estudio las condiciones que tienen que darse para la aparición de una grieta en un material, esta cuestión la aborda la Mecánica de la Fractura Finita (MFF).

1.1.1. La Mecánica de la Fractura Finita

Este enfoque tiene como premisa inicial que la grieta aparece de manera espontánea con un tamaño dado para unas condiciones de tensión y energía dadas. Dicho modelo también cuenta con limitaciones, admitiendo su aplicación sólo en laminados compuestos con entallas que muestren una rotura frágil o pull-out de las fibras, no es aconsejable para delaminaciones. Por tanto éste será el modelo sobre el que se trabajará, también existen otros modelos para la predicción del fallo como son el point stress model, average stress model, inherent flaw model,...

1.1.2. El criterio acoplado

La forma del criterio que se atañe no es más que una combinación entre dos criterios clásicos de la Mecánica de la Fractura, así pues, en primer lugar se deduce el criterio energético a través de un simple balance en el crecimiento de una grieta en un material elástico-lineal. Realizando el balance (1.1) donde se parte de un estado de equilibrio con una energía potencial dada y una energía cinética nula, tras esto se produce un crecimiento diferencial de la grieta preexistente así se llega al estado final.

$$\Delta\Pi + \Delta E_k + \Delta\Gamma = 0 \quad (1.1)$$

Donde $\Delta\Pi$ es la variación de energía potencial, ΔE_k la variación de energía cinética y $\Delta\Gamma$ la energía dedicada a la ruptura de los enlaces internos del material. Para la nueva superficie creada por el crecimiento de la grieta (1.2) el último término puede reescribirse como:

$$\Delta\Gamma = G_c \Delta S \quad (1.2)$$

En este caso G_c es la energía de fractura por unidad de superficie, y el otro término denota el incremento de superficie creada en el material. Ya que el estado inicial es de equilibrio, $\Delta E_k \geq 0$ además por definición la energía de la ruptura de enlaces también $\Delta\Gamma \geq 0$, por ello se deduce que:

$$\Delta\Pi = -(\Delta E_k + \Delta\Gamma) \leq 0 \quad (1.3)$$

En la mayoría de los casos la contribución de la energía cinética es despreciable y puede definirse el criterio energético (1.4) como sigue:

$$-\frac{\Delta\Pi}{\Delta S} = G \geq G_c \quad (1.4)$$

Una vez definido el criterio energético, se puede proseguir al tensional (1.5), donde se tiene admite que se produce una propagación de una grieta una vez que la tensión supera el valor crítico impuesto para la ruptura del material.

$$\sigma \geq \sigma_c \quad (1.5)$$

Se definan pues tanto el criterio energético (1.4) como el tensional (1.5), admitiendo que ambos son condiciones necesarias para la fractura pero por sí solos no suficientes (Leguillon, 2001). De esta forma el conjunto de inecuaciones definen el criterio acoplado formulación planteado en [1].

1.2. El problema del agujero

Sea un laminado de material compuesto con comportamiento elástico-lineal, de espesor t dado, con un agujero central de radio R , y ancho W sometido a un estado de tensión unidireccional en dirección y .

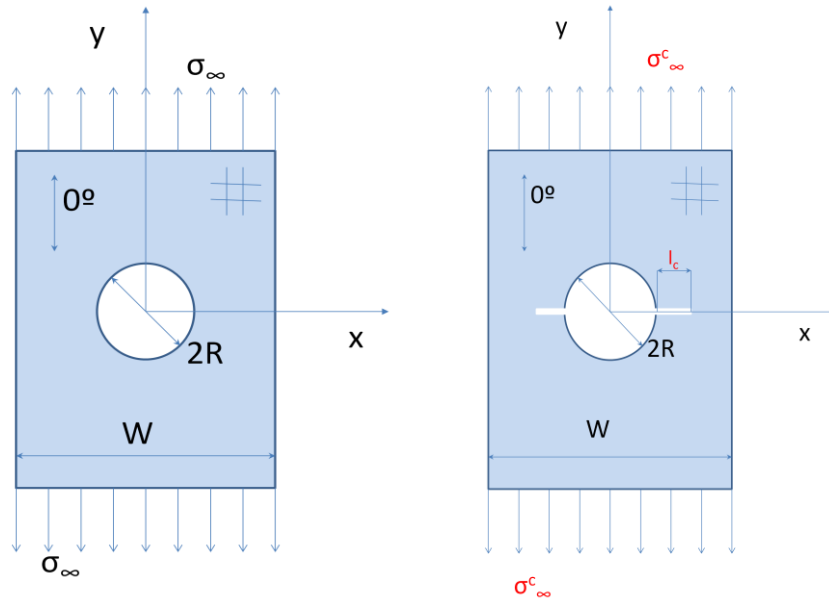


Figura 2-1. Modelo del problema.

Se aplicará el criterio acoplado, pero en este caso a nivel promedio. Cuando las tensiones promediadas a lo largo del camino potencial de la grieta alcancen el valor de la tensión de rotura y la energía disponible para la grieta sea igual a la tenacidad a la fractura del material se producirá la aparición de una grieta de tamaño finito. Esto quedará modelado mediante el par de criterios tensión-energía, cuando ambos se cumplan simultáneamente, se producirá el fallo del material.

Se asume la aparición de una grieta a cada lado del concentrador de manera espontánea con un crecimiento inestable, propagándose en la dirección perpendicular a la carga aplicada. Para el estudio se desprecian el campo de tensiones tridimensional y solo se considerará el modo I de fractura.

1.1.3. El criterio acoplado a nivel promedio

Para el problema planteado se va a recurrir a un análisis a nivel promedio de los criterios, es decir, cuando se cumplan de manera generalizada a lo largo de un camino y no a nivel de punto, admitiendo que el fallo en un punto no tiene por qué suponer el fallo de todo el material. Con esto se redefinen los criterios, en primer lugar, el tensional de puntual (1.6) a promedio (1.8):

$$\sigma_y \leq \sigma_{yc} \quad (1.6)$$

$$\int_R^{R+l} \sigma_y(x, y=0) \leq \int_R^{R+l} \sigma_{yc}(x, y=0) = l \cdot X_T \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_y(x, y=0) = X_T \quad (1.8)$$

Donde ha considerado que la tensión que rige es fallo es en la componente normal en dirección y. Por otro lado, se redefine el criterio energético puntual (1.9) a promediado (1.12):

$$G \leq G_c \quad (1.9)$$

$$G(a) = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = -\frac{\partial \Pi}{\partial a} \frac{1}{t} \leq G_c \quad (1.10)$$

$$2 \int_R^{R+l} G(a) da \leq 2 \int_R^{R+l} G_c da = 2G_c l \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} G(a) da = G_c \quad (1.12)$$

De manera práctica, se reescribe en términos de la tenacidad de fractura mediante la relación de Irwin, quedando entonces como:

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} K_I^2(a) da = K_{Ic}^2 \quad (1.13)$$

En conclusión, el sistema de ecuaciones (1.8) y (1.13) definen el criterio acoplado, cuando ambos se cumplan se producirá el fallo del material.

1.1.4. Variables e incógnitas

Es de notable importancia establecer con claridad cuales van a ser las incógnitas del problema y los datos desde los que se parten. Sea entonces el sistema de ecuaciones definido por el criterio acoplado (1.14), planteado ya por Cornetti en sus trabajos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_y(x, y=0) &= X_T \\ \frac{1}{l} \int_R^{R+l} K_I^2(a) da &= K_{Ic}^2 \end{aligned} \quad (1.14)$$

Como variables conocidas se tendrán las propiedades del material, su resistencia a tracción X_T y el valor de su tenacidad a la fractura K_{Ic} . Por otro lado como datos geométricos propios del espécimen a estudiar, el radio del agujero R y el ancho de la probeta W , aunque este último no aparezca de manera explícita en las ecuaciones.

Y como incógnitas a calcular se tendrán el tamaño crítico de la grieta l_c y la carga del fallo del material σ_{∞} siendo esta última la que nos interesa determinar en primera instancia.

1.1.5. La formulación adimensional

Para tener un planteamiento generalizado del problema se recurre a la definición de una serie de parámetros adimensionales:

$$\sigma_y = \sigma_\infty \cdot \hat{\sigma}_y \quad (1.15)$$

$$\sigma_\infty = X_T \cdot \hat{\sigma}_\infty \quad (1.16)$$

Donde la distribución de tensiones normales en la dirección y y σ_y se adimensionaliza con respecto a la tensión aplicada en los extremos del espécimen (1.15), y a su vez dicha tensión se escala con la resistencia a tracción del laminado (1.16).

$$\gamma = \frac{K_{Ic}}{X_T \sqrt{R}} \quad (1.17)$$

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{R} \hat{K}_I \quad (1.18)$$

Se define el número de fragilidad del material γ (1.17) (puede encontrarse a veces como γ_{2R}), y una expresión adimensional para el factor de intensificación de tensiones K_{Ic} (1.18). Con estas expresiones, es inmediata la formulación generalizada del problema. Para el criterio tensional se procede como sigue:

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_y(x, y=0) dx = \frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_\infty \cdot \hat{\sigma}_y(x) dx = \frac{\sigma_\infty}{l} \int_R^{R+l} \hat{\sigma}_y(x) dx = X_T \quad (1.19)$$

$$\hat{\sigma}_\infty = \frac{\sigma_\infty}{X_T} = \frac{l}{\int_R^{R+l} \hat{\sigma}_y(x) dx} = s(l) \quad (1.20)$$

Se tiene una expresión explícita $s(l)$ de la tensión adimensional escalada como función del valor de la longitud de la grieta crítica. Por otro lado queda redefinir el criterio energético, que de manera análoga podrá formularse de manera explícita:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l} \int_R^{R+l} K_I^2(a) da &= \frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_\infty \sqrt{R} \hat{K}_I(a)^2 da = \frac{\sigma_\infty \sqrt{R}}{l} \int_R^{R+l} \hat{K}_I^2(a) da = \\ &= \frac{X_T \cdot \hat{\sigma}_\infty \sqrt{R}}{l} \int_R^{R+l} \hat{K}_I^2(a) da = K_{Ic}^2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\hat{\sigma}_\infty = \frac{\sigma_\infty}{X_T} = \frac{K_{Ic}}{X_T \sqrt{R}} \sqrt{\frac{l}{\int_R^{R+l} \hat{K}_I^2(a) da}} = \gamma \sqrt{k(l)} \quad (1.22)$$

Queda definida otra nueva expresión explícita $k(l)$ de la tensión adimensional escalada y escalada por el número de fragilidad γ . Las funciones $s(l)$ y $k(l)$ definidas, a veces son denotadas como $s_{W2R}(l)$ y $k_{W2R}(l)$.

La combinación de ambas expresiones define una ecuación no lineal con la única variable desconocida l_c , longitud crítica de la grieta. Quedando el problema cerrado por dicha ecuación que será denominada como ecuación fundamental del problema de fractura.

$$s(l_c) - \gamma \sqrt{k(l_c)} = 0 \quad (1.23)$$

Dicha ecuación puede ser resuelta mediante diversos métodos, en concreto puede utilizarse la regla de Simpson. Una vez obtenida la longitud crítica de la grieta se puede calcular el valor de la tensión de fallo.

1.3. La resolución del problema

Como ya se ha comentado antes sólo se necesitan un número muy reducido de datos para poder solucionar el problema, sin embargo esto no es del todo cierto, ya que existe una fuerte dependencia según la orientación que adquiera el laminado. Esto quiere decir que la complejidad y forma de la solución reside en la secuencia de apilado, comprendiendo que los siguientes desarrollos sólo serán válidos para laminados simétricos. El estudio únicamente de laminados balanceados o simétricos tiene la ventaja de un desacoplamiento entre los esfuerzos de laja y placa. Así pues, se van a exponer diferentes casos para resolver el problema según la isotropía del material.

Se utilizará la teoría general del laminado con la hipótesis de Kirchhoff para placa delgada, además de trabajarse con un material homogéneo equivalente. En cada uno de los apartados se definirá las expresiones de la distribución de tensiones a nivel analítico o por elementos finitos y la del factor de intensificación de tensiones, habiéndose fundamentado en los trabajos realizados por Camanho en [2].

1.1.6. Laminado cuasi-isótropo

Se define un laminado cuasi-isótropo como aquel en que las propiedades no dependen de la dirección, no existiendo acoplamientos entre efectos normales y tangenciales. Son característicos aquellos con secuencias [0,45,-45,90] u otra combinación de las mismas. Es el caso más sencillo que se va a presentar, puesto que existen expresiones analíticas tanto para las tensiones como para el intensificador de tensiones.

- **Distribución de tensiones:** Isótropa (Analítica)

$$\sigma_y(x, 0) = R_K \frac{\sigma_\infty}{2} \left[2 + \xi^2 + 3\xi^4 \right], \quad \xi = \frac{R}{x} \quad (1.24)$$

donde R_K es el factor correctivo de tamaño finito:

$$R_K = \left\{ \frac{3(1 - 2R/W)}{2 + (1 - 2R/W)^3} \right\}^{-1} \quad (1.25)$$

- **Factor intensificación de tensiones:** Isótropo (Analítica)

Se utiliza el intensificador de tensiones correspondiente a dos grietas simétricas que emanan de una placa con un agujero central:

$$K_I = f_w f_h \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \quad (1.26)$$

donde f_h es el factor correctivo por presencia de agujero:

$$f_h = f_n \sqrt{1 - \frac{R}{a}} \quad (1.27)$$

$$f_n = 1 + 0.358\lambda + 1.425\lambda^2 - 1.578\lambda^3 + 2.156\lambda^4, \quad \lambda = R/a \quad (1.28)$$

y f_w el factor correctivo de tamaño finito:

$$f_w = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi R}{W}\right) \sec\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \quad (1.29)$$

1.1.7. Laminado ortótropo

Para el siguiente tipo de laminado no existen acoplamientos entre efectos normales y tangenciales, siempre y cuando la carga a la que se somete se encuentre en los ejes de ortotropía del material. Por lo que se considerarán únicamente las tensiones normales en dirección y.

- **Distribución de tensiones:** Ortótropa (Analítica)

$$\sigma_y(x, 0) = R_K \frac{\sigma_\infty}{2} \left[2 + \xi^2 + 3\xi^4 - (K_t^\infty - 3)(5\xi^6 - 7\xi^8) \right], \quad \xi = \frac{R}{x} \quad (1.30)$$

donde K_t el concentrador de tensiones para una placa infinita con agujero y R_K es el factor correctivo de tamaño finito.

$$K_t^\infty = 1 + \sqrt{\frac{2}{A_{22}} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - A_{12} + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{2A_{66}} \right)} \quad (1.31)$$

$$R_K = \frac{K_t}{K_t^\infty} = \left\{ \frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{2R}{W} M \right)^6 K_t^\infty - 3 \left[1 - \left(\frac{2R}{W} M \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (1.32)$$

$$M^2 = \frac{\sqrt{1-8 \left[\frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3} - 1 \right]} - 1}{2(2R/W)^2} \quad (1.33)$$

- **Factor intensificación de tensiones:** Ortótropo (Analítica)

$$K_I = f_o f_w f_h \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \quad (1.34)$$

donde f_o es el factor de ortotropía del material dado por Suo en [3]:

$$f_o = 1 + 0.1(\rho - 1) - 0.016(\rho - 1)^2 + 0.002(\rho - 1)^3 \quad (1.35)$$

$$\rho = \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - \sqrt{\nu_{xy} \nu_{yx}} \quad (1.36)$$

1.1.8. Laminado anisótropo

Es el caso de mayor complejidad que se va a presentar, puesto que los efectos normales y tangenciales tendrán lugar, sin embargo despreciaremos la acción de las tensiones tangenciales acopladas. De manera general no existen expresiones analíticas para estos casos, así que habrá que recurrir al uso de elementos finitos.

- **Distribución de tensiones:** Anisótropa (FEM)

Se desarrolla un modelo de elementos finitos para conocer la distribución de tensiones a lo largo del eje x, e interpolando los valores hallados. Es interesante detonar que habrá que resolver un problema para cada ratio agujero-ancho, ya que el escalamiento del modelo no influye en la forma del perfil.

$$\hat{\sigma}_y(\zeta) = \sum_{i=0}^n c_i \zeta^i \quad \zeta = \frac{W_0}{W} x \quad (1.37)$$

- **Factor intensificación de tensiones:** Aproximación a ortótropo (Analítica)

Se utilizarán las expresiones desarrolladas en el caso de un laminado ortótropo.

1.4. Modos de fallo

Se considerarán dos modos de fallo asociados a los ensayos que se van a realizar teniendo en cuenta la tipología de la carga establecida, siendo el fallo por concentrador de tensiones el primero de ellos y el fallo por sección neta el otro. Ambos fallos son excluyentes entre sí, o se produce uno u el otro, no se considerarán efectos mixtos. A continuación se definen para su posterior visualización en los análisis experimentales.

1.1.9. Fallo por sección neta

Para que se produzca, las tensiones deben tener un espacio corto para su regularización y por tanto asemejarse a un perfil plano, además de no alcanzar una condición crítica para la aparición de una grieta en la misma. La sección neta transversal de la probeta alcanza en su totalidad un nivel de tensión igual a la resistencia a tracción del laminado, el fallo se produce de manera generalizada. Se asume este fallo como una verificación del criterio de máxima tensión en la sección neta.

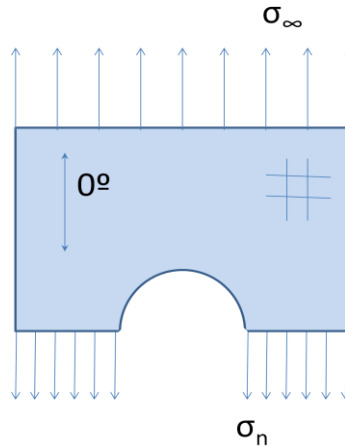


Figura 2-2. Modelo de sección neta.

Se puede establecer una relación entre la tensión a la que se somete la probeta en sus extremos con el valor promediado de la tensión en la sección neta, realizando un balance de fuerzas así se define así la tensión neta.

$$\sigma_n \leq X_T \quad (1.38)$$

$$(W - 2R) \cdot t \cdot \sigma_n = W \cdot t \cdot \sigma_\infty \quad (1.39)$$

$$\sigma_n = \frac{W}{W - 2R} \sigma_\infty \leq X_T \quad (1.40)$$

De manera clara se observa que no es más que la tensión en los extremos por un factor que magnifica dicha tensión para tener la neta. Depende únicamente de las características geométricas, sin entrar en las propiedades del material, en este paso se supone que los efectos normales y tangenciales se encuentran desacoplados (para el caso del laminado anisótropo es erróneo, por ello se toma esta hipótesis). Reescribiendo el criterio de máxima tensión en función de la tensión nominal se obtiene la expresión adimensional:

$$\sigma_\infty = \frac{W - 2R}{W} \sigma_n = \left(1 - \frac{2R}{W}\right) \sigma_n \quad (1.41)$$

$$\hat{\sigma}_\infty = \frac{\sigma_\infty}{X_T} = \left(1 - \frac{2R}{W}\right) \quad (1.42)$$

Este modo de fallo no está contemplado dentro de la formulación del problema, puesto que no aparece grieta alguna, al ser una ruptura generalizada. De esta manera, los valores experimentales para los mismos no tendrán su correspondiente aproximación teórica.

1.1.10. Fallo por concentrador

En este modo de fallo se espera que aparezca una grieta de manera espontánea acorde con los principios establecidos en la Mecánica de la Fractura Finita cuando se cumple el criterio acoplado, y produciéndose de manera casi inmediata una propagación inestable de la grieta que lleva a la ruptura total del material.

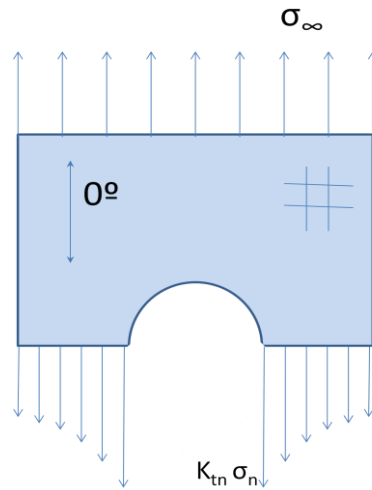


Figura 2-3. Modelo de concentrador.

El efecto en el perfil de tensiones por delante del agujero es el típico de un concentrador de tensiones que acentúa el perfil tendiendo el valor tensional al triple de su valor nominal, en el caso de materiales isotrópicos. Para otras configuraciones estos valores del concentrador K_t se mantienen cercanos a 3. Como antes se comentó al ser ambos fallos excluyentes, cuando uno de ellos se observe no habrá que estudiar el otro.

La definición del concentrador de tensiones tiene expresión para materiales ortótropos, esta será la que se utilice de aquí en adelante al aproximarse el laminado anisótropo a ortótropo. Teniendo esto en cuenta se define el valor del concentrador en la sección neta (1.43) siendo la referencia los apuntes de Bergsma en [4]:

$$K_{tn} = C_l \cdot K_t \quad (1.43)$$

donde C_l es el factor de conversión a nivel neto:

$$C_l = \frac{1}{3} \left(2 + \left(1 - \frac{2R}{W} \right)^3 \right) \quad (1.44)$$

donde K_t es la expresión analítica del concentrador para un material ortótropo:

$$K_t = 1 + \sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{E_y}{E_x} - \mu_{xy}} \right) + \frac{E_y}{G_{xy}}} \quad (1.45)$$

Una vez definido el valor de las tensiones por delante del agujero gracias al nivel de las tensiones, tomamos como criterio de fallo por concentrador el de máxima tensión aplicado en el fondo del agujero.

$$\sigma_{n(x=R)} = K_{tn} \sigma_n \leq X_T \quad (1.46)$$

Esta definición del criterio puede ser reescrita en función de los valores de tensión nominales usando el balance de fuerzas sobre la placa:

$$K_{tn} \frac{\sigma_{\infty}}{\left(1 - \frac{2R}{W}\right)} = X_T \quad (1.47)$$

Finalmente se obtiene una expresión analítica adimensionalizada para el criterio límite:

$$\hat{\sigma}_{\infty} = \frac{\sigma_{\infty}}{X_T} = \frac{\left(1 - \frac{2R}{W}\right)}{K_{tn}} = \frac{1}{K_{t\infty}} \quad (1.48)$$

1.1.11. Región de tensiones admisibles de fallo

Cada uno de los modos de fallos presentados responder a situaciones límites que pueden darse en los especímenes, por ello es de esperar que la mayoría de éstos se encuentren entre ambos. Por ello es resulta ilustrativo tener un esquema para ver de manera gráfica dichos modos. Se dibujan así los límites dados por los criterios de rotura:

- **Curva de sección neta:** Denominada como “*notch insensitive*”, se define para aquellas probetas en las que el concentrador de tensiones no ejerce efecto alguno en la rotura del material. Su expresión analítica viene dada por (1.42).
- **Curva de concentrador:** Denominada como “*notch sensitive*”, es el límite teórico definido para este modo de fallo en el que la rotura se produce en el fondo del agujero al cumplirse el criterio de máxima tensión (únicamente contemplando las tensiones normales en la dirección de aplicación de la carga). Dicha curva es función de las características elásticas del material siendo la expresión (1.48).

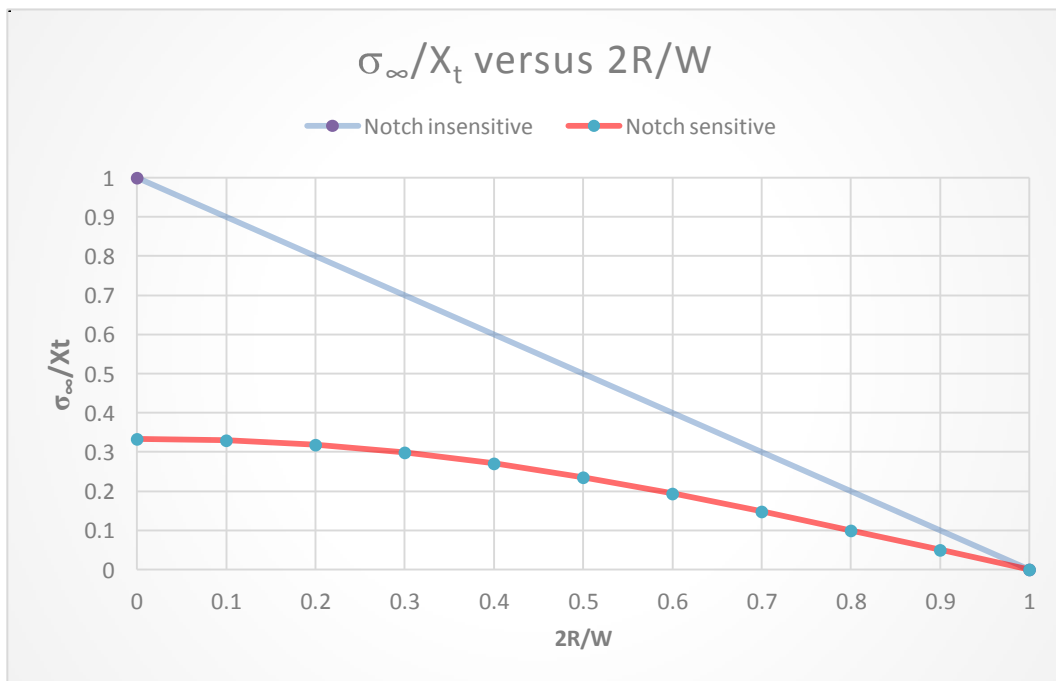


Figura 2-4. Región de tensiones de fallo para un material isótropo.

Siguiendo esta dinámica, se delimita una región de estados de tensiones de fallos posibles para las diferentes configuraciones de tamaño de agujero y ratios de los especímenes. Así todo punto debe encontrarse dentro de ésta región, según se acerque más a la curva del concentrador el modo de fallo habrá estado dominado en mayor medida por el mismo, lo que quiere decir una mayor sensibilidad a la entalla y viceversa para el caso contrario.

3 MATERIAL Y CARACTERIZACIÓN

Tell me and I forget, teach me and I may remember, involve me and I learn.

-Benjamin Franklin-

En esta sección se exponen los materiales que serán objeto de los ensayos, donde se medirán sus propiedades elásticas y de resistencia de manera directa o indirecta. Existen propiedades exigidas por el modelo que debido a la dificultad y coste de dichos ensayos así como a la falta de material, se supondrán que alcanzan el valor dado por la ficha técnica.

1.5. Ensayos y propiedades

El conjunto de propiedades requeridas abarca desde la resistencia a tracción del laminado hasta el módulo de cizalladura de una de las láminas que lo conforman, en la siguiente tabla se detallan las propiedades que se medirán y las que no.

Tabla 3-1. Propiedades

Nivel	Propiedad	Nombre	Tipo de medición
Lámina	E_{11}	Módulo de elasticidad en dirección de la fibra	Ficha técnica
	E_{22}	Módulo de elasticidad en dirección de la matriz	Ficha técnica
	ν_{12}	Coefficiente de Poisson	Ficha técnica
	G_{12}	Módulo de cizalladura	Ficha técnica
Laminado	X_t	Resistencia a tracción	Ensayo de tracción
	K_{Ic}	Tenacidad a fractura	Ensayo de fractura

Con el conocimiento de las propiedades elásticas de una lámina y la secuencia de apilado haciendo uso de la teoría general del laminado pueden calcularse las del laminado. Las propiedades de resistencia del mismo ya son medidas con ensayos específicos que serán detallados más adelante.

1.1.12. Laminado A

Se comienza la caracterización con un panel de dimensiones 700x650 cm, este primer laminado carecía de ficha técnica por lo que se hace necesario un estudio completo del mismo, tanto de propiedades de lámina como del laminado. Al desconocerse la procedencia del mismo se establecieron las siguientes pautas de análisis:

- **Determinación de la secuencia de apilado:** Para ello se tomó una muestra para calcinación en horno, y una segunda muestra para el estudio por microscopio óptico.
- **Propiedades elásticas del laminado:** Se somete a un ensayo de tracción según la norma AITM 10007, determinando su resistencia a tracción y módulo de elasticidad longitudinal.

1.1.12.1. Proceso para la determinación de la secuencia de apilado

Debido a la pérdida de la ficha técnica del material se tuvo que recurrir a este estudio del apilamiento de las láminas, para ello se siguieron dos vías complementarias, por un lado la calcinación en horno y por otro es estudio micrográfico a lo largo del espesor del laminado.

1) Calcinación en horno

El objeto de este ensayo es la eliminación de la matriz de resina epoxy, que como todo polímero termoestable tiene una temperatura de degradación, al alcanzarse niveles superiores a dicha temperatura desaparece la matriz del conjunto y pueden separarse las láminas con facilidad.

Se toma una muestra de panel de dimensiones reducidas en donde se definirá la dirección del cero, ésta es introducida en el horno (Figura 3-1) durante un periodo de 1 hora a 565°C, tiempo suficiente como para eliminar la resina completamente.



Figura 3-1. Horno.



Figura 3-2. Laminado calcinado.

Como resultado se obtiene la superposición de láminas (Figura 3-2), con ayuda de unas pinzas pueden separarse cada una de las capas y definir la secuencia de apilado del laminado (Figura 3-3).

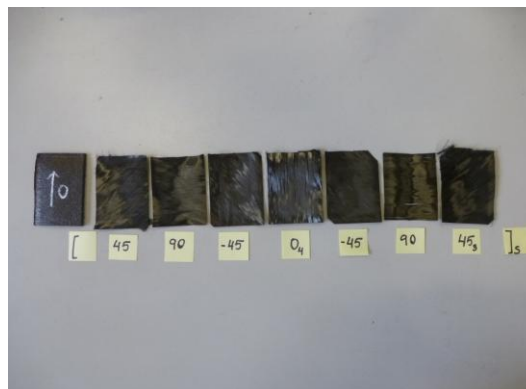


Figura 3-3. Secuencia de apilado.

Para ello primero ha sido necesario fijar una referencia de 0° y a partir de la misma definir un sentido para los ángulos positivos, tras esto se consiguió determinar la secuencia completa de apilado. Debe denotarse que muchas láminas se encontraban pegadas entre sí por lo que no estaba claro cuantas capas de una misma orientación había juntas, así que se tuvo que complementar con el estudio micrográfico.

2) Estudio micrográfico

El siguiente estudio se caracteriza por necesitar nada más que una pequeña cantidad de material, además de poder ver cuan buena ha sido el mojado de la matriz sobre las fibras. Pasa a ser un método complementario al de calcinación anteriormente explicado.

Se toma una pequeña muestra de panel (Figura 3-4), para un manejo cómodo de la misma, ésta es empastillada o embutida. Para ello se utiliza un preparado de resina acrílica (Figura 3-5), con proporciones doble de polvo por cada cazo de líquido, es removida y mezclada convenientemente y se deja en reposo durante 15min hasta que la mezcla cuaje.



Figura 3-4. Material a empastillar.



Figura 3-5. Resina acrílica.

Una vez empastillada la muestra se procede a la preparación de la superficie para ello utilizaran diferentes paños de desbaste (Figura 3-6) y una pulidora (Figura 3-7), se siguen los siguientes pasos:

1. Desbaste con lija #320 SiC, lubricante de agua durante 1 min.
2. Paño de lijado MD-Largo, lubricante de agua con suspensión de diamante 3 μ m durante 6min.
3. Paño de pulido MD-Dac, lubricante de agua con suspensión de diamante 3 μ m durante 5min.
4. Paño de pulido fino MD-Nap, lubricante MD-Nap B1 1 μ m durante aproximadamente 1min.

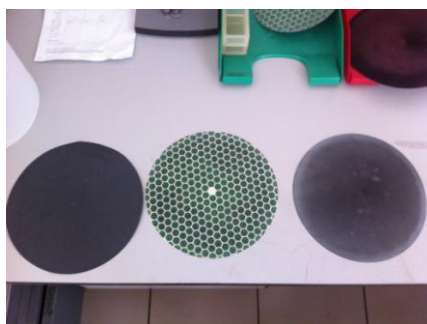


Figura 3-6. Paños de desbaste.



Figura 3-7. Equipo de pulido.

Finalmente la muestra está preparada para ser observada mediante el microscopio óptico, gracias a la adquisición de imágenes por ordenador se obtiene la siguiente macrografía del laminado (Figura 3-8):

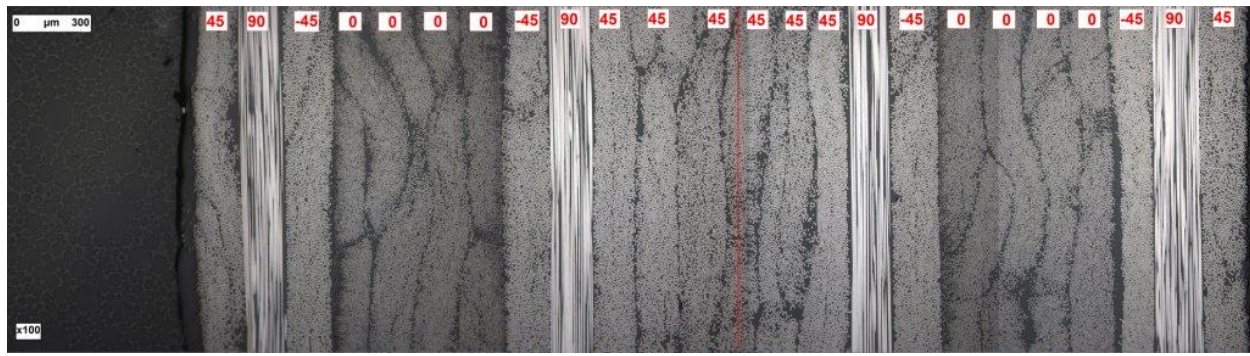


Figura 3-8. Micrografía de la secuencia de apilado del laminado A.

Aquellas láminas en dirección de 0° aparecerán con fibras formando circunferencias, en las de $\pm 45^\circ$ las fibras definirán elipses, y finalmente las de 90° serán fibras cortadas longitudinalmente. Con ello puede corroborarse la secuencia obtenida mediante la calcinación, y estudiar el espesor real de cada una de las láminas. En este caso no existe una gran cantidad de matriz entre láminas por lo que el espesor real y nominal son prácticamente iguales.

1.1.12.2. Determinación de las propiedades elásticas – Ensayo de tracción

Una vez en conocimiento del apilado del laminado, se somete a un ensayo de tracción según la norma AITM 10007, determinando su resistencia a tracción y módulo de elasticidad longitudinal. También se realizó un ensayo adicional para ver el orden de magnitud del módulo en dirección transversal.

Dadas las amplias dimensiones del panel se decide disminuir su tamaño para mejorar su traslado y posterior corte. Para el corte del material se emplea una sierra de disco refrigerada mediante agua, las medidas se toman con cinta métrica, para delimitar los cortes de mayor rango, regla y calibre, para el ajuste final.



Figura 3-9. Material de trabajo.



Figura 3-10. Mecanizado.

Se cortan 5 probetas de tamaño normalizado en la dirección del 0° , dichas probetas requerirán tablets o tacos de fibra de vidrio para mejorar la transmisión de la carga en la máquina de ensayos. Así que también se cortará fibra de vidrio, una vez todo el material esté preparado se añadirá adhesivo (polímero tal) que será curado en la prensa de platos calientes.



Figura 3-11. Fibra de vidrio.



Figura 3-12. Pegado de tacos.

Para la medida del módulo de elasticidad se requiere poner una banda extensométrica en dirección longitudinal para cada una de las probetas. El proceso a seguir es el siguiente:

1. Lijar la superficie donde se va a pegar.
2. Limpiar la superficie con alcohol.
3. Marcar la superficie con el calibre de altura.
4. Coger la banda con unas pinzas y pegarla con fiso para mejorar su correcta colocación.
5. Añadir el pegamento Z-30 sobre la superficie a pegar y presionar durante al menos 10s.
6. Soldar con estaño los cables a los contactos de la banda.

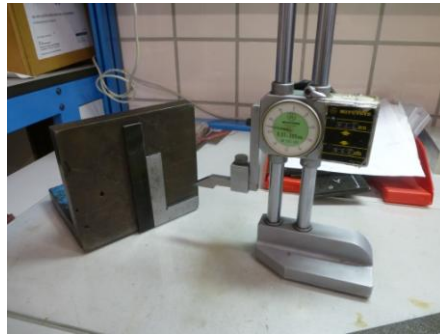


Figura 3-13. Calibre de altura.

Preparadas las probetas, éstas se cargan en la máquina de tracción, usando control en desplazamientos a una velocidad de 0.5mm/min, como es de esperar se produce una rotura explosiva propia de este tipo de materiales.



Figura 3-14. Probetas de tracción.

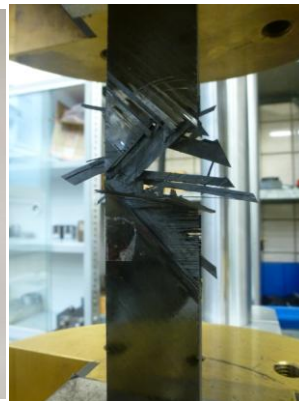


Figura 3-15. Rotura.

Los resultados de los ensayos se observan en las siguientes figuras 3-16 y 3-17, con la evolución del ensayo y los valores de las cargas críticas de fallo de cada probeta con la desviación estándar.

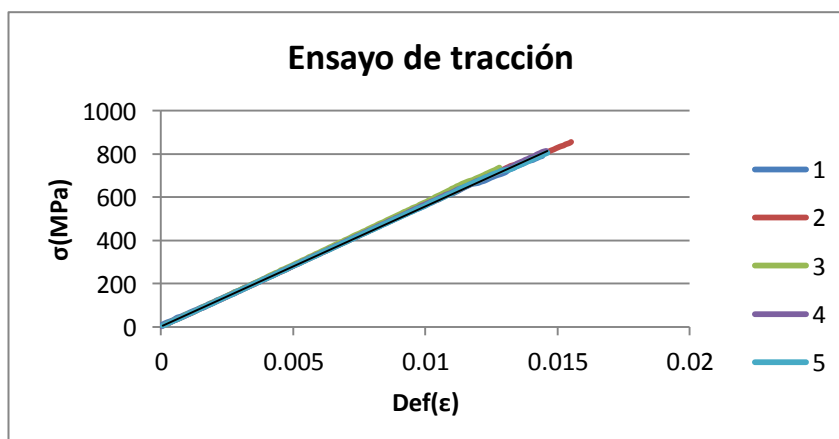


Figura 3-16. Curvas de ensayo del laminado A.

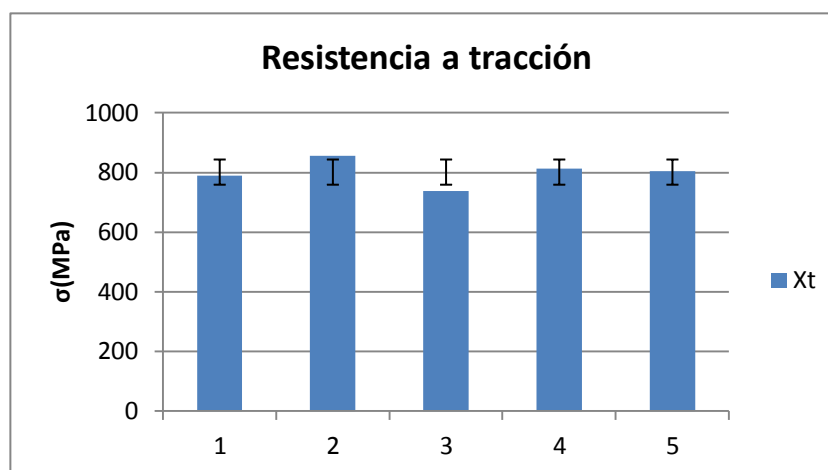


Figura 3-17. Barras de resistencia a tracción del laminado A.

La figura 3-17 muestra los valores de resistencia del laminado, es interesante hacer notar que el número 2 fue el único que rompió por la mitad de la probeta alcanzando el valor más alto de todos. El resto obtuvo valores menores con roturas en sus extremos.

En conclusión, por un lado se obtiene la secuencia de apilado y por otro la resistencia a tracción $X_t = 800.37$ MPa ($SD = 42.22$ MPa) y el módulo de elasticidad longitudinal $E_x = 56.08$ GPa ($SD = 1.16$ GPa) y transversal. Utilizando la teoría general del laminado se pueden calcular las propiedades de un laminado a partir de las de una lámina. Como se desconoce el tipo de material se ajusta buscando en la base de datos de láminas aquella que mejor se ajuste a los valores del ensayo de tracción, finalmente se obtiene que el material es AS4/8552 Grado B carbono-epoxy.

Se presenta pues un laminado simétrico de 24 capas, constituido por láminas de AS4/8552 Grado B carbono-epoxy unidireccionales con 0.184 mm de espesor nominal. La secuencia de apilado es $[-45/90/45/0_4/45/90/-45_3]_s$ teniendo un espesor nominal de 4.7 mm. La particular forma del apilado hace que el material tenga un comportamiento anisótropo sobre los ejes del problema.

Tabla 3-2. Propiedades material A

Nivel	Propiedad	Valor
Lámina	E_{11} (MPa)	135.0+/-15.0
	E_{22} (MPa)	10.0+/-1.2
	ν_{12}	0.3
	G_{12} (GPa)	5.0+/-1.5
Laminado	X_t (MPa)	804.80
	K_{Ic} (MPa $\sqrt{m}$)	45.71

Por otro lado, para la tenacidad a fractura del laminado, a día de hoy no existe una norma que defina un ensayo específico para medirla, así que tuvo que ser diseñado (apartado 1.6).

1.1.13. Laminado B

En este caso, se conocen las propiedades elásticas de las láminas y el apilado, por lo que no se requiere más que un ensayo de tracción para medir la resistencia a tracción y el ensayo para la tenacidad a fractura. Se ensayaron 3 probetas siguiendo la norma AITM 10007 y como resultado se obtuvo:

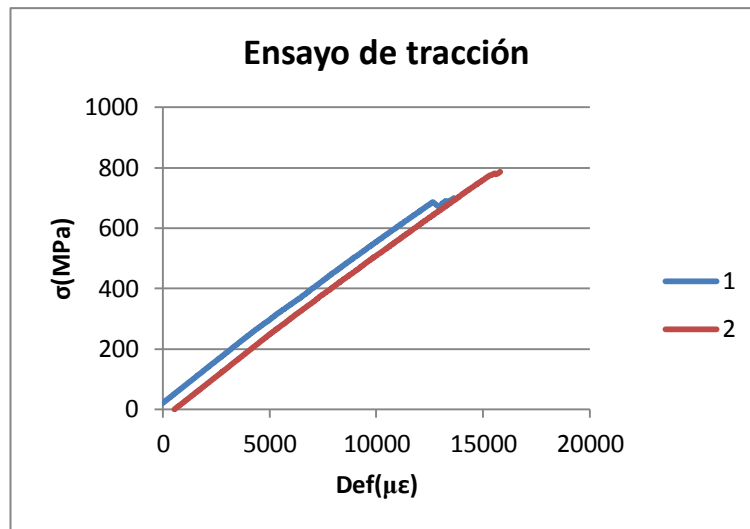


Figura 3-18. Curvas de ensayo del laminado B.

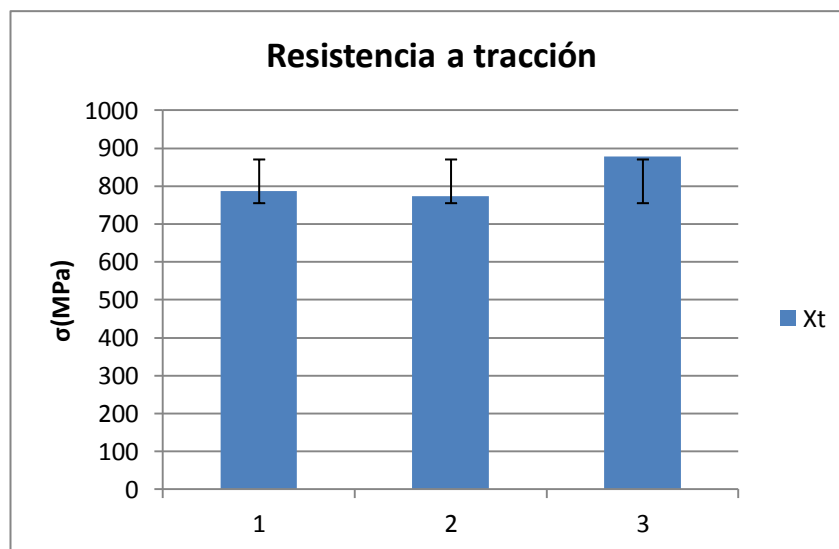


Figura 3-19. Barras de resistencia a tracción del laminado B.

Respecto del ensayo de tracción, la probeta 1 parece haberse resbalado justo cuando iba a llegar a la rotura, de manera parecida le ocurre a las número dos, esto pudiera deberse a una falta de agarre en las mordazas. Se obtiene por tanto un valor de resistencia media de $X_T=811.43$ MPa ($SD=57.67$ MPa) y el módulo de elasticidad longitudinal $E_x=52.25$ GPa ($SD=0.16$ GPa). Las características cuasisótropas del laminado hacen innecesario una determinación del módulo transversal pues coincide con el otro. Además, es apreciable una gran diferencia entre los dos primeros laminados y el tercero, lo que provoca una elevada desviación en la medida de la resistencia.

Se presenta un laminado simétrico de 24 capas formado por láminas de IMA/M21E Grado B carbono-epoxy unidireccionales con 0.192 mm de espesor nominal. La secuencia de apilado se define como $[45/0/-45/90]_s$ generando un laminado cuasisótropo con un espesor total real de 5 mm.

También se llevó a cabo un análisis micrográfico del panel para garantizar que la secuencia de apilado facilitada era la real del propio laminado. Se puede observar una muy buena definición de cada una de las capas de láminas a diferencia que en el laminado anterior donde unas se fundían con otras y hacían mas difícil su visualización.

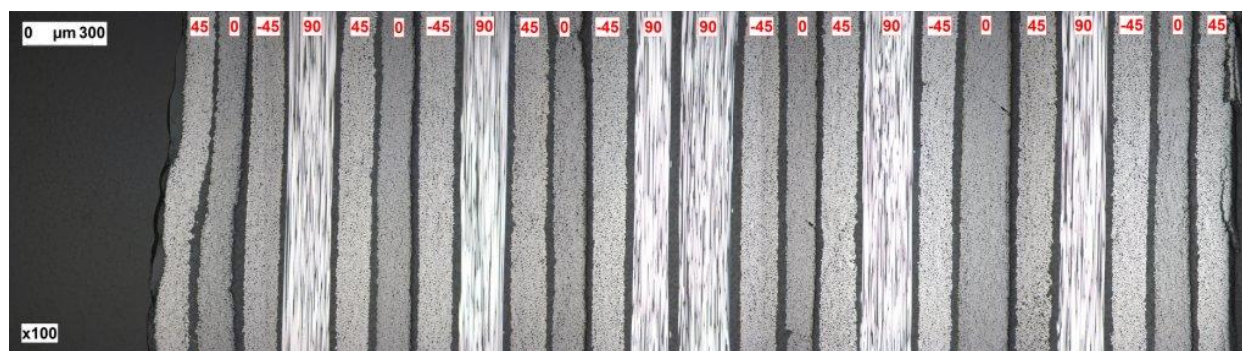


Figura 3-20. Micrografía de la secuencia de apilado del laminado B.

En la siguiente tabla 3-3 se resume el conjunto de propiedades medidas durante los ensayos, tanto de tracción como de tenacidad a fractura, que será expuesto en el siguiente apartado.

Tabla 3-3. Propiedades material B

Nivel	Propiedad	Valor
Lámina	E ₁₁ (MPa)	182.0+/-12.0
	E ₂₂ (MPa)	9.0+/-0.4
	ν ₁₂	0.3
	G ₁₂ (GPa)	5.4+/-0.4
Laminado	X _t (MPa)	811.43
	K _{Ic} (MPa√m)	54.25

1.6. Ensayo de tenacidad a fractura K_{Ic}

Actualmente no existe una norma que estandarice cómo se realiza la medida de la tenacidad a fractura intralaminar. Por ello se recurre a utilizar la teoría de los metales en conjunto con los enfoques propuestos por la Mecánica de la Fractura Finita y la Elástico-Lineal. Se desarrollan dos tipos de probetas para estudiar cual resulta más cómoda para la medida de la citada propiedad.

1.1.14. Middle tensión (MT) panel

Las características geométricas y de tipología de carga de la probeta middle tension (MT) panel se detallan en la figura 3-21, es de notable importancia el proceso de fabricación del laminado y la modelación de la probeta, tal y como se explicará más adelante.

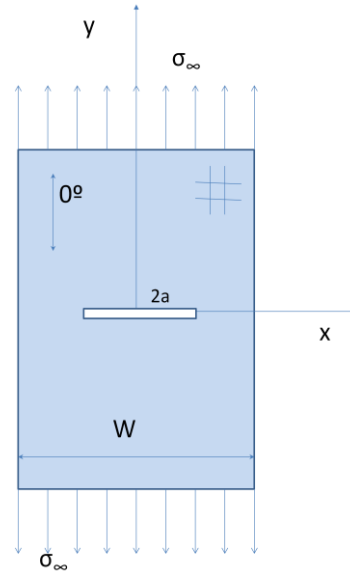


Figura 3-21. Esquema probeta MT.

1.1.14.1. Enfoque de la MFEL

Por un lado se estudia el enfoque clásico planteado por la Mecánica de la Fractura Elástico-Lineal con diversas aproximaciones las cuales llevarán a la medida más precisa, así se definen las siguientes expresiones para el factor de intensidad de tensiones:

- **Placa infinita:** Utilizando la expresión clásica del factor de intensidad de tensiones para una placa isótropa de tamaño finito con una grieta en su interior.

$$K_I = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} \quad (1.49)$$

- **Placa finita I:** Se considera ahora un factor de tamaño de factor finito para placa isótropa con una grieta en su interior F_w .

$$K_I = F_w \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} \quad (1.50)$$

donde el factor de tamaño finito F_w viene dado por [5]:

$$F_w = \frac{1 - 0.5(a/W) + 0.37(a/W)^2 - 0.044(a/W)^3}{\sqrt{1 - a/W}} \quad (1.51)$$

- **Placa finita II:** Teniendo en cuenta el tamaño finito de la placa, se añade un segundo factor aludiendo a la ortotropía del material f_o igualmente dado por [5]:

$$K_I = f_o F_w \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} \quad (1.52)$$

1.1.14.2. Enfoque de la MFF

Por otro lado, merece la pena utilizar la propuesta de la Mecánica de la Fractura Finita para la medida de la tenacidad a fractura, analizando el problema de una placa con una grieta central. Sea pues un problema análogo al básico, simplemente sustituyendo la geometría del concentrador pasando de agujero a grieta, esto lleva a un procedimiento similar de resolución. Una redefinición de la distribución de tensiones y del factor de intensificación.

- **Distribución de tensiones:** Solución de Westergaard (Analítica)

Usando la solución de la distribución de tensiones la propuesta por Westergaard para una grieta en una placa infinita, esto es admisible ya que el tamaño de la grieta respecto del ancho de la probeta es suficientemente grande. Además, según demostraron Barnet y Asaro en 1972 en [5], el perfil de tensiones a lo largo del camino de la grieta no depende de las características elásticas del material, por lo que resulta aplicable para cualquier tipo de laminado.

$$\sigma_y(x, y=0) = \frac{\sigma_\infty x}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (1.53)$$

- **Factor de intensificación:** Solución de Westergaard (Analítica)

Como factor de intensificación se utilizará el dado por la expresión (1.50) y (1.52) para mejorar el valor alcanzado. Conociendo la carga crítica de rotura σ_∞ y la resistencia del laminado X_t , el problema se soluciona para las incógnitas de longitud de grieta crítica l_c y tenacidad de fractura K_{Ic} .

Como resultado para ambos enfoques y aplicado a los dos laminados bajo estudio, se tiene la tabla 3-4 donde se resumen los planteamientos llevados a cabo para la medida de la propiedad:

Tabla 3-4. Tenacidad a fractura del laminado A con MT panel

K_{Ic}	Placa infinita	Placa finita I	Placa finita II	Placa finita III	Placa finita IV
Enfoque	Elastico-Lineal	Elastico-Lineal	Elastico-Lineal	Finita	Finita
Distribución de tensiones	-	-	-	Weestergard	Weestergard
Factor de intensidad	Isótropo	Isótropo	Ortótropo	Isótropo	Ortótropo
Valor (MPavm)	49.708	49.708	49.791	45.722	45.706

Se observa como era de espera que el enfoque elástico-lineal sobreestimara el valor de la tenacidad en comparación con el de mecánica finita, ya que este último contempla una modelado más a fondo del problema. La diferencia es del entorno del 9% la elástica-lineal respecto de la finita, que en la práctica podría considerarse admisible, donde esta diferencia ya ha sido observada por Camanho en [6].

Tabla 3-5. Tenacidad a fractura del laminado B con MT panel

K_{Ic}	Placa infinita	Placa finita I
Enfoque	Elastico-Lineal	Elastico-Lineal
Distribución de tensiones	-	-
Factor de intensidad	Isótropo	Isótropo
Valor (MPavm)	54.074	54.249

Para el laminado cuasisótropo sólo se planteó el valor de la MFEL ya que tanto el valor de MFF debe estar muy próximo y por tanto se admite como bueno es calculado así.

1.1.14.3. Proceso de fabricación de la probeta MT

Para la creación de una grieta dentro del propio espécimen lo más sencillo sería antes del proceso de curado realizar los cortes sobre el prepreg e introducir otro material que mantenga la forma de la grieta, así durante el curado en el autoclave las probetas adquieren la forma deseada.

Este camino no puede seguirse ya que se tiene un panel curado, por ello se perforó el material con un escariador para carbono de 2.5mm de diámetro el más pequeño posible y a partir de ahí se hizo el recrecimiento de la grieta usando una sierra de marquetería. Se trata de un proceso manual que requiere gran pericia para tener alineadas las dos grietas sobre la misma recta, además de la misma longitud cada una. En las figuras 3-22 y 3-23 se tiene un detalle del agujero practicado sobre el laminado A, donde se logró una longitud de grieta efectiva de $2a=3.015\text{mm}$ (medida mediante microscopía óptica).

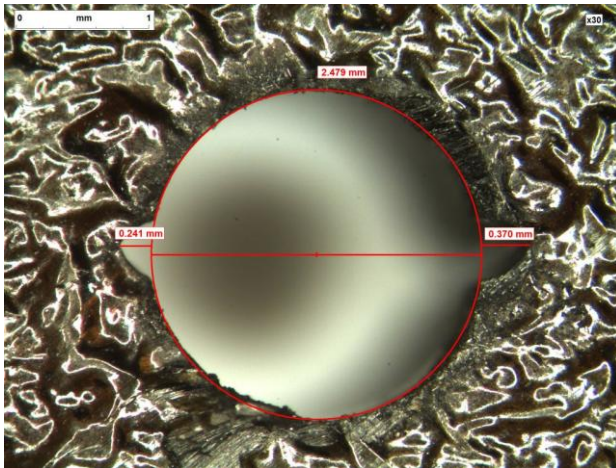


Figura 3-22. Agujero-entalla laminado A.

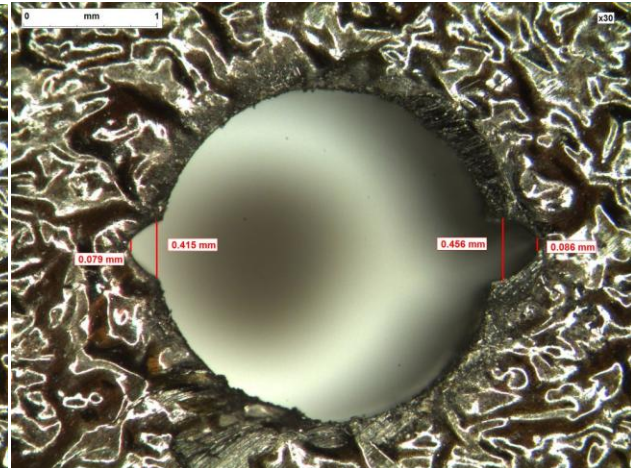


Figura 3-23. Agujero-entalla laminado A.(II)

Las características reales del acabado de la probeta hacen que lo modelado en la formulación como una grieta sea más parecido a un concentrador por lo que aumenta el valor de la carga necesaria para producir la rotura y por tanto también aumenta el de la tenacidad a fractura, sobreestimándose su valor. Además del la forma del fondo de la grieta también habría que tener en cuenta la presencia del agujero y su efecto sobre el perfil de tensiones puesto que ya no sería el propuesto por Weestergard.

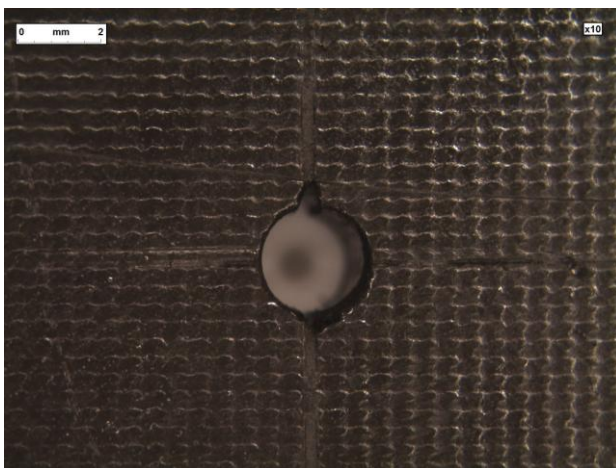


Figura 3-24. Agujero-entalla laminado B.



Figura 3-25. Agujero-entalla laminado B.(II)

Por otra parte, debe a su vez garantizarse un frente plano de la grieta, esto se ve las micrografías de la figura 3-24 y 3-25, donde el corte se ve que ha sido claramente realizado a lo largo del espesor, éstas han sido realizadas sobre la probeta del laminado B. En este caso la longitud efectiva de grieta es de $2a=4.002\text{mm}$. Una muy buena medida de esta propiedad es fundamental para que las predicciones sean lo más precisas posible.

1.1.14.4. Rotura de la probeta MT

También es de interés analizar como se ha producido el fallo en la probeta, en este caso puede admitirse que se produjo a lo largo de la dirección de estudio, por lo que la medida de la tensión última de fallo es buena como se muestra en la figura 3-26. Esto no quiere decir que el posterior tratamiento de dicha información conduzca a una buena medida de la tenacidad a la fractura del material.

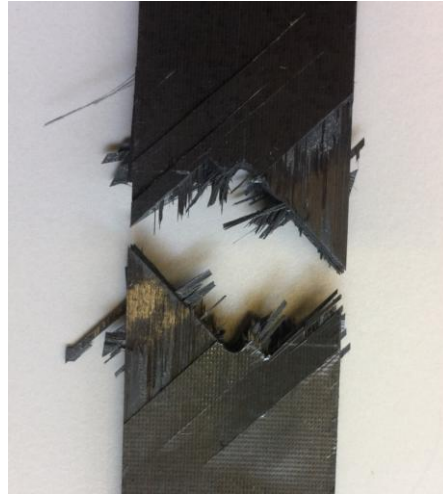


Figura 3-26. Rotura de la probeta MT para el laminado B.

1.1.15. Double edge notched tension (DENT) panel

Un segundo tipo de ensayo para la medida de la tenacidad a fractura se ha basado en el uso de una probeta double edge notched tension (DENT) panel, y se utilizará solamente la Mecánica de la Fractura Elástico-lineal para su medida.

Las características geométricas de la probeta de doble entalla son las mostradas en la siguiente figura 3-27, en la que a ambos lados de los extremos del borde se observan indentaciones simétricas.

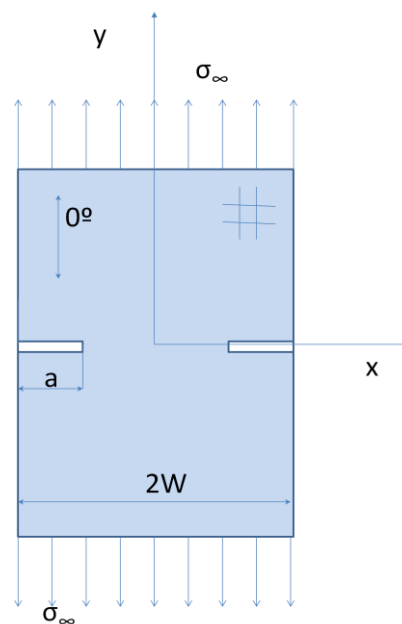


Figura 3-27. Esquema probeta DENT.

Para el cálculo de dicha propiedad se utilizará la expresión del factor de intensidad de tensiones propio de los metales para probetas con estas características donde el conocimiento de sus propiedades geométricas y carga

de fallo pueden determinar de manera directa el valor de la tenacidad a fractura del material. De la expresión clásica se tiene:

$$K_I = f\left(\frac{a}{W}\right) \cdot \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} \quad (1.54)$$

donde el factor de forma f viene dado por Tada et al. [4]:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{1 - \frac{a}{W}}} \left[1.122 - 0.561\left(\frac{a}{W}\right) - 0.205\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.471\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 0.190\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right] \quad (1.55)$$

Resulta un cálculo sencillo e inmediato del que se obtuvo para una profundidad de grieta $a=3.5\text{mm}$ y un ancho de probeta $2W=25\text{mm}$ un valor de la tenacidad a fractura de 69.375 MPavm . Todo para una tensión de fallo determinada por el ensayo a carga última de la probeta de valor 586.02 MPa .

Tabla 3-6. Comparación de tenacidad según probeta del laminado B

K_{Ic}	Placa finita I	Placa finita I
Probeta	MT	DENT
Enfoque	Elastico-Lineal	Elastico-Lineal
Factor de intensidad	Isótropo	Isótropo
Valor (MPavm)	54.074	69.375

Se admite una elevada discrepancia de valores según el tipo de probeta utilizada para el ensayo, en este caso la probeta no rompió de la manera buscada falseándose la medida, así se decide utilizar el valor de la MT.

1.1.15.1. Proceso de fabricación de la probeta DENT

Se toma una probeta de tamaño estandarizado como las utilizadas en las campañas de ensayo, de tal manera que se garanticen la regularización de tensiones. Las medidas deseadas son de $2W=25 \text{ mm}$ y $a=3.5 \text{ mm}$, una vez en poder de la probeta para iniciar la entalla se utiliza la fresadora, colocando la probeta a 45° y utilizando una broca recta tal y como se ve en la figura 3-29.



Figura 3-28. Fresadora.



Figura 3-29. Indentación.

Con esto se logra crear una primera indentación para posteriormente de manera manual profundizar con una sierra de marquetería intentando garantizar que ambas perforaciones se mantengan dentro de la misma recta. Se puede observar tanto en la figura 3-30 como en la 3-31 con más detalle el acabado final de la probeta.



Figura 3-30. *Probeta DENT.*

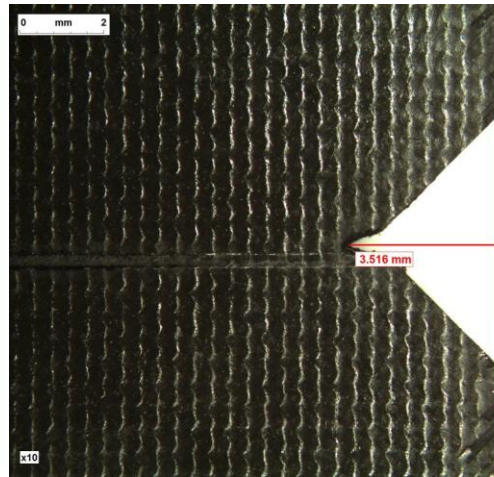


Figura 3-31. *Detalle entalla DENT.*

Como se ha comentado anteriormente, el acabado de la pieza, la forma real de la grieta no se asemeja mucho a la de una real, es por esto que se espera un valor sobrestimado de la medida. Además si a esto se añade que la rotura no se produjo de manera limpia por la indentación, el resultado no es aceptable para su uso.

1.1.15.2. Rotura de la probeta DENT

Para este caso la forma del fallo no ha sido la esperada, no habiéndose producido una propagación de la grieta en la dirección perpendicular a la dirección de la carga. Parece que el material no ha sido consciente de la presencia de este concentrador así lo muestra la figura 3-32.



Figura 3-32. *Rotura de la probeta DENT para el laminado A.*

4 ENSAYOS

Live as you were to die tomorrow. Learn as if you were to live forever.

-Mahatma Gandhi-

Para validar la forma en la que se aborda el problema de la determinación de la carga de fallo de una placa con agujero se hace necesario tener valores con los que comparar. Siguiendo esta dinámica cada uno de los laminados con un tamaño de agujero particular y ratio agujero-ancho dado son sometidos a una situación de carga uniaxial, donde se elucidará el efecto del tamaño y el aspecto sobre la carga de fallo. El modo de fallo y la forma de la rotura serán también analizados, la forma en la que se produce la grieta, el camino que recorre, si se producen o no desviaciones. Es también objeto de estudio el proceso de preparación de las probetas para el ensayo. Como fin último se busca a una ecuación empírica para dichos fenómenos.

1.7. Campañas de ensayos

Para cada uno de los laminados propuestos, se realizará una campaña de ensayos distinta, en función del material disponible. Las probetas tendrán unas dimensiones normalizadas según las siguientes figuras:

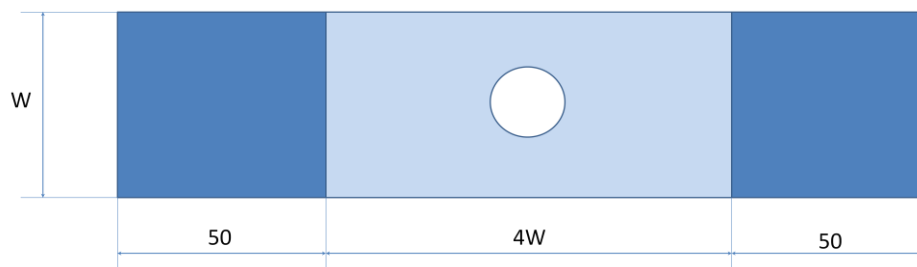


Figura 4-1. Esquema del tamaño y zona de agarre de la probeta.

Se tiene en cuenta dejar una longitud libre del entorno de cuatro veces el ancho para garantizar la regularización de las tensiones a lo largo del eje del agujero. De aquí en adelante se diferenciarán dos campañas de ensayos, la campaña A para el laminado A y la campaña B para el B.

1.1.16. Campaña A

Se fijan tres valores de ratios ancho-agujero (también llamado relación de aspecto o factor geométrico) que serán $W/2R=2, 5$ y 10 , es de esperar que un aumento de dicho valor lleve aparejado el aumento de tamaño de las probetas al aumentar el valor de los agujeros. Como diámetros de agujero se toma un abanico de cinco valores lo más equidistantes siendo $2R=2\text{mm}, 4,15\text{mm}, 6\text{mm}, 8\text{mm}$ y 10mm . Se tomarán tres probetas por cada combinación de tamaño de agujero y factor geométrico.

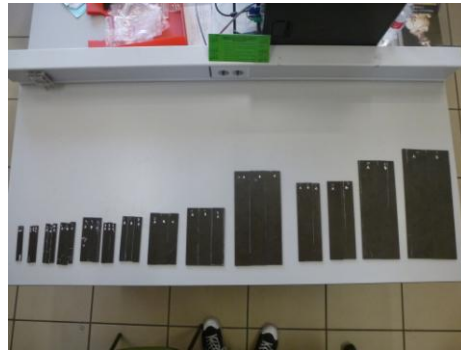


Figura 4-2. Campaña de ensayos A.

Como puede observarse para el ratio $W/2R=10$ sólo se han ensayado dos probetas de cada tipo debido a las limitaciones por la falta de material.

1.1.17. Campaña B

Se fijan dos valores de ratios ancho-agujero (también llamado relación de aspecto o factor geométrico) que serán $W/2R=2$ y 4, es de esperar que un aumento de dicho valor lleve aparejado el aumento de tamaño de las probetas al aumentar el valor de los agujeros. Como diámetros de agujero se toma un abanico de cinco valores lo más equidistantes siendo $2R=2\text{mm}$, 4,15mm, 6mm, 8mm y 10mm. Se tomarán dos probetas por cada combinación de tamaño de agujero y factor geométrico.

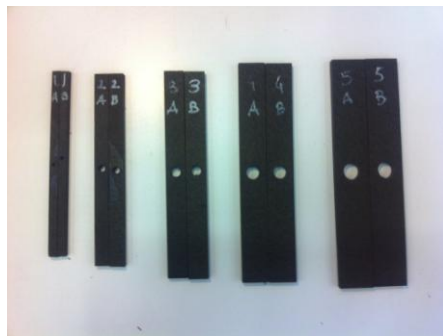


Figura 4-3. Campaña de ensayos B.

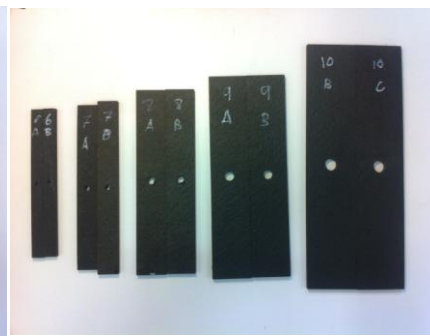


Figura 4-4. Campaña de ensayos B. (II)

1.8. Preparación de ensayos

Para llevar a cabo los ensayos se requiere en primera instancia conocer entorno a que fuerza última soportan las probetas para seleccionar la máquina apropiada. Dado el espesor de las mismas, en ambas campañas, como sus dimensiones, se decide utilizar la máquina dinámina de 250kN. Para preparar la máquina para un ensayo debe realizarse:

- Colocación de las mordazas para espesores 1-12mm.
- Encendido del grupo hidráulico y refrigerador.
- Conexión y calibración de caja de bandas.
- Conexión de la consola y ordenador.
- Activar ejecutable de LabView y controlador de la consola.

Una vez que se tiene todo listo se procede a centrar la probeta sobre las mordazas, es denotable que dichas probetas carecen de tabs ya que las mordazas tienen capacidad suficiente como para evitar que las probetas resbalen. Las probetas se colocan de tal manera que se evite introducir un flector por mala colocación, giro de la cabeza superior sobre la inferior, y se alinean en el centro de manera colineal con el eje de carga. Estas precauciones deben de tomarse para conseguir que el ensayo sea del todo satisfactorio. Cerrada las mordazas y colocada la probeta de ensayo, se procede a someter la probeta a un ensayo de carga última, no se requiere una preparación especial de las probetas, siquiera el uso de extensómetros. Siendo las condiciones de ensayo de 22°C, 50% de humedad y una velocidad de carga para el control en desplazamiento de 0.5mm/min.

1.9. Resultados experimentales

Para el análisis de los resultados se opta por realizar una discriminación y eliminación de aquellos valores que se salgan de la tendencia del conjunto de especímenes. Una vez conocida la fuerza última que soporta cada probeta, se toma un valor promedio del ancho y del espesor del mismo para calcular la carga última nominal de fallo, dicha carga está referenciada a los extremos de la misma.

- **Determinación del modo de fallo:** Aplicación del criterio de máxima tensión en la sección neta.

$$\sigma_n \leq X_T \rightarrow \sigma_n / X_T \leq 1 \quad (1.56)$$

Si dicho criterio se cumple, se entenderá que el fallo en el laminado ha sido motivado por sección neta y por tanto no ha aparecido ninguna grieta por efecto del concentrador. En el caso de que dicho cociente sea menor a la unidad se asigna el fallo al efecto del concentrador, y por ello a la aparición de la grieta, de otra manera será fallo por sección neta.

1.1.18. Laminado A

En la siguiente tabla-resumen se detalla el número identificativo del espécimen a analizar, su relación de aspecto y tamaño de agujero, tanto la tensión nominal crítica como la tensión neta, además se incluye el valor crítico adimensionalizado con la resistencia del laminado. Las dos últimas columnas hacen referencia al modo de fallo siendo la primera la aplicación del criterio de máxima tensión para la sección neta, en caso de no cumplirse, el fallo será por el concentrador y viceversa. Se desarrolla para ambas campañas de ensayo.

Tabla 4-1. Ensayos laminado A

Especimen	W/2R	2R(mm)	σ_∞ (MPa)	σ_n (MPa)	σ_∞/X_t	σ_n/X_t	Modo de fallo
1	2	2.5	346.89	673.98	0.43	0.84	Concentrador
2	2	4.15	276.35	549.96	0.34	0.68	Concentrador
3	2	6	280.71	555.76	0.35	0.69	Concentrador
4	2	8	269.52	533.17	0.33	0.66	Concentrador
5	2	10	287.99	574.05	0.36	0.71	Concentrador
6	5	2.5	483.74	603.37	0.60	0.75	Concentrador
7	5	4.15	483.18	603.67	0.60	0.75	Concentrador
8	5	6	446.78	557.91	0.56	0.69	Concentrador
9	5	8	504.02	629.83	0.63	0.78	Concentrador
10	5	10	442.32	552.64	0.55	0.69	Concentrador
11	10	2.5	577.82	641.59	0.72	0.80	Concentrador
12	10	4.15	558.72	620.66	0.69	0.77	Concentrador
13	10	6	510.31	566.97	0.63	0.70	Concentrador
14	10	8	495.90	550.86	0.62	0.68	Concentrador

Una vez obtenido los valores experimentales, se procede a identificar los efectos de tamaño y relación de aspecto o geométrico así como trasladar una breve explicación sobre su origen. Para una mejor visualización de los datos se exponen los siguientes gráficos, en los mismos aparecen cada uno de los ensayos realizados, es decir, todos los valores obtenidos en la campaña, por lo que los que aparecen en la tabla anterior son la media de los mismos para cada uno de los especímenes.

En primer lugar, es denotable observar que para un valor fijado del ratio ancho-agujero, un aumento del tamaño del agujero produce una disminución de la resistencia última, a lo que se denominará efecto de tamaño. Este efecto puede explicarse a través del criterio acoplado, se desarrollará una explicación exhaustiva en los siguientes apartados relativos al cálculo numérico.

Mientras el ratio sea menor los efectos de tamaño son más difíciles de observar pues entrar en juego microdaños dentro del material que pueden ser la causa de la elevada dispersión en los valores.

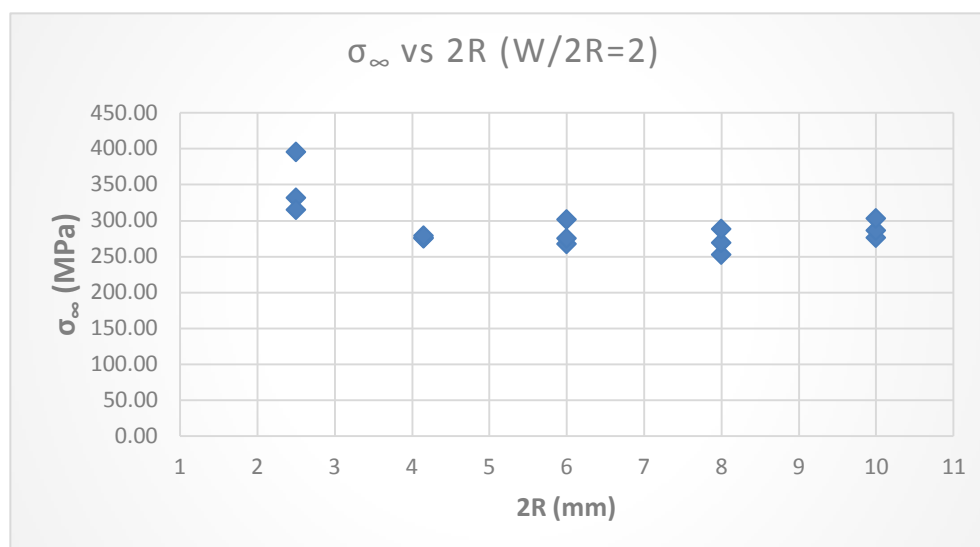


Figura 4-5. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=2$ para el laminado anisótropo A.

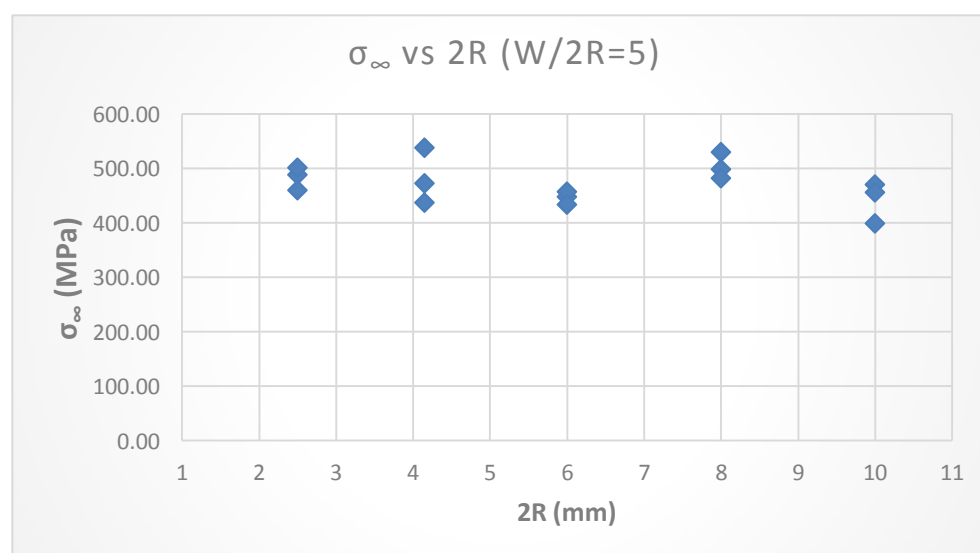


Figura 4-6. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=5$ para el laminado anisótropo A.

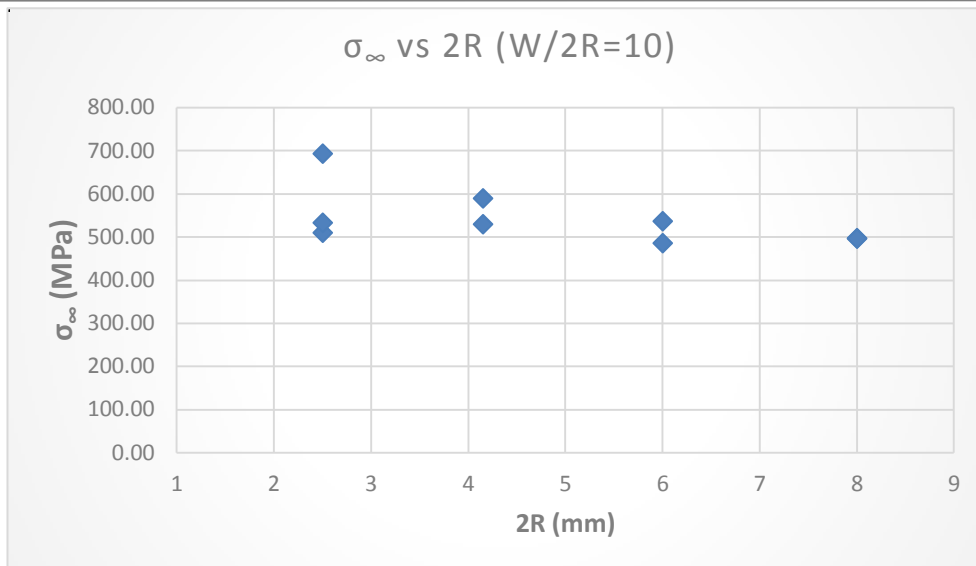


Figura 4-7. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=10$ para el laminado anisótropo A.

En segundo lugar, el efecto de la geometría, retomando los valores medios de rotura para cada tipo de espécimen y resumiendo la campaña en la siguiente gráfica:

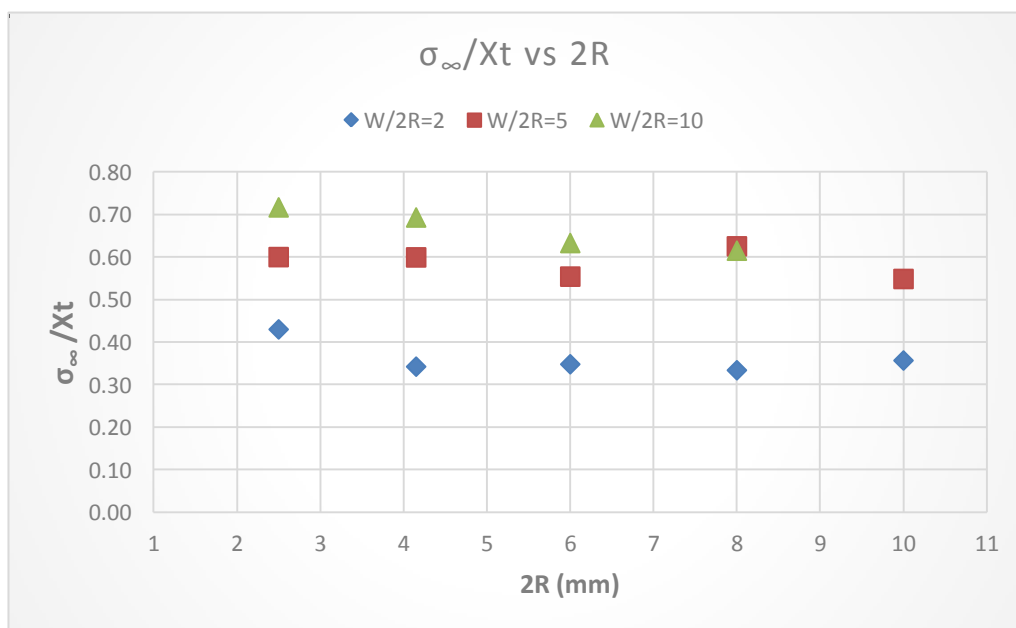


Figura 4-8. Valores medios de las evoluciones de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para ratios $W/2R=2, 5$ y 10 en el laminado anisótropo A.

Dicho efecto se explica con que una disminución del ratio reduce la distancia libre media que tienen las tensiones para regularizarse al estar el ancho total de la probeta fijado, por tanto el perfil a lo largo del mismo resulta suave, estando sometidas a elevadas tensiones toda la zona. Esto encamina a pensar que para un tamaño dado la rotura de la probeta deja de producirse por efecto del concentrador y se produce por sección neta.

Para tener una mejor apreciación del efecto de la sensibilidad al concentrador que tiene el laminado o mejor dicho su tendencia a romper por efecto del concentrador en contraposición con el de tensión neta, es de interés retomar la idea de la región de tensiones admisibles de fallo, y superponer los ensayos en la misma. Siguiendo la definición de las curvas de sensibilidad se obtiene:

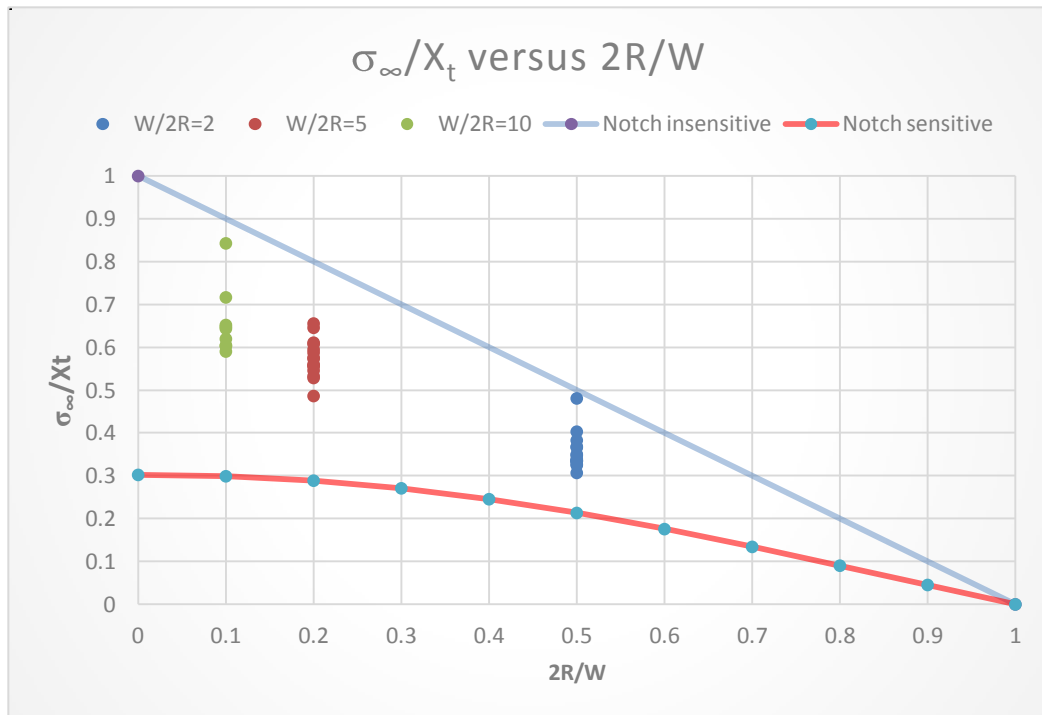


Figura 4-9. Región de tensiones últimas para el laminado anisótropo A.

Como era de esperar todos los puntos caen dentro de la región definida por las curvas, produciéndose una mayor concentración de los mismos conforme el ratio $W/2R$ disminuye. Un aumento del tamaño del agujero para un ratio dado va reduciendo de manera progresiva el valor de carga crítica del material, ahora bien, puede verse que este efecto aumenta o reduce en función del ratio de dicho agujero, siendo más intenso para ratios altos ($W/2R=10$).

1.1.18.1. Examen de las superficies de rotura

Para abarcar una mayor comprensión física del problema es necesario un estudio del modo real de fallo del laminado, del que se puede afirmar que está gobernado principalmente por su secuencia de apilado. La aparición de la grieta y su posterior propagación por el material son sumo interés para elucidar los efectos que pueden no haberse tenido en cuenta en el modelado del problema.

Dicho análisis se realiza de manera pormenorizada en cada espécimen, habiéndose seleccionado aquellos que resultan representativos del daño practicado para cada ratio ancho-agujero. Para un laminado es difícil definir lo que supone una grieta que atraviesa al conjunto, al ser éste un material heterogéneo.

Conforme a la realización del ensayo, todas las roturas fueron explosivas, saltando partes de laminado por todos lados. Lo que delata una gran liberación de energía por parte del espécimen que es liberada en forma de ondas sonoras, además no se apreciaron efectos de calentamiento.

Ratio 10

Como probeta de examen, se ha escogido la número 14, con $2R=8\text{mm}$ y $W=80\text{mm}$ (Figura 4-10). Estudiando el camino realizado por la grieta, se observa que hay una propagación del entorno de 4-5mm a lo largo del eje de estudio, distancia a partir de la cual la misma sufre una desviación de 45° hasta alcanzar los extremos. Este hecho hace pensar en la existencia de un modo mixto de fallo de acuerdo a las características elásticas del propio laminado que contaba con un elevado número de láminas en dicha orientación.



Figura 4-10. Superficie de rotura para ratio 10 del laminado A.

En la resolución por elementos finitos, se observa como existía una cierta desviación en los máximos puntos de tensión normal en la periferia del agujero, del entorno de los $5-10^\circ$ por lo que no es descabellado pensar que conforme la grieta se propagara este efecto de la anisotropía aparejado con el camino que opone menor resistencia para modo I llevara a la desviación de la grieta.

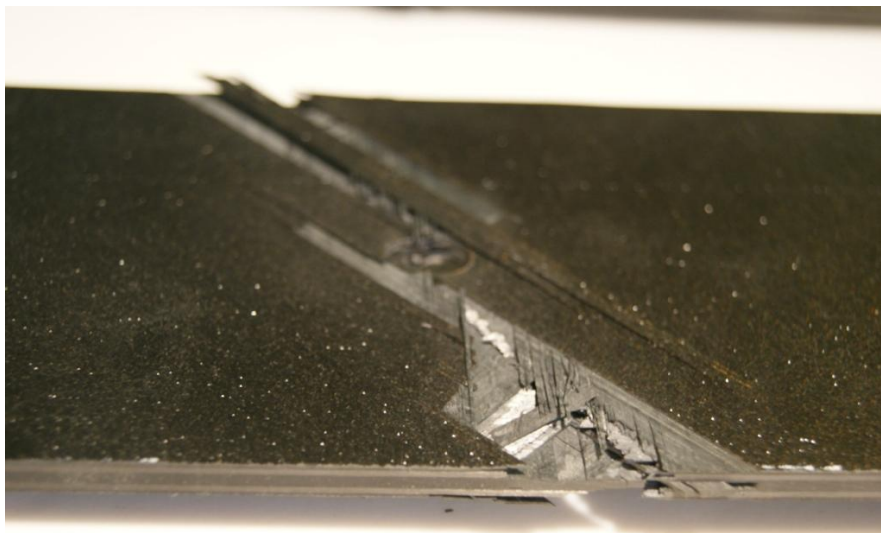


Figura 4-11. Superficie de rotura para ratio 10 del laminado A. (II).

En la figura 4-11 se elucida de manera clara cómo la grieta ha progresado a lo largo de la matriz de láminas de 45° , y mediante otro tipos de rotura por el resto de las láminas, al ser predominantes éstas han controlado el fallo final del laminado.

Ratio 5

Como espécimen de análisis representativo se escoge el número 9 con $2R=8\text{mm}$ y $W=40\text{mm}$. De manera análoga al ratio estudiado anteriormete la rotura parece no haber cambiado, eso sí, el camino libre que tienen la grieta para propagarse es menor y por tanto los efectos del desvío de la misma a primera vista parecen ser menos. Sin embargo éstos existen y están ahí como muestra la figura 4-12.



Figura 4-12. Superficie de rotura para ratio 5 del laminado A.

La forma en la que se origina la grieta, en qué lámina aparece como tal y la dirección que adopta resulta ser la esencia del problema. En este caso la gran concentración de láminas a 45° en el seno del material parecen llevar a que la grieta aperece en las mismas a través de la matriz separando las fibras, es de esperar ya que será el camino que menos resistencia aporte a la aparición y propagación de la misma.



Figura 4-13. Superficie de rotura para ratio 5 del laminado A. (II)

Dicho quede también que una vez que la grieta tiene su aparición el resto de láminas en distintas orientaciones pueden tener un efecto en contra de la propagación de la misma al impedirle que se propagara por dichas láminas de 45° al estar unas unidas a las otras aumentando la tenacidad base que tuvieren las mismas. Así también sería muy útil conocer cuál es la tenacidad a fractura en modo I y II de una lámina en su dirección transversal, ya que parece clara la existencia de un modo mixto de fallo. Y que estuviera más controlado por el modo II que por el I como la forma del daño y la tipología de carga hacen pensar la complejidad que alcanza el problema.

Ratio 2

Como espécimen de análisis representativo se escoge el número 5, con $2R=10\text{mm}$ y $W=20\text{mm}$. Hay que hacer notar que la rotura de estas probetas no fue tan explosiva como las otras, de acuerdo a su reducido tamaño y a la escasa sección de fallo que tienen. Éstas no sufrieron una separación apreciable como para observar que el espécimen se encontrase dañado por efecto de un ensayo de carga, así se ve en la figura 4-14.

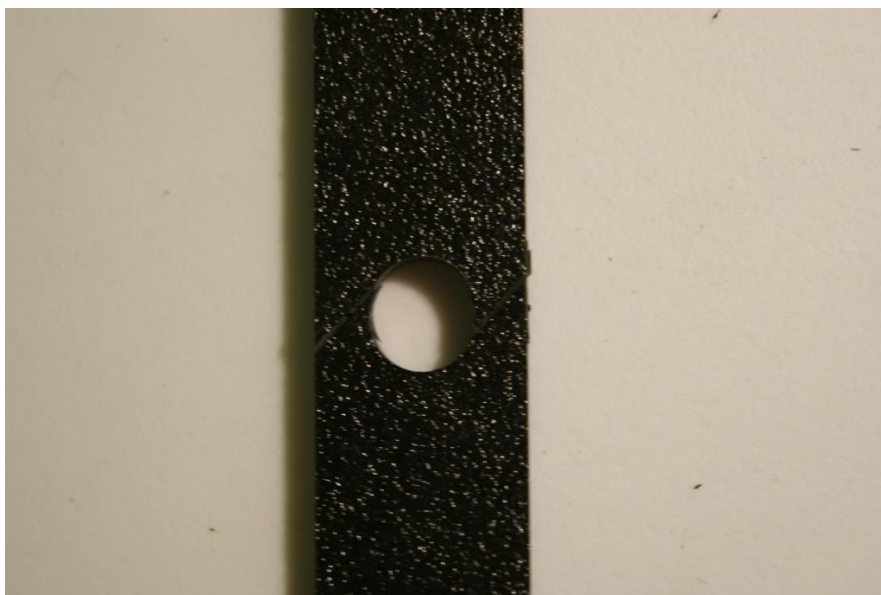


Figura 4-14. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado A.

La desviación sufrida por la grieta no resulta apreciable a simple vista, sin embargo para la figura 4-15 se puede ver cómo se ha producido una rotura por varias zonas siendo la más llamativa la de la sección central con láminas de 45° en las que el fallo se ha producido directamente por la matriz sin esperar a los efectos del concentrador.

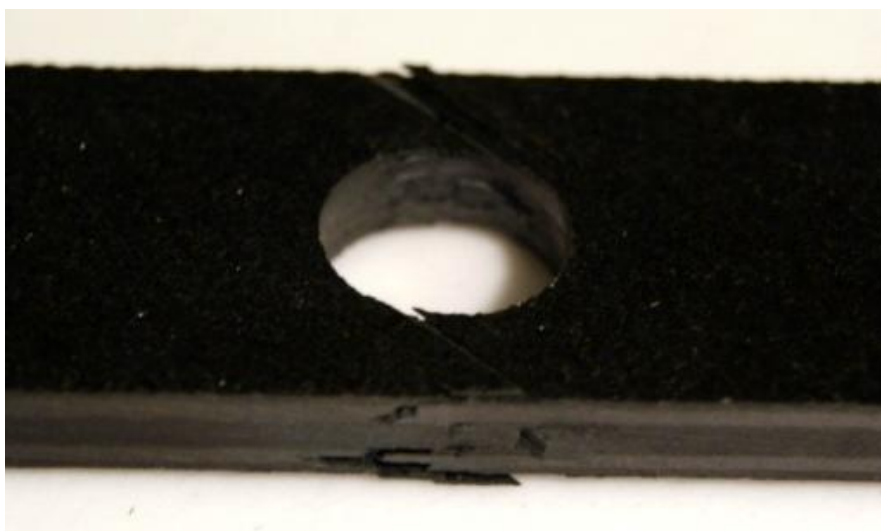


Figura 4-15. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado A. (II)

Esto lleva a pensar que el daño del material pudiera estar promovido por efecto de las tensiones tangenciales en dicha láminas produciendo una rotura de la matriz por el crecimiento de una grieta en modo II. Habiendo aparecido la grieta de manera espontánea en el seno de dichas láminas a 45° y con un modo de apertura distinto al esperado.

1.1.19. Laminado B

Retomando la campaña del laminado cuasisótropo se procede de manera idéntica en la presentación de los resultados experimentales obtenidos. Estando en primer lugar la tabla con la determinación de los modos de fallo en cada espécimen.

Tabla 4-2. Ensayos laminado B

Espécimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_n (MPa)	σ_{∞}/X_t	σ_n/X_t	Modo de fallo
1	2	2.5	443.92	890.48	0.55	1.10	Sección neta
2	2	4.15	423.51	829.00	0.52	1.02	Sección neta
3	2	6	447.68	893.11	0.55	1.10	Sección neta
4	2	8	397.47	791.36	0.49	0.98	Sección neta*
5	2	10	420.54	831.61	0.52	1.02	Sección neta
6	4	2.5	728.82	968.69	0.90	1.19	Sección neta
7	4	4.15	558.35	739.83	0.69	0.91	Concentrador
8	4	6	490.70	649.39	0.60	0.80	Concentrador
9	4	8	466.71	617.26	0.58	0.76	Concentrador
10	4	10	464.69	617.37	0.57	0.76	Concentrador

Visualizando los valores adimensionales de la tensión neta, se observa que hay ciertos valores que superan la unidad, esto puede achacarse a la dispersión del valor de la resistencia a tracción del laminado. Es más, para el espécimen 4* se observa que casi alcanza el valor unidad y se asigna sección neta puesto que resulta coherente por los fallos vistos dentro de su laminados semejantes en ratio. Con esto podría definirse un rango de incertidumbre en la determinación del modo de fallo que pudiera alcanzarse por valores muy cercanos a la unidad, motivado por la variabilidad de la resistencia a tracción.

A continuación, se exponen los resultados de los ensayos en gráficas para cada ratio:

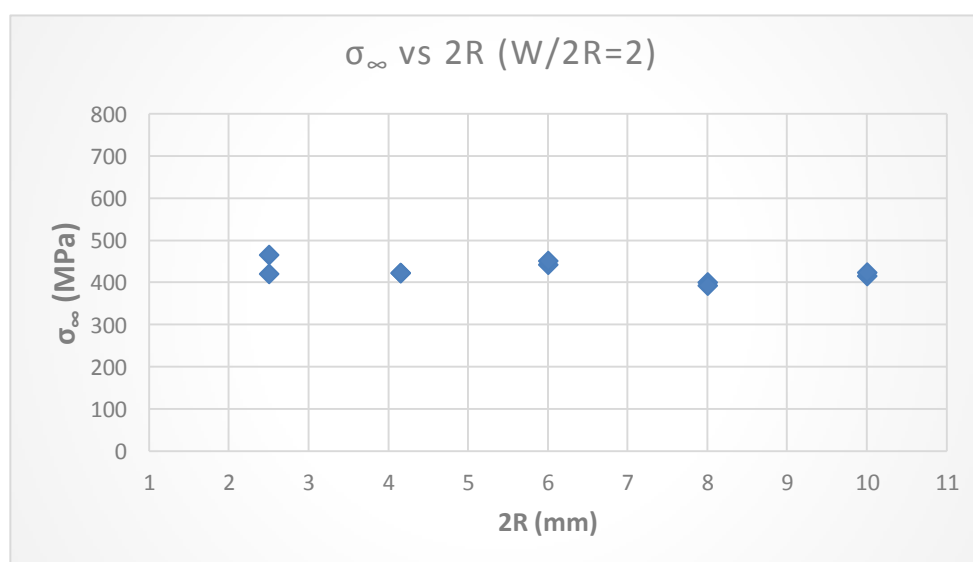


Figura 4-16. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=2$ para el laminado cuasisótropo B.

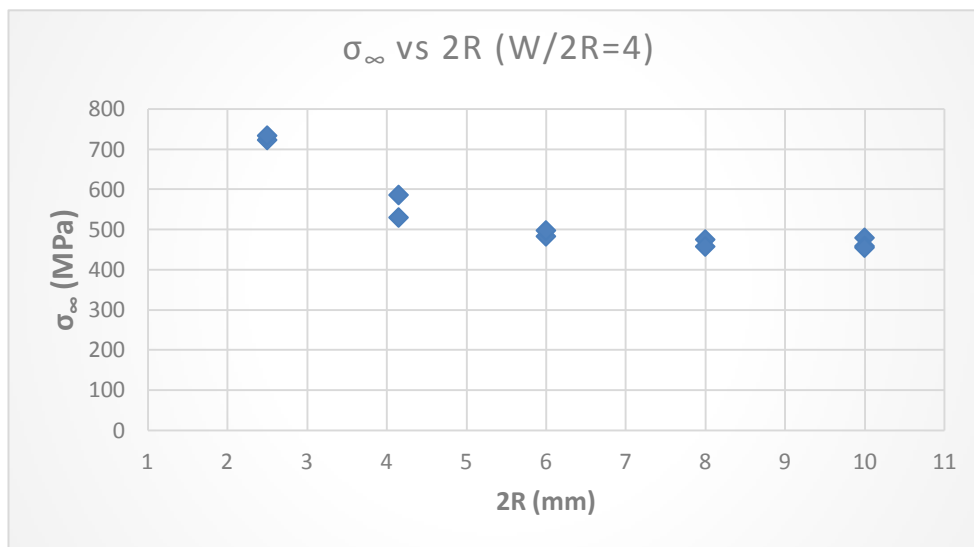


Figura 4-17. Ensayos de la evolución de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para un ratio $W/2R=4$ para el laminado cuasisótropo B..

Se ve claramente la existencia de una escasa dispersión en los resultados para este laminado. Superponiendo ambas gráficas en términos de valores medios se tiene:

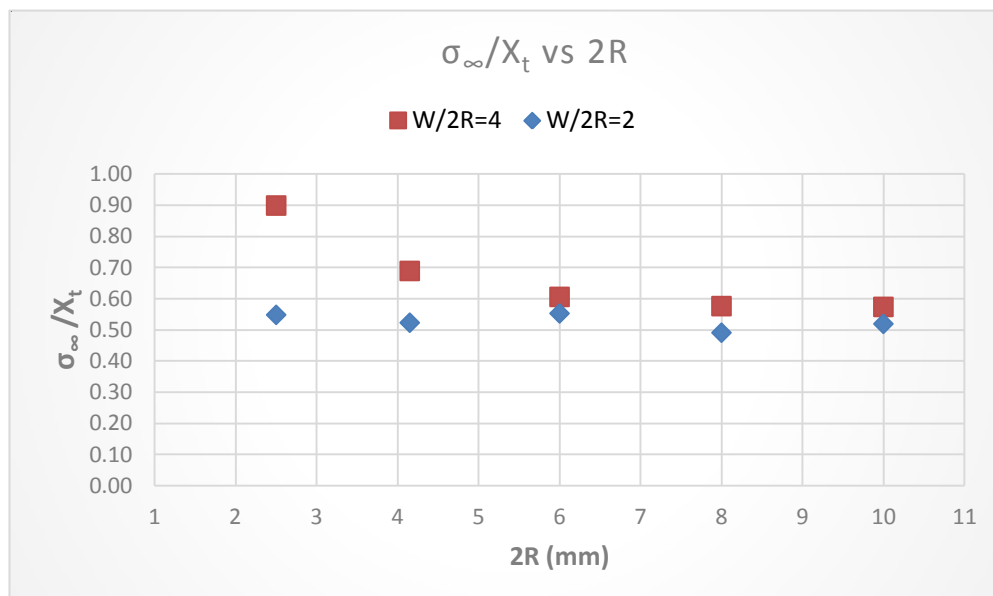


Figura 4-18. Valores medios de las evoluciones de la resistencia a tracción con agujero frente al tamaño del agujero para ratios $W/2R=2$ y 4 en el laminado cuasisótropo B.

Donde el efecto del tamaño es muy claro para el ratio 4, el aumento del tamaño del agujero disminuye la resistencia del propio laminado.

Ahora bien, para el ratio 2 no se observa este efecto, esto se debe a que el modo de fallo predominante es por sección neta y por tanto, para cualquier tamaño semejante del espécimen la carga de rotura no varía. Es de especial importancia la ausencia de este efecto. El criterio de fallo basado sólo en la tensión máxima resulta válido para su aplicación.

Lo anteriormente descrito se observa en la gráfica de modos de fallo. Los puntos que se encuentran sobre la línea o por encima de la curva azul, ha fallado por sección neta, el resto de puntos por efecto del concentrador.

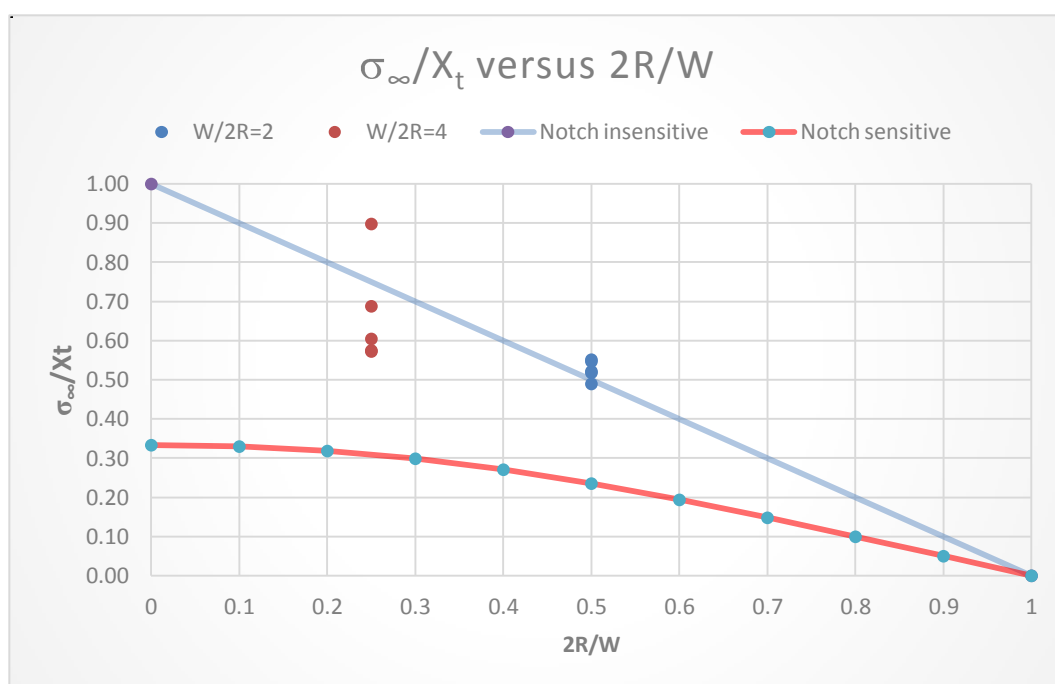


Figura 4-19. Región de tensiones últimas para el laminado cuasisótropo B.

Los efectos anteriormente descritos también se observan en este nuevo laminado, siendo de especial importancia el de ratio igual a 4, donde de manera muy clara aparece el de tamaño. A su vez debe denotarse que para valores pequeños del ratio la dispersión de los resultados hace difícil vislumbrar el efecto, pues entraban en juego los microdaños del propio material.

1.1.19.1. Examen de las superficies de rotura

En cuanto a la superficie de rotura es de vital importancia estudiarla, así se muestra en la Figura 4-10 la forma típica del fallo. En todos los casos se ha producido a la altura del agujero, siendo motivadas por el concentrador de tensiones. Considerando que la secuencia de apilado $[45/0/-45/90]_{3s}$, realizando un barrido general por todas las láminas se observa que:

- Para las láminas a $\pm 45^\circ$ se produce una rotura por la matriz, como consecuencia de los efectos de tensiones tangenciales ejercidas sobre las mismas.
- Para las láminas de 0° el fallo fue puramente por rotura de fibra sometidas a tracción.
- Para la lámina de 90° fallan a tracción por la matriz a la altura del agujero.

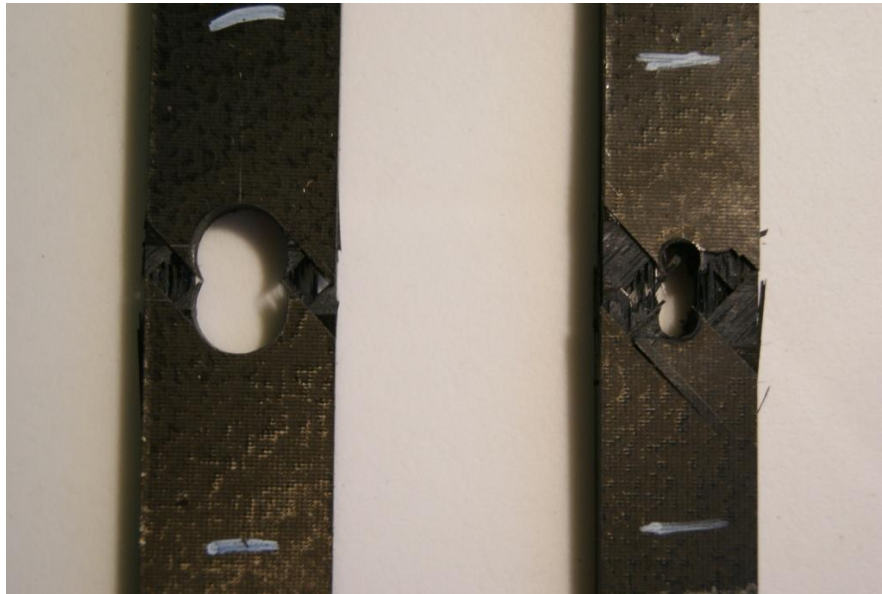


Figura 4-20. Superficie de rotura para ratio 2 y 4 del laminado B.

A simple vista parece que ambos fallos son idénticos, sin embargo realizando un análisis más exhaustivo se puede aportar ciertas diferencias. Una pieza clave será la forma en la que se encuentran las láminas de 45° en el exterior de laminado.

Retomando la idea de la forma en “v” definida por las laminas de 45° , esta vez mucho más próxima al agujero (mirar figura 4-25), por tanto esto hace pensar en cómo ha de ser la forma del perfil de tensiones en y, y a su vez traslado a tangenciales. Así pues afirmando que dicha V da una idea próxima de cuan acentuado es el perfil de tensiones en este caso es mucho mayor tal y como era de esperar que para el otro ratio. (reforzar esta idea, pienso que la tensión acimutal tiene un ángulo fijo y eso determina la forma en V)

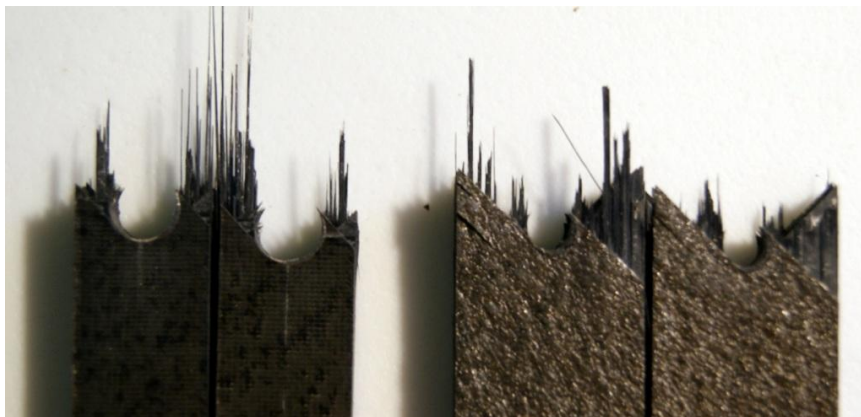


Figura 4-21. Superficie de rotura para ratio 2 y 4 del laminado B.(II)

Ratio 2

Para ratio 2 se realizan las siguiente magnificación en las imágenes, la Figura 4-22 muestra una probeta separa por la mitad donde se muestra de manera clara un fallo generalizado en la sección neta del material, como se ha definido el fallo de cada lámina anteriormente.

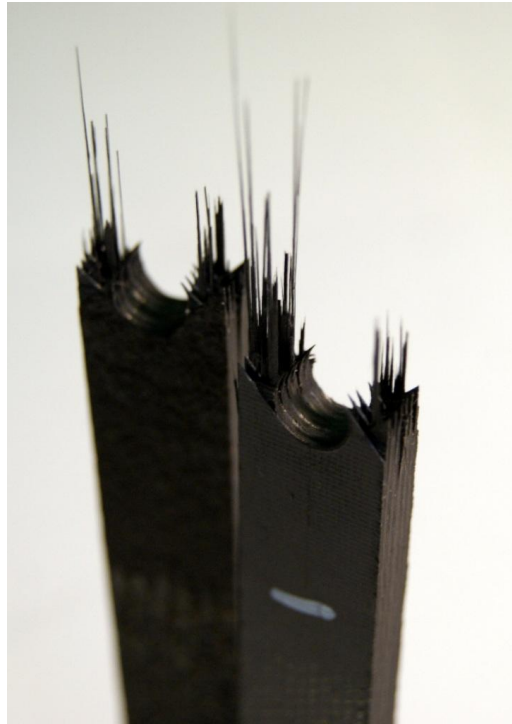


Figura 4-22. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado B.

Para fundamentar este fallo se amplia la imagen para una probeta de este ratio, en la figura 4-23 se observa como a lo largo de la línea media de la probeta las láminas han ido fallando consecutivamente y no se advierte la presencia de grieta alguna. Si se observa las láminas de 45° externas en la zona del concentrador dichas láminas parecen haberse separado por el punto medio que hay definido entre el borde de la probeta y el extremo del agujero o cerca del mismo, esto hace pensar que no existe una continuidad en el fallo entre un lado y otro del agujero, siendo independiente el uno del otro, comportándose como dos laminados independientes.

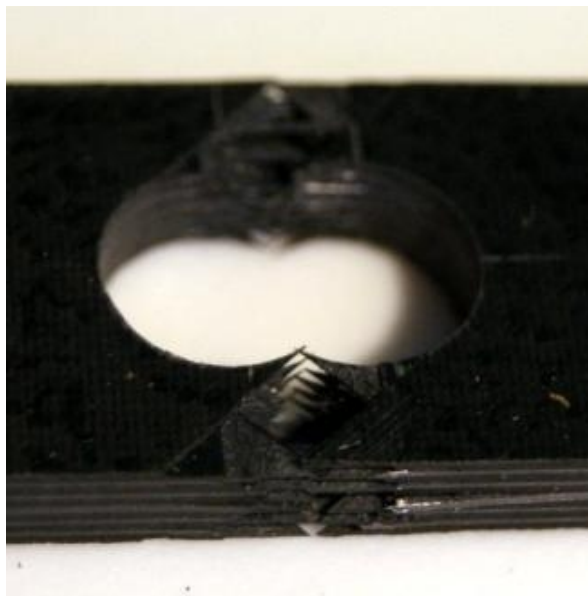


Figura 4-23. Superficie de rotura para ratio 2 del laminado B. (II)

Ratio 4

Ahora bien, tomando un detalle de la superficie para ratio 4 mostrado en la figura 4-24 se observa cómo en la parte central del mismo, se concentraban dos láminas de 90° rodeadas por un grupo de 45° , al parecer para este espécimen se ha producido una rotura plana de estas láminas, por ello esto hace pensar que en seno del material y para las láminas más interiores ha debido de aparecer una grieta de tamaño finito que se ha propagado en la dirección perpendicular a la carga.

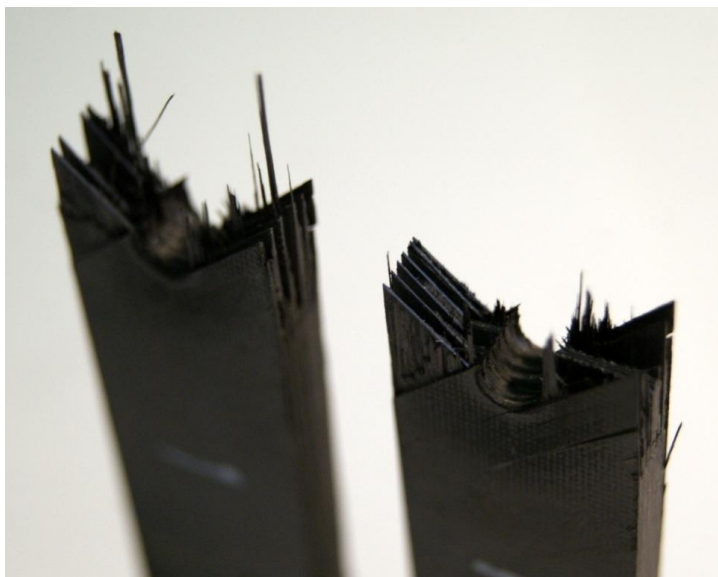


Figura 4-24. Superficie de rotura para ratio 4.

Sin embargo esta grieta parece no haber abarcado el espesor total del laminado, tal y como se definió en el modelado del problema. Una manera razonable de explicar el proceso de rotura puede ser asumiendo que nace una grieta en las láminas interiores, con independencia de su orientación, y ésta tiende a propagarse a lo largo del camino libre, estando el resto de láminas exteriores ejerciendo un efecto de refuerzo en el material para impedir la propagación de la misma grieta. Una vez ésta ha alcanzado el final del material, sólo quedan unas pocas láminas dañadas que tienen que soportar la carga total y fallan por sus mecanismos más débiles, por los efectos anteriormente descritos.

Esto sólo se ha visto en un espécimen, el razonamiento a seguir sería que aparencieron tantas grietas como láminas de 90° tiene el laminado con un tamaño finito dado e iguales. Tras esto éstas al intentar propagarse han sido forzadas a aumentar su tenacidad a fractura por el resto de laminas en otras orientaciones, hasta que el nivel de esfuerzos ha sido tan alto que las láminas a 45° han fallado por la matriz por efecto de tensiones tangenciales y finalmente las láminas de 0° .

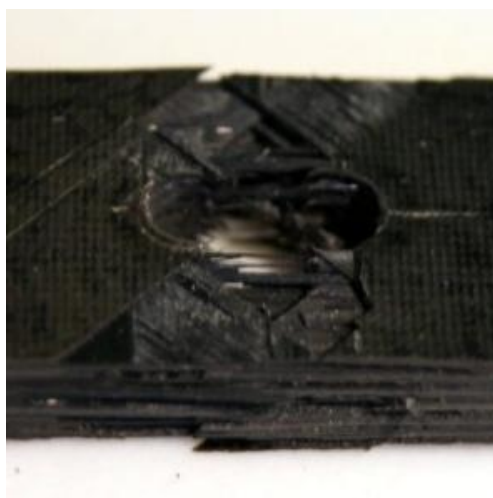


Figura 4-25. Superficie de rotura para ratio 4.(II)

En la figura 4-25, la forma de la rotura parece más amplia en el espesor, esto es debido a que las láminas de 45° se tienen un mayor recorrido y por tanto tienden a ocupar mayor espacio en el borde libre.

5 PREDICCIONES

Coming together is a beginning. Keeping together is progress. Working together is success.

-Henry Ford-

La búsqueda de una formulación sencilla, clara y eficiente que sea capaz de predecir la carga de rotura con el conocimiento sólo de dos propiedades del material supone la base del estudio fundamentado en la Mecánica de la Fractura Finita. Las predicciones se realizarán con diferentes metodologías de análisis del problema estudiando la idoneidad de cada una de ellas en función del error que cometan las mismas con respecto a los valores experimentales.

Se establece una ley de comportamiento de la tensión de rotura en función del tamaño del agujero y del ratio del espécimen. Tomando como variables de entrada tanto la resistencia a tracción del laminado como el de la tenacidad a fractura, se tienen los valores estimados para las cargas de rotura. Realizando un barrido para diferentes radios y ratios de probetas se tienen las siguientes predicciones en la región de tensiones admisibles de fallo (Figura 5-1).

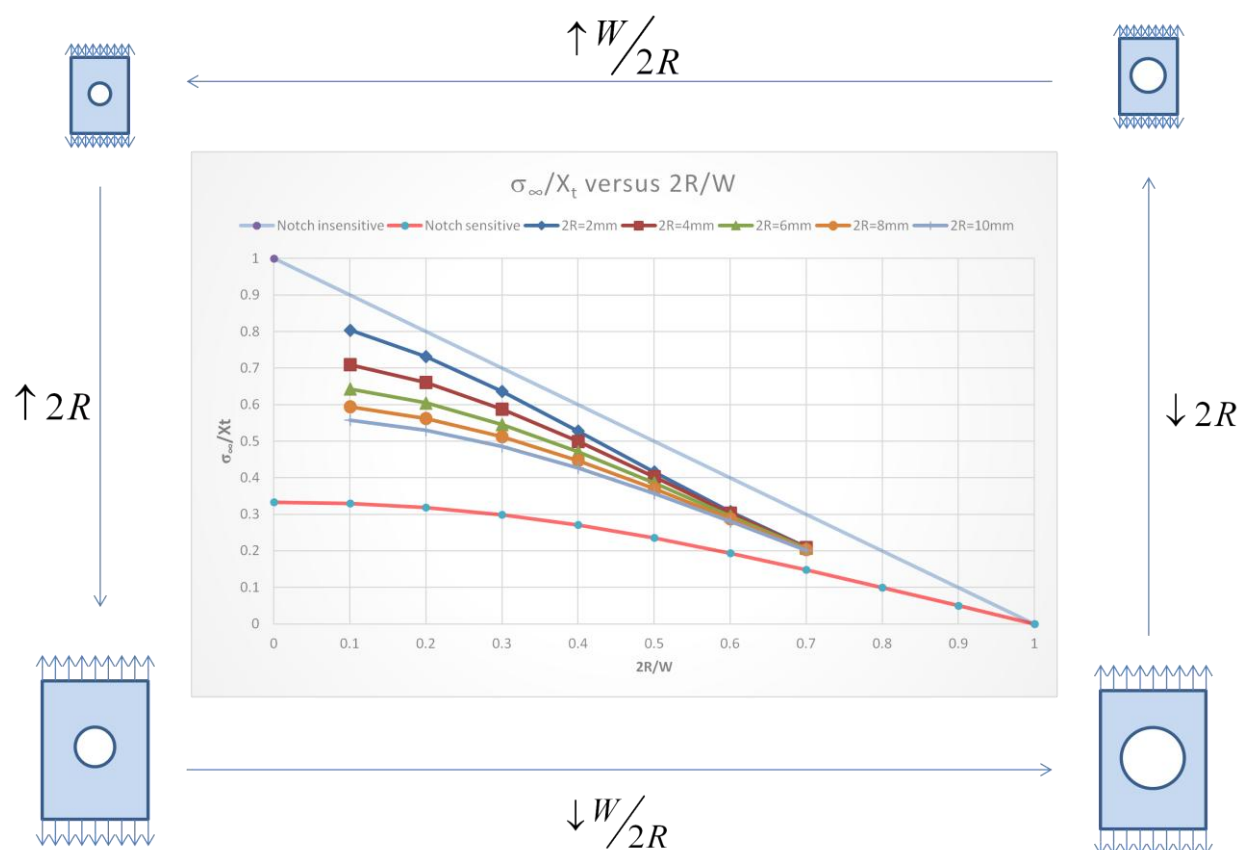


Figura 5-1. Predicciones en la región de tensiones para el laminado cuasisótropo B.

1.10. La solución de la ecuación fundamental

En este apartado se detallan los resultados obtenidos al resolver la ecuación fundamental del problema de fractura, para su resolución se ha empleado un código de compilación en MATLAB. Mediante el método de Newton-Raphson se obtuvo una solución numérica de la ecuación para diferentes valores de ratio ancho-agujero y tamaño de agujero. Hay que denotar que la solución de la ecuación proporciona un valor de la longitud crítica de la grieta, y conocido ésta el resto de incógnitas son fácilmente calculadas. Así pues, se analizarán la evolución de cada uno de los parámetros para cada laminado, respecto a una variación del tamaño y/o ratio.

Para obtener una rápida comprensión de los efectos de tamaño y geometría se opta por dar una solución gráfica al problema, dibujando tanto el criterio tensional dado por la ecuación (1.20) como el energético escalado por el número de fragilidad y dado por (1.22). Así en el caso del laminado cuasisótropo se tendría la siguiente solución de la figura 5-2:

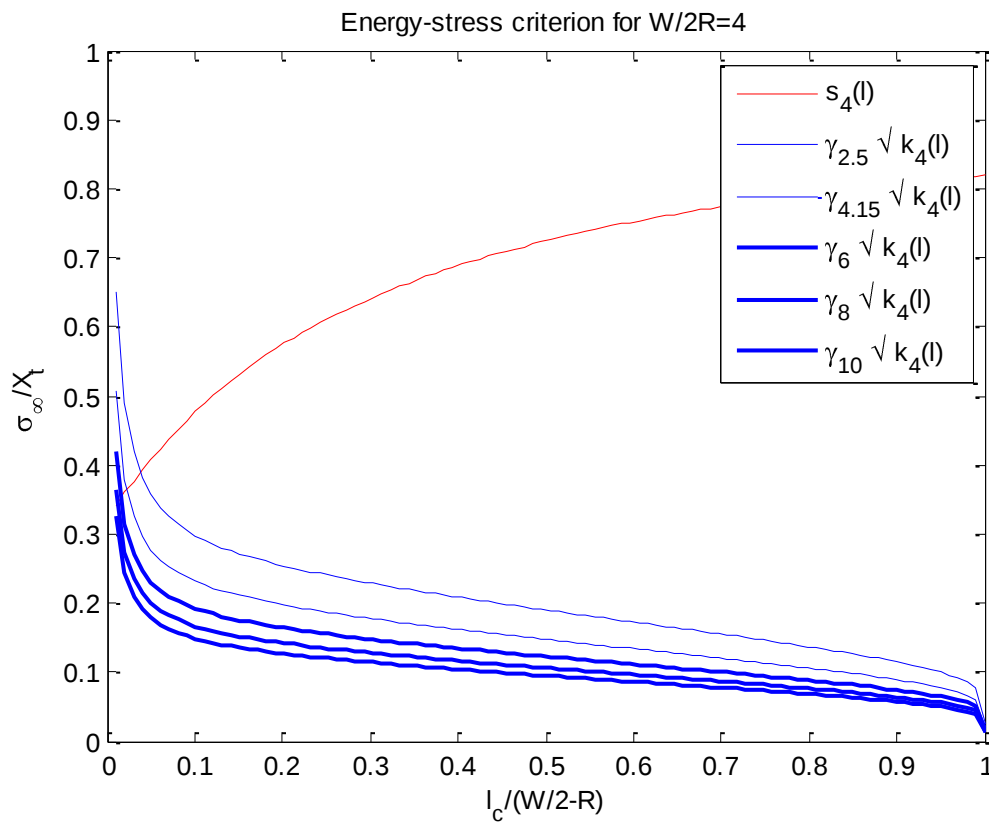
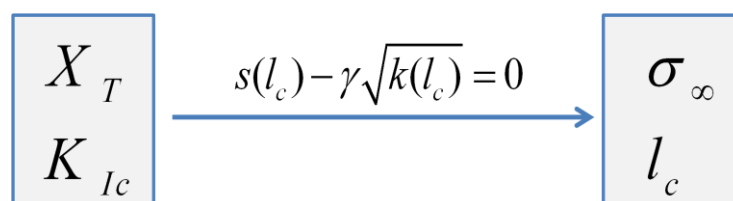


Figura 5-2. Criterio acoplado para el laminado cuasisótropo B.

Tal y como se había descrito en la ecuación fundamental, cuando ambas curvas corten darán lugar a un punto solución. En el caso en que no se produjera el corte entre ambas gráficas y el criterio energético estuviera por encima del tensional, siendo el dominante habría que buscar el mínimo del mismo. Así pues, figura en rojo el criterio tensional y en azul diversos criterios energéticos que variaron en función de diferentes radios del agujero, estando la longitud crítica de la grieta adimensionalizada con respecto a la longitud libre para su propagación.



Variación del tamaño del agujero

Si se aumenta del número de fragilidad (aumento del tamaño del agujero) no hace más que reducir la carga crítica de fallo, así como reducir el tamaño de la grieta crítica tal y como se observa en la figura 5-3. Desde el punto de vista energético, el aumento del número de fragilidad disminuye la energía necesaria para la aparición de la grieta, lo que lleva a valores menores del tamaño de la misma. Esto lleva a la situación de que para especímenes de grandes tamaños necesita una energía menor para que la grieta aparezca.

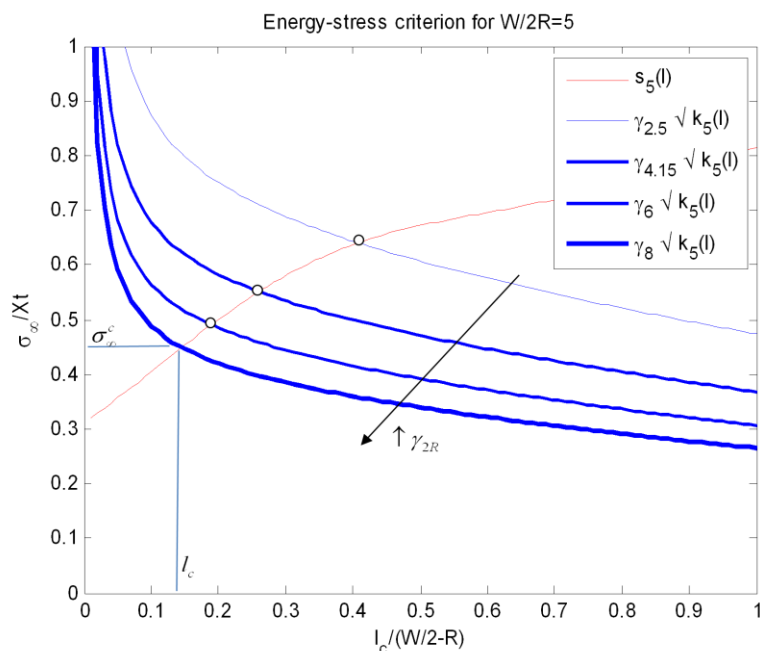


Figura 5-3. Criterio acoplado para el laminado anisótropo A.

Variación del ratio

Si se procede en cambio a una variación en el ratio, manteniendo el tamaño del agujero, no se observa una diferencia notable en la carga de fallo, pero sí en la longitud de la grieta (Figura 5-4).

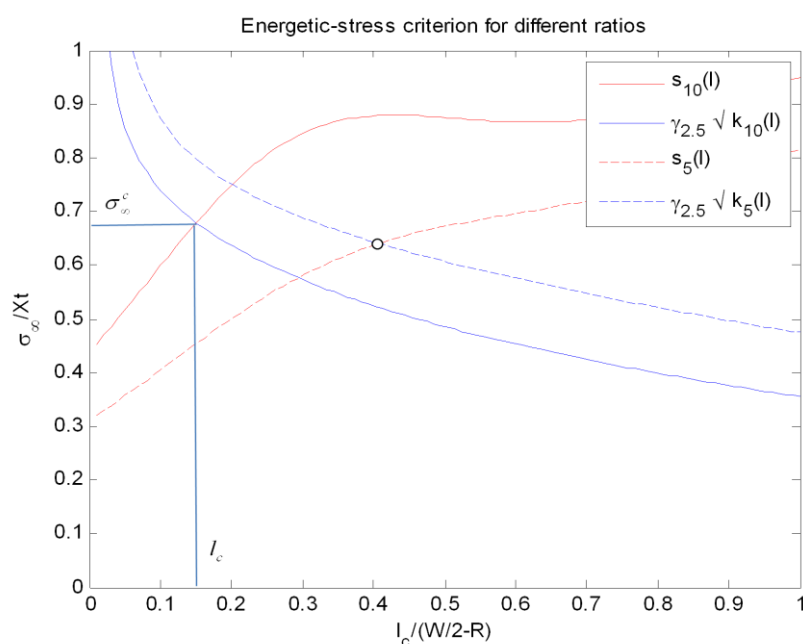


Figura 5-4. Criterio acoplado para el laminado anisótropo A.(II)

1.10.1. Longitud crítica de grieta

Definida como la grieta que aparece de manera espontánea en el material para un valor crítico de la carga, el tamaño de la misma es de vital importancia, pues nos proporciona una idea del daño inicial producido en el seno del material. De la misma manera, si su tamaño es lo suficiente grande, puede observarse a simple vista, así se analizan los valores típicos estimados para los ensayos.

Se muestra a continuación en la figura 5-5, los valores teóricos calculados para el laminado anisótropo, en el que se hizo uso del cálculo de elementos finitos para la distribución de tensiones. En valores absolutos el valor de la grieta parece crecer o decrecer en función del ratio de trabajo, sin embargo algo es claro, que el tamaño relativo de la grieta frente al agujero η_F disminuye de manera estricta conforme el agujero sea mayor.

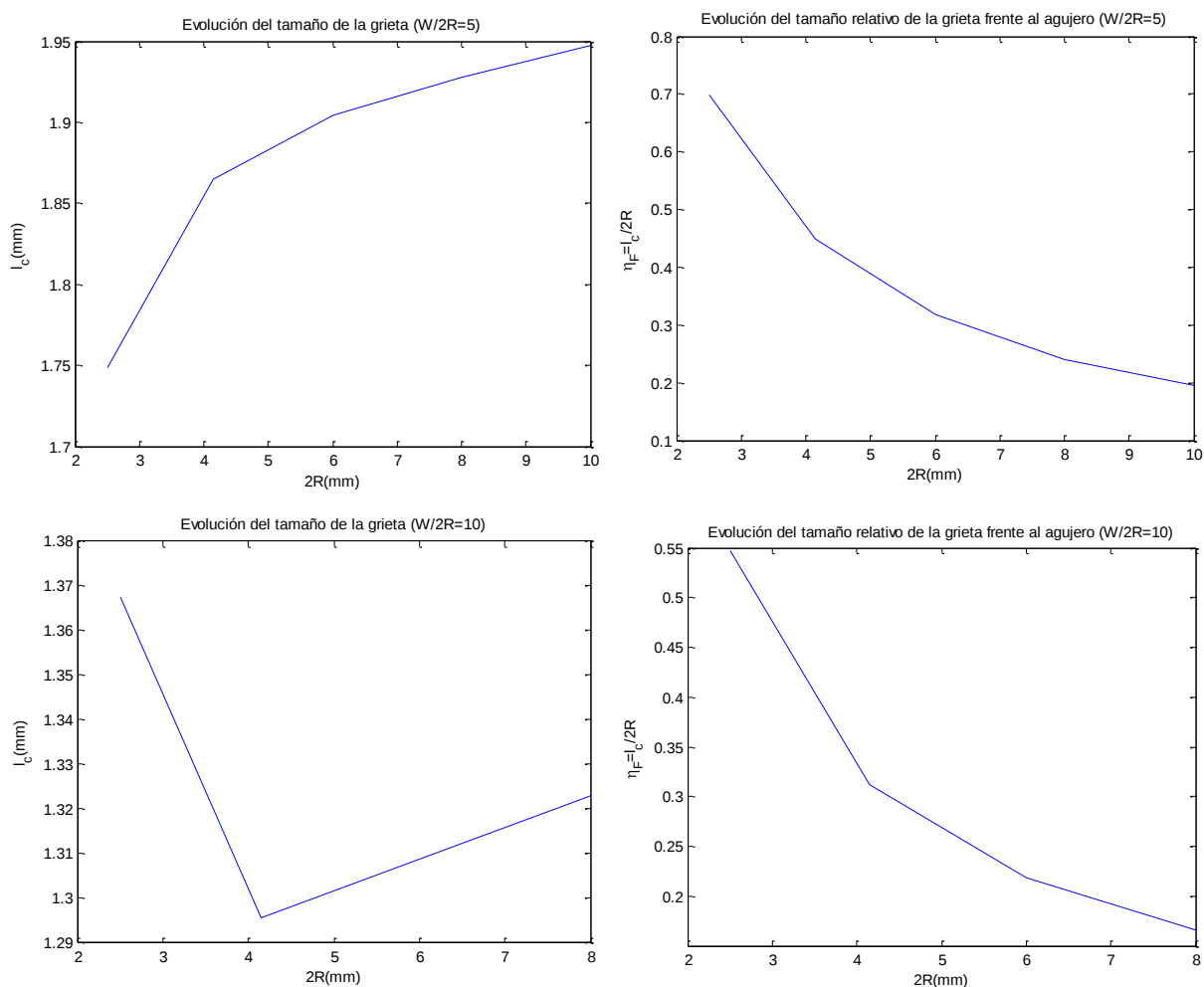


Figura 5-5. Longitudes críticas para el laminado anisótropo A.

Partiendo de este hecho se puede afirmar que para valores pequeños del agujero las grietas parecen ser del orden del 50-70% del tamaño del mismo, y conforme aumenta se llega a valores del entorno del 20%. Esto pone de manifiesto que para valores pequeños del agujero el criterio energético resulta muy dominante frente al tensional y se requiere la aparición de una grieta que sea suficientemente grande como para producirse la rotura. Por otra parte, para valores más elevados del agujero, no es necesario que la grieta sea tan grande, con valores bajos se consigue la rotura (pérdida de la influencia del criterio energético).

De manera análoga se desarrolla la solución para los laminados cuasisótropos. En este caso se puede ver como las grietas pasan del orden del 100 al 40% de manera similar con los laminados anteriores, observándose los mismos efectos que se han expuesto anteriormente.

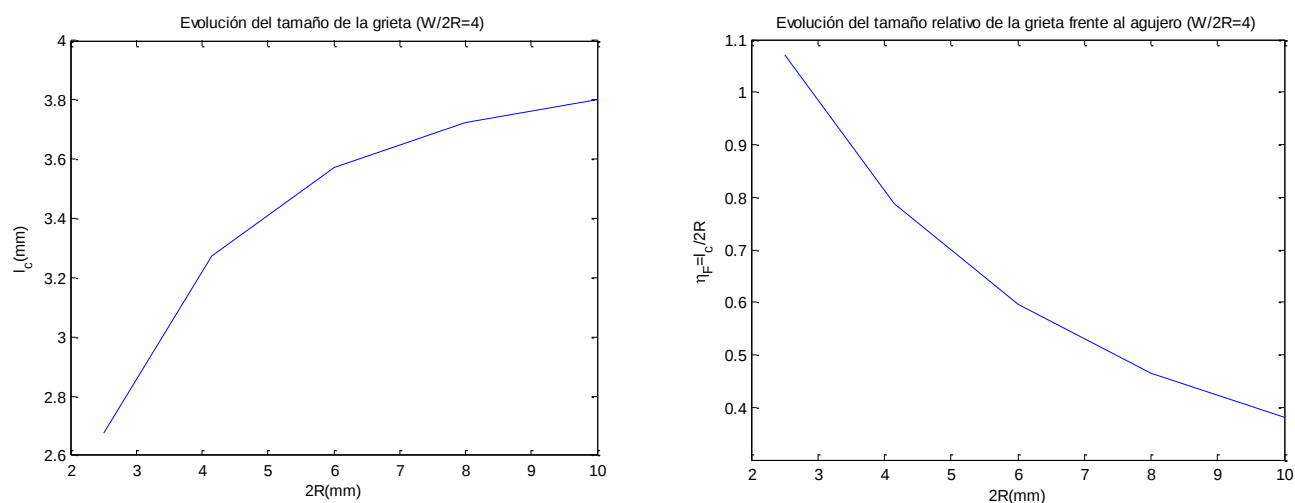


Figura 5-6. Longitudes críticas para el laminado cuasisótropo B.

1.10.2. Carga de fallo

Junto con el tamaño de la grieta, la carga de fallo resulta ser la variable principal de interés en este estudio, puesto que es la que condiciona las características de diseño. Se realizan las estimaciones de carga para ambos laminados, en el que caso en que su modo de fallo sea por efecto del concentrador.

1.10.2.1. Laminado A

Utilizando la formulación descrita para laminados anisótropos, se recurre al uso de un modelo de elementos finitos para el cálculo de la distribución de tensiones a lo largo del camino libre. Mediante NASTRAN-PATRAN se realiza un modelado de la probeta, donde se afina el mallado en las proximidades del agujero.

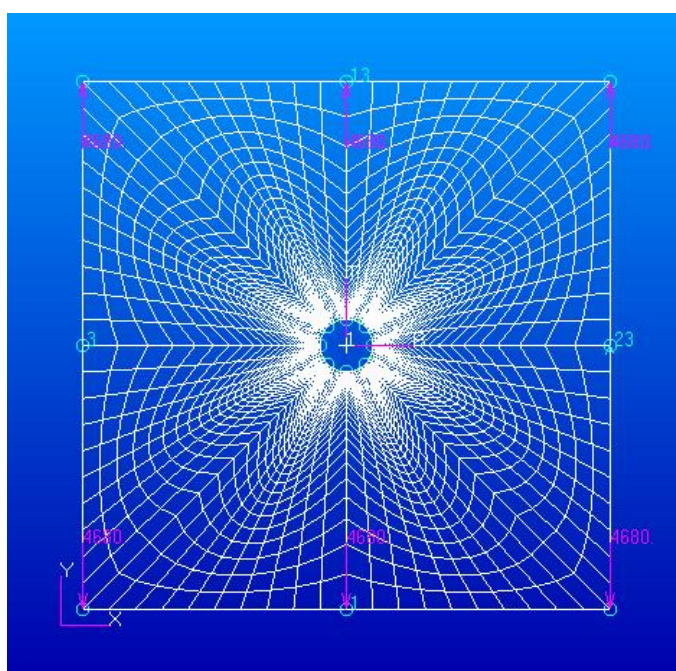


Figura 5-7. Mallado en Patran.

Según el grado de anisotropía del material, las aproximaciones realizadas serán mejores en mayor o menor medida, así pues aquí se muestra el campo de tensiones normales en el eje y, en donde la distribución no resulta ser simétrica por el efecto descrito. Sin embargo el efecto en este caso hace que el punto de tensiones máximas se desplace en torno a 5° lo que resulta admisible para la formulación planteada.

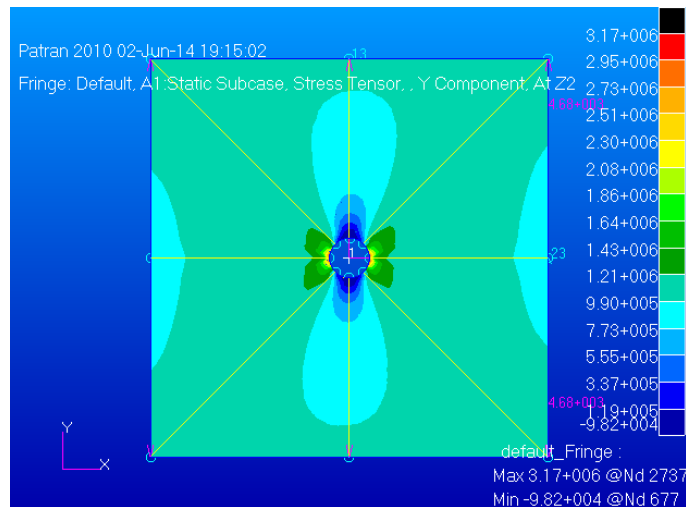


Figura 5-8. Campo de tensiones normales en el eje y.

Este modelo debe de realizarse para cada ratio, se ha estudiado para los ratios 5 y 10, en ambos se observa que su aplicabilidad es total.

Tabla 5-1. Predicciones laminado A

Espécimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞}/X_t
6	5	2.5	485.40	0.60
7	5	4.15	425.50	0.53
8	5	6	384.60	0.48
9	5	8	355.70	0.44
10	5	10	335.50	0.41
11	10	2.5	561.59	0.70
12	10	4.15	490.91	0.61
13	10	6	442.38	0.55
14	10	8	410.34	0.51

Dichos valores han sido calculados acorde al procedimiento establecido en el apartado 1.2.3, se presenta a continuación los valores:

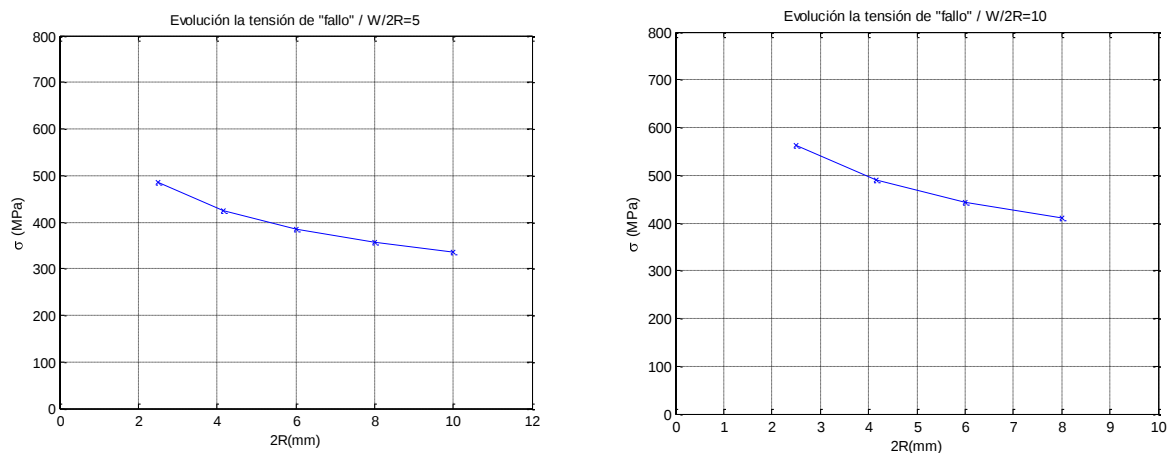


Figura 5-9. Evolución de la tensión crítica de fallo estimada en función del tamaño del agujero para el laminado A.

1.10.2.2. Laminado B

Para el tamaño de especímenes ensayados se tienen los siguientes valores:

Tabla 5-2. Predicciones laminado B

Espécimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞}/X_t
1	2	2.5	443.92	0.55
2	2	4.15	423.51	0.52
3	2	6	447.68	0.55
4	2	8	397.47	0.49
5	2	10	420.54	0.52
6	4	2.5	728.82	0.67
7	4	4.15	558.35	0.62
8	4	6	490.70	0.58
9	4	8	466.71	0.54
10	4	10	464.69	0.51

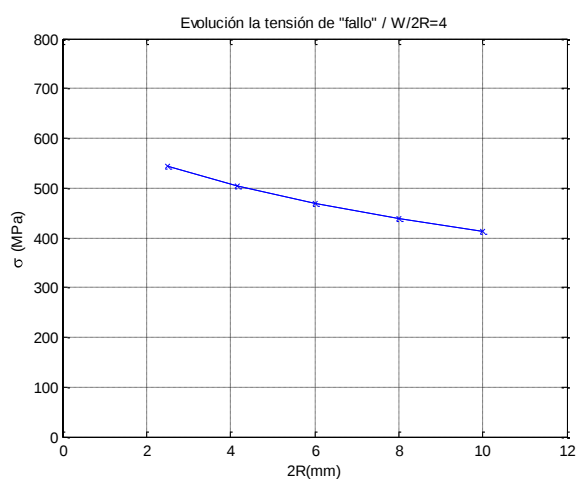
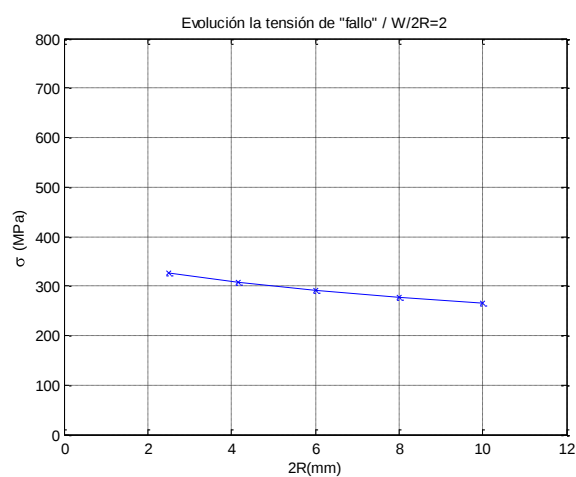


Figura 5-10. Evolución de la tensión crítica de fallo estimada en función del tamaño del agujero para el laminado B.

1.11. Validación del modelo

Dentro del siguiente apartado se llevará a cabo el contraste del modelo teórico con los datos obtenidos de los ensayos, debe recordarse que esto sólo se realizará para aquellos especímenes que hayan fallado por efecto del concentrador, no contemplándose así los fallos por sección neta.

Como objeto se establece aclarar los posibles errores derivados del método y maneras de mejorar su precisión a la hora de estimar las cargas de fallo.

1.11.1. Laminado anisótropo A

Para la estimación de valores en este tipo de laminado se hicieron varias hipótesis simplificadoras que serán las que llevarán aparejadas los errores en las aproximaciones teóricas. Se realizan dos tipos de estimaciones, siendo la primera de ellas la reflejada por FFM (1) haciendo referencia a la formulación realizada en [1] para laminados cuasisótropos, ya que esta es una aproximación muy fuerte para el mismo, y por otro lado la desarrollada para laminados anisótropos.

Tabla 5-3. Predicciones laminado A

FFM	Predicción (1)	Predicción (2)
Distribución de tensiones	Ortótropa	Anisótropa
Factor de intensidad	Isótropa	Ortótropa
Modo de fractura	I	I
Criterio	Acoplado	Acoplado

Se detalla a continuación en las gráficas, los valores estimados dentro de la nube de puntos experimentales calculados, donde el error calculado hace referencia al relativo con respecto al valor experimental ensayado:

Tabla 5-4. Contraste laminado A

Especímen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞} (1) (MPa)	σ_{∞} (2) (MPa)	Error (%) (1)	Error (%) (2)
6	5	2.5	483.74	492.72	511.66	1.86	5.77
7	5	4.15	483.18	432.93	443.91	10.40	8.13
8	5	6	446.78	391.79	398.72	12.31	10.76
9	5	8	504.02	363.29	367.18	27.92	27.15
10	5	10	442.32	343.86	345.29	22.26	21.94
11	10	2.5	577.82	524.31	566.22	9.26	2.01
12	10	4.15	558.72	455.76	494.88	18.43	11.43
13	10	6	510.31	410.22	445.43	19.61	12.71
14	10	8	495.90	379.18	412.75	23.54	16.77

Todas las predicciones se mantienen por debajo de valor real de fallo, por lo tanto dichas predicciones están por el lado de la seguridad. Se puede añadir que se produce un incremento en el error estimado conforme crece el tamaño de los especímenes. De manera global, la mejor modelación del problema hace mejorar las predicciones de fallo reduciéndose los errores.

Es de esperar que las predicciones mejoran al considerarse los efectos de anisotropía del laminado, en partital una mejora del perfil de tensiones en el laminado y de la evaluación del concentrador de tensiones parece ser dominante para determinar el fallo.

Se queda por debajo porque existe una mayor resistencia a la propagación de la grieta al poder ser regida por el modo II. Además considerando un modo mixto de fallo de modo I y II.

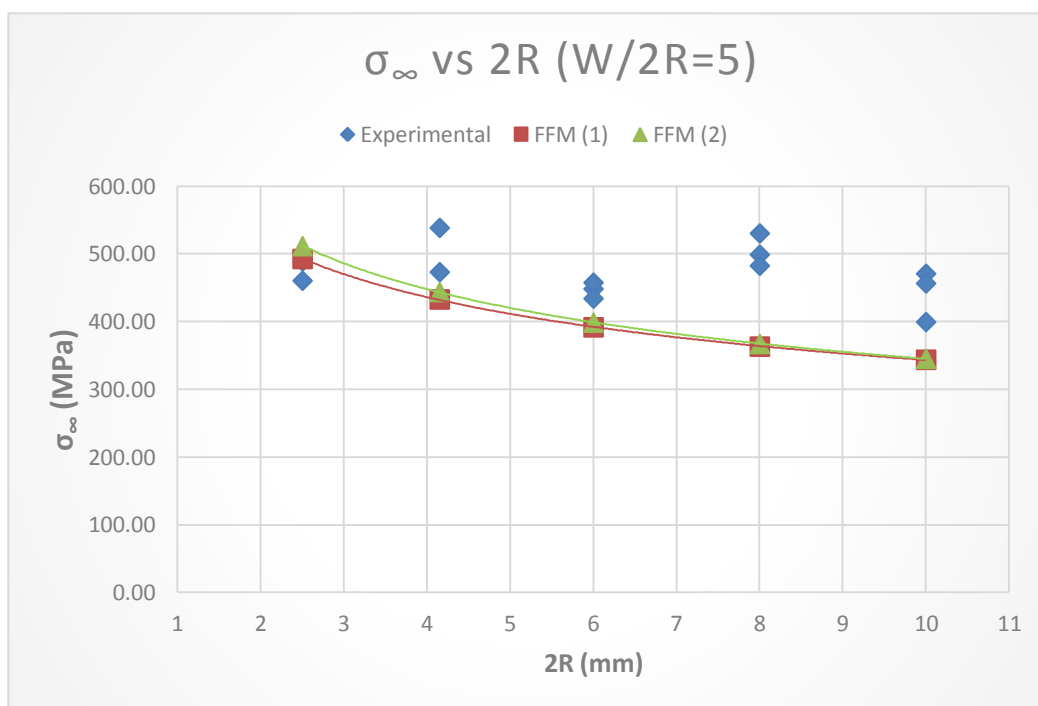


Figura 5-11. Validación del modelo para ratio 5 en el laminado anisótropo A.

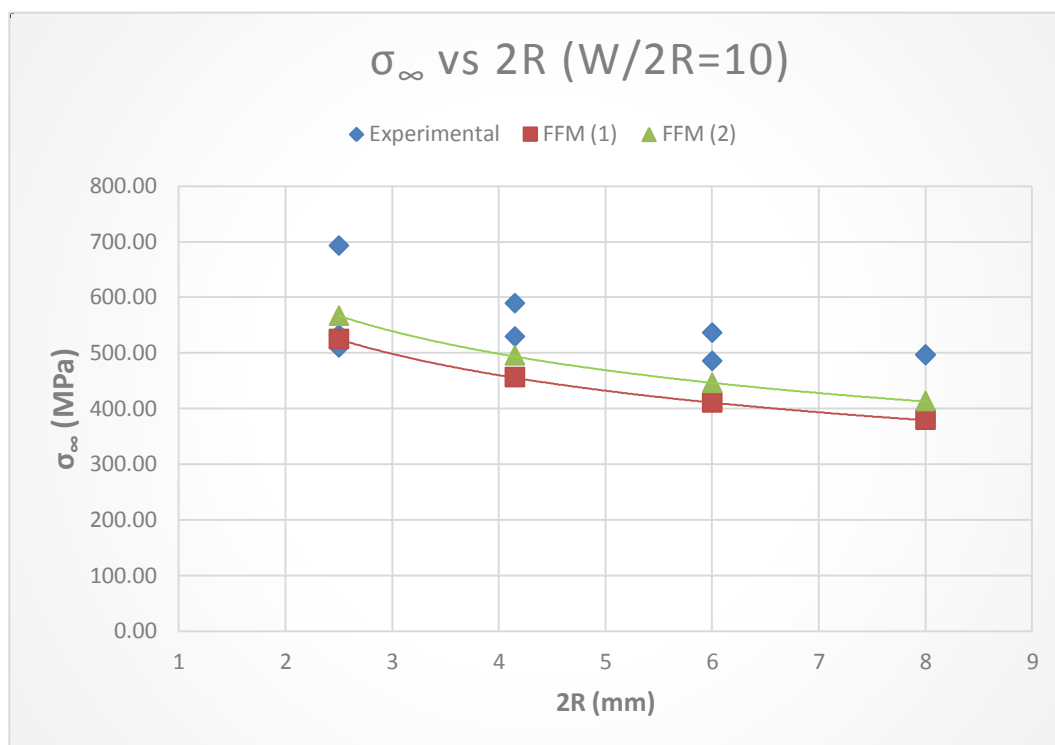


Figura 5-12. Validación del modelo para ratio 10 en el laminado anisótropo A.

1.11.2. Laminado cuasisótropo B

En el siguiente caso, sólo hará falta un tipo de predicción, la desarrollada para laminados cuasisótropos. Donde se evaluará los especímenes de ratio 2 y 4, estos últimos fueron los que en su mayoría fallaron por efecto del concentrador.

Tabla 5-5. *Contraste laminado B*

Especimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞} (1) (MPa)	Error (%) (1)
1	2	2.5	443.92	325.91	26.58
2	2	4.15	423.51	308.13	27.24
3	2	6	447.68	291.05	34.99
4	2	8	397.47	276.57	30.41
5	2	10	420.54	265.37	36.90
6	4	2.5	728.82	544.17	25.34
7	4	4.15	558.35	505.10	9.56
8	4	6	490.70	468.70	4.48
9	4	8	466.71	437.89	6.17
10	4	10	464.69	413.90	10.93

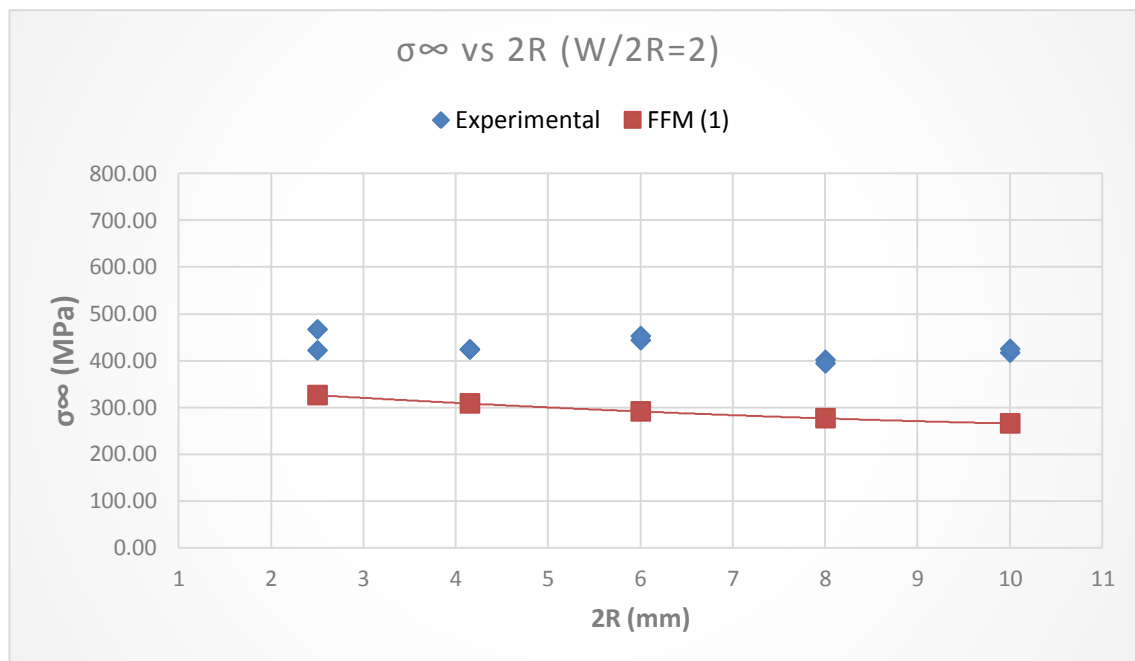


Figura 5-13. *Validación del modelo para ratio 2 en el laminado cuasisótropo B.*

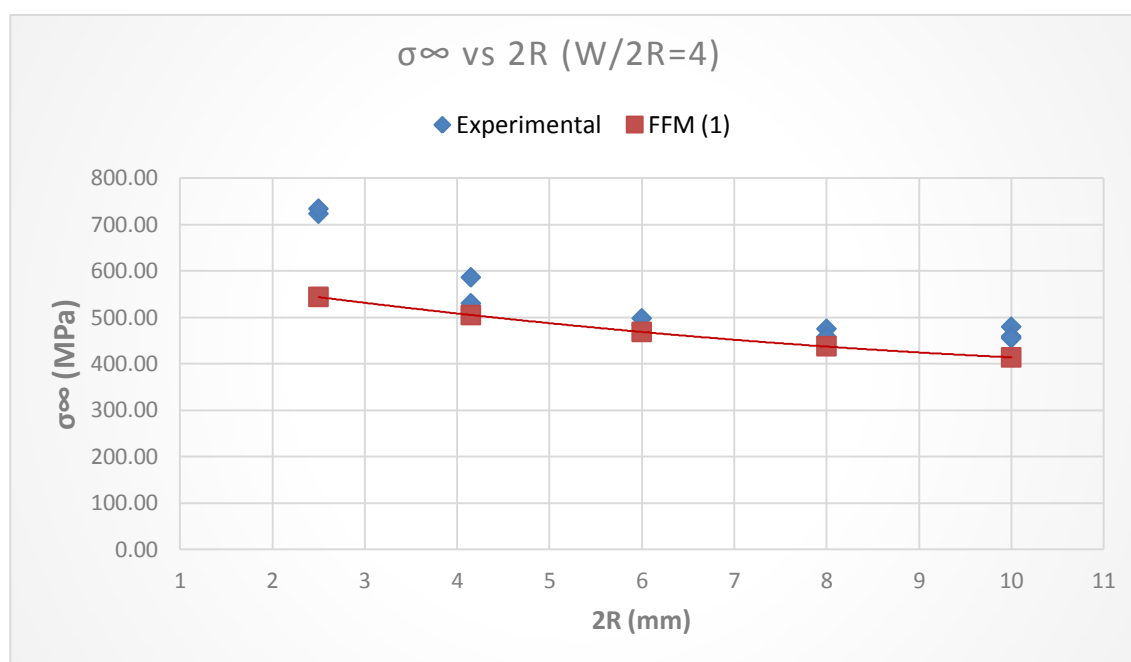


Figura 5-14. Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.

Parece adaptarse bien, el valor para el laminado pequeño no habría que tenerse en cuenta al romper éste por sección neta, por tanto a partir de 4.15 los valores son próximos y los errores bajos.

1.12. Teoría del weakest link

A la hora de medir las propiedades de resistencia de un material cualesquiera, en la elaboración de la probeta es de esperar que ésta cuente con defectos internos en la misma y sean estos mismo los que promuevan el fallo de la misma ante un estado de carga. La coalescencia de pequeños defectos unidos en cadena o incluso de un gran defecto son causa del fallo del material. Centrándose en el ensayo de tracción, se fabrica una probeta de dimensiones dadas y se somete a un estado de carga uniaxial en la dirección longitudinal. Si el objeto es la medida de su resistencia a tracción se ha de llevar la probeta hasta su carga última, la dispersión de resultados en el valor de esta carga es algo de especial interés.

En el caso de que se tuviera un material sin defectos es de esperar que dicho valor sea mayor que en aquellos en los que puede haber defectos presentes, de ahí esta dispersión (teniendo en cuenta de que el ensayo se realice en las mismas condiciones, temperatura, velocidad de carga, operario encargado,...) Esto anima a pensar en la siguiente paradoja, sea una placa con agujero sometida a tracción uniaxial, la misma a nivel de tensión neta es capaz de llegar a soportar hasta un 30% por encima de su carga, ¿cómo es esto posible? ¿Si se cumple el criterio de máxima tensión cómo es que puede sobrepasarse?

Para responder a estas preguntas hay que suponer el siguiente caso, sea una probeta con ciertos defectos que se ensaya y se mide su resistencia a tracción, el valor proporcionado es el de una probeta que ha fallado en una zona con defectos internos. Ahora bien sea otra probeta con agujero donde en su dirección perpendicular a la carga no existen defectos, entonces es de esperar que a nivel local la resistencia in situ sea mayor, por tanto que pueda llegar a sobrepasar la medida en el ensayo de tracción. Es por esto que debe entrar en juego la estadística para predecir esta variabilidad en la resistencia a tracción.

Como se observó anteriormente, hay ciertos valores que han sobrepasado el umbral definido por la curva de sección neta, por ello es interesante realizar una redefinición del valor de la resistencia a tracción del laminado en función de una probeta ensayada. Dicha probeta será denominada como probeta referencia, como características debe tener una ínfima influencia del criterio energético, es decir, una amplia dominación del tensional por lo que debe ser una placa que se pueda considerar de tamaño infinito ($2R$ alto) y con $2R/W \ll 1$.

Para ello se vuelve a montar el sistema de ecuaciones del criterio acoplado, tomando como incógnitas la longitud crítica de la grieta y la resistencia a tracción, y como datos la tenacidad a fractura y la carga crítica. Se definen entonces para cada ratio de probetas ensayo un nuevo valor de la resistencia a la tracción, que será denominada resistencia a tracción in situ X_{Ts} . Hay que hacer notar que este nuevo planteamiento acepta la idoneidad de la medida de la tenacidad a fractura del laminado y la siguiente expresión:

1.12.1. Weakest link ratio 2

En este caso se realizará esta redefinición de la resistencia para el laminado cuasisótropo B con ratio $W/2R = 2$ y como referencia la probeta de mayor tamaño con $2R = 10\text{mm}$. Como solución al sistema planteado la resistencia a tracción pasa de un valor de 811.34 MPa a 1580.5 MPa, un aumento del casi 100% del propio valor de la resistencia, dicho aumento era de esperar ya se había subestimado la medida, de esta forma el punto de referencia será predicho con error nulo, quedando las predicciones como sigue:

Tabla 5–6. *Weakest link para ratio 2*

Espécimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞} (I) (MPa)	Error (%) (I)
1	2	2.5	443.92	521.82	17.55
2	2	4.15	423.51	475.95	12.38
3	2	6	447.68	448.69	0.22
4	2	8	397.47	431.52	8.57
5	2	10	420.54	420.54	0.00

Representando los valores de la predicción referenciada con su propio ratio se consigue mejorar los valores de los mismos disminuyéndose así el error.

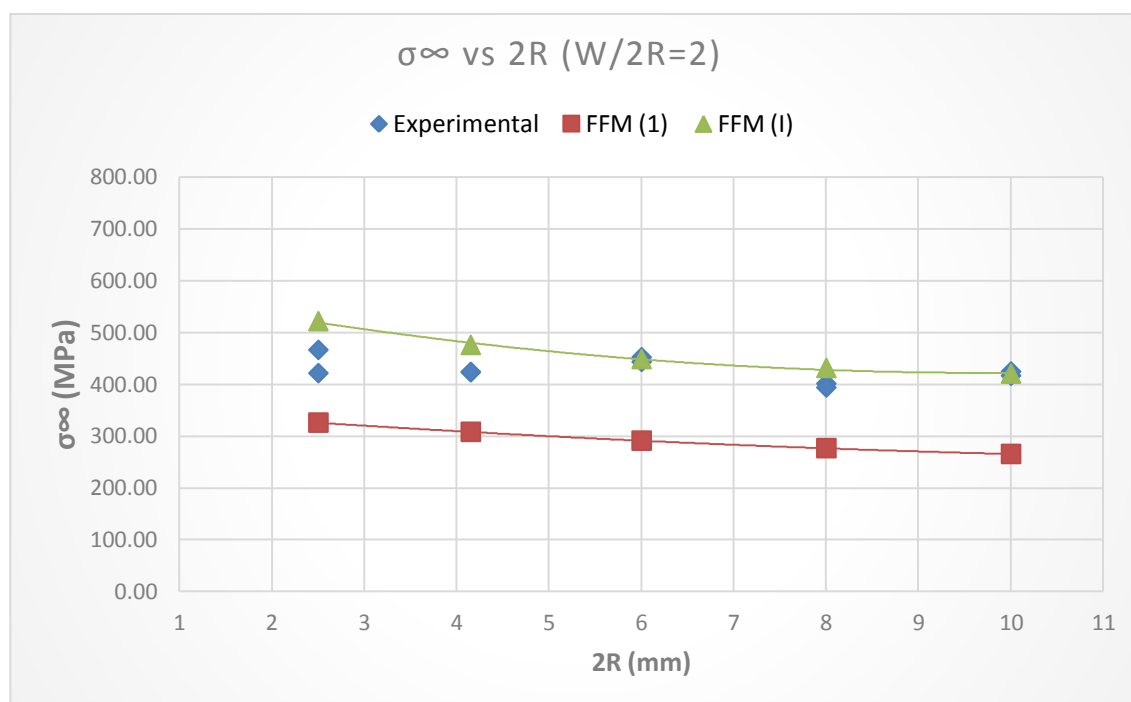


Figura 5-15. Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.

Así también se practica con la región de tensiones admisibles últimas, donde se observa cómo ahora todos los puntos sobre la línea del concentrador, esto nos indica el valor poco idóneo que adopta la resistencia in situ, es esperable que este valor se encuentre por encima del real. Por ello se recurre a realizar el mismo estudio sobre el ratio 4 donde el efecto de escala es mucho más apreciable.

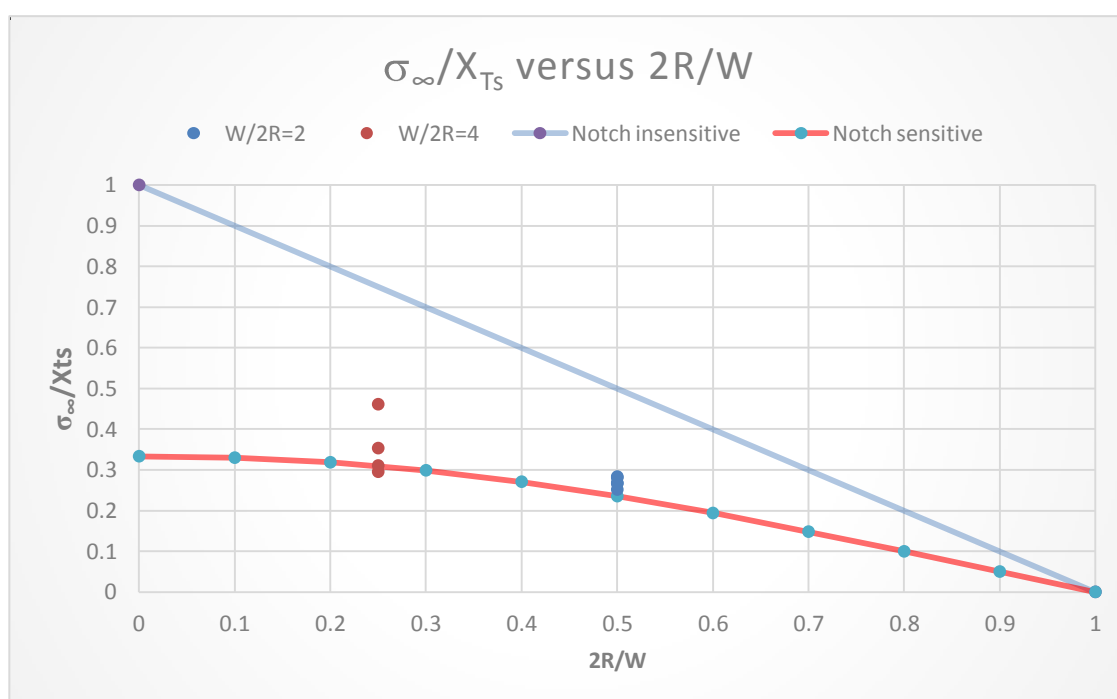


Figura 5-16. Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.

1.12.2. Weakest link ratio 4

Por otra parte, se vuelve a redefinir el valor de la resistencia in situ para el ratio $W/2R=4$ y $2R=10\text{mm}$. Donde la resistencia pasa de un valor de 811.34 MPa a 1028.9 MPa, aumentando en torno a un 27% su valor, de nuevo crece el valor in situ. Quedando así las predicciones para el ratio propuesto:

Tabla 5-7. Weakest link para ratio 4

Espécimen	W/2R	2R(mm)	σ_{∞} (MPa)	σ_{∞} (II) (MPa)	Error (%) (II)
6	4	2.5	728.82	637.89	12.48
7	4	4.15	558.35	560.38	0.36
8	4	6	490.70	513.49	4.64
9	4	8	466.71	483.74	3.65
10	4	10	464.69	464.69	0.00

La evolución del perfil se ajusta mucho mejor a los datos experimentales además el valor de la resistencia in situ ha aumentado pero no en demasía, como en el otro ratio que duplicaba su valor.

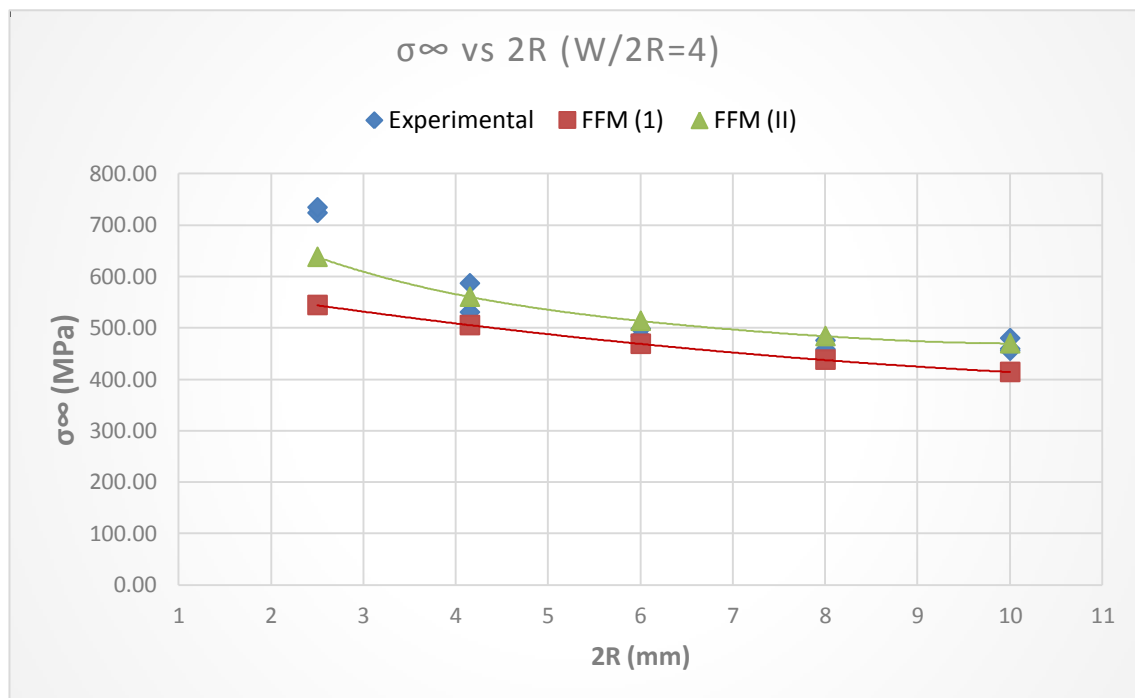


Figura 5-17. Predicción con weakest link para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.

Para conocer la idoneidad de la nueva resistencia in situ, se vuelve a dibujar la región de tensiones admisibles y a estudiar la nueva distribución de los puntos experimentales sobre la misma. Como se muestra en la figura 5-18, recordando cómo eran las predicciones que aparecían en la figura 5-1 en la que las curvas para diferentes tamaños de agujero convergían hacia la derecha, ahora la forma de la distribución de los puntos lleva a pensar que nos encontramos con un valor de la resistencia aceptable. Esto se debe a que se cumplen dos premisas:

- Todos los puntos caen dentro de la región admisible.
- La convergencia de los puntos conforme el ratio $2R/W$ aumenta.

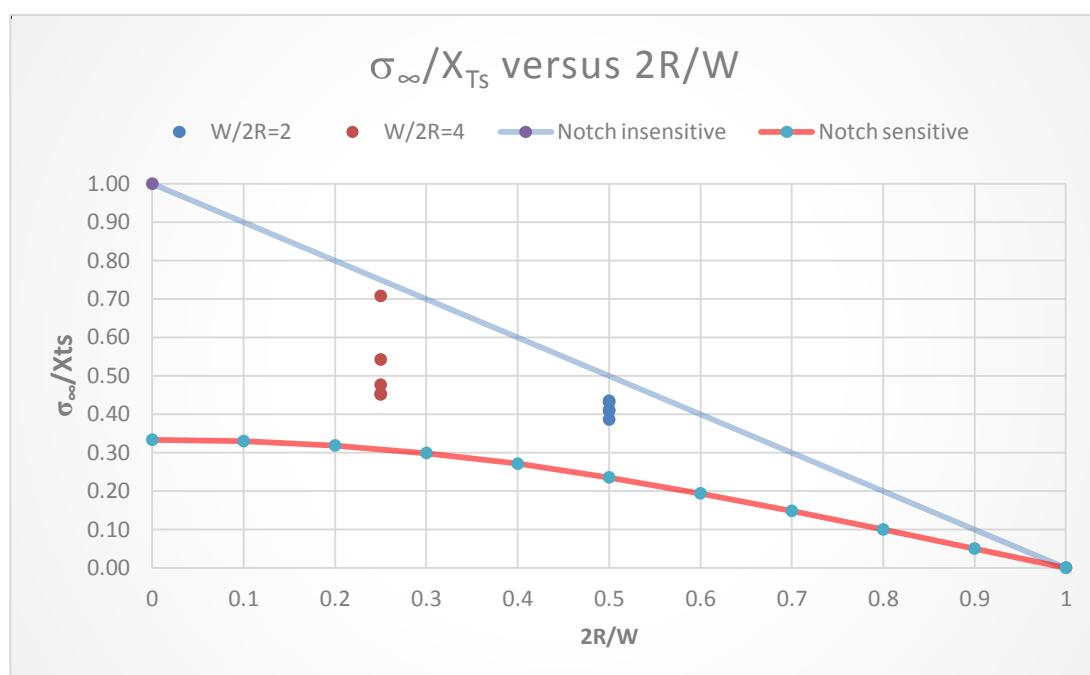


Figura 5-18. Validación del modelo para ratio 4 en el laminado cuasisótropo B.

1.12.3. El valor de la resistencia in situ

Una vez estudiado las nuevas predicciones para los valores de la resistencia in situ, resulta interesante cruzar las predicciones de los mismos, a fin de ver la idoneidad de cada una de ellas. En este caso al contar con pocos valores de los ratios, resulta insuficiente para elucidar si la resistencia in situ converge a un valor que resulta óptimo para todas las predicciones. Como resumen a las predicciones realizadas se tiene la siguiente tabla:

Tabla 5-8. Predicciones in situ para laminado B

Weakest link	Predicción (I)	Predicción (II)
Probeta referencia	5	10
2R (mm)	10	10
W/2R	2	4
X_{ts} (MPa)	1580.5	1028.9
ΔX_t/X_t (%)	100%	27%

Es importante diferenciar entre resistencia a tracción y resistencia in situ, la primera se puede medir en el laboratorio, mientras que la segunda se calcula a través de una serie de ensayos de manera indirecta. El valor real de la resistencia in situ puede acotarse si se fundamenta en las siguientes afirmaciones:

- El valor de la resistencia a tracción medida en el ensayo está subestimada, debido a las imperfecciones propias del material que lo hacen fallar por zonas más sensibles.
- El valor calculado para la resistencia del ratio 2 resulta ser demasiado elevado y lleva los puntos de ensayos fuera de la región de tensiones admisibles.

$$X_T \leq X_{Ts} \leq X_{Ts(W/2R=2)} \quad (1.57)$$

De esta forma se podría modelar un problema en el que la variable a calcular X_{Ts} está acotada entre dos valores, lo que resulta mucho más sencillo que si sólo estuviera acotada inferiormente. Siendo la función objetivo del problema la minimización de los errores en las predicciones.

1.13. La expresión empírica

Una vez estudiado el problema a fondo y viendo la respuesta de la carga de fallo al factor de escala y al de aspecto, puede proponerse una expresión para la evolución de la tensiones. De primera mano se han visto los efectos que ejercen un aumento del tamaño del agujero y de la variación del ratio por ello se sabe que:

- La expresión debe ser inversamente proporcional al valor del radio del agujero $2R$.
- El aumento del ratio $W/2R$ es directamente proporcional con la carga de fallo.
- Para valores muy elevados del tamaño del agujero, el valor tiende a la rotura por sensibilidad total al concentrador.
- Un aumento de la tenacidad a la fractura debe llevar aparejado un aumento de la carga de fallo.

Así queda la siguiente expresión propuesta:

$$\frac{\sigma_{\infty}}{X_T} = f\left(\frac{1}{2R}, \frac{W}{2R}\right) \cdot K_{Ic} + \frac{1}{K_{t\infty}} \quad (1.58)$$

donde la función f agrupa todos los efectos de la geometría de la probeta, la tenacidad a fractura es la base para el criterio energético y dicho criterio para valores elevados del tamaño de agujero pierde peso en favor del criterio tensional regido por el término del concentrador de tensiones.

Dicha expresión no tiene en cuenta el efecto que habría de modelarse cuando el agujero es muy pequeño y se alcanza el valor para rotura por sección neta. Esto podría incluirse dentro de la propia función f para que agrupase todos los casos.

Un pequeño ejemplo de cómo podría ser para un valor fijo del ratio sería el siguiente, donde las constantes a y c incluirán de manera implícita el valor del ratio.

$$\frac{\sigma_{\infty}}{X_T} = \frac{K_{Ic}}{a(2R) + c} + \frac{1}{K_{t\infty}} \quad (1.59)$$

Reestructurando la expresión se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{1}{K_{Ic}} \left(\frac{\sigma_{\infty}}{X_T} - \frac{1}{K_{t\infty}} \right) = \frac{1}{a(2R) + c} = \frac{1}{ax + c} \quad (1.60)$$

Tomando una serie de valores experimentales a y c pueden ser ajustados para que representen de manera adecuada la solución.

1.14. Conclusiones

El conjunto de los ensayos y su posterior procesamiento han dejado al descubierto numerosos caminos que realizar a la par que dar ideas de por donde debería abordarse el problema con una mayor precisión. De esta manera han podido aclararse los siguientes puntos:

- Existencia de un factor de escala $2R$ que modifica la carga de rotura del laminado con agujero, en la que se clarifica como un aumento del tamaño del espécimen reduce dicha carga.
- A partir de un cierto valor del agujero el valor de la carga de rotura tiende a un valor constante (dominación del criterio tensional) por lo que es definible un límite operacional a nivel práctico.
- La relación de aspecto o ratio de la probeta $W/2R$ también tiene influencia sobre la carga de rotura de la misma, siendo en este caso directamente proporcional con la misma.
- Tanto la secuencia de apilado y así la isotropía del problema ejercen una fuerte influencia sobre la carga así como ser las responsables de la forma en que se propaga la grieta.
- La dispersión de los resultados es mucho mayor en especímenes pequeños, posiblemente debido a la presencia de microfallos en el material.
- El modo de fallo y la forma de propagación de la grieta en modo I, II o mixto está determinado por la secuencia de apilado, así quedan las diferencias apreciables entre el laminado A y B.
- La MFF es capaz de dar una solución rápida y efectiva sobre la carga de fallo.
- El modo de fallo del laminado define la aplicabilidad del método.
- La medida de la resistencia a la tracción está subestimada y la de la tenacidad a la fractura se encuentra sobreestimada.
- La acotación del valor de la resistencia in situ del laminado.
- Se puede definir una expresión empírica que ajuste los valores de los ensayos en función de los parámetros de trabajo.

1.15. Trabajos futuros

Con la conclusión del siguiente proyecto final de carrera se incluyen una serie de aspectos en los que se puede profundizar para seguir avanzando en el problema:

- Ajuste por mínimos cuadrados de los valores de resistencia y tenacidad a fractura que hagan la mejor predicción posible.
- Mejorar del ensayo de la tenacidad a fractura K_{Ic} para su medida.
- Ajuste de una expresión empírica mejorada.
- Estudiar el posible efecto de las tensiones tangenciales sobre la rotura así como la gobernancia de un modo II.
- Estudio del fallo lámina a lámina analizando los niveles tensionales que en cada una se alcanzan.
- Mejora de la acotación del valor de la resistencia in situ.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] D. Leguillon, «Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch,» *European Journal of Mechanics*, nº 21, pp. 61-72, 2001.
- [2] T. C. T. Ting., *Anisotropic Elasticity*, Oxford Science Publications.
- [3] H. P. P. a. G. I. Tada, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, 3rd ed., New York: ASME Press, 2000, p. 696.
- [4] O. Bergsma, *Composites materials, structures and production processes*, DELF, 2013-14.
- [5] B. J. Aronsson CG, «Tensile fracture of laminates with cracks,» *Journal of Composite Materials*, nº 20, p. 287–307, 1986.
- [6] H. S. S. Z. F. B. Bao G, «The role of material orthotropy in fracture specimens for composites.,» *International Journal of Solids Structures*, nº 29, pp. 1015-1116, 1992.
- [7] C. G. Camanho PP, «On the relation between the composite laminate fracture toughness and that of the 0° ply fracture toughness: analytical model and experimental validation.,» *Engineering Fracture Mechanics*, nº 78, pp. 2535-2546, 2011.
- [8] N. C. O. E. M. D. Leguillon, «A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate.,» *International Journal of Solids and Structures*, nº 49, p. 3915–3922, 2012.
- [9] G. E. G. C. S. M. P. L. P.P. Camanho, «A finite fracture mechanics for the prediction of the open-hole strength of composite laminates.,» *Composites: Part A*, nº 43, pp. 1219-1225, 2012.

