

# Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Industrial

Análisis de la estimación de parámetros críticos en  
sistemas de potencia empleando la topología de red

Autor: M<sup>a</sup> José Toronjo Márquez

Tutor: Antonio de la Villa Jaén

Dep. Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015





Proyecto Fin de Carrera  
Ingeniería Industrial

# **Análisis de la estimación de parámetros críticos en sistemas de potencia empleando la topología de red**

Autor:

M<sup>a</sup> José Toronjo Márquez

Tutor:

Antonio de la Villa Jaén

Profesor titular

Dep. Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2015



Proyecto Fin de Carrera: Análisis de la estimación de parámetros críticos en sistemas de potencia empleando la topología de red

Autor: M<sup>a</sup> José Toronjo Márquez

Tutor: Antonio de la Villa Jaén

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2015

El Secretario del Tribunal

# Resumen

---

Estudios previos sobre la identificación de errores en los parámetros muestran que errores en los parámetros de ramas que son cortes simples de una red no pueden ser detectados y que errores en los parámetros de ramas que son cortes dobles de una red no pueden ser identificados sin que se incluyan unidades de medida fasoriales (PMUs) [2]. Por lo tanto, lo primero que se debe de hacer es poder identificar todos los cortes simples y dobles de las redes de gran escala. En este proyecto se presenta un método numérico cuya función es exactamente la descrita anteriormente. La validez de este método se demuestra a través de los ensayos realizados sobre redes tanto de pequeña escala como de gran escala. Además se realiza un análisis de identificación de errores en los parámetros dónde se demuestra si son ciertos los problemas de identificación de errores en los parámetros de los cortes simples y dobles de la red.



# Índice

---

<b>Resumen</b>	<b>VII</b>
<b>Índice</b>	<b>IX</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>XV</b>
<b>Notación</b>	<b>XVI</b>
<b>CAPÍTULO I. Introducción y objetivos</b>	<b>1</b>
<i>Apartado 1. Introducción</i>	<i>1</i>
<i>Apartado 2. Objetivos y alcance del proyecto.</i>	<i>2</i>
<b>CAPÍTULO II. Estado del arte</b>	<b>3</b>
<i>Apartado 1. Estudios realizados sobre la identificación de cortes simples y dobles en redes de gran escala.</i>	<i>3</i>
<i>Apartado 2. Estudios realizados sobre la identificación de errores en los parámetros de las redes.</i>	<i>6</i>
<b>CAPÍTULO III. Metodología aplicada</b>	<b>11</b>
<i>Apartado 1. Método basado en la factorización LU</i>	<i>11</i>
1.1 Método matemático	12
1.2 Algoritmo implementado en Matlab	14
<i>Apartado 2. Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales</i>	<i>17</i>
2.1 Método matemático	18
2.2 Algoritmo implementado en Matlab	20
<b>CAPÍTULO IV. Resultados obtenidos con cada metodología aplicada</b>	<b>23</b>
<i>Apartado 1. Ensayos realizados</i>	<i>23</i>
1.1 Ensayo nº 1	23
1.2 Ensayo nº 2	23
1.3 Ensayo nº 3	24
1.4 Ensayo nº 4	25
1.5 Ensayo nº 5	25
1.6 Ensayo nº 6	26
<i>Apartado 2. Resultados</i>	<i>27</i>
2.1 Ensayo nº 1	27
2.2 Ensayo nº 2	29
2.3 Ensayo nº 3	31
2.4 Ensayo nº 4	33
2.5 Ensayo nº 5	36
2.6 Ensayo nº 6	39
<i>Apartado 3. Análisis de resultados y conclusiones</i>	<i>40</i>
<b>CAPÍTULO V. Aplicación a la estimación de parámetros</b>	<b>43</b>
<i>Apartado 1. Ensayos realizados</i>	<i>43</i>
1.1 Ensayo nº 1	43
1.2 Ensayo nº 2	43

1.3	Ensayo nº 3	44
1.4	Ensayo nº 4	44
1.5	Ensayo nº 5	44
1.6	Ensayo nº 6	44
1.7	Ensayo nº 7	45
1.8	Ensayo nº 8	45
<i>Apartado 2. Resultados</i>		46
2.1	Ensayo nº 1	46
2.2	Ensayo nº 2	54
2.3	Ensayo nº 3	60
2.4	Ensayo nº 4	68
2.5	Ensayo nº 5	74
2.6	Ensayo nº 6	80
2.7	Ensayo nº 7	84
2.8	Ensayo nº 8	87
<i>Apartado 3. Análisis de resultados y conclusiones</i>		91
<b>CAPÍTULO VI.</b>	<b>Estudios realizados</b>	<b>95</b>
<i>Apartado 1. Estudio de los errores encontrados en el método 1.</i>		95
<i>Apartado 2. Estudio de los tiempos de ejecución.</i>		112
<b>CAPÍTULO VII.</b>	<b>Conclusiones Finales</b>	<b>114</b>
<b>Anexos</b>		<b>115</b>
<i>Anexo 1. Algoritmo de Matlab Método 1.</i>		115
<i>Anexo 2. Algoritmo de Matlab Método 2 versión 1.</i>		122
<i>Anexo 3. Algoritmo de Matlab Método 2 versión 2.</i>		127
<b>Referencias</b>		<b>129</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1. Árbol red 14 nudos, método existente.	4
Tabla 2. Cortes fundamentales red 14 nudos.	5
Tabla 3. Combinaciones de los cortes fundamentales red 14 nudos.	5
Tabla 4. Cortes simples red 5 nudos, método 1.	27
Tabla 5. Cortes dobles red 5 nudos, método 1.	27
Tabla 6. Resumen cortes red 5 nudos, método 1.	27
Tabla 7. Cortes simples red 5 nudos, método 2.	28
Tabla 8. Cortes dobles red 5 nudos, método 2.	28
Tabla 9. Resumen cortes red 5 nudos, método 2.	28
Tabla 10. Cortes simples red 14 nudos, método 1.	29
Tabla 11. Cortes dobles red 14 nudos, método 1.	29
Tabla 12. K-tuples red 14 nudos, método 1.	29
Tabla 13. Resumen cortes red 14 nudos, método 1.	30
Tabla 14. Cortes simples red 14 nudos, método 2.	30
Tabla 15. Cortes dobles red 14 nudos, método 2.	30
Tabla 16. K-tuples red 14 nudos, método 2.	30
Tabla 17. Resumen cortes red 14 nudos, método 2.	31
Tabla 18. Cortes simples red 19 nudos, método 1.	31
Tabla 19. Cortes dobles red 19 nudos, método 1.	31
Tabla 20. K-tuples red 19 nudos, método 1.	32
Tabla 21. Resumen cortes red 19 nudos, método 1.	32
Tabla 22. Cortes simples red 19 nudos, método 2.	32
Tabla 23. Cortes dobles red 19 nudos, método 2.	33
Tabla 24. K-tuples red 19 nudos, método 2.	33
Tabla 25. Resumen cortes red 19 nudos, método 2.	33
Tabla 26. Cortes simples red 30 nudos, método 1.	33
Tabla 27. Cortes dobles red 30 nudos, método 1.	34
Tabla 28. K-tuples red 30 nudos, método 1.	34
Tabla 29. Resumen cortes red 30 nudos, método 1.	34
Tabla 30. Cortes simples red 30 nudos, método 2.	35
Tabla 31. Cortes dobles red 30 nudos, método 2.	35
Tabla 32. K-tuples red 30 nudos, método 2.	35
Tabla 33. Resumen cortes red 30 nudos, método 2.	35
Tabla 34. Cortes simples red 57 nudos, método 1.	36

Tabla 35. Cortes dobles red 57 nudos, método 1.	36
Tabla 36. K-tuples red 57 nudos, método 1.	37
Tabla 37. Resumen cortes red 57 nudos, método 1.	37
Tabla 38. Cortes simples red 57 nudos, método 2.	37
Tabla 39. Cortes dobles red 57 nudos, método 2.	38
Tabla 40. K-tuples red 57 nudos, método 2.	38
Tabla 41. Resumen cortes red 57 nudos, método 2.	38
Tabla 42. Resumen cortes red 525 nudos, método 2.	39
Tabla 43. Desglose k-tuples red 525 nudos, método 2.	39
Tabla 44. Tabla comparativa k-tuples red 19 nudos.	40
Tabla 45. Tabla comparativa cortes dobles red 30 nudos.	41
Tabla 46. Tabla comparativa k-tuples red 30 nudos.	41
Tabla 47. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.1.	46
Tabla 48. Resultado ensayo n° 1.1.	47
Tabla 49. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.2.	48
Tabla 50. Resultado ensayo n° 1.2.	48
Tabla 51. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.3.	49
Tabla 52. Resultado ensayo n° 1.3.	49
Tabla 53. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.4.	50
Tabla 54. Resultado ensayo n° 1.4.	51
Tabla 55. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.5.	52
Tabla 56. Resultado ensayo n° 1.5.	52
Tabla 57. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.6.	53
Tabla 58. Resultado ensayo n° 1.6.	54
Tabla 59. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.1.	55
Tabla 60. Resultado ensayo n° 2.1.	55
Tabla 61. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.1.	56
Tabla 62. Resultado ensayo n° 2.2.	56
Tabla 63. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, 7.	57
Tabla 64. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.4.	58
Tabla 65. Resultado ensayo n° 2.4.	58
Tabla 66. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.5.	59
Tabla 67. Resultado ensayo n° 2.5.	60
Tabla 68. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.1.	61
Tabla 69. Mult.de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros con error eliminado, Ensayo 3.1.	62
Tabla 70. Resultado ensayo n° 3.1.	62
Tabla 71. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.2.	63
Tabla 72. Resultado ensayo n° 3.5.	64

Tabla 73. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.3.	64
Tabla 74. Resultado ensayo n° 3.3.	65
Tabla 75. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.4.	66
Tabla 76. Resultado ensayo n° 3.4.	66
Tabla 77. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.5.	67
Tabla 78. Resultado ensayo n° 3.5.	67
Tabla 79. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.1.	68
Tabla 80. Resultado ensayo n° 4.1.	69
Tabla 81. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.2.	70
Tabla 82. Resultado ensayo n° 4.2.	70
Tabla 83. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.3.	71
Tabla 84. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.4.	72
Tabla 85. Resultado ensayo n° 4.4.	72
Tabla 86. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.5.	73
Tabla 87. Resultado ensayo n° 4.5.	74
Tabla 88. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.1.	75
Tabla 89. Resultado ensayo n° 5.1.	75
Tabla 90. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.2.	76
Tabla 91. Resultado ensayo n° 5.2.	77
Tabla 92. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.3.	77
Tabla 93. Resultado ensayo n° 5.3.	78
Tabla 94. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.4.	79
Tabla 95. Resultado ensayo n° 5.4.	79
Tabla 96. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.1.	80
Tabla 97. Resultado ensayo n° 6.1.	81
Tabla 98. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.2.	82
Tabla 99. Resultado ensayo n° 6.2.	82
Tabla 100. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.3.	83
Tabla 101. Resultado ensayo n° 6.3.	83
Tabla 102. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.4.	84
Tabla 103. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 7.1.	85
Tabla 104. Resultado ensayo n° 7.1.	86
Tabla 105. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 7.2.	86
Tabla 106. Resultado ensayo n° 7.2.	87
Tabla 107. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 8.1.	88
Tabla 108. Resultado ensayo n° 8.1.	88
Tabla 109. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 8.2.	89
Tabla 110. Resultado ensayo n° 8.2.	90

Tabla 111. Multiplicadores de Lagrange corte doble.	91
Tabla 112. Multiplicadores de Lagrange 3-tuple.	91
Tabla 113. Comparativa Multiplicadores de Lagrange corte simple, corte doble y k-tuple con un error del 20% en la reactancia serie.	92
Tabla 114. Comparativa Multiplicadores de Lagrange Sistema completo e incompleto de medidas.	93
Tabla 115. Comparativa estimación de parámetros con ruido y sin ruido.	93
Tabla 116. Comparativa Multiplicadores de Lagrange error en la resistencia y en la reactancia serie.	94
Tabla 117. Ramas Red 19 nudos.	96
Tabla 118. Matriz de incidencia rama-bus red 19 nudos.	96
Tabla 119. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 8.	97
Tabla 120. Matriz L obtenida con el algoritmo, estudio rama 8.	98
Tabla 121. Matriz L obtenida con la función propia de Matlab, estudio rama 8.	98
Tabla 122. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 9.	99
Tabla 123. Matriz L obtenida con el algoritmo, estudio rama 9.	100
Tabla 124. Matriz L obtenida con la función propia de Matlab, estudio rama 9.	100
Tabla 125. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 13.	101
Tabla 126. Matriz L, estudio rama 13.	102
Tabla 127. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 14.	103
Tabla 128. Matriz L, estudio rama 14.	103
Tabla 129. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 15.	104
Tabla 130. Matriz L, estudio rama 15.	105
Tabla 131. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 17.	106
Tabla 132. Matriz L, estudio rama 17.	106
Tabla 133. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 18.	107
Tabla 134. Matriz L, estudio rama 18.	108
Tabla 135. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 19.	109
Tabla 136. Matriz L, estudio rama 19.	109
Tabla 137. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 20.	110
Tabla 138. Matriz L, estudio rama 20.	111

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Diagrama de flujo del método 1.	12
Figura 2. Diagrama de flujo del método 2.	17
Figura 3. Árbol recubridor mínimo.	18
Figura 4. Red de 5 nudos.	23
Figura 5. Red de 14 nudos.	24
Figura 6. Red de 19 nudos.	24
Figura 7. Red de 30 nudos.	25
Figura 8. Red de 57 nudos.	26
Figura 9. Resumen tiempos de ejecución Método 1 versión 1	112
Figura 10. Resumen tiempos de ejecución Método 1 versión 2	113

# Notación

---

Método 1	Método basado en la factorización LU
Método 2	Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales
MCP	Mínimos cuadrados ponderados
s.a	Sujeto a
CPU	Unidad de Procesamiento Central

# CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

---

## Apartado 1. Introducción

En la operación en tiempo real de los sistemas de potencia la obtención de datos es más compleja de lo que parece, debido al deterioro o pérdida de la información en el proceso de lectura, transmisión y recepción de los datos. Antes de que se haga cualquier evaluación de la seguridad de un sistema o de que se tomen acciones de control para el mismo, se debe determinar un estado confiable del estado existente de la información.

El estimador de estado es, básicamente, una herramienta utilizada por los centros de control de energía eléctrica para una construcción, en tiempo real, del modelo eléctrico del sistema.

Tradicionalmente, el estimador de estado se lleva a cabo teniendo en cuenta que el modelo correcto de la red es conocido. Por lo tanto, las inconsistencias detectadas durante el proceso de estimación de estado son atribuidas a errores en las medidas analógicas. Pero estos errores en el modelo de la red pueden ser debidos tanto a la topología de la red como a errores en los parámetros.

Estudios sobre la influencia de errores en los parámetros sobre la estimación demuestran que los errores en las impedancias de las ramas son poco visibles y pueden producir errores en los datos proporcionados por el estimador de estado continuamente y durante grandes periodos de tiempo sin que dichos errores se detecten.

Desde el punto de vista del estimador de estado, un error en un parámetro tiene el mismo efecto que un conjunto de errores correlacionados que actuaran sobre la rama y las inyecciones en los nudos extremos de ella, por lo que será de suma importancia su estimación. Estudios realizados demuestran que los errores en los parámetros pueden producir un impacto sobre la estimación de estado similar o superior al de los errores en las medidas. Por ello, los errores en los parámetros no detectados pueden afectar gravemente a la exactitud de las aplicaciones de seguridad y optimización de las redes.

Debido a esta influencia de los errores en los parámetros en la estimación de estado, se comprueba la necesidad de estimar los parámetros para poder realizar una buena estimación de estado.

Para poder realizar la estimación de parámetros es necesario identificarlos previamente mediante uno de los métodos existentes, para así posteriormente estimar aquellos que han sido identificados.

Y es en este punto cuando llega el objeto de este proyecto, ya que al investigar sobre esta identificación previa de los parámetros sospechosos de ser erróneos, se detecta que existen limitaciones en la identificación de parámetros erróneos para ciertas topologías de la red. Estas topologías son las caracterizadas por los cortes simples y dobles de la red.

Los cortes simples son aquellos en los que la eliminación de una única rama de la red divide esta en dos. Es decir, la eliminación de esta rama convierte una red conexa en una no-conexa. Un corte doble es aquel en el cual la eliminación de dos ramas de la red simultáneamente convierte esta en no-conexa, es decir, si se añade de nuevo cualquiera de las dos ramas la red se vuelve conexa de nuevo.

Por lo tanto para poder estudiar estas limitaciones lo primero que se debe de hacer es obtener un algoritmo con el que se identifiquen este tipo de ramas. Una vez localizadas se podrá realizar un estudio más completo sobre estas limitaciones en la identificación de errores en los parámetros.

## **Apartado 2. Objetivos y alcance del proyecto.**

En este apartado se quiere definir clara y concisamente los objetivos que se quieren conseguir con la realización de este proyecto así como definir lo que queda dentro y fuera del alcance del proyecto.

- **Objetivos.**

Los objetivos que se pretenden conseguir con la realización de este proyecto son, en primer lugar, obtener un algoritmo eficiente que identifique todos los cortes simples y dobles de redes de potencia de gran escala y en segundo lugar, realizar un estudio de las limitaciones que se encuentran al intentar localizar errores en los parámetros en las topologías de red estudiadas, es decir, los cortes simples y dobles de la red.

- **Alcance.**

El alcance del proyecto se limita a la realización y comprobación mediante la realización de ensayos a varias redes del algoritmo definido en el apartado de objetivos y la posterior realización del análisis sobre las limitaciones indicadas en la identificación de errores en los parámetros.

Queda fuera del alcance el estudio de los métodos de identificación de cortes en redes de potencia ya existentes.

Queda fuera del alcance el estudio de los métodos existentes para la identificación de errores en los parámetros, uno de estos métodos será utilizado para el análisis indicado anteriormente pero el alcance se limita al estudio de los resultados obtenidos mediante este análisis.

# CAPÍTULO II. ESTADO DEL ARTE

## Apartado 1. Estudios realizados sobre la identificación de cortes simples y dobles en redes de gran escala.

Los algoritmos existentes son algoritmos que identifican todos los cortes de una red dada. Por lo tanto, los cortes simples y dobles, los cuales son cortes con solo una o dos ramas, pueden ser obtenidos de ese conjunto global de cortes. Entre esos algoritmos, el más común se basa en la definición de cortes fundamentales de sus correspondientes árboles para así enumerar todo el espacio de cortes. Los detalles de este método se pueden encontrar en [5]-[8] y se resumen a continuación.

Dada una red dirigida  $G$  con  $n$  buses y  $b$  ramas, la matriz de incidencia bus-rama de  $G$  se puede definir como:

$$A_a = [a_{ij}] \quad (1)$$

dónde:

$i$	Índice de filas de la matriz $A_a$ que corresponden a los buses de la red.
$j$	Índice de columnas de la matriz $A_a$ que corresponden a las ramas de la red.
$a_{ij} = 1$	Si el bus $i$ es el bus origen de la rama $j$ .
$a_{ij} = -1$	Si el bus $i$ es el bus destino de la rama $j$ .
$a_{ij} = 0$	Si el bus $i$ no pertenece a la rama $j$ .

Eliminando una rama y realizando la traspuesta de  $A_a$ , se obtiene la matriz de incidencia rama-bus reducida  $A^T$ . En una red conexa todas las filas de la matriz de incidencia bus-rama reducida son linealmente independientes.

Un árbol de la red conexa  $G$  es una sub-red de  $G$ , la cual 1) contiene todos los buses de  $G$  y 2) es una sub-red conexa sin ningún bucle. Un árbol de  $G$  puede ser fácilmente localizado dividiendo la matriz  $A$  de la siguiente manera

$$A = [A_T \quad A_L] \quad (2)$$

en la cual cada columna de  $A_T$  representa una rama del árbol y cada columna de  $A_L$  corresponde a un enlace. La matriz  $A_T$  es no singular.

Una vez se ha obtenido un árbol, el conjunto de cortes relacionados con dicho árbol se definen como  $n - 1$  cortes, cada uno de los cuales incluye una rama diferente. La matriz de cortes que representa los  $n - 1$  cortes fundamentales tiene la forma:

$$D = [d_{ij}] = [1_{n-1} \quad D_L] \quad (3)$$

dónde:

- $d_{ij} = 1$  Si la rama  $j$  está incluida en el corte  $i$  con la misma dirección.  
 $d_{ij} = -1$  Si la rama  $j$  está incluida en el corte  $i$  con la dirección contraria.  
 $d_{ij} = 0$  Si la rama  $j$  no está incluida en el corte  $i$ .

Por lo tanto, en la matriz  $D$ , cada fila representa un corte, cada columna de  $1_{n-1}$  corresponde a una rama del árbol y cada columna de  $D_L$  corresponde a un enlace.

La obtención de esa matriz fundamental está basada en la relación

$$D = [1_{n-1} \quad D_L] = A_T^{-1}[A_T \quad A_L] = A_T^{-1}A. \quad (4)$$

Basándose en esos fundamentos, se pueden obtener diversos algoritmos. Uno de ellos es el siguiente:

Paso 1) Construir la matriz de incidencia reducida bus-rama  $A$  de una red dada.

Paso 2) Buscar un árbol de esa red y dividir  $A$  como en (2).

Paso 3) Obtener la matriz de cortes fundamentales  $D$  (4), donde los cortes fundamentales corresponden al árbol definido en el Paso 2. Los cortes simples, si existen, aparecerán en los cortes fundamentales ya que estos pertenecen a cualquier árbol de la red. Como resultado, la fila que contenga solo un elemento distinto de cero representará un corte simple. La rama correspondiente a este elemento distinto de cero puede ser identificada como un corte simple.

Paso 4) Definir los cortes fundamentales encontrados en el Paso 3 como una base del espacio completo de cortes. Entonces todos los cortes, así como las uniones, pueden ser enumerados. Una vez se tienen todos los resultados, los cortes que contengan exactamente dos ramas serán identificados como cortes dobles. La razón por la que los cortes deben ser enumerados es que los cortes dobles están formados por dos ramas del árbol. Por lo tanto no pueden ser identificados con un solo conjunto de cortes fundamentales ya que cada corte fundamental contiene solo una rama.

A continuación se muestra un ejemplo de la obtención de los cortes simples y dobles aplicando este método a la red de 14 nudos que se muestra en la Figura 5.

- Las ramas del árbol obtenido son las mostradas en la Tabla 1.

RAMAS DEL ÁRBOL	$B_{1-2}, B_{1-5}, B_{2-4}, B_{2-3}, B_{5-6}, B_{4-9}, B_{4-7}, B_{7-8}, B_{9-10}, B_{9-14}, B_{10-11}, B_{6-12}, B_{6-13}$
-----------------	---

Tabla 1. Árbol red 14 nudos, método existente.

- Los cortes fundamentales obtenidos mediante (4) son los mostrados en la Tabla 2.

$S_1$	$B_{1-2}, B_{2-5}, B_{4-5}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$S_2$	$B_{1-5}, B_{2-5}, B_{4-5}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$S_3$	$B_{2-4}, B_{3-4}, B_{4-4}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$S_4$	$B_{2-3}, B_{3-4}$
$S_5$	$B_{5-6}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$S_6$	$B_{4-9}, B_{7-9}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$S_7$	$B_{4-7}, B_{7-9}$
$S_8$	$B_{7-8}$
$S_9$	$B_{9-10}, B_{6-11}$
$S_{10}$	$B_{9-14}, B_{13-14}$
$S_{11}$	$B_{10-11}, B_{6-11}$
$S_{12}$	$B_{6-12}, B_{12-13}$
$S_{13}$	$B_{6-13}, B_{12-13}, B_{13-14}$

Tabla 2. Cortes fundamentales red 14 nudos.

De la Tabla 2 obtenemos que el corte fundamental  $S_8$  es un corte simple al contener únicamente una rama. Y los cortes fundamentales  $S_4, S_7, S_9, S_{10}, S_{11}$  y  $S_{12}$  son cortes dobles al estar formados únicamente por dos ramas.

El resto de cortes pueden ser enumerados mediante el resultado de todas las combinaciones posibles de esos cortes fundamentales, tal y como vemos en la Tabla 3.

$S_1 \oplus S_2$	$B_{1-2}, B_{1-5}$
$S_1 \oplus S_3$	$B_{1-2}, B_{2-5}, B_{2-4}, B_{3-4}$
$S_1 \oplus S_4$	$B_{1-2}, B_{2-5}, B_{2-3}, B_{3-4}, B_{4-5}, B_{6-11}, B_{13-14}$
$\vdots$	$\vdots$
$S_1 \oplus S_2 \oplus \dots \oplus S_{13}$	$B_{1-2}, B_{1-5}, B_{2-4}, B_{2-3}, B_{5-6}, B_{4-9}, B_{4-7}, B_{7-8}, B_{9-10}, B_{9-14}, B_{10-11}, B_{6-12}, B_{6-13}, B_{4-5}, B_{6-11}, B_{13-14}$
Número de combinaciones	8191

Tabla 3. Combinaciones de los cortes fundamentales red 14 nudos.

De la Tabla 3 obtenemos que las ramas  $B_{1-2}, B_{1-5}$  forman un corte doble. Y con este ya tenemos identificados todos los cortes simples y dobles de la red de 14 nudos.

El problema de estos métodos es que la búsqueda de árboles y la enumeración de todos los cortes de la red son muy exigentes computacionalmente, en el ejemplo vemos como en una red de solo 14 nudos existen 8191 combinaciones posibles de cortes fundamentales. Por lo tanto en redes reales con muchos nudos el número de combinaciones posibles será infinitamente mayor. Por este motivo y ya que solo necesitamos encontrar los cortes simples y dobles, no es eficiente buscar todos los cortes de la red.

## Apartado 2. Estudios realizados sobre la identificación de errores en los parámetros de las redes.

Los métodos existentes para la identificación de errores en los parámetros son los siguientes:

- Métodos basados en el análisis de sensibilidad residual [4].

Estos métodos utilizan el vector de estado convencional sin ampliarlo con los parámetros erróneos y realizan la estimación de parámetros una vez que ha finalizado la estimación de estado, por este motivo el código de la estimación de estado permanecerá intacto, lo cual es una gran ventaja de estos métodos.

- Métodos que amplían el vector de estado [4].

Estos métodos incluyen los parámetros sospechosos en el vector de estado como si fuesen variables independientes por lo que se calculan tanto las tensiones y desfases de los nudos como los parámetros.

Una vez que se ha ampliado el vector de estado con los parámetros erróneos se puede resolver el sistema de ecuaciones de dos formas diferentes:

- Mediante ecuaciones normales.
- Mediante la teoría del filtro de Kalman.

- Método basado en los multiplicadores de Lagrange de las restricciones de los parámetros [1].

En este método un conjunto de variables adicionales que corresponden a los errores en los parámetros de la red se introduce en el problema de estimación de estado. Siguiendo la solución tradicional de estimación de estado, los residuos de las medidas son utilizados para calcular los multiplicadores de Lagrange asociados a los errores de los parámetros. Si estos resultan ser significantes, entonces el parámetro asociado es sospechoso de ser un error.

La principal ventaja de este método es que los residuos normalizados de las medidas y los multiplicadores de Lagrange de los parámetros erróneos pueden calcularse, permitiendo su identificación incluso cuando aparecen simultáneamente.

Este método es el que se ha usado en este proyecto para la identificación de errores en los parámetros. Por este motivo se va a explicar detalladamente a continuación.

### A. Formulación del problema.

Considerar el siguiente modelo de medida:

$$z = h(x, p_e) + e \quad (1)$$

dónde:

$z$	Vector de medidas.
$h(x, p_e)$	Función no lineal que relaciona las mediciones de los estados del sistema y los errores de los parámetros de red.
$x$	Vector de estado del sistema, que incluye las magnitudes de las tensiones y los ángulos.
$p_e$	Vector que contiene los parámetros erróneos de la red.
$e$	Vector de medidas de los errores

Los buses sin generación ni carga proporcionan medidas exactas de inyección de potencia cero. Estas se pueden tratar como restricciones de igualdad dadas por:

$$c(x, p_e) = 0. \quad (2)$$

El vector de los parámetros de la red se modela como

$$p = p_t + p_e \quad (3)$$

donde  $p$  y  $p_t$  son, respectivamente, el vector de parámetros asumido y verdadero de la red. Normalmente el estimador de estado asume que no existen errores en los parámetros de la red. Por lo tanto, para una operación libre de errores, se cumple la siguiente restricción de igualdad:

$$p_e = 0. \quad (4)$$

El problema de estimación de estado de MCP puede ser formulado como el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & J(x) = \frac{1}{2} r^t W r \\ \text{s.a: } & c(x, p_e) = 0 \\ & p_e = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

dónde:

$r = z - h(x, p_e)$	Vector de medidas residuales.
$W$	Matriz diagonal cuya inversa es la matriz de covarianzas de los errores en las medidas, $cov(e)$ .

Aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange, se define el siguiente Lagrangiano para el problema de optimización (5):

$$L = \frac{1}{2} r^t W r - \mu^t c(x, p_e) - \lambda^t p_e \quad (6)$$

Aplicando las condiciones de optimalidad de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial x} = H_x^t W r + C_x^t \mu = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p} = H_p^t W r + C_p^t \mu + \lambda = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = c(x, p_e) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_e = 0 \quad (10)$$

dónde

$$H_x = \frac{\partial h(x, p_e)}{\partial x} \quad (11)$$

$$C_x = \frac{\partial c(x, p_e)}{\partial x} \quad (12)$$

$$h_p = \frac{\partial h(x, p_e)}{\partial p_e} \quad (13)$$

$$C_p = \frac{\partial c(x, p_e)}{\partial p_e} \quad (14)$$

$\mu$  y  $\lambda$  son los multiplicadores de Lagrange para las restricciones de igualdad (2) y (4).

La ecuación (8) puede usarse para expresar  $\lambda$  en función de  $\mu$  y  $r$

$$\lambda = S \cdot \begin{bmatrix} r \\ \mu \end{bmatrix} \quad (15)$$

dónde

$$S = - \begin{bmatrix} W H_p \\ C_p \end{bmatrix}^t \quad (16)$$

es la matriz de sensibilidad de parámetros.

La restricción de igualdad (4) permite la sustitución de  $p_e$  en las ecuaciones (7)-(9). Denotando  $h(x, 0)$  y  $c(x, 0)$  como  $h_0(x)$  y  $c_0(x)$ , respectivamente, la ecuación de medidas toma la forma:

$$z = h_0(x) + e \quad (17)$$

$$c_0(x) = 0. \quad (18)$$

Notar como las ecuaciones (17) y (18) son las ecuaciones de medidas convencionales y de inyección de potencia cero usadas por el estimador de estado. Estas no incluyen los errores en los parámetros como variables explícitas. Sustituyendo las aproximaciones de Taylor de primer orden por  $h_0(x)$  y  $c_0(x)$ , se obtienen las siguientes ecuaciones lineales:

$$H_x \cdot \Delta x + r = \Delta z \quad (19)$$

$$C_x \cdot \Delta x = -c_0(x_0) \quad (20)$$

dónde  $\Delta x = x - x_0$ ,  $x_0$  es la estimación inicial del sistema de estimación de estado  $\Delta z = z - h_0(x_0)$ .

Usando (7), (19), y (20), obtenemos la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} 0 & H_x^t W & C_x^t \\ H_x & I & 0 \\ C_x & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ r \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta z \\ -c_0(x_0) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Esta ecuación es la misma ecuación que se usa para el método iterativo del problema de estimación de estado convencional de MCP. Por lo tanto, la solución para el vector de medidas residuales  $r$  y los multiplicadores de Lagrange para inyección cero  $\mu$  pueden ser obtenidos mediante la resolución iterativa de la ecuación (21). Una vez el algoritmo de estimación de estado converge exitosamente, (15) puede ser usada para obtener el vector de los multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  asociados a los errores en los parámetros.

### B. Cálculo de los Multiplicadores de Lagrange Normalizados $\lambda^N$

Ya que el objetivo principal de este método es identificar errores en los parámetros, la validez de la restricción (10) debe de ser comprobada. Esto se puede hacer basándose en el vector de multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  asociado con el vector de errores en los parámetros  $p_e$ . Con el fin de probar el significado de un valor  $\lambda_i$  dado, este se normaliza usando su matriz de covarianzas  $cov(\lambda)$ , la cual se puede obtener como sigue:

Definiendo  $u = [r \quad \mu]^T$  y usando (15)

$$\Lambda = cov(\lambda) = S \cdot cov(u) \cdot S^t \quad (22)$$

La covarianza de  $u$  puede calcularse expresando  $r$  y  $\mu$  en función del desajuste de las medidas. Para hacer esto, se expresa la inversa de la matriz de coeficientes de (21) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 0 & H_x^t W & C_x^t \\ H_x & I & 0 \\ C_x & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \\ E_4 & E_5 & E_6 \\ E_7 & E_8 & E_9 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Si  $c_0(x_0) = 0$ , de (21) obtenemos:

$$r = E_5 \cdot \Delta z \quad (24)$$

$$\mu = E_8 \cdot \Delta z \quad (25)$$

Nombrando  $\psi = [E_5 \quad E_8]^T$ , entonces

$$\lambda_i^N = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\Lambda(i,i)}} \quad (28)$$

Para  $i=1, \dots, k$ , donde  $k$  es el número total de parámetros de la red cuyos errores tienen que ser identificados.

Notar como el denominador de (28) será cero para los casos donde la redundancia local en las medidas no permita la identificación de errores en el parámetro  $i$ . Uno de esos casos es cuando todas las medidas de un parámetro son críticas. Otro caso obvio es cuando no hay medidas para un cierto parámetro.

### C. Corrección del Error en el Parámetro

Una vez el error ha sido identificado, este puede corregirse estimando su valor real simultáneamente con las otras variables de estado. Con el fin de cumplir esto, se añade al vector de estado el parámetro sospechoso  $p$ , obteniendo el siguiente vector de estado:

$$v = [x_1, x_2, \dots, x_n | p] \quad (29)$$

dónde:

$x_1, \dots, x_n$       Variables de estado convencionales.  
 $p$                     Parámetro previamente identificado como erróneo.

La solución del problema de estimación de estado no solo incluye la estimación del estado sino que además estima el valor del parámetro sospechoso.

#### D. Identificación de errores /Algoritmo de corrección

El anterior método ha sido usado para desarrollar un algoritmo que detecta, identifica y elimina errores en los parámetros de las redes así como datos erróneos.

Este algoritmo es el que ha sido usado posteriormente para realizar los ensayos descritos en el CAPÍTULO IV.Apartado 1.

# CAPÍTULO III. METODOLOGÍA APLICADA

---

En este apartado se describen los algoritmos que han sido desarrollados para obtener el objetivo principal del proyecto, es decir, los cortes simples y dobles de las redes de potencia.

El primer algoritmo desarrollado es un algoritmo propuesto por Liuxi Zhang y Ali Abur en IEEE [3]. Por lo tanto, lo que se ha hecho en este proyecto es implementar este algoritmo mediante Matlab para poder comprobar si realiza correctamente su función.

Por el contrario, el segundo algoritmo es un algoritmo nuevo que ha sido desarrollado para este proyecto.

## **Apartado 1. Método basado en la factorización LU**

El algoritmo objeto de este apartado consiste en un método numérico que identifica los cortes simples y cortes dobles de una red mediante la factorización LU de la matriz de incidencia reducida (rama-bus) de dicha red estudiada.

El diagrama de flujo de la Figura 1 representa de una forma sencilla el procedimiento empleado para la elaboración del algoritmo:

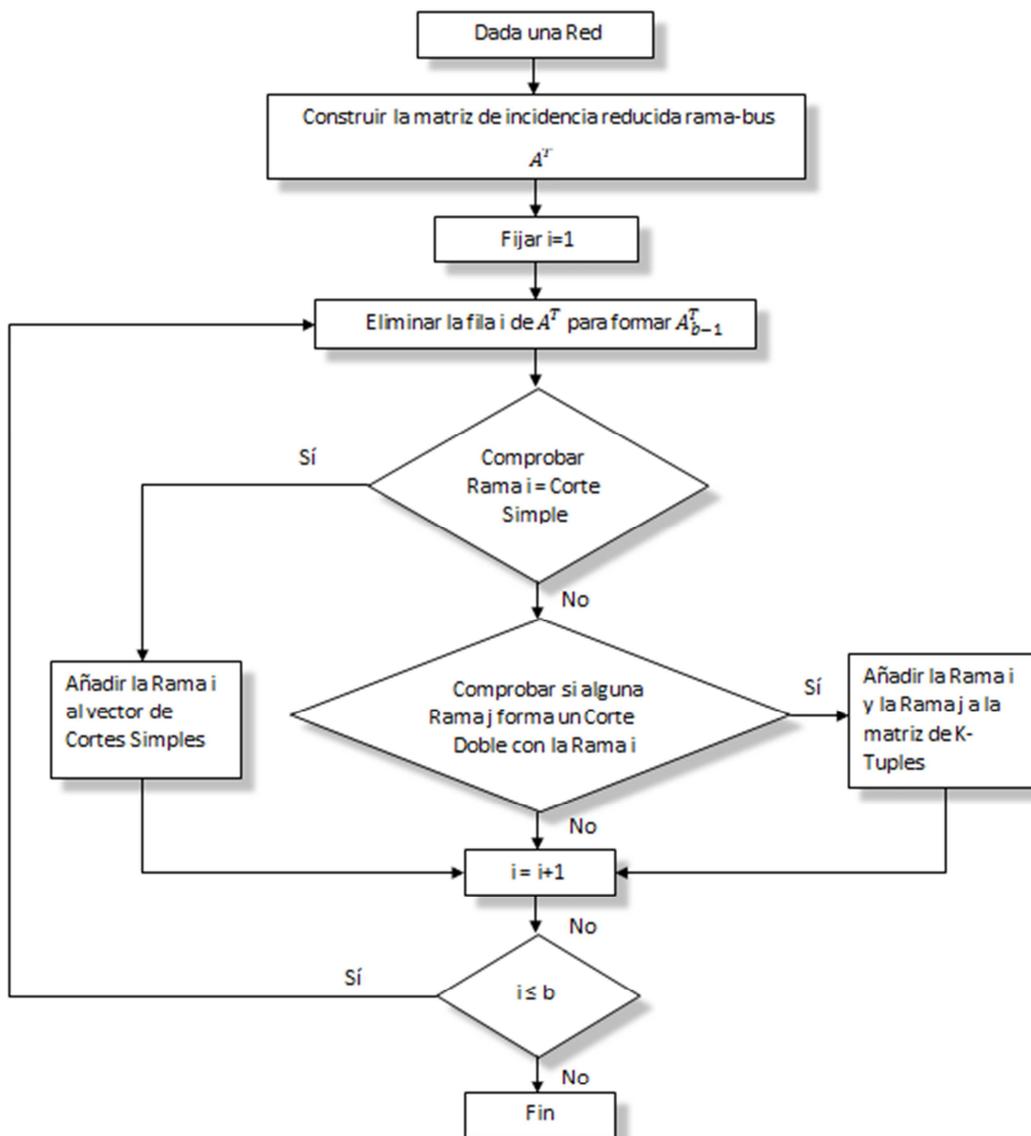


Figura 1. Diagrama de flujo del método 1.

### 1.1 Método matemático

A continuación se describen detalladamente cada uno de los pasos de los que consta el algoritmo.

Una vez dada una red de  $n$  buses y  $b$  ramas:

Paso 1) Construir la matriz de incidencia reducida rama-bus  $A^T$  (matriz traspuesta de la matriz de incidencia reducida bus-rama  $A$ ).

$$A^T = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}_{b \times (n-1)}$$

Paso 2) Seleccionar una rama y eliminar la fila correspondiente  $A^T$ .

Esto conlleva la creación de una nueva matriz, a la que de aquí en adelante se le denominará  $A_{b-1}^T$ . Este paso se realizará tantas veces como ramas tenga la red estudiada, además se deberá de tener en cuenta que el número de filas de la matriz  $A_{b-1}^T$  siempre será  $b-1$ .

Paso 3) El tercer paso consiste en utilizar la factorización LU para descomponer la matriz  $A_{b-1}^T$  en sus matrices trapezoidal inferior ( $L$ ) y triangular superior ( $U$ ) correspondientes.

$$\hat{A}_{b-1}^T = P \cdot A_{b-1}^T = L \cdot U$$

dónde:

- $\hat{A}_{b-1}^T$  Es una matriz que derivada de  $A_{b-1}^T$ , después de que esta sea sometida a permutaciones de filas.
- $P$  Matriz de permutación, en la que los elementos distintos de cero se corresponden con las filas permutadas.
- $L$  Matriz trapezoidal inferior.
- $U$  Matriz triangular superior.

La factorización LU consta de los siguientes pasos:

Para  $s$  desde uno hasta el número de buses menos uno:

- 1) Pivoteo de filas: Si  $a_{ss}$  es igual a cero, revisar  $a_{is}$  ( $i$  desde  $s$  hasta  $b-1$ ) y encontrar el primer número distinto de cero  $a_{ks}$ , una vez encontrado se intercambia la fila  $k$  con la  $s$ .  
Si no se encuentra ningún elemento distinto de cero, la rama estudiada en ese momento (correspondiente a la rama eliminada en el paso 2) es identificada como un corte simple. Una vez identificada la rama como corte simple, volver al paso 2 y continuar estudiando la siguiente rama.
- 2) Para  $i > s$ , reemplazar  $a_{is}$  por  $l_{is} = \frac{a_{is}}{a_{ss}}$ .
- 3) Para cada iteración del paso 2, calcular un nuevo  $a_{ij}$  de la forma  $a'_{ij} = a_{ij} - l_{ij} \cdot a_{sj}$  para cada  $j$  desde  $s+1$  hasta  $n-1$  y colocarlo en la posición  $(i, j)$ .

Antes de acabar la factorización (en la iteración  $s$ ) la matriz  $\hat{A}_{b-1}^T$  correspondiente a esta iteración tendrá la forma:

$$\hat{A}_{b-1}^T = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1(s-1)} & u_{1s} & \dots & u_{1(n-1)} \\ l_{21} & u_{22} & \dots & u_{2(s-1)} & u_{2s} & \dots & u_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{(s-1)1} & l_{(s-1)2} & \dots & u_{(s-1)(s-1)} & u_{(s-1)s} & \dots & u_{(s-1)(n-1)} \\ l_{s1} & l_{s2} & \dots & l_{s(s-1)} & a_{ss} & \dots & a_{s(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{(b-1)1} & l_{(b-1)2} & \dots & l_{(b-1)(s-1)} & a_{(b-1)s} & \dots & a_{(b-1)(n-1)} \end{bmatrix}_{(b-1) \times (n-1)}$$

Una vez finalizado el proceso de factorización, obtenemos las matrices trapezoidal inferior y triangular superior.

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1(n-1)} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2(n-1)} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}_{(n-1) \times (n-1)}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{(b-1)1} & l_{(b-1)2} & l_{(b-1)3} & \dots & l_{(b-1)(n-1)} \end{bmatrix}_{(b-1) \times (n-1)}$$

Paso 4) Identificar los cortes dobles y k-tuples en la matriz  $L$ .

Si una columna de  $L$  tiene solo un número distinto de cero (el cual se corresponde con un uno en la diagonal), entonces la rama correspondiente a dicho elemento junto con la rama que está siendo estudiada son identificadas como un corte doble.

Si esto ocurre en más de una columna, estas junto con la rama estudiada son identificadas como un k-tuple. En este caso, cada pareja de ramas constituyen un corte doble.

Es importante tener en cuenta que si alguna rama identificada como un corte doble constituye por sí sola un corte simple, esta debe ser ignorada.

Paso 5) Repetir del paso dos al cuatro tantas veces como ramas tenga la red. Una vez finalizado el proceso se habrán identificado todos los cortes simples y dobles de la red.

## 1.2 Algoritmo implementado en Matlab

El código completo se encuentra en el Anexo 1. Algoritmo de Matlab Método 1.

El algoritmo implementado en Matlab consiste en:

- o El programa principal denominado “Metodo\_basado\_LU.m”.

Este consta de una primera parte dedicada a la lectura de los datos de la red, una segunda parte en la que se calcula la matriz de incidencia y una tercera dedicada a identificar los cortes simples y dobles de dicha red.

- Primera parte: Lectura ficheros de red.

Si observamos el código podemos comprobar que existen dos formatos distintos de almacenar los datos legibles por el programa. Estos son: formato de US y formato PSS v26.

Una vez obtenida la información de los ficheros esta se muestra como datos de salida. Dichos datos de salida son el número de nudos de la red y una matriz dónde se almacenan las ramas. La primera columna contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino. Estos son los únicos datos necesarios para realizar la segunda parte del programa.

- Segunda parte: Matriz de incidencia.

En la segunda parte consta se construye la matriz de incidencia bus-rama de la red a partir de los datos leídos en la primera parte del programa.

- Tercera parte: Identificación de cortes.

La tercera parte consta de una función denominada “identificar\_cortes.m” con la cual se obtienen todos los cortes simples y dobles de la red.

- o La función “identificar\_cortes.m”.

Como veremos, esta función se ayuda de las funciones “arbol.m” y “ramas\_radiales.m”, descritas anteriormente, para obtener su objetivo.

Las entradas y salidas son las siguientes:

Entradas:

<i>A</i>	Matriz de incidencia bus-rama de la red.
<i>nnudos</i>	Contiene el número de nudos de la red.
<i>nramas</i>	Matriz de tantas filas como ramas y dos columnas. La primera contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino.

Salidas:

<i>CSimples</i>	Vector de tantas filas como ramas formado por ceros y unos en el que los unos corresponden a las ramas que han sido identificadas como cortes simples.
<i>CDobles_Ktuples</i>	Matriz de tantas filas como k-tuples y tantas columnas como ramas formada por ceros y unos en la que los unos corresponden a las ramas pertenecientes a cada k-tuple.

La función sigue la siguiente estructura:

Paso 1) Matriz de incidencia reducida rama-bus

A partir de la matriz de incidencia de la red, obtenemos la matriz de incidencia reducida rama-bus realizando la traspuesta y eliminando un nudo de referencia.

Antes de avanzar al paso 2 se crea una tabla en la que se numeran las ramas.

Paso2) Seleccionar una rama y eliminar la fila correspondiente de la matriz de incidencia reducida rama-bus.

Antes de avanzar al paso 3 se crea una *tabla2* en la que se vuelven a identificar las ramas ya que al eliminar una rama el orden ya no es el mismo y necesitamos tenerlas identificadas, es decir, lo que queremos es que la rama número dos de la tabla dos sea la misma rama que la rama número dos de la tabla uno.

Paso 3) Factorización LU.

3.1) Pivoteo de filas.

Se sigue tal cual lo descrito en el paso número uno de la factorización LU descrito en el Apartado 1.1

del CAPÍTULO III.

Los cortes simples identificados se almacenan en el vector *CSimples* colocando un uno en la rama correspondiente.

Además, si se produce un pivoteo de filas, este debe de quedar reflejado en la *tabla2*.

3.2) Para  $i > s$ , reemplazar  $a_{is}$  por  $l_{is} = \frac{a_{is}}{a_{ss}}$ .

3.3) Para cada iteración del paso 2, calcular un nuevo  $a_{ij}$  de la forma  $a'_{ij} = a_{ij} - l_{ij} \cdot a_{sj}$  para cada  $j$  desde  $s + 1$  hasta  $n-1$  y colocarlo en la posición  $(i, j)$ .

Paso 4) Identificar los cortes dobles y k-tuples

Una vez obtenida la matriz  $L$ , podemos identificar los cortes dobles de la red buscando las columnas de  $L$  que solo tienen un número distinto de cero (la diagonal). La rama correspondiente a esta columna formará un corte doble con la rama eliminada en el paso 2.

Lo primero que se hace es comprobar que la rama identificada como corte doble no ha sido identificada anteriormente como corte simple o ya ha sido identificado anteriormente este corte doble.

Un problema importante de este método es que los cortes simples se van identificando a la vez que los cortes dobles lo que provoca que una vez identificados todos los cortes dobles tengamos que volver a revisarlos porque puede darse el caso de haber identificado una rama como parte de un corte doble y posteriormente sea identificada como corte simple. En este caso habría que eliminar posteriormente dicho corte doble. (Veremos como en el siguiente método propuesto, el método basado en la matriz de cortes fundamentales, esto no ocurre).

Los pasos 2, 3 y 4 se repiten hasta haber estudiado todas las ramas de la red.

Paso 5) Crear la matriz *CDobles\_Ktuples*

Una vez identificados todos los cortes dobles de la red se pasa a almacenarlos en la matriz *CDobles\_Ktuples*.

Lo que haremos será diferenciar entre los cortes dobles y lo k-tuples, obtendremos el número de cortes dobles y el número de k-tuples que han sido identificados y almacenaremos primero todos los cortes dobles y seguidamente todos los k-tuples.

Una vez ejecutado el algoritmo se muestran por pantalla la siguiente información:

- El número de nudos de la red.
- Las ramas de la red, indicando para cada rama el número asociado, el nudo origen y el nudo destino.
- El vector de cortes simples (*CSimples*).
- La matriz de cortes dobles y k-tuples (*Ktuples*).

## Apartado 2. Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

El algoritmo objeto de este apartado consiste en un método numérico que identifica los cortes simples y cortes dobles de una red mediante la localización de ramas radiales usando la matriz de Cortes Fundamentales.

El diagrama de flujo de la Figura 2 representa de una forma sencilla el procedimiento empleado para la elaboración del algoritmo:

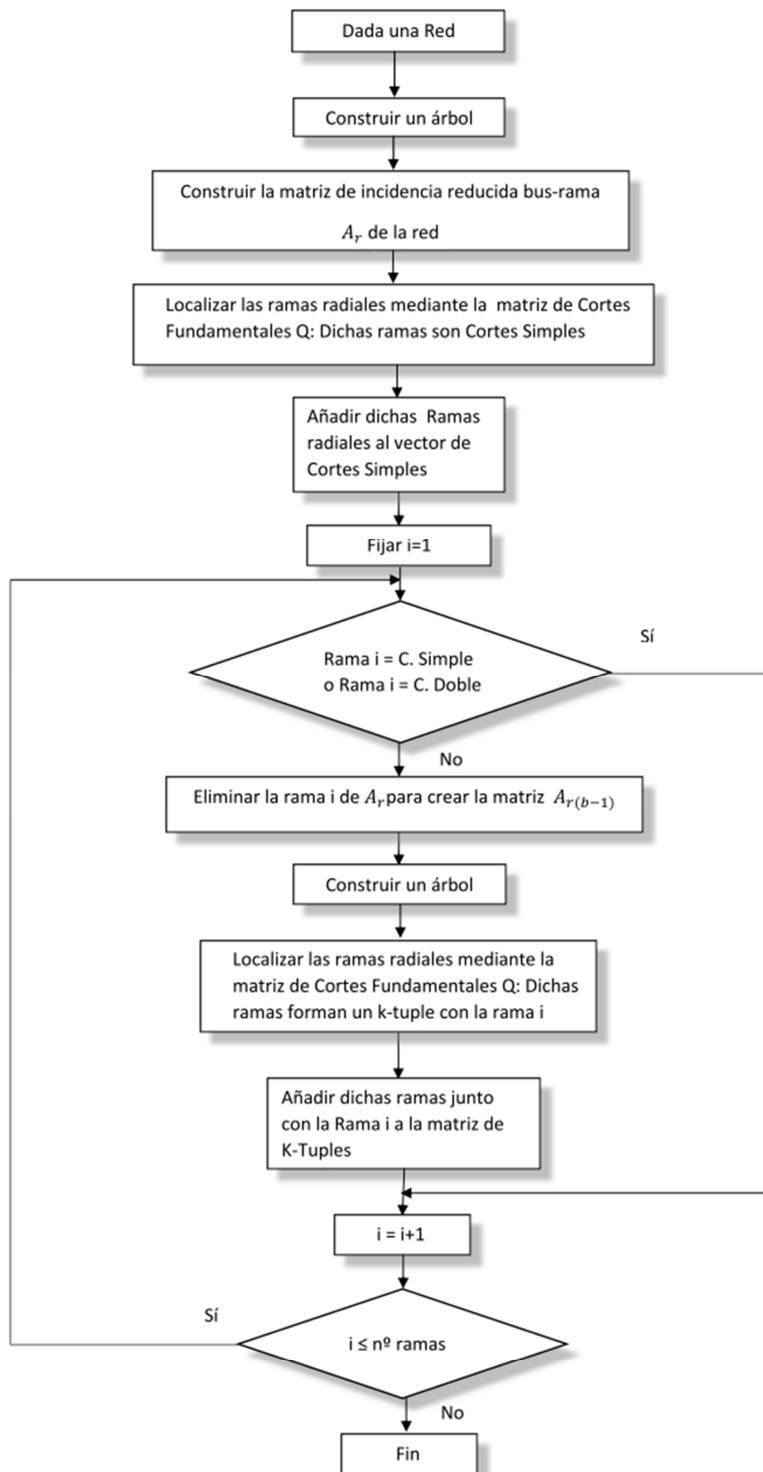


Figura 2. Diagrama de flujo del método 2.

## 2.1 Método matemático

A continuación se describen detalladamente cada uno de los pasos de los que consta el algoritmo.

Una vez dada una red de  $n$  buses y  $b$  ramas:

Paso 1) Construir un árbol de dicha red mediante cualquier método de obtención de árboles. (Ej. Kruskal, Prim...)

El algoritmo de Kruskal es un algoritmo de la teoría de grafos para encontrar un árbol recubridor mínimo en un grafo conexo y ponderado. Es decir, busca un subconjunto de aristas que, formando un árbol, incluyen todos los vértices y donde el valor total de todas las aristas del árbol es el mínimo. Si el grafo no es conexo, entonces busca un bosque expandido mínimo (un árbol expandido mínimo para cada componente conexa).

Funciona de la siguiente manera:

- Se crea un bosque  $B$  (un conjunto de árboles), donde cada vértice del grafo es un árbol separado
- Se crea un conjunto  $C$  que contenga a todas las aristas del grafo
- Mientras  $C$  es no vacío
  - eliminar una arista de peso mínimo de  $C$
  - si esa arista conecta dos árboles diferentes se añade al bosque, combinando los dos árboles en un solo árbol
  - en caso contrario, se desecha la arista

Al acabar el algoritmo, el bosque tiene un solo componente, el cual forma un árbol de expansión mínimo del grafo.

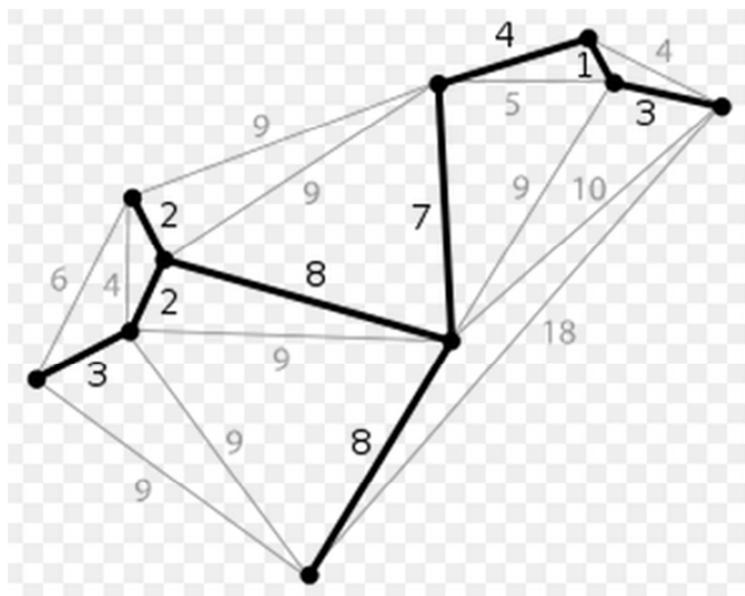


Figura 3. Árbol recubridor mínimo.

En nuestro método se ha utilizado un algoritmo basado en el de Kruskal con la diferencia de que las aristas (ramas) de nuestro grafo (red) no tienen pesos. Por lo tanto el proceso queda como sigue:

- Se crea un bosque  $B$  (un conjunto de árboles), donde cada vértice del grafo es un árbol separado

- Se crea un conjunto  $C$  que contenga a todas las aristas del grafo
- Mientras  $C$  es no vacío
  - eliminar una arista de  $C$
  - si esa arista conecta dos árboles diferentes se añade al bosque, combinando los dos árboles en un solo árbol
  - en caso contrario, se desecha la arista

Al acabar el algoritmo, el bosque tiene un solo componente, el cual forma un árbol del grafo.

Paso 2) Construir la matriz de incidencia reducida bus-rama  $A_r$  de la red.

$$A_r = \begin{pmatrix} \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots \end{pmatrix}_{(n-1) \times b}$$

Paso 3) Localizar las ramas radiales. Dichas ramas radiales serán identificadas como cortes simples.

Para localizar las ramas radiales se debe seguir el siguiente procedimiento:

- 1) Tomar un árbol de la red. Se tomará el árbol creado en el paso 1 del algoritmo.
- 2) Ordenar la matriz de incidencia reducida  $A_r$ .

Se debe ordenar de tal forma que las primeras columnas pertenezcan a las ramas del árbol y las restantes a las ramas del coárbol o enlaces de la red.

$$A_r = [A_{rT} \quad \vdots \quad A_{rL}]$$

dónde:

$A_{rT}$  Es la matriz de incidencia reducida bus-rama de las ramas del árbol, que consta de  $(n-1)$  filas y  $(n-1)$  columnas.

$A_{rL}$  Es la matriz de incidencia reducida bus-rama de las ramas del coárbol, que consta de  $(n-1)$  filas y  $(b-(n-1))$  columnas.

- 3) Crear la matriz de cortes fundamentales  $Q$ .

La matriz de cortes fundamentales está relacionada con la matriz de incidencia reducida bus-rama  $A_r$  mediante la siguiente expresión:

$$Q = A_{rT}^{-1} \cdot A_r = [I \quad Q_L]$$

Serán identificadas como ramas radiales aquellas correspondientes a las filas de  $Q_L$  en las que no exista ningún elemento distinto de cero.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & & \vdots & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & \vdots & 0 & \dots & 1 \\ & & 1 & -1 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(n-1) \times b}$$

En este ejemplo la rama correspondiente a la fila 1 sería una rama radial.

Paso 4) Seleccionar una rama y eliminar la fila correspondiente de  $A_r$ , a esta matriz la denominaremos  $A_{r(b-1)}$ .

4.1) Crear un árbol de la red obtenida una vez se ha eliminado la rama.

4.2) Obtener las ramas radiales de dicho árbol utilizando el procedimiento explicado anteriormente.

Estas ramas radiales forman un k-tuple con la rama eliminada (rama objeto de estudio). Se debe tener en cuenta que si la rama que se obtiene como radial ya forma por si sola un corte simple, ésta debe ser ignorada.

Paso 5) Repetir lo descrito en el paso 4 tantas veces como ramas tenga la red. Una vez finalizado el proceso se habrán identificado todos los cortes simples y dobles de la red.

## 2.2 Algoritmo implementado en Matlab

El código completo se encuentra en el Anexo 2. Algoritmo de Matlab Método 2 versión 1.

El algoritmo implementado en Matlab consiste en:

- El programa principal denominado “Metodo\_basado\_Q.m”.

Este consta de una primera parte dedicada a la lectura de los datos de la red y una segunda parte dedicada a identificar los cortes simples y dobles de dicha red.

- Primera parte: Lectura ficheros de red.

Si observamos el código podemos comprobar que existen dos formatos distintos de almacenar los datos legibles por el programa. Estos son: formato de US y formato PSS v26.

Una vez obtenida la información de los ficheros esta se muestra como datos de salida. Dichos datos de salida son el número de nudos de la red y una matriz dónde se almacenan las ramas. La primera columna contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino. Estos son los únicos datos necesarios para realizar la segunda parte del programa.

- Segunda parte: Identificación de cortes.

La segunda parte consta de una función denominada “cortes.m” con la cual se obtienen todos los cortes simples y dobles de la red.

- La función “arbol.m”.

Las entradas y salidas son las siguientes:

Entradas:

*GR* Matriz de tantas filas como ramas tiene el grafo y dos columnas. La primera contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino.

*Nudos* Contiene el número de nudos del grafo.

Salidas:

*TR* Matriz de tantas filas como ramas tiene el árbol (igual al número de nudos

menos uno) y dos columnas. La primera contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino.

La función consiste simplemente en ir incluyendo ramas de la matriz GR a la matriz TR sin que estas formen bucles entre sí.

- o La función “ramas\_radiales.m”.

Las entradas y salidas son las siguientes:

Entradas:

*Ar* Matriz de incidencia reducida del grafo.

*Tree* Árbol del grafo.

Salidas:

*RR* Matriz de tantas filas como ramas radiales tiene el árbol y dos columnas. La primera contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino.

La función sigue la siguiente estructura:

Paso 1) Matriz de incidencia reducida bus-rama del árbol

A partir de la matriz de entrada *Tree* se construye la matriz de incidencia reducida bus-rama del árbol.

Paso 2) Ordenar la matriz de incidencia reducida del grafo de la forma  $A_r = [A_{Tr} \quad ; \quad A_{Lr}]$ ; Donde *A<sub>Tr</sub>* contiene las ramas del árbol y *A<sub>Lr</sub>* las del coárbol.

Paso 3) Calcular la matriz de cortes fundamentales  $Q = \text{inv}(A_{Tr}) * A_r$ .

Paso 4) Ramas radiales.

Una vez calculada la matriz de cortes fundamentales se obtienen las ramas radiales. Estas serán las filas en las que  $Q_L$  ( $Q = [I \quad Q_L]$ ) no tiene ningún elemento distinto de cero. Finalmente estas ramas radiales se almacenan en la matriz *RR*.

- o La función “cortes.m”.

Como veremos, esta función se ayuda de las funciones “arbol.m” y “ramas\_radiales.m”, descritas anteriormente, para obtener su objetivo.

Las entradas y salidas son las siguientes:

Entradas:

*Nnudos* Contiene el número de nudos de la red.

*Ramas* Matriz de tantas filas como ramas y dos columnas. La primera contiene los nudos origen y la segunda los nudos destino.

Salidas:

*CSimples* Vector de tantas filas como ramas formado por ceros y unos en el que los unos corresponden a las ramas que han sido identificadas como cortes simples.

*Ktuples* Matriz de tantas filas como k-tuples y tantas columnas como ramas formada por ceros y unos en la que los unos corresponden a las ramas pertenecientes a cada k-tuple.

La función sigue la siguiente estructura:

#### Paso 1) Árbol

Se hace una llamada a la función “arbol.m” a la cual se le pasa como datos de entrada las ramas y los nudos de la red. Obteniéndose un árbol de dicha red.

#### Paso2) Matriz de incidencia reducida

A partir de los datos de entrada nudos y Ramas se construye la matriz de incidencia reducida bus-rama.

#### Paso 3) Localizar las ramas radiales. Ramas radiales = Cortes simples.

Se hace una llamada a la función “ramas\_radiales.m” a la cual se le pasa como datos de entrada la matriz de incidencia reducida obtenida en el Paso 2 y el árbol obtenido en el Paso 1. Obteniéndose las ramas radiales de dicho árbol, seguidamente estas ramas radiales se almacenan en el vector *CSimples*.

#### Paso 4) Localizar los k-tuples

##### 4.1) Eliminar la rama-*i* (menos las que son cortes simples y las ya involucradas en un k-tuple).

Se elimina una rama de la red, seguidamente se comprueba si la rama estudiada ha sido identificada anteriormente como un corte simple o forma parte de un k-tuple ya identificado. Si es así, pasamos directamente a estudiar la siguiente rama.

##### 4.2) Obtener un árbol.

Se hace una llamada a la función “arbol.m” a la cual se le pasa como datos de entrada las ramas (excepto la eliminada en 4.1) y los nudos de la red. Obteniéndose un árbol de dicha red.

##### 4.3) Localizar las ramas radiales. Estas forman un k-tuple con la rama-*i* (excepto las que son cortes simples)

Se hace una llamada a la función “ramas\_radiales.m” a la cual se le pasa como datos de entrada las ramas de la red (excepto la eliminada en 4.1) y el árbol obtenido en 4.2. Las ramas radiales obtenidas, excepto las que ya han sido identificadas como cortes simples, se almacenan en la matriz *Ktuples*.

El paso 4 se repite hasta haber estudiado todas las ramas de la red.

Una vez ejecutado el algoritmo se muestran por pantalla la siguiente información:

- El número de nudos de la red.
- Las ramas de la red, indicando para cada rama el número asociado, el nudo origen y el nudo destino.
- El vector de cortes simples (*CSimples*).
- La matriz de cortes dobles y k-tuples (*CDobles\_Ktuples*).

# CAPÍTULO IV. RESULTADOS OBTENIDOS CON CADA METODOLOGÍA APLICADA

En este capítulo se describen las redes que han sido ensayadas, una vez descritas estas redes se muestran los resultados obtenidos al realizar los ensayos con las distintas metodologías y finalmente se enumeran las conclusiones que se han podido obtener del análisis de estos resultados.

## Apartado 1. Ensayos realizados

Utilizando el método basado en la factorización LU hemos realizado los cuatro ensayos mostrados a continuación.

### 1.1 Ensayo nº 1

La primera red analizada es una red de 5 nudos ( $n=5$ ) y 6 ramas ( $b=6$ ), cuya topología se muestra en la Figura 4.

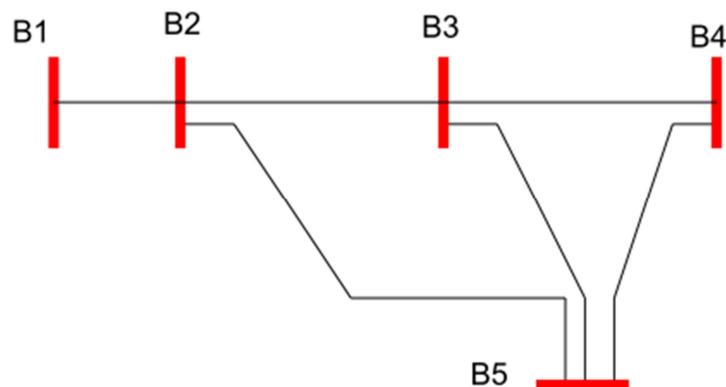


Figura 4. Red de 5 nudos.

### 1.2 Ensayo nº 2

La segunda red analizada es una red de 14 nudos ( $n=14$ ) y 20 ramas ( $b=20$ ), cuya topología se muestra en la Figura 5.

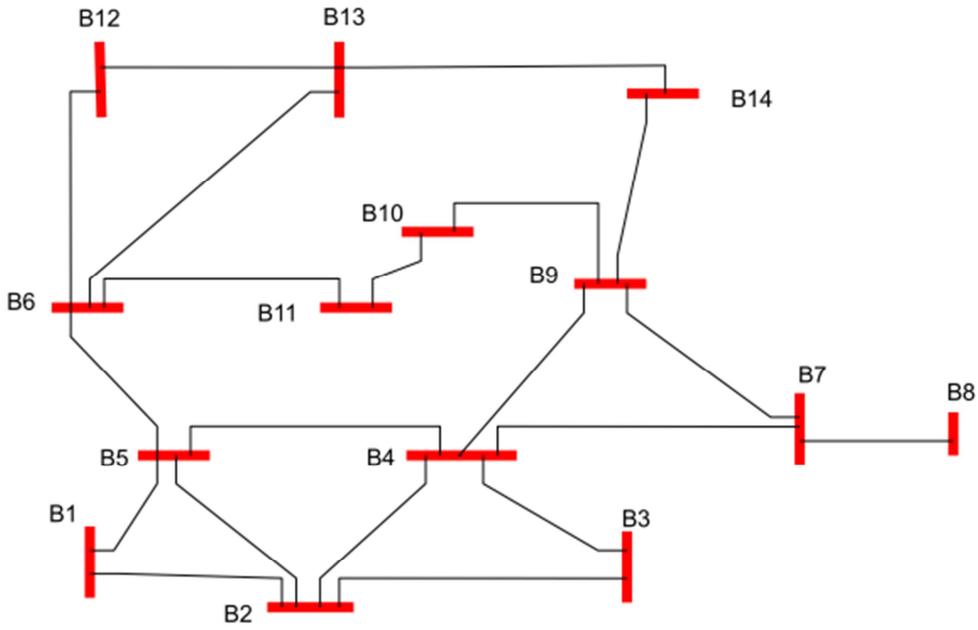


Figura 5. Red de 14 nudos.

### 1.3 Ensayo nº 3

La tercera red analizada es una red de 19 nudos ( $n=19$ ) y 20 ramas ( $b=20$ ), cuya topología se muestra en la Figura 6.

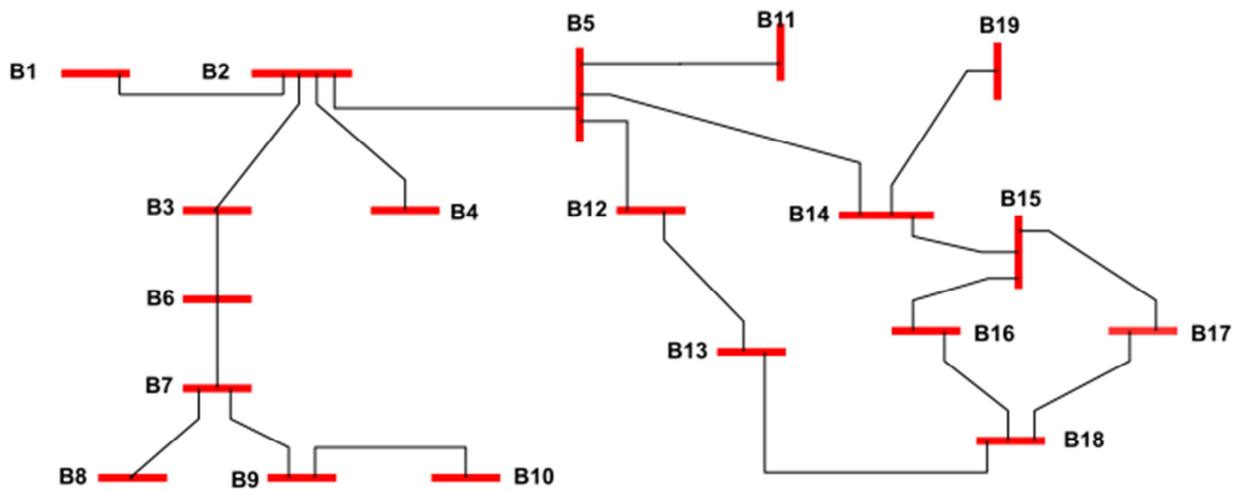


Figura 6. Red de 19 nudos.

#### 1.4 Ensayo nº 4

La cuarta red analizada es una red de 30 nudos ( $n=30$ ) y 41 ramas ( $b=41$ ), cuya topología se muestra en la

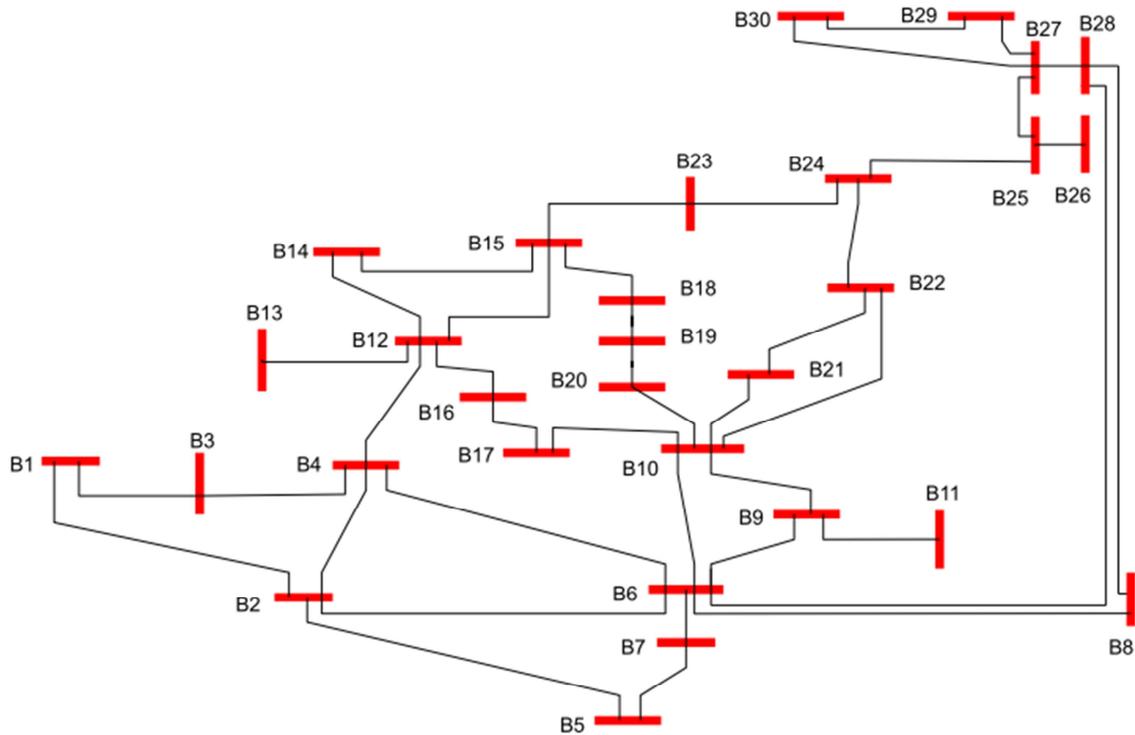


Figura 7. Red de 30 nudos.

#### 1.5 Ensayo nº 5

La quinta red analizada es una red de 57 nudos ( $n=57$ ) y 78 ramas ( $b=78$ ), cuya topología se muestra en la Figura 8.

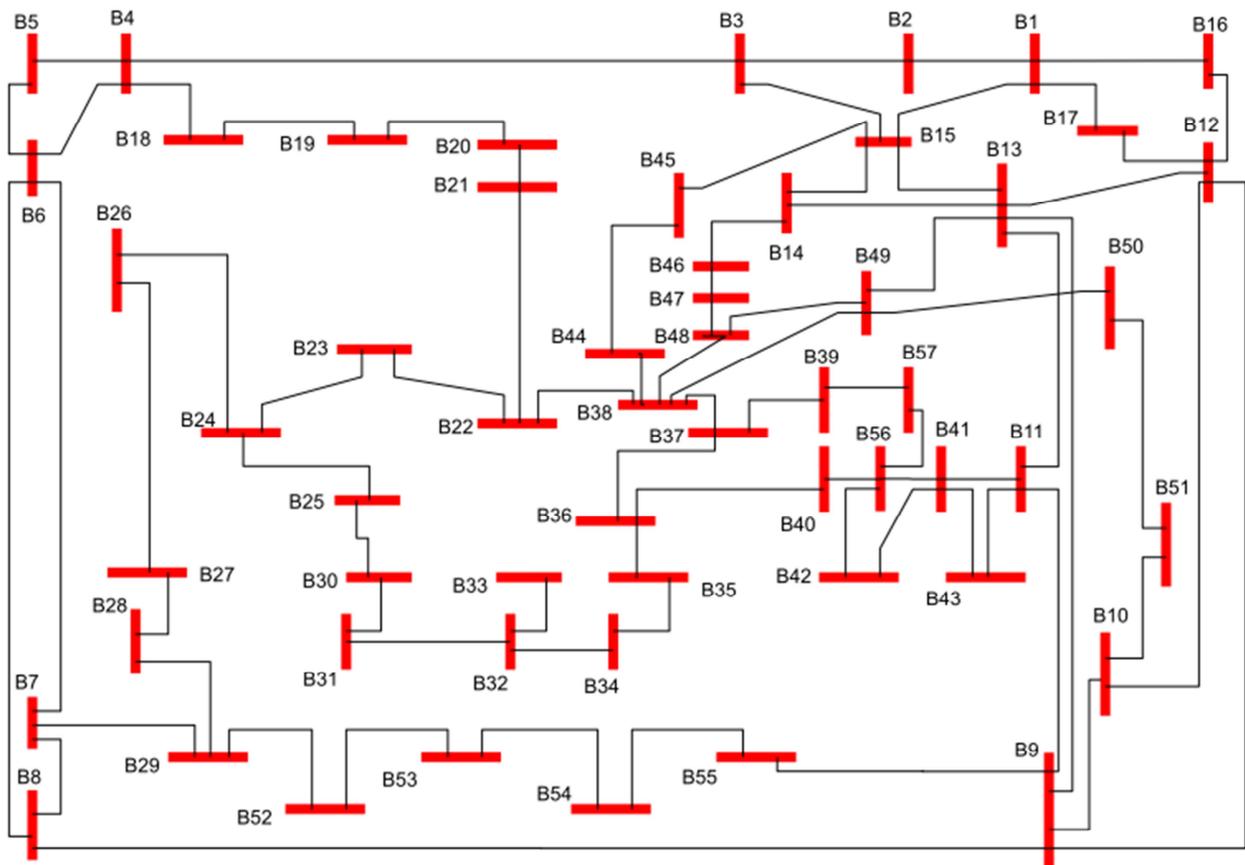


Figura 8. Red de 57 nudos.

## 1.6 Ensayo nº 6

La sexta red analizada es una red real de 525 nudos ( $n=525$ ) y 650 ramas ( $b=650$ ).

Este ensayo únicamente se realiza utilizando el método basado en la matriz de cortes fundamentales.

Con este ensayo se demuestra que este programa es válido tanto para redes de pequeña escala como para redes de gran escala.

Por motivos de espacio esta red no puede ser ilustrada del mismo modo que las anteriores.

## Apartado 2. Resultados

### 2.1 Ensayo nº 1

- Método basado en la factorización LU

El vector de cortes simples (CSimples) que obtenemos para la red de 5 nudos es el siguiente:

$$CSimples = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La matriz de cortes dobles y k-tuples que obtenemos es la siguiente:

$$CDobles_Ktuples = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Del vector de cortes simples obtenemos que los cortes simples son los mostrados en la Tabla 4 y de la matriz de cortes dobles y k-tuples obtenemos que los cortes dobles son los mostrados en la Tabla 5.

CORTES SIMPLES	$B_{1-2}$
----------------	-----------

Tabla 4. Cortes simples red 5 nudos, método 1.

CORTES DOBLES	$B_{2-3}, B_{2-5}$
	$B_{3-4}, B_{4-5}$

Tabla 5. Cortes dobles red 5 nudos, método 1.

En la Tabla 6 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	2
NÚMERO DE K-TUPLES	0

Tabla 6. Resumen cortes red 5 nudos, método 1.

- o Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

El vector de cortes simples (CSimples) que obtenemos para la red de 5 nudos es el siguiente:

$$CSimples = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La matriz de cortes dobles y k-tuples que obtenemos es la siguiente:

$$Ktuples = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Del vector de cortes simples obtenemos que los cortes simples son los mostrados en la Tabla 7 y de la matriz de cortes dobles y k-tuples obtenemos que los cortes dobles son los mostrados en la Tabla 8.

CORTES SIMPLES	$B_{1-2}$
----------------	-----------

Tabla 7. Cortes simples red 5 nudos, método2.

CORTES DOBLES	$B_{2-3}, B_{2-5}$
	$B_{3-4}, B_{4-5}$

Tabla 8. Cortes dobles red 5 nudos, método 2.

En la Tabla 9 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	2
NÚMERO DE K-TUPLES	0

Tabla 9. Resumen cortes red 5 nudos, método 2.

## 2.2 Ensayo nº 2

- Método basado en la factorización LU.

En el ensayo nº 1 mostramos los resultados del vector CSimples y de la matriz CDobles\_Ktuples debido a que al ser una red de muy pequeña escala dicho vector y dicha matriz tienen muy pocos elementos y por lo tanto ocupan muy poco espacio sobre el papel.

Para el resto de los ensayos, debido a que las dimensiones de este vector y esta matriz son mucho mayores, mostraremos directamente los cortes simples, dobles y k-tuples que se obtienen como resultado.

La Tabla 10 muestra los cortes simples de la red de 14 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{7-8}$
----------------	-----------

Tabla 10. Cortes simples red 14 nudos, método 1.

La Tabla 11 muestra los cortes dobles de la red de 14 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{1-2}, B_{1-5}$
	$B_{2-3}, B_{3-4}$
	$B_{4-7}, B_{7-9}$
	$B_{6-12}, B_{12-13}$
	$B_{9-14}, B_{13-14}$

Tabla 11. Cortes dobles red 14 nudos, método 1.

La Tabla 12 muestra los k-tuples de la red de 14 nudos.

K-TUPLES	$B_{6-11}, B_{9-10}, B_{10-11}$
----------	---------------------------------

Tabla 12. K-tuples red 14 nudos, método 1.

En la Tabla 13. Resumen cortes red 14 nudos, método 1. Tabla 13 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	5
NÚMERO DE K-TUPLES	1

Tabla 13. Resumen cortes red 14 nudos, método 1.

- Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

La Tabla 14 muestra los cortes simples de la red de 14 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{7-8}$
----------------	-----------

Tabla 14. Cortes simples red 14 nudos, método 2.

La Tabla 15 muestra los cortes dobles de la red de 14 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{1-2}, B_{1-5}$
	$B_{2-3}, B_{3-4}$
	$B_{4-7}, B_{7-9}$
	$B_{6-12}, B_{12-13}$
	$B_{9-14}, B_{13-14}$

Tabla 15. Cortes dobles red 14 nudos, método 2.

La Tabla 16 muestra los k-tuples de la red de 14 nudos.

K-TUPLES	$B_{6-11}, B_{9-10}, B_{10-11}$
----------	---------------------------------

Tabla 16. K-tuples red 14 nudos, método 2.

En la Tabla 17 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	5
NÚMERO DE K-TUPLES	1

Tabla 17. Resumen cortes red 14 nudos, método 2.

### 2.3 Ensayo nº 3

- Método basado en la factorización LU.

La Tabla 18 muestra los cortes simples de la red de 19 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{1-2}$
	$B_{2-3}$
	$B_{2-4}$
	$B_{2-5}$
	$B_{3-6}$
	$B_{3-7}$
	$B_{5-11}$
	$B_{7-8}$
	$B_{7-9}$
	$B_{9-10}$
	$B_{14-19}$

Tabla 18. Cortes simples red 19 nudos, método 1.

La Tabla 19 muestra los cortes dobles de la red de 19 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{15-16}, B_{16-18}$
	$B_{15-17}, B_{17-18}$

Tabla 19. Cortes dobles red 19 nudos, método 1.

La Tabla 20 muestra los k-tuples de la red de 19 nudos.

K-TUPLES	$B_{5-12}, B_{5-14}, B_{12-13}, B_{13-18}$
----------	--

Tabla 20. K-tuples red 19 nudos, método 1.

En la Tabla 21 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	11
NÚMERO DE CORTES DOBLES	2
NÚMERO DE K-TUPLES	1

Tabla 21. Resumen cortes red 19 nudos, método 1.

- Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

La Tabla 22 muestra los cortes simples de la red de 19 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{1-2}$
	$B_{2-3}$
	$B_{2-4}$
	$B_{2-5}$
	$B_{3-6}$
	$B_{3-7}$
	$B_{5-11}$
	$B_{7-8}$
	$B_{7-9}$
	$B_{9-10}$
	$B_{14-19}$

Tabla 22. Cortes simples red 19 nudos, método 2.

La Tabla 23 muestra los cortes dobles de la red de 19 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{15-16}, B_{16-18}$
	$B_{15-17}, B_{17-18}$

Tabla 23. Cortes dobles red 19 nudos, método 2.

La Tabla 24 muestra los k-tuples de la red de 19 nudos.

K-TUPLES	$B_{5-12}, B_{5-14}, B_{12-13}, B_{13-18}, B_{14-15}$
----------	---

Tabla 24. K-tuples red 19 nudos, método 2.

En la Tabla 26 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	11
NÚMERO DE CORTES DOBLES	2
NÚMERO DE K-TUPLES	1

Tabla 25. Resumen cortes red 19 nudos, método 2.

## 2.4 Ensayo nº 4

- Método basado en la factorización LU.

La Tabla 26 muestra los cortes simples de la red de 30 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{9-11}$
	$B_{12-13}$
	$B_{25-26}$

Tabla 26. Cortes simples red 30 nudos, método 1.

La Tabla 27 muestra los cortes dobles de la red de 30 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{6-8}, B_{8-28}$
	$B_{10-21}, B_{21-22}$
	$B_{12-14}, B_{14-15}$
	$B_{15-23}, B_{23-24}$
	$B_{24-25}, B_{25-27}$

Tabla 27. Cortes dobles red 30 nudos, método 1.

La Tabla 28 muestra los k-tuples de la red de 30 nudos.

K-TUPLES	$B_{1-2}, B_{1-3}, B_{3-4}$
	$B_{2-5}, B_{5-7}, B_{6-7}$
	$B_{10-17}, B_{12-16}, B_{16-17}$
	$B_{10-20}, B_{15-18}, B_{18-19}, B_{19-20}$
	$B_{27-29}, B_{27-30}, B_{29-30}$

Tabla 28. K-tuples red 30 nudos, método 1.

En la Tabla 29 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	3
NÚMERO DE CORTES DOBLES	5
NÚMERO DE K-TUPLES	5

Tabla 29. Resumen cortes red 30 nudos, método 1.

- o Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

La Tabla 30 muestra los cortes simples de la red de 30 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{9-11}$
	$B_{12-13}$
	$B_{25-26}$

Tabla 30. Cortes simples red 30 nudos, método 2.

La Tabla 31 muestra los cortes dobles de la red de 30 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{6-8}, B_{8-28}$
	$B_{6-9}, B_{9-10}$
	$B_{10-21}, B_{21-22}$
	$B_{12-14}, B_{14-15}$
	$B_{15-23}, B_{23-24}$

Tabla 31. Cortes dobles red 30 nudos, método 2.

La Tabla 32 muestra los k-tuples de la red de 30 nudos.

K-TUPLES	$B_{1-2}, B_{1-3}, B_{3-4}$
	$B_{2-5}, B_{5-7}, B_{6-7}$
	$B_{10-17}, B_{12-16}, B_{16-17}$
	$B_{10-20}, B_{15-18}, B_{18-19}, B_{19-20}$
	$B_{24-25}, B_{25-27}, B_{27-28}$
	$B_{27-29}, B_{27-30}, B_{29-30}$

Tabla 32. K-tuples red 30 nudos, método 2.

En la Tabla 33 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	3
NÚMERO DE CORTES DOBLES	5
NÚMERO DE K-TUPLES	6

Tabla 33. Resumen cortes red 30 nudos, método 2.

## 2.5 Ensayo nº 5

- Método basado en la factorización LU.

La Tabla 34 muestra los cortes simples de la red de 57 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{32-33}$
----------------	-------------

Tabla 34. Cortes simples red 57 nudos, método 1.

La Tabla 35 muestra los cortes dobles de la red de 57 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{1-2}, B_{2-3}$
	$B_{1-16}, B_{12-16}$
	$B_{1-17}, B_{12-17}$
	$B_{4-5}, B_{5-6}$
	$B_{11-43}, B_{41-43}$
	$B_{22-23}, B_{23-24}$
	$B_{36-40}, B_{40-56}$
	$B_{41-42}, B_{42-56}$

Tabla 35. Cortes dobles red 57 nudos, método 1.

La Tabla 36 muestra los k-tuples de la red de 57 nudos.

K-TUPLES	$B_{4-18}, B_{18-19}, B_{19-20}, B_{20-21}, B_{21-22}$
	$B_{10-51}, B_{49-50}, B_{50-51}$
	$B_{14-46}, B_{46-47}, B_{47-48}$
	$B_{15-45}, B_{38-44}, B_{44-45}$
	$B_{24-25}, B_{25-30}, B_{30-31}, B_{31-32}, B_{32-34}$ $B_{34-35}, B_{35-36}$
	$B_{24-26}, B_{26-27}, B_{27-28}, B_{28-29}$
	$B_{37-39}, B_{39-57}, B_{56-57}$
	$B_{9-55}, B_{29-52}, B_{52-53}, B_{53-54}, B_{54-55}$

Tabla 36. K-tuples red 57 nudos, método 1.

En la Tabla 37 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	8
NÚMERO DE K-TUPLES	8

Tabla 37. Resumen cortes red 57 nudos, método 1.

- Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

La Tabla 38 muestra los cortes simples de la red de 57 nudos.

CORTES SIMPLES	$B_{32-33}$
----------------	-------------

Tabla 38. Cortes simples red 57 nudos, método 2.

La Tabla 39 muestra los cortes dobles de la red de 57 nudos.

CORTES DOBLES	$B_{1-2}, B_{2-3}$
	$B_{1-16}, B_{12-16}$
	$B_{1-17}, B_{12-17}$
	$B_{4-5}, B_{5-6}$
	$B_{11-43}, B_{41-43}$
	$B_{22-23}, B_{23-24}$
	$B_{36-40}, B_{40-56}$
	$B_{41-42}, B_{42-56}$

Tabla 39. Cortes dobles red 57 nudos, método 2.

La Tabla 40 muestra los k-tuples de la red de 57 nudos.

K-TUPLES	$B_{4-18}, B_{18-19}, B_{19-20}, B_{20-21}, B_{21-22}$
	$B_{10-51}, B_{49-50}, B_{50-51}$
	$B_{14-46}, B_{46-47}, B_{47-48}$
	$B_{15-45}, B_{38-44}, B_{44-45}$
	$B_{24-25}, B_{25-30}, B_{30-31}, B_{31-32}, B_{32-34}$ $B_{34-35}, B_{35-36}$
	$B_{24-26}, B_{26-27}, B_{27-28}, B_{28-29}$
	$B_{37-39}, B_{39-57}, B_{56-57}$
	$B_{9-55}, B_{29-52}, B_{52-53}, B_{53-54}, B_{54-55}$

Tabla 40. K-tuples red 57 nudos, método 2.

En la Tabla 41 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	1
NÚMERO DE CORTES DOBLES	8
NÚMERO DE K-TUPLES	8

Tabla 41. Resumen cortes red 57 nudos, método 2.

## 2.6 Ensayo nº 6

Para este ensayo, al ser una red de gran escala y contener un número muy elevado de cortes simples, dobles y k-tuples solo se va a presentar el resumen final de los cortes obtenidos. Para aportar mayor información se muestra un desglose de los k-tuples según el número de ramas por los que están formados.

En la Tabla 42 encontramos el resumen de cortes obtenidos.

NÚMERO DE CORTES SIMPLES	287
NÚMERO DE CORTES DOBLES	62
NÚMERO DE K-TUPLES	32

Tabla 42. Resumen cortes red 525 nudos, método 2.

La Tabla 43 muestra el desglose de los k-tuples.

NÚMERO DE 3-TUPLES	13
NÚMERO DE 4-TUPLES	12
NÚMERO DE 5-TUPLES	3
NÚMERO DE 6-TUPLES	3
NÚMERO DE 8-TUPLES	1

Tabla 43. Desglose k-tuples red 525 nudos, método 2.

### Apartado 3. Análisis de resultados y conclusiones

En este apartado se analizan los resultados obtenidos de los ensayos realizados con el algoritmo basado en la factorización LU y los obtenidos con el algoritmo basado en la matriz de cortes fundamentales. Realizando una comparativa entre ambos resultados obtenidos.

- Ensayo nº 1.

Al ser una red de muy pocos nudos y ramas los resultados pueden ser comprobados fácilmente observando la Figura 4. En este caso no se detecta ninguna incongruencia en los resultados obtenidos.

Comparando los resultados obtenidos con ambos métodos comprobamos que no existe ninguna diferencia.

- Ensayo nº 2.

Al igual que en el primer ensayo esta red tiene aún dimensiones adecuadas para ser analizada visualmente. De nuevo no se encuentra ninguna incongruencia.

Comparando los resultados obtenidos con ambos métodos comprobamos que no existe ninguna diferencia.

- Ensayo nº 3.

Comparando los resultados obtenidos con el método 1 y los obtenidos con el método 2 encontramos una diferencia en el k-tuple obtenido:

K-TUPLES MÉTODO 1	$B_{5-12}, B_{5-14}, B_{12-13}, B_{13-18}$
K-TUPLES MÉTODO 2	$B_{5-12}, B_{5-14}, B_{12-13}, B_{13-18}, B_{14-15}$

Tabla 44. Tabla comparativa k-tuples red 19 nudos.

Observando la red (Figura 6) comprobamos que el k-tuple correcto es el obtenido con el método 2, por lo tanto los resultados obtenidos con el método 1 no son del todo correctos al no haber identificado la rama  $B_{14-15}$  como parte del k-tuple.

- Ensayo nº 4

Comparando los resultados obtenidos con el método 1 y los obtenidos con el método 2 encontramos diferencias tanto en los cortes dobles como en los k-tuples, como vemos en las tablas Tabla 45 y Tabla 46.

CORTES DOBLES MÉTODO 1	$B_{6-8}, B_{8-28}$
	$B_{10-21}, B_{21-22}$
	$B_{12-14}, B_{14-15}$
	$B_{15-23}, B_{23-24}$
	$B_{24-25}, B_{25-27}$
CORTES DOBLES MÉTODO 2	$B_{6-8}, B_{8-28}$
	$B_{6-9}, B_{9-10}$
	$B_{10-21}, B_{21-22}$
	$B_{12-14}, B_{14-15}$
	$B_{15-23}, B_{23-24}$

Tabla 45. Tabla comparativa cortes dobles red 30 nudos.

K-TUPLES	$B_{1-2}, B_{1-3}, B_{3-4}$
	$B_{2-5}, B_{5-7}, B_{6-7}$
	$B_{10-17}, B_{12-16}, B_{16-17}$
	$B_{10-20}, B_{15-18}, B_{18-19}, B_{19-20}$
	$B_{27-29}, B_{27-30}, B_{29-30}$
K-TUPLES	$B_{1-2}, B_{1-3}, B_{3-4}$
	$B_{2-5}, B_{5-7}, B_{6-7}$
	$B_{10-17}, B_{12-16}, B_{16-17}$
	$B_{10-20}, B_{15-18}, B_{18-19}, B_{19-20}$
	$B_{24-25}, B_{25-27}, B_{27-28}$
	$B_{27-29}, B_{27-30}, B_{29-30}$

Tabla 46. Tabla comparativa k-tuples red 30 nudos.

Observamos como el corte doble  $B_{6-9}, B_{9-10}$  no aparece en el método 1 y que el k-tuple  $B_{24-25}, B_{25-27}, B_{27-28}$ , identificado con el método 2, es identificado en el método 1 como un corte doble ya que la rama  $B_{27-28}$  no aparece como parte de este k-tuple.

Nos encontramos de nuevo con errores en los resultados obtenidos mediante el método 1, ya que se comprueba fácilmente en la Figura 7 que lo obtenido con el método 2 es lo correcto.

o Ensayo n° 5

Comparando los resultados obtenidos con ambos métodos comprobamos que no existe ninguna diferencia.

Revisando los resultados obtenidos con la Figura 8 no encontramos ninguna incongruencia.

o Ensayo n° 6

Dado que no se ha encontrado ningún error en los resultados obtenidos con el método 2 y que esta red no puede ser verificada visualmente, se dan por correctos los cortes obtenidos.

Por lo tanto, la conclusión a la que llegamos una vez realizado este análisis de los resultados es que en el método 1 existe un problema ya que este no funciona correctamente en todos los casos realizados. Este problema será estudiado en el CAPÍTULO VI.

# CAPÍTULO V. APLICACIÓN A LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

En este capítulo se describe una de las aplicaciones reales para la se puede utilizar el algoritmo objeto de este proyecto, esta es la estimación de parámetros.

La aplicación a la estimación de parámetros consiste en, una vez obtenidos los cortes de la red estudiada, estudiar el comportamiento de la identificación de errores en los parámetros cuando estos existen en los parámetros de las ramas que han sido identificadas como cortes simples y dobles de la red.

El método utilizado para realizar este estudio ha sido descrito anteriormente en el CAPÍTULO II. Apartado 2.

A continuación se describen los ensayos realizados.

## Apartado 1. Ensayos realizados

Los ensayos se han realizado sobre la red de 14 nudos y 20 ramas.

### 1.1 Ensayo nº 1

El primer ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga normal.
- Sistema completo de medidas, es decir, con medidas en ambos extremos de la rama.



- No existe ruido en las medidas.

### 1.2 Ensayo nº 2

El segundo ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga normal.
- Sistema de medidas con flujos en un extremo de la rama.



- No existe ruido en las medidas.

### 1.3 Ensayo nº 3

El tercer ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga normal.
- Sistema completo de medidas, es decir, con medidas en ambos extremos de la rama.



- Existe ruido en las medidas.

### 1.4 Ensayo nº 4

El cuarto ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga normal.
- Sistema de medidas con flujos en un extremo de la rama.



- Existe ruido en las medidas.

### 1.5 Ensayo nº 5

El quinto ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga reducida.
- Sistema completo de medidas, es decir, con medidas en ambos extremos de la rama.



- No existe ruido en las medidas.

### 1.6 Ensayo nº 6

El sexto ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga reducida.
- Sistema de medidas con flujos en un extremo de la rama.



- No existe ruido en las medidas.

### 1.7 Ensayo nº 7

El séptimo ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga reducida.
- Sistema completo de medidas, es decir, con medidas en ambos extremos de la rama.



- Existe ruido en las medidas.

### 1.8 Ensayo nº 8

El octavo ensayo que se realiza tiene las siguientes características:

- Estado de carga de la red (flujos de potencia activa y reactiva): carga reducida.
- Sistema de medidas con flujos en un extremo de la rama.



- Existe ruido en las medidas.

## Apartado 2. Resultados

Se ha realizado el proceso de estimación de estado para los ensayos detallados en el Apartado 1 provocando una serie de errores en los parámetros de las ramas obtenidas como cortes (simples, dobles y k-tuples) para así poder estudiar la influencia de estas ramas en el proceso de identificación de errores en los parámetros utilizando la estimación de estado.

Los errores en los parámetros han sido provocados modificando manualmente los valores de los parámetros de la red (reactancia serie y resistencia serie) multiplicando estos por un coeficiente.

En este apartado se muestran los resultados obtenidos y estos serán analizados posteriormente en el Apartado 3.

### 2.1 Ensayo nº 1

#### 2.1.1 Error en reactancia serie de una rama “normal”.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama “normal” (4-5). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comparar los resultados que se obtienen cuando el error está en un parámetro de una rama normal frente a una rama radial, una rama que pertenezca a un corte doble o una que pertenezca a un k-tuple.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.3	16.8
1-5	3.3	16.6
2-3	3.9	14.9
2-4	6.2	26.5
2-5	4.9	22.8
3-4	2.3	15.6
4-5	0.3	41.0
4-7	---	14.0
4-9	---	3.7
5-6	---	17.9
6-11	9.2	11.5
6-12	0.3	0.5
6-13	2.0	3.2
7-8	---	0.1
7-9	---	13.9
9-10	10.9	9.9
9-14	3.4	5.8
10-11	9.0	11.6
12-13	0.3	0.5
13-14	3.2	5.9

Tabla 47. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.1.

Existen errores en los parámetros si alguno de los Multiplicadores de Lagrange Normalizados obtenidos es mayor o igual a tres. En el caso de que esto ocurra en más de un caso, el valor identificado como erróneo será el correspondiente al mayor Multiplicador de Lagrange Normalizado.

- Se elimina la reactancia de la rama 4-5 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

En este caso no se presenta la tabla correspondiente a estos multiplicadores ya que no aporta mayor información.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-5	0.0337	0.0421	0.0421

Tabla 48. Resultado ensayo nº 1.1.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.1.2 Error en resistencia serie de una rama "normal".

Este caso es el mismo que el anterior pero en lugar de provocarse un error del 20% en la reactancia serie, se provoca en la resistencia serie para así poder comprobar el efecto que produce modificar la resistencia de la rama frente a modificar la reactancia

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	4.8	0.2
1-5	5.0	0.6
2-3	4.6	1.2
2-4	7.7	0.9
2-5	7.1	1.6
3-4	4.7	0.3
4-5	11.2	0.0
4-7	---	1.1
4-9	---	0.3
5-6	---	1.5
6-11	0.5	1.0
6-12	0.0	0.0
6-13	0.1	0.3
7-8	---	0.0
7-9	---	1.1
9-10	0.7	0.9
9-14	0.2	0.5
10-11	0.4	1.1
12-13	0.0	0.0
13-14	0.1	0.5

Tabla 49. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.2.

- Se elimina la resistencia de la rama 4-5 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	4-5	0.0160	0.0134	0.0134

Tabla 50. Resultado ensayo nº 1.2.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.1.3 Error en reactancia serie de una rama radial.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama radial (7-8). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comprobar si la afirmación de que errores en los parámetros de ramas que

son cortes simples de una red no pueden ser detectados, indicada en el artículo [3], es cierta o no.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.0	0.0
4-7	---	0.1
4-9	---	0.0
5-6	---	0.0
6-11	0.3	0.1
6-12	0.1	0.0
6-13	0.0	0.0
7-8	---	5.2
7-9	---	0.2
9-10	0.5	0.4
9-14	0.3	0.1
10-11	0.5	0.2
12-13	0.0	0.0
13-14	0.2	0.0

Tabla 51. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.3.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.1409	0.1762	0.1762

Tabla 52. Resultado ensayo nº 1.3.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

En este ensayo se esperaba que la medida errónea no fuese detectada, sin embargo, comprobamos como está es detectada e identificada sin problemas.

### 2.1.4 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama k-tuple, la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Es decir teóricamente un error en un parámetro en cualquiera de esas tres ramas obtendría los mismos multiplicadores normalizados en las tres ramas, por lo que detectamos el error pero no somos capaces de identificar cual es la rama que contiene el error.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- o Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.1
1-5	0.0	0.1
2-3	0.0	0.1
2-4	0.0	0.1
2-5	0.0	0.1
3-4	0.0	0.1
4-5	1.0	3.0
4-7	---	5.3
4-9	---	1.4
5-6	---	6.8
6-11	2.3	10.2
6-12	0.3	0.5
6-13	1.0	3.0
7-8	---	0.3
7-9	---	5.3
9-10	5.7	9.6
9-14	1.3	5.1
10-11	1.6	10.1
12-13	0.0	0.4
13-14	1.9	4.9

Tabla 53. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.4.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el k-tuple son 10.2, 10.1 y 9.6, y son los valores más altos de todos.

Esperábamos que hubieran sido iguales pero observamos que hay ligeras diferencias. En el caso de que haya ruido en las medidas el mayor valor podría haber resultado cualquiera de las otras dos ramas, con lo cual el error en el parámetro no hubiese sido identificado.

Finalmente se identifica un error en la reactancia serie de la rama 6-11.

- Se elimina dicho parámetro y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	6-11	0.1591	0.1989	0.1989

Tabla 54. Resultado ensayo nº 1.4.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.1.5 Error en resistencia serie de una rama k-tuple.

Este caso es el mismo que el anterior pero en lugar de provocarse un error del 20% en la reactancia serie, se provoca en la resistencia serie para así poder comprobar el efecto que produce modificar la resistencia de la rama frente a modificar la reactancia.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros.

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.2	0.9
4-7	---	1.6
4-9	---	0.4
5-6	---	2.0
6-11	4.3	1.0
6-12	0.3	0.1
6-13	1.7	0.4
7-8	---	0.3
7-9	---	1.5
9-10	3.9	0.1
9-14	2.8	0.5
10-11	4.1	1.3
12-13	0.2	0.0
13-14	2.9	0.1

Tabla 55. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.5.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el k-tuple son 4.3, 3.9 y 4.1, y son los valores más altos de todos.

Al igual que en el caso anterior esperábamos que hubieran sido iguales pero observamos que hay ligeras diferencias. En el caso de que haya ruido en las medidas el mayor valor podría haber resultado cualquiera de las otras dos ramas, con lo cual el error en el parámetro no hubiese sido identificado.

Finalmente se identifica un error en la resistencia serie de la rama 6-11.

- Se elimina la resistencia de la rama 6-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

En este caso no se presenta la tabla correspondiente a estos multiplicadores ya que no aporta mayor información.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	6-11	0.0760	0.0950	0.0950

Tabla 56. Resultado ensayo nº 1.5.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la resistencia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la resistencia de esta rama.

### 2.1.6 Error en reactancia serie de una rama corte doble.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama corte doble, la rama 4-7 del corte doble (4-7, 7-9). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Es decir teóricamente un error en un parámetro en cualquiera de esas dos ramas obtendría los mismos multiplicadores normalizados en las dos ramas, por lo que detectamos el error pero no somos capaces de identificar cual es la rama que contiene el error.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.1	0.4
1-5	0.0	0.4
2-3	0.0	0.4
2-4	0.0	0.6
2-5	0.0	0.6
3-4	0.1	0.4
4-5	4.7	16.5
4-7	---	47.0
4-9	---	22.6
5-6	---	36.6
6-11	20.1	23.0
6-12	0.6	1.0
6-13	4.1	6.6
7-8	---	0.5
7-9	---	46.6
9-10	22.1	21.1
9-14	6.8	12.2
10-11	20.9	22.5
12-13	0.7	1.0
13-14	7.3	12.1

Tabla 57. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 1.6.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el corte doble son 47, 46.6, y son los valores más altos de todos.

Esperábamos que hubieran sido iguales pero observamos que hay ligeras diferencias. En el caso de que haya ruido en las medidas el mayor valor podría haber resultado cualquiera de las otras dos ramas, con lo cual el error en el parámetro no hubiese sido identificado.

Finalmente se identifica un error en la reactancia serie de la rama 4-7.

- Se elimina dicho parámetro y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-7	0.1673	0.2091	0.2091

Tabla 58. Resultado ensayo nº 1.6.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la resistencia de esta rama.

## 2.2 Ensayo nº 2

### 2.2.1 Error en reactancia serie de una rama “normal”.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama “normal” (4-5). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comparar los resultados que se obtienen cuando el error está en un parámetro de una rama normal frente a una rama radial, una rama que pertenezca a un corte doble o una que pertenezca a un k-tuple.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.2	11.8
1-5	1.7	11.7
2-3	2.8	10.7
2-4	3.4	18.5
2-5	3.0	16.0
3-4	0.9	10.9
4-5	2.1	28.5
4-7	---	9.8
4-9	---	2.6
5-6	---	12.7
6-11	6.2	8.0
6-12	0.2	0.3
6-13	1.4	2.2
7-8	---	0.2
7-9	---	9.8
9-10	7.4	6.8
9-14	2.3	4.1
10-11	6.0	8.1
12-13	0.2	0.3
13-14	2.2	4.2

Tabla 59. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.1.

- Se elimina la reactancia de la rama 4-5 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-5	0.0337	0.0421	0.0421

Tabla 60. Resultado ensayo nº 2.1.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.2.2 Error en reactancia serie de una rama radial.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama radial (7-8). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comprobar si la afirmación de que errores en los parámetros de ramas que son cortes simples de una red no pueden ser detectados, indicada en el artículo [3], es cierta o no.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.1	0.0
4-5	0.0	0.0
4-7	---	0.1
4-9	---	0.0
5-6	---	0.1
6-11	0.4	0.2
6-12	0.1	0.0
6-13	0.1	0.0
7-8	---	5.2
7-9	---	0.3
9-10	0.6	0.6
9-14	0.4	0.2
10-11	0.6	0.2
12-13	0.1	0.0
13-14	0.2	0.1

Tabla 61. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.1.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.1409	0.1762	0.1762

Tabla 62. Resultado ensayo nº 2.2.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

En este ensayo se esperaba que la medida errónea no fuese detectada, sin embargo, comprobamos como está

es detectada e identificada sin problemas.

### 2.2.3 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama k-tuple, la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Es decir teóricamente un error en un parámetro en cualquiera de esas tres ramas obtendría los mismos multiplicadores normalizados en las tres ramas, por lo que detectamos el error pero no somos capaces de identificar cual es la rama que contiene el error.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.1
2-5	0.0	0.1
3-4	0.0	0.0
4-5	0.7	2.2
4-7	---	3.7
4-9	---	1.0
5-6	---	4.9
6-11	1.3	7.3
6-12	0.2	0.3
6-13	0.7	2.1
7-8	---	0.3
7-9	---	3.8
9-10	3.8	6.7
9-14	0.8	3.6
10-11	0.8	7.3
12-13	0.0	0.3
13-14	1.2	3.5

Tabla 63. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, 7.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el k-tuple son 7.3, 6.7 y 7.3, y son los valores más altos de todos.

En este caso tenemos dos multiplicadores con valor 7.3 (6-11, 10-11), por lo tanto este es un caso en el que el error se detecta pero no es posible identificar cuál de las dos ramas es la errónea.

### 2.2.4 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Este caso es igual que el anterior pero en lugar de estar el error en la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) está en la rama 10-11. El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y sin ruido en estas

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.3	0.9
4-7	---	1.6
4-9	---	0.4
5-6	---	2.2
6-11	0.9	3.3
6-12	0.1	0.1
6-13	0.2	0.9
7-8	---	0.1
7-9	---	1.7
9-10	1.7	3.1
9-14	0.3	1.5
10-11	0.6	3.4
12-13	0.0	0.1
13-14	0.4	1.5

Tabla 64. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.4.

Notamos como es más difícil de detectar el error en la rama 10-11 que en la rama 6-11, ya que obtenemos unos Multiplicadores de Lagrange inferiores. Pero a diferencia del caso anterior, en este si es posible identificar el parámetro erróneo.

- Se elimina la reactancia de la rama 10-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen, al igual que en el ensayo anterior, todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	10-11	0.2305	0.1921	0.1921

Tabla 65. Resultado ensayo nº 2.4.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.2.5 Error en reactancia serie de una rama corte doble.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama corte doble, la rama 4-7 del corte doble (4-7, 7-9). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y sin ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Es decir teóricamente un error en un parámetro en cualquiera de esas dos ramas obtendría los mismos multiplicadores normalizados en las dos ramas, por lo que detectamos el error pero no somos capaces de identificar cual es la rama que contiene el error.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.1	0.2
1-5	0.0	0.3
2-3	0.0	0.3
2-4	0.0	0.4
2-5	0.0	0.4
3-4	0.0	0.3
4-5	3.1	11.9
4-7	---	33.3
4-9	---	15.9
5-6	---	25.9
6-11	13.7	16.0
6-12	0.4	0.7
6-13	2.9	4.7
7-8	---	0.7
7-9	---	32.8
9-10	15.2	14.3
9-14	4.7	8.6
10-11	14.2	15.5
12-13	0.5	0.7
13-14	5.0	8.5

Tabla 66. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 2.5.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el corte doble son 33.3, 32.8, y son los valores más altos de todos.

Esperábamos que hubieran sido iguales pero observamos que hay ligeras diferencias. En el caso de que haya ruido en las medidas el mayor valor podría haber resultado cualquiera de las otras dos ramas, con lo cual el error en el parámetro no hubiese sido identificado.

Finalmente se identifica un error en la reactancia serie de la rama 4-7.

- Se elimina la reactancia de la rama 4-7 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-7	0.1673	0.2091	0.2091

Tabla 67. Resultado ensayo nº 2.5.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

## 2.3 Ensayo nº 3

### 2.3.1 Error en reactancia serie de una rama “normal”.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama “normal” (4-5). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comparar los resultados que se obtienen cuando el error está en un parámetro de una rama normal frente a una rama radial, una rama que pertenezca a un corte doble o una que pertenezca a un k-tuple.

La diferencia principal entre este ensayo y los anteriores es la existencia de ruido en las medidas, lo cual puede afectar bastante a la estimación de los parámetros.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.1	16.9
1-5	2.6	16.9
2-3	2.8	14.1
2-4	6.7	26.4
2-5	5.1	21.7
3-4	1.1	14.6
4-5	0.6	40.8
4-7	---	14.8
4-9	---	3.9
5-6	---	19.1
6-11	9.3	12.3
6-12	0.6	0.8
6-13	1.9	3.3
7-8	---	0.8
7-9	---	14.8
9-10	11.2	10.8
9-14	4.0	6.2
10-11	9.5	12.3
12-13	0.7	0.6
13-14	3.7	6.5

Tabla 68. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.1.

Vemos como vuelve a ser mucho mayor el multiplicador de Lagrange de la rama 4-5 que el resto de multiplicadores, por lo que el error es detectado e identificado sin problemas al ser esta una rama “normal”.

La existencia de ruido en las medidas ha distorsionado un poco estas pero no afecta al resultado.

- Se elimina dicho parámetro y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros.

RAMA	R	X
1-2	0.2	1.2
1-5	0.3	1.3
2-3	0.4	0.4
2-4	0.5	0.3
2-5	0.9	1.2
3-4	0.3	0.5
4-5	0.5	0.1
4-7	---	1.3
4-9	---	1.1
5-6	---	0.4
6-11	0.2	0.2
6-12	0.2	0.6
6-13	0.5	0.2
7-8	---	0.7
7-9	---	0.9
9-10	0.5	1.0
9-14	0.4	0.6
10-11	0.1	---
12-13	0.5	0.5
13-14	0.1	0.5

Tabla 69. Mult.de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros con error eliminado, Ensayo 3.1.

En este caso, a diferencia de los ensayos sin ruido, los multiplicadores resultantes después de eliminar el parámetro erróneo no son iguales a cero. Esto es lo que provoca el ruido en las medidas.

Aún no siendo nulos, los multiplicadores son todos menores de tres por lo que no existen más parámetros erróneos.

o Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-5	0.0337	0.0424	0.0421

Tabla 70. Resultado ensayo nº 3.1.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que no coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama. Esto se debe a la existencia de ruido en las medidas.

### 2.3.2 Error en reactancia serie de una rama radial.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama radial (7-8). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comprobar si la afirmación de que errores en los parámetros de ramas que son cortes simples de una red no pueden ser detectados, indicada en el artículo [3], es cierta o no.

La diferencia principal entre este ensayo y los anteriores es la existencia de ruido en las medidas, lo cual puede afectar bastante a la estimación de los parámetros.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.9	1.2
1-5	1.5	1.3
2-3	1.0	2.0
2-4	1.6	0.8
2-5	0.4	0.4
3-4	1.4	1.7
4-5	0.6	0.4
4-7	---	0.4
4-9	---	0.2
5-6	---	0.4
6-11	0.5	0.5
6-12	0.9	0.3
6-13	0.6	0.2
7-8	---	6.4
7-9	---	0.0
9-10	1.0	0.0
9-14	0.3	0.4
10-11	0.5	0.5
12-13	0.8	0.4
13-14	0.8	0.4

Tabla 71. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.2.

Aún con la existencia de ruido vemos cómo es posible detectar e identificar el error en la rama radial.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

En este caso no se presenta la tabla correspondiente a estos multiplicadores ya que no aporta mayor información.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.1409	0.18943	0.1762

Tabla 72. Resultado ensayo nº 3.5.

En este caso vemos como el valor estimado de la reactancia difiere bastante del valor exacto debido a la existencia de ruido en las medidas.

### 2.3.3 Error en resistencia serie de una rama k-tuple.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la resistencia serie de una rama k-tuple, la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y con ruido en estas.

El error se provoca en la resistencia ya que al ser el error en la resistencia más complicado de detectar que el de la reactancia, queremos comprobar si el error en las medidas es más perjudicial en este caso.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- o Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.1	1.7
1-5	0.8	1.9
2-3	0.6	1.2
2-4	0.4	2.0
2-5	0.7	0.7
3-4	0.4	1.4
4-5	0.8	1.3
4-7	---	3.3
4-9	---	1.4
5-6	---	4.7
6-11	4.6	2.9
6-12	1.1	0.4
6-13	0.6	0.6
7-8	---	1.5
7-9	---	3.3
9-10	4.9	1.6
9-14	1.5	1.2
10-11	4.2	3.1
12-13	0.7	0.3
13-14	1.8	1.0

Tabla 73. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.3.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 9-10 y no en la 6-11. La existencia de ruido ha

provocado un error en la identificación del parámetro erróneo.

- Se elimina la resistencia de la rama 9-10 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	9-10	0.0318	0.0089	0.03181

Tabla 74. Resultado ensayo nº 3.3.

En este caso vemos como el valor de la resistencia identificado como erróneo realmente no lo es, ya que este coincide con el valor exacto. Es, en este caso, el valor estimado el que es erróneo.

#### 2.3.4 Error en reactancia serie de una rama corte doble.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama corte doble, la rama 1-2 del corte doble (1-2, 1-5). El ensayo se realiza con la red cargada, un número elevado de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Vamos a comprobar si con la existencia de error en las medidas esto ocurre de verdad.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	7.4	94.4
1-5	9.2	91.2
2-3	8.0	17.2
2-4	2.0	29.8
2-5	13.8	34.6
3-4	5.6	18.7
4-5	1.1	35.9
4-7	---	2.6
4-9	---	0.1
5-6	---	2.9
6-11	1.7	1.0
6-12	0.6	0.2
6-13	0.6	1.2
7-8	---	1.3
7-9	---	2.5
9-10	2.1	0.3
9-14	0.7	2.3
10-11	1.9	1.0
12-13	0.4	0.2
13-14	1.6	2.4

Tabla 75. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.4.

Vemos como el ruido ha distorsionado un poco las medidas pero no afecta al resultado.

- Se elimina la reactancia de la rama 1-2 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	1-2	0.0710	0.0592	0.05917

Tabla 76. Resultado ensayo nº 3.4.

El valor estimado de la reactancia no coincide pero es muy parecido al exacto. La existencia de ruido en este caso no ha influido demasiado aunque esto puede cambiar entre simulaciones.

### 2.3.5 Error en resistencia serie de una rama corte doble.

Este ensayo es el mismo que el anterior pero en lugar de estar el error en la reactancia está en la resistencia.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	33.7	3.4
1-5	31.3	9.7
2-3	7.3	1.8
2-4	8.9	4.7
2-5	13.9	1.9
3-4	7.0	0.6
4-5	13.5	3.4
4-7	---	0.9
4-9	---	0.8
5-6	---	1.4
6-11	0.3	0.9
6-12	0.6	0.1
6-13	1.2	0.2
7-8	---	0.4
7-9	---	1.0
9-10	0.8	0.6
9-14	0.1	1.1
10-11	0.6	0.8
12-13	1.2	0.5
13-14	0.1	1.0

Tabla 77. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 3.5.

Al igual que en el caso anterior vemos como el ruido ha distorsionado un poco las medidas pero no afecta al resultado.

- Se elimina la resistencia de la rama 1-2 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	1-2	0.0233	0.0193	0.01938

Tabla 78. Resultado ensayo nº 3.5.

El valor estimado de la reactancia no coincide pero es muy parecido al exacto. La existencia de ruido en este caso no ha influido demasiado aunque esto puede cambiar entre simulaciones.

Con el ensayo anterior y este, comprobamos como el ruido afecta menos a los cortes dobles que a los k-tuples ya que la diferencia entre multiplicadores de Lagrange de ramas que son cortes dobles suelen ser mayores que la diferencia entre las ramas de un k-tuple.

## 2.4 Ensayo nº 4

### 2.4.1 Error en resistencia serie de una rama “normal”.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la resistencia serie de una rama “normal” (4-5). El ensayo se realiza con la red cargada, un bajo número de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comparar los resultados que se obtienen cuando el error está en un parámetro de una rama normal frente a una rama radial, una rama que pertenezca a un corte doble o una que pertenezca a un k-tuple.

En este ensayo además de tener ruido en las medidas, tenemos un número menor de medidas por lo que los problemas al detectar e identificar los errores deberían aumentar.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	5.3	0.0
1-5	5.5	0.8
2-3	4.2	1.6
2-4	5.0	1.4
2-5	4.0	2.3
3-4	4.4	1.3
4-5	8.9	1.7
4-7	---	0.4
4-9	---	1.3
5-6	---	1.7
6-11	0.1	0.8
6-12	0.5	0.2
6-13	0.0	0.9
7-8	---	0.6
7-9	---	1.0
9-10	0.3	1.2
9-14	0.2	1.5
10-11	0.2	0.8
12-13	0.2	0.1
13-14	0.0	1.4

Tabla 79. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.1.

Vemos como vuelve a ser bastante mayor el multiplicador de Lagrange de la rama 4-5 que el resto de multiplicadores, por lo que el error es detectado e identificado sin problemas al ser esta una rama “normal”.

- Se elimina dicho parámetro y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros.

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	4-5	0.0107	0.0135	0.01335

Tabla 80. Resultado ensayo nº 4.1.

Volvemos a ver como el valor estimado no es el mismo que el valor exacto de la resistencia debido a la existencia de ruido en las medidas.

#### 2.4.2 Error en reactancia serie de una rama radial.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama radial (7-8). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza para poder comprobar si la afirmación de que errores en los parámetros de ramas que son cortes simples de una red no pueden ser detectados, indicada en el artículo [3], es cierta o no.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.4	0.1
1-5	0.6	0.1
2-3	1.9	0.6
2-4	1.1	0.9
2-5	0.2	0.2
3-4	1.6	0.8
4-5	0.5	0.7
4-7	---	0.1
4-9	---	1.6
5-6	---	1.0
6-11	1.7	2.1
6-12	0.2	0.3
6-13	0.9	1.1
7-8	---	5.9
7-9	---	0.2
9-10	2.0	1.7
9-14	3.1	0.7
10-11	1.9	2.1
12-13	0.4	0.4
13-14	1.8	1.4

Tabla 81. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.2.

Podemos ver como con la existencia de ruido y con medidas solo en un extremo de la rama también se detecta e identifica el error en la reactancia de la rama radial.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.1409	0.1809	0.1762

Tabla 82. Resultado ensayo nº 4.2.

Vemos como el valor estimado de la reactancia difiere del valor exacto debido a la existencia de ruido en las medidas.

### 2.4.3 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la reactancia serie de una rama k-tuple, la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Es decir teóricamente un error en un parámetro en cualquiera de esas tres ramas obtendría los mismos multiplicadores normalizados en las tres ramas, por lo que detectamos el error pero no somos capaces de identificar cual es la rama que contiene el error.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.5	0.3
1-5	0.6	0.2
2-3	0.8	0.1
2-4	0.2	0.1
2-5	0.0	0.2
3-4	0.1	0.1
4-5	0.5	2.3
4-7	---	3.0
4-9	---	2.3
5-6	---	4.8
6-11	1.1	7.3
6-12	1.2	0.8
6-13	1.8	1.8
7-8	---	1.0
7-9	---	3.1
9-10	3.3	7.1
9-14	1.2	3.8
10-11	0.5	7.3
12-13	1.3	0.6
13-14	1.2	3.6

Tabla 83. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.3.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el k-tuple son 7.3, 7.1 y 7.3, y son los valores más altos de todos.

En este caso tenemos dos multiplicadores con valor 7.3 (6-11, 10-11), por lo tanto este es un caso en el que el error se detecta pero no es posible identificar cuál de las dos ramas es la errónea.

### 2.4.4 Error resistencia serie de una rama k-tuple.

Este caso es el mismo que el anterior pero el parámetro erróneo es la resistencia de la rama 6- 11 en lugar de la reactancia.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.5	1.2
1-5	1.8	1.1
2-3	0.1	0.9
2-4	1.2	1.3
2-5	0.3	0.3
3-4	0.2	0.9
4-5	1.3	1.0
4-7	---	2.3
4-9	---	1.7
5-6	---	3.3
6-11	3.2	2.3
6-12	0.1	2.5
6-13	0.1	1.9
7-8	---	0.3
7-9	---	1.8
9-10	3.8	1.2
9-14	0.1	0.3
10-11	3.1	2.5
12-13	0.2	2.7
13-14	0.7	0.4

Tabla 84. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.4.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 9-10 y no en la 6-11. En este caso se ha detectado el error pero no se ha identificado correctamente.

- Se elimina la resistencia de la rama 9-10 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	9-10	0.0318	0.0082	0.03181

Tabla 85. Resultado ensayo nº 4.4.

En este caso vemos como el valor de la resistencia identificado como erróneo realmente no lo es, ya que este coincide con el valor exacto. Es, en este caso, el valor estimado el que es erróneo.

### 2.4.5 Error en resistencia serie de una rama corte doble.

Se estudia el caso de un error de un 20% en la resistencia serie de una rama corte doble, la rama 6-12 del corte doble (6-12, 12-13). El ensayo se realiza con la red cargada, bajo número de medidas y con ruido en estas.

Este ensayo se realiza ya que según lo indicado en el artículo de Ali Abur el error puede ser detectado pero no identificado. Vamos a comprobar si con la existencia de error en las medidas y con medidas solo en un extremo de la rama esto ocurre de verdad.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.1	0.2
1-5	0.1	0.2
2-3	3.0	0.3
2-4	0.7	1.7
2-5	1.5	1.3
3-4	1.8	0.0
4-5	0.8	1.2
4-7	---	1.0
4-9	---	0.7
5-6	---	0.4
6-11	0.2	0.4
6-12	3.9	0.9
6-13	1.8	1.0
7-8	---	1.3
7-9	---	1.0
9-10	0.6	0.0
9-14	0.8	0.1
10-11	0.3	0.3
12-13	3.6	2.0
13-14	0.3	0.1

Tabla 86. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 4.5.

El mayor multiplicador pertenece a la resistencia serie de la rama 6-12, por lo que el error es identificado correctamente.

- Se elimina la resistencia de la rama 6-12 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	6-12	0.0983	0.1268	0.12291

Tabla 87. Resultado ensayo nº 4.5.

El valor estimado de la reactancia no coincide pero es muy parecido al exacto. La existencia de ruido en este caso no ha influido demasiado aunque esto puede cambiar entre simulaciones.

## 2.5 Ensayo nº 5

Los ensayos 5-8 se diferencian de los anteriores en que la red tiene un estado bajo de carga. Por lo tanto, lo que se quiere comprobar es el efecto que produce esto en los resultados obtenidos.

En estos ensayos se van a mostrar únicamente los casos más representativos que necesitaremos posteriormente para obtener las conclusiones mostradas en el Apartado 3.

Las características de este ensayo son: red con carga reducida, un número elevado de medidas y sin ruido en estas.

### 2.5.1 Error en resistencia serie de una rama “normal”.

Este ensayo es el mismo que el 2.1.2 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada. Se estudia el caso de la resistencia ya que es la más propicia a presentar problemas.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 60% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 60% en la resistencia serie de la rama “normal” 4-5 obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.5	0.8
1-5	1.4	0.5
2-3	1.2	0.3
2-4	2.1	0.7
2-5	1.7	0.2
3-4	1.3	0.3
4-5	3.1	1.4
4-7	---	0.6
4-9	---	0.3
5-6	---	0.8
6-11	0.4	0.3
6-12	0.0	0.0
6-13	0.1	0.1
7-8	---	0.0
7-9	---	0.6
9-10	0.5	0.2
9-14	0.1	0.2
10-11	0.4	0.2
12-13	0.0	0.0
13-14	0.2	0.1

Tabla 88. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.1.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la resistencia de la rama 4-5 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	4-5	0.0052	0.0134	0.0134

Tabla 89. Resultado ensayo nº 5.1.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

**2.5.2 Error en reactancia serie de una rama radial.**

Este ensayo es el mismo que el 2.1.3 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 360% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 360% en la reactancia serie de la rama radial 7-8 obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.0	0.0
4-7	---	0.0
4-9	---	0.0
5-6	---	0.0
6-11	0.1	0.1
6-12	0.0	0.0
6-13	0.0	0.0
7-8	---	3.1
7-9	---	0.3
9-10	0.1	0.2
9-14	0.1	0.1
10-11	0.1	0.2
12-13	0.0	0.0
13-14	0.0	0.0

Tabla 90. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.2.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.6341	0.1761	0.1761

Tabla 91. Resultado ensayo nº 5.2.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.5.3 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.1.4 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 50% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 50% en la reactancia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.3	0.3
4-7	---	1.0
4-9	---	0.4
5-6	---	1.3
6-11	1.1	3.5
6-12	0.2	0.1
6-13	1.5	1.3
7-8	---	0.2
7-9	---	0.9
9-10	1.5	2.4
9-14	2.9	1.6
10-11	0.7	3.4
12-13	0.1	0.2
13-14	2.0	2.9

Tabla 92. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.3.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la reactancia de la rama 6-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	6-11	0.0994	0.1989	0.1989

Tabla 93. Resultado ensayo nº 5.3.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

#### 2.5.4 Error en resistencia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.1.5 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 80% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 80% en la resistencia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.4	0.3
4-7	---	1.1
4-9	---	0.4
5-6	---	1.4
6-11	3.2	1.4
6-12	0.2	0.0
6-13	1.4	0.3
7-8	---	0.1
7-9	---	1.1
9-10	1.6	2.9
9-14	1.8	2.4
10-11	3.2	1.7
12-13	0.2	0.1
13-14	2.5	1.3

Tabla 94. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 5.4.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la resistencia de la rama 6-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen, al igual que en el ensayo anterior, todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

En este caso no se presenta la tabla correspondiente a estos multiplicadores ya que no aporta mayor información.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	6-11	0.0190	0.0950	0.0950

Tabla 95. Resultado ensayo nº 5.4.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia errónea y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

## 2.6 Ensayo nº 6

Las características de este ensayo son: red con carga reducida, bajo número de medidas y sin ruido en estas.

### 2.6.1 Error en reactancia serie de una rama “normal”.

Este ensayo es el mismo que el 2.2.1 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 30% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 30% en la reactancia serie de la rama “normal” 4-5 obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.1	1.8
1-5	1.4	1.8
2-3	1.4	1.6
2-4	2.2	2.8
2-5	2.1	2.3
3-4	1.4	1.6
4-5	1.9	4.0
4-7	---	0.7
4-9	---	0.3
5-6	---	1.0
6-11	0.4	0.3
6-12	0.0	0.0
6-13	0.1	0.2
7-8	---	0.0
7-9	---	0.7
9-10	0.7	0.2
9-14	0.1	0.2
10-11	0.5	0.3
12-13	0.0	0.0
13-14	0.2	0.2

Tabla 96. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.1.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo, aunque en el caso de la reactancia vemos que no es necesario aumentar tanto % de error como con la resistencia ( ensayo 2.5.1)

- Se elimina la reactancia de la rama 4-5 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	4-5	0.0547	0.0421	0.0421

Tabla 97. Resultado ensayo nº 6.1.

En la tabla podemos ver la comparación entre el valor de la reactancia erróneo y el que se ha estimado con la estimación de parámetros, el cuál comprobamos que coincide con el valor exacto de la reactancia de esta rama.

### 2.6.2 Error en reactancia serie de una rama radial.

Este ensayo es el mismo que el 2.2.2 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 360% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 360% en la reactancia serie de la rama radial 7-8 obtenemos los siguientes resultados:

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.0	0.0
4-7	---	0.0
4-9	---	0.1
5-6	---	0.2
6-11	0.1	0.0
6-12	0.0	0.0
6-13	0.0	3.1
7-8	---	0.4
7-9	---	0.1
9-10	0.1	0.3
9-14	0.2	0.1
10-11	0.1	0.3
12-13	0.0	0.0
13-14	0.1	0.1

Tabla 98. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.2.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la reactancia de la rama 7-8 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea, se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-8	0.6341	0.1761	0.1761

Tabla 99. Resultado ensayo nº 6.2.

### 2.6.3 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.2.3 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar

un error del 70% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 70% en la reactancia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.2	0.2
4-7	---	0.7
4-9	---	0.3
5-6	---	0.9
6-11	1.1	3.1
6-12	0.1	0.1
6-13	1.3	1.1
7-8	---	0.2
7-9	---	0.6
9-10	2.2	2.1
9-14	2.3	2.0
10-11	0.7	2.9
12-13	0.0	0.1
13-14	2.0	2.4

Tabla 100. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.3.

En la tabla comprobamos como es necesario que el error sea mucho mayor que en el caso de la red cargada para poder detectarlo.

- Se elimina la reactancia de la rama 6-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores iguales a cero. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	6-11	0.3381	0.1989	0.1989

Tabla 101. Resultado ensayo nº 6.3.

### 2.6.4 Error en reactancia serie de una rama corte doble.

Este ensayo es el mismo que el 2.2.5 pero con la red poco cargada. Lo que queremos comprobar con este ensayo las diferencias que existen con el ensayo realizado para la red cargada.

A diferencia del ensayo con la red cargada, para que el error sea detectado en este caso es necesario provocar un error del 40% en lugar del 20%.

Al aplicar un error del 40% en la reactancia serie de la rama 4-7 del corte doble (4-7, 7-9) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.0
1-5	0.0	0.0
2-3	0.0	0.0
2-4	0.0	0.0
2-5	0.0	0.0
3-4	0.0	0.0
4-5	0.7	0.7
4-7	---	3.3
4-9	---	1.6
5-6	---	2.6
6-11	1.3	0.7
6-12	0.1	0.1
6-13	0.2	0.5
7-8	---	0.0
7-9	---	3.3
9-10	1.8	0.6
9-14	0.4	0.7
10-11	1.5	0.4
12-13	0.1	0.0
13-14	0.6	0.4

Tabla 102. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 6.4.

Los Multiplicadores obtenidos en las ramas que forman el corte doble son 3.3 y 3.3, y son los valores más altos de todos.

En este caso tenemos dos multiplicadores con valor 3.3 (4-7, 7-9), por lo tanto este es un caso en el que el error se detecta pero no es posible identificar cuál de las dos ramas es la errónea.

## 2.7 Ensayo nº 7

Las características de este ensayo son: red con carga reducida, un número elevado de medidas y con ruido en estas.

En este ensayo se van a mostrar los casos en los que se producen errores en la identificación de los parámetros erróneos.

### 2.7.1 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.5.3 pero con ruido en las medidas. Lo que queremos comprobar el efecto que produce el ruido en los resultados obtenidos.

Al aplicar un error del 50% en la reactancia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.0	0.6
1-5	0.3	1.0
2-3	1.8	0.5
2-4	0.8	1.7
2-5	0.9	2.2
3-4	1.6	1.0
4-5	0.0	1.1
4-7	---	1.6
4-9	---	0.1
5-6	---	0.1
6-11	1.6	4.0
6-12	0.4	0.5
6-13	0.1	0.6
7-8	---	1.1
7-9	---	0.1
9-10	1.3	3.4
9-14	0.8	0.7
10-11	1.0	4.1
12-13	0.3	0.7
13-14	0.8	3.6

Tabla 103. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 7.1.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 10-11 y no en la 6-11. La existencia de ruido ha provocado un error en la identificación del parámetro erróneo.

- Se elimina dicho parámetro y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	10-11	0.1921	0.3300	0.19207

Tabla 104. Resultado ensayo nº 7.1.

En esta tabla corroboramos que la reactancia identificada como errónea realmente no lo es ya que su valor coincide aproximadamente con el valor exacto de ésta.

### 2.7.2 Error en resistencia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.5.4 pero con ruido en las medidas. Lo que queremos comprobar el efecto que produce el ruido en los resultados obtenidos.

Al aplicar un error del 80% en la resistencia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- o Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	1.0	1.2
1-5	0.6	1.3
2-3	0.8	1.3
2-4	0.4	0.3
2-5	1.8	0.0
3-4	1.2	1.4
4-5	0.8	1.5
4-7	---	1.4
4-9	---	0.2
5-6	---	1.8
6-11	4.2	0.7
6-12	0.6	2.1
6-13	0.9	1.6
7-8	---	0.1
7-9	---	1.5
9-10	3.7	0.3
9-14	0.7	3.0
10-11	4.3	0.8
12-13	1.3	0.8
13-14	0.6	0.4

Tabla 105. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 7.2.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 10-11 y no en la 6-11. La existencia de ruido ha provocado un error en la identificación del parámetro erróneo.

- Se elimina la resistencia de la rama 10-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO RESISTENCIA	VALOR ESTIMADO RESISTENCIA	VALOR EXACTO RESISTENCIA
R serie	10-11	0.0820	0.1999	0.08205

Tabla 106. Resultado ensayo nº 7.2.

En esta tabla corroboramos que la reactancia identificada como errónea realmente no lo es ya que su valor coincide aproximadamente con el valor exacto de ésta.

## 2.8 Ensayo nº 8

Las características de este ensayo son: red con carga reducida, bajo número de medidas y con ruido en estas.

En este ensayo se van a mostrar los casos en los que se producen errores en la identificación de los parámetros erróneos.

### 2.8.1 Error en reactancia serie de una rama k-tuple.

Este ensayo es el mismo que el 2.6.3 pero con ruido en las medidas. Lo que queremos comprobar el efecto que produce el ruido en los resultados obtenidos.

Al aplicar un error del 70% en la reactancia serie de la rama 6-11 del k-tuple (6-11, 10-11 y 9-10) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.3	0.1
1-5	0.3	0.2
2-3	1.4	0.3
2-4	0.1	0.2
2-5	0.7	0.7
3-4	1.2	0.3
4-5	1.1	0.3
4-7	---	1.8
4-9	---	0.6
5-6	---	1.6
6-11	0.6	3.2
6-12	1.3	0.8
6-13	2.5	1.3
7-8	---	1.0
7-9	---	1.4
9-10	3.2	2.3
9-14	2.6	2.1
10-11	0.0	3.5
12-13	1.4	0.5
13-14	2.1	3.0

Tabla 107. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 8.1.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 10-11 y no en la 6-11. La existencia de ruido ha provocado un error en la identificación del parámetro erróneo.

- Se elimina la reactancia de la rama 10-11 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	10-11	0.1921	0.3730	0.19207

Tabla 108. Resultado ensayo nº 8.1.

En esta tabla corroboramos que la reactancia identificada como errónea realmente no lo es ya que su valor coincide aproximadamente con el valor exacto de ésta.

**2.8.2 Error en reactancia serie de una rama corte doble.**

Este ensayo es el mismo que el 2.6.4 pero con ruido en las medidas. Lo que queremos comprobar el efecto que produce el ruido en los resultados obtenidos.

Al aplicar un error del 40% en la reactancia serie de la rama 4-7 del corte doble (4-7, 7-9) obtenemos los siguientes resultados:

- Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

RAMA	R	X
1-2	0.4	0.2
1-5	0.3	0.1
2-3	1.0	0.9
2-4	0.3	1.7
2-5	0.1	1.7
3-4	0.4	1.4
4-5	1.0	1.9
4-7	---	3.8
4-9	---	1.1
5-6	---	3.3
6-11	1.3	2.1
6-12	0.1	0.6
6-13	0.7	0.6
7-8	---	0.8
7-9	---	4.0
9-10	1.0	0.9
9-14	0.4	2.8
10-11	1.2	0.4
12-13	0.1	0.5
13-14	0.9	1.2

Tabla 109. Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros, Ensayo 8.2.

En este caso vemos como el error se identifica en la rama 7-9 y no en la 4-7. La existencia de ruido ha provocado un error en la identificación del parámetro erróneo.

- Se elimina la resistencia de la rama 7-9 y se obtienen de nuevo los Multiplicadores de Lagrange Normalizados asociados a los parámetros:

Una vez eliminada la medida detectada como errónea se obtienen, al igual que en el ensayo anterior, todos los multiplicadores menores que tres. Por lo tanto no se detecta ninguna otra medida errónea.

- Resultado:

MEDIDAS ERRÓNEAS	RAMA	VALOR ERRÓNEO REACTANCIA	VALOR ESTIMADO REACTANCIA	VALOR EXACTO REACTANCIA
X serie	7-9	0.1100	0.2129	0.11001

Tabla 110. Resultado ensayo n° 8.2.

En esta tabla corroboramos que la reactancia identificada como errónea realmente no lo es ya que su valor coincide con el valor exacto de ésta.

### Apartado 3. Análisis de resultados y conclusiones

En este apartado se analizan los resultados obtenidos de los ensayos realizados mediante la aplicación de estimación de parámetros en función de las distintas variables que se han ido modificando: tipo de rama, estado de carga de la red, sistema de medidas y ruido gaussiano.

- o Efecto que provoca el hecho de que los errores existentes correspondan a parámetros de ramas que forman cortes dobles o k-tuples en la red.

Lo que podemos apreciar en los ensayos realizados es que cuando se provoca un error en un parámetro de una rama que forma parte de un corte doble o un k-tuple, los multiplicadores de Lagrange asociados a los parámetros que se obtienen para cada rama perteneciente al corte doble o al k-tuple son prácticamente iguales. Esto hace que sea complicado distinguir en cuál de las ramas se encuentra realmente el error.

Ejemplo de corte doble (2.3.4):

RAMA			X
1	1	2	94.4
2	1	5	91.2

Tabla 111. Multiplicadores de Lagrange corte doble.

Ejemplo de 3-tuple (2.1.4):

RAMA			X
11	6	11	10.2
16	9	10	9.6
18	10	11	10.1

Tabla 112. Multiplicadores de Lagrange 3-tuple.

- o Efecto que provoca el estado de carga de la red:

Se han realizado ensayos con un estado de carga normal (ensayos nº 1-4) y con un estado de carga reducido (ensayos nº 5-8).

El efecto es mayor o menor dependiendo del tipo de rama (normal, corte simple, corte doble o k-tuple) en la que se ha provocado el error.

- Normal:

Se han realizado ensayos modificando la reactancia y resistencia de la rama 4-5, la cual es una rama normal de la red de 14 nudos, es decir no tiene ninguna topología especial.

De estos ensayos se puede extraer que cuando el estado de carga de la red es normal, este error en la reactancia o resistencia se localiza en todos los casos al provocar un error en este parámetro del 20%. Error válido para aplicaciones reales.

Por el contrario, cuando el estado de carga es reducido, el error en la resistencia no se localiza hasta que este es

del 60% y en el caso de la reactancia se necesitaría un error del 30%. Por lo tanto, en una aplicación real, un error en la resistencia de una rama normal de una red con baja carga no sería detectado.

– Corte simple:

Se han realizado ensayos modificando la reactancia de la rama 7-8, la cual es un corte simple de la red de 14 nudos.

De estos ensayos se puede extraer que cuando el estado de carga de la red es normal, este error en la reactancia se localiza en todos los casos al provocar un error en este parámetro del 20%. Error válido para aplicaciones reales.

Por el contrario, cuando el estado de carga es reducido, el error en la reactancia no se localiza hasta que este es del 360%. Por lo tanto, en una aplicación real, un error en un parámetro de una rama que forma un corte simple de una red con baja carga no sería detectado.

– Cortes dobles:

Cuando el error está en un parámetro de una rama que forma parte de un corte doble el efecto que produce el hecho de que el estado de carga de la red sea reducido es el mismo que para cortes simples, se produce una mayor dificultad en encontrar el parámetro erróneo. Pero en este caso, el efecto no es tan grave ya que los errores en ramas que forman cortes dobles se identifican con mayor facilidad (los valores de los multiplicadores de Lagrange que se obtienen son mayores para un mismo porcentaje de error).

TIPO DE RAMA	RAMA		X
CORTE SIMPLE	7	8	6.4
CORTE DOBLE	1	2	94.4
	1	5	91.2
3-TUPLE	6	11	10.2
	9	10	9.6
	10	11	10.1

Tabla 113. Comparativa Multiplicadores de Lagrange corte simple, corte doble y k-tuple con un error del 20% en la reactancia serie.

En este caso con un error del 40% en la reactancia de la rama 4-7 (la cual forma un corte doble con la rama 7-9) ya es suficiente para detectar el error.

– K-tuples:

Cuando el error está en un parámetro de una rama que forma parte de un k-tuple el efecto que produce el hecho de que el estado de carga de la red sea reducido es el mismo que para cortes simples y los cortes dobles, se produce una mayor dificultad en encontrar el parámetro erróneo.

En este caso necesitamos provocar un error del 50% en la reactancia para que el error sea identificado. Por lo tanto el efecto en este caso es menos grave que en el caso de los cortes simples pero más que en los cortes dobles. Esto es debido a que los multiplicadores de Lagrange que se obtienen en el caso de los k-tuples tienen un valor intermedio entre el de los cortes simples y el de los cortes dobles (como se aprecia en la Tabla 119).

- o Efecto que provoca tener un sistema completo o incompleto de medidas:

El efecto que encontramos cuando en lugar de tener un sistema completo de medidas tenemos uno incompleto

es el mismo que provoca que el estado de carga de la red sea reducido pero en menor grado. Por ejemplo, en este caso si provocamos un error del 20% en la reactancia de la rama 6-11 para un sistema completo e incompleto de medidas obtenemos los siguientes multiplicadores:

SISTEMA DE MEDIDAS	RAMA		X
COMPLETO	6	11	10.2
	9	10	9.6
	10	11	10.1
INCOMPLETO	6	11	7.3
	9	10	6.7
	10	11	7.3

Tabla 114. Comparativa Multiplicadores de Lagrange Sistema completo e incompleto de medidas.

- o Efecto que provoca la existencia de ruido en las medidas.

La existencia de ruido en las medidas es una característica muy importante ya que en los sistemas reales esto siempre va a existir, es lo que diferencia un sistema ideal de uno real. El ruido distorsiona las medidas provocando así que estas no sean exactas y dificultando así la identificación de los errores en los parámetros.

Vamos a analizar los ensayos 3, 4, 7 y 8 que son los que se han realizado con ruido en las medidas:

Lo primero que podemos apreciar es que, a diferencia de los ensayos sin ruido, una vez se ha eliminado la medida errónea los multiplicadores de Lagrange normalizados que se obtienen no son iguales a cero. Este es el efecto que produce la distorsión en las medidas antes nombrada. Al existir distorsión en las medidas, la estimación de los parámetros no es exacta y esto produce que los multiplicadores obtenidos no sean iguales a cero.

El hecho de que la estimación de los parámetros no es exacta lo podemos comprobar comparando la reactancia de la rama 7-8 obtenida en el ensayo 1 y la obtenida en el ensayo 3:

RUIDO	VALOR X REAL	VALOR X ESTIMADO
NO	0.1762	0.1762
SÍ	0.1762	0.18943

Tabla 115. Comparativa estimación de parámetros con ruido y sin ruido.

Esta distorsión en las medidas provoca, en ciertas ocasiones, que el parámetro identificado como erróneo no sea el correcto. Esto lo podemos ver en los casos mostrados en los ensayos número 7 y 8. Esto es debido a que los multiplicadores de Lagrange asociados a los parámetros de las ramas pertenecientes al corte doble o k-tuple tienen valores muy próximos y si a esto se le incluye ruido en las medidas pues ocurre que el multiplicador del parámetro no erróneo supera al del realmente erróneo.

Por lo tanto, la existencia de ruido en las medidas provoca errores en la identificación de errores en los parámetros de la red.

- Efecto que provoca modificar la resistencia de la rama frente a modificar la reactancia.

Como podemos comprobar en los ensayos realizados, cuando provocamos el error en la resistencia serie de la rama en lugar de en la reactancia serie, existe mayor dificultad para detectar el error al obtenerse multiplicadores de Lagrange menores.

En la siguiente tabla comparativa vemos las diferencias entre los multiplicadores de Lagrange para un error del 20% tanto en la resistencia como en la reactancia serie.

ENSAYO	RAMA		R	X
1.2/1.1	6	11	4.3	10.2
2.4/2.3	10	11	1.4	3.4
3.4/3.3	1	2	7.0	18.7

Tabla 116. Comparativa Multiplicadores de Lagrange error en la resistencia y en la reactancia serie.

# CAPÍTULO VI. ESTUDIOS REALIZADOS

En este capítulo se muestran el estudio realizado sobre el problema encontrado en el Método 1, dónde se demuestra la procedencia de este problema, y un estudio realizado sobre los tiempos de ejecución del Método 2.

## Apartado 1. Estudio de los errores encontrados en el método 1.

Como hemos podido comprobar en el anterior apartado, el método 1 presenta errores en los resultados. Lo que ocurre es que en ciertas ocasiones muestra una información incompleta, es decir, el conjunto de cortes que muestra como resultado es incompleto. Pero en ningún caso identifica una rama como un corte simple o como parte de un corte doble si realmente no lo es.

A continuación se demuestra que el error es debido al método matemático, propuesto en el artículo “Single and Double Edge Cutset Identification in Large Scale Power Networks”, y no a algún error en el código de Matlab (Anexo 1).

### o Demostración:

Como el método no comete errores al localizar los cortes simples sino que los errores siempre se producen en la parte del algoritmo dónde se localizan los cortes dobles, vamos a estudiar todas las ramas de la red en busca de los cortes dobles.

Esto lo haremos realizando el paso 4 del método matemático (identificar los cortes dobles y k-tuples en la matriz  $L$ ) de manera manual.

Además comprobaremos que la matriz  $L$  obtenida en el paso 3 del método matemático coincide con la que se obtiene con la función propia de Matlab  $[L, U, P] = lu(A)$ , a la que llamaremos  $L_m$  para diferenciarla de la obtenida con el procedimiento descrito en el paso 3.

### – Ensayo nº 3: Red 19 nudos.

Vamos a demostrarlo sobre esta red ya que es más pequeña que la de 30 nudos y por tanto más sencilla de comprobar.

Las ramas están numeradas tal y como vemos en la Tabla 117.

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	11	7	9
2	2	3	12	9	10
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	15	14	15
6	3	7	16	14	19
7	5	11	17	15	16
8	5	12	18	15	17
9	5	14	19	16	18
10	7	8	20	17	18

Tabla 117. Ramas Red 19 nudos.

La matriz de incidencia rama-bus obtenida con el algoritmo es la mostrada en la Tabla 118, en la cuál no se detecta ningún error.

A'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0

Tabla 118. Matriz de incidencia rama-bus red 19 nudos.

Ahora pasamos a estudiar las ramas una a una buscando los cortes dobles.

- Rama 1: **1-2**      **Es un corte simple.**
- Rama 2: **2-3**      **Es un corte simple.**
- Rama 3: **2-4**      **Es un corte simple.**
- Rama 4: **2-5**      **Es un corte simple.**
- Rama 5: **3-6**      **Es un corte simple.**
- Rama 6: **3-7**      **Es un corte simple.**
- Rama 7: **5-11**     **Es un corte simple.**
- Rama 10: **7-8**     **Es un corte simple.**
- Rama 11: **7-9**     **Es un corte simple.**
- Rama 12: **9-10**    **Es un corte simple.**
- Rama 16: **14-19**   **Es un corte simple.**

Eliminando las ramas que son cortes simples, nos quedan por estudiar las ramas 8, 9, 13, 14, 15, 17, 18, 19 y 20.

- Rama 8: **5-12**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	13	12	13
3	2	4	14	13	18
4	2	5	15	14	15
5	3	6	16	14	19
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	19	16	18
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 119. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 8.

La matriz L obtenida mediante el algoritmo es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 120. Matriz L obtenida con el algoritmo, estudio rama 8.

La matriz L obtenida mediante la función propia de Matlab es:

Lm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 121. Matriz L obtenida con la función propia de Matlab, estudio rama 8.

Como podemos ver tampoco se detecta ningún error en el cálculo de L, ya que al compararla con la que obtenemos con la función propia de Matlab no encontramos ninguna diferencia.

Según se decía en el paso 4 del método matemático, serán cortes dobles aquellas ramas correspondientes a las columnas de L que sólo tengan un número distinto de cero (la diagonal). Ignorando en todo caso aquellas ramas que sean cortes simples.

Por lo tanto analizando la matriz L encontramos seis columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1: .....dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10: .....dicha rama es un corte simple.
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple.
4. Columna 11: se corresponde a la rama 9: .....5-12 y 5-14 forman un corte doble.
5. Columna 12: se corresponde a la rama 13: .....5-12 y 12-13 forman un corte doble.
6. Columna 13: se corresponde a la rama 14: .....5-12 y 13-18 forman un corte doble.

Conclusión: las ramas 5-12, 5-14, 12-13 y 13-18 forman un 4-tuple. Aquí vemos como la rama 14-15 no es identificada como parte de este k-tuple.

▪ Rama 9: **5-14**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	8	5	12
2	2	3	13	12	13
3	2	4	14	13	18
4	2	5	15	14	15
5	3	6	16	14	19
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	19	16	18
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 122. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 9.

La matriz L obtenida mediante el algoritmo es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 123. Matriz L obtenida con el algoritmo, estudio rama 9.

La matriz L obtenida mediante la función propia de Matlab es:

Lm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 124. Matriz L obtenida con la función propia de Matlab, estudio rama 9.

Como podemos ver, volvemos a no detectar ningún error en la matriz L obtenida con el algoritmo. Por lo tanto, para las siguientes ramas solo se representará una de ellas.

Analizando la matriz L encontramos seis columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1: .....dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10: .....dicha rama es un corte simple.
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple.
4. Columna 11: se corresponde a la rama 8: .....5-14 y 5-12 forman un corte doble.
5. Columna 12: se corresponde a la rama 13: .....5-14 y 12-13 forman un corte doble.
6. Columna 13: se corresponde a la rama 14: .....5-14 y 13-18 forman un corte doble.

Conclusión: las ramas 5-14, 5-12, 12-13 y 13-18 forman un 4-tuple. Aquí vemos como la rama 14-15 no es identificada como parte de este k-tuple.

▪ Rama 13: **12-13**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	14	13	18
4	2	5	15	14	15
5	3	6	16	14	19
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	19	16	18
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 125. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 13.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 126. Matriz L, estudio rama 13.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1:.....dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10:.....dicha rama es un corte simple.
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple.
4. Columna 12: se corresponde a la rama 8:..... 12-13 y 5-12 forman un corte doble.
5. Columna 13: se corresponde a la rama 14: ..... 12-13 y 13-18 forman un corte doble.

Conclusión: las ramas 12-13, 5-12 y 13-18 forman un 3-tuple. Aquí vemos como ni la rama 5-14 ni la 14-15 aparecen como parte de este k-tuple.

- Rama 14: **13-18**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	15	14	15
5	3	6	16	14	19
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	19	16	18
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 127. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 14.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1

Tabla 128. Matriz L, estudio rama 14.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

- Columna 1: se corresponde a la rama 1:.....dicha rama es un corte simple.

7. Columna 8: se corresponde a la rama 10:.....dicha rama es un corte simple.
8. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple.
9. Columna 13: se corresponde a la rama 13: ..... 13-18 y 12-13 forman un corte doble.

Conclusión: las ramas 13-18, 12-13 forman un corte doble. Aquí vemos como ni la rama 5-12 ni la 5-14 ni la 14-15 aparecen como parte de este k-tuple.

- Rama 15: **14-15**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	17	15	16
6	3	7	18	15	17
7	5	11	19	16	18
10	7	8	16	14	19
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 129. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 15.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0

Tabla 130. Matriz L, estudio rama 15.

Analizando la matriz L encontramos cuatro columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1: .....dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10: .....dicha rama es un corte simple.
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple.
4. Columna 18: se corresponde a la rama 16: .....dicha rama es un corte simple.

Conclusión: no se encuentra ningún corte doble o k-tuple. Aquí podemos ver como esta rama no es identificada dentro de ningún corte doble o k-tuple aunque sabemos que realmente si forma parte de uno.

- Rama 17: **15-16**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	15	14	15
6	3	7	19	16	18
7	5	11	18	15	17
10	7	8	16	14	19
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 131. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 17.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0

Tabla 132. Matriz L, estudio rama 17.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1:.....dicha rama es un corte simple.

2. Columna 8: se corresponde a la rama 10: .....dicha rama es un corte simple
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple
4. Columna 16: se corresponde a la rama 19: .....15-16 y 16-18 forman un corte doble
5. Columna 18: se corresponde a la rama 16: .....dicha rama es un corte simple

Conclusión: las ramas 15-16 y 16-18 forman un corte doble.

▪ Rama 18: **15-17**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	15	14	15
6	3	7	17	15	16
7	5	11	20	17	18
10	7	8	16	14	19
11	7	9	19	16	18
12	9	10			

Tabla 133. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 18.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0

Tabla 134. Matriz L, estudio rama 18.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1:..... dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10:..... dicha rama es un corte simple
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: ..... dicha rama es un corte simple
4. Columna 17: se corresponde a la rama 20: ..... 15-17 y 17-18 forman un corte doble
5. Columna 18: se corresponde a la rama 16: ..... dicha rama es un corte simple

Conclusión: las ramas 15-17 y 17-18 forman un corte doble.

- Rama 19: **16-18**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	15	14	15
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	16	14	19
11	7	9	20	17	18
12	9	10			

Tabla 135. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 19.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0

Tabla 136. Matriz L, estudio rama 19.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

1. Columna 1: se corresponde a la rama 1:..... dicha rama es un corte simple.
2. Columna 8: se corresponde a la rama 10:..... dicha rama es un corte simple
3. Columna 10: se corresponde a la rama 12: ..... dicha rama es un corte simple
4. Columna 16: se corresponde a la rama 17: ..... 16-18 y 15-16 forman un corte doble
5. Columna 18: se corresponde a la rama 16: ..... dicha rama es un corte simple

Conclusión: las ramas 16-18 y 15-16 forman un corte doble. Este corte doble ya fue identificado estudiando la rama 17.

▪ Rama 20: **17-18**

El orden de las ramas después de realizar los pivoteos de filas necesarios (Tabla2 en el algoritmo) es:

RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO	RAMA	NUDO ORIGEN	NUDO DESTINO
1	1	2	9	5	14
2	2	3	8	5	12
3	2	4	13	12	13
4	2	5	14	13	18
5	3	6	15	14	15
6	3	7	17	15	16
7	5	11	18	15	17
10	7	8	16	14	19
11	7	9	19	16	18
12	9	10			

Tabla 137. Orden ramas después del pivoteo de filas, estudio rama 20.

La matriz L es:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0

Tabla 138. Matriz L, estudio rama 20.

Analizando la matriz L encontramos cinco columnas con solo un uno en la diagonal. Estas son:

6. Columna 1: se corresponde a la rama 1: .....dicha rama es un corte simple.
7. Columna 8: se corresponde a la rama 10: .....dicha rama es un corte simple
8. Columna 10: se corresponde a la rama 12: .....dicha rama es un corte simple
9. Columna 17: se corresponde a la rama 18: .....17-18 y 15-17 forman un corte doble
10. Columna 18: se corresponde a la rama 16: .....dicha rama es un corte simple

Conclusión: las ramas 17-18 y 15-17 forman un corte doble. Este corte doble ya fue identificado estudiando la rama 18.

– Ensayo n° 4: Red 30 nudos.

Al realizar el mismo procedimiento en esta red se obtienen resultados similares a los obtenidos para la red de 19 nudos. Estos resultados no se muestran debido a que es un cálculo muy extenso y no aporta información adicional a lo ya descrito para el ensayo n° 3.

Con esto queda demostrado que el error se produce en el método matemático al no detectarse ciertas ramas como cortes en la matriz L. El motivo de por qué ocurre esto queda fuera del alcance de este proyecto.

## Apartado 2. Estudio de los tiempos de ejecución.

En este capítulo se realiza un análisis sobre los tiempos de ejecución del algoritmo basado en la matriz de Cortes Fundamentales. Con este estudio se pretende comprobar si el algoritmo obtenido es eficiente, es decir, tiene unos tiempos de ejecución admisibles para poder ser integrado en aplicaciones reales.

El análisis se va a realizar utilizando la red real de 525 nudos y 650 ramas ya que serán redes similares las que se pretenden estudiar mediante este algoritmo.

Los ensayos se han realizado utilizando un hardware con frecuencia 2.7 GHz y 4GB de RAM.

Los tiempos obtenidos con la primera versión del algoritmo son los siguientes:

La versión de Matlab utilizada ha sido Matlab R2013a.

- o Utilizando la propia herramienta de Matlab “Run and Time”:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">Metodo_basado_Q</a>	1	233.348 s	0.171 s	
<a href="#">cortes</a>	1	230.478 s	110.698 s	
<a href="#">ramas_radiales</a>	206	110.995 s	110.995 s	
<a href="#">arbol</a>	206	8.786 s	8.786 s	

Figura 9. Resumen tiempos de ejecución Método 1 versión 1

\*Self Time es el tiempo empleado por la function excluyendo el tiempo empleado por sus funciones internas.

- o Utilizando la función “tic toc” de Matlab obtenemos un tiempo total de ejecución del programa de 180.5 s.

Por lo tanto, podemos apreciar como existe un desfase de 53 s entre uno y otro método de cálculo de los tiempos de ejecución. Por lo que se deduce que la herramienta de Matlab “Run and Time” es muy útil (ya que te muestra los tiempos desglosados por cada función, además del número de llamadas a cada función) pero no es una herramienta eficiente al utilizar demasiado tiempo.

En cuanto al tiempo de ejecución obtenido, unos 3 min, concluimos que no es un tiempo demasiado bueno. Por lo que lo siguiente que vamos a hacer es intentar optimizar las funciones.

Realizando algunas modificaciones en la función árbol y en la función cortes, cuyas modificaciones se pueden encontrar en el Anexo 3, obtenemos los siguientes tiempos de ejecución:

Las modificaciones realizadas en la función árbol han consistido en eliminar dos bucles for ya que estos no eran necesarios.

Las modificaciones realizadas en la función cortes han consistido en eliminar un bucle while en la creación de la matriz de incidencia reducida y eliminar un bucle for al buscar si una rama ya ha sido identificada como k-tuple anteriormente.

Utilizando la propia herramienta de Matlab “Run and Time”:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">Metodo_basado_Q</a>	1	223.434 s	0.046 s	
<a href="#">cortes2</a>	1	220.517 s	109.633 s	
<a href="#">ramas_radiales</a>	206	110.203 s	110.203 s	
<a href="#">arbol2</a>	206	0.681 s	0.681 s	

Figura 10. Resumen tiempos de ejecución Método 1 versión 2

- Utilizando la función “tic toc” de Matlab obtenemos un tiempo total de ejecución del programa de 174.1 s.

Como podemos ver, hemos conseguido reducir el tiempo de ejecución de la función árbol sustancialmente al pasar de 8.786 s a 0.681s.

Sin embargo, el cambio realizado en la función cortes no es apreciable al haber disminuido solo en 1s de 110s.

Por lo tanto, tenemos que seguir intentando reducir el tiempo de, principalmente, las funciones cortes y ramas\_radiales, ya que son las que más tiempo utilizan.

# CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES FINALES

En este capítulo se describen las conclusiones finales que se han podido extraer del análisis de los resultados.

- Método 1: Método basado en la factorización LU.

Una vez analizados los resultados en el CAPÍTULO IV. Apartado 3, llegamos a la conclusión de que este método, propuesto en el artículo [3], no es válido al presentar errores en su ejecución. No identificando así, todos los cortes de la red en el 100% de los casos.

- Método 2: Método basado en la matriz de Cortes Fundamentales

Una vez analizados los resultados en el CAPÍTULO IV. Apartado 3, llegamos a la conclusión de que este método realiza su objetivo correctamente en el 100 % de los casos.

El problema existente, como podemos ver en el CAPÍTULO VI. Apartado 1, es el tiempo de ejecución, ya que aún sigue siendo demasiado alto. Por lo tanto como propuesta de mejora queda pendiente seguir optimizando el algoritmo.

- Aplicación a la estimación de parámetros:

Una vez analizados los resultados obtenidos en el CAPÍTULO V. Apartado 3, llegamos a la conclusión de que la afirmación que se hace en [3] "Los errores en los parámetros de ramas que son cortes simples de una red no pueden ser identificados y los errores en los parámetros de ramas que son cortes dobles de una red no pueden ser identificados sin que se incluyan unidades de medidas fasoriales (PMUs)" no es del todo cierta, ya que la posible o no identificación de estos errores depende además de muchos otros factores. De hecho, en algunos ensayos realizados se han logrado identificar los errores en ramas que son cortes simples de la red y también errores en ramas que son cortes dobles sin la necesidad de introducir PMUs.

Por lo tanto, la conclusión a la que llegamos es que existen limitaciones en la identificación de errores en los parámetros de este tipo de topología de red, y que estas limitaciones dependen de las características de la red.

# ANEXOS

## Anexo 1. Algoritmo de Matlab Método 1.

- o Método\_basado\_LU.m (Programa principal)

```

% Programa que lee los datos de dos tipos distintos de ficheros (Tipo
% 1(formato US), Tipo 2 (formato PSS v26) y una vez leídos crea la matriz
% de incidencias de la red correspondiente (A). Una vez creada la matriz de
% incidencias utilizando, la función de identificación de cortes simples y
% dobles, identifica dichos cortes de las redes correspondientes.

%% Lectura de ficheros de red

clc
clear all;close all
format short g
warning off
restoredefaultpath; matlabrc
path(path,genpath(cd));
warning on

%% Inicializaciones
fch_datos=''; tipo_datos=0;
fch_trf_toma=''; tipo_trf=0;
fch_aux=''; tipo_aux=0;
fch_med = ''; tipo_med=0; fch_est = ''; tipo_est=0; fch_datos='';
cfg (13,1)=0;

%% Información asociada a cada rama (para mi proyecto solo me interesa las
dos primeras columnas)
% ramas (:,1) = nudo origen
% ramas (:,2) = nudo destino

%% Tipo de formato del escenario
% tipo_esc esta variable indica el tipo de formato del escenario
% tipo_esc = 1 Formato de US
% tipo_esc = 2 Formato PSS v26
tipo_esc = 1;

%% Formato US
if tipo_esc==1
    fch_red='Red_IEEE19';tipo_red=2;
    fich=struct('nombre',{fch_red fch_med fch_est fch_datos fch_trf_toma
fch_aux}, 'tipo', {tipo_red tipo_med tipo_est tipo_datos tipo_trf tipo_aux});

[nudos, cnudos, ramas, cramas, rin, prin, tomas, ctomas, res_ser, reac_ser, sus_sht, tom
as_est]=Lee_red_US_v11(fich);

end

%% Formato PSS v26

```

```

if tipo_esc==2
    fch_red='pfininput_Norte_H11.dat';tipo_red=4;
    fich=struct('nombre',{fch_red fch_med fch_est fch_datos fch_trf_toma
fch_aux}, 'tipo', {tipo_red tipo_med tipo_est tipo_datos tipo_trf tipo_aux});

[nudos,cnudos,ramas,cramas,rin,prin,tomas,ctomas,slack]=Lee_PSS_26_v12(cfg,fich);
end

%% Salida de datos
%nudos de la red
fprintf('Red %s\n\n',fch_red)
fprintf('Número de nudos %5.0f\n',size(nudos,1))
%ramas
fprintf('Red %s\n\n',fch_red)
for i=1:size(ramas,1)
    fprintf('Rama %5.0f desde el nudo %5.0f al nudo
%5.0f\n',i,ramas(i,1),ramas(i,2))
end
%% Matriz de incidencia
nnudos=size(nudos,1);
nramas=size(ramas,1);
A=zeros(nnudos,nramas);%Matriz de incidencia bus-rama
for i=1:nramas
    j=1;
    norigen=0;
    ndestino=0;
    while (j<=nnudos && (norigen==0 | ndestino==0))
        if ramas(i,1)==j
            A(j,i) =1;
            norigen=1;
        else if ramas(i,2)==j
            A(j,i)=-1;
            ndestino=1;
        end
    end
    j=j+1;
end
end

%% LLamada a la función que calcula los cortes dobles y simples

[CSimples,CDobles_Ktuples]=identificar_cortes(A,nnudos,nramas)

```

o Función identificar\_cortes.m

```

%% Función que calcula los cortes simples y dobles con la matriz de
incidencia A
%Entradas:
%A: Matriz de incidencia de la red
%nnudos: variable con el número de nudos de la red.
%nramas: Matriz de ramas x 2 que contiene las ramas de la red.
%C1: nudo origen; C2:nudo destino
%Salidas:
%CSimples = Vector de nramas x 2, en el que los 1 corresponden las
ramas que son csimples.
%C1= Nudo 1 de la rama; C2= Nudo 2 de la rama;
%CDobles_Ktuples = Matriz de tantas filas como ktuples x nramas. En
la que los 1 corresponden a las ramas que pertenecen a cada ktuple.

```

```

function[CSimples,CDobles_Ktuples]=identificar_cortes(A,nnudos,nramas)
%Definición variables
AT=[];
AT2=[];
ATr=[];
ATr2=[];
ATrbm1=[];
ATbm1=[];
nbuses=nnudos;
nramas=nramas;
tabla=[];
tabla2=[];
cortessimples=[];
cortesdobles=[];
C=0;
Ncs=0;
Ncd=0;
CSimples=zeros(nramas,1);
ktuples=[];
%Cálculo de la matriz de incidencia traspuesta (rama-bus)
AT=A';
AT2=AT
%Matriz de incidencia reducida (sin nudo de referencia)
AT2(:,nnudos)=[];
ATr=AT2;
ATr2=ATr;
AT2=AT;
%%Se identifican las ramas
for i=1:nramas
    for j=1:nbuses
        if AT(i,j)==1
            k=j+1;
            while (k<=nbuses && AT(i,k)~= -1)
                k=k+1;
            end
            tabla=[tabla;i,j,k];
        end
    end
end
end
%Paso 2: Seleccionar una rama y eliminar la fila correspondiente ATr.
for i=1:nramas
    i
    ATr2(i,:)=[];
    AT2(i,:)=[];
    ATrbm1=ATr2
    ATbm1=AT2;
    ATr2=ATr;
    AT2=AT;
    ramai=0;
    tabla2=[];
    %Se identifican las ramas
    for l=1:nramas-1
        for m=1:nbuses
            if ATbm1(l,m)==1
                k=m+1;
                while(k<=nbuses && ATbm1(l,k)~= -1)
                    k=k+1;
                end
                tabla2=[tabla2;l,m,k];
            end
        end
    end
end
end
end

```

```

tabla2
l=1;
m=1;
while (l<=nramas && m<nramas)
    while(m<=nramas-1)
        if(tabla(l,2)==tabla2(m,2)&& tabla(l,3)==tabla2(m,3))
            tabla2(m,1)=tabla(l,1);
            m=m+1;
            l=l+1;
        else
            l=l+1;
        end
    end
end
end
%Paso 3: Factorización LU
for s=1:nbuses-1
    if ramai==0
        %Paso 3.1: Pivoteo de filas
        if ATrbml(s,s)==0
            f=s; % Buscar para las filas desde s hasta b-1, el primer
número distinto de 0, en la columna s
            while f<nramas && ATrbml(f,s)==0
                f=f+1;
            end
            if f==nramas %Significa que no hay ningún elemento distinto
de cero y esto significa que la rama estudiada es un corte simple.
                ramai=1;
                Ncs=Ncs+1;
                cortessimples=[cortessimples;i tabla(i,2) tabla(i,3)];
                CSimples(i)=1;
            else %si se encuentra un numero distinto de cero, se hace un
pivoteo de filas f-s.
                aux=ATrbml(f,:);
                ATrbml(f,:)=ATrbml(s,:);
                ATrbml(s,:)=aux;
                %Se recoge el cambio en la tabla2
                aux2=tabla2(f,:);
                tabla2(f,:)=tabla2(s,:);
                tabla2(s,:)=aux2;
            end
        end
        if ramai==1 %Si la rama i es un corte simple tenemos que volver
al paso 2.
            break
        end
        %Paso 3.2: Para i > s, reemplazar a_is por r_l_is=a_is/a_ss.
        for f=s+1:nramas-1 %para las filas mayores de s, cambiar ais por
lis.
            factor=ATrbml(f,s)/ATrbml(s,s);
            ATrbml(f,s)=factor;
            %Paso 3.3: Para cada iteración del paso 2, calcular un nuevo
a_ij de la forma a_ij^'= a_ij-l_ij*a_sj para cada j desde s + 1 hasta n-1 y
colocarlo en la posición (i, j).
            for p=s+1:nbuses-1 %para las columnas mayores de s cambiar
aij por aij-lis*asj.
                ATrbml(f,p)=ATrbml(f,p)-factor*ATrbml(s,p);
            end
        end
    end
end
end
if ramai==0
    %La matriz L es la triangular superior de ATbml

```

```

L=tril(ATrbm1);
for r=1:size(diag(L))
    L(r,r)=1;
end
L
[Lm,u]=lu(ATr2);
Lm
%Paso 4: Identificar los cortes dobles y los k-tuples
%Busco una columna de L con solo un n° distinto de 0(la diagonal).
for t=1:nbuses-1
    contador=0;
    for u=1:nramas-1
        if L(u,t)~=0
            contador=contador+1;
        end
    end
    if contador==1 %La rama correspondiente a la diagonal forma un
corte doble con la rama estudiada.
        %primero se comprueba que dicha rama no es un corte simple
        x=0;
        for n=1:Ncs
            if cortessimples(n,1)==tabla2(t,1)
                x=1;
            end
        end
        % Comprobar que no ha salido ya este corte doble
        y=0;
        for n=1:Ncd
            if(tabla2(t,1)==cortesdobles(n,1)&& i==cortesdobles(n,4))
                y=1;
            end
            if(i==cortesdobles(n,1)&& tabla2(t,1)==cortesdobles(n,4))
                y=1;
            end
        end
        if(x==0 && y==0)
            Ncd=Ncd+1;
            cortesdobles=[cortesdobles;i tabla(i,2) tabla(i,3)
                tabla2(t,1) tabla2(t,2) tabla2(t,3)];
        end
    end
end
end
end
end
for c=1:Ncs %Eliminar los cortes dobles en los que intervenga una rama que es
corte simple.
    cont=Ncd;
    i=1;
    Filas=Ncd;
    while(cont>0 && i<=Filas)
        if cortesdobles(i,1)==cortessimples(c,1)
            cortesdobles(i,:)=[];
            cont=cont-1;
            i=i-1;
        end
        if (i>0 && i<Filas+1 && cont>0)
            if cortesdobles(i,4)==cortessimples(c,1)
                cortesdobles(i,:)=[];
                cont=cont-1;
                i=i-1;
            end
        end
    end
end
end

```

```

        i=i+1;
        [Filas,Colum]=size(cortesdobles);
    end
end
%% Paso 5: Crear la matriz CDobles_Ktuples
Nktuples=0;
cont3=0;
for i=1:nramas %Primero se identifica el número de K-tuples que tenemos para
poder conocer la dimensión que tendrá la matriz de los cortes dobles y k-
tuples.
    cont2=0;
    for j=1:Filas
        if tabla(i,1)==cortesdobles(j,1)
            cont2=cont2+1;
        end
        if tabla(i,1)==cortesdobles(j,4)
            cont2=cont2+1;
        end
    end
    if cont2>=2
        Nktuples=Nktuples+1;
        %Para contar el número de CD en los que participa la rama i y
utilizarlo como índice de la tabla ktuples.
        for k=1:Filas %Se crea una tabla para los ktuples
            if cortesdobles(k,1)==i
                cont3=cont3+1;
                ktuples(cont3,1:6)=cortesdobles(k,:);
                ktuples(cont3,7)=Nktuples;
            end
            if cortesdobles(k,4)==i
                cont3=cont3+1;
                ktuples(cont3,1:6)=cortesdobles(k,:);
                ktuples(cont3,7)=Nktuples;
            end
        end
    end
end
end
%Ahora se eliminan las filas de la tabla de cortes dobles que pertenecen a un
ktuple.
[Fkt,Ckt]=size(ktuples);
[Filas,Colum]=size(cortesdobles);
for i=1:Fkt
    j=1;
    cont4=Filas;
    while(cont4>0 && j<Filas+1)
        if cortesdobles(j,:)==ktuples(i,1:6)
            cortesdobles(j,:)=[];
            cont4=cont4-1;
            j=j-1;
        end
        j=j+1;
        [Filas,Colum]=size(cortesdobles);
    end
end
end
%Ahora se crea la matriz de Cortes Dobles y ktuples
[Filas,Colum]=size(cortesdobles);
[Fkt,Ckt]=size(ktuples);
Ftotal=Filas+Nktuples; % El número total será el de Cdobles + el de ktuples
(no más el n° de filas de la tabla de ktuples)
CDobles_Ktuples=zeros(Ftotal,nramas);
% Primero se almacenan los CDobles
for i=1:Filas

```

```

        CDobles_Ktuples(i,cortesdobles(i,1))=1;
        CDobles_Ktuples(i,cortesdobles(i,4))=1;
    end
    %Ahora se almacenan los ktuples
    j=1;
    for i=Filas+1:Filas+Nktuples
        while (j<=Fkt && ktuples(j,7)==i-Filas)
            CDobles_Ktuples(i,ktuples(j,1))=1;
            CDobles_Ktuples(i,ktuples(j,4))=1;
            j=j+1;
        end
    end
    % Se eliminan los ktuples repetidos
    for i=1:Ftotal
        j=i+1;
        while (j<=Ftotal)
            if CDobles_Ktuples(i,:)==CDobles_Ktuples(j,:)
                CDobles_Ktuples(j,:)=[];
                [Ftotal,Ctotal]=size(CDobles_Ktuples);
                j=j-1;
            end
            j=j+1;
        end
    end
    % Se eliminan los ktuples de menos ramas cuyas ramas estén implicadas en el
    %ktuple de mayor número de ramas
    [Ftotal,Ctotal]=size(CDobles_Ktuples);
    vcont=[];
    for i=1:Ftotal
        cont5=0;
        for j=1:Ctotal
            if CDobles_Ktuples(i,j)==1
                cont5=cont5+1;
            end
        end
        vcont(i)=cont5;
    end
    i=1;
    while i<=Ftotal
        repe=0;
        for j=1:Ftotal
            if j<=Ftotal && vcont(i)<vcont(j)
                k=1;
                while (k<nramas+1 && repe==0)
                    while (k<nramas+1 && CDobles_Ktuples(i,k)==0)
                        k=k+1;
                    end
                    if (k<nramas+1 && CDobles_Ktuples(i,k)==CDobles_Ktuples(j,k))
                        repe=1;
                        CDobles_Ktuples(i,:)=[];
                        vcont(i)=[];
                        [Ftotal,Ctotal]=size(CDobles_Ktuples);
                        i=i-1;
                        j=j-1;
                    end
                    k=k+1;
                end
            end
        end
        i=i+1;
    end
end
end

```

## Anexo 2. Algoritmo de Matlab Método 2 versión 1.

- o Método\_basado\_Q.m (Programa principal)

```

% Programa que lee los datos de dos tipos distintos de ficheros (Tipo
% 1(formato US), Tipo 2 (formato PSS v26) y una vez leídos crea la matriz
% de incidencias de la red correspondiente (A). Una vez creada la matriz de
% incidencias utilizando, la función de identificación de cortes simples y
% dobles, identifica dichos cortes de las redes correspondientes.

%% Paso 1: Lectura de ficheros de red

clc
clear all;close all
format short g
warning off
restoredefaultpath; matlabrc
path(path,genpath(cd));
warning on
%% Inicializaciones
fch_datos='';tipo_datos=0;
fch_trf_toma='';tipo_trf=0;
fch_aux='';tipo_aux=0;
fch_med ='';tipo_med=0;fch_est ='';tipo_est=0;fch_datos='';
cfg(13,1)=0;

%% Información asociada a cada rama (para mi proyecto solo me interesa las
dos primeras columnas)
% ramas(:,1) = nudo origen
% ramas(:,2) = nudo destino

%% Tipo de formato del escenario
% tipo_esc esta variable indica el tipo de formato del escenario
% tipo_esc = 1 Formato de US
% tipo_esc = 2 Formato PSS v26
tipo_esc = 2;

%% Formato US
if tipo_esc==1
    fch_red='Red_IEEE19';tipo_red=2;
    fich=struct('nombre',{fch_red fch_med fch_est fch_datos fch_trf_toma
fch_aux}, 'tipo', {tipo_red tipo_med tipo_est tipo_datos tipo_trf tipo_aux});

[nudos,cnudos,ramas,cramas,rin,prin,tomas,ctomas,res_ser,react_ser,sus_sht,tom
as_est]=Lee_red_US_v11(fich);

end

%% Formato PSS v26
if tipo_esc==2
    fch_red='pfinput_Norte_H11.dat';tipo_red=4;
    fich=struct('nombre',{fch_red fch_med fch_est fch_datos fch_trf_toma
fch_aux}, 'tipo', {tipo_red tipo_med tipo_est tipo_datos tipo_trf tipo_aux});

[nudos,cnudos,ramas,cramas,rin,prin,tomas,ctomas,slack]=Lee_PSS_26_v12(cfg,fi
ch);

```

```

end

%% Salida de datos
%nudos de la red
fprintf('Red %s\n\n',fch_red)
fprintf('Número de nudos %5.0f\n',size(nudos,1))
%ramas
fprintf('Red %s\n\n',fch_red)
for i=1:size(ramas,1)
    fprintf('Rama %5.0f desde el nudo %5.0f al nudo
%5.0f\n',i,ramas(i,1),ramas(i,2))
end
nnudos=size(nudos,1);
Ramas=ramas(:,[1,2]);
%% Paso 2: Localización de los cortes.

[CSimples,Ktuples]=cortes(nnudos,Ramas)

```

o Función cortes.m

```

%% Función que localiza los CSimples y Ktuples de un grafo.
%Entradas:
    %nnudos: variable con el número de nudos del grafo
    %Ramas: Matriz de ramas x 2 que contiene las ramas del grafo
    %C1:nudo origen; C2:nudo destino
%Salidas:
    %CSimples = Vector de nramas x 2, en el que los 1 corresponden las
ramas que son csimples.
    %C1= Nudo 1 de la rama; C2= Nudo 2 de la rama;
    %Ktuples = Matriz de tantas filas como ktuples x nramas. En la que
    %los 1 corresponden a las ramas que pertenecen a cada ktuple.

function [CSimples,Ktuples]=cortes(nnudos,Ramas)
%% Paso 1: Árbol

Tree=arbol(Ramas,nnudos);

%% Paso 2: Matriz de incidencia reducida
nramas=size(Ramas,1);
Ramas1=Ramas(:,1);
Ramas2=Ramas(:,2);
A=sparse(nnudos,nramas);%Matriz de incidencia bus-rama
for i=1:nramas
    j=1;
    norigen=0;
    ndestino=0;
    while (j<=nnudos && (norigen==0 | ndestino==0))
        if Ramas(i,1)==j
            A(j,i) =1;
            norigen=1;
        else if Ramas(i,2)==j
            A(j,i)=-1;
            ndestino=1;
        end
    end
    j=j+1;
end
end
A(nnudos,:)=[];

```

```

Ar=A;
%% Paso 3: Localizar ramas radiales.- Ramas radiales = Cortes simples
Ramas_rad=ramas_radiales(Ar,Tree);
num_csimples=size(Ramas_rad,1);
CSimples=sparse(nramas,1);
for i=1:num_csimples
    for j=1:nramas
        if(Ramas(j,:)==Ramas_rad(i,:))
            CSimples(j)=1;
        end
    end
end
%% Paso 4: Localizar los k-tuples
%% Paso 4.1: Eliminar la rama-i (menos las que son CSimples y las ya
involucradas en un k-tuple)
d=1; %Índice de la matriz de ktuples
Ktuples=sparse(nramas,nramas);%Se inicializo a nramas ya que no pude haber
más k-tuples que ramas
for i=1:nramas
    z=0;
    if CSimples(i)==1
        z=1;
    end
    %Si la rama i ya ha sido identificada en un k-tuple no será
    %estudiada
    if d>1
        for j=1:d-1
            if Ktuples(j,i)==1
                z=1;
            end
        end
    end
    if z==0
        Ramas_m_1=Ramas;
        Ar_m_1=Ar;
        Ramas_m_1(i,:)=[];
        %% Paso 4.2: Obtener un Árbol
        Tree=arbol(Ramas_m_1,nnodos);
        %% Paso 4.3: Ramas radiales.-Forman un K-tuple con la rama i (Excepto
las que son CSimples)
        Ar_m_1(:,i)=[];
        Ramas_rad=ramas_radiales(Ar_m_1,Tree);
        num_ktuples=size(Ramas_rad,1);
        x=0;
        for j=1:num_ktuples
            for k=1:nramas
                if CSimples(k)==0
                    if Ramas(k,:)==Ramas_rad(j,:)
                        Ktuples(d,k)=1;
                        Ktuples(d,i)=1;
                        x=1;
                    end
                end
            end
        end
        if x==1
            d=d+1;
        end
    end
end
end
end

```

- o Función arbol.m

```

%% Función que busca un árbol de un grafo.
%Entradas:
    %GR= Matriz de nramas x 2 que contiene las ramas del grafo.
    %C1=nudo1; C2=nudo2
    %nudos= número de nudos del grafo.
%Salidas:
    %TR= Matriz de nnudos-1 x 2 que contiene las ramas del árbol.
    %C1=nudo1; C2=nudo2

function [TR]=arbol(GR,nudos)
filas=size(GR,1);
%Se crea un vector de nudos
Vnudos=(1:nudos);
%i= índice para recorrer las ramas de GR
i=1;
%j= índice para crear la matriz TR
j=1;
% Se van incluyendo ramas a la matriz TR sin que formen bucles
while (j<nudos && i<=filas)
    n1=GR(i,1);
    n2=GR(i,2);
    if Vnudos(n1)~=Vnudos(n2)
        TR(j,:)=GR(i,:);
        if Vnudos(n1)<Vnudos(n2)
            aux=Vnudos(n2);
            Vnudos(n2)=Vnudos(n1);
            for k=1:nudos
                if Vnudos(k)==aux
                    Vnudos(k)=Vnudos(n1);
                end
            end
        else
            aux=Vnudos(n1);
            Vnudos(n1)=Vnudos(n2);
            for k=1:nudos
                if Vnudos(k)==aux
                    Vnudos(k)=Vnudos(n2);
                end
            end
        end
        end
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
end

```

- o Función ramas\_radiales.m

```

%% Función que encuentra las ramas radiales dado un árbol cualquiera de un
grafo.
%Entradas:
    %Ar= Matriz de incidencia reducida del grafo
    %Tree= Árbol del grafo.
%Salidas:
    %RR= Matriz con las ramas radiales del árbol ramas_radiales x 2
    %C1= Nudo 1 de la rama; C2= Nudo 2 de la rama;
function [RR]=ramas_radiales (Ar,Tree)

```

```

%Se obtiene el número de nudos y ramas del grafo
[nudos_m_1,ramas]=size(Ar);
nudos=nudos_m_1 +1;
%% Paso 1: Matriz de incidencia reducida bus-rama del árbol
AT=sparse(nudos,nudos_m_1);%El árbol tendrá nudos menos 1 ramas
for i=1:nudos_m_1
    AT(Tree(i,1),i)=1;
    AT(Tree(i,2),i)=-1;
end
AT(nudos,:)=[]; %Elimina el nudo de referencia
ATr=AT;
Ar=sparse(Ar);%Convierte la matriz de incidencia del grafo en sparse.
%% Paso 2: Ordenar la matriz de incidencia reducida del grafo de la forma
Ar=[ATr|ALr]; Donde ATr contiene las ramas del árbol y ALr las del coárbol
for i=1:nudos_m_1
    for j=1:ramas
        if(ATr(:,i)==Ar(:,j))
            aux=Ar(:,i);
            Ar(:,i)=Ar(:,j);
            Ar(:,j)=aux;
            break
        end
    end
end
end
%% Paso 3: Calcular la matriz de cortes fundamentales Q=inv(ATr)*Ar
Q=sparse(nudos_m_1,ramas);
Q=ATr\Ar; %La matriz ATr es cuadrada
%% Paso 4: Ramas radiales: las filas en las que QL (Q=[I|QL]) no tiene ningún
número distinto de 0.
r=1;
for i =1:nudos_m_1
    k=find(Q(i,[nudos:ramas]));
    if(isempty(k)==1)
        RR(r,:)=Tree(i,:);
        r=r+1;
    end
end
end
end

```

## Anexo 3. Algoritmo de Matlab Método 2 versión 2.

En este anexo se presentan únicamente las funciones que han variado, la función árbol.m y la función cortes.m.

- o Función cortes2.m

```
function [CSimples,Ktuples]=cortes2(nnudos,Ramas)
%% Paso 1: Árbol

Tree=arbol2(Ramas,nnudos);

%% Paso 2: Matriz de incidencia reducida
nramas=size(Ramas,1);
Ramas1=Ramas(:,1);
Ramas2=Ramas(:,2);
A=sparse(nnudos,nramas);%Matriz de incidencia bus-rama
for i=1:nramas %Nuevo
A(Ramas1(i),i)=1;
A(Ramas2(i),i)=-1;
end
A(nnudos,:)=[];
Ar=A;
%% Paso 3: Localizar ramas radiales.- Ramas radiales = Cortes simples
Ramas_rad=ramas_radiales(Ar,Tree);
num_csimples=size(Ramas_rad,1);
CSimples=sparse(nramas,1);
for i=1:num_csimples
    for j=1:nramas
        if(Ramas(j,:)==Ramas_rad(i,:))
            CSimples(j)=1;
        end
    end
end
end
%% Paso 4: Localizar los k-tuples
%% Paso 4.1: Eliminar la rama-i (menos las que son CSimples y las ya
involucradas en un k-tuple)
d=1; %Índice de la matriz de ktuples
Ktuples=sparse(fix(nramas/2),nramas);%Se inicializa a nramas ya que no pude
haber más k-tuples que ramas
for i=1:nramas
    z=0;
    if CSimples(i)==1
        z=1;
    end
    %Si la rama i ya ha sido identificada en un k-tuple no será
    %estudiada
    r=find(Ktuples(:,i));%Nuevo
    if isempty(r)~=1%Nuevo
        z=1;
    end
    if z==0
        Ramas_m_1=Ramas;
        Ar_m_1=Ar;
        Ramas_m_1(i,:)=[];
        %% Paso 4.2: Obtener un Árbol
        Tree=arbol2(Ramas_m_1,nnudos);
    end
end
```

```

        %% Paso 4.3: Ramas radiales.-Forman un K-tuple con la rama i (Excepto
las que son CSimples)
        Ar_m_1(:,i)=[];
        Ramas_rad=ramas_radiales(Ar_m_1,Tree);
        num_ktuples=size(Ramas_rad,1);
        x=0;
        for j=1:num_ktuples
            for k=1:nramas
                if CSimples(k)==0
                    if Ramas(k,')==Ramas_rad(j,:)
                        Ktuples(d,k)=1;
                        Ktuples(d,i)=1;
                        x=1;
                    end
                end
            end
        end
        if x==1
            d=d+1;
        end
    end
end
end

```

o Función arbol2.m

```

function [TR]=arbol2(GR,nudos)
filas=size(GR,1);
%Se crea un vector de nudos
Vnudos=(1:nudos);
%i= índice para recorrer las ramas de GR
i=1;
%j= índice para crear la matriz TR
j=1;
% Voy incluyendo ramas a la matriz TR sin que formen bucles
while (j<nudos && i<=filas)
    n1=GR(i,1);
    n2=GR(i,2);
    if Vnudos(n1)~=Vnudos(n2)
        TR(j,1:2)=GR(i,1:2);
        if Vnudos(n1)<Vnudos(n2)
            aux=Vnudos(n2);
            Vnudos(n2)=Vnudos(n1);
            Vnudos(Vnudos==aux)=Vnudos(n1);
        else
            aux=Vnudos(n1);
            Vnudos(n1)=Vnudos(n2);
            Vnudos(Vnudos==aux)=Vnudos(n2);
        end
    end
    j=j+1;
end
i=i+1;
end
end

```

---

# REFERENCIAS

---

- [1] J. Zhu and A. Abur, «Identification of Network Parameter Errors,» *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 21, n° 2, pp. 586-592, May 2006.
- [2] J. Zhu and A. Abur, «Improvements in network parameter error identification via synchronized phasors,» *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 25, n° 1, pp 44-50, Feb. 2010.
- [3] L. Zhang and A. Abur, «Single and Double Edge Cutset Identification in Large Scale Power Networks,» *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 27, n° 1, pp 44-50, Feb. 2012.
- [4] P.J.Zarco y A. Gómez-Expósito, *Estimación de Estado y de Parámetros en Redes Eléctricas*, 1999.
- [5] W. Mayeda, *Graph Theory*. New York: Wiley – Interscience, 1972.
- [6] J. L. Gross and J. Yellen, *Graph Theory and Its Applications*, 2<sup>nd</sup> ed. London, U.K.: Chapman & Hall/CRC, 2006.
- [7] Lin and Chua, *Computer – Aided Analysis of Electronic Circuits*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice – Hall, 1975.
- [8] W. Chen, «On vector spaces associated with a graph,» *SIAM J. Appl. Math*, vol. 20, n° 3, pp 526-529, Jul. 1970.