

# Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Industrial

## Cálculo Sísmico Espectral de Tanques Cilíndricos Verticales

Autor: Bartolomé Ortiz Gil

Tutor: José Manuel Galán Fernández

Dep. de Ingeniería de la Construcción y  
Proyectos de Ingeniería  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2016





Proyecto Fin de Carrera  
Ingeniería Industrial

# **Cálculo Sísmico Espectral de Tanques Cilíndricos Verticales**

Autor:

Bartolomé Ortiz Gil

Tutor:

José Manuel Galán Fernández

Profesor Titular

Dep. de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de la Ingeniería

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Proyecto Fin de Carrera: Cálculo Sísmico Espectral de Tanques Cilíndricos Verticales

Autor: Bartolomé Ortiz Gil

Tutor: José Manuel Galán Fernández

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal



*A Ana, Alejandra y Marta.*

*A José Manuel Galán.*



# Agradecimientos

---

Sé que en este apartado es algo tópico realizar agradecimientos a personas apreciadas por el redactor. Pero en este caso mi tutor, José Manuel Galán, se ha merecido completamente el agradecimiento que le realizo con estas breves líneas. Ha sido un tutor completamente involucrado en el proyecto desde el minuto cero, estando completamente abierto a atenderme el cualquier momento y ayudarme en cuanto he necesitado y a más. Su paciencia ha sido enorme. Sinceramente, le estoy muy agradecido por su tiempo y dedicación.

Por supuesto, no podía olvidarme de Ana, Alejandra y Marta que me han apoyado en todo momento y me han permitido realizar este proyecto.



En este documento se estudia el comportamiento sísmico de un depósito cilíndrico vertical parcialmente lleno de líquido suponiendo pequeñas amplitudes de vibración y un modelo lineal. Este problema se resuelve de forma analítica y con un software comercial de elementos finitos denominado ANSYS. Dicho documento se puede dividir en dos grandes bloques, el estudio modal y el estudio espectral.

En el estudio modal se realiza el cálculo de las frecuencias naturales y modos de vibración en los tres casos siguientes: líquido almacenado en un depósito rígido, depósito vacío y depósito parcialmente lleno teniendo en cuenta el acoplamiento fluido-estructura del sistema líquido-depósito. Los resultados numéricos obtenidos con el software de elementos finitos se comparan con las correspondientes soluciones analíticas.

El estudio espectral realiza el cálculo de seis variables que determinan la respuesta sísmica del depósito: presiones impulsivas y convectivas, frecuencias impulsivas y convectivas y masas impulsivas y convectivas. Los cálculos analíticos se realizarán con dos normas vigentes: Eurocódigo 8-4 y API-650. Los resultados obtenidos con el software de elementos finitos se comprueban por comparación con resultados analíticos.



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Índice</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xix</b>
<b>Notación</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Desarrollo Teórico</b>	<b>3</b>
2.1 <i>Términos Impulsivos.</i>	3
2.2 <i>Términos Convectivos.</i>	7
2.2.1 Vibración Libre.	7
2.2.2 Vibración Forzada.	10
<b>3 Modelo con Elementos Finitos</b>	<b>13</b>
3.1 <i>Modelo 2D.</i>	13
3.1.1 Elemento Fluid29.	13
3.1.2 Elemento Shell61.	14
3.2 <i>Modelo 3D.</i>	14
3.2.1 Elemento Fluid30.	15
3.2.2 Elemento Fluid80.	15
3.2.3 Elemento Shell63.	16
<b>4 Estudio Modal</b>	<b>19</b>
4.1 <i>Estudio Analítico.</i>	19
4.1.1 Fluido Almacenado en Depósito de Paredes Rígidas.	19
4.1.2 El Depósito.	20
4.2 <i>Modelado con FEM.</i>	22
4.2.1 El Líquido.	22
4.2.2 El Depósito Vacío.	28
4.2.3 El Sistema Depósito-Líquido.	33
4.3 <i>Modos de vibración en FEM.</i>	49
<b>5 Estudio Espectral</b>	<b>61</b>
5.1 <i>Espectro de Respuesta Sísmica.</i>	61
5.1.1 NCSE-02	61
5.1.2 API-650.	65
5.1.3 NCSE-02 vs API-650.	67
5.2 <i>Cálculo Analítico Sísmico para un depósito.</i>	68
5.2.1 Cálculo Analítico con Eurocódigo 8-4.	69
5.2.2 Cálculo Analítico con API-650.	78

5.2.3	Comparación de Datos Eurocódigo 8 y API-650.	84
5.3	<i>Estudios con Elementos Finitos.</i>	90
5.3.1	Términos Impulsivos.	90
5.3.2	Términos Convectivos.	99
5.4	<i>Comparación de Resultados Ansys, Eurocódigo 8 y API-650.</i>	107
5.4.1	Términos Impulsivos.	107
5.4.2	Términos Convectivos.	116
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>127</b>
<b>7</b>	<b>ANEXO A.</b>	<b>129</b>
7.1	<i>Líquido 2D.</i>	129
7.2	<i>Líquido 3D.</i>	131
7.3	<i>Depósito 2D.</i>	133
7.4	<i>Depósito 3D.</i>	135
7.5	<i>Modelo 2D.</i>	137
7.6	<i>Modelo 3D Completo.</i>	140
7.7	<i>Modelo 3D.</i>	143
7.8	<i>Modelo 3D F80.</i>	146
7.9	<i>Obtención de Presiones.</i>	150
7.10	<i>Obtención de <math>F_x</math> y Factor de participación.</i>	150
	<b>Referencias</b>	<b>153</b>
	<b>Índice de Conceptos</b>	<b>155</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Tabla ceros $\xi_{mn}$ de la función de Bessel $\frac{dJ_m}{dr}(\xi_{mn}) = 0$ .	10
Tabla 4-1. Datos para el Líquido.	20
Tabla 4-2. Frecuencias Naturales Analíticas Convectivas del Líquido, en Hz.	20
Tabla 4-3. Datos Depósito.	21
Tabla 4-4. Valores de $\beta_j$ .	22
Tabla 4-5. Frecuencias Naturales Analíticas Depósito Empotrado-Empotrado, en Hz.	22
Tabla 4-6. Datos Líquido para ANSYS.	23
Tabla 4-7. Frecuencias Naturales Convectivas del Líquido con FLUID29 de ANSYS, en Hz.	24
Tabla 4-8. Errores Frecuencias Naturales Convectivas del Líquido con FLUID29 de Ansys.	24
Tabla 4-9. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29 $f_{mn}$ para un Tamaño de Elemento 0,375 m.	25
Tabla 4-10. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29 $f_{mn}$ para un Tamaño de Elemento 0,1875 m.	26
Tabla 4-11. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29 $f_{mn}$ para un Tamaño de Elemento 0,0975 m.	26
Tabla 4-12. Datos Depósito para ANSYS.	29
Tabla 4-13. Frecuencias del Depósito Vacío con SHELL61 de ANSYS, en Hz.	30
Tabla 4-14. Errores en las Frecuencias Naturales Depósito Vacío SHELL61.	30
Tabla 4-15. Depósito Vacío SHELL61 $f_{ij}$ para un Tamaño de Elemento 0,375 m.	31
Tabla 4-16. Depósito Vacío SHELL61 $f_{ij}$ para un Tamaño de Elemento 0,1875 m.	31
Tabla 4-17. Depósito Vacío SHELL61 $f_{ij}$ para un Tamaño de Elemento 0,09375 m.	31
Tabla 4-18. Datos del Depósito Artículo 1 [12].	34
Tabla 4-19. Frecuencias Naturales Artículo 1 (2D), en Hz.	35
Tabla 4-20. Diferencias de las Frecuencias Naturales de Ansys con las del Artículo 1 (2D).	36
Tabla 4-21 Frecuencias Naturales Artículo 1 (3D), en Hz.	37
Tabla 4-22. Diferencias de las Frecuencias Naturales de Ansys con las del Artículo 1 (3D).	37
Tabla 4-23- Datos Artículo 2 [3].	38
Tabla 4-24. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (2D) Tabla 1 [3].	39
Tabla 4-25. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (2D) Tabla 1 [3].	39
Tabla 4-26. Variación de las Frec de Sloshing ( $m=0$ ), en Hz, con H/D y d/a (2D). Tabla 2.	40
Tabla 4-27. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (3D) Tabla 1.	42
Tabla 4-28. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (3D) Tabla 1.	42
Tabla 4-29. Datos Artículo 3 [13].	43
Tabla 4-30. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (2D) Tabla 1.	44
Tabla 4-31. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (2D) Tabla 1.	44
Tabla 4-32. Variación de las Frec. Naturales con H/D y d/D Artículo 3 (2D) Tabla 3.	45

Tabla 4-33. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (3D) Tabla 1.	46
Tabla 4-34. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (3D) Tabla 1.	47
Tabla 4-35. Datos Artículo 4.	47
Tabla 4-36. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 4 Tabla 1.	48
Tabla 4-37. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 4 Tabla 2.	49
Tabla 5-1. Datos del Depósito.	68
Tabla 5-2. Presiones Impulsivas en $\theta=0$ y $r/R=1$ , para niveles de llenado $h/R$ . EC-8.	69
Tabla 5-3. Presiones Impulsivas en $\theta=0^\circ$ y $z/h=0$ , para varios niveles de llenado $h/R$ . EC8.	70
Tabla 5-4. Frecuencia Impulsiva EC8.	72
Tabla 5-5. Masa Impulsiva EC8.	73
Tabla 5-6. Presiones Convectivas en la pared del depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ , 1 <sup>er</sup> Modo (Adimensional) EC-8.	74
Tabla 5-7. Presiones Convectivas en la pared del depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ . 2 <sup>o</sup> Modo (Adimensional) EC-8.	75
Tabla 5-8. Frecuencias Convectivas Analíticas Adimensionales para los niveles de llenado $h/R$ . EC-8.	76
Tabla 5-9. Masa Convectiva correspondiente al 1 <sup>er</sup> modo EC-8.	77
Tabla 5-10. Frecuencias Impulsivas API-650.	79
Tabla 5-11. Masas Impulsivas API-650.	80
Tabla 5-12. Frecuencias Convectivas API-650.	82
Tabla 5-13. Masas Convectivas API-650.	83
Tabla 5-14. Variación de las Frecuencias Impulsivas con $h/R$ , en Hz. EC8 vs API-650.	84
Tabla 5-15. Masas Impulsivas EC-8 vs API-650.	86
Tabla 5-16. Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 vs API-650.	87
Tabla 5-17. Masas Convectivas para 1 <sup>er</sup> Modo. EC-8 vs API-650.	89
Tabla 5-18. Presiones Impulsivas Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0^\circ$ , en función de $z/h$ para distintos niveles de llenado $h/R$ .	91
Tabla 5-19. Primera Frecuencia Impulsiva Ansys para distintos niveles de llenado del depósito $h/R$ .	92
Tabla 5-20. Masas Impulsivas Fluid29.	96
Tabla 5-21. Masas Impulsivas Fluid30.	97
Tabla 5-22. Masas Impulsivas Fluid80.	98
Tabla 5-23. Presiones Convectivas para 1 <sup>er</sup> Modo Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0$ , en función de $z/h$ , para varios niveles de llenado $h/R$ .	100
Tabla 5-24. Presiones Convectivas para 2 <sup>o</sup> Modo Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0$ , en función de $z/h$ , para varios niveles de llenado $h/R$ .	101
Tabla 5-25. Frecuencias Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Ansys para distintos niveles de llenado $h/R$ .	102
Tabla 5-26. Frecuencias Convectivas 2 <sup>o</sup> Modo Ansys para distintos niveles de llenado $h/R$ .	102
Tabla 5-27. Masa Convectiva 1 <sup>er</sup> Modo Fluid29.	103
Tabla 5-28. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Fluid30.	104
Tabla 5-29. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Fluid80.	105

Tabla 5-30. Comparación Frecuencias Impulsivas, en Hz.	110
Tabla 5-31. Comparación Masas Impulsivas.	112
Tabla 5-32. Comparación Masas Impulsivas F30	113
Tabla 5-33. Comparación Masa Impulsivas F80.	115
Tabla 5-34. Comparación Frecuencias Convectivas en Hz, 1 <sup>er</sup> Modo.	119
Tabla 5-35. Comparación Frecuencias Convectivas, en Hz, 2 <sup>o</sup> Modo.	120
Tabla 5-36. Comparación Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo, FLUID29.	122
Tabla 5-37. Comparación Masas Convectivas FLUID30.	124
Tabla 5-38. Comparación Masas Convectivas FLUID80.	125



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 3-1. Geometría del elemento FLUID29.	13
Figura 3-2. Geometría del elemento SHELL61.	14
Figura 3-3. Geometría del elemento FLUID30.	15
Figura 3-4. Geometría del Elemento FLUID80.	16
Figura 3-5. Geometría del elemento SHELL63.	16
Figura 4-1. Fluido	19
Figura 4-2. Paredes del Depósito.	21
Figura 4-3. Modelo 2D Axisimétrico del Líquido con FLUID29.	23
Figura 4-4. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en $f_{mn}$ vs n para m=0.	27
Figura 4-5. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en $f_{mn}$ vs n para m=1.	27
Figura 4-6. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en $f_{mn}$ vs n para m=2.	28
Figura 4-7. Fluido con Paredes Rígidas. FLUID29.Gráfica Logarítmica Error en $f_{00}$ vs Tamaño de Elemento.	28
Figura 4-8. Modelo 2D Axisimétrico del Depósito Vacío con Elementos SHELL61 en ANSYS.	29
Figura 4-9. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en $f_{ij}$ vs j para i=1.	32
Figura 4-10. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en $f_{ij}$ vs j para i=2.	32
Figura 4-11. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en $f_{ij}$ vs j para i=3.	33
Figura 4-12. Geometría del Depósito del Artículo 1 [12].	34
Figura 4-13. Modelado 2D Artículo 1.	35
Figura 4-14. Modelado 3D Artículo 1.	36
Figura 4-15. Modelo 2D artículo 2 [3].	38
Figura 4-16. Modelado 3D Artículo 2.	41
Figura 4-17. Modelado 2D Artículo 3.	43
Figura 4-18. Modelo 3D Artículo 3.	46
Figura 4-19 Modelado 2D Articulo 4.	48
Figura 4-20. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=1, Frecuencia 0.195115 Hz. Desplazamientos.	50
Figura 4-21. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=1, Frecuencia 0.195115 Hz. Presiones.	50
Figura 4-22. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=2, Frecuencia 0.265126 Hz. Desplazamientos.	51
Figura 4-23. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=2, Frecuencia 0.265126 Hz. Presiones.	51
Figura 4-24. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=3, Frecuencia 0.320851 Hz. Desplazamientos.	52
Figura 4-25. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=3, Frecuencia 0.320851 Hz. Presiones.	52
Figura 4-26. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=4, Frecuencia 0.369652 Hz. Desplazamientos.	53
Figura 4-27. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=4, Frecuencia 0.369652 Hz. Presiones.	53
Figura 4-28. Modo de Vibración de Chapoteo m=0 n=5, Frecuencia 0.41462 Hz. Desplazamientos.	54

Figura 4-29. Modo de Vibración de Chapoteo $m=0$ $n=5$ , Frecuencia 0.41462 Hz. Presiones.	54
Figura 4-30. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=1$ , Frecuencia 3.4748 Hz. Desplazamientos.	55
Figura 4-31. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=1$ , Frecuencia 3.4748 Hz. Presiones.	55
Figura 4-32. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=2$ , Frecuencia 6.96572 Hz. Desplazamientos.	56
Figura 4-33. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=2$ , Frecuencia 6.96572 Hz. Presiones.	56
Figura 4-34. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=3$ , Frecuencia 9.08565 Hz. Desplazamientos.	57
Figura 4-35. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=3$ , Frecuencia 9.08565 Hz. Presiones.	57
Figura 4-36. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=4$ , Frecuencia 10.7368 Hz. Desplazamientos.	58
Figura 4-37. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=4$ , Frecuencia 10.7368 Hz. Presiones.	58
Figura 4-38. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=5$ , Frecuencia 12.1427 Hz. Desplazamientos.	59
Figura 4-39. Modo de Vibración de Abultamiento $m=0$ $n=5$ , Frecuencia 12.1427 Hz. Presiones.	59
Figura 5-1. Espectro de Respuesta NCSE-02 Tipo.	62
Figura 5-2. Coeficientes del Terreno. Tabla 2.1 de la NCSE-02.	63
Figura 5-3. Mapa de Peligrosidad Sísmica según NCSE-02.	63
Figura 5-4. Espectro de Respuesta Elástica Adimensional. NCSE-02.	65
Figura 5-5. Espectro Respuesta API-650 Tipo.	66
Figura 5-6. Respuesta Espectral API-650.	67
Figura 5-7. Espectro de Respuesta Elástico para un Amortiguamiento del 5%. API-650 vs NCSE-02.	67
Figura 5-8. Espectro de respuesta Elástico para un amortiguamiento del 0.5%. API-650 vs NCSE-02 (0,5%)	68
Figura 5-9. Presión Impulsiva vs Altura en la pared del depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ (Adimensional). EC-8.	70
Figura 5-10. Presión Impulsiva vs Radio en el Fondo del Depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ (Adimensional), EC-8.	71
Figura 5-11. Valores de $C_i$ , EC-8.	71
Figura 5-12. Variación de la Frecuencia Impulsiva con $h/R$ . EC8.	72
Figura 5-13. Variación de la Masa Impulsiva con $D/h$ . EC-8.	73
Figura 5-14. Presiones Convectiva en la pared del depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ vs Altura 1 <sup>er</sup> Modo (Adimensional) EC-8.	74
Figura 5-15. Presiones Convectiva en la pared del depósito y $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado $h/R$ vs Altura 2 <sup>o</sup> Modo (Adimensional) EC-8.	75
Figura 5-16. Frecuencia Natural Convectivas vs $h/R$ Depósito (Adimensional). EC-8.	76
Figura 5-17. Variación de la Masa Convectiva 1 <sup>er</sup> Modo con $D/h$ . EC8.	77
Figura 5-18. Cálculo del Coeficiente $C_i$ en función del nivel de líquido $h/D$ . API-650.	79
Figura 5-19. Variación de la Frecuencias Impulsivas con $h/R$ . API-650.	80
Figura 5-20. Variación de la Masa Impulsiva con $D/h$ . API-650.	81
Figura 5-21. Gráfica $K_s$ API-650.	82
Figura 5-22. Variación de la Frecuencia Convectiva con $h/R$ . API-650.	83
Figura 5-23. Variación de la Masa Impulsiva con $D/h$ . API-650.	84

Figura 5-24. Frecuencias Impulsivas EC8 vs API-650.	85
Figura 5-25. Error para Frecuencias Impulsivas EC-8 y API-650.	85
Figura 5-26. Masas Impulsivas EC-8 vs API-650.	86
Figura 5-27. Error para Masa Impulsiva EC-8 y API-650.	87
Figura 5-28. Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 vs API-50.	88
Figura 5-29. Error Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 y API-650.	88
Figura 5-30. Masas Convectivas EC-8 vs API-650.	89
Figura 5-31. Errores Masas Convectivas EC-8 y API-650.	90
Figura 5-32. Modelo Sistema 3D.	91
Figura 5-33. Presiones Impulsivas Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0^\circ$ , en función de $z/h$ , para varios niveles de llenado $h/R$ .	92
Figura 5-34. Frecuencias Impulsivas Ansys para distintos niveles de llenado $h/R$ .	93
Figura 5-35. Bending and Shear Loading. Ansys Help.	94
Figura 5-36. Masas Impulsivas Fluid29.	96
Figura 5-37. Masas Impulsivas Fluid30.	97
Figura 5-38. Masas Impulsivas Fluid80.	98
Figura 5-39, Masas Impulsivas Ansys.	99
Figura 5-40. Diferencias entre las Masas Impulsivas Calculadas con Distintos Tipos de Elementos FLUID 29, 30 y 80.	99
Figura 5-41. Presiones Convectivas para 1 <sup>er</sup> Modo Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0$ , en función de $z/h$ , para varios niveles de llenado $h/R$ .	100
Figura 5-42 Presiones Convectivas para 2 <sup>o</sup> Modo Ansys en $r/R=1$ y $\theta=0$ , en función de $z/h$ , para varios niveles de llenado $h/R$ .	101
Figura 5-43. Frecuencias Convectivos 1 <sup>er</sup> Modo Ansys para distintos tamaños de depósitos.	102
Figura 5-44. Frecuencias Convectivas 2 <sup>o</sup> Modo Ansys para distintos nivel de llenado $h/R$ .	103
Figura 5-45. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Fluid29.	104
Figura 5-46. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Fluid30.	105
Figura 5-47. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Fluid80.	106
Figura 5-48. Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Ansys.	106
Figura 5-49. Diferencias Masas Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo Ansys.	107
Figura 5-50. Presiones Impulsivas $h/R=0.25$ .	108
Figura 5-51. Presiones Impulsivas $h/R=0.5$ .	108
Figura 5-52. Presiones Impulsivas $h/R=0.75$ .	109
Figura 5-53. Presiones Impulsivas $h/R=1$ .	109
Figura 5-54. Presiones Impulsivas $h/R=1.25$ .	110
Figura 5-55. Comparación Frecuencias Impulsivas, en Hz.	111
Figura 5-56. Error Frecuencias Impulsivas.	111
Figura 5-57. Comparación Masas Impulsivas F29.	112
Figura 5-58. Error Masas Impulsivas F29.	113

Figura 5-59. Comparación Masas Impulsivas F30.	114
Figura 5-60. Comparación Masas Impulsivas F30.	114
Figura 5-61. Comparación Masas Impulsivas F80.	115
Figura 5-62. Comparación Masas Impulsivas F80.	116
Figura 5-63. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo. $h/R=0.25$ .	116
Figura 5-64. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo. $h/R=0.5$ .	117
Figura 5-65. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo. $h/R=0.75$ .	117
Figura 5-66. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo. $h/R=1$ .	118
Figura 5-67. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo. $h/R=1.25$ .	118
Figura 5-68. Comparación Presiones Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo, para varios valores de $h/R$ .	119
Figura 5-69. Comparación Frecuencias Convectivas en Hz, 1 <sup>er</sup> Modo.	120
Figura 5-70. Comparación Frecuencias Convectivas, en Hz, 2 <sup>o</sup> Modo.	121
Figura 5-71. Errores Frecuencias Convectivas 1 <sup>er</sup> Modo.	121
Figura 5-72. Errores Frecuencias Convectivas 2 <sup>o</sup> Modo.	122
Figura 5-73. Comparación Masas Convectivas FLUID29.	123
Figura 5-74. Errores Masas Convectivas FLUID29.	123
Figura 5-75. Comparación Masas Convectivas FLUID30.	124
Figura 5-76. Errores Masas Convectivas FLUID30.	125
Figura 5-77. Comparación Masas Convectivas FLUID80.	126
Figura 5-78. Errores Masas Convectivas FLUID80.	126

$C_w$	Velocidad del sonido en el fluido, en m/s.
$D$	Diámetro del depósito, en m.
$E$	Módulo de elasticidad, en Pa.
$g$	Aceleración de la gravedad, en $m/s^2$ .
$H$	Altura del depósito, en m.
$h$	Altura del llenado del líquido, en m.
$m_c$	Masa convectiva, en kg.
$m_i$	Masa impulsiva, en kg.
$m_t$	Masa de líquido, en kg
$P_c$	Presión convectiva, en Pa.
$P_i$	Presión impulsiva, en Pa.
$P_{cmax}$	Presión convectiva máxima, en Pa.
$P_{imax}$	Presión impulsiva máxima, en Pa.
$R$ o $a$	Radio del depósito, en m.
$t$	Espesor de la pared del depósito, en m o mm.
TAMEL	Tamaño del elemento utilizado en Ansys, en m.
$W_c$	Masa convectiva, en N.
$W_i$	Masa impulsiva, en N.
$W_t$	Masa del líquido, en N.
$\omega_c$	Frecuencia convectiva, en Hz o rad/s.
$\omega_i$	Frecuencia impulsiva, en Hz o rad/s.
$\lambda_{ij}$	Ceros de la función de Bessel de orden $i$ $J_{ij}(\lambda_i \cdot R)$ .
$\rho_s$	Densidad del material de la pared del depósito, en $kg/m^3$ .
$\rho_w$	Densidad del agua o del líquido almacenado en el depósito, en $kg/m^3$ .
$\nu$	Coefficiente de Poisson del material de la pared del depósito.
$f_{ij}$	Frecuencia natural del depósito vacío, en Hz o Rad/s



# 1 INTRODUCCIÓN

---

Los tanques son estructuras cuya función es almacenar sustancias fluidas tales como el agua, combustibles, productos químicos, etc. Su función es vital para los sistemas de distribución de agua y además suelen almacenar sustancias corrosivas o explosivas en la industria petroquímica.

Por eso es muy importante su comportamiento seguro bajo cargas sísmicas, ya que no sólo es importante evitar su deterioro, si no que soporte el sismo sin que produzca ningún accidente. Por tanto, es necesario que sigan realizando su función después de sufrir la acción de un sismo. Por lo que es interesante el estudio del comportamiento bajo este tipo de acciones.

En los años '90 se produjeron numerosos fallos catastróficos en tanques debido a acciones sísmicas tales como Chile (1960); Northridge, California (1994); Kobe, Japón (1995); Chi-Chi, Taiwan (1999) [1]. Esto motivó numerosas investigaciones experimentales y analíticas con el fin de mejorar su comportamiento.

Existen varios tipos de tanques de almacenamiento, como cilíndricos verticales, cilíndricos horizontales, esféricos, rectangulares, elevados, etc. Este proyecto se ha centrado en el caso de tanques cilíndricos verticales.

El objetivo de este proyecto no es el cálculo estructural o dimensionamiento del mismo, si no el estudio del comportamiento del tanque ante la aplicación de un sismo.

El proyecto se puede resumir en dos apartados, el estudio modal y el estudio espectral.

- **Estudio Modal.**

En este bloque se realizará un estudio analítico y con el software Ansys de las frecuencias naturales de los sistemas. Comienza por los cálculos analíticos del fluido, depósito y sistema fluido-depósito, donde a través de expresiones analíticas se obtienen las frecuencias naturales de los sistemas. A continuación se realizará el modelado de los sistemas con el software de elementos finitos y se verificará que el modelo usado se puede aceptar, comparándolo con las soluciones analíticas.

- **Estudio Espectral.**

Este bloque se puede dividir en varios sub-bloques.

1. Espectro de respuesta sísmica.

Mediante dos normativas, NCSE-02 y API-650, se obtendrán los espectros de respuestas sísmicas para una aceleración sísmica de diseño en una ubicación concreta. Las respuestas obtenidas se compararán, comentando sus semejanzas y diferencias.

2. Resultados Analíticos de los Términos Impulsivos y Convectivos.

Realización de los cálculos analíticos de las presiones impulsivas y convectivas, frecuencias impulsivas y convectivas y masas impulsivas y convectivas utilizando las normas Eurocódigo 8-4 y API-650.

Comparación de los datos analíticos entre las normas Eurocódigo-8 y API-650.

3. Modelado del Sistema con Software de Elementos Finitos.

Realización de varios modelos con el software de elementos finitos, obtención de los términos impulsivos y convectivos y comparación de los datos obtenidos con los cálculos analíticos.



## 2 DESARROLLO TEÓRICO

En este capítulo se realiza un breve desarrollo matemático para calcular las presiones hidrodinámicas de un fluido en un recipiente cilíndrico vertical de paredes rígidas. No se profundiza de manera excesiva, ya que el objetivo del proyecto no es este. El desarrollo matemático se puede dividir en dos apartados: los términos impulsivos y los términos convectivos.

El fluido se supone incompresible y no viscoso, el flujo se supone irrotacional, por tanto el campo de velocidades se puede expresar como el gradiente de un potencial de velocidades.

$$v = \nabla W \quad (2.1)$$

Además, se van a suponer vibraciones de pequeña amplitud, lo que permitirá linealizar las ecuaciones y las condiciones de contorno.

### 2.1 Términos Impulsivos.

El desarrollo teórico parte de un depósito de radio  $a$ , lleno de un fluido hasta un nivel  $h \leq a$ . Las coordenadas asociadas al fluido son cilíndricas  $r$ ,  $\theta$  y  $z$ , con el origen de coordenadas situado en la base del fluido [2].

Si el tanque experimenta una pequeña translación impulsiva en la dirección  $x$ , el fluido inicialmente en reposo, será inducido a un movimiento debido al tanque. La translación impulsiva del contorno cilíndrico viene dada por una función del tipo:

$$x = f(t) \quad (2.2)$$

El potencial de velocidades debe satisfacer la ecuación de Laplace:

$$\Delta^2 W = 0 = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \quad (2.3)$$

Esta ecuación se resuelve por el método de separación de variables:

$$W(r, \theta, z, t) = R(r) \Theta(\theta) Z(z) f'(t) \quad (2.4)$$

Es necesario aplicar las condiciones de contorno:

- a) En  $z=0$ , la velocidad vertical  $w$  es cero.

$$w_{z=0} = \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \quad (2.5)$$

- b) En  $z=h$  la presión  $p$  es cero.

Como el desarrollo se limita a un intervalo de tiempo impulsivo, se desprecia la parte convectiva de la aceleración de la ecuación de Euler, de forma que en la dirección  $x$  se tiene:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\rho \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial x} \quad (2.6)$$

quedando entonces:

$$p = -\chi \frac{\partial W}{\partial t} + F(t) \quad (2.7)$$

Esta función F(t) es una función arbitraria, determinada sólo cuando el valor de p en algún punto del fluido se especifica para todos los valores de t, en otro caso no tiene influencia en la resultante del presiones. Despreciando la función F(t), se obtiene:

$$p = -\chi \frac{\partial W}{\partial t} \quad (2.8)$$

Si  $\phi$  es igual a cero en la superficie libre, entonces p es cero para todo t:

$$(W)_{z=h} = 0 \quad (2.9)$$

- c) Cuando  $r=a$ , la velocidad de translación u en la dirección x debe ser igual a  $f'(t)$ , consecuentemente la componente radial de la velocidad:

$$\left( \frac{\partial W}{\partial r} \right)_{r=a} = f'(t) \cos \theta \quad (2.10)$$

Sustituyendo la ecuación (2.4) en esta condición de contorno, se obtiene:

$$\left( \frac{dR}{dr} \right)_{r=a} = \Theta(\theta) Z(z) f'(t) = f'(t) \cos \theta \quad (2.11)$$

Como debe cumplirse para cualquier ángulo de  $\theta$ , entonces  $\Theta(\theta) = \cos \theta$ .

Sustituyendo la ecuación (2.4) en la ecuación de Laplace (2.3), se tiene:

$$\left[ \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{R}{r^2} \right) Z + R \frac{d^2 Z}{dz^2} \right] \cos \theta \cdot f'(t) = 0 \quad (2.12)$$

La ecuación debe cumplirse para cualquier ángulo  $\theta$  y para cualquier instante de tiempo t, por lo que el factor entre corchetes debe ser nulo. Dividiendo por Z y por R, se tiene:

$$\frac{1}{R} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{R}{r^2} \right) = - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} \quad (2.13)$$

El primer término de la ecuación sólo depende de r, y el segundo sólo depende de z. Como ambos deben ser iguales para todo z, y para todo r, entonces ambos términos deben ser iguales a una constante (independiente de z y de r), cuyo valor se designará con  $n^2 k^2$ . Se obtienen así dos ecuaciones diferenciales ordinarias, para R y Z, respectivamente:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = n^2 k^2 &\Rightarrow \frac{d^2 Z}{dz^2} + n^2 k^2 Z = 0 \\ \frac{1}{R} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{R}{r^2} \right) = n^2 k^2 &\Rightarrow \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left( n^2 k^2 + \frac{1}{r^2} \right) R \end{aligned} \quad (2.14)$$

La solución de la ecuación diferencial ordinaria para Z(z) es la suma de dos términos:  $\cos(nkz)$  y  $\sin(nkz)$ . Teniendo en cuenta la condición de contorno en el fondo del depósito, (a), ecuación (2.5), se tiene que cumplir  $Z(z=0)=0$ , por lo que sólo es válido el coseno:

$$Z(z) = \cos nkz \quad (2.15)$$

en consecuencia se tiene:

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = -nk \operatorname{sen} nkz \quad (2.16)$$

La condición de contorno (a), ecuación (2.5), se satisface automáticamente. La condición de contorno (b), ecuación (2.9), también se satisface siempre y cuando:

$$nkh = \pi/2, 3\pi/2, \dots, n\pi/2.$$

siendo n es impar. Despejando k, se tiene:

$$k = \frac{nf}{2h} \quad (2.17)$$

La función  $\Theta(\theta)$  del potencial de velocidades debe ser:

$$\Theta(\theta) = \cos n\theta \quad (2.18)$$

Las condiciones de contorno (c) se satisfacen parcialmente. El potencial de las velocidades es:

$$W(r, \theta, z, t) = R(r) * \cos n\theta * \cos(nkz) * f'(t) \quad (2.19)$$

todavía sujeta a satisfacer la condición de contorno (c) completamente. Sustituyendo (2.19) en (2.3), se obtiene:

$$\left[ \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left( n^2 k^2 + \frac{1}{r^2} \right) R \right] \cos n\theta * \cos(nkz) * f'(t) = 0 \quad (2.20)$$

Ya que la ecuación debe cumplirse para cualquier valor de  $\theta$ ,  $z$  y  $f'(t)$ , la ecuación para R queda:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left( n^2 k^2 + \frac{1}{r^2} \right) R = 0 \quad (2.21)$$

Si se hace  $nkr = \rho$ , se obtiene:

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} - \left( 1 + \frac{1}{\rho^2} \right) R = 0 \quad (2.22)$$

Esta es la ecuación de Bessel de orden 1 con argumentos imaginarios  $i\rho$  o  $inkr$ . La solución de esta ecuación viene dada por:

$$R = A_n J_1(inkr) + B_n Y_1(inkr) \quad (2.23)$$

dado que

$$\begin{aligned} J_1(i0) \text{ tiende a } 0 \text{ y } J_1(i\infty) \text{ tiende a } \infty \\ Y_1(i0) \text{ tiende a } \infty \text{ y } Y_1(i\infty) \text{ tiende a } 0 \end{aligned}$$

y teniendo en cuenta que un potencial singular (infinito) en  $r=0$  no tiene sentido físico, cabe concluir que el coeficiente  $B_n$  debe ser nulo.

Sustituyendo en el potencial de velocidades, se llega a que dentro del tanque:

$$w = f'(t) \cos_n \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \cos(nkz) A_n J_1(inkr) \quad (2.24)$$

El próximo paso será satisfacer completamente la condición de contorno (c), ecuación (2.10), calculando los valores de  $A_n$ .

$$\left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)_{r=a} = f'(t) \cos(nkz) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \cos(nkz) A_n \frac{\partial}{\partial r} [J_1(inkr)] = 1 \quad (2.25)$$

Las derivadas con respecto a  $r$  pueden ser expresadas como:

$$\frac{\partial}{\partial r} [J_1(inkr)] = \frac{nk}{2} [J_0(inkr) + J_2(inkr)] = nk \left[ J_0(inkr) - \frac{1}{nkr} J_1(inkr) \right] \quad (2.26)$$

Los valores de  $J(inkr)$  son reales y positivos.

Ya que la unidad se puede expresar como la serie trigonométrica:

$$1 = 4/\pi (\cos kz - 1/3 \cos 3kz + 1/5 \cos 5kz - \dots)$$

para cualquier valor de  $z$  entre 0 y  $h$ , el valor  $A_n$  puede ser obtenido:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{4}{fk} \frac{1}{J_0(ika) - \frac{1}{ka} J_1(ika)} \\ -A_3 &= \frac{4}{fk} \frac{1/9}{J_0(i3ka) - \frac{1}{3ka} J_1(i3ka)} \\ A_5 &= \frac{4}{fk} \frac{1/25}{J_0(i5ka) - \frac{1}{5ka} J_1(i5ka)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

El cálculo de la presión impulsiva en el fluido viene dada por la ecuación (2.8), obteniendo:

$$p_1 = -\chi \frac{\partial w_1}{\partial t} = -\chi f''(t) \cos_n \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \cos(nkz) A_n J_1(inkr) \quad (2.28)$$

La fuerza hidrodinámica horizontal actuando en el contorno del cilindro, en la dirección  $x$ , es:

$$X_1 = 2 \int_0^{z=f/2} \int_{-f/2}^{f/2} (p)_{r=a} \cos_n * r d_n dz \quad (2.29)$$

Obteniéndose la solución como:

$$X_1 = -\chi f''(t) ha \left[ A_1 J_1(ika) - \frac{1}{3} A_3 J_3(i3ka) + \frac{1}{5} A_5 J_5(i5ka) - \dots \right] \quad (2.30)$$

La fuerza se aplica a la altura  $z_1$ , obteniéndose:

$$z_1 = \frac{2}{X_i} \int_0^{z_1} \int_{-f/2}^{f/2} (p)_{r=a} \cos \theta \cdot r d\theta dz \quad (2.31)$$

donde:

$$z_1 = h \frac{\left(1 - \frac{2}{f}\right) A_1 J_1(ika) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{2}{3f}\right) A_3 J_3(i3ka) + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{2}{5f}\right) A_5 J_5(i5ka) - \dots}{A_1 J_1(ika) - \frac{1}{3} A_3 J_3(i3ka) + \frac{1}{5} A_5 J_5(i5ka) - \dots} \quad (2.32)$$

Los momentos producidos por las fuerzas horizontales sobre el plano xy son obtenidos como:

$$M_1 = X_1 z_1$$

Los momentos de las presiones hidrodinámicas impulsivas para  $z=0$  sobre el plano yz viene dadas por:

$$M_1 = 2 \int_0^{r_1} \int_{-f/2}^{f/2} (p_1)_{z=0} r^2 \cos \theta d\theta dr \quad (2.33)$$

Llevando a:

$$M_1 = -2\alpha f''(t) h^2 a \sum_{1,3,5} \frac{1}{n} A_n \left[ J_0(inka) - \frac{2}{nka} J_1(inka) \right] \quad (2.34)$$

## 2.2 Términos Convectivos.

### 2.2.1 Vibración Libre.

Para resolver el problema de vibración libre del líquido en un recipiente de paredes rígidas, se parte de la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas,  $r$ ,  $\theta$  y  $z$ , aplicable a un fluido incompresible e irrotacional [3] [4] [5].

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.35)$$

Aplicando las condiciones de contorno:

- a) Superficie libre  $z=h$ . En primer lugar, hay que aplicar la condición de contorno cinemática, cuya versión linealizada para pequeñas amplitudes de ola es:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.36)$$

Donde  $\eta$  es la amplitud de la ola en la superficie y  $w = \frac{\partial w}{\partial z}$  es la velocidad vertical. En segundo lugar, se aplica la condición de contorno dinámica, que es la ecuación de Bernoulli, cuya versión linealizada es:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + g\eta = 0 \quad (2.37)$$

Derivando (2.37) con respecto al tiempo, y sustituyendo (2.36), se elimina la altura de ola y se obtiene una condición de contorno en términos del potencial de velocidades:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + g \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2.38)$$

que es condición de chapoteo. Este es el único cambio que hay en el planteamiento teórico del problema convectivo respecto al problema impulsivo.

b) Fondo  $z=0$ .

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2.39)$$

c) Pared  $r=a$ .

$$\frac{\partial W}{\partial r} = 0 \quad (2.40)$$

Se realiza separación de variables, debido a que los desplazamientos son pequeños, se puede poner la función  $\phi$  como:

$$W = \Psi(t)R(r)\Theta(\theta)Z(z) \quad (2.41)$$

Aplicando la separación de variables a la ecuación (2.35), se obtiene:

$$\frac{1}{z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + \frac{1}{R} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{T} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} = 0 \quad (2.42)$$

El primer sumando es una función que sólo depende de  $z$ , y el resto de la ecuación va a ser función de  $r$  y  $\theta$ .

Para que se cumpla la ecuación (2.42), ambos términos deben ser constantes y de distinto signo.

$$\frac{1}{z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\frac{1}{R} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) - \frac{1}{\Theta} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} = cte = l^2 \quad (2.43)$$

Por lo que se obtiene el siguiente resultado para  $Z(z)$ :

$$Z(z) = a_1 e^{lz} + a_2 e^{-lz} \quad (2.44)$$

Se aplica la condición de contorno (b), ecuación (2.39), a las ecuaciones (2.44), se tiene:

$$Z(z) = a_3 \cosh(lz) = a_3 \cosh(lz) = a_4 \frac{\cosh(lz)}{\cosh(lh)} \quad (2.45)$$

Por otro lado, la ecuación diferencial ordinaria para  $R$  y  $\Theta$  se puede reescribir como:

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{1}{R} \frac{dR}{dr} + r^2 l^2 = -\frac{1}{\Theta} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} \quad (2.46)$$

El término de la izquierda sólo depende de  $r$ , y el de la derecha de  $\theta$ . Para que ambos términos sean iguales, deben ser constantes. Se toma una constante real  $m^2$  mayor que cero.

Del término de la derecha se obtiene:

$$\Theta(r) = b_1 \cos m_n + b_2 \operatorname{sen} m_n \quad (2.47)$$

Esta solución es continua en toda la circunferencia. En caso de haber seleccionado constantes negativas ( $-m^2$ ) o nulas se obtendrían variaciones exponenciales o lineales en dirección circunferencial, que no serían continuas y no tendrían sentido físico.

Partiendo de la ecuación (2.46), queda:

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + (r^2 l^2 - m^2) R = 0 \quad (2.48)$$

Con el cambio de variable  $\rho = lr$  se convierte en:

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 - m^2) R = 0 \quad (2.49)$$

Esta es la ecuación de Bessel de orden  $m$  con argumento  $\rho$  o  $lr$ . La solución de esta ecuación viene dada por:

$$R(r) = C_{1lm} J_m(lr) + C_{2lm} Y_m(lr) = C_{1lm} J_m(lr) \quad (2.50)$$

donde  $C_{2lm}$  debe ser cero ya que  $Y_m(lr)$  es una función singular en  $r=0$ , que no tiene sentido físico.

Si se aplica la condición de contorno (c), se obtiene:

$$\frac{dJ_m(la)}{dr} = 0 \quad (2.51)$$

Hay infinitas raíces de la derivada de la función de Bessel de primer orden, estas raíces se denominan  $\lambda_{mn}$ , todas ellas cumplen:

$$\frac{dJ_m(\lambda_{mn} a)}{dr} = 0 \quad (2.52)$$

Combinando todas las soluciones de  $Z(z)$ ,  $\Theta(\theta)$  y  $R(r)$ , y teniendo en cuenta que el origen de coordenadas para la coordenada  $z$  está en el fondo del depósito, se obtiene:

$$W(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(r, \theta, z, t) \quad (2.53)$$

$$W_{mn} = (b_1(t) \cos m_n + b_2(t) \operatorname{sen} m_n) J_m(\lambda_{mn} r) \frac{\cosh(\lambda_{mn} z)}{\cosh(\lambda_{mn} h)} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(r, \theta, z, t)$$

Tomando la superficie del agua en reposo como origen de coordenadas para la coordenada  $z$ , se obtiene:

$$W(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (\Gamma_{mn}(t) \cos m_n + S_{mn}(t) \operatorname{sen} m_n) J_m(\lambda_{mn} r) \frac{\cosh[\lambda_{mn}(z+h)]}{\cosh \lambda_{mn} h} \quad (2.54)$$

Donde  $\Gamma_{mn}$  y  $S_{mn}$  son dependientes del tiempo y se determinan de las condiciones iniciales de superficie libre,  $J_m(\cdot)$  es la función de Bessel de orden  $m$ ,  $\lambda_{mn} = \lambda_{mn} / a$  son los ceros de  $\frac{dJ_m}{dr}(\lambda_{mn} a) = 0$ . Bauser realizó unas tablas y gráficos de ceros para la función de Bessel.

n	m=0	m=1	m=2	m=3
0	3,83171	1,84118	3,05424	4,20119
1	7,01559	5,33144	6,70613	8,01524
2	10,17347	8,53632	9,96947	11,34592
3	13,32369	11,70601	13,17037	14,58585
4	16,47063	14,86359	16,34752	17,78875

Tabla 2-1. Tabla ceros  $\xi_{mn}$  de la función de Bessel  $\frac{dJ_m}{dr}(\xi_{mn}) = 0$ .

Si las funciones  $r_{mn}$  y  $s_{mn}$  son expresadas como armónicos de  $\text{sen}\check{S}_{mn}t$ , sustituyendo en la ecuación (2.38) se puede obtener la ecuación característica, que permite calcular las frecuencias naturales de chapoteo (o convectivas):

$$\check{S}_{mn}^2 = \frac{g \xi_{mn}}{R} \tanh(\xi_{mn} h / a) \quad (2.55)$$

La medida de la elevación de la superficie del fluido respecto a la superficie libre en reposo, se obtiene con la ecuación (2.54) y la ecuación (2.38), obteniendo:

$$y = \frac{1}{g} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [r_{mn} \cos m_n + s_{mn} \text{sen} m_n] J_m(\xi_{mn} r) \cosh(\xi_{mn} h) (\check{S}_{mn} \cos \check{S}_{mn} t) \quad (2.56)$$

donde  $\alpha_{mn}$  y  $\beta_{mn}$  son coeficientes constantes y que se determinan con las condiciones iniciales. La expresión de los modos simétricos tiene la siguiente forma:

$$y(r, n, t) = \frac{1}{g} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} r_{mn} \cos m_n J_m(\xi_{mn} r) \cosh(\xi_{mn} h) (\check{S}_{mn} \cos \check{S}_{mn} t) \quad (2.57)$$

### 2.2.2 Vibración Forzada.

Si se aplica una excitación sinusoidal del tipo  $X(t) = X_0 \sin \Omega t$ , si la respuesta del fluido es de pequeña amplitud y linealizando las ecuaciones de campo y las condiciones de contorno, a partir de la ecuación:

$$\nabla^2 W = 0 \quad (2.58)$$

y de las condiciones de contorno:

$$\left. \frac{\partial W}{\partial r} \right|_{r=a} = 0, \quad \left. \frac{\partial W}{\partial z} \right|_{z=h} = 0 \quad (2.59)$$

$$g y - \frac{\partial W}{\partial t} + \check{X} r \cos n = 0 \quad \text{en } z = y(r, n, t) \quad (2.60)$$

$$-\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{en } z = y(r, n, t)$$

Combinando las ecuaciones (2.60), se obtiene:

$$g \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \ddot{X}r \cos_n \quad (2.61)$$

se obtiene una típica solución [4]:

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{1n}(t) \cos_n + B_{1n}(t) \sin_n] J_1(k_{1n} r) \frac{\cosh[k_{1n}(z+h)]}{\cosh k_{1n} h} \quad (2.62)$$

donde  $A_{1n}$  y  $B_{1n}$  dependen del tiempo. Estas funciones se determinan con la condición de superficie libre y expresando la coordenada  $r$  como una serie de Fourier-Bessel.

$$r = \sum_{n=1}^{\infty} F_n J_1(k_{1n} r) \quad (2.63)$$

donde  $F_n = \frac{2a}{(k_{1n}^2 a^2 - 1) J_1(k_{1n} a)}$ .

Introduciendo las ecuaciones (2.62) y (2.63) en  $g \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \ddot{X}r \cos_n$  se calculan los valores de  $A_{1n}$  y  $B_{1n}$ .

Introduciendo los valores obtenidos de  $A_{1n}$  y  $B_{1n}$  en la función potencial  $\phi$  se obtiene:

$$W = -X_0 \Omega \cos_n \cos \Omega t \left\{ r + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2a \Omega^2 J_1(\langle_{1n} r / a) \cosh[\langle_{1n} (z+h) / a]}{(\langle_{1n}^2 - 1)(\check{S}_{1n}^2 - \Omega^2) J_1(\langle_{1n}) \cosh(\langle_{1n} h / a)} \right] \right\} \quad (2.64)$$

Se obtiene la expresión de la presión en cualquier punto del líquido de chapoteo:

$$p = \dots \frac{\partial W}{\partial t} = \dots X_0 \Omega^2 \cos_n \cos \Omega t \left\{ r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a \Omega^2 J_1(\langle_{1n} r / a) \cosh[\langle_{1n} (z+h) / a]}{(\langle_{1n}^2 - 1)(\check{S}_{1n}^2 - \Omega^2) J_1(\langle_{1n}) \cosh(\langle_{1n} h / a)} \right\} \quad (2.65)$$

La fuerza viene dada por:

$$F_x = \int_{z=0}^{2f} \int_{z=-h}^0 p \cos_n a dz = m_f X_0 \Omega^2 \sin \Omega t \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a \Omega^2}{\langle_{1n} h (\langle_{1n}^2 - 1) (\check{S}_{1n}^2 - \Omega^2)} \tanh(\langle_{1n} h / a) \right] \quad (2.66)$$

Y el momento como:

$$M = \int_{z=0}^{2f} \int_{z=-h}^0 p a \cos_n z dz = m_f X_0 \Omega^2 \sin \Omega t \left[ \frac{h}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{h} \left( \frac{a}{\langle_{1n}} \right)^2 \frac{2\Omega^2 (1 - \cosh(\langle_{1n} h / a))}{(\langle_{1n}^2 - 1) (\check{S}_{1n}^2 - \Omega^2) \cosh(\langle_{1n} h / a)} \right] \quad (2.67)$$



# 3 MODELO CON ELEMENTOS FINITOS

Para la definición del modelo con elementos finitos, se utilizará el programa ANSYS v17 con licencia educacional (ANSYS® Academic Research, Release 17.0). El modelado del sistema ha sido realizado en 2D y en 3D, por lo que los elementos utilizados han sido distintos en cada caso. Se realizará una breve descripción de los elementos usados para cada caso, explicando su uso.

## 3.1 Modelo 2D.

En este caso, la geometría del problema tiene simetría de revolución, y además el comportamiento del sistema se considera lineal (válido para amplitudes de oscilación pequeñas tanto para el líquido como para el depósito), por lo que se puede realizar un modelo en dos dimensiones. Para ello, se realiza un desarrollo en serie de Fourier en dirección  $\theta$  de todas las variables, y teniendo en cuenta que el problema es lineal, se puede resolver de manera desacoplada la respuesta del sistema para cada uno de los términos de la serie. Este tipo de modelado, permite una ejecución rápida del problema, ya que el número de nodos y elementos es mucho menor que si se modelara en tres dimensiones. Este sistema está compuesto por el líquido y por el depósito. Para el líquido se toma un modelo FLUID29 y para el sólido se toma un SHELL61. Para cualquier tipo de aclaración más exhaustiva del elemento se puede revisar la ayuda de ANSYS [6]. Se va a describir dichos elementos.

### 3.1.1 Elemento Fluid29.

El elemento FLUID29 se utiliza para modelar el fluido. El elemento es del tipo fluido acústico axisimétrico armónico 2D. Dicho elemento permite modelar un fluido y la interacción de la interfase entre el fluido y la estructura del problema. Las ecuaciones que gobiernan al elemento han sido discretizadas teniendo en cuenta el acoplamiento acústico de la presión y el movimiento estructural en la interfase. El elemento tiene los nodos en las esquinas del cuadrilátero que lo conforma, cada nodo tiene 3 grados de libertad ( $u_x$ ,  $u_y$ , presión). Las translaciones sólo son aplicables a los nodos de la interfase. Este elemento puede ser utilizado con otros tipos de elementos estructurales 2D y representar análisis modales no simétricos, armónicos completos y amortiguados.

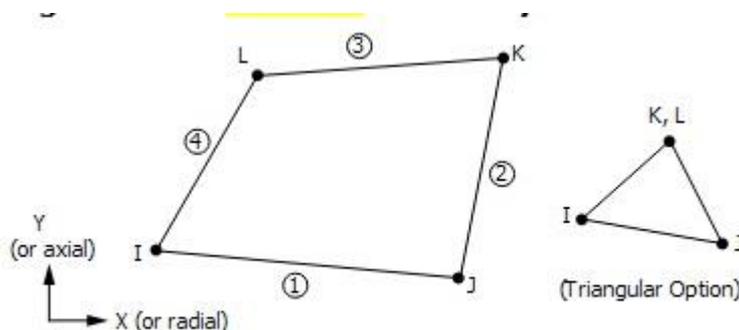


Figura 3-1. Geometría del elemento FLUID29.

Con el comando `MODE` se puede especificar el término de la serie de Fourier en dirección circunferencial que se desea resolver.

Este tipo de elemento permite las condiciones de contorno FSI (Fluid Structure Interaction o Interacción Fluido-Estructura), utilizadas como condición de contorno para el acoplamiento entre el depósito y el fluido.

Con este elemento sólo se puede trabajar en el plano global X-Y, con coordenadas X no negativas. En caso de aplicar la condición de contorno de “sloshing” o superficie libre, mediante la `KEYOPT(7)=1`, la superficie libre siempre se asigna en el eje coordenado  $Y=0$ , por lo que en este caso, ningún punto del fluido puede tener una coordenada Y positiva. Además, para incluir los efectos de la superficie libre, es necesario definir la aceleración de la gravedad mediante el comando `ACEL`. Ansys introducirá unos muelles adicionales en la superficie libre. Para el caso de una aceleración vertical g, los muelles tienen un valor  $K=\rho Ag$ , donde  $\rho$  es la densidad del líquido, A es el área la cara del elemento.

### 3.1.2 Elemento Shell61.

Este elemento se utiliza para modelar el depósito. El Shell es del tipo estructural axisimétrico armónico. Tiene cuatro grados de libertad para cada nodo, tres translaciones ( $u_x, u_y, u_z$ ) y una rotación (en el eje z). Las cargas pueden ser aximétricas o no aximétricas y puede tener un espesor variable.

Con este elemento sólo se puede trabajar en el plano global X-Y, con coordenadas X no negativas.

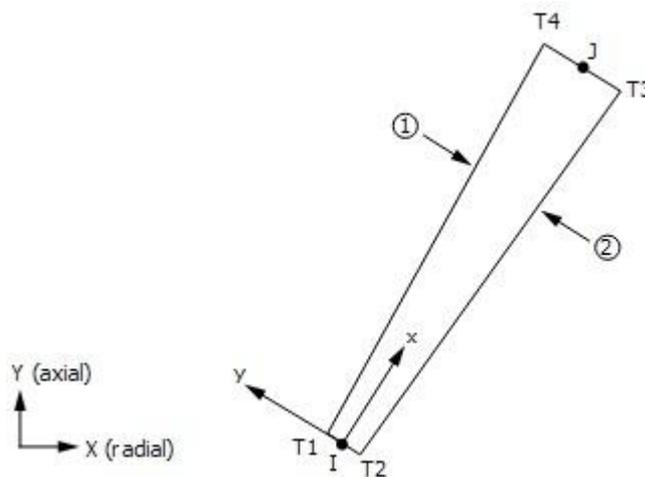


Figura 3-2. Geometría del elemento SHELL61.

Con el comando `MODE` se puede especificar el término de la serie de Fourier en dirección circunferencial que se desea resolver.

## 3.2 Modelo 3D.

Para el caso 3D, se utilizan dos tipos de elementos. Para el fluido se utiliza `FLUID30` o `FLUID80` y para el depósito se utiliza `SHELL63`. El modelo 3D exige una computadora de mayor potencia, ya que el número de nodos y/o elementos aumenta en gran medida con respecto al modelado 2D. A continuación, se describen los elementos.

### 3.2.1 Elemento Fluid30.

El elemento FLUID30 es del tipo fluido acústico 3D. Es usado para modelar fluidos y la interfase de problemas entre fluidos y estructuras. Las ecuaciones que gobiernan dicho elemento han sido discretizadas teniendo en cuenta el acoplamiento de presiones y el movimiento estructural de la interfase. El elemento tiene cuatro grados de libertad por nodo ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  y presiones). Las translaciones son aplicables sólo a los nodos de la interfase.

Los efectos de la aceleración como el “sloshing” están incluidos en este elemento. Para incluir los efectos de la superficie libre (SF,, FREE) es necesario definir la aceleración de la gravedad mediante el comando ACEL. Ansys introducirá unos muelles adicionales en la superficie libre, de la misma forma que se hace para el elemento FLUID29.

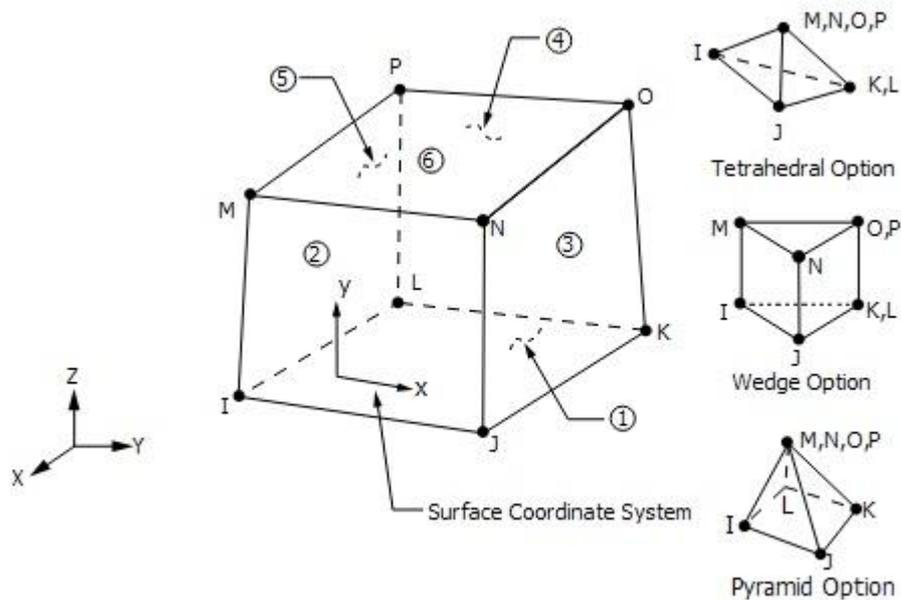


Figura 3-3. Geometría del elemento FLUID30.

La interfase estructura-fluido (FSI) es marcada automáticamente, excepto que el elemento estructural sea del tipo Shell. Para el caso de elementos tipo Shell, habría que marcarlo manualmente (seleccionando en primer lugar los elementos de fluido en contacto con el Shell y usando después el comando SF,ALL,FSD).

### 3.2.2 Elemento Fluid80.

Este elemento es usado para modelar fluidos contenidos en recipientes. El Fluid80 está particularmente recomendado para el cálculo de presiones hidrostáticas e interacciones fluido-sólido. Los efectos de las aceleraciones, como los problemas de “sloshing” pueden estar incluidos.

El elemento se define con ocho nodos teniendo tres grados de libertad por nodo ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ).

Sólo el método reducido es aceptable para la obtención de las frecuencias en el análisis modal.

La geometría del elemento se muestra en la siguiente figura:

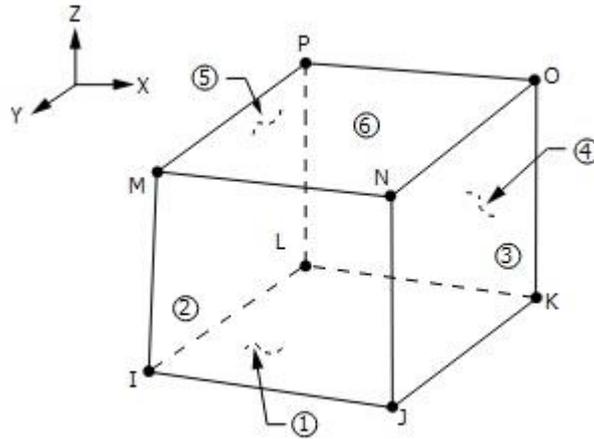


Figura 3-4. Geometría del Elemento FLUID80.

Este elemento también incluye efectos superficiales especiales, mediante unos muelles adicionales especiales, que puede entenderse como unos muelles de gravedad que se utilizan para mantener la superficie libre en su sitio. Estos muelles son iguales a los que se introducen en los elementos FLUID29 y FLUID30. Para que funcionen se debe definir la aceleración mediante el comando ACEL. Dichos valores son asignados a cada nodo, tomando valores positivos en la zona superior y valores negativos en el fondo. Si en la zona inferior del modelado de un contenedor flexible o si las grados de libertad tangenciales existen, esos valores de efecto muelle negativo, pueden causar errores en los resultados. Con la keyoption=1, se asigna el efecto muelle al elemento, localizado en el plano  $Z=0$ .

El manual de Ansys recomienda utilizar para el modelado de líquidos los elementos llamados acústicos.

Este elemento ha sido heredado de versiones anteriores de Ansys ("legacy element").

### 3.2.3 Elemento Shell63.

Este elemento tiene capacidades de flexión y membrana. El elemento tiene seis grados de libertad por nodo, translaciones ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) y rotaciones sobre los ejes ( $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ ).

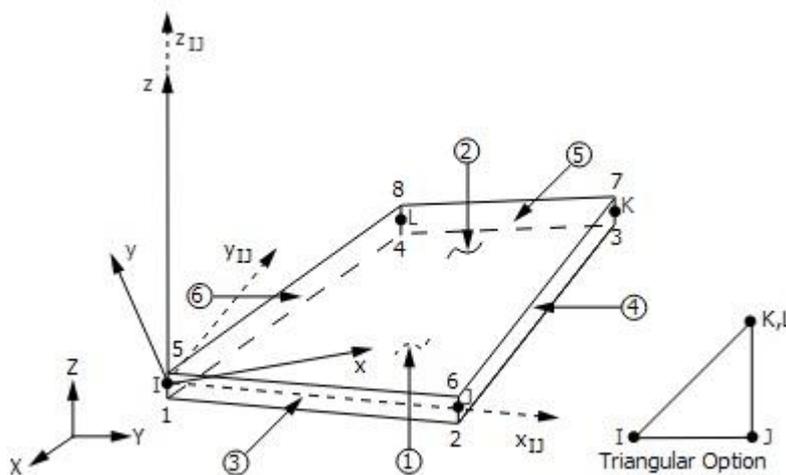


Figura 3-5. Geometría del elemento SHELL63.

El elemento está definido por cuatro nodos. El espesor se interpola a partir de los valores de los espesores en los cuatro nodos, que deben introducirse como constantes reales.



# 4 ESTUDIO MODAL

En este apartado, base importante del proyecto, se realizará en primer lugar un estudio analítico de las frecuencias naturales para un sistema concreto, con unas dimensiones geométricas y propiedades de los materiales definidas, y considerando las vibraciones de los elementos (fluido y depósito) por separado. Se calcularán por un lado, los modos de vibración del fluido en un recipiente de paredes rígidas, y de forma independiente, los de los modos naturales de las paredes del depósito vacío. Una vez obtenidos dichos datos, se compararán con los resultados numéricos calculados con el programa ANSYS. Por último, se comprobará el sistema completo (fluido-depósito acoplados) comparando con resultados de varias referencias.

## 4.1 Estudio Analítico.

Se realiza un estudio analítico de los modos de vibración de los dos componentes del sistema, el fluido y el depósito. El cálculo de las frecuencias naturales se realiza por separado, estudiando por un lado el fluido en un recipiente de paredes rígidas, y por otro el depósito vacío. Dichos cálculos emplearán fórmulas extraídas de la bibliografía.

### 4.1.1 Fluido Almacenado en Depósito de Paredes Rígidas.

Para el cálculo de las frecuencias naturales convectivas del líquido almacenado en un depósito de paredes rígidas se parte de las ecuaciones de Laplace con referencia a la Figura 4-1. Del desarrollo matemático, se extrae la fórmula con la que se obtienen las frecuencias naturales del fluido. Véase el desarrollo completo en el apartado 2.2.

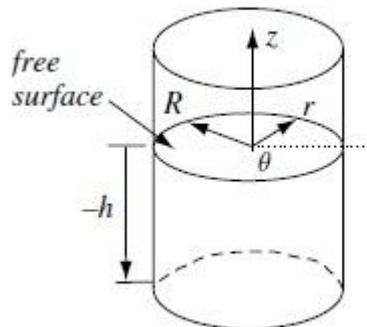


Figura 4-1. Fluido

Como se indicó en el apartado 2.2, la solución para las presiones convectivas de un fluido almacenado en un depósito de paredes rígidas, viene dada por:

$$w(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (\Gamma_{mn}(t) \cos m\theta + S_{mn}(t) \sin m\theta) J_m(\beta_{mn} r) \frac{\cosh[\beta_{mn}(z+h)]}{\cosh \beta_{mn} h} \quad (4.1)$$

Si las funciones  $\Gamma_{mn}$  y  $S_{mn}$  se expresan como armónicos de  $\sin \tilde{\omega}_{mn} t$ , en el apartado 2.2 se obtuvo la ecuación característica:

$$\xi_{mn}^2 = \frac{g_{mn}}{R} \tanh(\xi_{mn} h / R) \quad (4.2)$$

Con esta ecuación, se calculan analíticamente las frecuencias naturales convectivas del líquido.

Las frecuencias naturales se han calculado para los siguientes datos.

$$h \quad 3 \text{ m}$$

$$R \quad 4 \text{ m}$$

$$g \quad 9,81 \text{ m / s}^2$$

Tabla 4-1. Datos para el Líquido.

Aplicando la ecuación (4.2), en este caso, para  $m=0, 1, 2, \dots, 5$  y  $n=0, 1, 2, \dots, 9$ , se obtienen los siguientes resultados:

n	$\omega_{0n}$	$\omega_{1n}$	$\omega_{2n}$	$\omega_{3n}$	$\omega_{4n}$	$\omega_{5n}$
0	0,48633	0,31747	0,43115	0,50993	0,57455	0,63127
1	0,66015	0,57531	0,64542	0,70563	0,75937	0,80838
2	0,79498	0,72821	0,78697	0,83954	0,88757	0,93215
3	0,90978	0,85276	0,90453	0,95190	0,99585	1,03707
4	1,01153	0,96092	1,00774	1,05123	1,09202	1,13057
5	1,10389	1,05791	1,10097	1,14143	1,17966	1,21603
6	1,18908	1,14664	1,18676	1,22472	1,26083	1,29535
7	1,26854	1,22894	1,26664	1,30252	1,33683	1,36977
8	1,34330	1,30603	1,34170	1,37582	1,40858	1,44013
9	1,41411	1,37879	1,41274	1,44533	1,47673	1,50706

Tabla 4-2. Frecuencias Naturales Analíticas Convectivas del Líquido, en Hz.

#### 4.1.2 El Depósito.

Tras consultar varios textos y artículos [7] [8] [9] [10], se ha observado que no hay una expresión analítica simple para el cálculo de las frecuencias naturales del depósito.

Se han probado varios tipos de expresiones, obtenidas por varios autores usando la teoría de flexión de láminas y varias teorías aproximadas, y después de comprobarlas, se ha optado por utilizar la que se desarrolla en la referencia [11]. Esta expresión asimila correctamente las condiciones de contorno del depósito.

Para el uso de esta fórmula, se debe tener en cuenta las condiciones de contorno. En este caso, se considera que las paredes del depósito cilíndrico están empotradas en sus extremos, como se muestra en la siguiente figura.

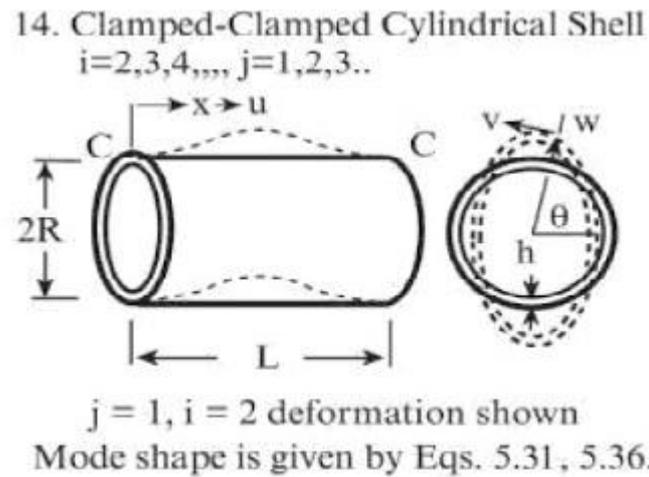


Figura 4-2. Paredes del Depósito.

El cálculo de las frecuencias naturales se hace para un depósito con los siguientes datos.

Notación del PFC	Notación	Expresión (4.3)
$\rho_s$	$s$	7850 kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	$\nu$	0.3
$R$	$R$	4 m
$H$	$L$	6 m
$t$	$h$	0.005 m
$E$	$E$	2,06e11 Pa

Tabla 4-3. Datos Depósito.

La frecuencia natural viene dada por:

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{\}ij}{2fR} \sqrt{\frac{E}{\dots(1-\epsilon^2)}} \quad (4.3)$$

Donde  $i$  indica el número de onda circunferencial y  $j$  el número de semi-onda longitudinal.

El parámetro que aparece en la fórmula de la frecuencia natural viene dado por:

$$\}ij = \left\{ \frac{(1-\epsilon^2)(\}jR/L)^4}{(i^2 + (\}jR/L)^2)^4} + \frac{h^2}{12R^2} \left( i^2 + \left( \}j \frac{R}{L} \right)^2 \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

Que se puede aplicar para los valores de  $i=2, 3, 4, \dots$  y  $j=1, 2, 3, \dots$ . Los cuatro primeros valores de  $\omega_j$  se recogen en la siguiente tabla:

$j$	$\omega_j$
1	4,7304
2	7,8553
3	10,995
4	14,137

Tabla 4-4. Valores de  $\omega_j$ .

En la tabla siguiente se muestran las frecuencias naturales calculadas con las expresiones anteriores para el depósito concreto de la Tabla 4-3.

$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$
2,1	145,365	3,1	107,007	4,1	78,155	5,1	58,070
2,2	177,897	3,2	153,489	4,2	128,769	5,2	106,703
2,3	189,754	3,3	174,648	4,3	157,147	5,3	139,234
2,4	195,173	3,4	185,227	4,4	172,903	5,4	159,300

Tabla 4-5. Frecuencias Naturales Analíticas Depósito Empotrado-Empotrado, en Hz.

## 4.2 Modelado con FEM.

En los siguientes apartados, se describen y se representan los datos de las frecuencias naturales obtenidas con el programa de elementos finitos ANSYS.

En este caso, se va a trabajar con el modelo 2D axisimétrico, donde los elementos elegidos son el FLUID29 y SHELL61. Como se explicó en el apartado 3.1, estos elementos permiten por un lado una mayor velocidad de ejecución y por otro lado, son elementos axisimétricos harmónicos, lo que permite la elección del número de ondas en la dirección  $\theta$ ,  $m$ , mediante el comando  $MODE,m,1$  (para modos simétricos respecto a  $\theta=0^\circ$ ) o  $MODE,m,-1$  (para modos antisimétricos respecto a  $\theta=0^\circ$ ). De esta forma es mucho más sencillo identificar la frecuencia para compararla con el valor analítico correspondiente. En este trabajo sólo se usan modos simétricos, or lo que sólo se usará el comando  $MODE,m$ .

### 4.2.1 El Líquido.

Para el líquido se elige el elemento FLUID29 (apartado 3.1.1). Las propiedades introducidas para el cálculo de las frecuencias naturales son:

h	3 m
R	4 m
g	9,81 m / s <sup>2</sup>
TAMEL	0,09375 m
$\rho_w$	1000 kg/m <sup>3</sup>
C <sub>w</sub>	1500 m/s

Tabla 4-6. Datos Líquido para ANSYS.

En la tabla aparece un término denominado *TAMEL*, el tamaño del elemento. En este apartado se ha usado una malla uniforme, con elementos de tamaño *TAMEL*=0,09375m. En un apartado posterior, apartado 4.2.1.1, se representa un estudio de cómo afecta el tamaño del elemento a los resultados de las frecuencias naturales.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.1 y tiene la siguiente forma:

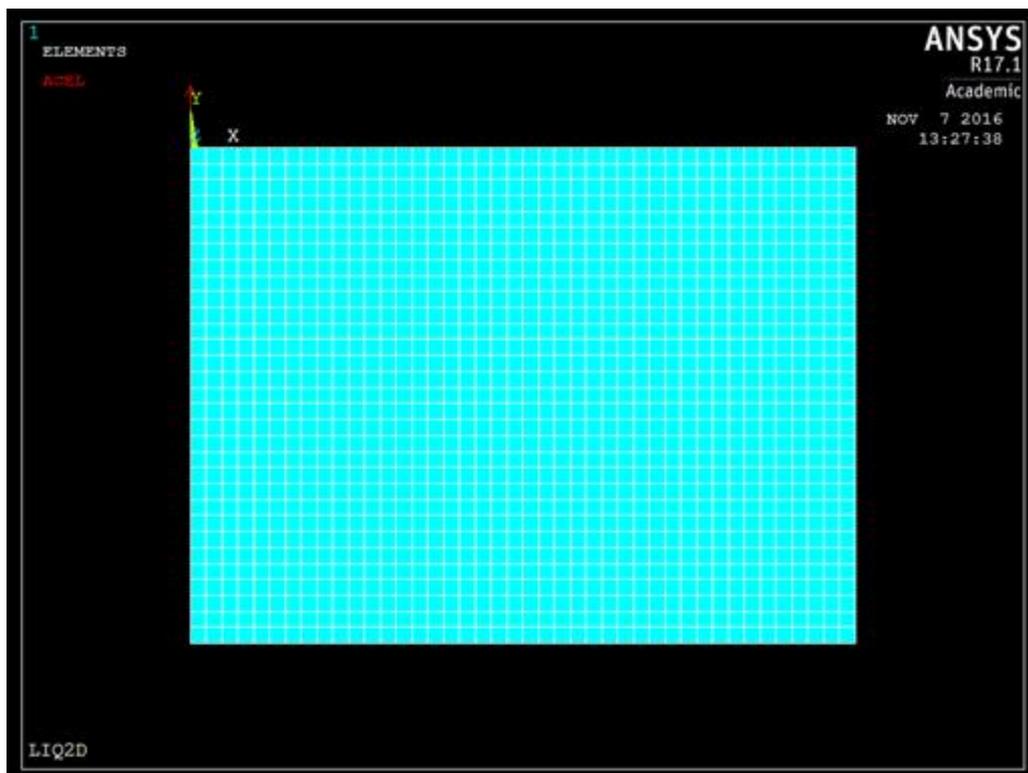


Figura 4-3. Modelo 2D Axisimétrico del Líquido con FLUID29.

Los resultados obtenidos son los que aparecen en la siguiente tabla. Cada una de las columnas se calcula mediante un análisis modal independiente, seleccionando previamente el tipo de modo mediante el comando *MODE,m,l* (m es el número de ondas en la circunferencia completa, y l indica modo simétrico respecto a eje  $\theta=0^\circ$ , lo cual implica variaciones de forma  $\cos(2\pi m\theta)$  para los desplazamientos UX, UY y ROTZ, y

variaciones del tipo  $\sin(2\pi n\theta)$  para los desplazamientos UZ) o MODE, m.

n	$\omega_{0n}$	$\omega_{1n}$	$\omega_{2n}$	$\omega_{3n}$	$\omega_{4n}$	$\omega_{5n}$
0	0,48647	0,31749	0,43121	0,51006	0,57476	0,63159
1	0,66082	0,57562	0,64591	0,70634	0,76034	0,80968
2	0,79672	0,72928	0,78841	0,8414	0,88993	0,93502
3	0,91325	0,85519	0,90755	0,95558	1,00030	1,04230
4	1,01750	0,96541	1,01310	1,05750	1,09930	1,13900
5	1,11320	1,06530	1,10950	1,15120	1,19070	1,22850
6	1,20270	1,15780	1,19940	1,23890	1,27670	1,31300
7	1,28750	1,24480	1,28440	1,32220	1,35850	1,39360
8	1,36870	1,32780	1,36570	1,40210	1,43730	1,47130
9	1,44720	1,40750	1,44410	1,47940	1,51360	1,54690

Tabla 4-7. Frecuencias Naturales Convectivas del Líquido con FLUID29 de ANSYS, en Hz.

En la siguiente tabla, se calculan los errores cometidos entre las frecuencias naturales analíticas (Tabla 4-2) y las frecuencias naturales obtenidas con el programa ANSYS (Tabla 4-7), mediante la fórmula

$$error_{mn} (\%) = \left( \frac{f_{mn,ansys}}{f_{mn,exacta}} - 1 \right) \cdot 100 .$$

Dichos resultados, con errores muy bajos, permiten validar el modelo

realizado con elementos FLUID29 para el cálculo de las frecuencias naturales del fluido con ANSYS.

n	Error <sub>0n</sub>	Error <sub>1n</sub>	Error <sub>2n</sub>	Error <sub>3n</sub>	Error <sub>4n</sub>	Error <sub>5n</sub>
0	0,03%	0,01%	0,01%	0,02%	0,04%	0,05%
1	0,10%	0,05%	0,08%	0,10%	0,13%	0,16%
2	0,22%	0,15%	0,18%	0,22%	0,27%	0,31%
3	0,38%	0,28%	0,33%	0,39%	0,45%	0,50%
4	0,59%	0,47%	0,53%	0,60%	0,67%	0,75%
5	0,84%	0,70%	0,77%	0,86%	0,94%	1,03%
6	1,15%	0,97%	1,06%	1,16%	1,26%	1,36%
7	1,49%	1,29%	1,40%	1,51%	1,62%	1,74%
8	1,89%	1,67%	1,79%	1,91%	2,04%	2,16%
9	2,34%	2,08%	2,22%	2,36%	2,50%	2,64%

Tabla 4-8. Errores Frecuencias Naturales Convectivas del Líquido con FLUID29 de Ansys.

## 4.2.1.1 Desviación de las frecuencias naturales con el tamaño del elemento.

En este apartado, se realiza un estudio de cómo afecta al resultado obtenido por ANSYS, el tamaño del elemento utilizado. Así se puede acotar y/o tomar el tamaño de elemento correcto para futuros cálculos, evitando o acotando el error de cálculo numérico de ANSYS vs tamaño de elemento.

Para realizar esta comprobación se ha decidido tomar los siguientes tamaños de elementos 0,375 m, 0,1875 m y 0,09375 m, partiendo de una discretización grosera y dividiendo progresivamente por dos el tamaño del elemento.

A continuación se muestran con tres tablas los errores obtenidos, comparando la frecuencia analítica, calculada en la Tabla 4-2, vs las frecuencias naturales obtenidas con ANSYS para los tamaños de elementos. La  $f_{mn}$ , en Hz, que aparece es la obtenida con ANSYS.

n	$f_{0n}$	Error <sub>0n</sub>	$f_{1n}$	Error <sub>1n</sub>	$f_{2n}$	Error <sub>2n</sub>	$f_{3n}$	Error <sub>3n</sub>	$f_{4n}$	Error <sub>4n</sub>	$f_{5n}$	Error <sub>5n</sub>
0	0,48851	0,45%	0,31786	0,12%	0,43214	0,23%	0,51187	0,38%	0,57786	0,58%	0,63639	0,81%
1	0,67061	1,58%	0,58019	0,85%	0,6531	1,19%	0,71679	1,58%	0,77465	2,01%	0,82847	2,48%
2	0,82262	3,48%	0,74512	2,32%	0,80972	2,89%	0,86896	3,50%	0,92445	4,15%	0,97723	4,84%
3	0,96581	6,16%	0,89166	4,56%	0,95296	5,35%	1,01080	6,19%	1,06610	7,05%	1,11940	7,94%
4	1,10940	9,68%	1,03400	7,61%	1,09460	8,62%	1,15280	9,66%	1,20910	10,72%	1,26390	11,79%
5	1,25850	14,01%	1,17910	11,46%	1,24070	12,69%	1,30000	13,89%	1,35780	15,10%	1,41430	16,30%
6	1,41500	19,00%	1,33030	16,02%	1,39360	17,43%	1,45400	18,72%	1,51220	19,94%	1,56960	21,17%
7	1,57490	24,15%	1,48660	20,97%	1,55050	22,41%	1,61050	23,64%	1,66550	24,59%	1,72020	25,58%
8	1,72380	28,33%	1,63950	25,53%	1,69970	26,68%	1,75360	27,46%	1,79790	27,64%	1,83770	27,61%
9	1,82980	29,40%	1,76860	28,27%	1,81640	28,57%	1,84300	27,51%	1,86210	26,10%	1,91300	26,94%

Tabla 4-9. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29  $f_{mn}$  para un Tamaño de Elemento 0,375 m.

n	$f_{0n}$	Error <sub>0n</sub>	$f_{1n}$	Error <sub>1n</sub>	$f_{2n}$	Error <sub>2n</sub>	$f_{3n}$	Error <sub>3n</sub>	$f_{4n}$	Error <sub>4n</sub>	$f_{5n}$	Error <sub>5n</sub>
0	0,48688	0,11%	0,31757	0,03%	0,43140	0,06%	0,51042	0,10%	0,57538	0,14%	0,63256	0,20%
1	0,66276	0,40%	0,57652	0,21%	0,64734	0,30%	0,70842	0,39%	0,76320	0,50%	0,81346	0,63%
2	0,80181	0,86%	0,73240	0,58%	0,79262	0,72%	0,84686	0,87%	0,89680	1,04%	0,94346	1,21%
3	0,92346	1,50%	0,86231	1,12%	0,91645	1,32%	0,96644	1,53%	1,01330	1,75%	1,05760	1,98%
4	1,03520	2,34%	0,97867	1,85%	1,02890	2,10%	1,07610	2,37%	1,12090	2,64%	1,16370	2,93%
5	1,14100	3,36%	1,08720	2,77%	1,13490	3,08%	1,18020	3,40%	1,22370	3,73%	1,26560	4,08%
6	1,24360	4,59%	1,19110	3,88%	1,23720	4,25%	1,28140	4,63%	1,32400	5,01%	1,36540	5,41%
7	1,34480	6,01%	1,29270	5,19%	1,33780	5,62%	1,38140	6,06%	1,42370	6,50%	1,46490	6,94%
8	1,44610	7,65%	1,39370	6,71%	1,43820	7,19%	1,48160	7,69%	1,52380	8,18%	1,56520	8,68%
9	1,54850	9,50%	1,49520	8,44%	1,53960	8,98%	1,58300	9,53%	1,62540	10,07%	1,66710	10,62%

Tabla 4-10. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29  $f_{mn}$  para un Tamaño de Elemento 0,1875 m.

n	$f_{0n}$	Error <sub>0n</sub>	$f_{1n}$	Error <sub>1n</sub>	$f_{2n}$	Error <sub>2n</sub>	$f_{3n}$	Error <sub>3n</sub>	$f_{4n}$	Error <sub>4n</sub>	$f_{5n}$	Error <sub>5n</sub>
0	0,48647	0,03%	0,31749	0,01%	0,43121	0,01%	0,51006	0,02%	0,57476	0,04%	0,63159	0,05%
1	0,66082	0,10%	0,57562	0,05%	0,64591	0,08%	0,70634	0,10%	0,76034	0,13%	0,80968	0,16%
2	0,79672	0,22%	0,72928	0,15%	0,78841	0,18%	0,84140	0,22%	0,88993	0,27%	0,93502	0,31%
3	0,91325	0,38%	0,85519	0,28%	0,90755	0,33%	0,95558	0,39%	1,00030	0,45%	1,04230	0,50%
4	1,01750	0,59%	0,96541	0,47%	1,01310	0,53%	1,05750	0,60%	1,09930	0,67%	1,13900	0,75%
5	1,11320	0,84%	1,06530	0,70%	1,10950	0,77%	1,15120	0,86%	1,19070	0,94%	1,22850	1,03%
6	1,20270	1,15%	1,15780	0,97%	1,19940	1,06%	1,23890	1,16%	1,27670	1,26%	1,31300	1,36%
7	1,28750	1,49%	1,24480	1,29%	1,28440	1,40%	1,32220	1,51%	1,35850	1,62%	1,39360	1,74%
8	1,36870	1,89%	1,32780	1,67%	1,36570	1,79%	1,40210	1,91%	1,43730	2,04%	1,47130	2,16%
9	1,44720	2,34%	1,40750	2,08%	1,44410	2,22%	1,47940	2,36%	1,51360	2,50%	1,54690	2,64%

Tabla 4-11. Fluido con Paredes Rígidas FLUID29  $f_{mn}$  para un Tamaño de Elemento 0,0975 m.

Con estos datos de errores obtenidos, se han construido las siguientes gráficas que muestran la variación del error frente a n (con n=1, 2, ..., 9) para valores fijos de m (m=0,1,2), donde se observa como varía el error de la frecuencia natural vs tamaño de elemento.

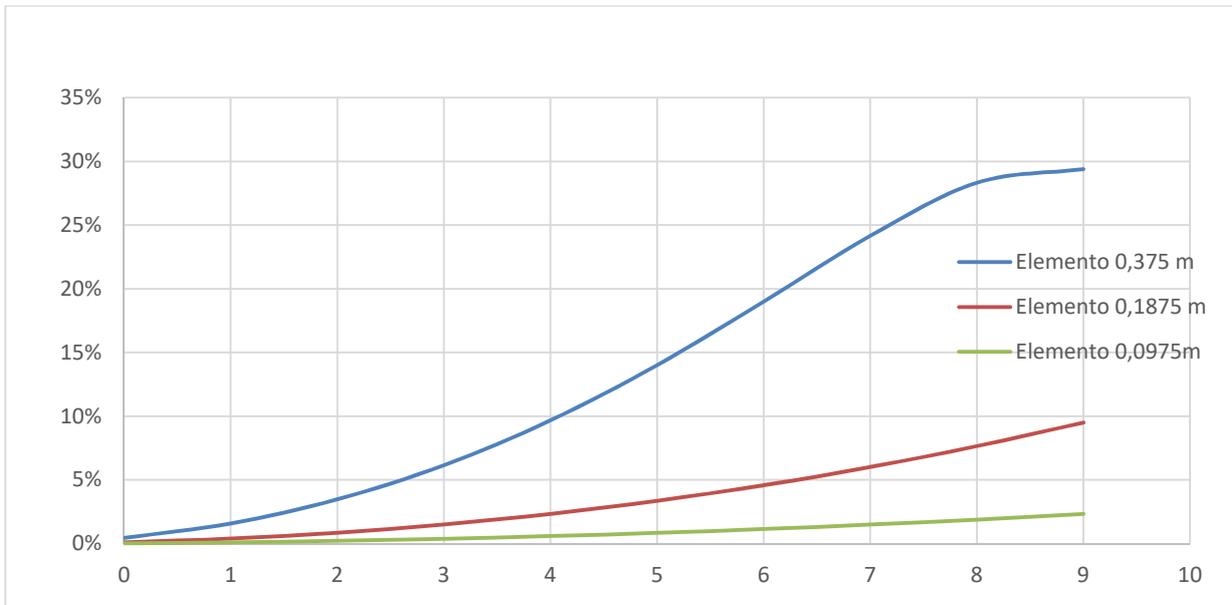


Figura 4-4. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en  $f_{mn}$  vs n para  $m=0$ .

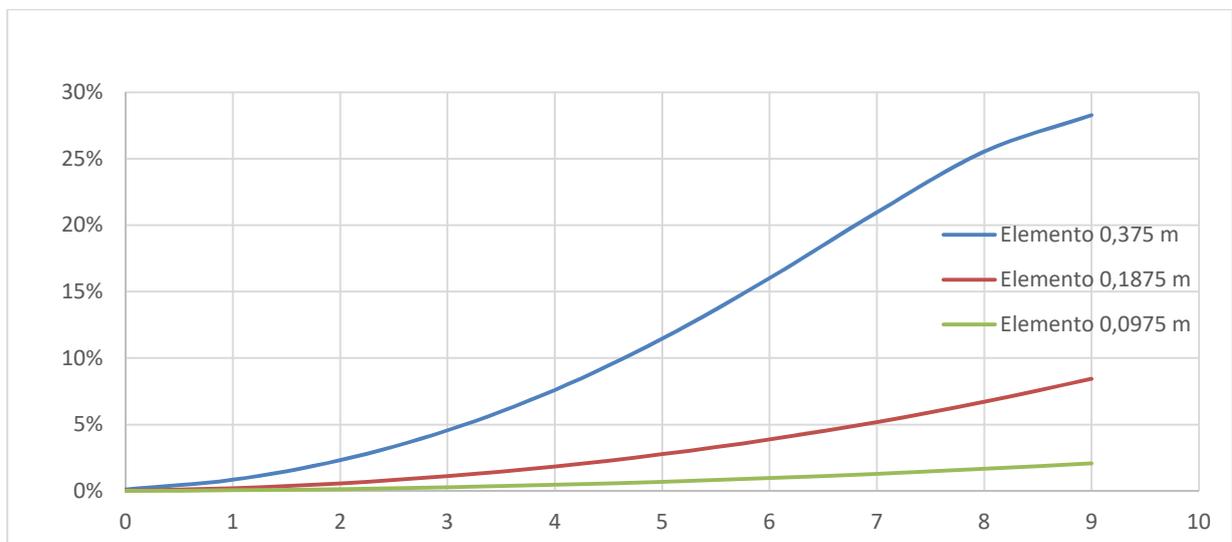


Figura 4-5. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en  $f_{mn}$  vs n para  $m=1$ .

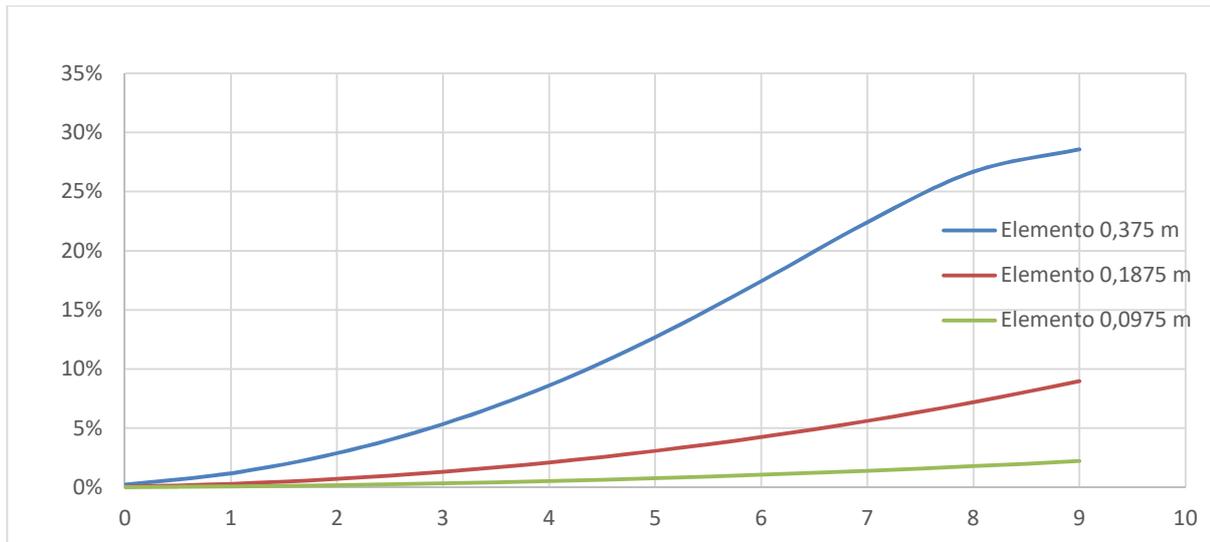


Figura 4-6. Fluido con Paredes Rígidas.FLUID29.Gráfica del Error en  $f_{mn}$  vs n para  $m=2$ .

Adicionalmente, se realiza otra comprobación consistente en representar el error frente al tamaño del elemento para uno de los modos naturales. En este caso se ha seleccionado el modo  $m=0, n=0$ . Utilizando la escala logarítmica en abscisas y ordenadas, el resultado obtenido es una línea recta con una pendiente aproximada a 2. Es decir, el error es del orden de  $Tamel^2$  (Tamel es el tamaño del elemento ver Tabla 4-6). Como se están usando elementos lineales, ese es el orden de convergencia del error que cabe esperar. Para otros modos se obtienen resultados similares.

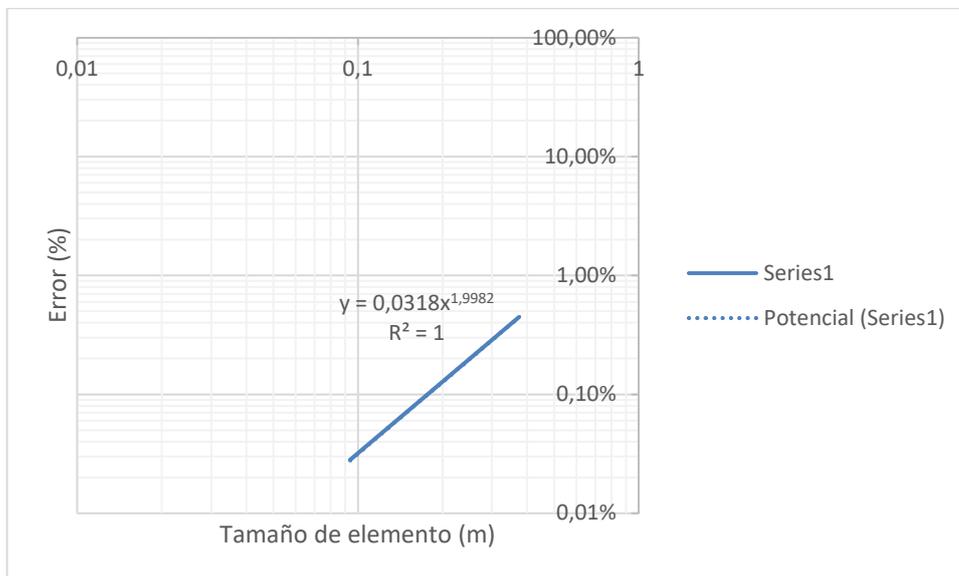


Figura 4-7. Fluido con Paredes Rígidas. FLUID29.Gráfica Logarítmica Error en  $f_{00}$  vs Tamaño de Elemento.

#### 4.2.2 El Depósito Vacío.

Para el depósito, se utilizará un elemento tipo SHELL61 (apartado 3.1.2). Los datos introducidos para el cálculo de las frecuencias naturales son:

g	9,81 $m/s^2$
H	6 m
R	4 m
$\rho_s$	7850 $kg/m^3$
E	2,01e11 Pa
t	0,005 m

Tabla 4-12. Datos Depósito para ANSYS.

El modelo de elementos finitos del depósito se crea en ANSYS con la macro del apartado 7.3. Para un tamaño de elemento 0,0975m y utilizando los datos del depósito indicados en la tabla anterior. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.3 y tiene la siguiente forma:

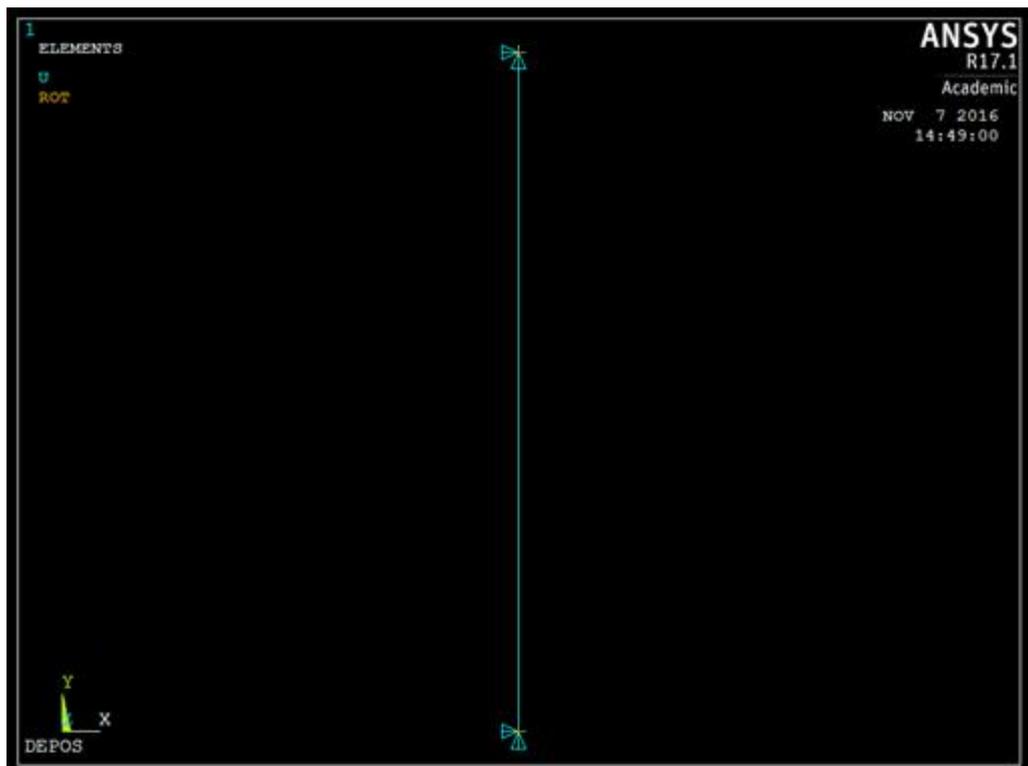


Figura 4-8. Modelo 2D Axisimétrico del Depósito Vacío con Elementos SHELL61 en ANSYS.

Los resultados numéricos de las frecuencias naturales correspondientes a los mismos modos de vibración de la Tabla 4-5 son los que aparecen en la siguiente tabla:

$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$	$i,j$	$\omega_{ij}$
1,1	152,1	2,1	104,2	3,1	74,9	4,1	56,21
1,2	190,8	2,2	162,9	3,2	132,2	4,2	106,5
1,3	198,8	2,3	184,4	3,3	164,8	4,3	143,9
1,4	200,8	2,4	192,7	3,4	180,4	4,4	165,5

Tabla 4-13. Frecuencias del Depósito Vacío con SHELL61 de ANSYS, en Hz.

En la siguiente tabla, se muestran los errores en las frecuencias naturales calculadas con ANSYS (Tabla 4-13) con respecto a las frecuencias naturales analíticas (Tabla 4-5). Se observa como los errores obtenidos son algo más altos que para el fluido, pero se van a considerar adecuados.

$i,j$	Error	$i,j$	Error	$i,j$	Error	$i,j$	Error
1,1	4,66%	2,1	2,65%	3,1	4,16%	4,1	3,20%
1,2	7,24%	2,2	6,12%	3,2	2,66%	4,2	0,20%
1,3	4,75%	2,3	5,57%	3,3	4,86%	4,3	3,37%
1,4	2,87%	2,4	4,02%	3,4	4,31%	4,4	3,92%

Tabla 4-14. Errores en las Frecuencias Naturales Depósito Vacío SHELL61.

#### 4.2.2.1 Desviación de las frecuencias naturales con el tamaño del elemento.

En este apartado, se realiza un estudio de cómo afecta al resultado obtenido por ANSYS, el tamaño del elemento utilizado. Así se puede acotar y/o tomar el tamaño de elemento correcto para futuros cálculos, evitando o acotando el error de cálculo numérico de ANSYS vs tamaño de elemento.

Para realizar esta comprobación se ha decidido tomar los siguientes tamaños de elementos 0,375 m, 0,1875 m y 0,09375 m, partiendo de una discretización grosera y dividiendo progresivamente por dos el tamaño del elemento.

A continuación se muestran con tres tablas los errores obtenidos, comparando la frecuencia analítica, calculada en la Tabla 4-5, vs las frecuencias naturales obtenidas con ANSYS para los tamaños de elementos. La  $f_{ij}$ , en Hz, que aparece es la obtenida con ANSYS.

<b>j</b>	<b>f<sub>1j</sub></b>	<b>Error<sub>1j</sub></b>	<b>f<sub>2j</sub></b>	<b>Error<sub>2j</sub></b>	<b>f<sub>3j</sub></b>	<b>Error<sub>3j</sub></b>	<b>f<sub>4j</sub></b>	<b>Error<sub>4j</sub></b>
<b>1</b>	152,15	4,67%	98,3	8,15%	63,37	18,92%	42,45	26,90%
<b>2</b>	191,08	7,41%	163	6,14%	131,8	2,35%	104,5	2,06%
<b>3</b>	198,34	4,52%	184	5,43%	164,72	4,82%	143,77	3,26%
<b>4</b>	200,83	2,90%	193	3,94%	180,28	4,27%	165,41	3,84%

Tabla 4-15. Depósito Vacío SHELL61 f<sub>ij</sub> para un Tamaño de Elemento 0,375 m.

<b>j</b>	<b>f<sub>1j</sub></b>	<b>Error<sub>1j</sub></b>	<b>f<sub>2j</sub></b>	<b>Error<sub>2j</sub></b>	<b>f<sub>3j</sub></b>	<b>Error<sub>3j</sub></b>	<b>f<sub>4j</sub></b>	<b>Error<sub>4j</sub></b>
<b>1</b>	152,09	4,63%	98,3	8,17%	63,35	18,94%	42,45	26,90%
<b>2</b>	191,05	7,39%	163	6,10%	131,74	2,31%	104,46	2,10%
<b>3</b>	198,31	4,51%	184	5,41%	164,67	4,79%	143,71	3,21%
<b>4</b>	200,81	2,89%	193	3,93%	180,13	4,18%	165,36	3,80%

Tabla 4-16. Depósito Vacío SHELL61 f<sub>ij</sub> para un Tamaño de Elemento 0,1875 m.

<b>j</b>	<b>f<sub>1j</sub></b>	<b>Error<sub>1j</sub></b>	<b>f<sub>2j</sub></b>	<b>Error<sub>2j</sub></b>	<b>f<sub>3j</sub></b>	<b>Error<sub>3j</sub></b>	<b>f<sub>4j</sub></b>	<b>Error<sub>4j</sub></b>
<b>1</b>	152,07	4,61%	98,25	8,18%	63,65	18,56%	42,45	26,90%
<b>2</b>	191,04	7,39%	162,83	6,09%	131,73	2,30%	104,45	2,11%
<b>3</b>	198,31	4,51%	184,08	5,40%	164,65	4,77%	143,69	3,20%
<b>4</b>	200,81	2,89%	192,49	3,92%	180,12	4,17%	165,34	3,79%

Tabla 4-17. Depósito Vacío SHELL61 f<sub>ij</sub> para un Tamaño de Elemento 0,09375 m.

De resultados obtenidos se puede observar como el tamaño del elemento de la malla, no afecta mucho a los errores cometidos comparados con la solución analítica.

Si no se tuviera la solución analítica, creo que no podríamos considerar que se ha producido una convergencia de los resultados al afinar la malla.

Con estos datos de errores obtenidos, se han construido las siguientes gráficas que muestran la variación del error frente a  $j$  (con  $j = 1, 2, \dots, 4$ ) para valores fijos de  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), donde se observa como varía el error de la frecuencia natural vs tamaño de elemento.

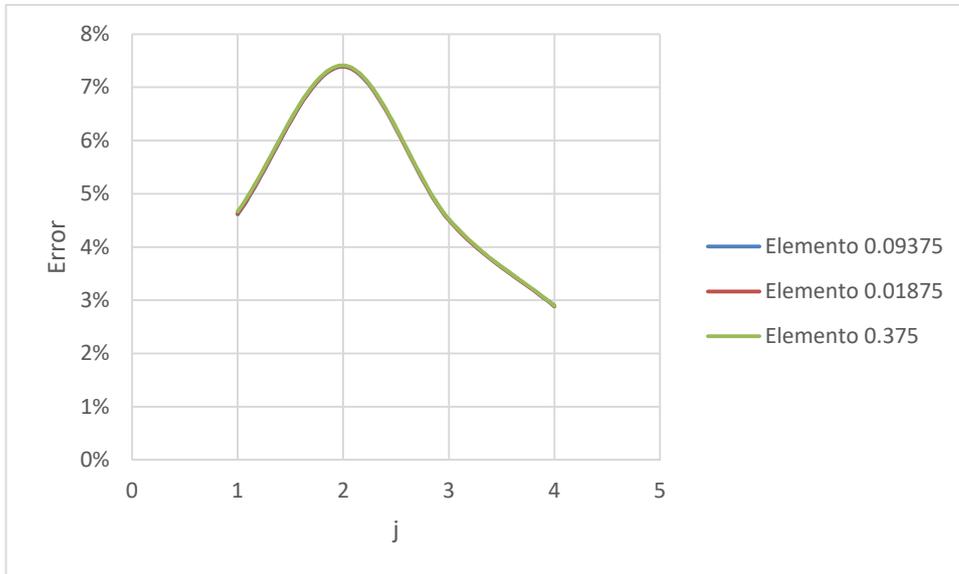


Figura 4-9. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en  $f_{ij}$  vs  $j$  para  $i=1$ .

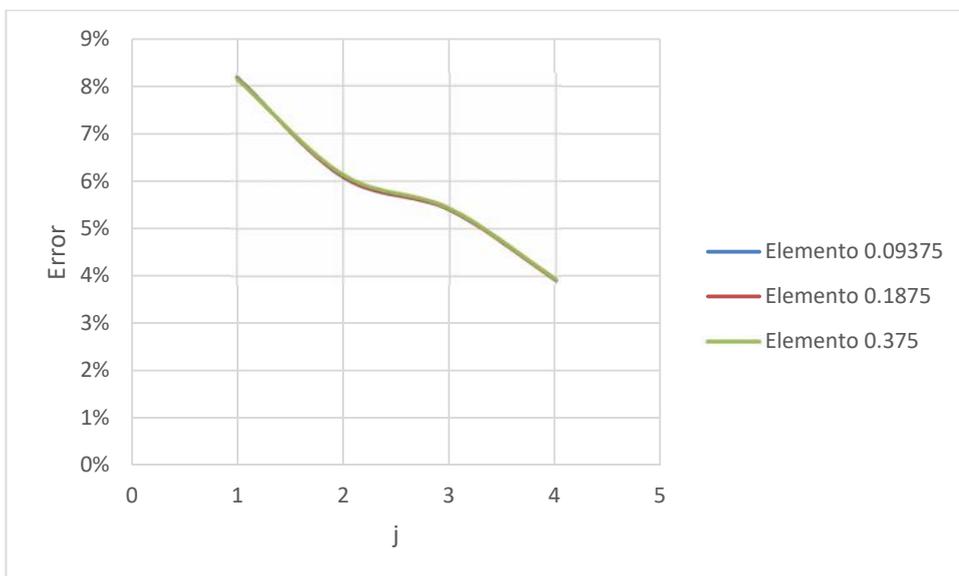


Figura 4-10. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en  $f_{ij}$  vs  $j$  para  $i=2$ .

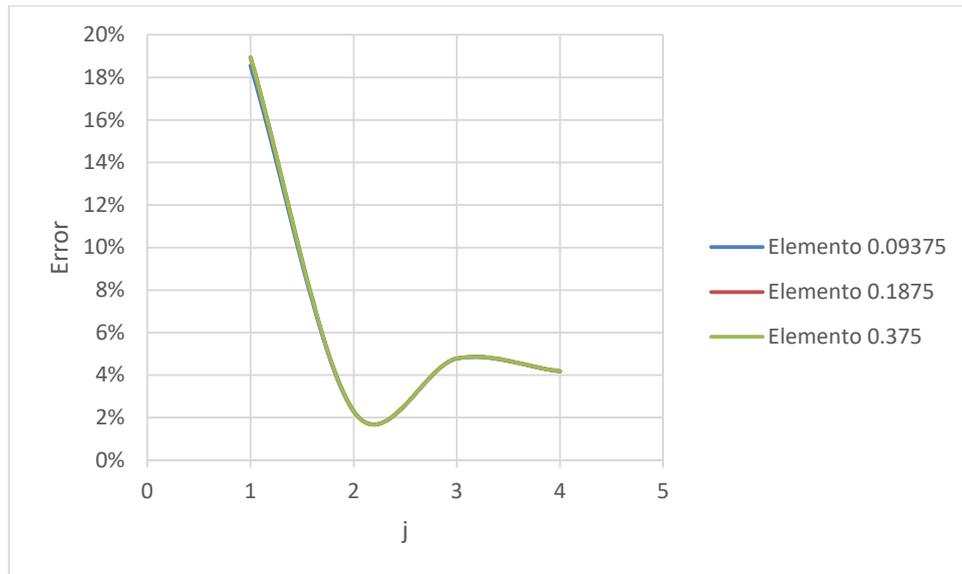


Figura 4-11. Depósito Vacío.Shell61.Gráfica del Error en  $f_{ij}$  vs  $j$  para  $i=3$ .

### 4.2.3 El Sistema Depósito-Líquido.

En este apartado se abordará la comprobación del cálculo de las frecuencias naturales del sistema fluido-depósito acoplado. Para ello se resolverá con Ansys varias geometrías particulares para las que se disponen resultados de referencia publicados en varios artículos. Dichos artículos servirán para comprobar que las frecuencias naturales del sistema obtenidas con ANSYS son válidas.

Para el modelo del depósito del sistema fluido-depósito acoplado se considera sólo la pared del tanque, de espesor constante, y se considera biapoyada en los dos extremos (unión con el fondo y unión con el techo). Estas son las hipótesis de cálculo que se utilizan en los artículos utilizados como referencia.

#### 4.2.3.1 Artículo 1.

El primer artículo que se utilizará, titulado “Sloshing in Shallow Cylindrical Tanks”, fue publicado por R.K. Gupta en 1995 [12].

Del texto, se va utilizar la tabla denominada “Table 2”, donde el autor para unas dimensiones concretas de un depósito, calcula de forma analítica las frecuencias naturales del sistema acoplado. Además, compara sus resultados numéricos con otros resultados de otros autores, y con los resultados correspondientes al caso de tanque de paredes rígidas.

El autor realiza la comparación para la primera frecuencia natural de cada modo. Los datos y la geometría del sistema son los siguientes:

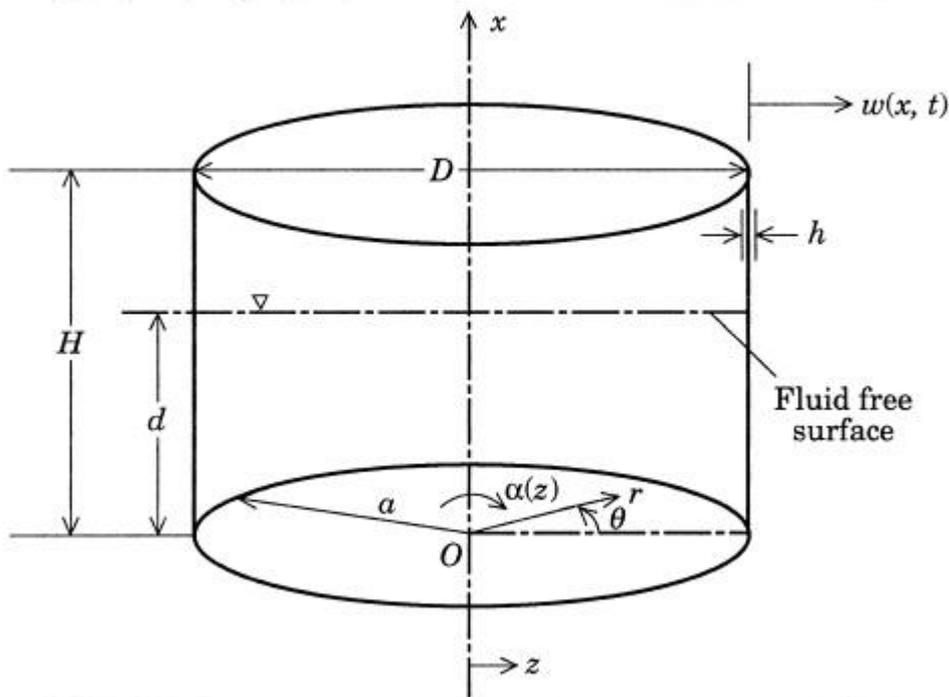


Figura 4-12. Geometría del Depósito del Artículo 1 [12].

Notación del PFC	Notación de [12]	
H	H	21,96 m
D	D	21,96 m
h	d	14,64 m
t	h	0,0109 m
E	E	206 GPa
$\nu$	$\nu$	0,3
$\rho_s$	$\rho_p$	$7850 \text{ kg/m}^3$
$\rho_w$	$\rho_l$	$1000 \text{ kg/m}^3$

Tabla 4-18. Datos del Depósito Artículo 1 [12].

#### 4.2.3.1.1 Modelo 2D.

El sistema, en ANSYS, es modelado en 2D, utilizando los elementos FLUID29 para el líquido y SHELL61 para el depósito. Introduciendo en ANSYS las características del sistema, se ha generado el siguiente modelo. Ha de indicarse que las mallas del fluido y de la pared son coincidentes.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.5 y tiene la siguiente forma:

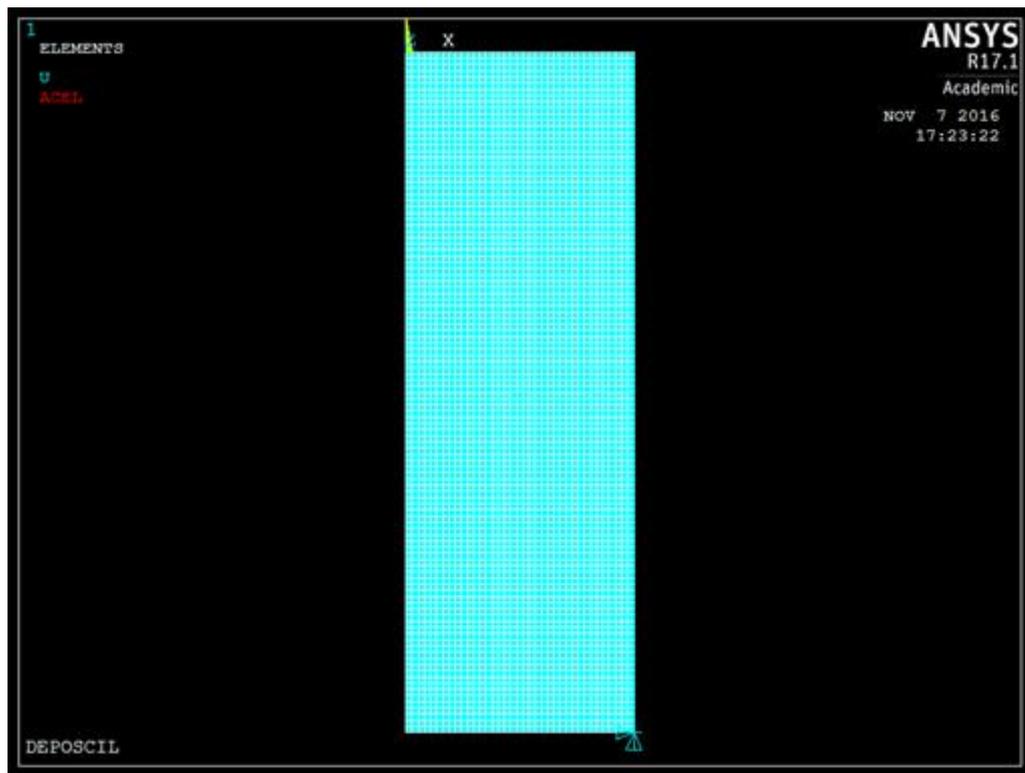


Figura 4-13. Modelado 2D Artículo 1.

Una vez resuelto en ANSYS, se obtienen los siguientes resultados:

m	n	Gupta	Housner	Tanque Rígido	ANSYS
0	1	0,36060	N/A	N/A	0,36078
1	1	0,24670	0,24970	0,25000	0,24973
1	2	0,42180	0,42540	0,42550	0,42567
1	3	0,53000	0,53840	0,53840	0,53934
1	4	0,61750	0,63070	0,63040	0,63278
1	5	0,70510	N/A	N/A	0,71481

Tabla 4-19.Frecuencias Naturales Artículo 1 (2D), en Hz.

En la siguiente tabla, se muestran las diferencias de los resultados de ANSYS respecto a los calculados por Gupta, por Housner, y los correspondientes al caso de tanque de paredes rígidas.

Diferencias Gupta	Diferencias Housner	Diferencias Tanque Rígido
0,05%	N/A	N/A
1,23%	0,01%	0,11%
0,92%	0,06%	0,04%
1,76%	0,17%	0,17%
2,47%	0,33%	0,38%
1,38%	N/A	N/A

Tabla 4-20. Diferencias de las Frecuencias Naturales de Ansys con las del Artículo 1 (2D).

Como se puede observar, las diferencias obtenidas por Ansys son pequeñas y existe una mejor aproximación a los resultados obtenidos por Housner.

Para el modelo fluido-depósito acoplado se toma un TAMEL igual 0,2. Con este tamaño de malla se consigue una buena aproximación de las frecuencias naturales obtenidas por Ansys.

#### 4.2.3.1.2 Modelo 3D.

Al utilizar el modelo 3D, no se puede elegir el número de onda  $m$  en dirección  $\theta$ . Ansys calcula todas las frecuencias naturales y las ordena de menor a mayor.

Para el modelo de elementos finitos de Ansys, se utilizará los elementos FLUID30 para el líquido y SHELL63 para el depósito. En este caso, el tamaño de los elementos, se ha tenido que aumentar respecto al utilizado en el modelo 2D axisimétrico debido a la limitación de la licencia académica del programa. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.6 y tiene la siguiente forma:

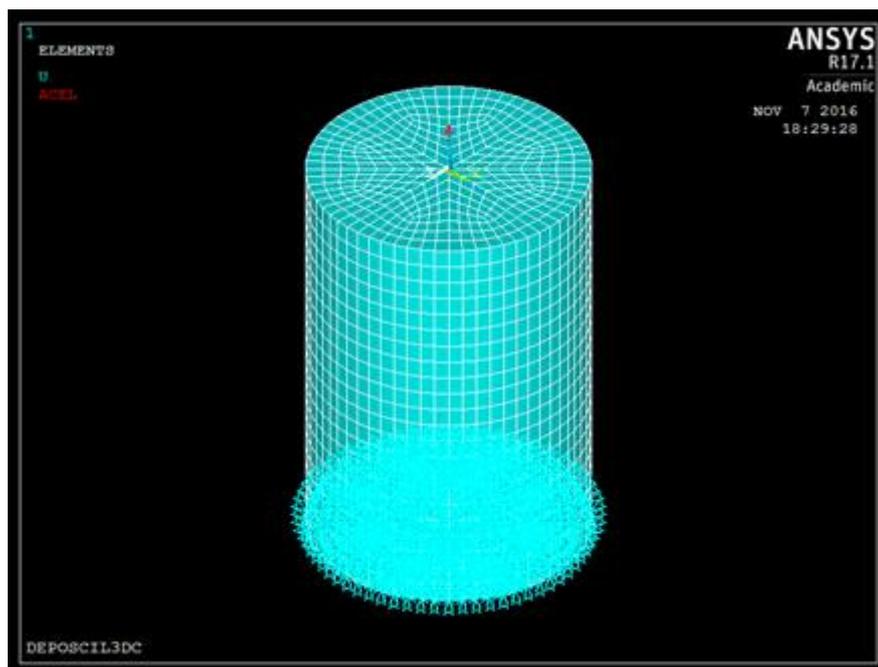


Figura 4-14. Modelado 3D Artículo 1.

Una vez resuelto en ANSYS, se obtienen los siguientes resultados:

m	n	Gupta	Housner	Tanque Rígido	ANSYS
0	1	0,36060	N/A	N/A	0,36413
1	1	0,24670	0,24970	0,25000	0,25038
1	2	0,42180	0,42540	0,42550	0,43066
1	3	0,53000	0,53840	0,53840	0,53979
1	4	0,61750	0,63070	0,63040	0,61891
1	5	0,70510	N/A	N/A	0,71339

Tabla 4-21 Frecuencias Naturales Artículo 1 (3D), en Hz.

En la siguiente tabla, se muestran las diferencias de los resultados de ANSYS respecto a los calculados por Gupta, por Housner, y los correspondientes al caso de tanque de paredes rígidas errores.

Diferencias Gupta	Diferencias Housner	Diferencias Tanque Rígido
0,98%	N/A	N/A
1,49%	0,27%	0,15%
2,10%	1,24%	1,21%
1,85%	0,26%	0,26%
0,23%	1,87%	1,82%
1,18%	N/A	N/A

Tabla 4-22. Diferencias de las Frecuencias Naturales de Ansys con las del Artículo 1 (3D).

Como se puede observar, las diferencias obtenidas por Ansys son pequeñas y existe una mejor aproximación a los resultados obtenidos por tanque rígido.

#### 4.2.3.2 Artículo 2.

El segundo artículo que se utilizará, titulado "Free Vibration Analysis of Liquid Storage Tanks", fue publicado por R K. Gupta en 1988 [3].

Se comienza comparando los resultados obtenidos con Ansys con las frecuencias naturales de la tabla 1 del artículo [3]. En este caso, las propiedades de los materiales y las dimensiones son las siguientes:

Notación del PFC	Notación de [3]	
H	H	30 m
D	D	50 m
h	d	21,6 m
t	h	0,03 m
E	E	206 GPa
		0,3
s	$\rho_p$	$7850 \text{ kg/m}^3$
w	$\rho_l$	$1000 \text{ kg/m}^3$

Tabla 4-23- Datos Artículo 2 [3].

En este caso se trata de un depósito de acero parcialmente lleno de agua.

#### 4.2.3.2.1 Modelo 2D.

El sistema, en ANSYS, es modelado en 2D, utilizando los elementos FLUID29 para el líquido y SHELL61 para el depósito. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.5 y tiene la siguiente forma:

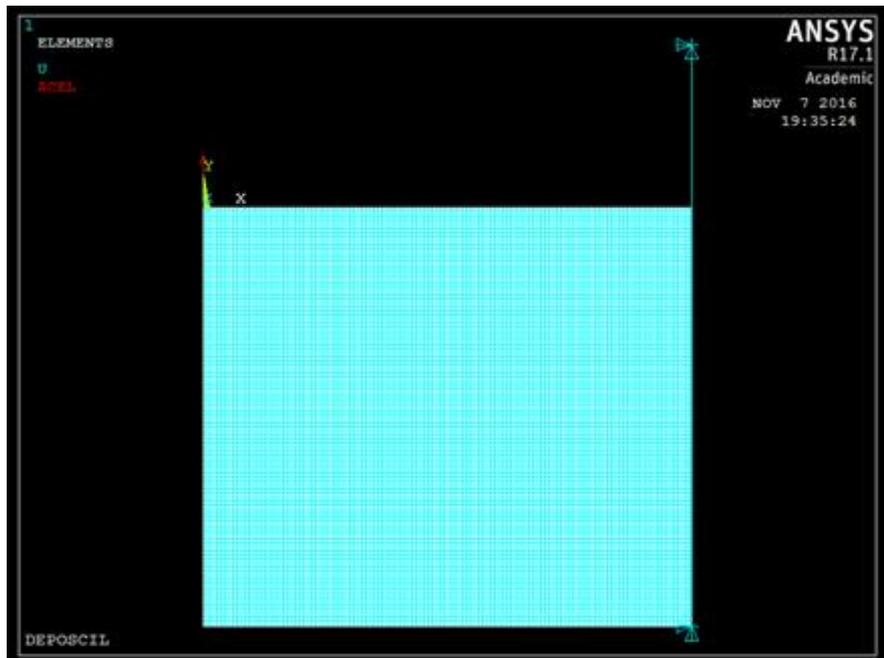


Figura 4-15. Modelo 2D artículo 2 [3].

En este caso, para la geometría de la Tabla 4-23, el autor recoge las frecuencias de chapoteo (sloshing) y las frecuencias de abultamiento (bulging) en la tabla 1. El autor compara sus resultados con los de otros autores. Las frecuencias naturales comparadas son para los modos con número de onda circunferencial  $m=0$ .

En las siguientes tablas se encontrarán los resultados de las frecuencias naturales del sistema calculadas con Ansys, y las diferencias con respecto a los valores de la tabla 1 de la referencia.

<b>Sloshing Mode</b>					
<b>n</b>	<b>Gupta</b>	<b>Kondo</b>	<b>ANSYS</b>	<b>Diferencias Gupta</b>	<b>Diferencias Kondo</b>
1	0,19481	0,19477	0,19488	0,04%	0,05%
2	0,26405	0,26391	0,26408	0,01%	0,06%
3	0,31797	0,31782	0,31806	0,03%	0,08%
4	0,36389	0,36370	0,36406	0,05%	0,10%
5	0,40460	0,40440	0,40488	0,07%	0,12%

Tabla 4-24. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (2D) Tabla 1 [3].

<b>Bulging Mode</b>					
<b>n</b>	<b>Gupta</b>	<b>Kondo</b>	<b>ANSYS</b>	<b>Diferencias Gupta</b>	<b>Diferencias Kondo</b>
1	3,55701	3,51652	3,55560	0,04%	1,11%
2	7,02984	6,96491	6,95510	1,06%	0,14%
3	9,26983	9,04463	9,03410	2,54%	0,12%
4	11,06323	10,64544	10,63900	3,83%	0,06%
5	12,60335	11,99180	11,99100	4,86%	0,01%

Tabla 4-25. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (2D) Tabla 1 [3].

Se puede observar como las diferencias obtenidas en la Tabla 4-24 son muy pequeñas. Mientras que para las diferencias de la Tabla 4-25, se obtiene una mejor aproximación a los resultados de Kondo y unas diferencias un poco más altas con Gupta.

A continuación se compara con la tabla 2 de la referencia, en la que se analiza el efecto sobre las frecuencias naturales de la geometría del depósito y del nivel de llenado de líquido. Para ello, se calculan muchos depósitos distintos con diferentes niveles de llenado, que se obtienen variando los parámetros  $H/D$  y  $d/a$ , manteniendo constantes las demás dimensiones del depósito. En este caso, se compara con las frecuencias naturales con paredes rígidas y paredes flexibles.

Como se puede observar en la Tabla 4-26, las diferencias de los resultados numéricos son pequeñas, salvo en el caso de  $H/D=1,2$  y  $d/a=0,1$ , para el que se disparan un poco los errores. Esto podría ser debido a que hay poca cantidad de agua y el depósito tiene gran altura, por lo que el efecto de sloshing no es apreciable y lo que pesa más en el cálculo de la frecuencia natural es el depósito. Se puede observar como al aumentar la frecuencia del sistema, las diferencias comienzan a disminuir.

H/D	d/a	Flexible	Rígido	ANSYS	Diferencias Flexible	Diferencias Rígido
0,6	1,0	0,19506	0,1951	0,19505	0,01%	0,01%
		0,26407	0,2641	0,26408	0,00%	0,00%
		0,31799	0,3180	0,31806	0,02%	0,02%
		0,36391	0,3639	0,36406	0,04%	0,04%
		0,40462	0,4046	0,40488	0,06%	0,06%
	0,5	0,19097	0,1910	0,19095	0,01%	0,01%
		0,26383	0,2638	0,26385	0,01%	0,01%
		0,31797	0,3180	0,31805	0,02%	0,02%
		0,36391	0,3639	0,36406	0,04%	0,04%
		0,40462	0,4046	0,40488	0,06%	0,06%
	0,1	0,11797	0,1180	0,11798	0,01%	0,00%
		0,20544	0,2055	0,20548	0,02%	0,01%
		0,27881	0,2788	0,27891	0,04%	0,03%
		0,33938	0,3394	0,33959	0,06%	0,06%
		0,38985	0,3898	0,39018	0,08%	0,11%
1,2	1,0	0,19516	0,1952	0,19505	0,05%	0,05%
		0,26407	0,2641	0,26408	0,00%	0,00%
		0,31799	0,3180	0,31806	0,02%	0,02%
		0,36391	0,3639	0,36406	0,04%	0,04%
		0,40462	0,4046	0,40488	0,06%	0,06%
	0,5	0,19506	0,1951	0,19095	2,11%	2,11%
		0,26407	0,2641	0,26384	0,09%	0,09%
		0,31799	0,3180	0,31805	0,02%	0,02%
		0,36391	0,3639	0,36406	0,04%	0,04%
		0,40462	0,4046	0,40488	0,06%	0,06%
	0,1	0,15670	0,1567	0,11798	24,71%	24,71%
		0,24857	0,2486	0,20548	17,33%	17,33%
		0,31261	0,3126	0,27891	10,78%	10,78%
		0,36216	0,3622	0,33959	6,23%	6,23%
		0,40406	0,4041	0,43337	7,25%	7,25%

Tabla 4-26. Variación de las Frec de Sloshing ( $m=0$ ), en Hz, con  $H/D$  y  $d/a$  (2D).Tabla 2.

#### 4.2.3.2.2 Modelo 3D.

En el modelo 2D se podía especificar el número de onda circunferencial  $m$ . Sin embargo, esto no es posible en el modelo 3D. Los modos calculados se ordenan en orden creciente de frecuencia, y se encuentran intercalados los modos con distintos valores de  $m$ .

Para este modelado del sistema, se utiliza el FLUID30 para el líquido y el SHELL63 para el depósito. En este caso, el tamaño de los elementos se ha tenido que aumentar respecto al caso 2D debido a la limitación en el tamaño de malla en la licencia educativa del programa. El valor de la variable de tamaño de malla, TAMEL, es igual a 3 m.

Para este caso, sólo se comparan las frecuencias naturales de la tabla 1. Para ello, ha sido necesario identificar los modos con  $m=0$  entre todos los calculados con Ansys. Este proceso se ha hecho de forma manual e interactiva, visualizado las deformadas modales.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.6 y tiene la siguiente forma:

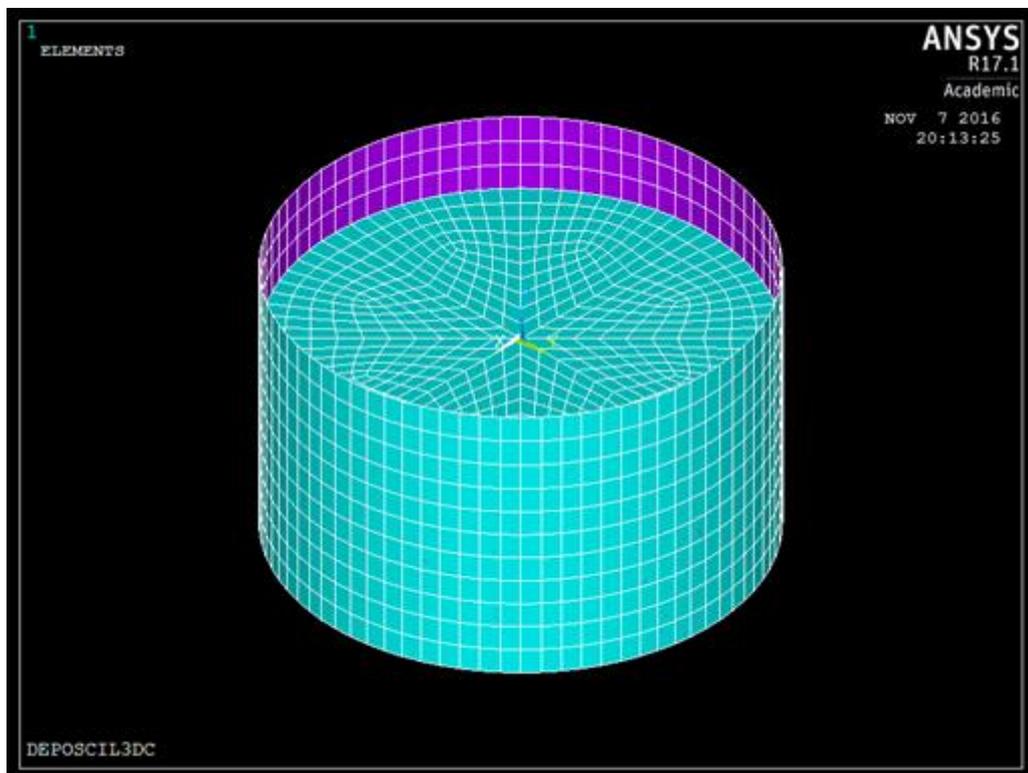


Figura 4-16. Modelado 3D Artículo 2.

En este caso, para la geometría de la Tabla 4-23, el autor recoge las frecuencias de chapoteo (sloshing) y las frecuencias de abultamiento (bulging) en la tabla 1. El autor compara sus resultados con los de otros autores. Las frecuencias naturales comparadas son para los modos con número de onda circunferencial  $m=0$ .

En las siguientes tablas se encontrarán los resultados de las frecuencias naturales del sistema calculadas con Ansys, y las diferencias con respecto a los valores de la tabla 1 de la referencia.

Sloshing Mode					
Set	Gupta	Kondo	ANSYS	Diferencias Gupta	Diferencias Kondo
1	0,19481	0,19477	0,19608	0,65%	0,67%
2	0,26405	0,26391	0,26236	0,64%	0,59%
3	0,31797	0,31782	0,31210	1,85%	1,80%
4	0,36389	0,36370	0,36290	0,27%	0,22%
5	0,40460	0,40440	0,39733	1,80%	1,75%

Tabla 4-27. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (3D) Tabla 1.

Bulging Mode					
Set	Gupta	Kondo	ANSYS	Diferencias Gupta	Diferencias Kondo
1	3,55701	3,51652	3,53530	0,61%	0,53%
2	7,02984	6,96491	6,98700	0,61%	0,32%
3	9,26983	9,04463	9,15280	1,26%	1,20%
4	11,06323	10,64544	10,95500	0,98%	2,91%
5	12,60335	11,99180	12,60000	0,03%	5,07%

Tabla 4-28. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias respecto al Artículo 2 (3D) Tabla 1.

Se puede observar de las tablas anteriores (Tabla 4-27 y Tabla 4-28), que las diferencias obtenidas con el modelo 3D para las frecuencias de chapoteo son bajas, aunque algo mayores que los obtenidos con el modelo 2D. Las diferencias obtenidas en las frecuencias de abultamiento son bajas, aunque en este caso, se obtiene mejor aproximación a los resultados de Gupta, y algo peor a los de Kondo.

#### 4.2.3.3 Artículo 3.

El tercer artículo que se utilizará, titulado “Effects of Wall Flexibility on the Dynamic Response of Liquid Storage Tanks”, fue publicado por R.K. Gupta y G.L. Hutchinson en 1990 [13].

En primer lugar se comparan los resultados obtenidos con ANSYS con los de la tabla 1 del artículo, correspondientes a las frecuencias naturales de los modos aximétricas ( $m=0$ ) de chapoteo (sloshing) y de abultamiento (bulging).

En este caso, las propiedades de los materiales y las dimensiones geométricas son las siguientes:

Notación de [13]	Notación de este PFC	
H	H	30 m
D	D	50 m
d	h	21,6 m
h	t	0,03 m
E	E	206 GPa
$\nu$	$\nu$	0,3
$\rho_p$	$\rho_s$	$7850 \text{ kg/m}^3$
$\rho_l$	$\rho_w$	$1000 \text{ kg/m}^3$

Tabla 4-29. Datos Artículo 3 [13].

#### 4.2.3.3.1 Modelo 2D.

El sistema, en ANSYS, se modela en 2D, utilizando los elementos FLUID29 para el líquido y SHELL61 para el depósito. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.5 y tiene la siguiente forma:

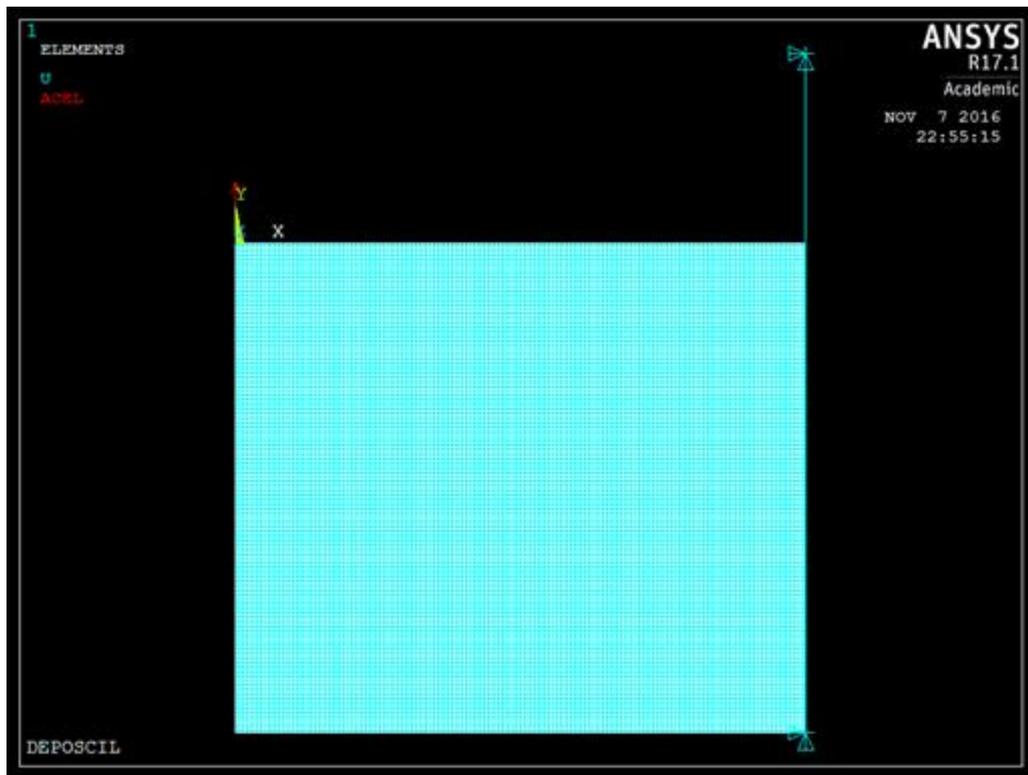


Figura 4-17. Modelado 2D Artículo 3.

Los resultados obtenidos de las frecuencias naturales axisimétricas ( $m=0$ ) aparecen en las siguientes tablas, que reproducen todos los casos incluidos en la tabla 1 del artículo 3 [13].

Sloshing Mode					
n	Estudio	Referencias	ANSYS	Diferencias Estudio	Diferencias Ref
1	0,19491	0,19481	0,19488	0,01%	0,04%
2	0,26410	0,26396	0,26408	0,01%	0,05%
3	0,31804	0,31788	0,31806	0,01%	0,06%
4	0,36396	0,36379	0,36406	0,03%	0,08%
5	0,40468	0,40447	0,40488	0,05%	0,10%

Tabla 4-30. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (2D) Tabla 1.

Bulging Mode					
n	Estudio	Referencias	ANSYS	Diferencias Estudio	Diferencias Ref
1	3,32880	3,51729	3,55560	6,81%	1,09%
2	6,56280	6,96624	6,95510	5,98%	0,16%
3	8,70912	9,04635	9,03410	3,73%	0,14%
4	10,46663	10,64747	10,63900	1,65%	0,08%
5	11,93621	11,99409	11,99100	0,46%	0,03%

Tabla 4-31. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (2D) Tabla 1.

Los resultados de Ansys reproducen, con unas diferencias muy bajas, las frecuencias de chapoteo de la tabla 1. En el caso de las frecuencias de bulging, los resultados de Ansys son más próximos a los de la referencia que a los calculados por Gupta y Hutchinson.

A continuación se estudia la influencia de la flexibilidad de las paredes del depósito en las frecuencias naturales acopladas. Para ello, se consideran varios depósitos de la misma capacidad de almacenamiento ( $15.000 \text{ m}^3$ ) parcialmente llenos con el mismo volumen de agua ( $10.000 \text{ m}^3$ ). La geometría concreta de los depósitos se obtiene variando  $H/D$  (esbeltez) y  $d/D$ .

En la tabla 2 del artículo aparecen recogidos los parámetros geométricos de todos los depósitos analizados, y en la tabla 3 sus frecuencias naturales.

Las frecuencias naturales calculadas con Ansys se muestran en la tabla siguiente, donde también se calculan las diferencias con los valores de la tabla 3 del artículo.

H/D	d/D	Sloshing Mode			ANSYS			Diferencias		
		1 <sup>er</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>er</sup>	1 <sup>er</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>er</sup>	1 <sup>er</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>er</sup>
0,6	0,0020	0,24459	0,33168	0,39941	0,24461	0,33177	0,39967	0,01%	0,03%	0,06%
	0,0008	0,24457	0,33166	0,39941	0,24460	0,33177	0,39966	0,01%	0,03%	0,06%
	0,0003	0,24454	0,33165	0,39938	0,24457	0,33174	0,39964	0,01%	0,03%	0,06%
1,8	0,0020	0,29437	0,39833	0,47968	0,29443	0,39857	0,48031	0,02%	0,06%	0,13%
	0,0008	0,29437	0,39832	0,47968	0,29442	0,39857	0,48030	0,02%	0,06%	0,13%
	0,0003	0,29434	0,39830	0,47966	0,29439	0,39855	0,48029	0,02%	0,06%	0,13%
3	0,0020	0,32055	0,43373	0,52230	0,32062	0,43410	0,52327	0,02%	0,09%	0,19%
	0,0008	0,32055	0,43373	0,52230	0,32061	0,43410	0,52326	0,02%	0,09%	0,18%
	0,0003	0,32054	0,43371	0,52228	0,32059	0,43408	0,52325	0,02%	0,08%	0,19%

Tabla 4-32. Variación de las Frec. Naturales con H/D y d/D Artículo 3 (2D) Tabla 3.

Los resultados de Ansys reproducen, con unas diferencias muy bajas, las frecuencias naturales de este artículo. Se puede observar que las diferencias son un poco más altas para el 3<sup>er</sup> modo.

#### 4.2.3.3.2 Modelo 3D.

En el modelo 2D se podía especificar el número de onda circunferencial  $m$ . Sin embargo, esto no es posible en el modelo 3D. Los modos calculados se ordenan en orden creciente de frecuencia, y se encuentran intercalados los modos con distintos valores de  $m$ .

Para este modelado del sistema, se utiliza el FLUID30 para el líquido y el SHELL63 para el depósito. En este caso, el tamaño de los elementos se ha tenido que aumentar respecto al caso 2D debido a la limitación en el tamaño de malla en la licencia educativa del programa. El valor de la variable de tamaño de malla, TAMEL, es igual a 3 m.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.6 y tiene la siguiente forma:

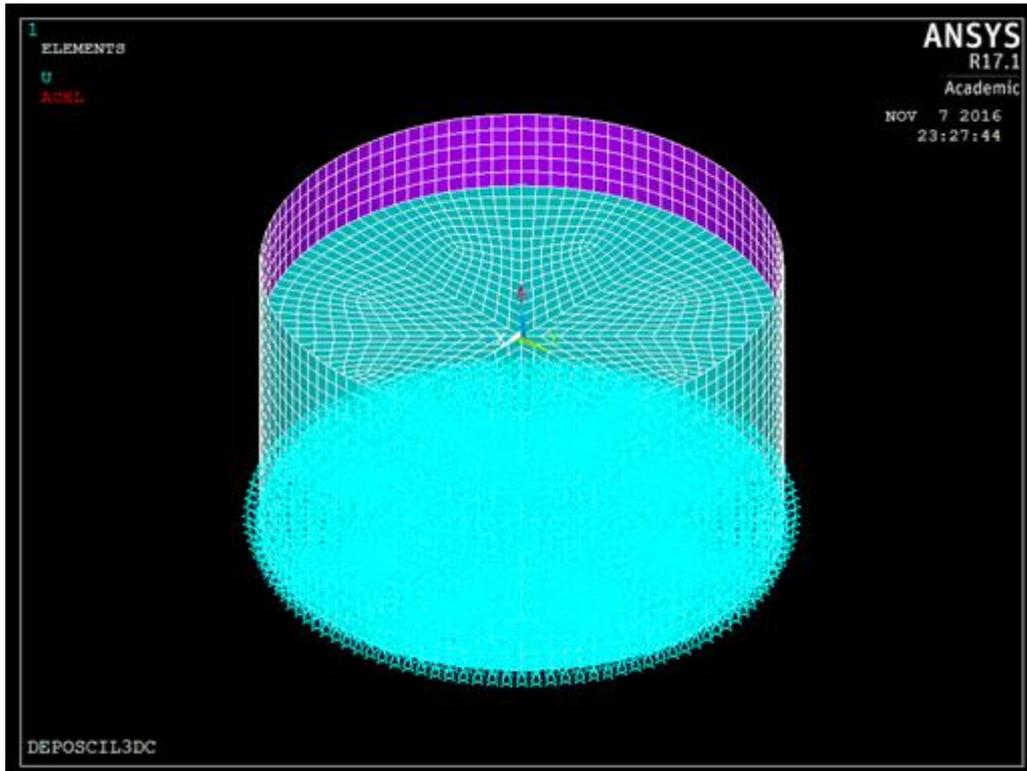


Figura 4-18. Modelo 3D Artículo 3.

El autor recoge las frecuencias axisimétricas ( $m=0$ ) de chapoteo (sloshing) y las frecuencias de abultamiento (bulging) en la tabla 1, en la que además compara sus resultados con una referencia.

En las siguientes tablas se encontrarán los resultados de las frecuencias naturales del sistema calculadas con Ansys, y las diferencias con respecto a los valores de la tabla 1 de la referencia.

Sloshing Modes					
n	Estudio	Referencias	ANSYS	Diferencias Estudio	Diferencias Ref
1	0,19491	0,19481	0,19550	0,30%	0,35%
2	0,26410	0,26396	0,26684	1,04%	1,09%
3	0,31804	0,31788	0,32123	1,00%	1,05%
4	0,36396	0,36379	0,36491	0,26%	0,31%
5	0,40468	0,40447	0,40448	0,05%	0,00%

Tabla 4-33. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (3D) Tabla 1.

Bulging Modes					
n	Estudio	Referencias	ANSYS	Diferencias Estudio	Diferencias Ref
1	3,32880	3,51729	3,36000	0,94%	4,47%
2	6,56280	6,96624	6,60220	0,60%	5,23%
3	8,70912	9,04635	8,73710	0,32%	3,42%
4	10,46663	10,64747	10,47600	0,09%	1,61%
5	11,93621	11,99409	12,01000	0,62%	0,13%

Tabla 4-34. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 3 (3D) Tabla 1.

Los resultados de Ansys reproducen, con unas diferencias bajas, las frecuencias de chapoteo de la tabla 1. En el caso de las frecuencias de bulging, los resultados de Ansys se aproximan mejor a los datos del estudio que a los de la referencia.

#### 4.2.3.4 Artículo 4.

El cuarto artículo que se utilizará, titulado “Axisymmetric Free Vibration Analysis of a Circular Tank” fue publicado por Hisao Kondo en 1981 [14].

Se utilizan para la comparación las tablas 1 y 2 del artículo, que contienen las frecuencias naturales de chapoteo y de abultamiento, respectivamente. En este caso, las comprobaciones se realizarán con el modelo 2D.

Los elementos utilizados serán FLUID29 para el líquido y SHELL61 para el depósito. Ambos axisimétricos.

En este caso, las propiedades de los materiales y las dimensiones geométricas son las siguientes:

Notación de [14]	Notación de este PFC	
H	H	30 m
D	D	50 m
d	h	21,6 m
h	t	0,03 m
E	E	206 GPa
		0,3
$\rho_p$	s	$7850 \text{ kg/m}^3$
$\rho_l$	w	$1000 \text{ kg/m}^3$

Tabla 4-35. Datos Artículo 4.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.5 y tiene la siguiente forma:

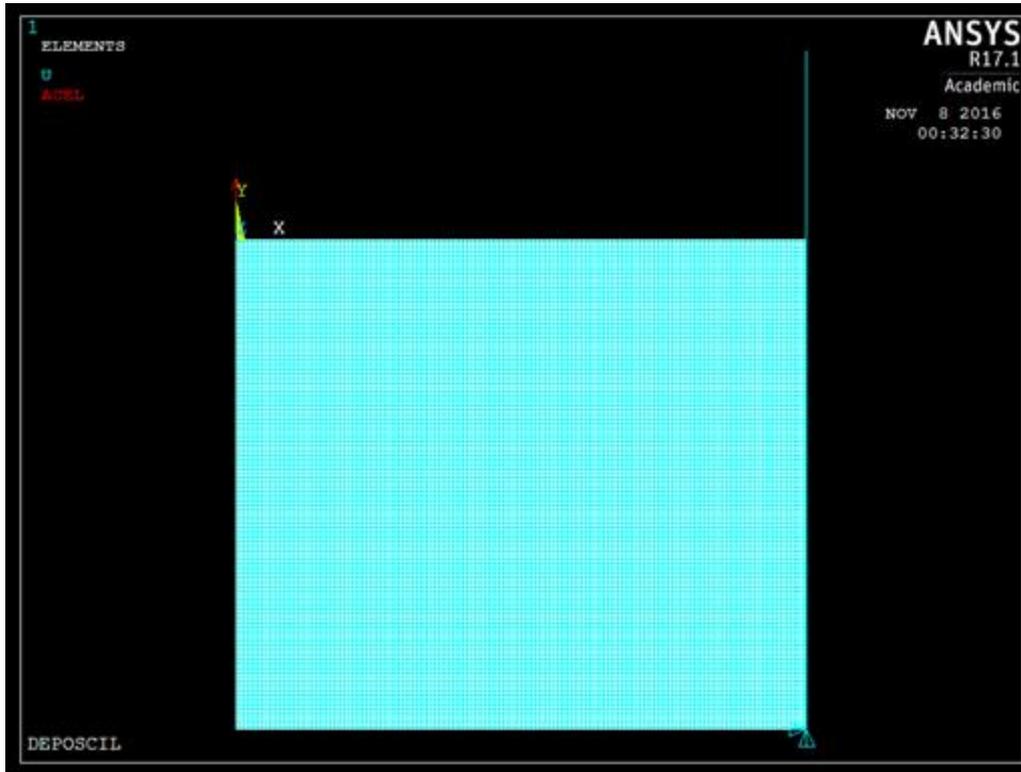


Figura 4-19 Modelado 2D Artículo 4.

En las siguientes tablas se encontrarán los resultados de las frecuencias naturales del sistema calculadas con Ansys, y las diferencias con respecto a los valores de las tablas 1 y 2 de la referencia. [14].

Modo	Pared Rígida	Pared Flexible	ANSYS	Error PR	Error PF
1	0,194795964	0,194771613	0,19488	0,04%	0,06%
2	0,263931755	0,263914884	0,26408	0,06%	0,06%
3	0,317831201	0,317817832	0,31806	0,07%	0,08%
4	0,363725968	0,363714827	0,36406	0,09%	0,09%
5	0,404405717	0,404396008	0,40488	0,12%	0,12%

Tabla 4-36. Frec Naturales Sloshing, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 4 Tabla 1.

Modo	Pared Rígida	Pared Flexible	ANSYS	Error P. Rígidas	Error P. Flexibles
1	3,516610963	3,516610963	3,4646	1,48%	1,48%
2	6,964911192	6,964911192	6,934	0,44%	0,44%
3	9,044630125	9,044630125	9,024	0,23%	0,23%
4	10,64545614	10,64545614	10,633	0,12%	0,12%
5	11,99179876	11,99180036	11,987	0,04%	0,04%

Tabla 4-37. Frec Naturales Bulging, en Hz, y Diferencias con respecto al Artículo 4 Tabla 2.

Los resultados de Ansys reproducen, con unas diferencias muy bajas, las frecuencias de chapoteo de la tabla 1. En el caso de las frecuencias de bulging, el resultado de Ansys se obtiene una diferencia un poco más alta para el primer modo. Se puede observar que las diferencias obtenidas en pared rígida y pared flexible son exactamente iguales.

### 4.3 Modos de vibración en FEM.

En este apartado se mostrarán unas figuras de los modos de vibración del depósito del artículo 2, descrito en el apartado 4.2.3.2. El modelo que se va utilizar es 3D, pero para su correcta visualización, se ha realizado el modelo 3D de medio depósito. Para poder obtener los mismos resultados con medio depósito, se han de introducir unas condiciones de contorno de simetría. En la primera condición de contorno se ha de impedir el movimiento en la dirección UY de los nodos del plano Y=0. En la segunda condición de contorno se ha de impedir la rotación en dirección OZ de los nodos del plano Y=0 del depósito (Shell).

Condición de contorno 1:

```
NSEL, S, LOC, Y, 0          !NODOS PLANO Y=0 SE IMPIDE UY
D, ALL, UY
ALLSEL
```

Condición de contorno 2:

```
ESEL, R, TYPE, , 2          !NODOS MAT 2 SE IMPIDE ROTZ
NSLE
NSEL, R, LOC, Y, 0
D, ALL, ROTZ
```

Los resultados que se van a mostrar son los que se pueden encontrar en la Tabla 4-27 y Tabla 4-28. Debido a las limitaciones de números de nodos que Ansys imponen para las licencias educacionales, el tamaño de malla utilizado (variable TAMEL) será de valor 3m. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.7.

A continuación se mostrarán las figuras de los modos de vibración de chapoteo axisimétricos (m=0) Tabla 4-27.

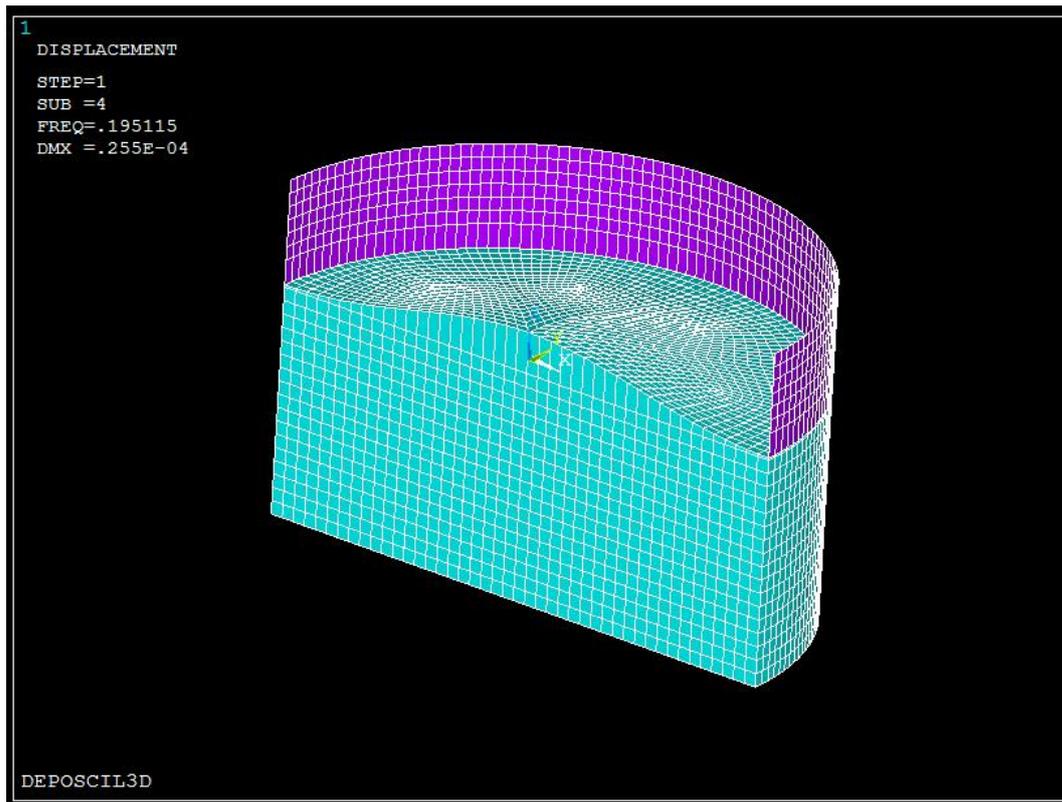


Figura 4-20. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=1$ , Frecuencia 0.195115 Hz. Desplazamientos.

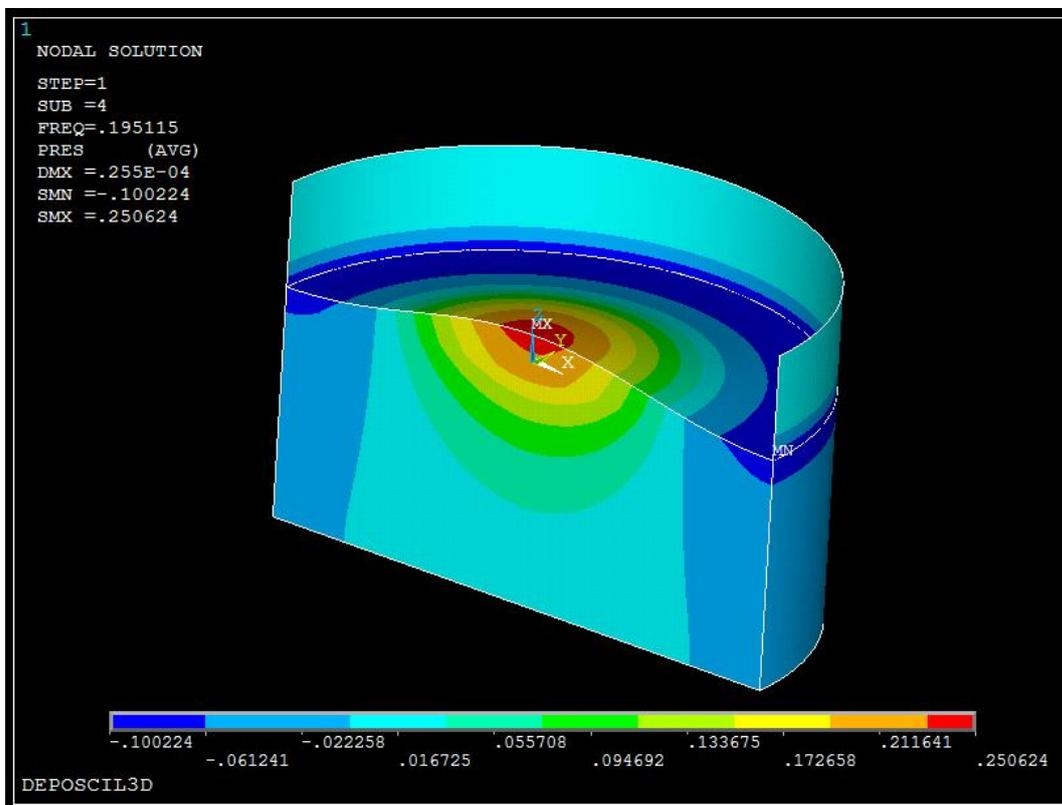


Figura 4-21. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=1$ , Frecuencia 0.195115 Hz. Presiones.

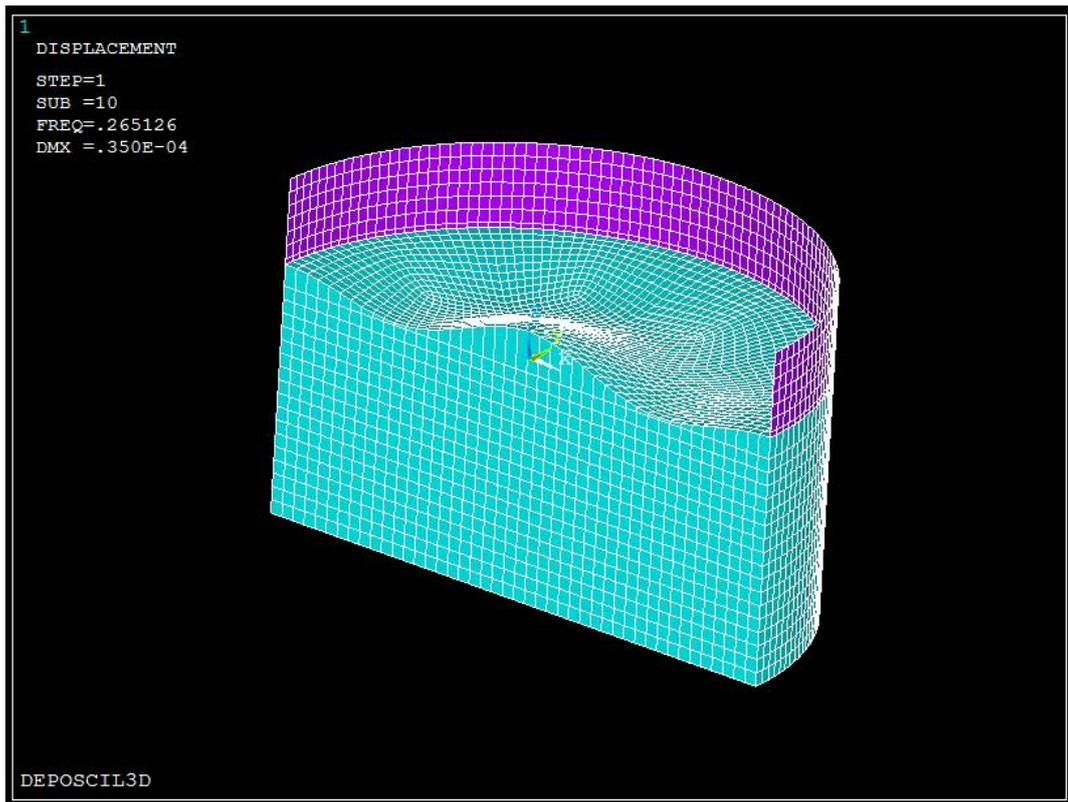


Figura 4-22. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=2$ , Frecuencia 0.265126 Hz. Desplazamientos.

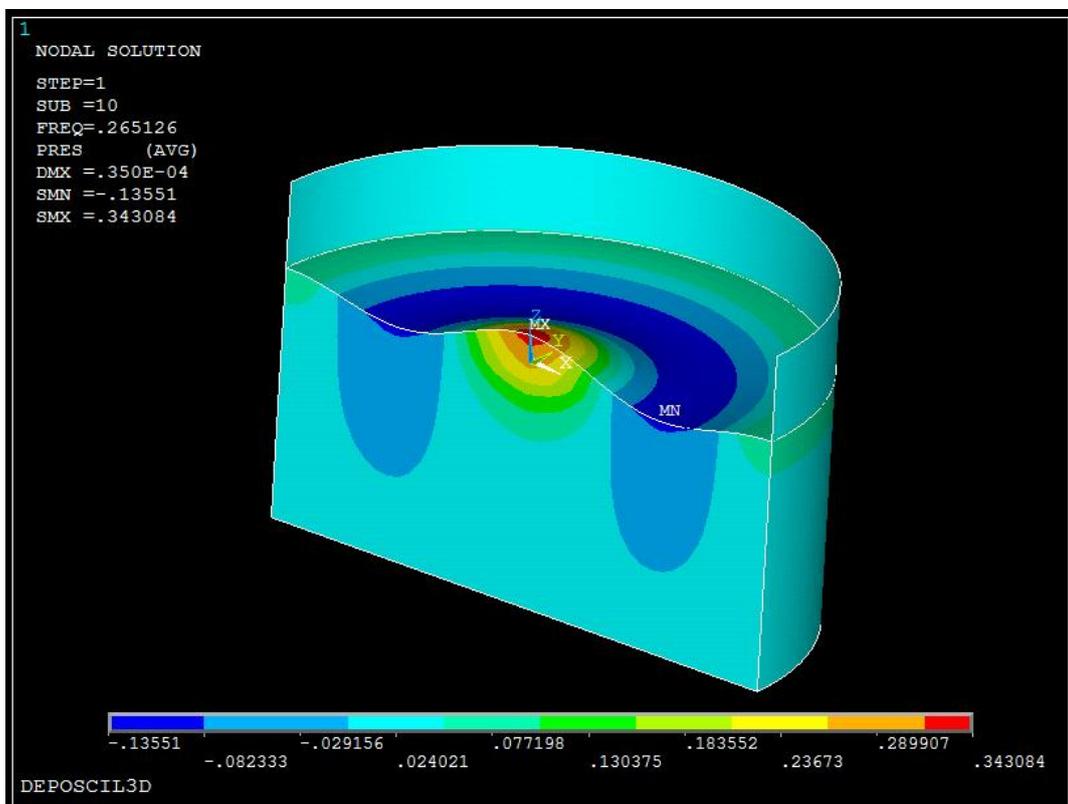


Figura 4-23. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=2$ , Frecuencia 0.265126 Hz. Presiones.

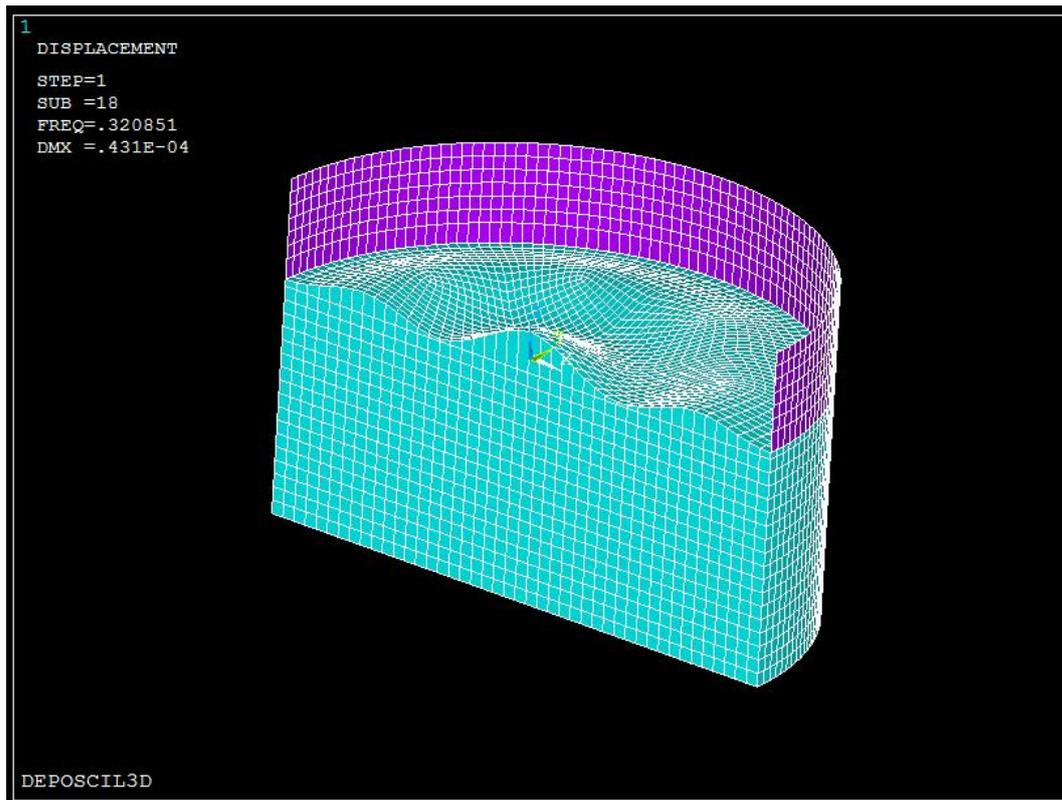


Figura 4-24. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=3$ , Frecuencia 0.320851 Hz. Desplazamientos.

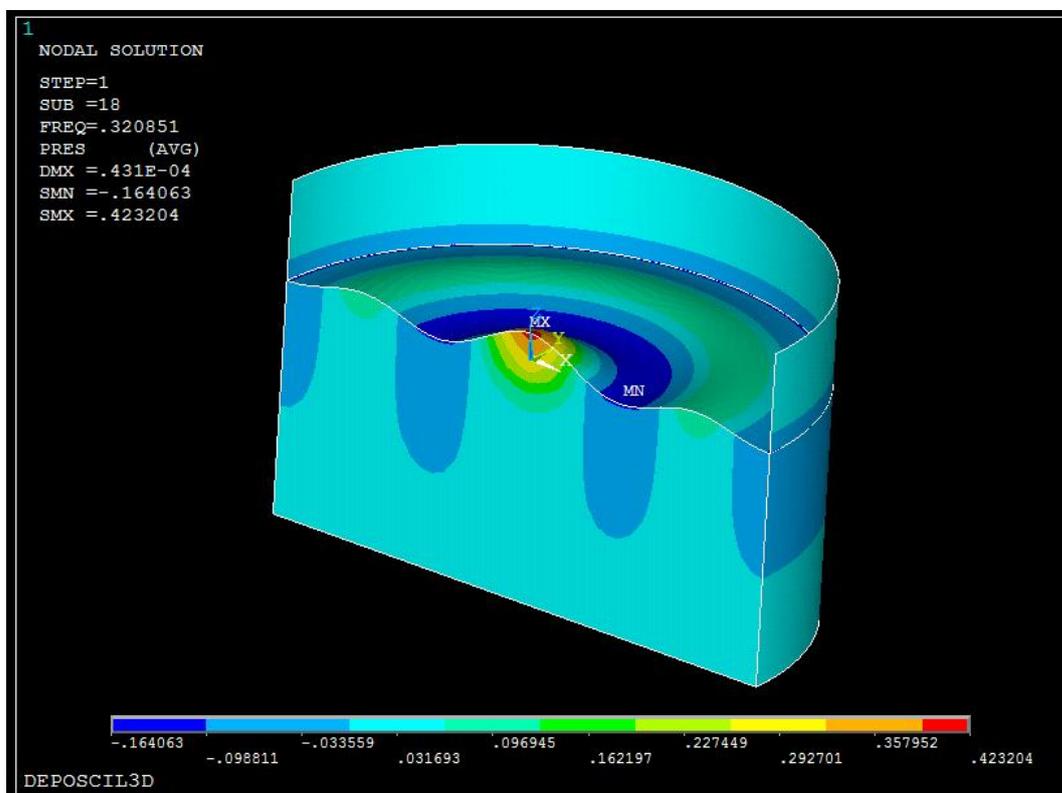


Figura 4-25. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=3$ , Frecuencia 0.320851 Hz. Presiones.

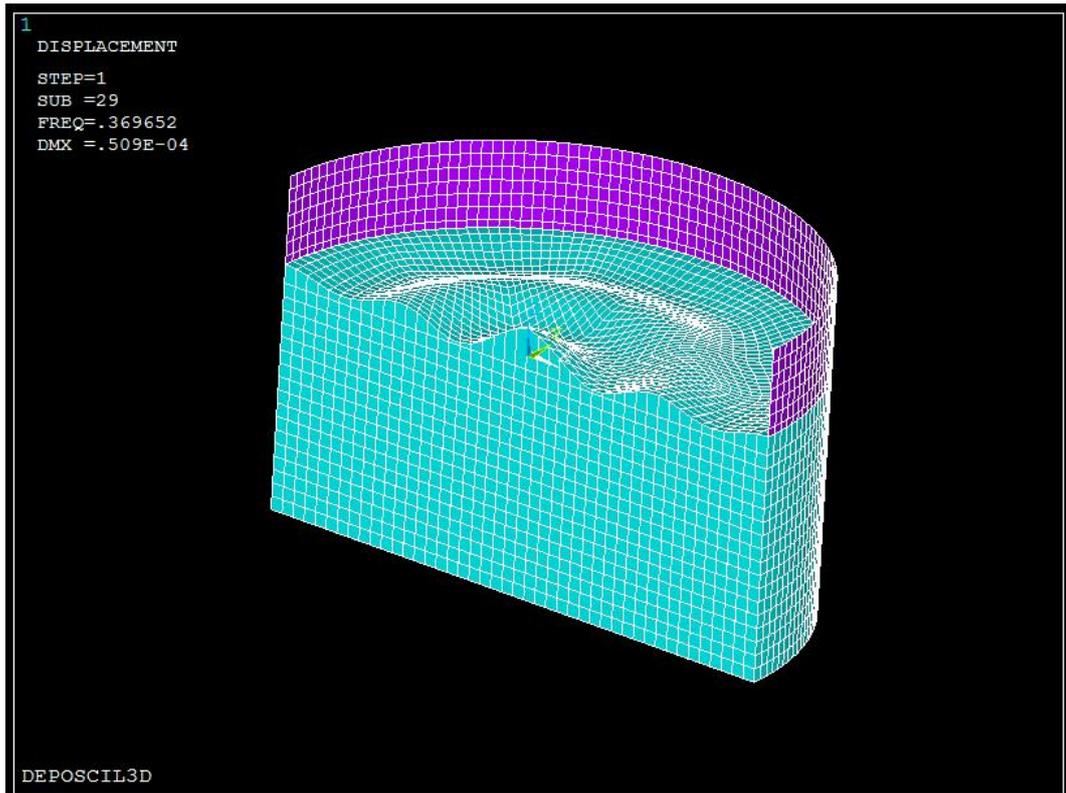


Figura 4-26. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=4$ , Frecuencia 0.369652 Hz. Desplazamientos.

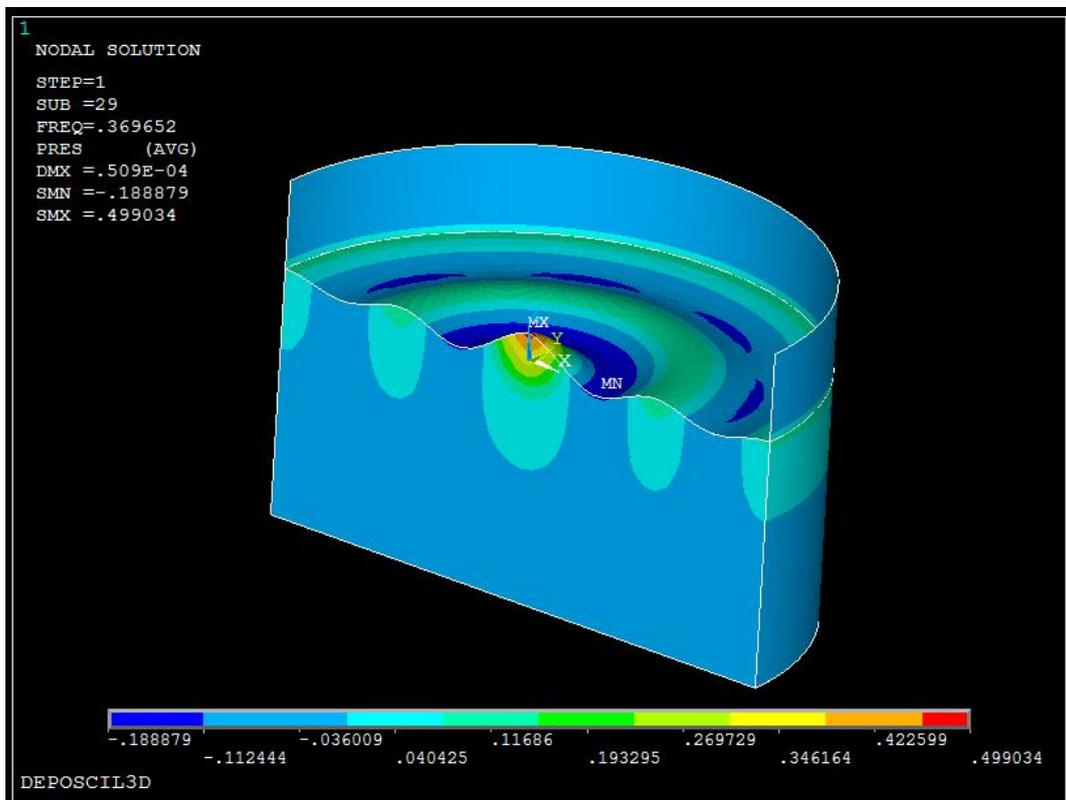


Figura 4-27. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=4$ , Frecuencia 0.369652 Hz. Presiones.

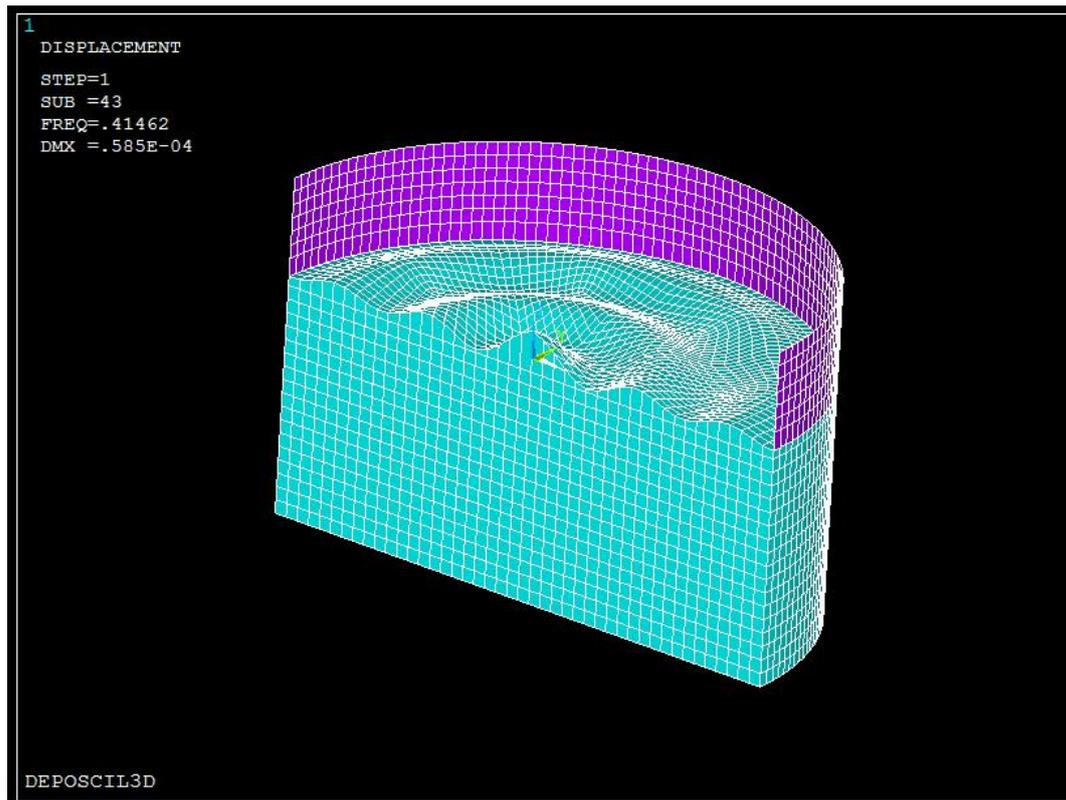


Figura 4-28. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=5$ , Frecuencia 0.41462 Hz. Desplazamientos.

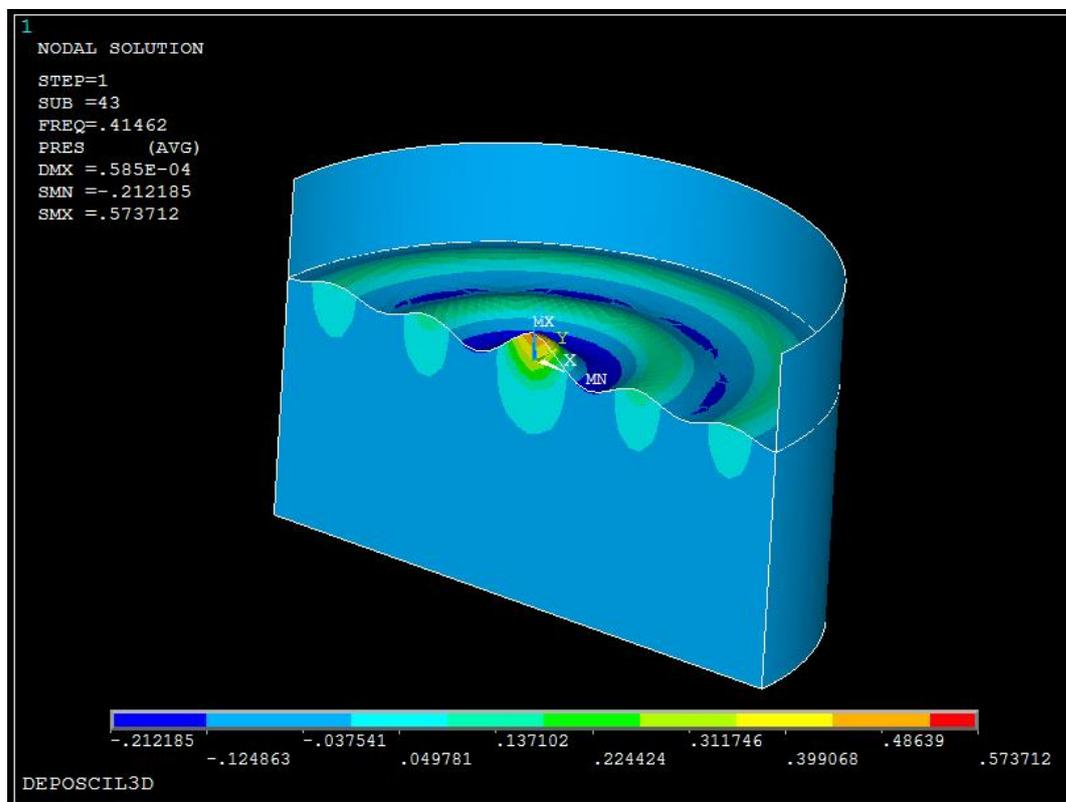


Figura 4-29. Modo de Vibración de Chapoteo  $m=0$   $n=5$ , Frecuencia 0.41462 Hz. Presiones.

A continuación se mostrará las figuras de los modos de vibración de abultamiento axisimétricos ( $m=0$ ), Tabla 4-28.

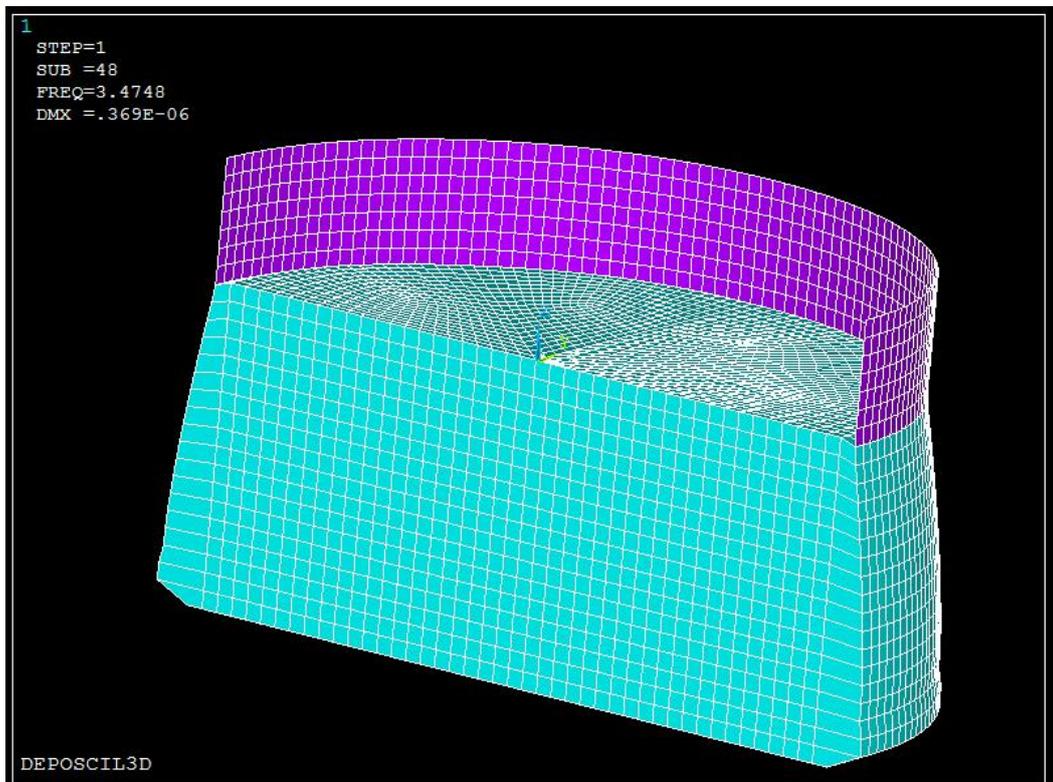


Figura 4-30. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=1$ , Frecuencia 3.4748 Hz. Desplazamientos.

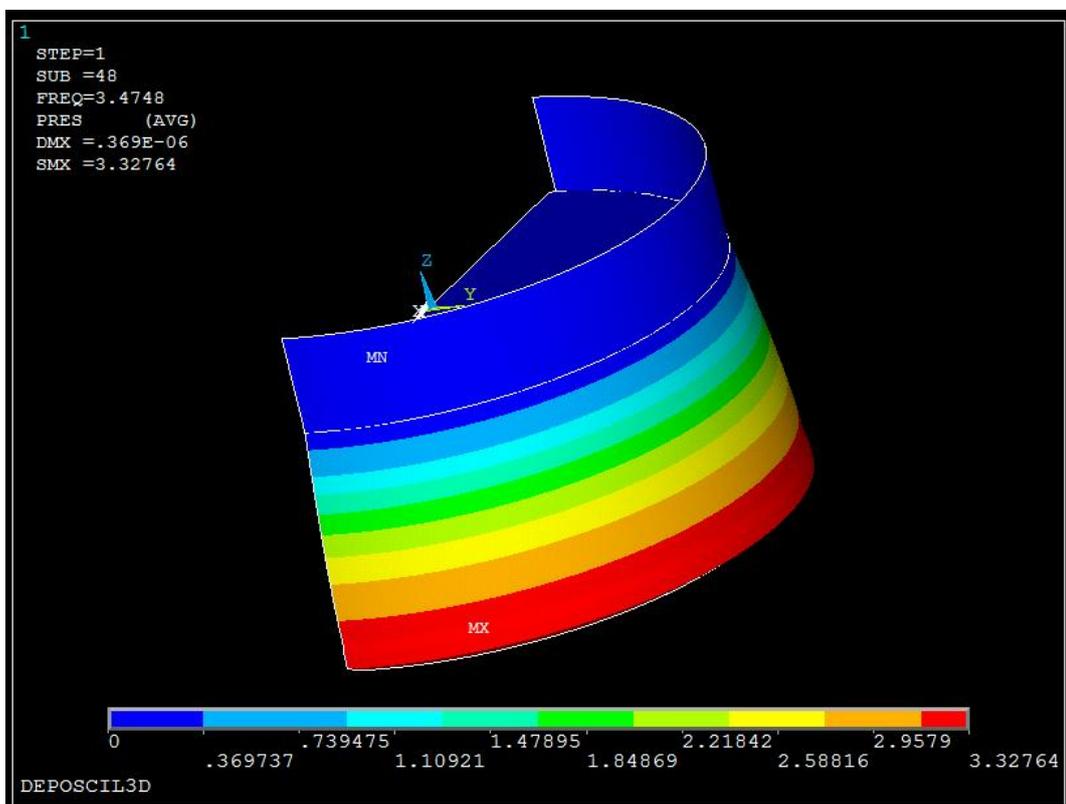


Figura 4-31. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=1$ , Frecuencia 3.4748 Hz. Presiones.

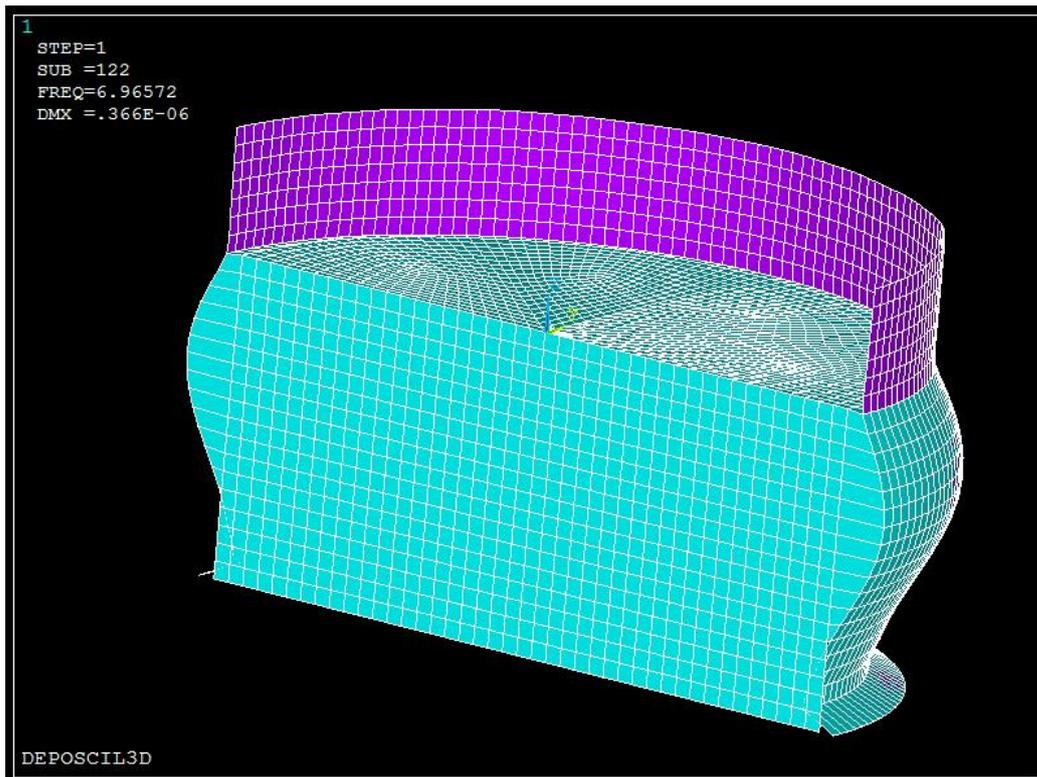


Figura 4-32. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=2$ , Frecuencia 6.96572 Hz. Desplazamientos.

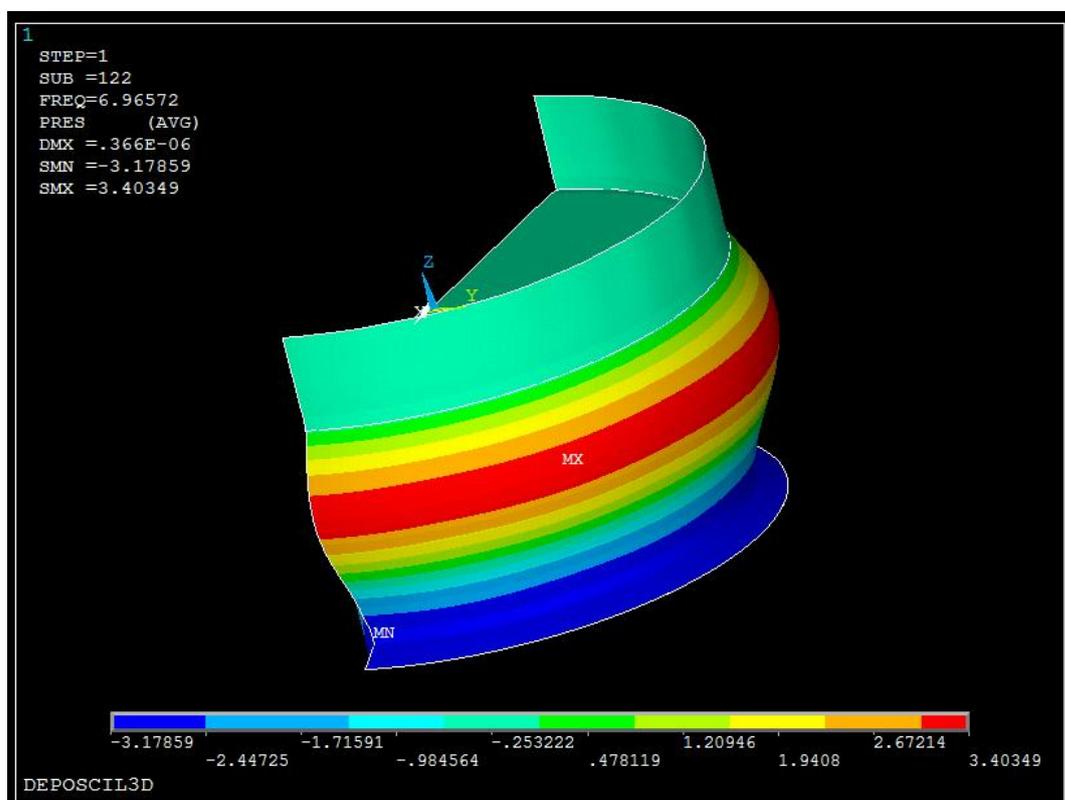


Figura 4-33. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=2$ , Frecuencia 6.96572 Hz. Presiones.

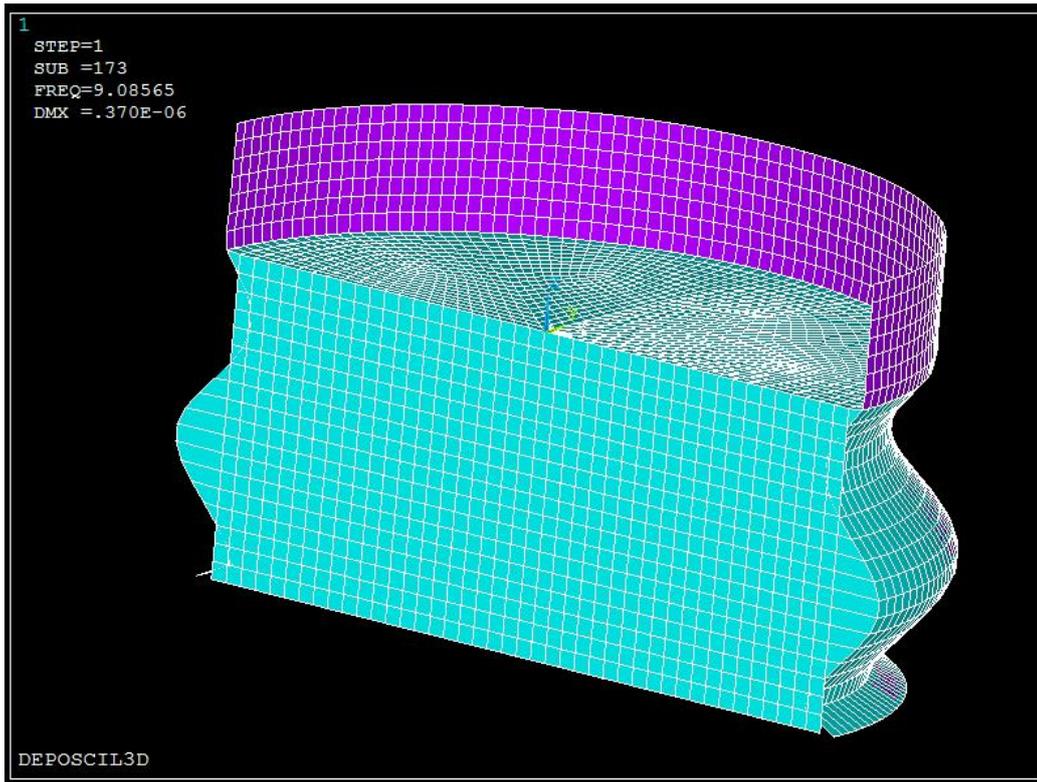


Figura 4-34. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=3$ , Frecuencia 9.08565 Hz. Desplazamientos.

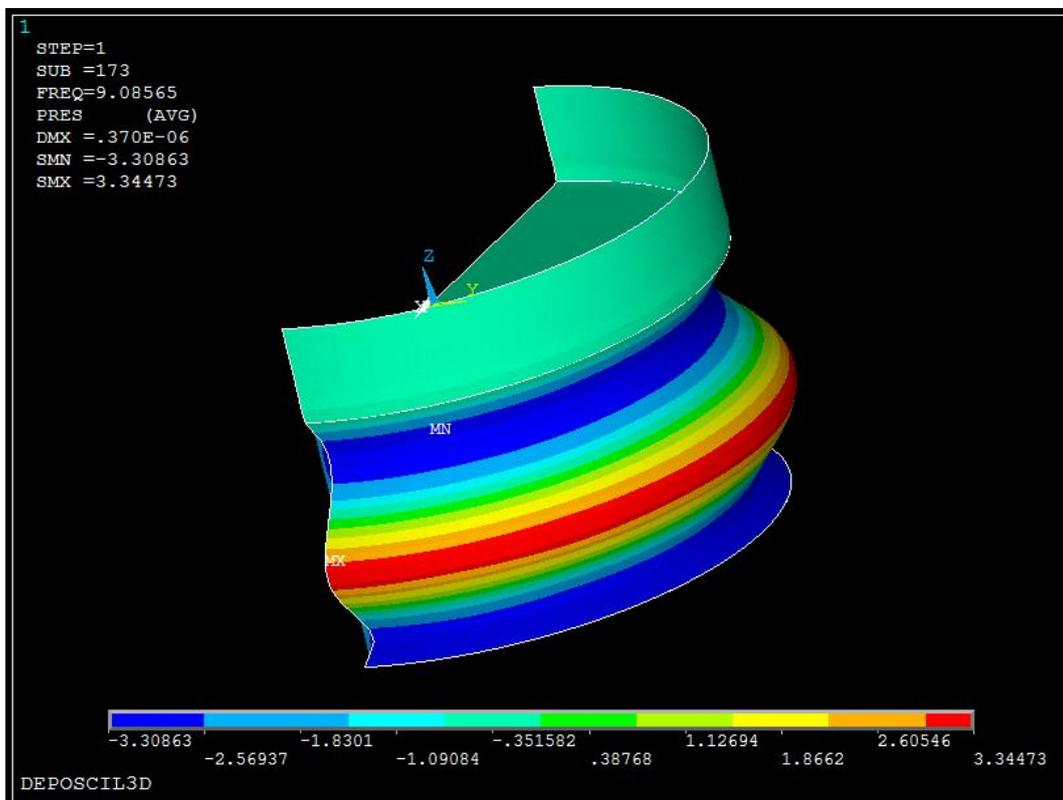


Figura 4-35. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=3$ , Frecuencia 9.08565 Hz. Presiones.

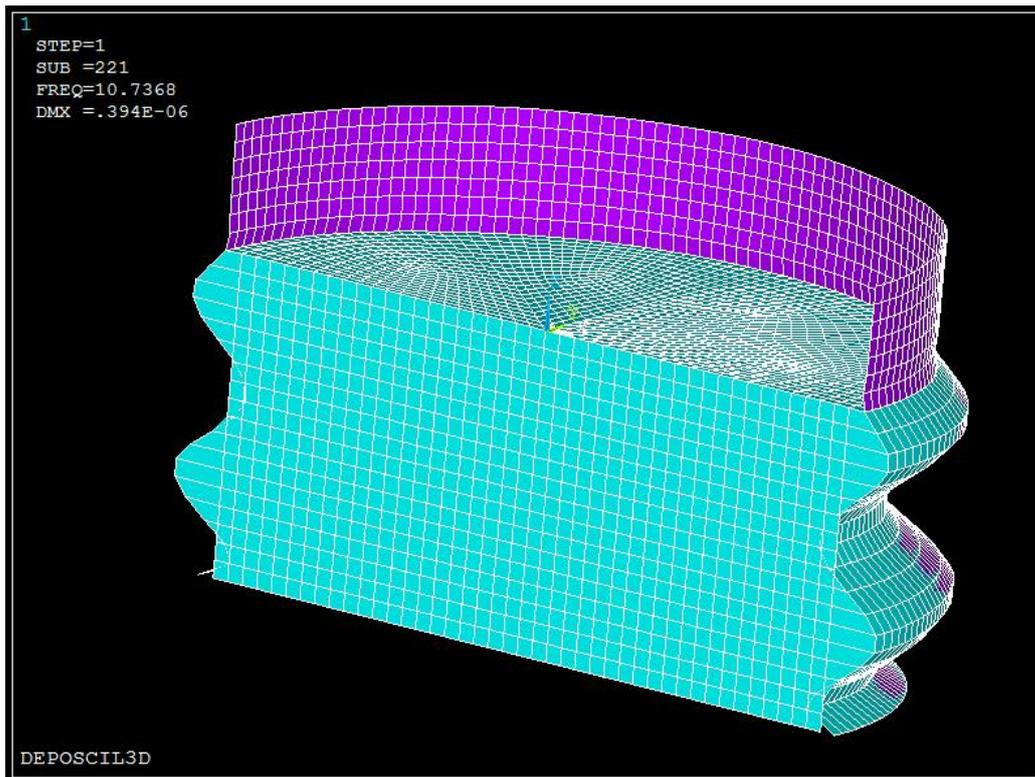


Figura 4-36. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=4$ , Frecuencia 10.7368 Hz. Desplazamientos.

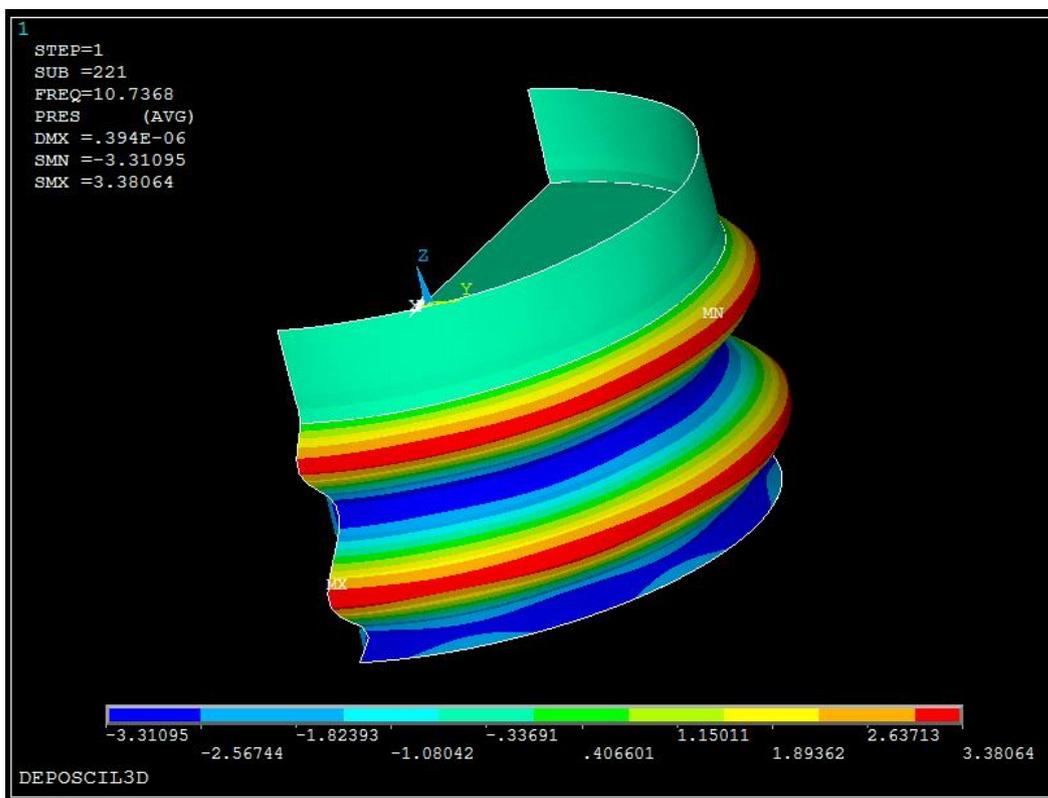


Figura 4-37. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=4$ , Frecuencia 10.7368 Hz. Presiones.

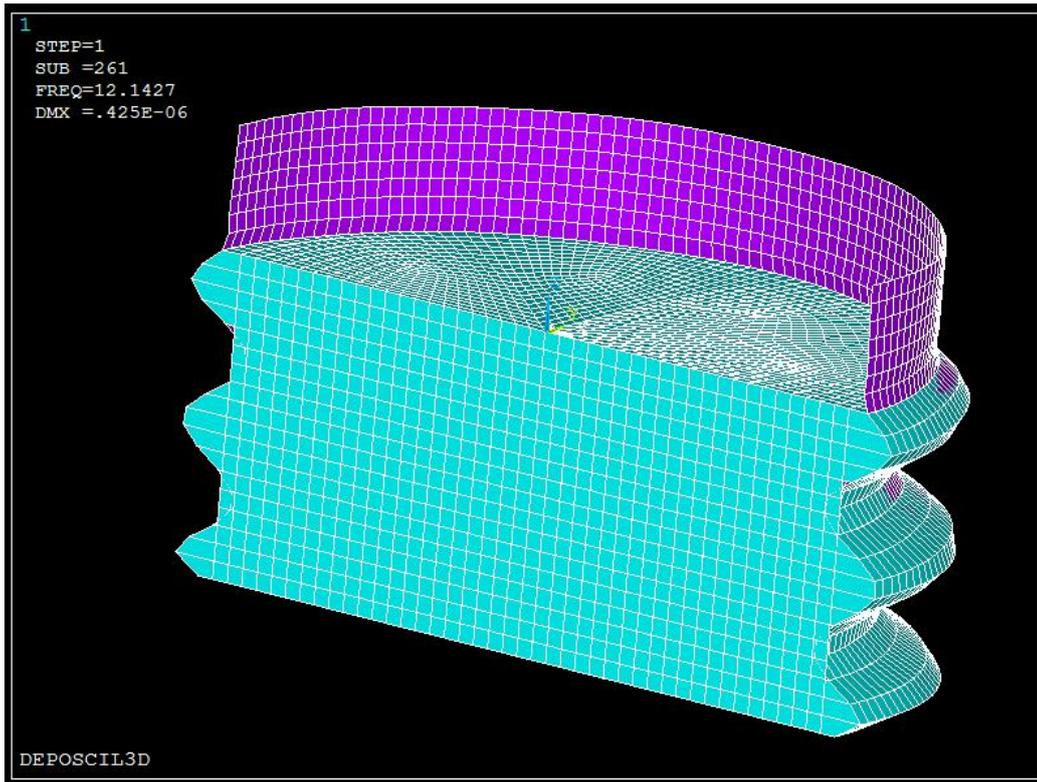


Figura 4-38. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=5$ , Frecuencia 12.1427 Hz. Desplazamientos.

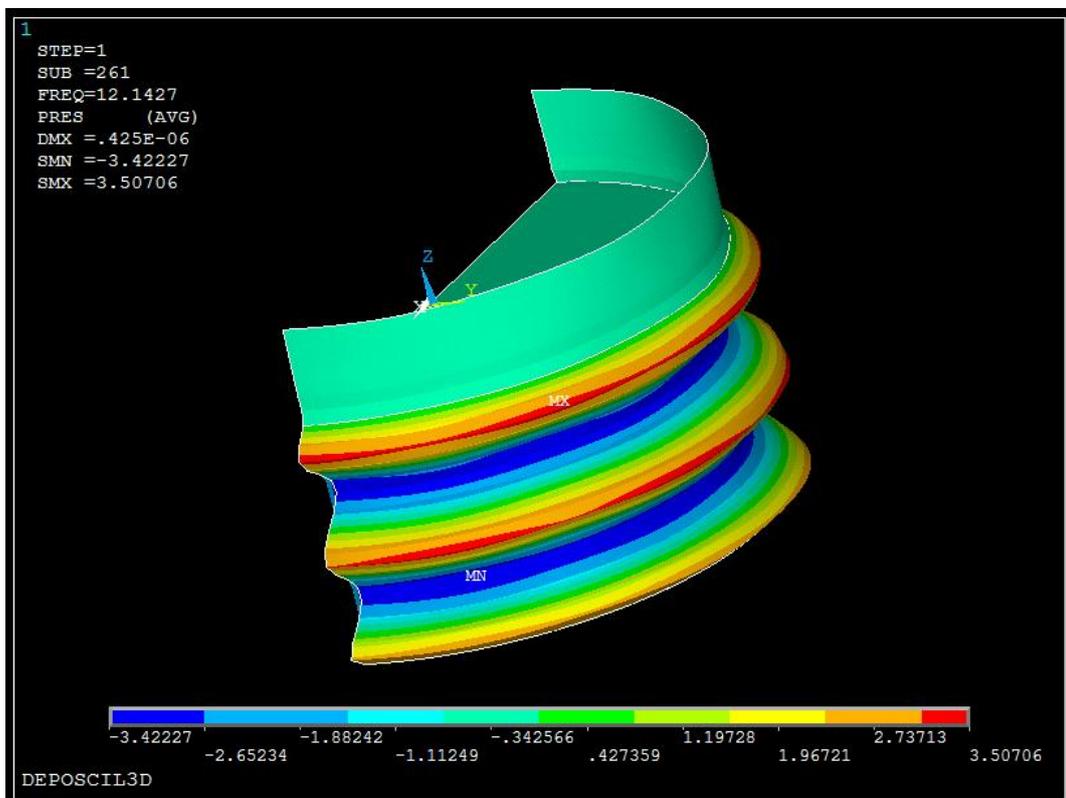


Figura 4-39. Modo de Vibración de Abultamiento  $m=0$   $n=5$ , Frecuencia 12.1427 Hz. Presiones.



# 5 ESTUDIO ESPECTRAL

En este apartado, se realizará el estudio espectral del sismo para el sistema. En primer lugar se calculará el espectro de respuesta sísmico en una ubicación concreta, mediante dos normativas NCSE-02 y API-650. A continuación se realizará el cálculo analítico de la respuesta sísmica del líquido almacenado en el depósito suponiendo paredes rígidas con las normativas API-650 y el Eurocódigo 8. Se compararán los resultados obtenidos por ambas normativas. Todos estos resultados analíticos serán comparados con los resultados del análisis espectral realizado en Ansys para un modelo de elementos finitos del depósito.

## 5.1 Espectro de Respuesta Sísmica.

En este apartado, se calculará el espectro de respuesta sísmica con las dos normativas elegidas NCSE-02 y API650. Se calculará dos espectros de respuesta sísmica con amortiguamientos distintos (5% y 0.05%). El primero se utilizará para la respuesta impulsiva del fluido y el segundo para la respuesta convectiva.

### 5.1.1 NCSE-02

Esta Norma establece un espectro normalizado de respuesta elástica en la superficie libre del terreno, para aceleraciones horizontales, correspondiente a un oscilador lineal simple con un amortiguamiento de referencia del 5% respecto al crítico.

Se calcula de la siguiente forma:

Para  $T \leq T_A$ :

$$r(T) = \begin{cases} 1 + 1.5 \left( \frac{T}{T_A} \right) & \text{si } T \leq T_A \\ 2.5 & \text{si } T_A \leq T \leq T_B \\ K \frac{C}{T} & \text{si } T \geq T_B \end{cases} \quad (5.1)$$

Donde:

$\alpha(T)$ : Valor del espectro normalizado de respuesta elástica.

T: Período propio del oscilador en segundos.

K: Coef de contribución.

C: Coef del terreno.

Los valores de los periodos  $T_A$  y  $T_B$  son calculados:

$$T_A = K \frac{C}{10} \quad (5.2)$$

$$T_B = K \frac{C}{2,5} \quad (5.3)$$

El espectro de respuesta tipo tiene la siguiente forma:

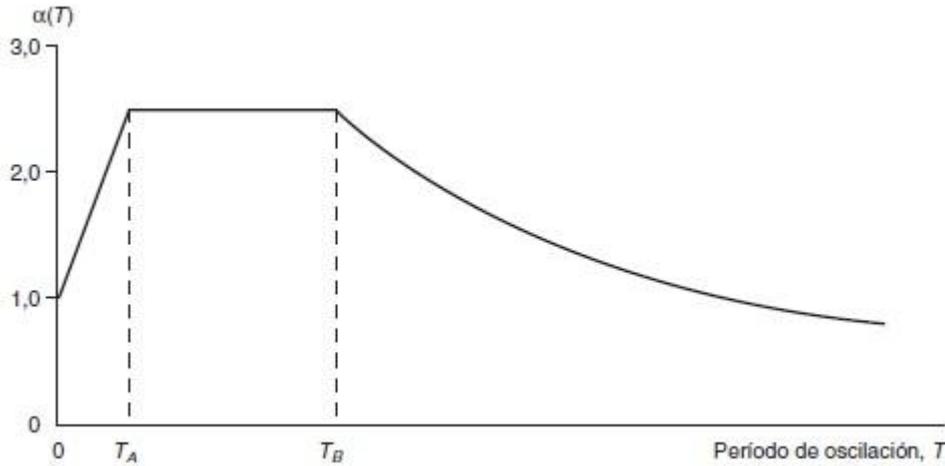


Figura 5-1. Espectro de Respuesta NCSE-02 Tipo.

El espectro de respuesta sísmica dimensional para las aceleraciones horizontales se obtiene multiplicando  $\alpha(T)$  por la aceleración sísmica de cálculo, que se define como:

$$a_c = S \cdot \dots \cdot a_b \quad (5.4)$$

Donde:

$a_b$ : aceleración sísmica básica definida en el mapa de peligrosidad sísmica y de forma detallada en el Anexo 1 [15].

: coeficiente adimensional de riesgo (para construcciones de importancia normal, se toma 1).

S: coeficiente de amplificación del terreno, que se puede calcular como:

$$S = \begin{cases} \frac{C}{1,25} & \text{si } \dots \cdot a_b \leq 0,1g \\ \frac{C}{1,25} + 3,33 \left( \dots \frac{a_b}{g} - 0,1 \right) \left( 1 - \frac{C}{1,25} \right) & \text{si } 0,1g < \dots \cdot a_b < 0,4g \\ 1 & \text{si } 0,4g \geq \dots \cdot a_b \end{cases} \quad (5.5)$$

Siendo C el coeficiente del terreno. Depende de las características geotécnicas del terreno de cimentación y se

detalla en la tabla 2.1 de [15].

### Coeficientes del terreno

Tipo de terreno	Coeficiente $C$
I	1,0
II	1,3
III	1,6
IV	2,0

Figura 5-2. Coeficientes del Terreno. Tabla 2.1 de la NCSE-02.

A continuación se muestra el mapa sísmico de la NCSE-02, para la obtención de  $a_b$  y  $K$ . Dichos valores también se pueden obtener del Anexo 1 de la NCSE-02 [15].

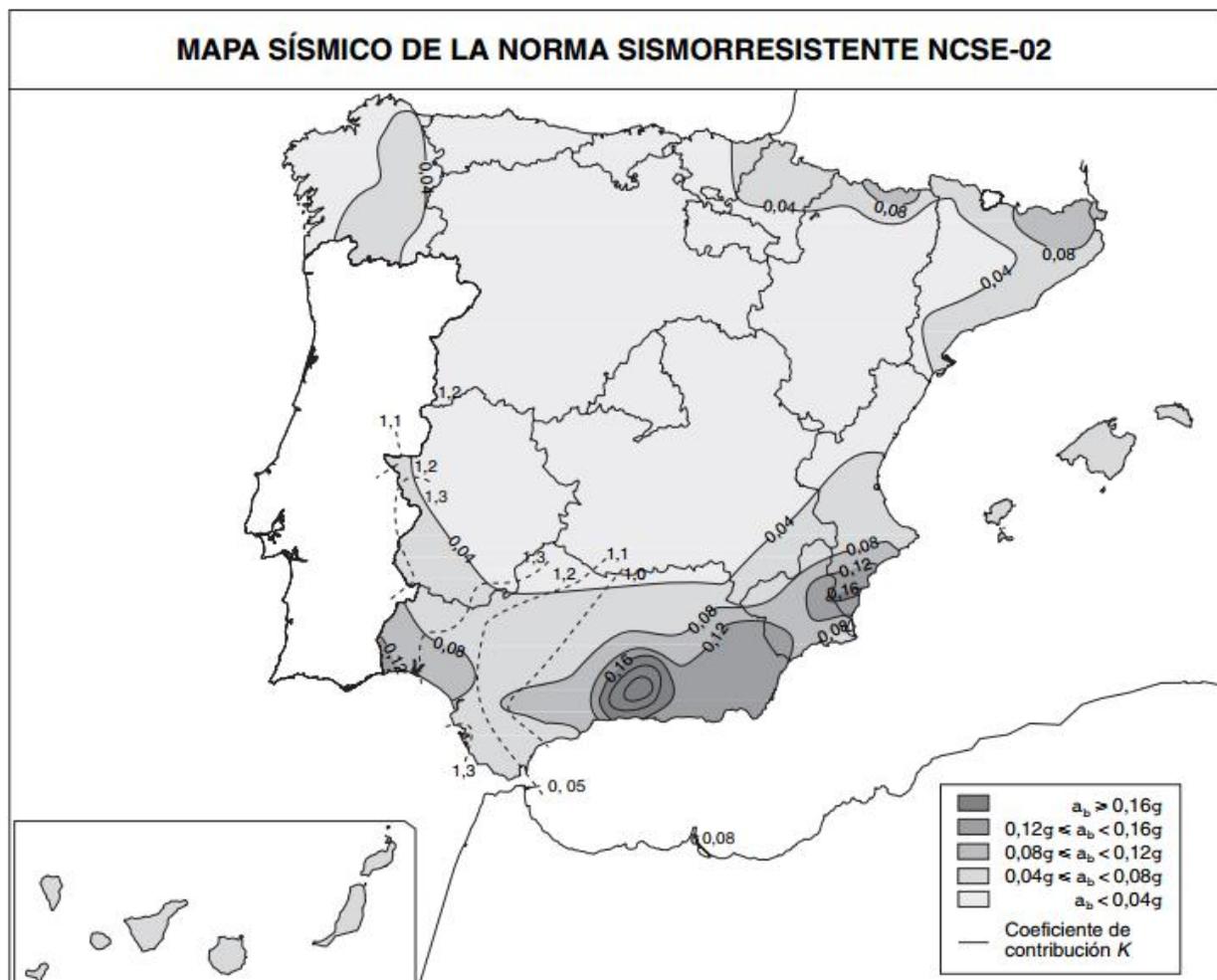


Figura 5-3. Mapa de Peligrosidad Sísmica según NCSE-02.

Para este caso, se toma un valor de la aceleración sísmica básica ( $a_b/g$ ) de 0,07 y coef de contribución  $K=1$ , que corresponde a la localidad de Marbella (Málaga). Se ha tomado un valor de  $C=1.3$ , que corresponde a un terreno del tipo II y un valor de  $\rho=1$ , importancia de la construcción normal. Por lo que:

$$a_c = S \cdot \dots \cdot a_b = \frac{C}{1.25} \cdot \dots \cdot a_b = \frac{1.3}{1.25} \cdot 1 \cdot 0.07 = 0.0728 \quad (5.6)$$

Con todos los datos anteriores se puede obtener los parámetros  $T_a$ ,  $T_b$  y  $S$ .

$$\begin{aligned} T_a &= 0.13s \\ T_b &= 0.52s \\ S &= 1.04 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Se obtiene la ecuación que define el espectro sísmico para los datos concretos:

$$r(T) = \begin{cases} 1 + 1,5 \cdot \frac{T}{0,13} & \text{si } T \leq 0,13s \\ 2,5 & \text{si } 0,13s < T < 0,52s \\ \frac{1,3}{T} & \text{si } T \geq 0,52s \end{cases} \quad (5.8)$$

La respuesta con un amortiguamiento de 0,5 % se calcula multiplicando las ordenadas del espectro, para periodos  $T \geq T_A$ , por un factor de corrección. Dicho factor viene dado por:

$$v = (5/\Omega)^{0,4} = 2,51 \quad (5.9)$$

donde  $\Omega$  es el amortiguamiento de la estructura expresado como un porcentaje del amortiguamiento crítico. Para periodos entre 0 y  $T_A$ , se realiza una interpolación lineal, entre  $\alpha(0)=1$  y  $\alpha(T_A)=2.5 v$ .

Teniendo en cuenta la corrección por amortiguamiento, se obtiene la siguiente ecuación que define el espectro sísmico para 0.5%:

$$r(T, \Omega = 0,5\%) = \begin{cases} 1 + (2,5v - 1) \cdot \frac{T}{0,13} & \text{si } T \leq 0,13s \\ 2,5v & \text{si } 0,13s \leq T \leq 0,52s \\ \frac{1,3v}{T} & \text{si } T \geq 0,52s \end{cases} \quad (5.10)$$

En la siguiente figura se representan gráficamente los espectros de respuesta adimensionales con amortiguamientos de 5% y del 0.5%, ecuaciones (5.8) y (5.10), respectivamente.

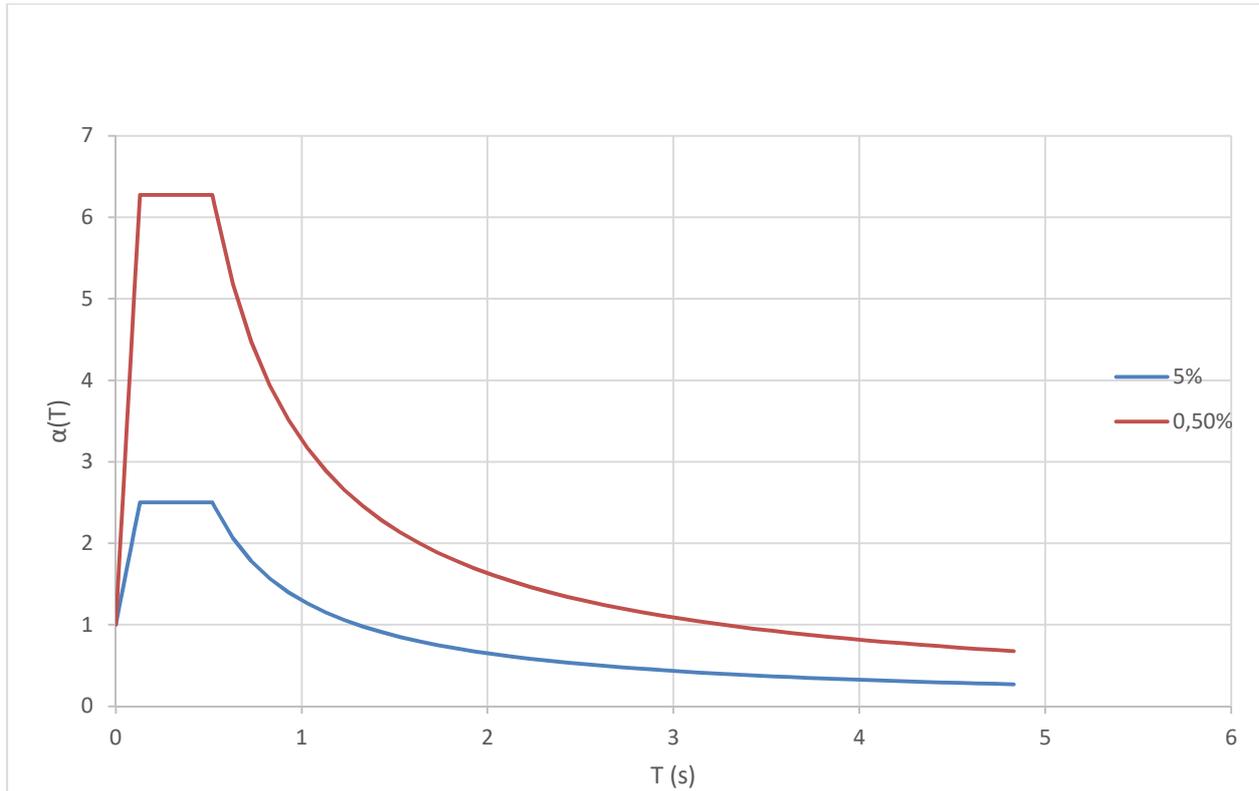


Figura 5-4. Espectro de Respuesta Elástica Adimensional. NCSE-02.

### 5.1.2 API-650.

La normativa API-650, en su anexo E “Seismic Design of Storage Tanks” [16], establece como se ha de calcular el espectro de respuesta sísmico. Para este caso, donde el depósito no está localizado en la zona de acción de USA, no se podría utilizar la información de aceleraciones básicas ofrecidas por la normativa ASCE-7. Sin embargo, dicha normativa propone, en el apartado E.4.3 “Site Not Defined by ASCE-7 Methods”, un método que se utilizará para obtener el espectro sísmico a partir de la aceleración sísmica básica de la NCSE-02. En las regiones fuera de USA, propone partiendo de una aceleración pico del suelo denominada  $S_p$ , la obtención de los siguientes parámetros:

$$S_{DS} = 2,5 \cdot S_p \quad (5.11)$$

$$S_{D1} = 1,25 \cdot S_p \quad (5.12)$$

El valor de  $S_p$  es el pico de aceleración horizontal en el suelo, el cual es la ordenada del espectro sísmico para  $T=0$  s. En este apartado se tomará un valor de  $S_p$  igual a la ordenada espectral en  $T=0$  s de la NCSE-02, que es la aceleración sísmica de cálculo  $a_c \cdot g$ . Utilizando la siguiente fórmula, se puede obtener la ordenada del espectro sísmico correspondiente a un amortiguamiento del 5%, para cualquier periodo,  $S_a(T)$ , a partir  $S_p$ :

Para  $T \leq T_0$ :

$$S_a = \begin{cases} S_{DS} \left( 0,4 + 0,6 \frac{T}{T_0} \right) & \text{si } T \leq T_0 \\ S_{DS} & \text{si } T_0 < T < T_s \\ \frac{S_{D1}}{T} & \text{si } T_s < T < T_L \\ \frac{S_{D1} T_L}{T} & \text{si } T \geq T_L \end{cases} \quad (5.13)$$

Siendo los valores de  $T_0=0,2(S_{D1}/S_{DS})=0.1s$ ,  $T_1=S_{D1}/S_{DS}=0.5s$  y  $T_L=4s$ .

El espectro de respuesta tiene la forma estándar que se muestra en la siguiente figura:

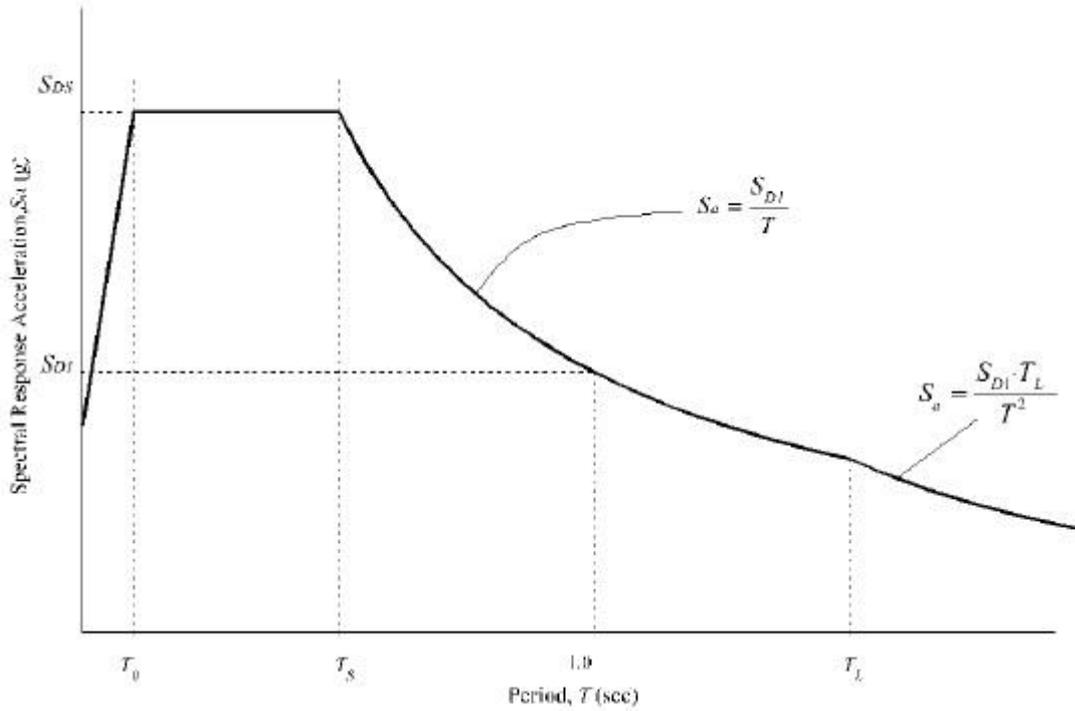


Figura 5-5. Espectro Respuesta API-650 Tipo.

El valor de  $S_p$  para este caso será el mismo que se ha utilizado para la NCSE-02 ( $S_p = \alpha(T=0) = a_c \cdot g = 0,7142m/s^2$ ). Se obtiene los valores  $S_{DS}=1.7855 m/s^2$  y  $S_{D1}=0.89275 m/s^2$ .

Se obtiene la ecuación que define el espectro sísmico para los datos concretos:

$$S_a(T) \begin{cases} 1.7167 \left( 0.4 + 0.6 \frac{T}{0.1} \right) & \text{si } T \leq 0.1s \\ 1.7167 & \text{si } 0.1s \leq T \leq 0.5s \\ \frac{0.8583}{T} & \text{si } 0.5s \leq T \leq 4s \\ \frac{3.4335}{T} & \text{si } T \geq 4s \end{cases} \quad (5.14)$$

Para obtener el espectro de respuesta para un amortiguamiento del 0,5%, la normativa API-650, modifica la respuesta espectral multiplicando por una constante que es igual a 1.5.

Con los resultados obtenidos de las ecuaciones (5.14), y el factor de corrección por amortiguamiento, se representa gráficamente la respuesta espectral:

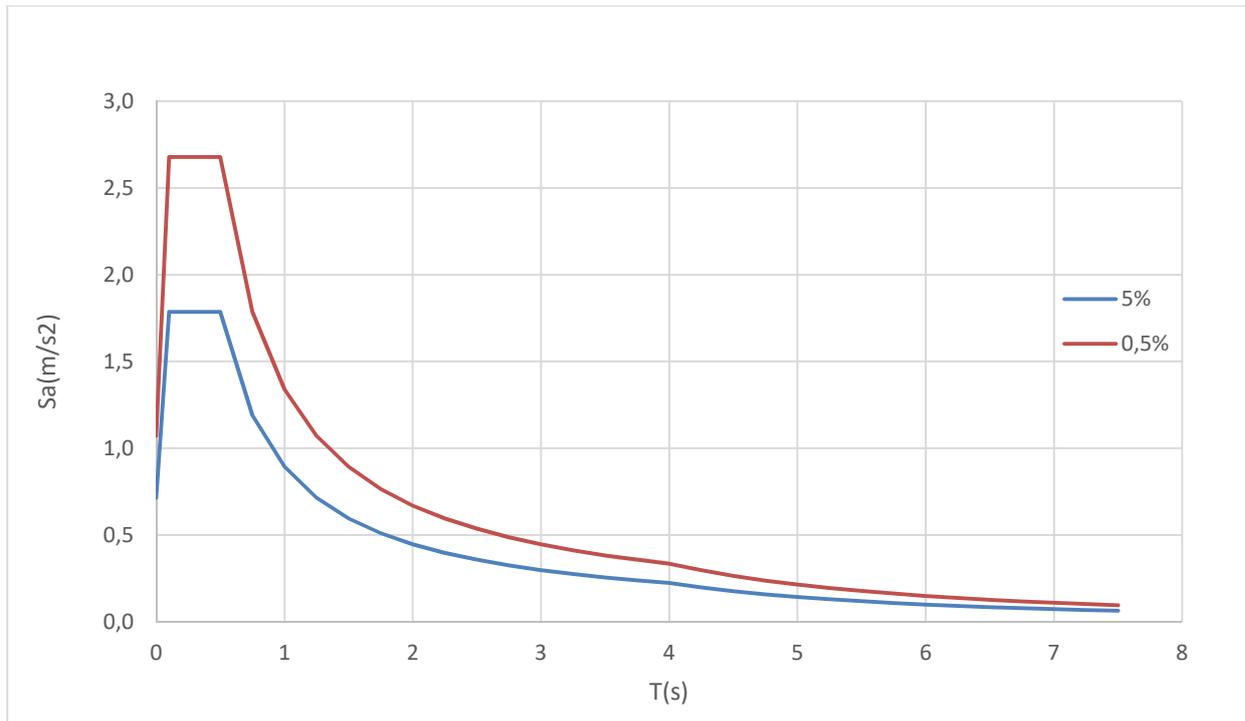


Figura 5-6. Respuesta Espectral API-650.

### 5.1.3 NCSE-02 vs API-650.

Para poder comparar los dos espectros, se debe adimensionalizar la respuesta espectral obtenida por la API-650, por ello se divide por  $S_p$ .

En la siguiente gráfica, se observan las dos repuestas para una amortiguación de 5%:

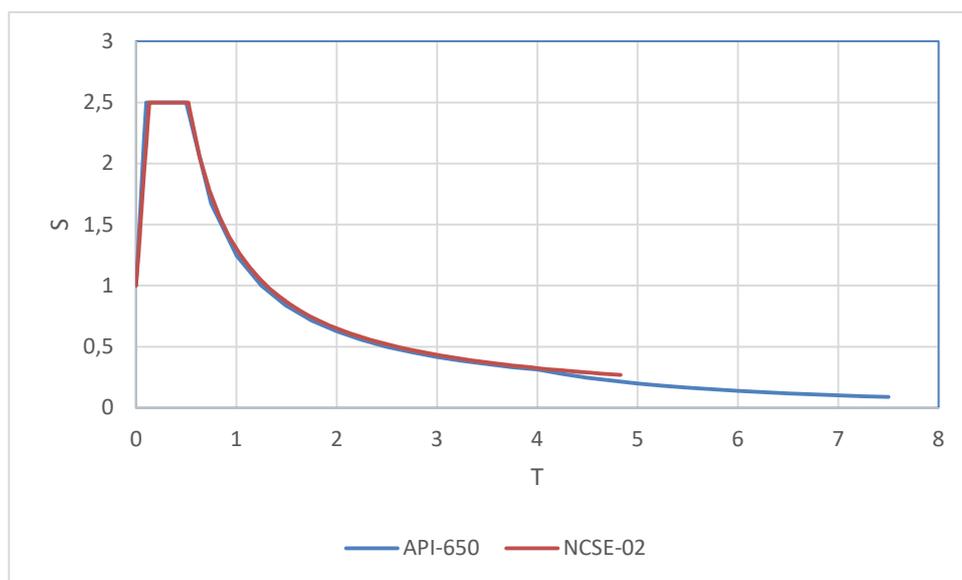


Figura 5-7. Espectro de Respuesta Elástica para un Amortiguamiento del 5%. API-650 vs NCSE-02.

Como se puede observar, las respuestas espectrales prácticamente coinciden. Sólo habría una pequeña diferencia, la normativa API-650 modifica la pendiente de la curva a partir del  $T_s$  (desplazamientos constantes), mientras la NCSE-02 mantiene la misma pendiente.

Cuando se modifica el amortiguamiento, las gráficas varían. Ya que para la NCSE-02, el factor corrector por amortiguamiento es 2,51, obtenido de la ecuación (5.9), mientras que la API-650 tiene un valor de 1,5.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

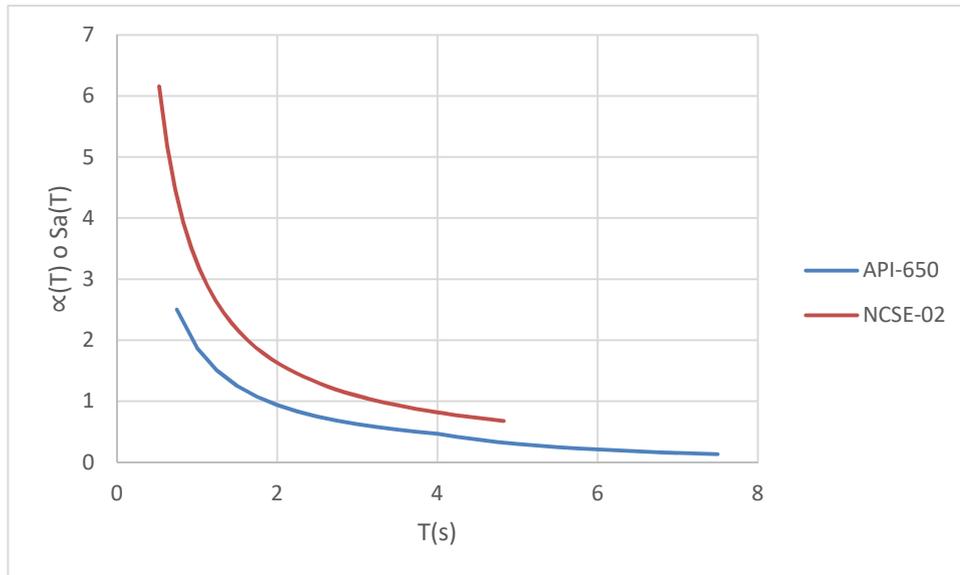


Figura 5-8. Espectro de respuesta Elástico para un amortiguamiento del 0.5%. API-650 vs NCSE-02 (0,5%)

## 5.2 Cálculo Analítico Sísmico para un depósito.

En este apartado se abordará el cálculo analítico de la respuesta sísmica de un depósito con las normativas Eurocódigo 8 y API-650. Para ello se estudiarán los parámetros más relevantes para el cálculo estructural del depósito: frecuencia natural, presión y masa para los términos impulsivos y convectivos.

Se tomarán los siguientes datos para estos cálculos.

$\rho_s$	7850 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_w$	1000 kg/m <sup>3</sup>
E	2,06e11 Pa
t	0,005 m
H	6 m
D	8 m

Tabla 5-1. Datos del Depósito.

### 5.2.1 Cálculo Analítico con Eurocódigo 8-4.

El Anexo A de esta norma, se encuentra el procedimiento para el cálculo sísmico de un depósito.

El movimiento de un fluido contenido en un tanque cilíndrico rígido puede ser expresado como la suma de dos términos, el impulsivo y el convectivo. El componente impulsivo satisface exactamente las condiciones de contorno en las paredes. Mientras que el término convectivo no altera las condiciones de contorno que ya han sido satisfechas y aplica sobre las condiciones de equilibrio en la superficie libre.

#### 5.2.1.1 Términos Impulsivos.

En este apartado se realiza el estudio de las contribuciones impulsivas.

##### 5.2.1.1.1 Presión impulsiva.

La presión impulsiva viene dada por:

$$p_i(\alpha, g, n, t) = C_i(\alpha, g) \dots h \cos n A_g(t) \quad (5.15)$$

donde:

$$C_i(\alpha, g) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{I_1'(\epsilon_n/x) \epsilon_n^2} \cos(\epsilon_n g) I_1\left(\frac{\epsilon_n}{x} \alpha\right) \quad (5.16)$$

definiendo:

$$\epsilon_n = \frac{2n+1}{2} f; \quad x = h/R \quad (5.17)$$

Los términos  $I_1$  y  $I_1'$  son las funciones de Bessel de orden 1 y su derivada, respectivamente.

Calculando las presiones impulsivas en  $\theta=0^\circ$ , en la pared ( $r/R=1$ ) y variando  $z/h$  y  $\gamma=h/R$ , se obtiene la tabla siguiente.

	$\gamma=0,1$	$\gamma=0,25$	$\gamma=0,5$	$\gamma=0,75$	$\gamma=1$	$\gamma=1,5$	$\gamma=3$
$z/h$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$	$P_i/(pRAg)$
0	0,076	0,198	0,411	0,597	0,734	0,885	0,973
0,333	0,071	0,185	0,382	0,558	0,691	0,851	0,987
0,5	0,063	0,163	0,337	0,494	0,617	0,774	0,944
0,666	0,051	0,131	0,271	0,400	0,505	0,652	0,862
0,8	0,038	0,098	0,202	0,300	0,383	0,512	0,750
0,9	0,022	0,057	0,116	0,173	0,222	0,302	0,467
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabla 5-2. Presiones Impulsivas en  $\theta=0^\circ$  y  $r/R=1$ , para niveles de llenado  $h/R$ . EC-8.

Representando los datos de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica de la distribución de presiones impulsivas en la pared del depósito ( $\theta=0^\circ$  y  $r/R=1$ ), donde la presión y la altura esta adimensionaladas.

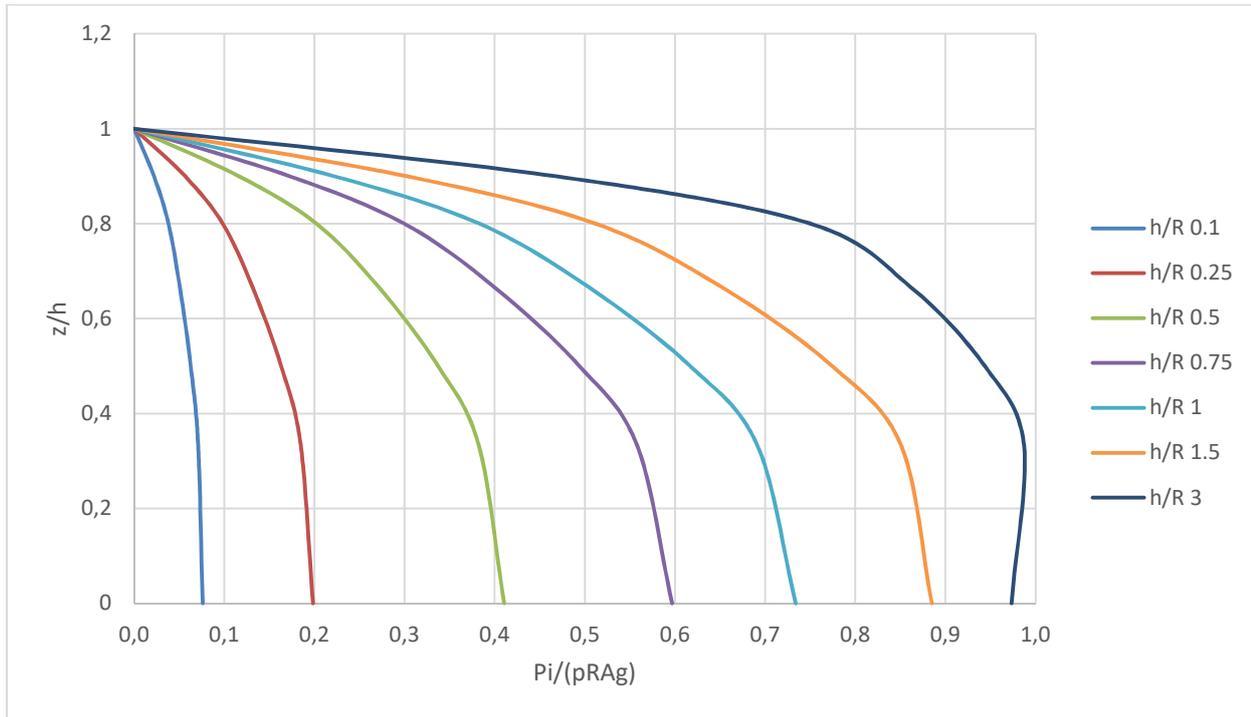


Figura 5-9. Presión Impulsiva vs Altura en la pared del depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado  $h/R$  (Adimensional). EC-8.

Calculando las presiones impulsivas para  $\theta=0^\circ$ ,  $z/h=0$  (en el fondo del depósito) y variando  $r/R$  y  $\gamma=h/R$ .

	=0,1	=0,25	=0,5	=0,75	=1	=1,5	=3
r/R	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)	Pi/(pRAg)
0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	-0,00714211	-0,014395713	0,00660143	0,049894026	0,089543107	0,14146883	0,19272251
0,4	-0,00735801	-0,01	0,041518748	0,124811265	0,1978056	0,2921583	0,383452625
0,6	-0,00724381	0,002923094	0,105766291	0,232906402	0,335986763	0,46151443	0,575110786
0,8	-0,00346611	0,049015807	0,216647688	0,383780588	0,51117219	0,65737535	0,770317213
1	0,07608098	0,198398864	0,410605246	0,5968613	0,734011172	0,88502946	0,973351352

Tabla 5-3. Presiones Impulsivas en  $\theta=0^\circ$  y  $z/h=0$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ . EC8.

Representando los datos de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica de la distribución de presiones impulsivas en el fondo del depósito ( $\theta=0^\circ$  y  $r/R=1$ ), donde la presión y el radio están adimensionalados.

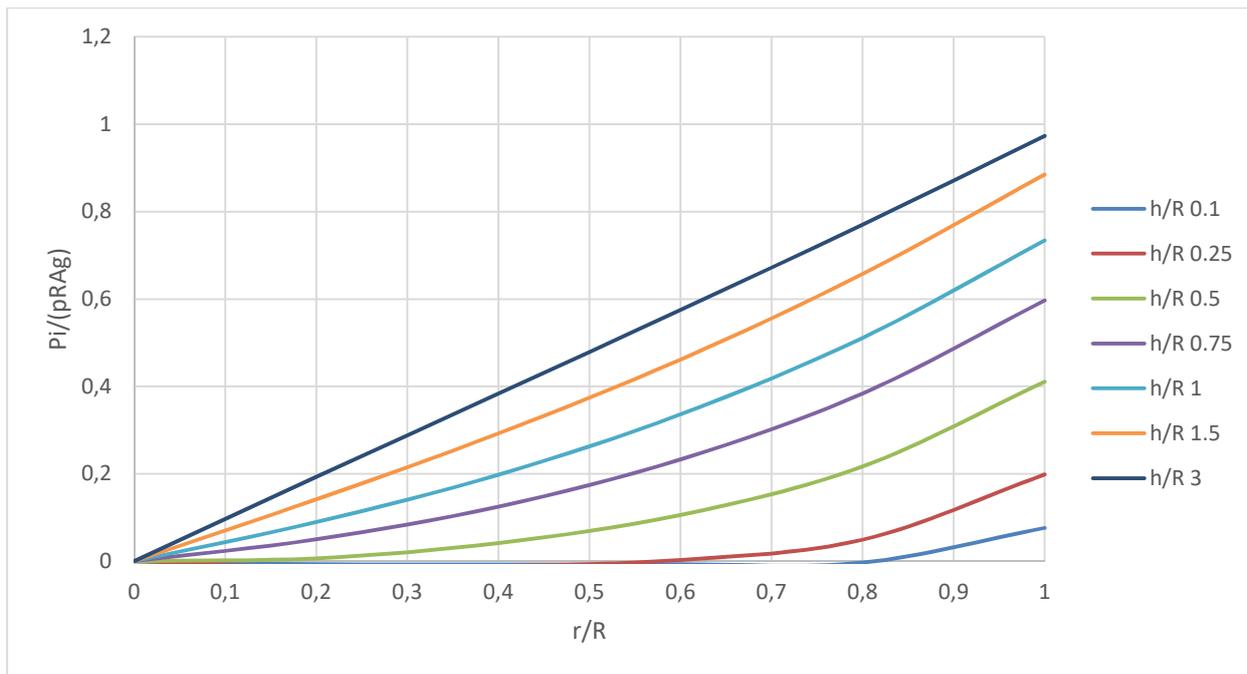


Figura 5-10. Presión Impulsiva vs Radio en el Fondo del Depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado  $h/R$  (Adimensional), EC-8.

5.2.1.1.2 Frecuencia impulsiva.

El periodo natural, en segundos, de la componente impulsiva se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$T_i = C_i \frac{\sqrt{\dots_w h}}{\sqrt{\frac{t}{R} \sqrt{E}}} \tag{5.18}$$

Los valores de  $C_i$  se obtienen en función de  $h/R$  de la tabla A.1 de EC8.4. Representando dicha tabla, se obtiene la siguiente gráfica de variación de  $C_i$  con respecto a  $h/R$ .

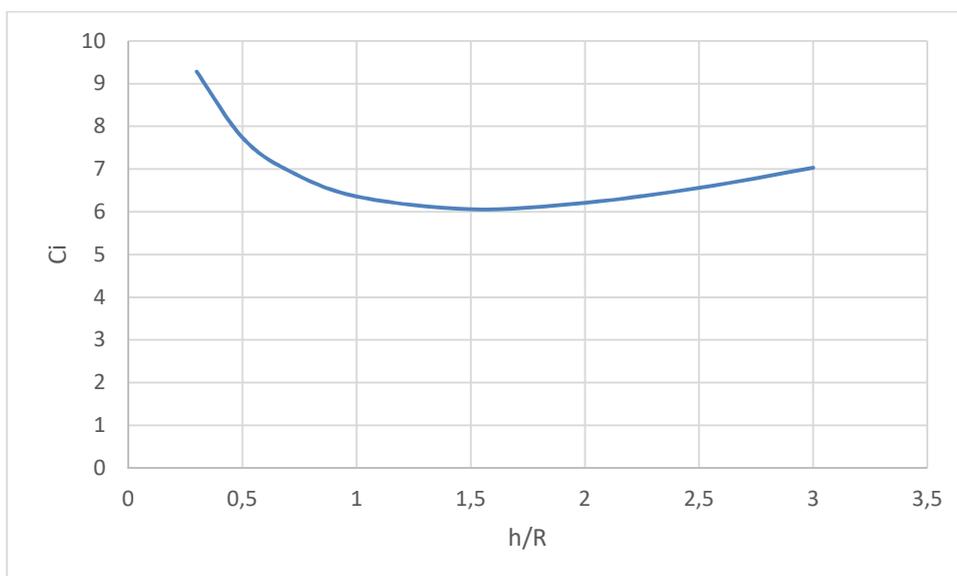


Figura 5-11. Valores de  $C_i$ , EC-8.

Con esta información se obtienen los periodos naturales en segundos y haciendo su inversa, se obtienen las frecuencias naturales en Hz.

h	h/R	C <sub>i</sub>	T <sub>i</sub> (s)	f <sub>i</sub> (Hz)
1	0,25	9,65	1,90E-02	52,60
2	0,5	7,74	3,05E-02	32,78
3	0,75	6,76	4,00E-02	25,03
4	1	6,36	5,01E-02	19,95
5	1,25	5,98	5,89E-02	16,98

Tabla 5-4. Frecuencia Impulsiva EC8.

La variación de f<sub>i</sub> frente a h/R se muestra en la siguiente representación gráfica:

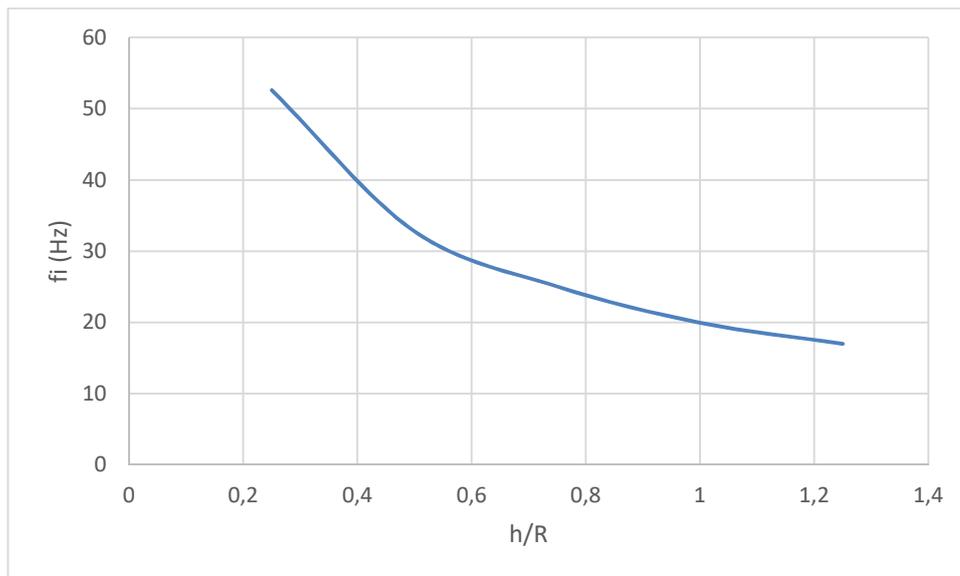


Figura 5-12. Variación de la Frecuencia Impulsiva con h/R. EC8.

### 5.2.1.1.3 Masa impulsiva.

La masa impulsiva es la masa del fluido que se mueve conjuntamente con las paredes del depósito. La expresión viene dada por:

$$m_i = m_2 \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(\epsilon_n / \chi)}{\epsilon_n^3 I_1'(\epsilon_n / \chi)} \quad (5.19)$$

Para los datos del depósito tipo según Tabla 5-1, se han calculado las masas impulsivas con la ecuación anterior para distintos valores de la altura de llenado h. Los resultados se muestran en la tabla siguiente:

h	D/h	m <sub>t</sub>	m <sub>i</sub>	m <sub>i</sub> /m <sub>t</sub>
1,00	8,00	50265,60	7285,63	0,14494266
2,00	4,00	100531,20	30115,32	0,29956193
3,00	2,67	150796,80	66111,83	0,43841666
4,00	2,00	201062,40	109885,14	0,54652257
5,00	1,60	251328,00	157328,25	0,62598775

Tabla 5-5. Masa Impulsiva EC8.

La variación de  $m_i/m_t$  frente a  $D/h$  se muestra en la siguiente representación gráfica:

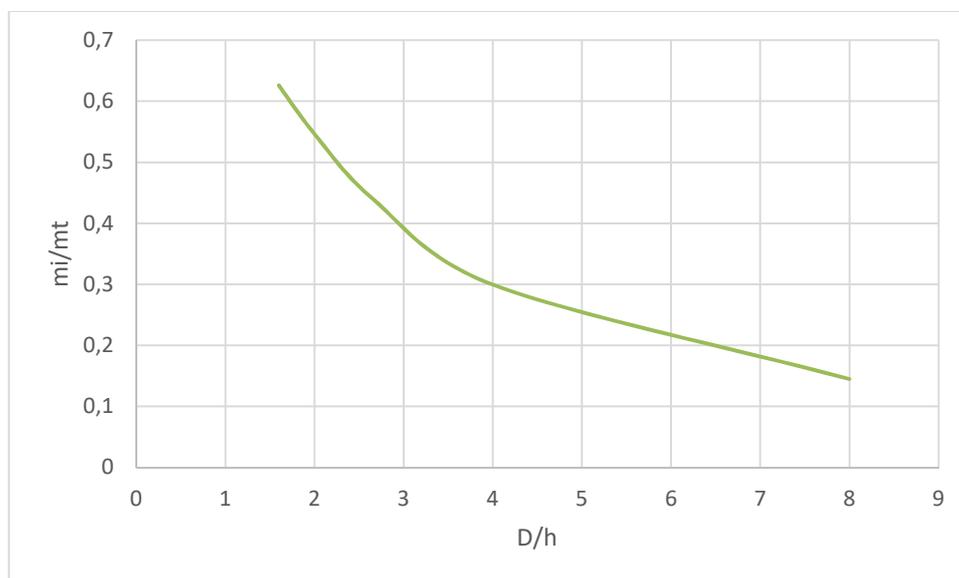


Figura 5-13. Variación de la Masa Impulsiva con D/h. EC-8.

### 5.2.1.2 Términos Convectivos.

En este apartado se realizará el estudio de las contribuciones convectivas.

#### 5.2.1.2.1 Presión convectiva.

Se comienza por el cálculo de las presiones convectivas que vienen dadas por:

$$p_c(\langle, g, n, t) = \dots \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_n \cosh(\beta_n x g) J_1(\beta_n \langle) \cos_n A_{cn}(t) \quad (5.20)$$

donde

$$\Psi_n = \frac{2R}{(\beta_n - 1) J_1 \cosh(\beta_n x)} \quad (5.21)$$

La  $J_1$  es la función de Bessel de orden 1 y  $\lambda_n$  toma los siguientes valores 1,841 5,331 y 8,536.

$A_{cn}(t)$  es la aceleración obtenida de la gráfica de respuesta espectral sísmica para un sistema de un grado de libertad con frecuencia natural de  $\omega_{cn}$ .

En las tablas siguientes se calculan las presiones convectivas para  $\theta=0^\circ$ , en la pared ( $r/R=1$ ) y variando  $z/h$  y  $\gamma=h/R$ . Las presiones convectivas se calculan para el modo 1 y el modo 2.

	=0,1	=0,25	=0,5	=0,75	=1	=1,5	=3
$z/h$	$P_c/(\rho Ra(t))$						
0,00	0,82282753	0,755368769	0,57531248	0,39567236	0,25896627	0,10531601	0,0066801
0,33	0,82437459	0,764259748	0,60255848	0,43824768	0,30918504	0,15308382	0,02154807
0,50	0,82631675	0,775462804	0,63734369	0,49379185	0,37667634	0,22273457	0,05307836
0,66	0,82902156	0,791141986	0,68687714	0,57513606	0,47931822	0,33971899	0,1323356
0,80	0,83176976	0,807164382	0,73851916	0,66268846	0,59450549	0,48552657	0,27727534
0,90	0,83415048	0,821119148	0,78434056	0,74265913	0,70369825	0,63673203	0,48167709
1,00	0,83681398	0,836813977	0,83681398	0,83681398	0,83681398	0,83681398	0,83681398

Tabla 5-6.Presiones Convectivas en la pared del depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ , 1<sup>er</sup> Modo (Adimensional) EC-8.

Representando los datos de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica, donde la presión y la altura esta adimensionadas.

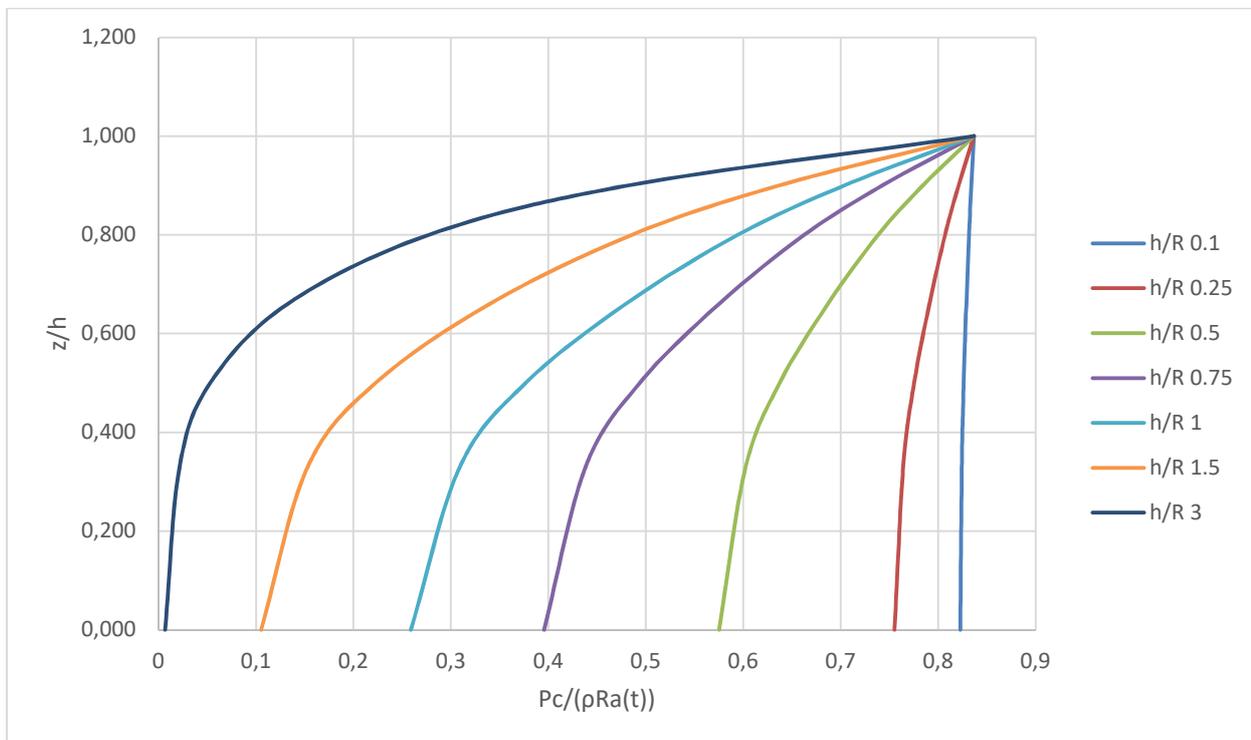


Figura 5-14. Presiones Convectiva en la pared del depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado  $h/R$  vs Altura 1<sup>er</sup> Modo (Adimensional) EC-8.

Para el 2° modo, se obtienen los siguientes valores:

z/h	=0,1	=0,25	=0,5	=0,75	=1	=1,5	=3
	$P_c/(\rho Ra(t))$						
0,00	0,06366492	0,035965093	0,01009572	0,00267447	0,00070554	4,9072E-05	1,651E-08
0,33	0,06467089	0,039566067	0,01434144	0,00541695	0,00214196	0,00035355	1,6975E-06
0,50	0,06594035	0,044251534	0,0204719	0,01005485	0,0050967	0,00133813	2,4536E-05
0,66	0,06772056	0,051090077	0,03064964	0,01926885	0,01230004	0,00504543	0,00034904
0,80	0,06954396	0,058422441	0,0431843	0,03282229	0,02511297	0,01473275	0,00297621
0,90	0,0711355	0,065096787	0,05605341	0,04891319	0,04279387	0,03277876	0,01473271
1,00	0,07292928	0,072929284	0,07292928	0,07292928	0,07292928	0,07292928	0,07292928

Tabla 5-7. Presiones Convectivas en la pared del depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado h/R. 2° Modo (Adimensional) EC-8.

Representando las presiones convectivas para el segundo modo:

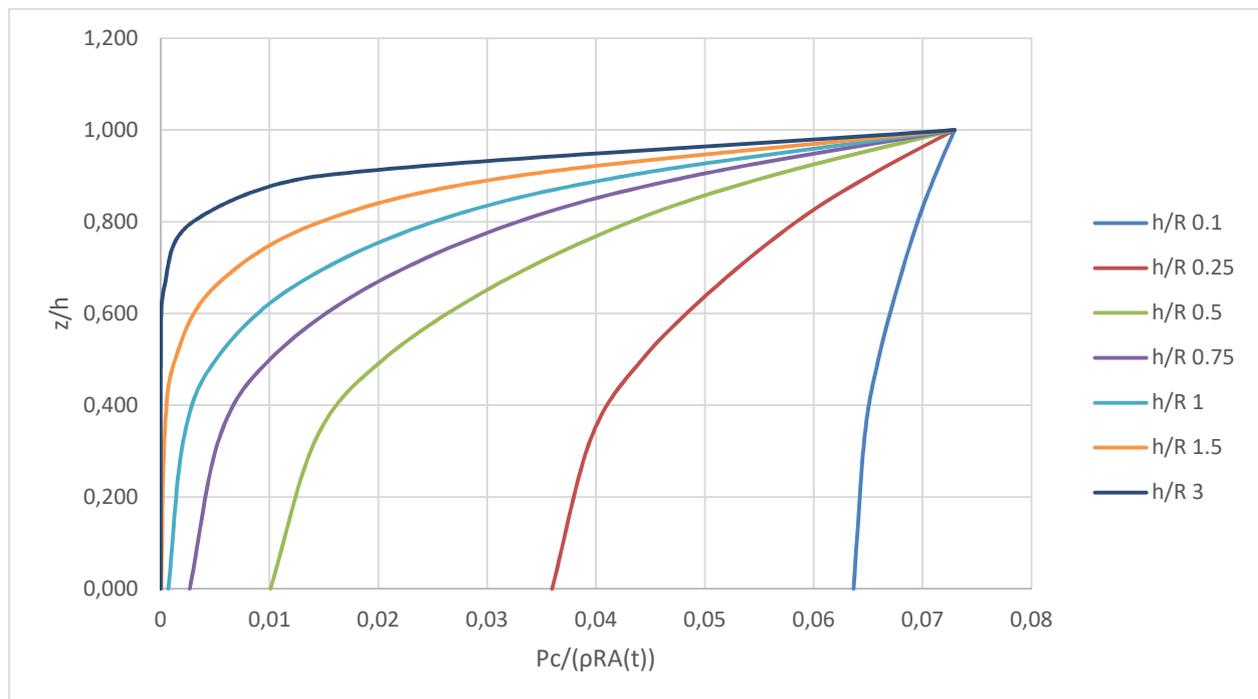


Figura 5-15. Presiones Convectiva en la pared del depósito y  $\theta=0^\circ$ , para varios niveles de llenado h/R vs Altura 2° Modo (Adimensional) EC-8.

### 5.2.1.2.2 Frecuencia convectiva.

La frecuencia convectiva, en rad/s, se calcula con la siguiente expresión:

$$\check{S}_{cn} = \sqrt{g \frac{\check{\lambda}_n}{R} \tanh(\check{\lambda}_n x)} \quad (5.22)$$

Utilizando la expresión anterior para valores de  $\lambda_1=1,841$ ,  $\lambda_2=5,331$  y  $\lambda_3=8,536$ , se obtienen los distintos modos de vibración.

	1 <sup>er</sup> Modo	2 <sup>o</sup> Modo	3 <sup>er</sup> Modo
h/R	$\cdot\sqrt{R/g}$	$\cdot\sqrt{R/g}$	$\cdot\sqrt{R/g}$
0,1	0,579	1,613	2,432
0,25	0,890	2,154	2,881
0,5	1,156	2,298	2,921
0,75	1,274	2,308	2,922
1	1,323	2,309	2,922
1,5	1,352	2,309	2,922
3	1,357	2,309	2,922

Tabla 5-8. Frecuencias Convectivas Analíticas Adimensionales para los niveles de llenado h/R. EC-8.

En la siguiente gráfica se ha representado la variación de las frecuencias convectivas adimensionadas con la relación h/R, para los tres primeros modos de vibración del sistema.

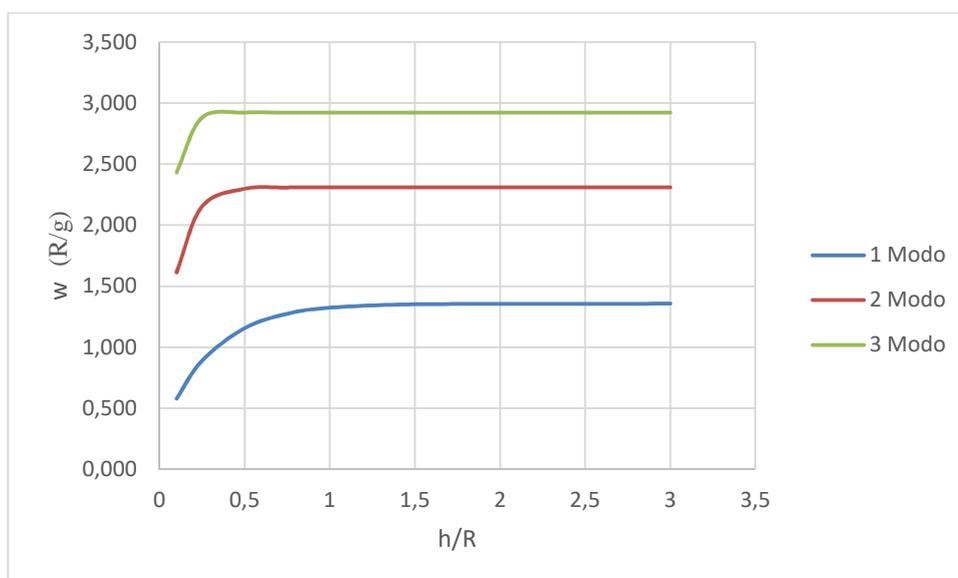


Figura 5-16. Frecuencia Natural Convectivas vs h/R Depósito (Adimensional). EC-8.

## 5.2.1.2.3 Masa convectiva.

La masa convectiva se calcula con la siguiente expresión:

$$m_{cn} = m \frac{2 \tanh(\lambda_n x)}{\lambda_n^2 (\lambda_n^2 - 1)} \quad (5.23)$$

Se obtienen los siguientes resultados para el primer modo de vibración convectivo,  $\lambda_1$ .

h	D/h	m <sub>t</sub>	m <sub>c1</sub>	m <sub>c1</sub> /m <sub>t</sub>
1,00	8,00	50265,60	39324,13	0,78232688
2,00	4,00	100531,20	66359,6	0,6600896
3,00	2,67	150796,80	80521,15	0,53397121
4,00	2,00	201062,40	86895,71	0,43218279
5,00	1,60	251328,00	89568,18	0,35637963

Tabla 5-9.Masa Convectiva correspondiente al 1<sup>er</sup> modo EC-8.

Representando la variación de  $m_{c1}/m_t$  con respecto a D/h, se obtiene:

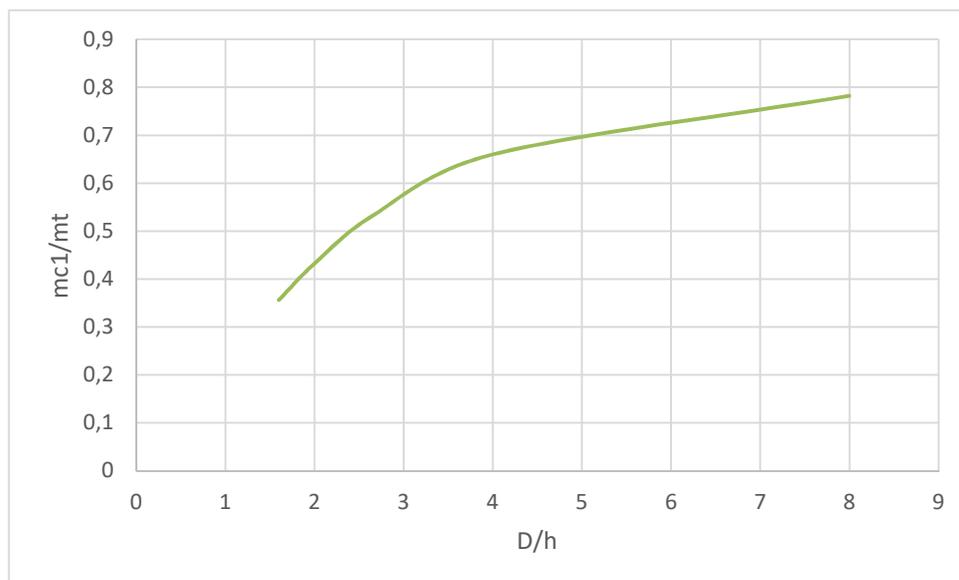


Figura 5-17. Variación de la Masa Convectiva 1<sup>er</sup> Modo con D/h. EC8.

## 5.2.2 Cálculo Analítico con API-650.

En la normativa API-650, en el anexo E y anexo EC, se encuentra cómo se realiza el cálculo analítico de la respuesta sísmica de un depósito.

Este anexo ofrece los requisitos mínimos para el diseño de un depósito de acero que puede estar expuesto a la acción de un sismo. El objetivo fundamental de este anexo E es proteger y prevenir el colapso del depósito, pero no garantiza la ausencia de daño cuando actúa un sismo.

El método del análisis utilizado es el del espectro de respuesta del tanque y su contenido que considera dos modos de respuesta, respuesta impulsiva y respuesta convectiva.

Para la aplicación de las formulas existentes en la API-650 anexo E, hay que tener un especial cuidado, con las unidades. Es muy importante leer y revisar el punto E.2.2, donde se encuentra las definiciones y notaciones. Los pasos para el cálculo de los términos convectivos e impulsivos en la API-650, no siguen la misma estructura de este PFC.

### 5.2.2.1 Términos Impulsivos.

En este apartado se realizarán los cálculos de los términos impulsivos.

#### 5.2.2.1.1 Presión impulsiva.

Esta normativa no calcula las distribuciones de presiones hidrodinámicas, sólo se ocupa de la resultante de fuerzas y de momentos que dichas presiones producen. De ahí, que no se puedan calcular las presiones impulsivas.

#### 5.2.2.1.2 Frecuencia impulsiva.

La norma API-650 trabaja con periodos, en segundos. La expresión del periodo natural impulsivo  $T_i$ , en segundos, viene determinada por:

$$T_i = \left( \frac{1}{\sqrt{2000}} \right) \left( \frac{C_i h(m)}{\sqrt{\frac{t_u(mm)}{D(m)}}} \right) \left( \frac{\sqrt{\rho_w(kg/m^3)}}{\sqrt{E(MPa)}} \right)$$

$t_u$  espesor uniforme equivalente de la pared del tanque, en mm. (5.24)

E modulo de elasticidad, en MPa.

La expresión anterior se puede modificar, para utilizar la notación del PFC,  $t_u$  en m y E en Pa, teniendo en cuenta que:

$$\sqrt{2000 \cdot t_u(mm) \cdot E(MPa)} = \sqrt{2000 \cdot t_u(m) \cdot 10^3 \cdot E(Pa) \cdot 10^{-6}} = \sqrt{2 \cdot t_u(m) \cdot E(Pa)} \quad (5.25)$$

La ecuación (5.24) se puede escribir como:

$$T_i = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{C_i h(m)}{\sqrt{\frac{t_u(m)}{D(m)}}} \right) \left( \frac{\sqrt{\rho_w(kg/m^3)}}{\sqrt{E(Pa)}} \right) \quad (5.26)$$

$t_u$  en m.  
 $E$  en Pa.

El coeficiente  $C_i$  viene dado por la figura:

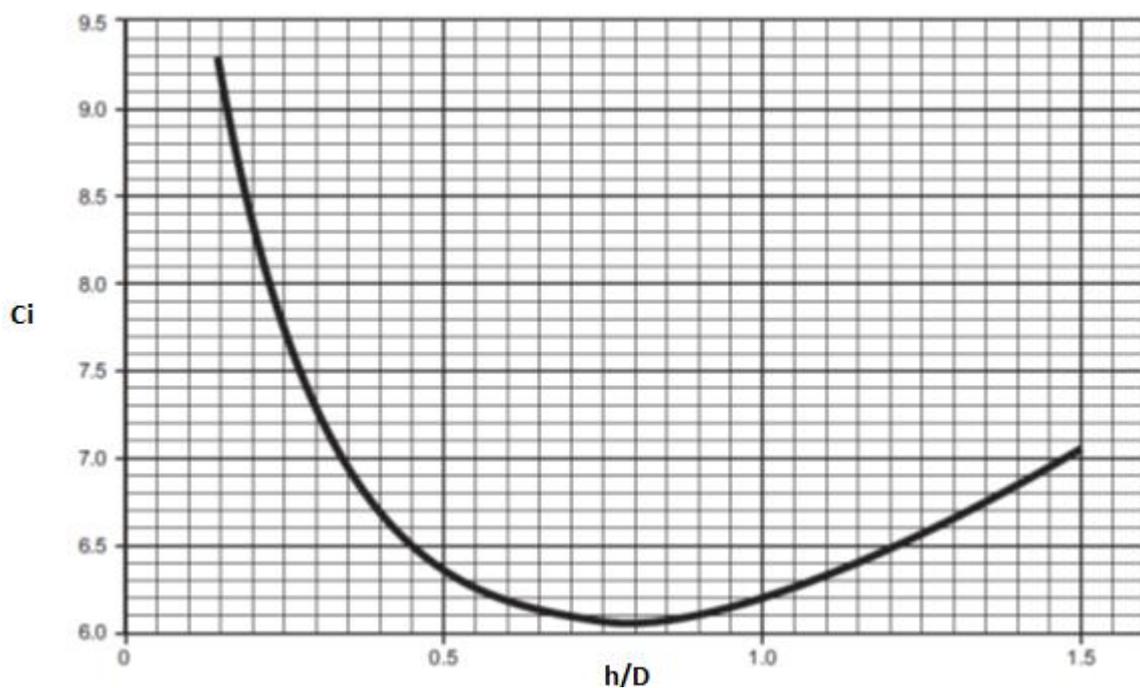


Figura 5-18. Cálculo del Coeficiente  $C_i$  en función del nivel de líquido  $h/D$ . API-650.

Se calcula la variación de las frecuencias impulsivas con  $h/R$ , obteniendo los siguientes resultados:

<b>h</b>	<b>h/R</b>	<b><math>T_i</math>(s)</b>	<b><math>f_i</math>(Hz)</b>
1	0,25	0,0185	53,9835
2	0,5	0,0303	32,9509
3	0,75	0,0402	24,8747
4	1	0,0501	19,9781
5	1,25	0,0606	16,5023

Tabla 5-10. Frecuencias Impulsivas API-650.

Representando gráficamente la frecuencia impulsiva frente a h/R, se obtiene:

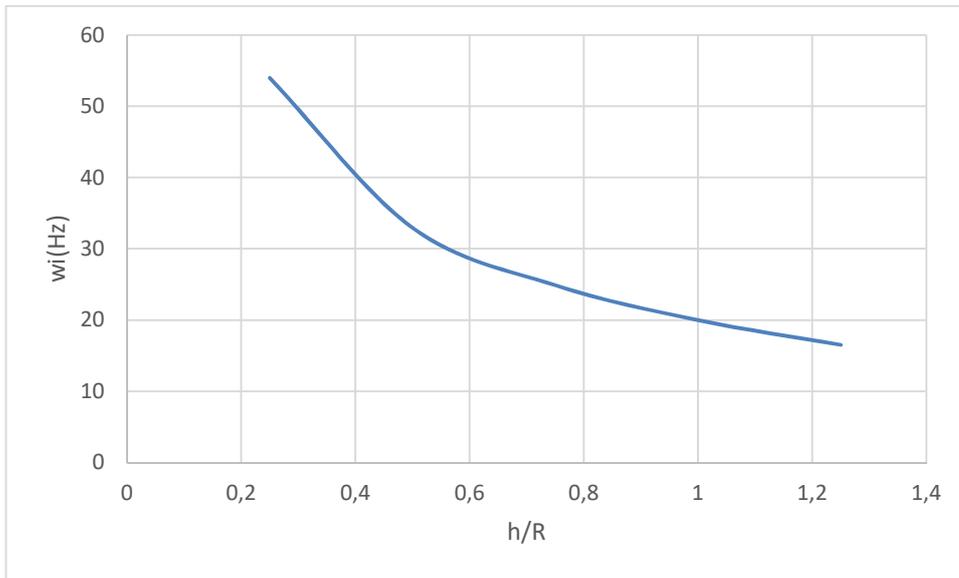


Figura 5-19. Variación de la Frecuencias Impulsivas con h/R. API-650.

5.2.2.1.3 Masa impulsiva.

La masa impulsiva se calcula con la expresión:

$$W_i = \begin{cases} \frac{\tanh(0.866 \frac{D}{h})}{0.866 \frac{D}{h}} W_t & \text{si } D/h \geq 1.333 \\ \left(1.0 - 0.218 \frac{D}{h}\right) W_t & \text{si } D/h < 1.333 \end{cases} \quad (5.27)$$

W<sub>t</sub> es el peso total del líquido en N.

Los resultados obtenidos vienen expresados en N y no en kg .En la siguiente tabla se representa la variación de los valores de las masas al cambiar el nivel de llenado del depósito, D/h.

h	D/h	W <sub>t</sub>	W <sub>i</sub>	W <sub>i</sub> /W <sub>t</sub>
1,00	8,00	493105,536	71175,60	0,14434152
2,00	4,00	986211,072	284145,52	0,28811836
3,00	2,67	1479316,61	628065,28	0,42456447
4,00	2,00	1972422,14	1069676,69	0,5423163
5,00	1,60	2465527,68	1569779,34	0,63669102

Tabla 5-11. Masas Impulsivas API-650.

Representando gráficamente los resultados obtenidos:

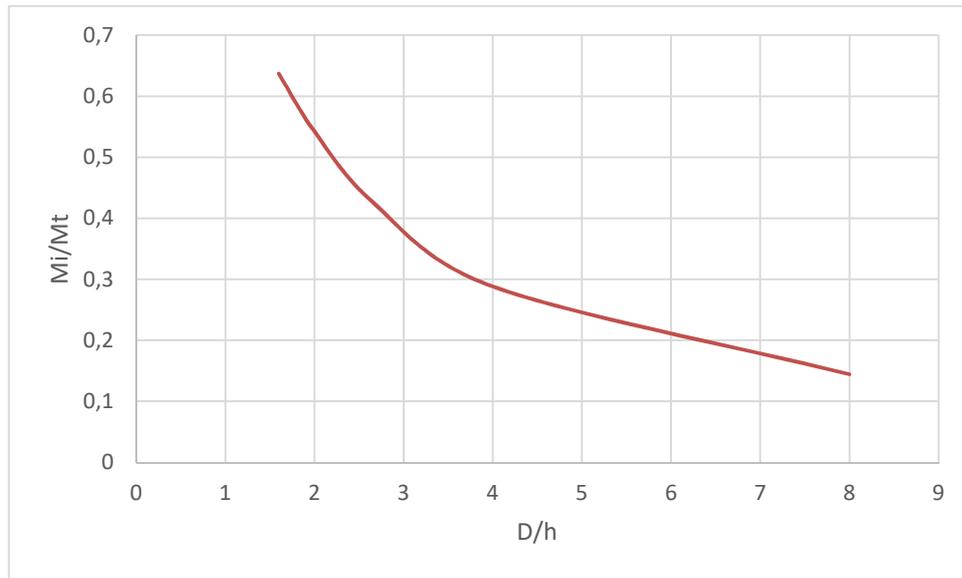


Figura 5-20. Variación de la Masa Impulsiva con D/h. API-650.

#### 5.2.2.2 Términos Convectivos.

En este apartado se estudiará los términos convectivos.

##### 5.2.2.2.1 Presión convectiva.

Esta normativa no calcula las distribuciones de presiones hidrodinámicas, sólo se ocupa de la resultante de fuerzas y de momentos que dichas presiones producen. De ahí, que no se puedan calcular las presiones convectivas.

##### 5.2.2.2.2 Frecuencia convectiva.

La norma API-650 da fórmulas para calcular el primer periodo natural convectivo. La expresión viene determinada por:

$$T_c = 1.8K_s\sqrt{D} \quad (5.28)$$

Donde

$$K_s = \frac{0.578}{\sqrt{\tanh\left(\frac{3.68h}{D}\right)}} \quad (5.29)$$

Representando  $K_s$  frente a  $D/h$ , se obtiene la siguiente gráfica:

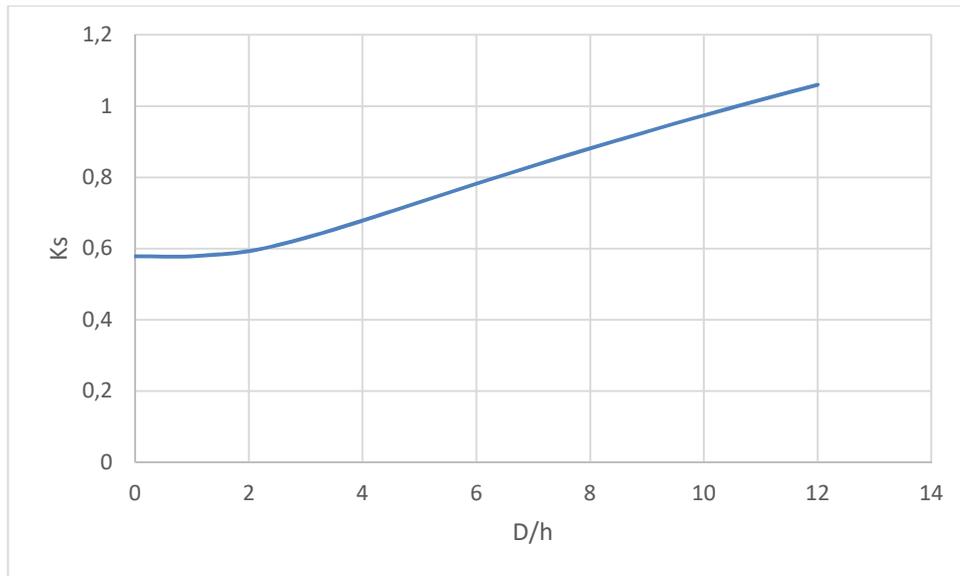


Figura 5-21. Gráfica Ks API-650.

Con la fórmula anterior se puede calcular la variación de la frecuencia convectiva con  $h/R$ , obteniendo los siguientes resultados:

<b>h</b>	<b>h/R</b>	<b>T<sub>c</sub>(s)</b>	<b><math>\omega_c</math>(Hz)</b>
1	0,25	4,4251	0,2260
2	0,5	3,4213	0,2923
3	0,75	3,1181	0,3207
4	1	3,0093	0,3323
5	1,25	2,9683	0,3369

Tabla 5-12. Frecuencias Convectivas API-650.

A partir de la tabla anterior se obtiene la gráfica que representa la variación de la frecuencia convectiva con respecto a  $h/R$ :

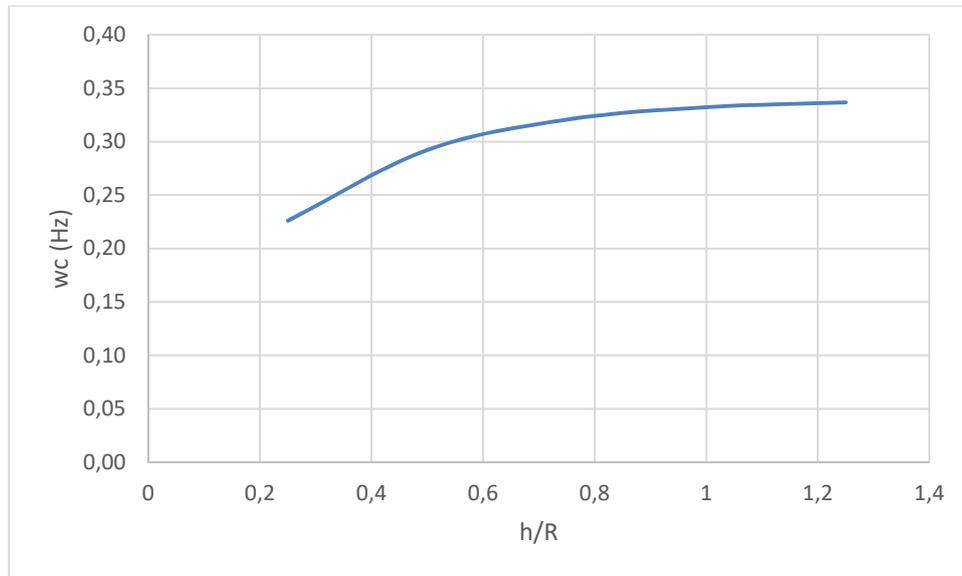


Figura 5-22. Variación de la Frecuencia Convectiva con h/R. API-650.

La normativa API-650 solo trabaja con el 1<sup>er</sup> modo de vibración.

#### 5.2.2.2.3 Masa convectiva.

Se realiza el cálculo de la masa convectiva, utilizando la siguiente expresión;

$$W_c = 0.230 \frac{D}{h} \tanh\left(\frac{3.67h}{D}\right) W_t \quad (5.30)$$

Los resultados obtenidos vienen expresados en N y no en kg. En la siguiente tabla se representa la variación del valor de la masa convectiva al cambiar el nivel de llenado del depósito, D/h.

h	D/h	W <sub>t</sub>	W <sub>c</sub>	W <sub>c</sub> /W <sub>t</sub>
1,00	8,00	493105,536	389296,65	0,78947938
2,00	4,00	986211,072	657542,01	0,66673558
3,00	2,67	1479316,61	798535,17	0,53980005
4,00	2,00	1972422,14	862232,39	0,43714394
5,00	1,60	2465527,68	889030,50	0,36058427

Tabla 5-13. Masas Convectivas API-650.

Representando gráficamente los resultados obtenidos:

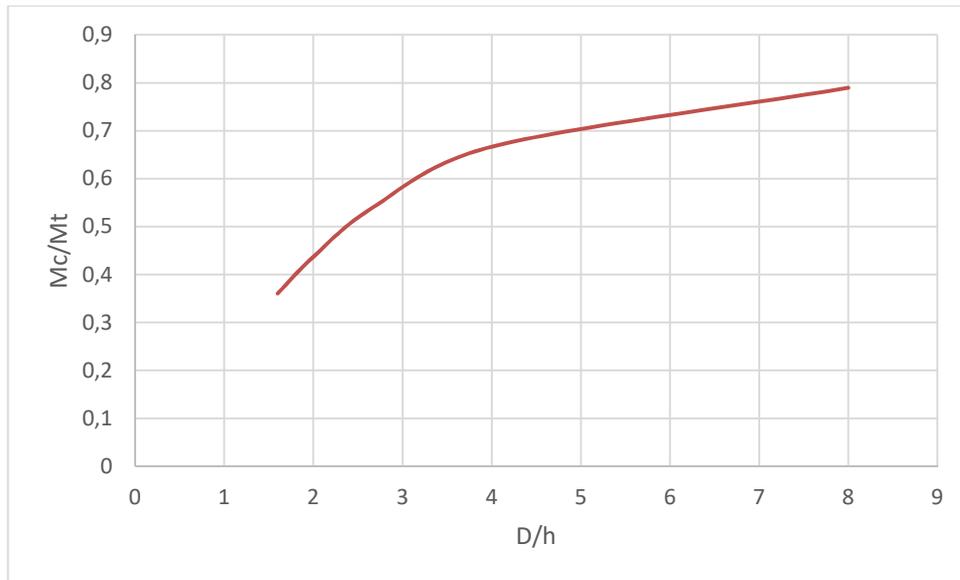


Figura 5-23. Variación de la Masa Impulsiva con D/h. API-650.

### 5.2.3 Comparación de Datos Eurocódigo 8 y API-650.

En este apartado, se compararán los datos obtenidos por cada normativa. Estudiando ambas normativas, se puede observar que el EC-8 es una norma donde los cálculos obtenidos se asemejan más a la teoría del apartado 2. Mientras que la API-650 utiliza expresiones más sencillas que permite un cálculo más rápido de los términos, pero a cambio proporcionan menos información.

Como ya se ha visto en los apartados anteriores, API-650 no calcula las presiones impulsivas ni convectivas, por lo que este apartado no se puede comparar.

#### 5.2.3.1 Términos Impulsivos.

##### 5.2.3.1.1 Frecuencia impulsiva.

En la siguiente tabla se comparan los resultados obtenidos anteriormente por ambas normativas. También se muestra la diferencia entre los dos resultados, tomando como referencia los resultados del EC-8.

h	h/R	$i_{EC-8}$	$i_{API-650}$	%Error
1	0,25	52,60	53,98	2,64%
2	0,5	32,78	32,95	0,52%
3	0,75	25,03	24,87	0,62%
4	1	19,95	19,98	0,16%
5	1,25	16,98	16,50	2,81%

Tabla 5-14. Variación de las Frecuencias Impulsivas con h/R, en Hz. EC8 vs API-650.

A partir de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica:

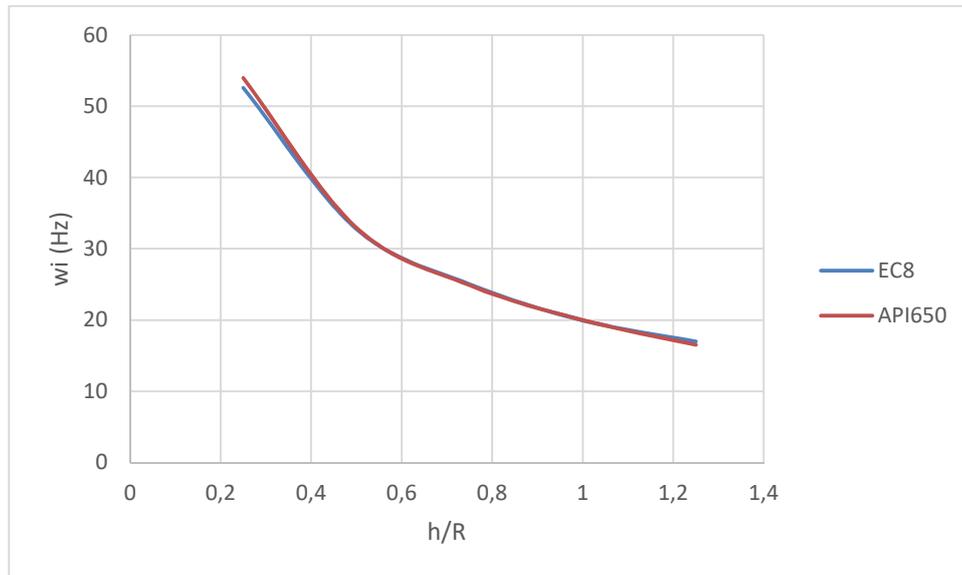


Figura 5-24. Frecuencias Impulsivas EC8 vs API-650.

Representando el error calculado en la Tabla 5-14.

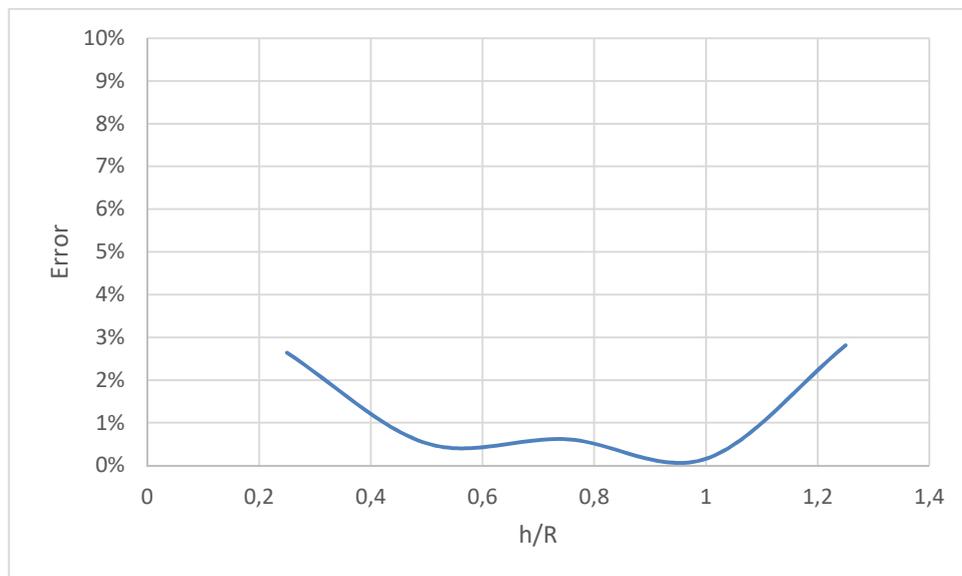


Figura 5-25. Error para Frecuencias Impulsivas EC-8 y API-650.

Como se puede observar de los datos obtenidos, el valor máximo del error es 2.81%. Por lo que existe una buena aproximación de las frecuencias impulsivas.

Según las expresiones para el cálculo de las frecuencias impulsivas, en este caso el periodo, se puede ver que existe una gran similitud entre ellas. (Expresiones (5.18) vs (5.24)). Ambas multiplicadas por un factor denominado  $C_i$ , factor adimensional, que tienen una forma muy parecida, se podría decir de tipo  $x^2$ .

### 5.2.3.1.2 Masa impulsiva.

En este apartado se comparan los valores de las masas impulsivas calculados anteriormente con ambas normativas. Se tomarán como referencia los valores obtenidos en el EC-8. Comparando los valores obtenidos en la Tabla 5-5 y en la Tabla 5-11, se pueden calcular los errores. La siguiente tabla ilustra dichos cálculos:

h	D/h	$M_i/M_t$ EC-8	$W_i/W_t$ API-650	%Error
1	8	0,1449	0,1443	0,41%
2	4	0,2996	0,2881	3,82%
3	2,67	0,4384	0,4246	3,16%
4	2	0,5465	0,5423	0,77%
5	1,6	0,6260	0,6367	1,71%

Tabla 5-15. Masas Impulsivas EC-8 vs API-650.

A partir de la tabla anterior, se representan la variación de la relación de masa impulsiva-masa líquido con respecto a D/h. Obteniendo la siguiente representación comparando el EC-8 y la API-650.

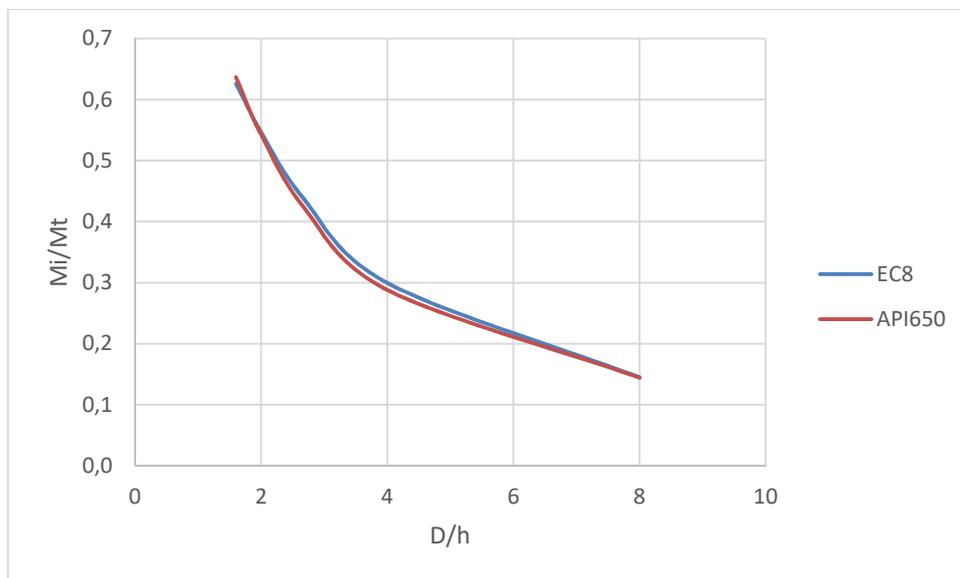


Figura 5-26. Masas Impulsivas EC-8 vs API-650.

Representando el error calculado en la Tabla 5-15.

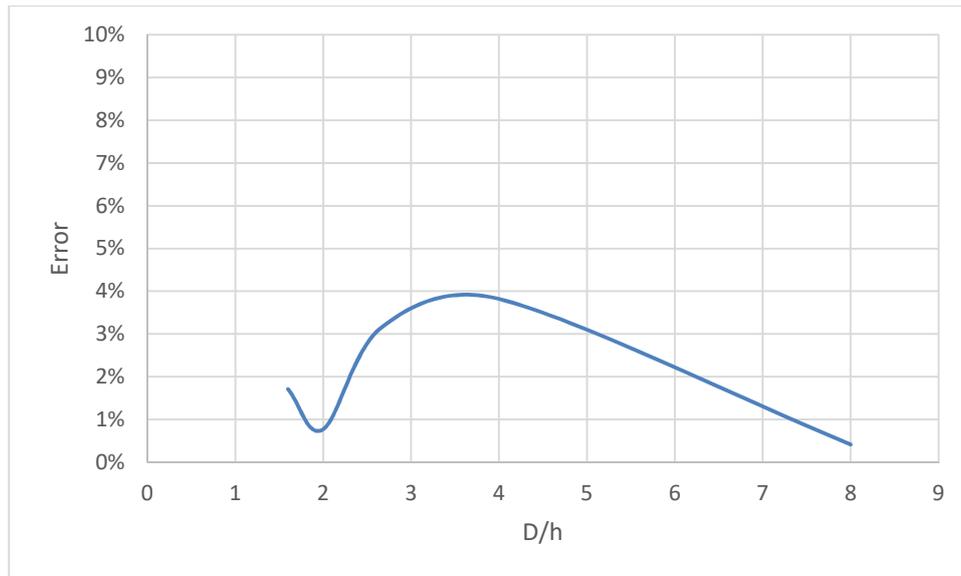


Figura 5-27. Error para Masa Impulsiva EC-8 y API-650.

Se puede extraer de los resultados, que el valor máximo del error es inferior al 4%. Por lo que los datos, son muy parecidos al utilizar las normativas EC-8 y API-650. Se puede observar que la mayor diferencia se obtiene para los valores intermedios de D/h.

### 5.2.3.2 Términos Convectivos.

#### 5.2.3.2.1 Frecuencia convectiva.

Como se puede extraer de las normativas EC-8 y API-650, el EC-8 trabaja con varios modos convectivos, es decir, que se pueden calcular varios modos convectivos de vibración, en cambio, la API-650 se restringe a trabajar sólo con el modo fundamental convectivo, es decir, su primer modo de vibración. Por lo que se comparará, sólo el primer modo de vibración convectivo. Se ha de tener cuidado con las unidades de cada frecuencia natural. Para este primer modo convectivo de vibración, el EC-8 trabaja en rad/s mientras que la API-650, calcula los periodos en segundos.

Tomando como referencia los valores de la EC-8, se obtiene la siguiente tabla comparativa en Hz.

h/R	$f_{c1}$ EC8	$f_{c1}$ API650	%Error
0,25	0,2218	0,2260	1,89%
0,5	0,2882	0,2923	1,42%
0,75	0,3174	0,3207	1,04%
1	0,3297	0,3323	0,79%
1,25	0,3348	0,3369	0,63%

Tabla 5-16. Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 vs API-650.

Utilizando la tabla anterior se representan gráficamente ambas frecuencias convectivas, obteniéndose:

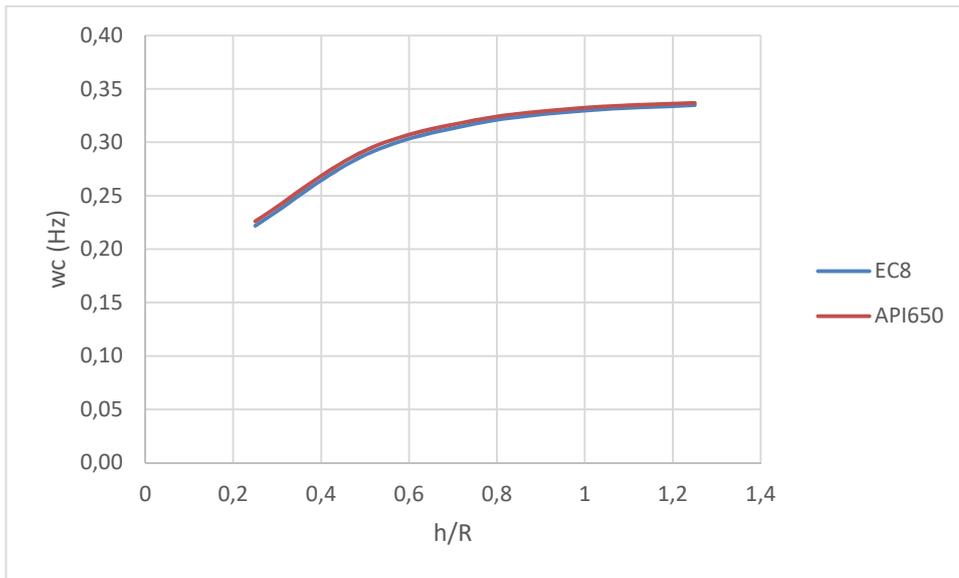


Figura 5-28. Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 vs API-50.

Representando el error calculado en la Tabla 5-16.

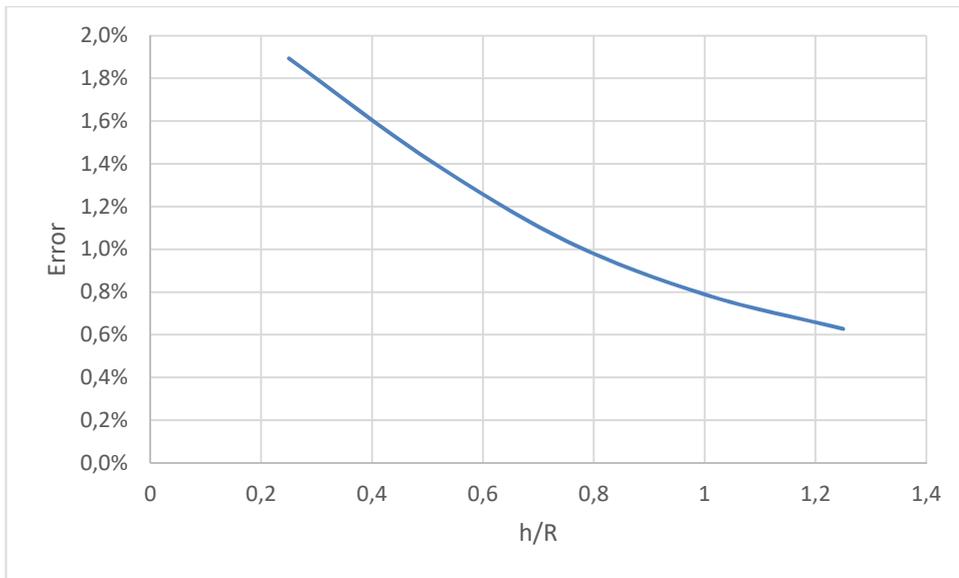


Figura 5-29. Error Primera Frecuencia Convectiva. EC-8 y API-650.

De los resultados anteriores, se puede extraer la conclusión de que las frecuencias convectivas de la API-650 están alrededor de un 1% por encima de las calculadas por la EC-8. Aunque se puede ver que los valores obtenidos son completamente válidos y con un error máximo del 1.89%.

5.2.3.2.2 Masa convectiva.

En este apartado se analizarán los resultados obtenidos por ambas normativas. También se muestra la diferencia entre los resultados de ambas, tomando como referencia los valores obtenidos por EC-8. Se obtiene la siguiente tabla resumen:

D/h	$W_o/W_t$	$M_o/M_t$	%Error
8	0,7895	0,7823	0,91%
4	0,6667	0,6601	1,00%
2,67	0,5398	0,5340	1,08%
2	0,4371	0,4322	1,13%
1,6	0,3606	0,3564	1,17%

Tabla 5-17. Masas Convectivas para 1<sup>er</sup> Modo. EC-8 vs API-650.

Utilizando la tabla anterior se representan gráficamente ambas masas convectivas, obteniéndose:

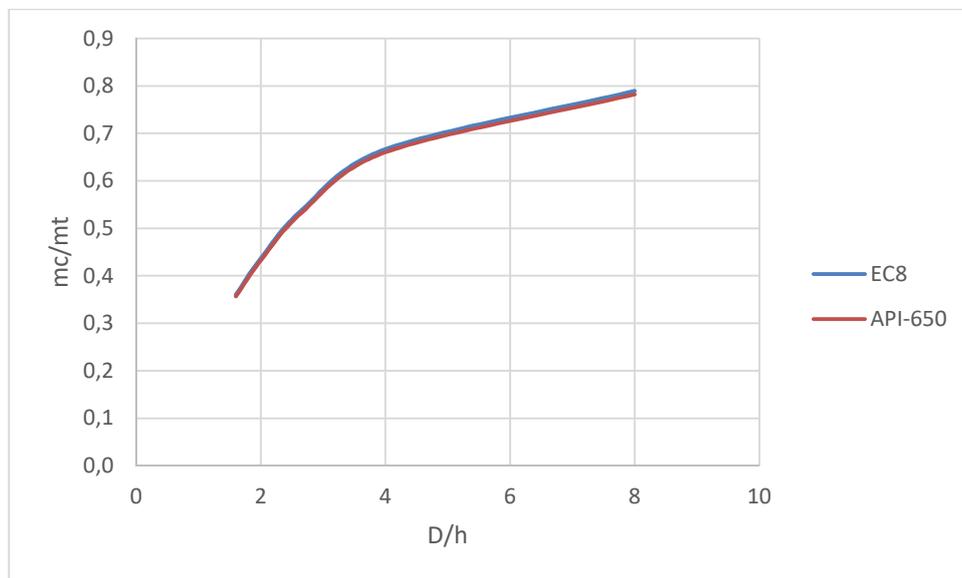


Figura 5-30. Masas Convectivas EC-8 vs API-650.

Representando el error calculado en la Tabla 5-17.

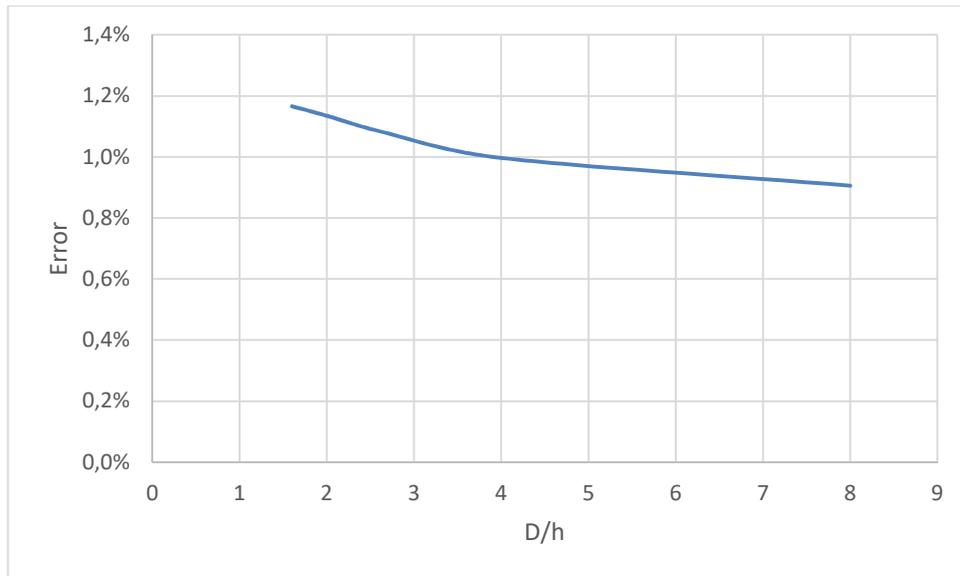


Figura 5-31. Errores Masas Convectivas EC-8 y API-650.

De los datos anteriores, se puede observar como las masas convectivas calculadas por la API-650 están alrededor de un 1% por debajo de los cálculos obtenidos por la EC-8. Los resultados obtenidos están dentro de un margen de error máximo de 1.17%, por lo que se pueden considerar ambos correctos.

## 5.3 Estudios con Elementos Finitos.

### 5.3.1 Términos Impulsivos.

Se realizará el cálculo de los términos impulsivos. Para ello, se realiza un análisis espectral del modelo de elementos finitos (ANTYPE, SPECTR), aplicando un único espectro de respuesta sísmica (“Single Point Response Spectrum”: SPOT, SPRS) en aceleraciones (SVTYP, 2) aplicando en dirección horizontal (SED, 1, 0,0). Se ha utilizado un espectro de respuesta sísmica de valor unidad para todas las frecuencias.

#### 5.3.1.1 Presión impulsiva.

En este apartado se calcularán las presiones impulsivas obtenidas con un modelo 3D de elementos finitos en Ansys usando para el fluido FLUID30 y para el depósito SHELL63. El modelo utilizado es medio cilindro ( $\theta$  entre 0 y 180 grados), donde hay que aplicar unas condiciones de contorno de simetría en el plano  $Y=0$  ( $UY=0$ ,  $ROTZ=0$ ).

En los cálculos realizados previamente con el EC-8 y con la API-650, se consideran paredes rígidas. Para reproducir esos resultados con elementos finitos, en el modelo numérico también habrá que imponer que la pared sea rígida. El EC-8 también permite cálculos para paredes flexibles, pero no se han utilizado en este proyecto. Cuando se realice el cálculo de las presiones se ha de tener cuidado e incluir una condición de contorno extra, impidiendo el movimiento en dirección UX [respecto al sistema global de coordenadas cilíndricas, (CSYS, 1 de Ansys)] del modelo del depósito, ya que si no se realiza así, ANSYS calcula unas presiones para paredes flexibles, donde las presiones máximas no se producen en el suelo del depósito.

De los resultados obtenidos, se mostrarán las presiones en  $r/R=1$ , es decir, en la pared y en  $\theta=0^\circ$ . Se presentan resultados para distintos niveles de llenado  $h/R$ , y para cada uno de ellos se dan valores de las presiones en varios puntos  $z/H$ , donde  $z$  es la coordenada vertical respecto al fondo del depósito.

Se va a utilizar un tamaño de malla (TAMEL) de 0.3 m. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.7 y los datos son obtenidos utilizando una macro como la del apartado 7.9. El modelo tiene la siguiente forma:

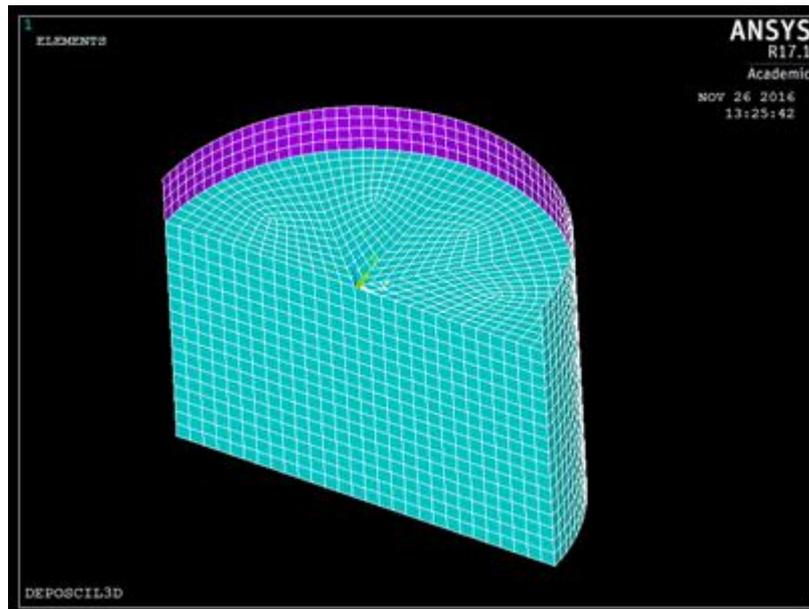


Figura 5-32. Modelo Sistema 3D.

En la siguiente tabla y gráfica se representan los resultados obtenidos de las presiones en la pared,  $r/R=1$ , en  $\theta=0^\circ$ , adimensionadas por la máxima presión. Los resultados mostrados están adimensionados para las presiones por el valor mayor.

	$h/R=0,25$	$h/R=0,5$	$h/R=0,75$	$h/R=1$	$h/R=1,25$
$z/h$	$P_i/P_{i\max}$	$P_i/P_{i\max}$	$P_i/P_{i\max}$	$P_i/P_{i\max}$	$P_i/P_{i\max}$
0,0	0,01342	0,258	0,583	0,841	1,0000
0,1	0,01303	0,253	0,576	0,830	0,988
0,2	0,01263	0,244	0,556	0,802	0,956
0,4	0,01073	0,209	0,476	0,689	0,825
0,6	0,00785	0,152	0,349	0,507	0,609
0,8	0,00419	0,080	0,185	0,270	0,325
1,0	0,00000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabla 5-18. Presiones Impulsivas Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$  para distintos niveles de llenado  $h/R$ .

Representando los resultados de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica:

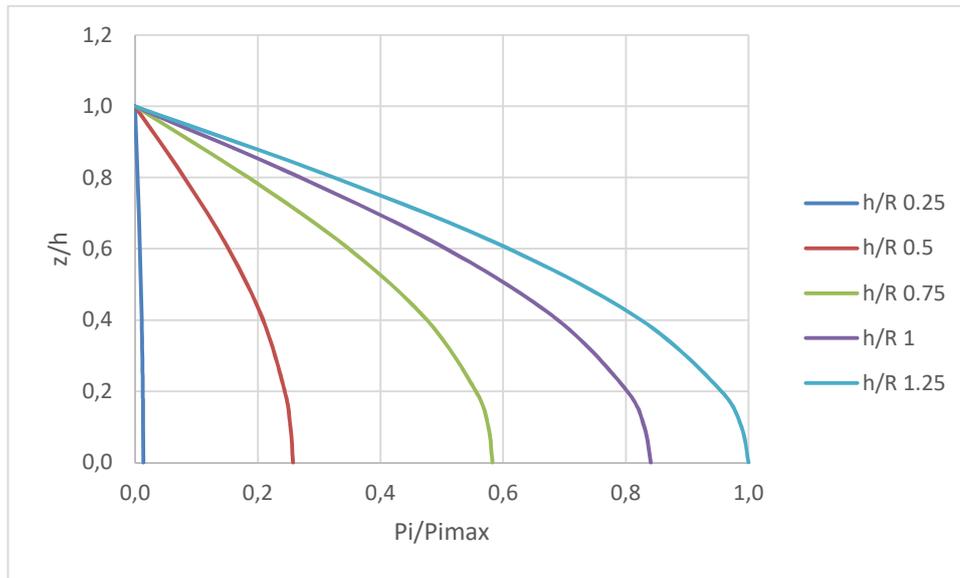


Figura 5-33. Presiones Impulsivas Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ .

### 5.3.1.2 Frecuencia Impulsiva.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.6.

Los resultados obtenidos aparecen en la siguiente tabla:

<b>h</b>	<b>h/R</b>	<b><math>f_i</math>(Hz)</b>
1	0,25	52,502
2	0,5	33,05
3	0,75	24,86
4	1	19,79
5	1,25	16,376

Tabla 5-19. Primera Frecuencia Impulsiva Ansys para distintos niveles de llenado del depósito  $h/R$ .

A partir de la tabla se obtiene la siguiente gráfica:

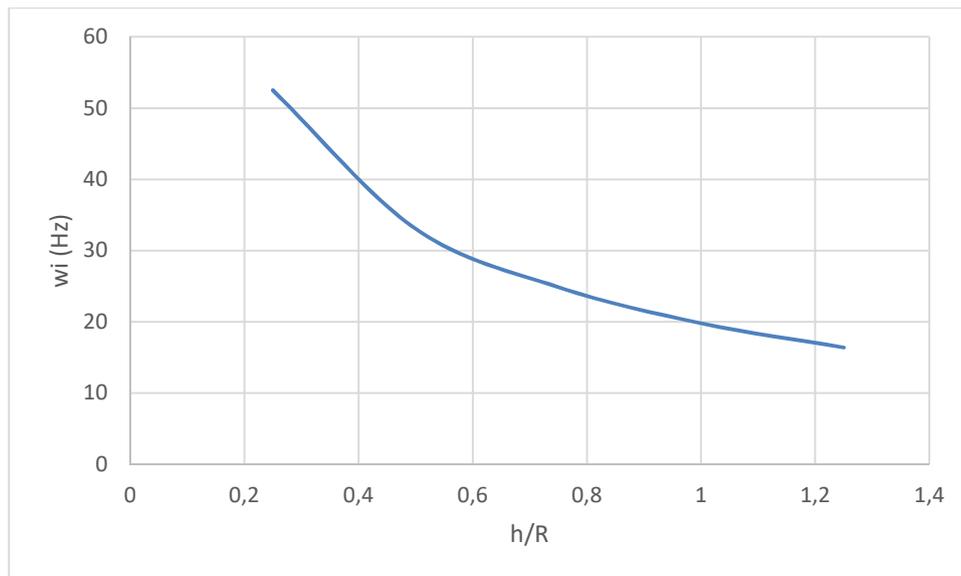


Figura 5-34. Frecuencias Impulsivas Ansys para distintos niveles de llenado h/R.

### 5.3.1.3 Masa Impulsiva.

Antes de abordar este tema, se va a realizar una pequeña explicación sobre el cálculo de las masas con Ansys.

#### 5.3.1.3.1 Explicación para el cálculo de masas con Ansys.

Hasta este apartado, se han utilizado para modelar el fluido los elementos FLUID30 y FLUID29, elementos denominados acústicos. Dichos elementos tienen el principal problema que no se proporcionan de forma directa la masa del fluido involucrada en el movimiento producido por el sismo. Para el cálculo de las masas habría que realizar post-cálculos, con los resultados obtenidos por el software Ansys.

En la ayuda de Ansys, apartado 15.7 "Spectrum Analysis", se puede encontrar el desarrollo matemático. En el apartado 15.7.5 "Participation Factors and Mode Coefficients", se encuentra que para calcular la amplitud del modo de vibración  $i$  ante la acción sísmica, tiene la expresión:

$$A_i = \frac{S_{ai} X_i}{\tilde{S}_i^2} \quad (5.31)$$

donde:

$S_{ai}$ :  $S_a(T_i)$ , aceleración espectral para el modo  $i$ , obtenido del espectro de respuesta de aceleraciones en  $m/s^2$ .

$\gamma_i$ : factor de participación modal, obtenido de los cálculos de Ansys  $\gamma_i = \{w_i\}^T [M] \{D\}$

$\phi_i$  es el autovector correspondiente a la frecuencia natural  $i$ .

$M$  es la matriz de masa.

$D$  es un vector con los desplazamientos nodales provocados por el movimiento en la dirección de excitación (SED).

$\omega_i$ : frecuencia natural del modo  $i$ , en rad/s.

El valor de  $\gamma_i$  (factor de participación) es obtenido con la macro como la del apartado 7.10 . Donde  $A_i$  se obtendría después de realizar el análisis espectral.

Con la siguiente expresión, se obtiene la masa involucrada por el sistema, es:

$$\left(\sum F_x\right)A_i = m_i S_{ai} \quad (5.32)$$

El sumatorio de las fuerzas en la base por la amplitud del modo de vibración  $i$  es igual a la fuerza que actúa en la base. Donde el valor de  $\sum F_x$  se obtiene con la macro como la del apartado 7.10. El valor de  $\sum F_x$  se obtiene después del análisis modal.

Por lo que despejando la masa, se obtiene la masa involucrada por sistema cuando se aplica un sismo.

$$m_i = \frac{\left(\sum F_x\right)A_i}{S_{ai}} \quad (5.33)$$

Si se sustituye la ecuación (5.31) en la ecuación (5.33), se obtiene:

$$m_i = \frac{\frac{S_{ai} X_i}{\tilde{S}_i^2} \sum F_x}{S_{ai}} = \frac{X_i}{\tilde{S}_i^2} \sum F_x \quad (5.34)$$

Como el resultado obtenido del cálculo de la masa no dependen del espectro de respuesta sísmica, es lógico utilizar el espectro más simple,  $S_a(T)=1$  para todo  $T$ .

Con este post-cálculo se obtiene la masa del sistema involucrada para un modo de vibración  $i$  cuando se aplica un sismo normalizado de valor 1.

Se ha de mencionar una pequeña particularidad al calcular de la fuerza unitaria  $\sum F_x$  con el FLUID29.

Según el subapartado 5.1.5.2.1 “Axisymmetric Elements with Nonaxisymmetric Loads”, el resultado obtenido por Ansys de  $\sum F_x$ , no sería el valor buscado. Nos dice que la resultante de la fuerza en dirección global cartesiana  $X$  es:

$$F = \int_0^{2\pi} FX \frac{\cos \theta}{2\pi R} \cos \theta R d\theta = \frac{FX}{2} \quad (5.35)$$

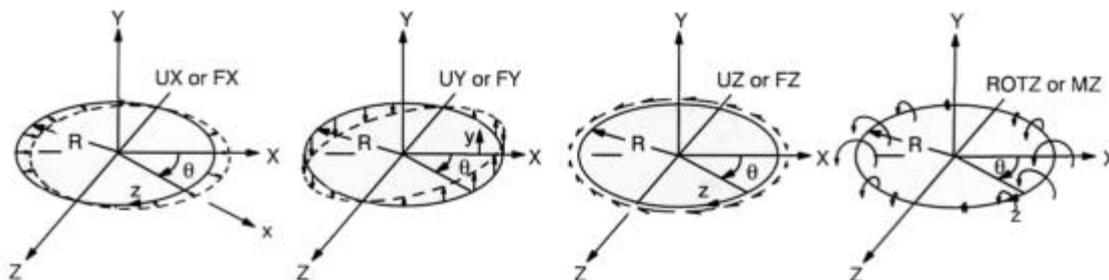


Figura 5-35. Bending and Shear Loading. Ansys Help.

De acuerdo con la ayuda de Ansys,  $FX$  es “peak force on a full 360° basis” (valor pico de las distribuciones de

las fuerzas radiales, evaluado sobre una base de 360°) en la dirección radial, en N (en SI). La distribución de fuerzas radiales  $q_r(r,z,\theta)$ , queda definida por la siguiente expresión:

$$q_r(r, z, \theta) = q_{r,pico}(r, z) \cdot \cos \theta$$

$$\text{donde } q_{r,pico} = \frac{FX(r, z)}{2f r} \quad (5.36)$$

Donde  $FX(r,z)$  es el valor de la reacción nodal que proporciona Ansys. Los valores de  $q_r(r,z,\theta)$  son fuerzas por unidad de longitud, N/m en SI.

La resultante de fuerzas en dirección X de la distribución anterior en una circunferencia completa se puede calcular como:

$$F_x(r, z) = \int_0^{2f} q_r(r, z, \theta) \cdot \cos \theta \cdot r d\theta = \int_0^{2f} q_{r,pico}(r, z) \cdot \cos^2 \theta \cdot r d\theta =$$

$$q_{r,pico}(r, z) \cdot r \int_0^{2f} \cos^2 \theta d\theta = \frac{FX(r, z)}{2f r} \cdot r \cdot f = \frac{FX(r, z)}{2} \quad (5.37)$$

Esta expresión sólo sería válida para una excitación con una variación del tipo  $\cos\theta$  (MODE=1, ISYSM=1).

$F = \sum F_x$  valor buscado.

Si se utiliza el elemento FLUID80 para modelar el fluido, se obtiene de forma directa, la masa involucrada del sistema cuando se aplica un sismo para un modo de vibración  $i$ . Según el subapartado 15.7.7 “Effective Mass and Cumulative Mass Fraction”, la masa efectiva para el modo de vibración  $i$  viene dado por:

$$M_{ei} = \frac{X_i^2}{\{W_i\}^T [M]_i \{W_i\}} \quad (5.38)$$

donde

$$\{W_i\}^T [M]_i \{W_i\} = 1$$

Así que la masa efectiva se reduce al cálculo de  $\gamma_i^2$ . Aunque el software muestra el valor de masa en el postproceso.

Esto no es aplicable cuando se aplican condiciones de contorno de interacción acústica fluido-estructura (FSI) con formulación no simétrica. El software da la masa usando FLUID80 pero para el caso FLUID30 o FLUID29, el valor dado por Ansys es una “masa virtual” y no la buscada.

Una vez realizada esta breve explicación, se calculará la masa impulsiva utilizando los elementos acústicos (FLUID30 y FLUID29) y el elemento sólido (FLUID80).

#### 5.3.1.3.2 Fluid29 (Elemento 2D).

Este elemento es del tipo 2D, ver apartado 3.1.1, y se asocia al fluido mientras que al depósito se le asocia un elemento tipo Shell61, ver apartado 3.1.2. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.5.

Los resultados obtenidos al calcular el sistema cuando varía el llenado del sistema D/h, se muestran en la siguiente tabla:

D/h	$m_t$	$m_i$	$m_i/m_t$
8,00	50265,50	9202,085439	0,18306961
4,00	100531,00	30677,96174	0,30515922
2,67	150796,00	64902,05941	0,43039643
2,00	201062,00	105781,6143	0,5261144
1,60	251327,00	149955,5799	0,59665527

Tabla 5-20. Masas Impulsivas Fluid29.

Los resultados se pueden representar gráficamente, obteniéndose la siguiente gráfica de  $m_i/m_t$  frente a D/h.

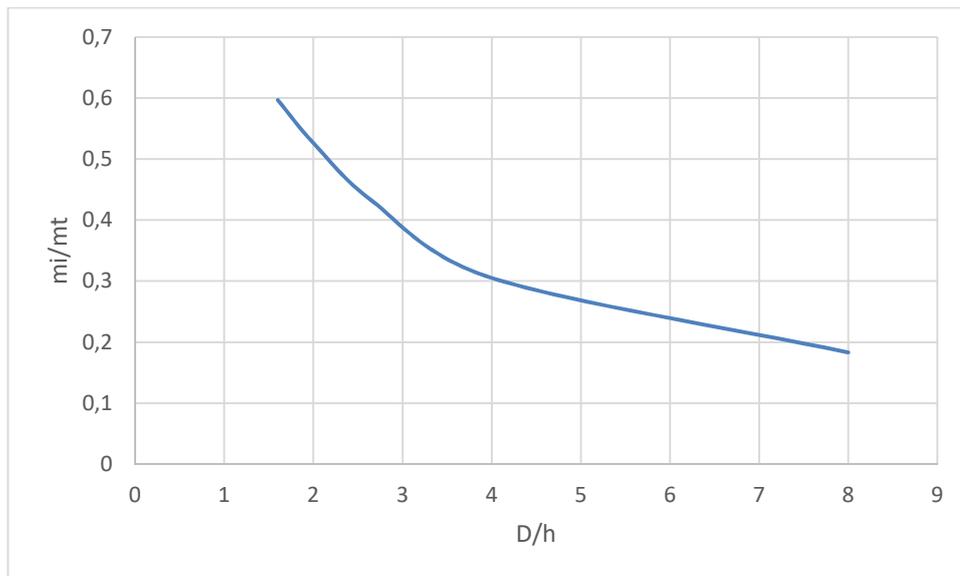


Figura 5-36. Masas Impulsivas Fluid29.

### 5.3.1.3.3 Fluid30 (Elemento 3D).

En este apartado se calcularán las masas impulsivas obtenidas con un modelo 3D de elementos finitos en Ansys usando para el fluido FLUID30 y para el depósito SHELL63. El modelo utilizado es medio cilindro ( $\theta$  entre 0 y 180 grados), donde hay que aplicar unas condiciones de contorno de simetría en el plano  $Y=0$  ( $U_Y=0$ ,  $ROT_Z=0$ ). El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.7.

Se obtiene la siguiente tabla de los resultados obtenidos para distintos valores de D/h.

D/h	$m_t$	$m_i$	$m_i/m_t$
8,00	25119,60	3202,720232	0,12749885
4,00	50239,10	13816,94108	0,27502366
2,67	75358,70	31142,12735	0,41325192
2,00	100478,00	52420,29408	0,52170917
1,60	125598,00	74583,6607	0,59382841

Tabla 5-21. Masas Impulsivas Fluid30.

Al representar los resultados anteriores, se obtiene la siguiente gráfica de  $m_i/m_t$  frente a D/h.

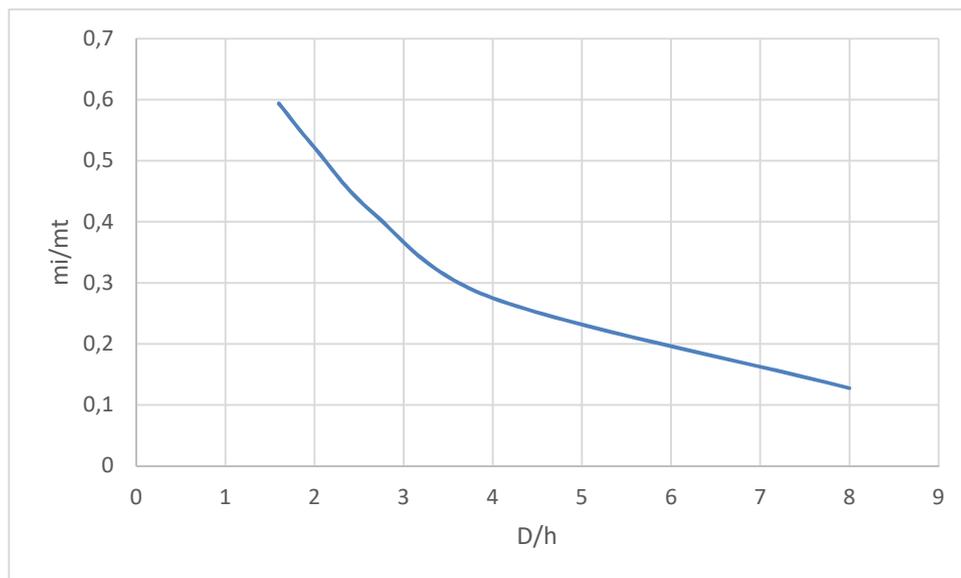


Figura 5-37. Masas Impulsivas Fluid30.

#### 5.3.1.3.4 Fluid80 (Elemento 3D).

En este apartado se calcularán las masas impulsivas obtenidas con un modelo 3D de elementos finitos en Ansys usando para el fluido FLUID80 y para el depósito SHELL63. El modelo utilizado es medio cilindro ( $\theta$  entre 0 y 180 grados), donde hay que aplicar unas condiciones de contorno de simetría en el plano  $Y=0$  ( $UY=0$ ,  $ROTZ=0$ ). El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.8.

Se obtiene la siguiente tabla de los resultados obtenidos para distintos valores de D/h.

D/h	$m_t$	$m_i$	$m_i/m_t$
8,00	25092,4	2873,42	0,11451356
4,00	50184,8	13195,00	0,26292822
2,67	66921,4	24460,20	0,3655064
2,00	100370	46547,50	0,46375909
1,60	125462	74351,20	0,59261928

Tabla 5-22. Masas Impulsivas Fluid80.

Obteniendo la siguiente gráfica de D/h frente  $m_i/m_t$ .

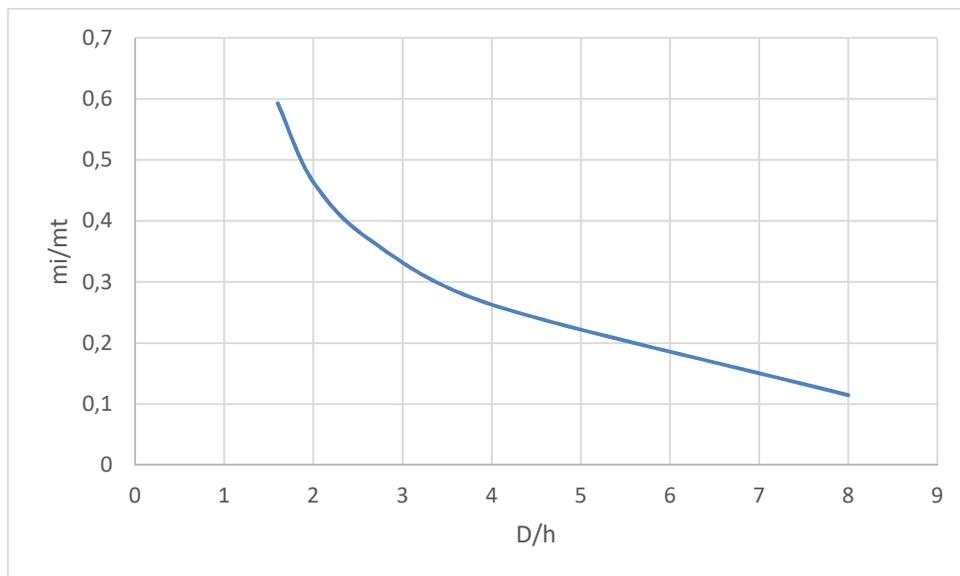


Figura 5-38. Masas Impulsivas Fluid80.

#### 5.3.1.3.5 Comparación entre FLUID29, FLUID30 y FLUID80.

En la siguiente gráfica se muestran los resultados obtenidos anteriormente por los tres modelos.

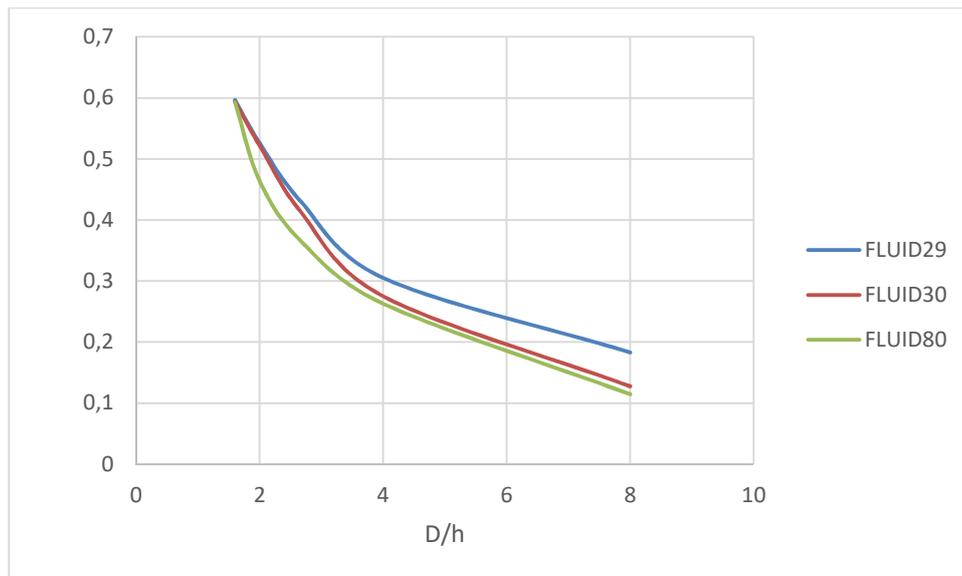


Figura 5-39, Masas Impulsivas Ansys.

En la siguiente gráfica se comparan los resultados de las diferencias de los valores calculados entre los distintos elementos utilizados.

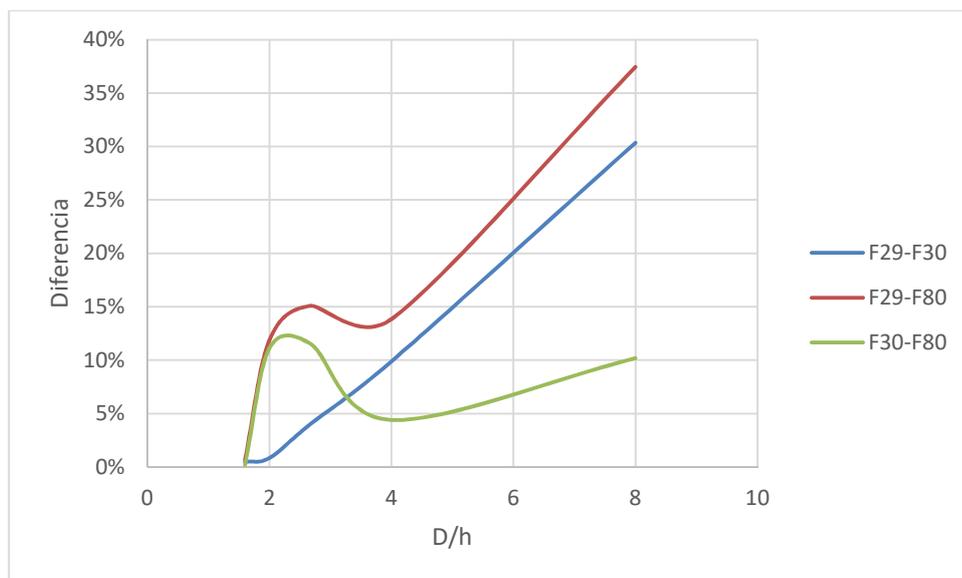


Figura 5-40. Diferencias entre las Masas Impulsivas Calculadas con Distintos Tipos de Elementos FLUID 29, 30 y 80.

Como se puede ver en la figura, las mayores diferencias en los resultados se obtienen para valores de llenado bajos o D/h altos. Conforme aumenta el nivel de llenado del depósito, existe una disminución de los errores.

### 5.3.2 Términos Convectivos.

#### 5.3.2.1 Presión Convectiva.

Las presiones convectivas se van a calcular para los dos primeros modos de vibración. Los resultados obtenidos, se mostrarán en  $r/R=1$ , es decir, en la pared y en  $\theta=0^\circ$ . Se presentan resultados para distintos niveles

de llenado  $h/R$  y distintos niveles de llenado  $z/h$  para cada valor de  $h/R$ , donde  $z=0$  es el fondo del depósito y  $z=h$  es la superficie del líquido. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.7.

Para el primer modo de vibración se obtiene los siguientes datos:

	$h/R=0,25$	$h/R=0,5$	$h/R=0,75$	$h/R=1$	$h/R=1,25$
$z/h$	$P_c/P_{cmax}$	$P_c/P_{cmax}$	$P_c/P_{cmax}$	$P_c/P_{cmax}$	$P_c/P_{cmax}$
0,0	0,90250	0,687	0,472	0,309	0,1978
0,1	0,90490	0,691	0,477	0,315	0,203
0,2	0,90730	0,700	0,490	0,331	0,220
0,4	0,91934	0,735	0,546	0,398	0,288
0,6	0,93871	0,796	0,644	0,519	0,419
0,8	0,96555	0,884	0,792	0,711	0,642
1,0	1,00000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 5-23. Presiones Convectivas para 1<sup>er</sup> Modo Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ .

Obteniendo la gráfica de los datos anteriores:

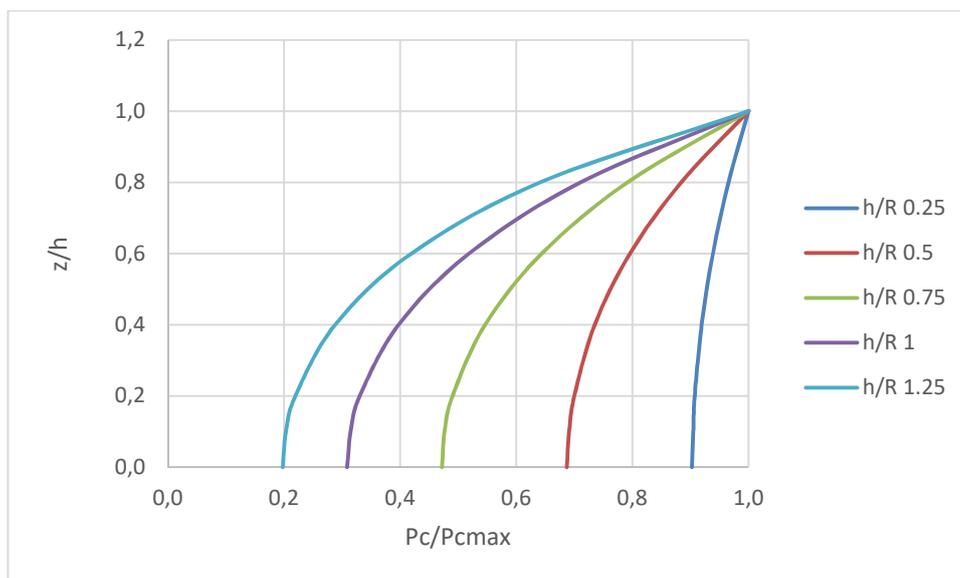


Figura 5-41. Presiones Convectivas para 1<sup>er</sup> Modo Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ .

Para el segundo modo de vibración, se obtienen los siguientes resultados.

	h/R=0,25	h/R=0,5	h/R=0,75	h/R=1	h/R=1,25
z/h	Pc/Pcmax	Pc/Pcmax	Pc/Pcmax	Pc/Pcmax	Pc/Pcmax
0,0	0,4876	0,134	0,036	0,009	0,0025
0,1	0,4988	0,141	0,039	0,011	0,003
0,2	0,5099	0,157	0,048	0,015	0,005
0,4	0,5676	0,223	0,093	0,041	0,018
0,6	0,6645	0,357	0,202	0,118	0,069
0,8	0,8063	0,599	0,448	0,345	0,265
1,0	1,0000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 5-24. Presiones Convectivas para 2º Modo Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ .

Obteniendo la siguiente gráfica:

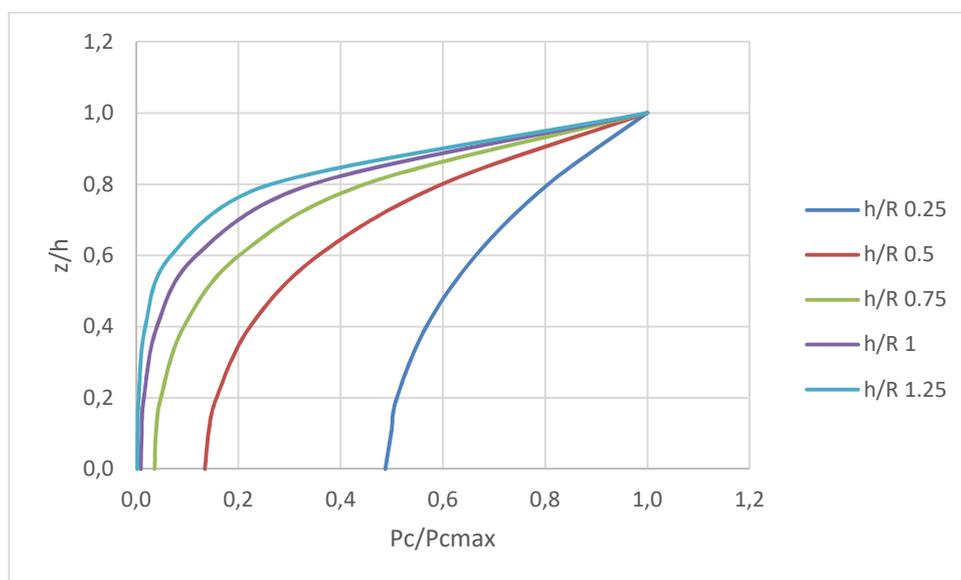


Figura 5-42 Presiones Convectivas para 2º Modo Ansys en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , en función de  $z/h$ , para varios niveles de llenado  $h/R$ .

### 5.3.2.2 Frecuencia Convectiva.

El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con la macro como la del apartado 7.7.

Para el primer modo de vibración, los resultados obtenidos son:

<b>h/R</b>	<b>f<sub>c1</sub>(Hz)</b>
0,25	0,22209
0,5	0,28848
0,75	0,31773
1	0,33001
1,25	0,33502

Tabla 5-25. Frecuencias Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Ansys para distintos niveles de llenado h/R.

Obteniéndose la siguiente gráfica a partir de la tabla anterior:

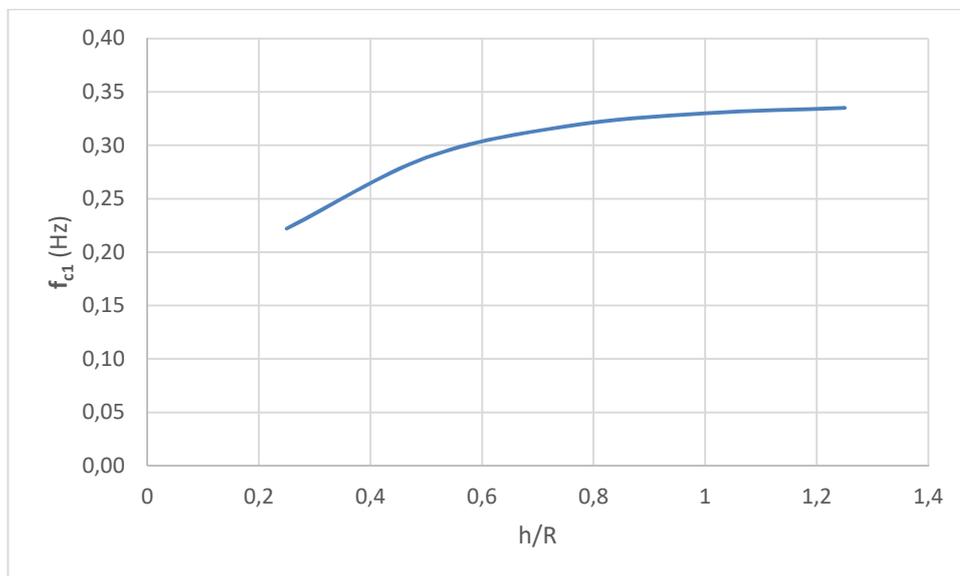


Figura 5-43. Frecuencias Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Ansys para distintos tamaños de depósitos.

Para el segundo modo de vibración se obtiene los siguientes resultados:

<b>h/R</b>	<b>f<sub>c2</sub>(Hz)</b>
0,25	0,53855
0,5	0,5745
0,75	0,57703
1	0,57673
1,25	0,57636

Tabla 5-26. Frecuencias Convectivas 2<sup>o</sup> Modo Ansys para distintos niveles de llenado h/R.

Obteniendo la gráfica:

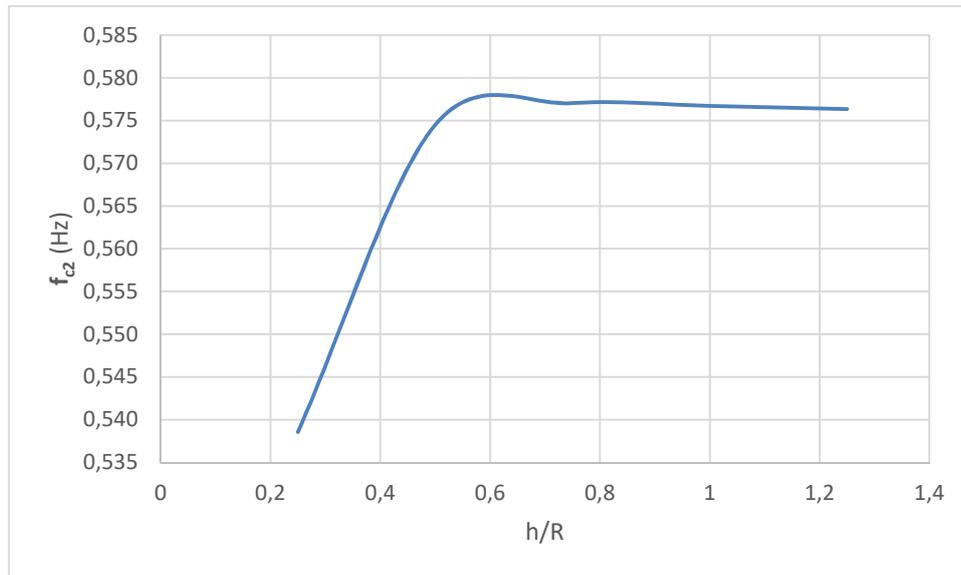


Figura 5-44. Frecuencias Convectivas 2º Modo Ansys para distintos nivel de llenado h/R.

### 5.3.2.3 Masa Convectiva.

En este apartado se estudiará de forma parecida a las masas convectivas, calculadas por Ansys.

#### 5.3.2.3.1 Explicación para el cálculo de masas con Ansys.

Para ver el desarrollo y explicación ver apartado 5.2.3.1.2.

#### 5.3.2.3.2 Fluid29 (Elemento 2D).

Este elemento es del tipo 2D, ver apartado 3.1.1, este elemento se asocia al fluido mientras que al depósito se asocia con un elemento tipo Shell61, ver apartado 3.1.2. El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.5.

Los resultados obtenidos al calcular el sistema cuando varía el llenado del sistema D/h, se muestra en la siguiente tabla:

D/h	m <sub>t</sub>	m <sub>c1</sub>	m <sub>c1</sub> /m <sub>t</sub>
8,00	50265,50	37661,31431	0,74924778
4,00	100531,00	65379,3096	0,65033979
2,67	150796,00	80608,10152	0,53455066
2,00	201062,00	88282,48805	0,43908092
1,60	251327,00	92176,23111	0,36675817

Tabla 5-27. Masa Convectiva 1º Modo Fluid29.

A partir de los datos de la tabla anterior, se obtiene la siguiente gráfica:

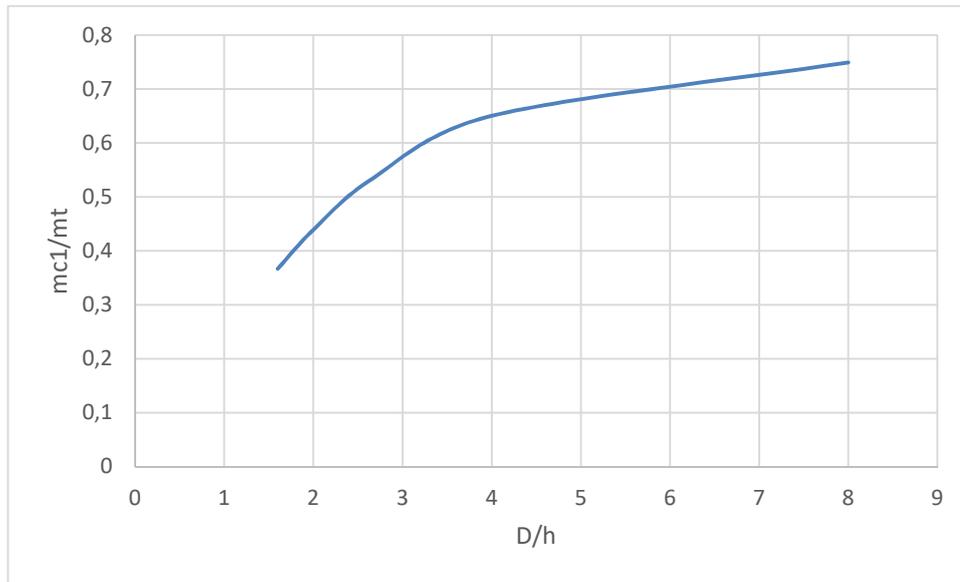


Figura 5-45. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Fluid29.

#### 5.3.2.3.3 Fluid30 (Elemento 3D).

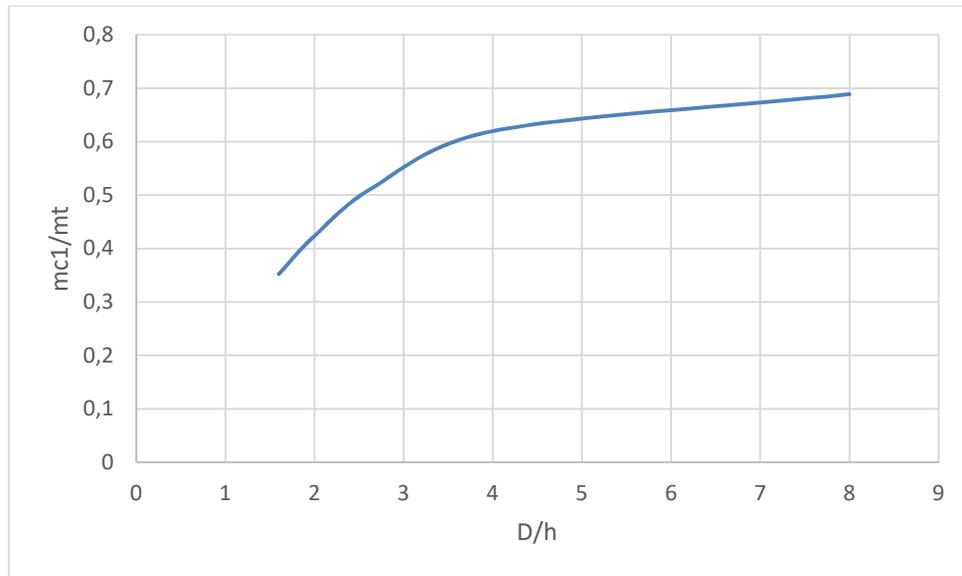
En este apartado se calcularán las masas impulsivas obtenidas con un modelo 3D de elementos finitos en Ansys usando para el fluido FLUID30 y para el depósito SHELL63. El modelo utilizado es medio cilindro ( $\theta$  entre 0 y 180 grados), donde hay que aplicar unas condiciones de contorno de simetría en el plano  $Y=0$  ( $U_Y=0$ ,  $ROT_Z=0$ ). El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.7.

Los resultados obtenidos al calcular el sistema cuando varía el llenado del sistema  $D/h$ , se muestra en la siguiente tabla:

D/h	m <sub>t</sub>	m <sub>c1</sub>	m <sub>c1</sub> /m <sub>t</sub>
8,00	25119,60	17304,30985	0,68887681
4,00	50239,10	31146,09447	0,61995725
2,67	75358,70	38838,57819	0,5153828
2,00	100478,00	42559,9185	0,4235745
1,60	125598,00	44225,8567	0,3521223

Tabla 5-28. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Fluid30.

Se obtiene la siguiente gráfica, a partir de los resultados obtenidos en la tabla anterior:

Figura 5-46. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Fluid30.

#### 5.3.2.3.4 Fluid80 (Elemento 3D).

En este apartado se calcularán las masas convectivas obtenidas con un modelo 3D de elementos finitos en Ansys usando para el fluido FLUID80 y para el depósito SHELL63. El modelo utilizado es medio cilindro ( $\theta$  entre 0 y 180 grados), donde hay que aplicar unas condiciones de contorno de simetría en el plano  $Y=0$  ( $UY=0$ ,  $ROTZ=0$ ). El modelo de elementos finitos se crea en Ansys con una macro como la del apartado 7.8.

Los resultados obtenidos al calcular el sistema cuando varía el llenado del sistema  $D/h$ , se muestran en la siguiente tabla:

<b>h</b>	<b>D/h</b>	<b><math>m_t</math></b>	<b><math>m_{c1}</math></b>	<b><math>m_{c1}/m_t</math></b>
1,00	8,00	25092,4	13649,80	0,54398144
2,00	4,00	50184,8	27078,70	0,53957971
3,00	2,67	66921,4	33275,40	0,49723108
4,00	2,00	100370	39047,80	0,38903856
5,00	1,60	125462	41293,70	0,32913312

Tabla 5-29. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Fluid80.

Se obtiene la siguiente gráfica de los datos anteriores:

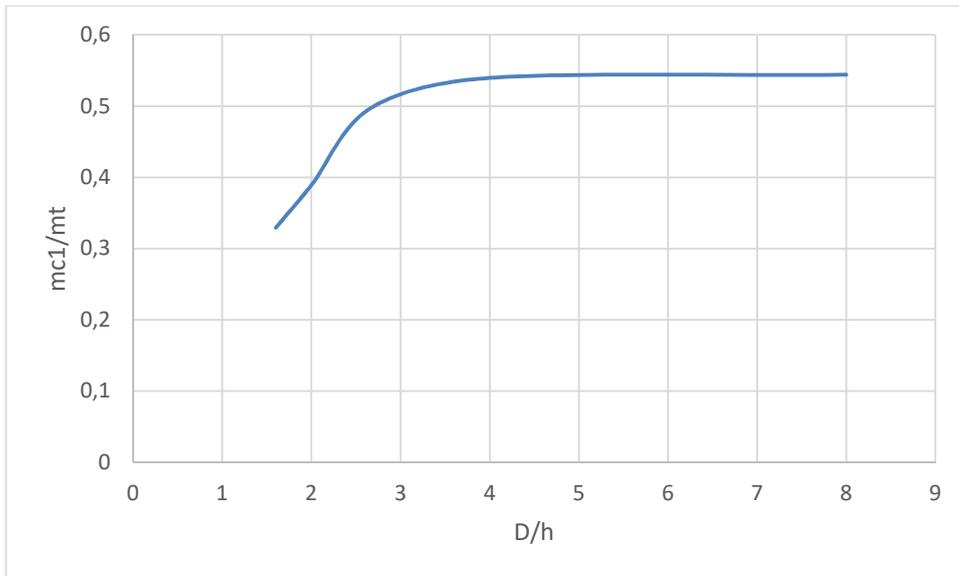


Figura 5-47. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Fluid80.

#### 5.3.2.3.5 Comparación Fluid29, Fluid30 y Fluid80.

En la siguiente gráfica se mostrarán los resultados obtenidos por los tres modelos.

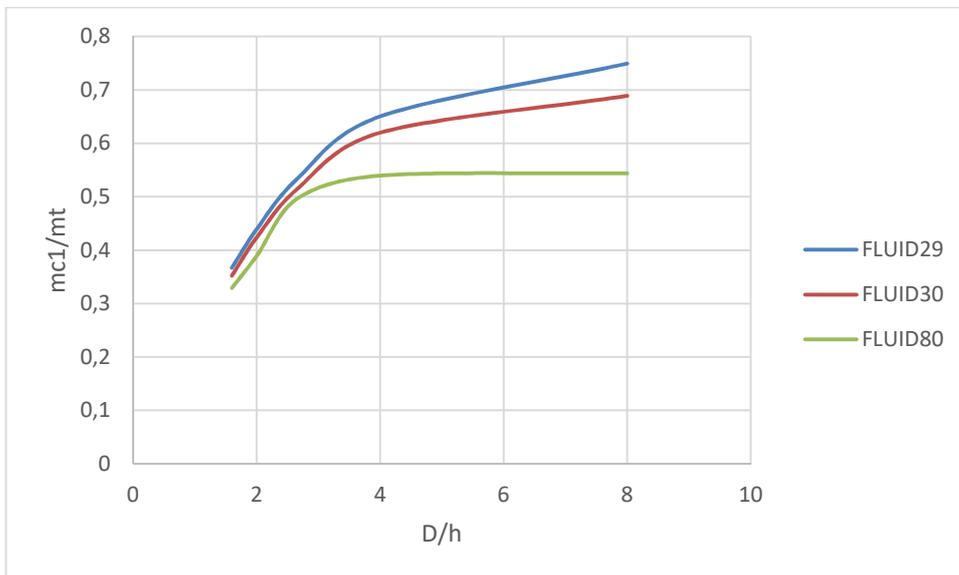


Figura 5-48. Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Ansys.

Se obtiene la siguiente gráfica de errores:

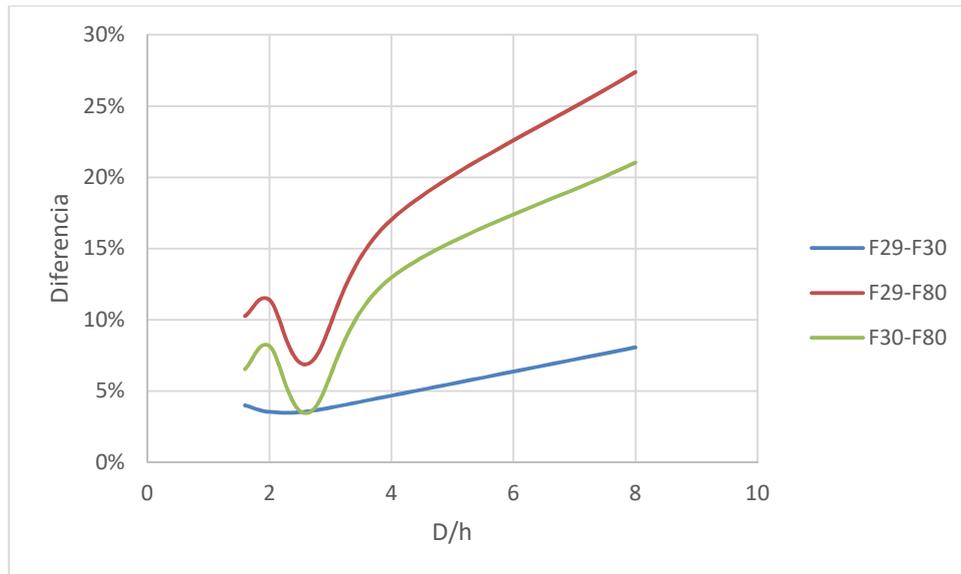


Figura 5-49. Diferencias Masas Convectivas 1<sup>er</sup> Modo Ansys.

Como se puede observar en las gráficas, los errores cometidos al calcular las masas con el Fluid80 son importantes. Por lo que parece ser, que no modela correctamente al movimiento del fluido.

## 5.4 Comparación de Resultados Ansys, Eurocódigo 8 y API-650.

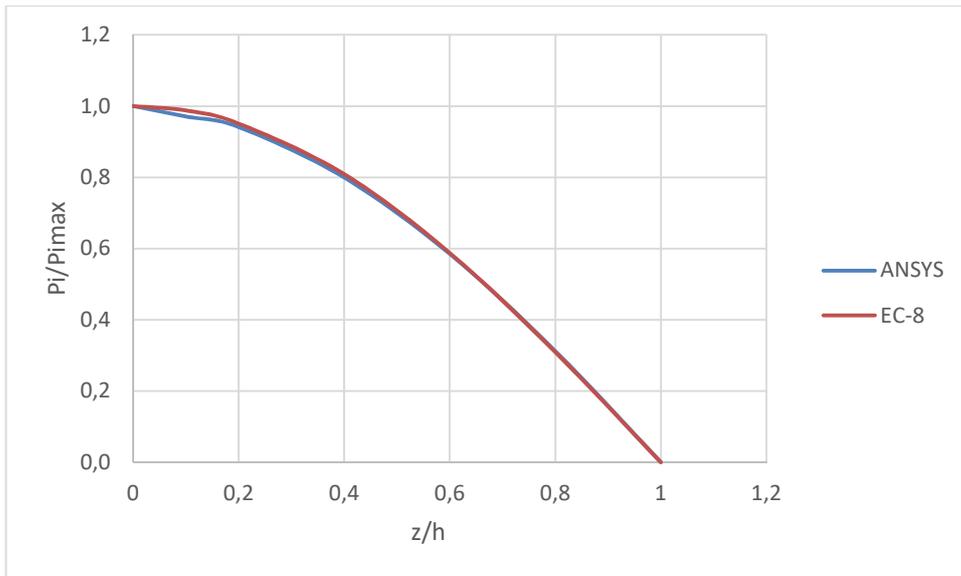
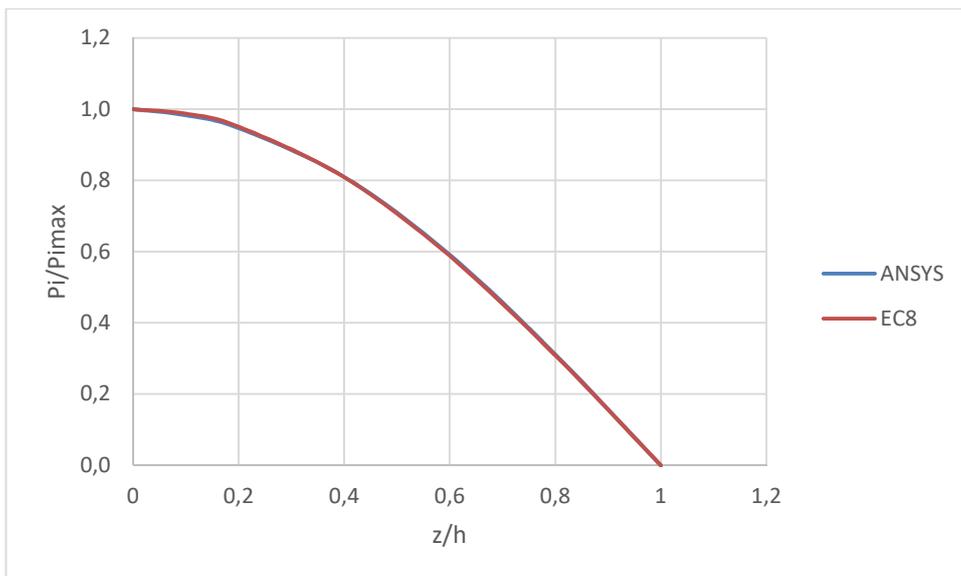
En apartados anteriores, se han ido mostrando los resultados del tipo analítico (EC-8 y API-650) y resultados obtenidos mediante elementos finitos.

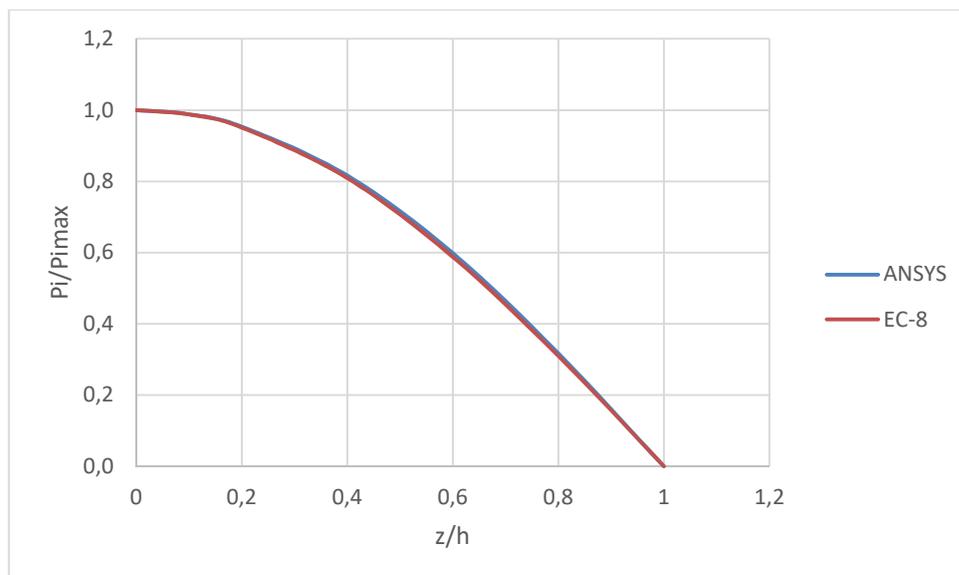
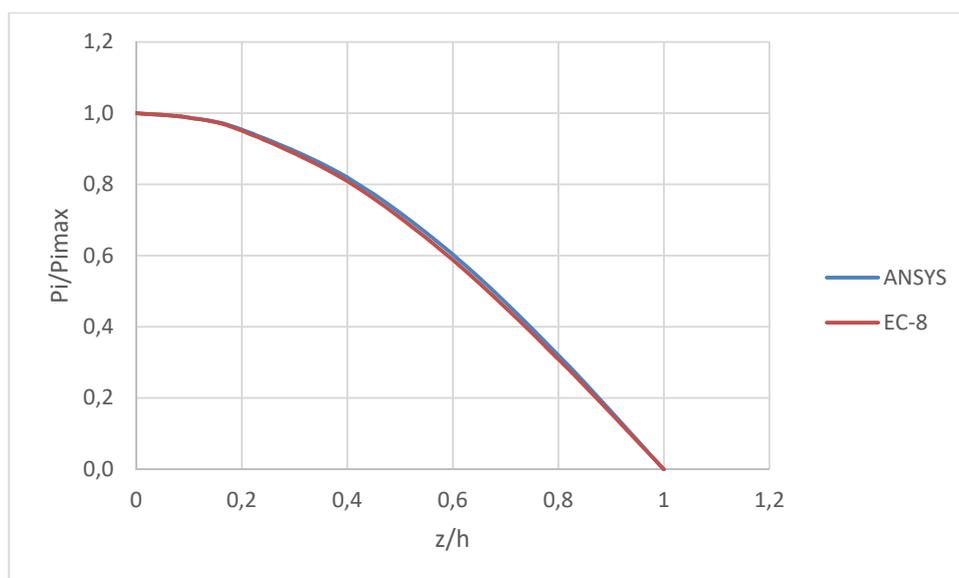
El objetivo es comprobar que los resultados obtenidos con Elementos Finitos son correctos y para ello se comparan con los resultados analíticos.

### 5.4.1 Términos Impulsivos.

#### 5.4.1.1 Presión Impulsiva.

Las presiones impulsivas obtenidas con Ansys, sólo son comparadas con las obtenidas por EC-8. Las siguientes gráficas mostrarán, las relaciones de presiones a lo largo de la altura del líquido, en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , para distintos casos de llenado  $h/R$ .

Figura 5-50. Presiones Impulsivas  $h/R=0.25$ .Figura 5-51. Presiones Impulsivas  $h/R=0.5$ .

Figura 5-52. Presiones Impulsivas  $h/R=0.75$ .Figura 5-53. Presiones Impulsivas  $h/R=1$ .

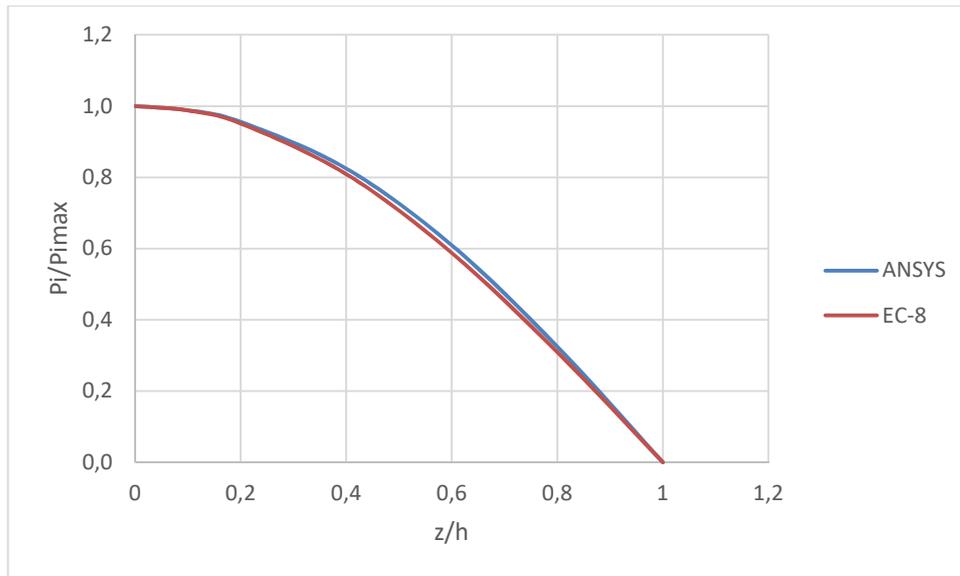


Figura 5-54. Presiones Impulsivas  $h/R=1.25$ .

Como se puede observar los valores obtenidos por Ansys se aproximan perfectamente a los valores analíticos obtenidos por la norma EC-8.

#### 5.4.1.2 Frecuencia Impulsiva.

Se analiza las frecuencias impulsivas obtenidas por Ansys con los cálculos analíticos obtenidos por la EC-8 y API-650.

Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

<b>h/R</b>	<b>f<sub>EC8</sub></b>	<b>f<sub>API</sub></b>	<b>f<sub>ANSYS</sub></b>	<b>Error EC-Ansys</b>	<b>Error API-Ansys</b>
<b>0,25</b>	52,60	53,98	52,50	0,18%	2,74%
<b>0,5</b>	32,78	32,95	33,05	0,82%	0,30%
<b>0,75</b>	25,03	24,87	24,86	0,68%	0,06%
<b>1</b>	19,95	19,98	19,79	0,79%	0,94%
<b>1,25</b>	16,98	16,50	16,38	3,56%	0,77%

Tabla 5-30. Comparación Frecuencias Impulsivas, en Hz.

Se obtienen las siguientes gráficas:

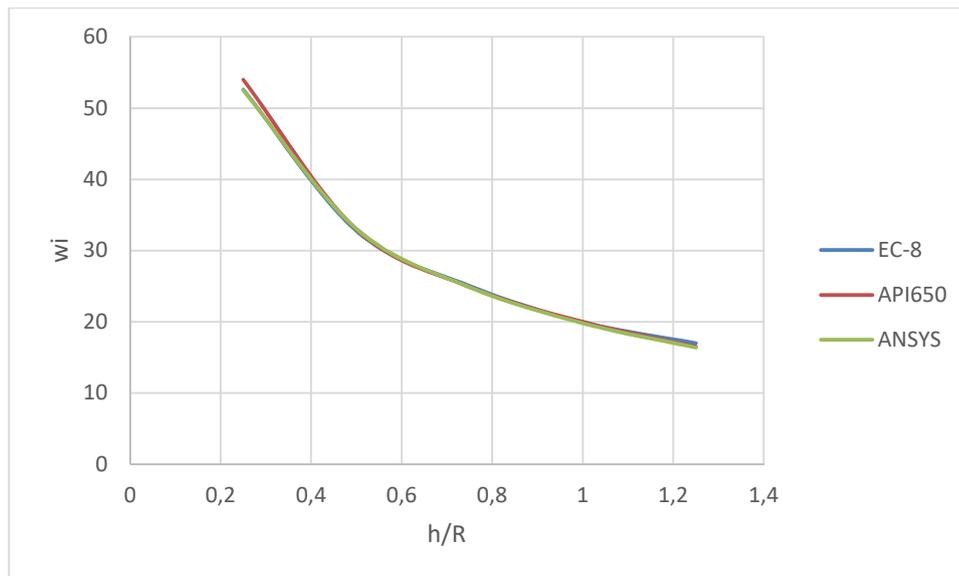


Figura 5-55. Comparación Frecuencias Impulsivas, en Hz.

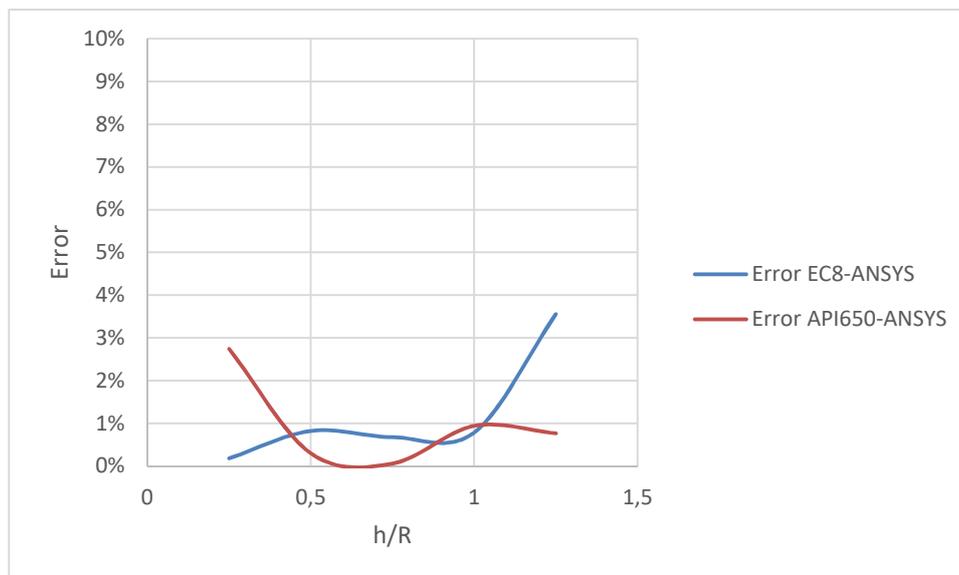


Figura 5-56. Error Frecuencias Impulsivas.

Se puede observar como los errores obtenidos son bajos, por lo que el modelo de Ansys se puede dar por correcto, Se puede ver que el error obtenido con respecto al EC-8 son mayores para  $h/R$  altos, mientras que al comprar con la API-650, estos errores son más altos para  $h/R$  bajos.

#### 5.4.1.3 Masa Impulsiva.

En este apartado, se realizará la comparación de las masas impulsivas obtenidas por Ansys, usando los tres tipos de elementos Fluid29, Fluid30 y Fluid80), con los cálculos analíticos obtenidos por la EC-8 y la API-650.

##### 5.4.1.3.1 Fluid29.

En la siguiente tabla, se comparan los resultados obtenidos, calculando el error cometido:

	EC8	API	ANSYS	EC8-Ansys	API-Ansys
D/h	$m_i/m_t$	$W_i/W_t$	$m_i/m_t$	Error	Error
8	0,14494266	0,14434152	0,18306961	26,30%	26,83%
4	0,29956193	0,28811836	0,30515922	1,87%	5,91%
2,67	0,43841666	0,42456447	0,43039643	1,83%	1,37%
2	0,54652257	0,5423163	0,5261144	3,73%	2,99%
1,6	0,62598775	0,63669102	0,59665527	4,69%	6,29%

Tabla 5-31. Comparación Masas Impulsivas.

A partir de los datos anteriores, se puede obtener las siguientes gráficas.

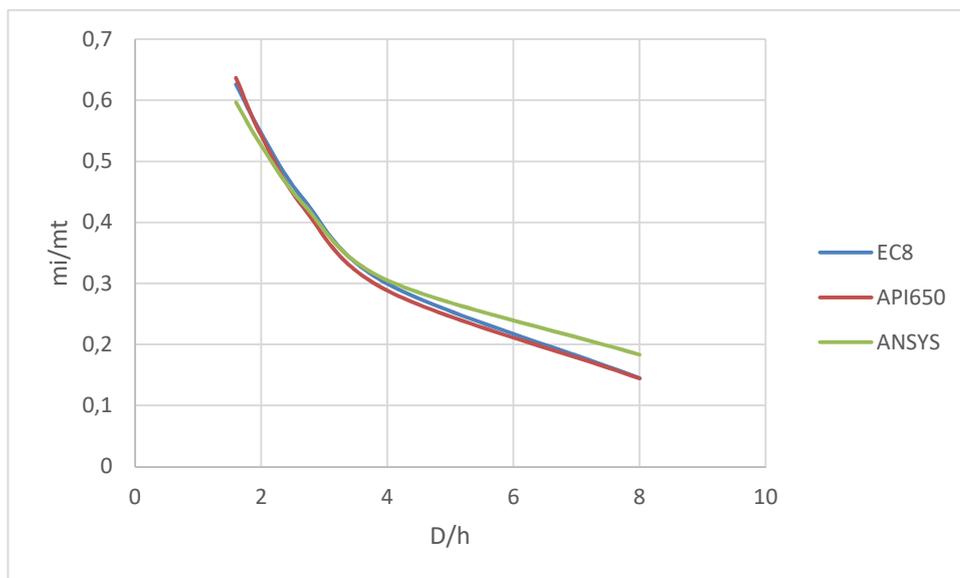


Figura 5-57. Comparación Masas Impulsivas F29.

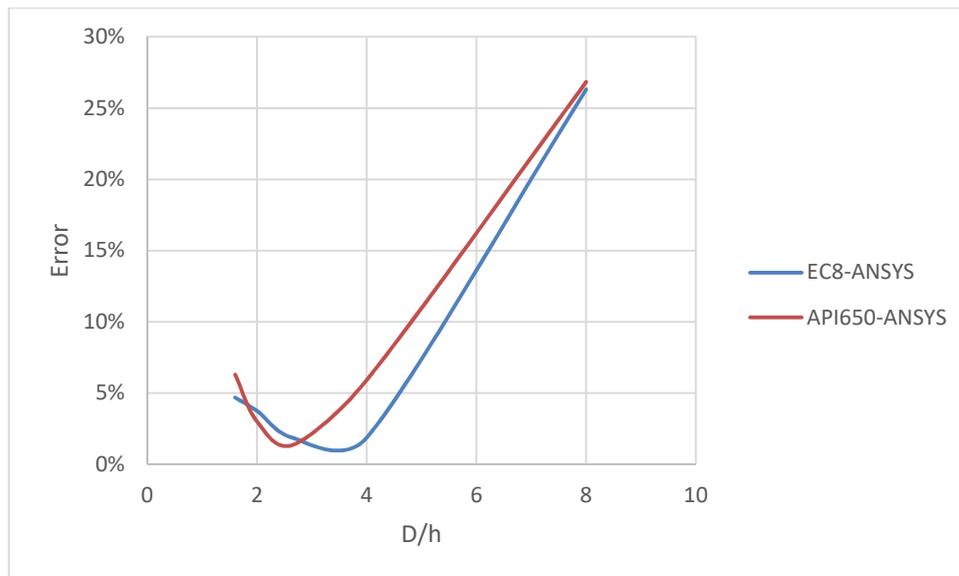


Figura 5-58. Error Masas Impulsivas F29.

Por lo que se puede extraer de los datos obtenidos, Ansys para pequeñas masas de agua ( $D/h$  alto), casi vacío, no representa correctamente la masa impulsiva del sistema. Conforme se aumenta la masa de fluido del sistema, se observa como los errores cometidos disminuyen drásticamente, obteniendo buenas aproximaciones.

#### 5.4.1.3.2 Fluid30.

En la siguiente tabla, se comparan los resultados obtenidos, calculando el error cometido:

D/h	EC8	API650	ANSYS	EC8-Ansys	API650-Ansys
	$m_i/m_t$	$W_i/W_t$	$m_i/m_t$	Error	Error
8	0,14494266	0,14434152	0,12749885	12,03%	11,67%
4	0,29956193	0,28811836	0,27502366	8,19%	4,54%
2,67	0,43841666	0,42456447	0,41325192	5,74%	2,66%
2	0,54652257	0,5423163	0,52170917	4,54%	3,80%
1,6	0,62598775	0,63669102	0,59382841	5,14%	6,73%

Tabla 5-32. Comparación Masas Impulsivas F30

A partir de los datos anteriores, se obtienen las siguientes gráficas.

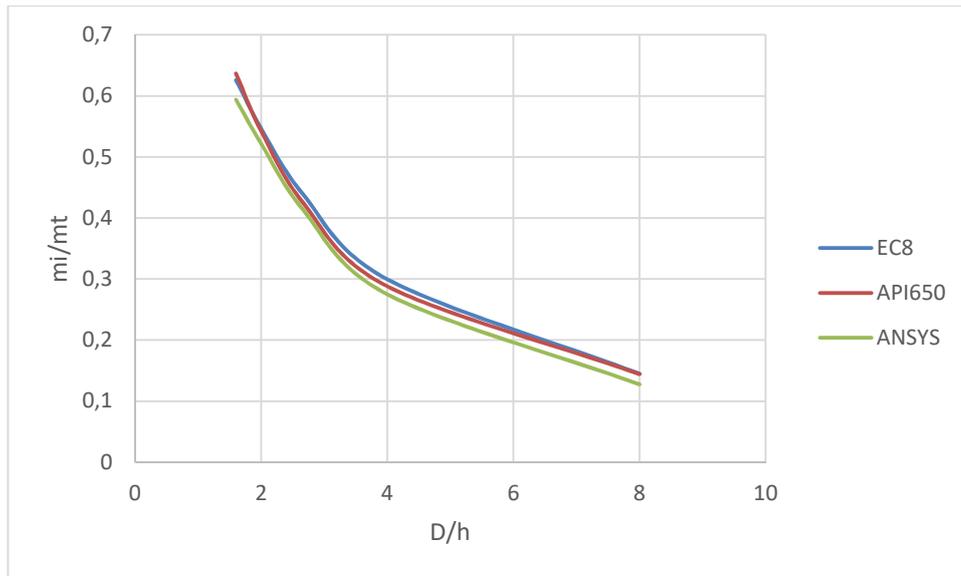


Figura 5-59. Comparación Masas Impulsivas F30.

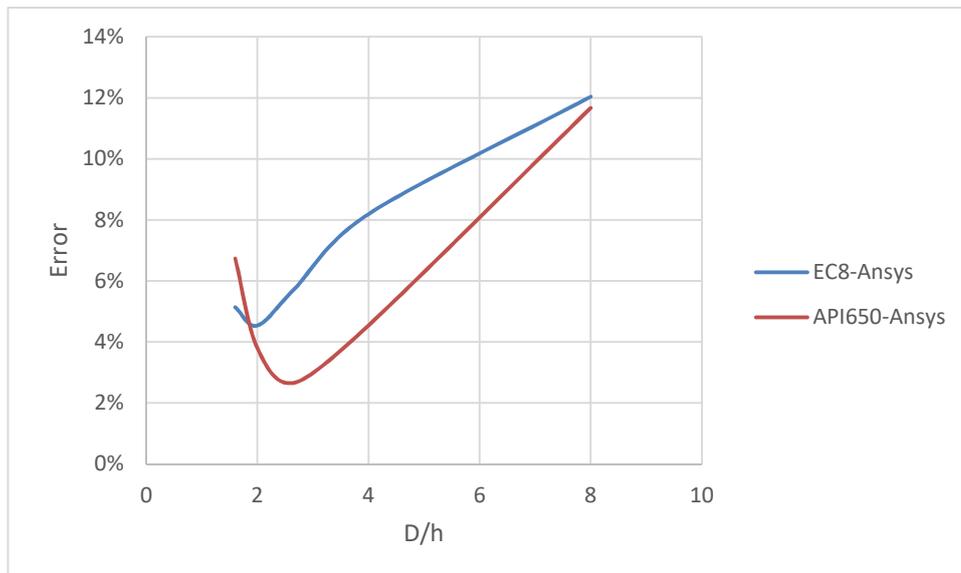


Figura 5-60. Comparación Masas Impulsivas F30.

Después de ver los resultados de la comparación, de la misma manera que le ocurre al FLUID29, para bajo llenado del depósito se obtienen errores apreciables. Aunque como se puede ver que los errores son menores para  $D/h=8$ .

#### 5.4.1.3.3 Fluid80.

En la siguiente tabla, se compararán los resultados obtenidos, calculando el error cometido:

D/h	EC8	API50	ANSYS	EC8-Ansys	API650-Ansys
	$m_i/m_t$	$W_i/W_t$	$m_i/m_t$	Error	Error
8	0,14494266	0,14434152	0,11451356	20,99%	20,66%
4	0,29956193	0,28811836	0,26292822	12,23%	8,74%
2,67	0,43841666	0,42456447	0,3655064	16,63%	13,91%
2	0,54652257	0,5423163	0,46375909	15,14%	14,49%
1,6	0,62598775	0,63669102	0,59261928	5,33%	6,92%

Tabla 5-33. Comparación Masa Impulsivas F80.

A partir de los datos anteriores, se obtienen las siguientes gráficas.

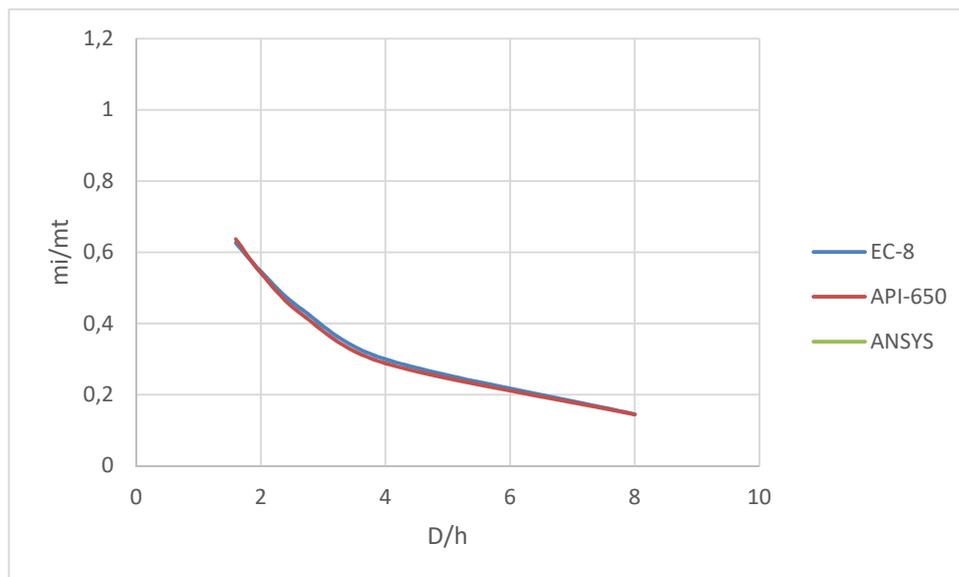


Figura 5-61. Comparación Masas Impulsivas F80.

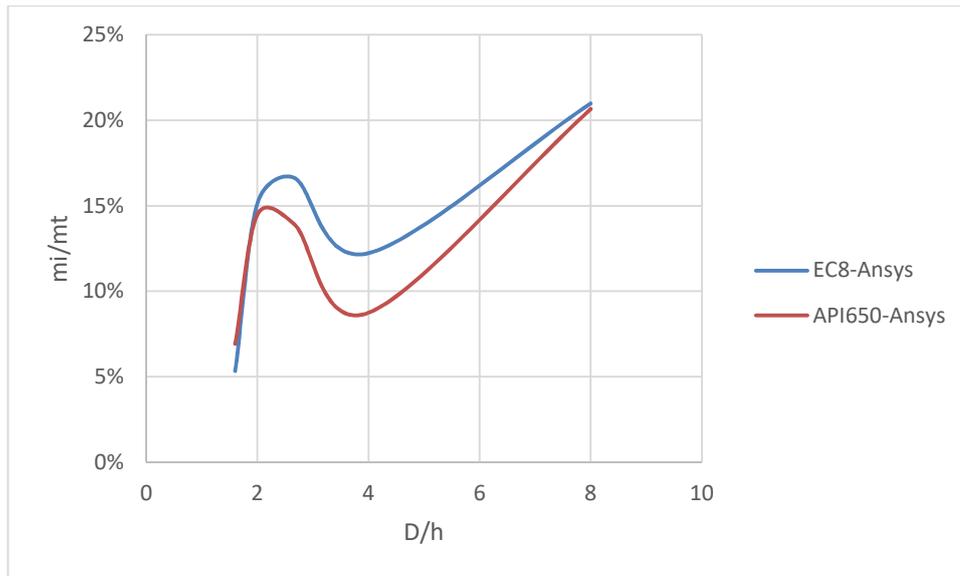


Figura 5-62. Comparación Masas Impulsivas F80.

Una vez examinado los resultados obtenidos, se puede deducir que el Fluid80 modela de peor manera el fluido. Los resultados obtenidos son peores. La única ventaja que tiene es que las masas son obtenidas directamente.

El fluid80 es una modificación de elementos tipo sólidos, para el uso en elementos del tipo fluido.

#### 5.4.2 Términos Convectivos.

##### 5.4.2.1 Presión Convectiva.

Las presiones convectivas obtenidas por Ansys, sólo son comparadas con las obtenidas por EC-8 para el primer modo. Las siguientes gráficas mostrarán, las relaciones de presiones a lo largo de la altura del líquido, en  $r/R=1$  y  $\theta=0^\circ$ , para distintos de llenado  $h/R$ .

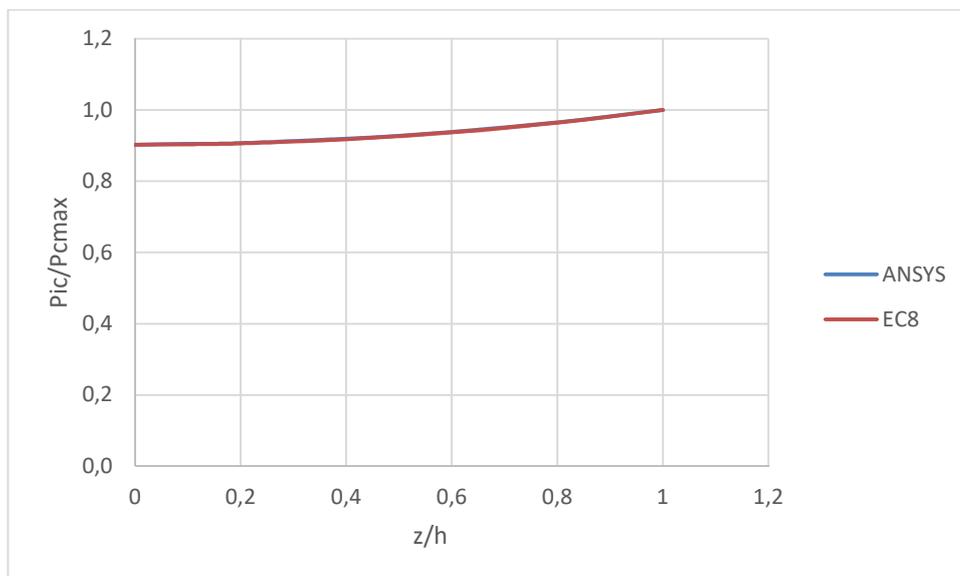
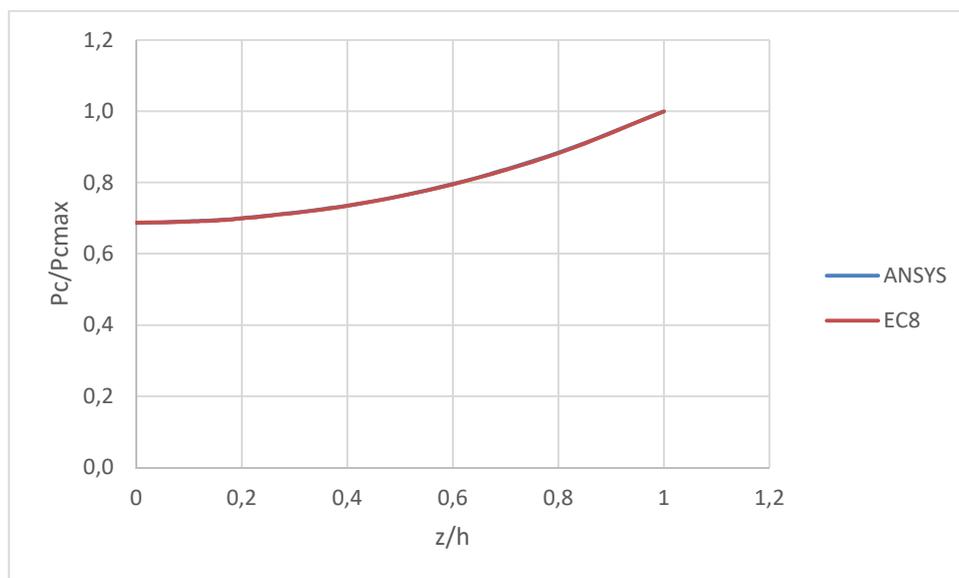
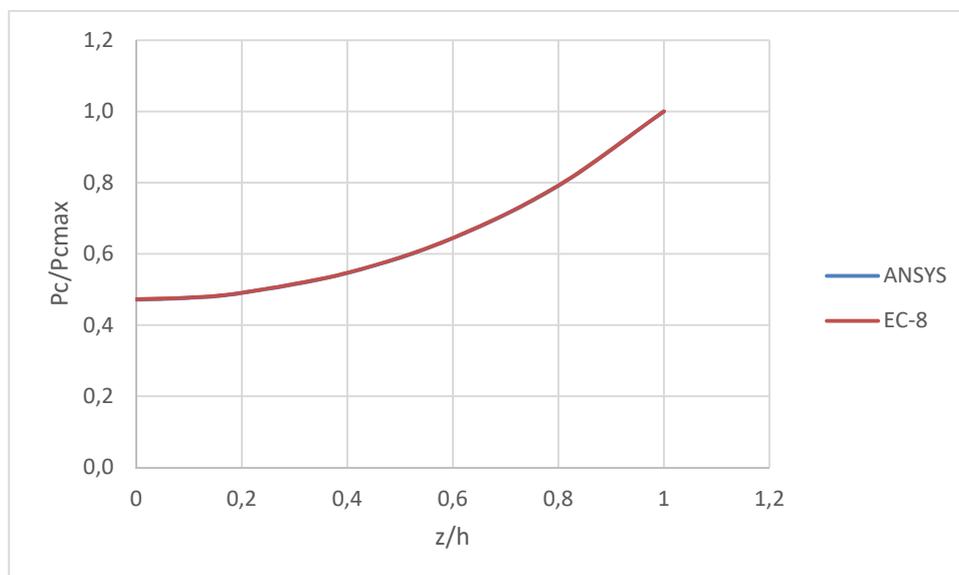


Figura 5-63. Comparación Presiones Convectivas 1er Modo.  $h/R=0.25$ .

Figura 5-64. Comparación Presiones Convectivas 1<sup>er</sup> Modo.  $h/R=0.5$ .Figura 5-65. Comparación Presiones Convectivas 1<sup>er</sup> Modo.  $h/R=0.75$ .

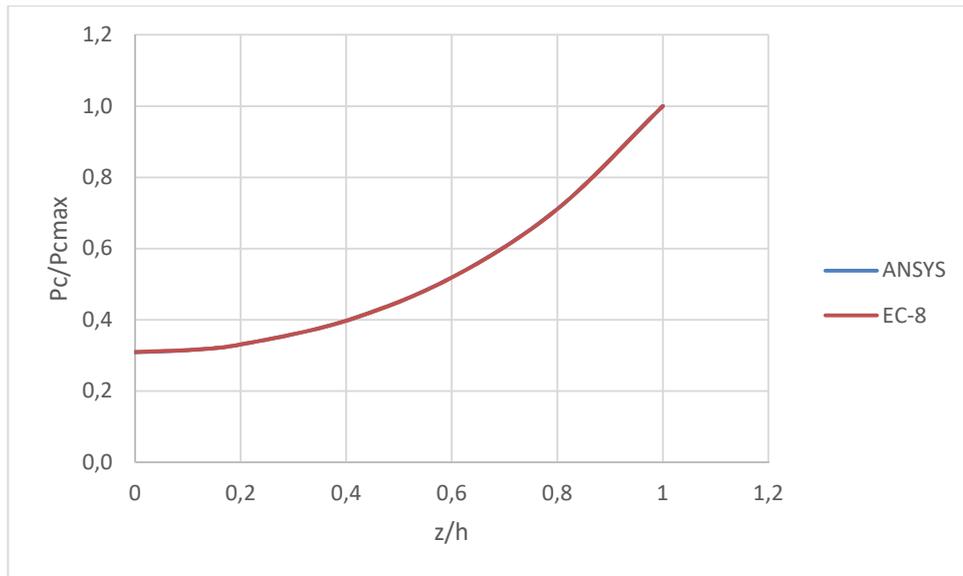


Figura 5-66. Comparación Presiones Convectivas 1<sup>er</sup> Modo.  $h/R=1$ .

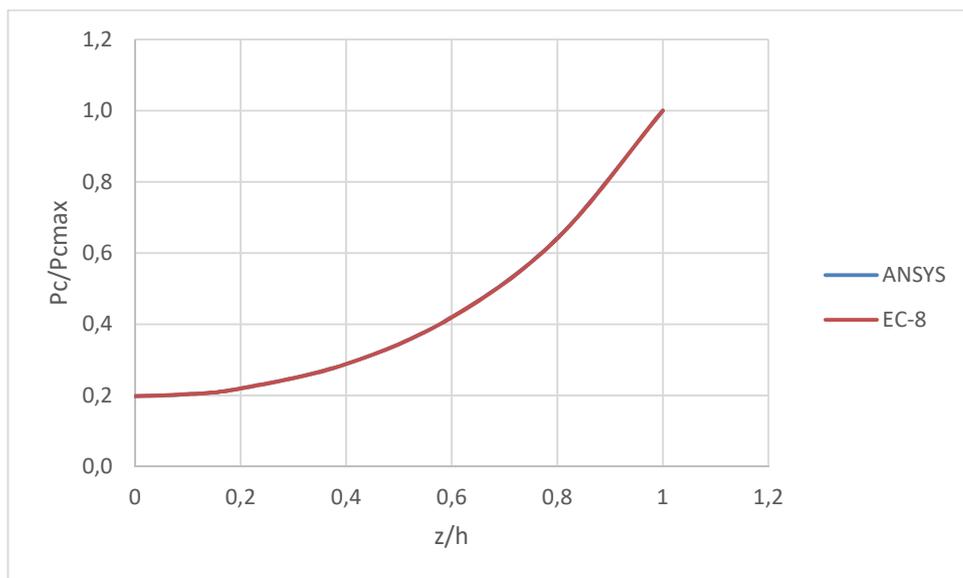


Figura 5-67. Comparación Presiones Convectivas 1<sup>er</sup> Modo.  $h/R=1.25$ .

Se obtiene la siguiente gráfica montando todas las gráficas anteriores:

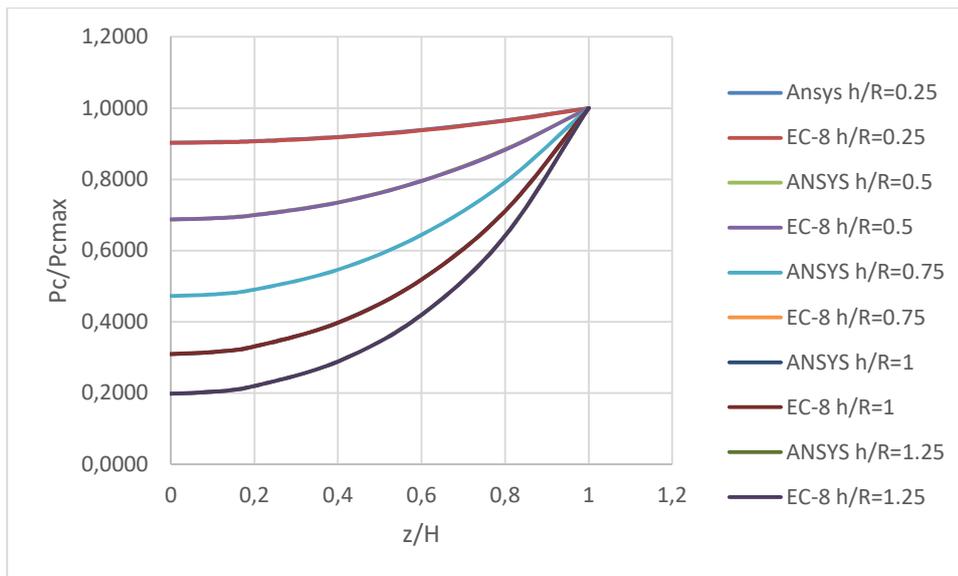


Figura 5-68. Comparación Presiones Convectivas 1<sup>er</sup> Modo, para varios valores de  $h/R$ .

Las presiones convectivas obtenidas por Ansys reproducen correctamente las presiones convectivas analíticas obtenidas con la norma EC-8.

#### 5.4.2.2 Frecuencia Convectiva.

Se analizará las frecuencias convectivas obtenidas por Ansys con los cálculos analíticos obtenidos por la EC-8 y API-650. La normativa API-650, sólo trabaja con el primer modo de frecuencia convectiva.

Los resultados se muestran en las siguientes tablas:

Modo 1	EC8	API-650	ANSYS	EC8-Ansys	API650-Ansys
$h/R$	$c$	$c$	$c$	Error	Error
<b>0,25</b>	0,2219	0,2260	0,22209	0,09%	1,72%
<b>0,5</b>	0,2882	0,2923	0,28848	0,10%	1,30%
<b>0,75</b>	0,3175	0,3207	0,31773	0,07%	0,93%
<b>1</b>	0,3298	0,3323	0,33001	0,06%	0,69%
<b>1,25</b>	0,3348	0,3369	0,33502	0,07%	0,56%

Tabla 5-34. Comparación Frecuencias Convectivas en Hz, 1<sup>er</sup> Modo.

Modo 2	EC8	API-650	ANSYS	EC8-Ansys	API650-Ansys
h/R	c	c	c	Error	Error
<b>0,25</b>	0,5368	n/a	0,53855	0,33%	n/a
<b>0,5</b>	0,5727	n/a	0,5745	0,31%	n/a
<b>0,75</b>	0,5753	n/a	0,57703	0,30%	n/a
<b>1</b>	0,5755	n/a	0,57673	0,21%	n/a
<b>1,25</b>	0,5755	n/a	0,57636	0,15%	n/a

Tabla 5-35. Comparación Frecuencias Convectivas, en Hz, 2º Modo.

A partir de estas tablas, se obtiene las gráficas:

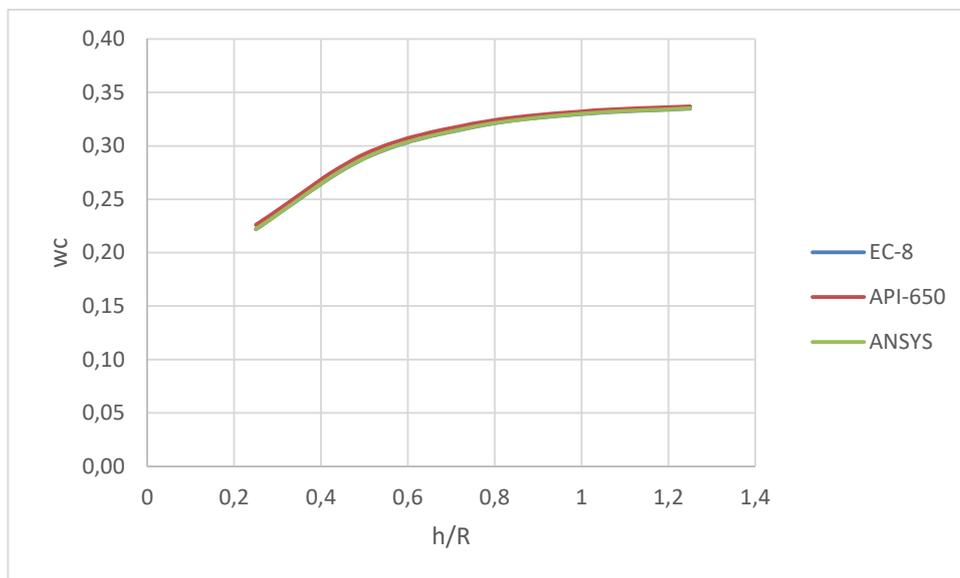


Figura 5-69. Comparación Frecuencias Convectivas en Hz, 1º Modo.

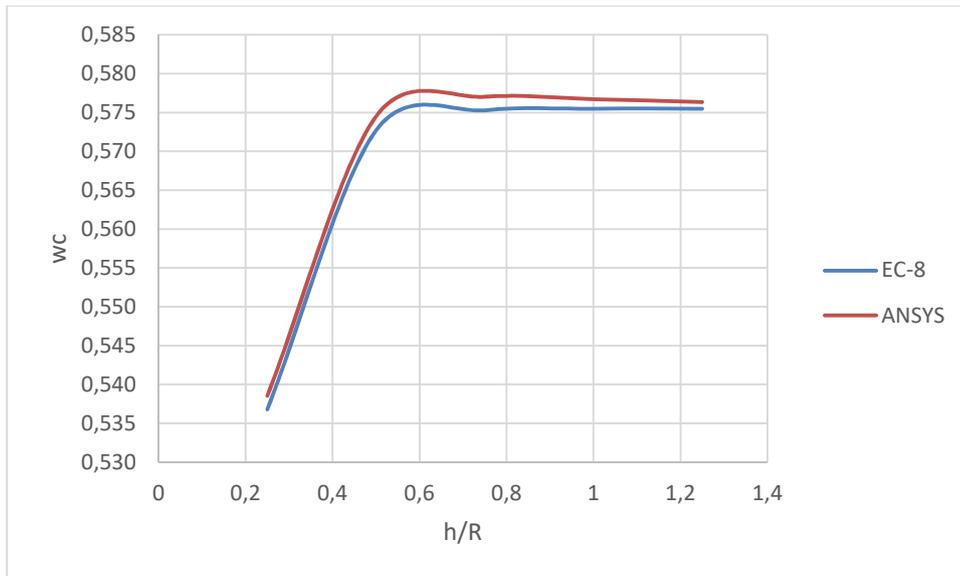


Figura 5-70. Comparación Frecuencias Convectivas, en Hz, 2º Modo.

Los errores cometidos se pueden graficar:

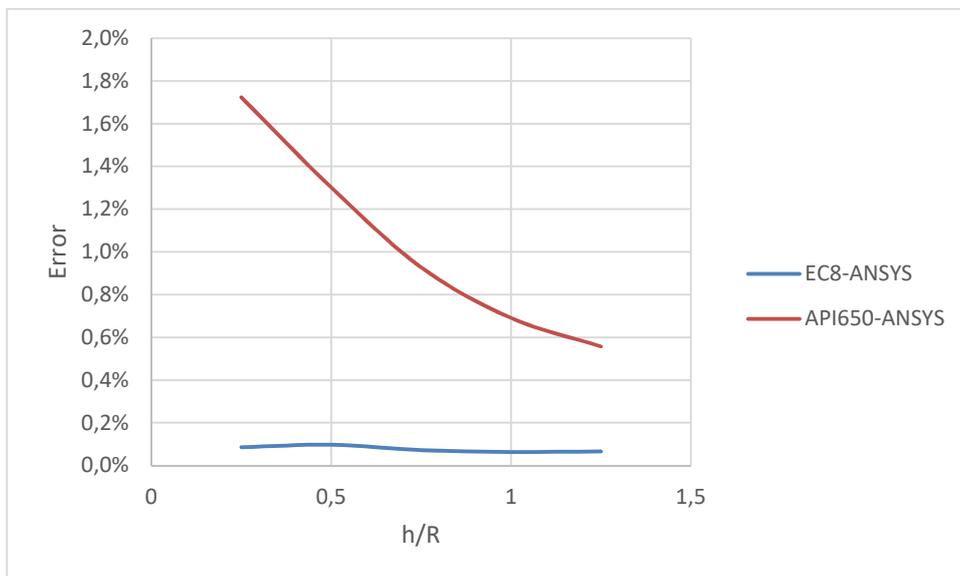


Figura 5-71. Errores Frecuencias Convectivas 1º Modo.

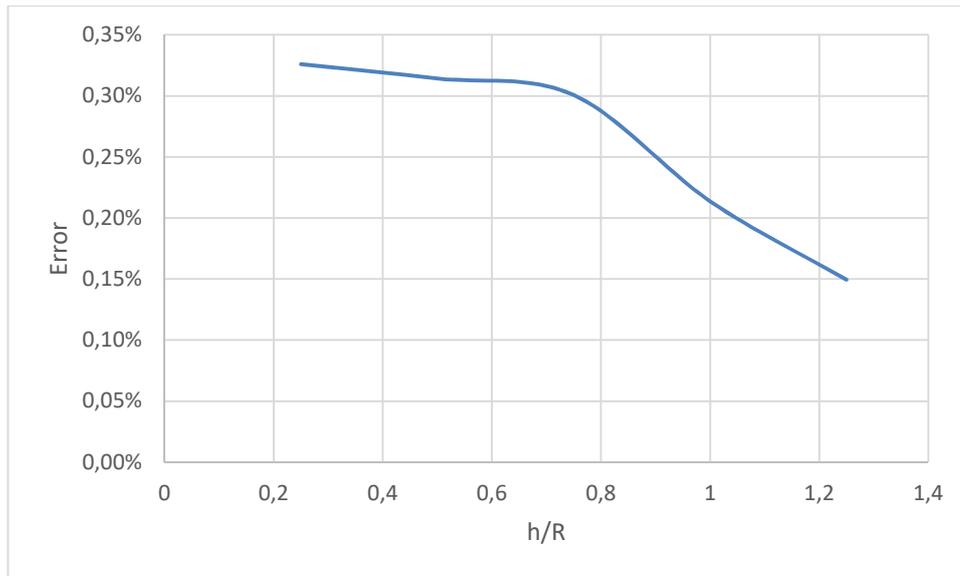


Figura 5-72. Errores Frecuencias Convectivas 2º Modo.

Los resultados obtenidos por Ansys se ajustan perfectamente a los datos obtenidos de forma analítica. Se puede ver que los errores cometidos con EC-8 son mucho menores del orden de 0.2%. Con la API-650, los errores son un poco mayores, con una media del 1.2%, pero completamente aceptables.

#### 5.4.2.3 Masa Convectiva.

En este apartado, se realizará la comparación de las masas convectivas obtenidas por Ansys, usando los tres tipos de elementos (FLUID29, FLUID30 y FLUID80), con los cálculos analíticos obtenidos por la EC-8 y la API-650.

##### 5.4.2.3.1 Fluid29.

En la siguiente tabla, se compara los resultados obtenidos y se calcula el error cometido:

	<b>EC-8</b>	<b>API-650</b>	<b>ANSYS</b>	<b>EC8-Ansys</b>	<b>API-Ansys</b>
<b>D/h</b>	<b><math>m_c/m_t</math></b>	<b><math>W_c/W_t</math></b>	<b><math>m_c/m_t</math></b>	<b>Error</b>	<b>Error</b>
<b>8</b>	0,78232688	0,78947938	0,74924778	4,23%	5,10%
<b>4</b>	0,6600896	0,66673558	0,65033979	1,48%	2,46%
<b>2,67</b>	0,53397121	0,53980005	0,53455066	0,11%	0,97%
<b>2</b>	0,43218279	0,43714394	0,43908092	1,60%	0,44%
<b>1,6</b>	0,35637963	0,36058427	0,36675817	2,91%	1,71%

Tabla 5-36. Comparación Masas Convectivas 1º Modo, FLUID29.

A partir de estos datos se obtienen las siguientes gráficas:

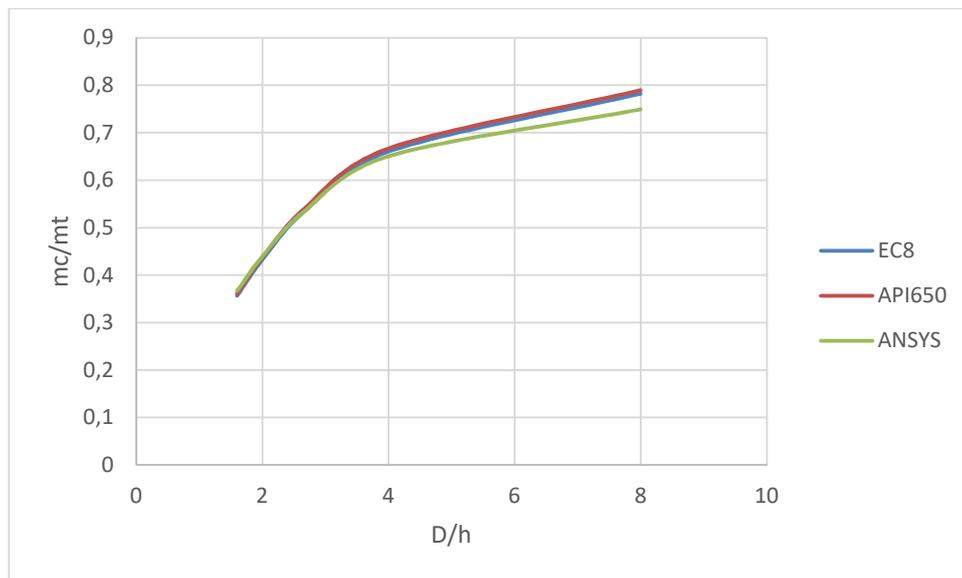


Figura 5-73. Comparación Masas Convectivas FLUID29.

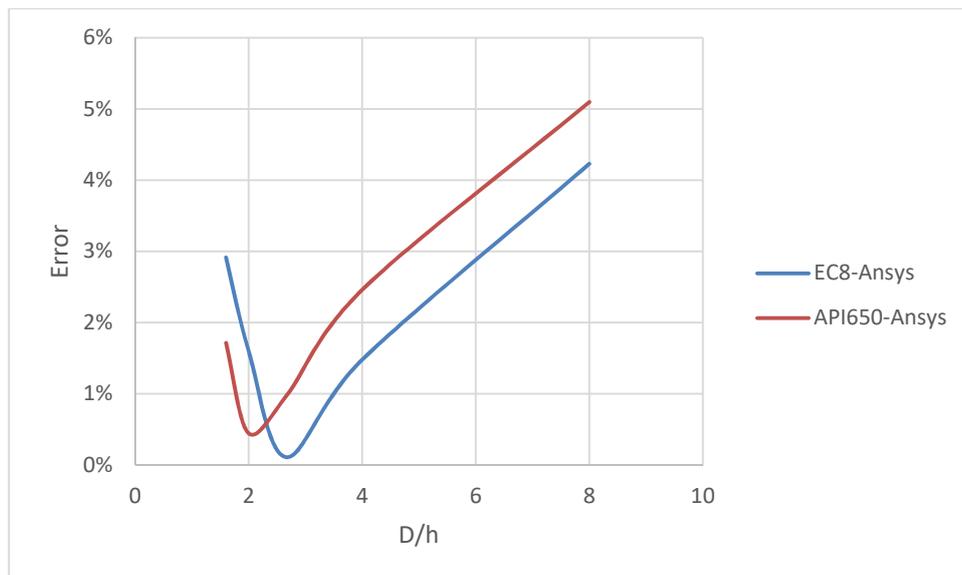


Figura 5-74. Errores Masas Convectivas FLUID29.

#### 5.4.2.3.2 Fluid30.

En la siguiente tabla, se compararán los resultados obtenidos, calculando el error cometido:

<b>D/h</b>	<b>EC-8</b>	<b>API-650</b>	<b>ANSYS</b>	<b>EC8-Ansys</b>	<b>API-Ansys</b>
	$m_c/m_t$	$W_c/W_t$	$m_c/m_t$	<b>Error</b>	<b>Error</b>
<b>8</b>	0,78232688	0,78947938	0,68887681	11,95%	12,74%
<b>4</b>	0,6600896	0,66673558	0,61995725	6,08%	7,02%
<b>2,67</b>	0,53397121	0,53980005	0,5153828	3,48%	4,52%
<b>2</b>	0,43218279	0,43714394	0,4235745	1,99%	3,10%
<b>1,6</b>	0,35637963	0,36058427	0,3521223	1,19%	2,35%

Tabla 5-37. Comparación Masas Convectivas FLUID30.

A partir de estos datos se obtiene las siguientes gráficas:

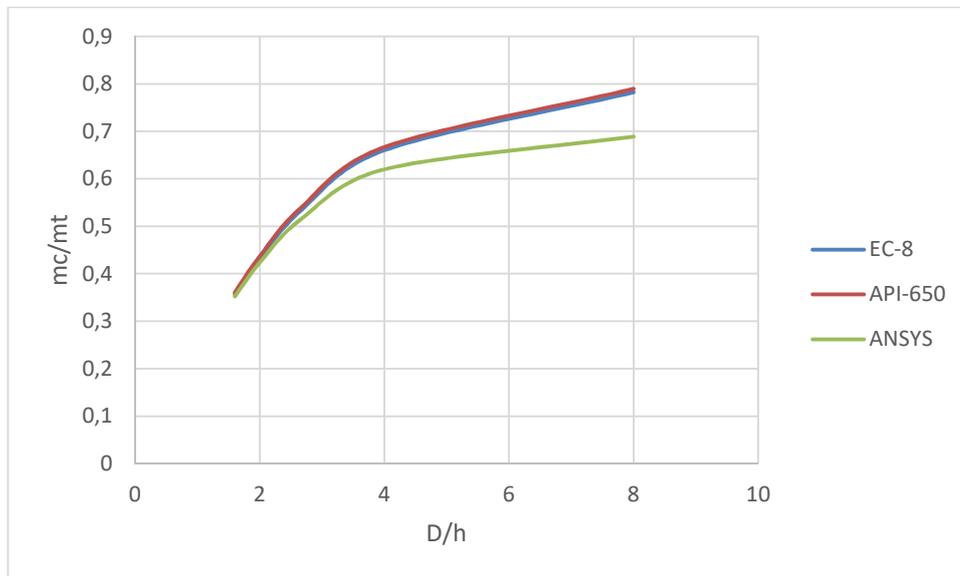


Figura 5-75. Comparación Masas Convectivas FLUID30.

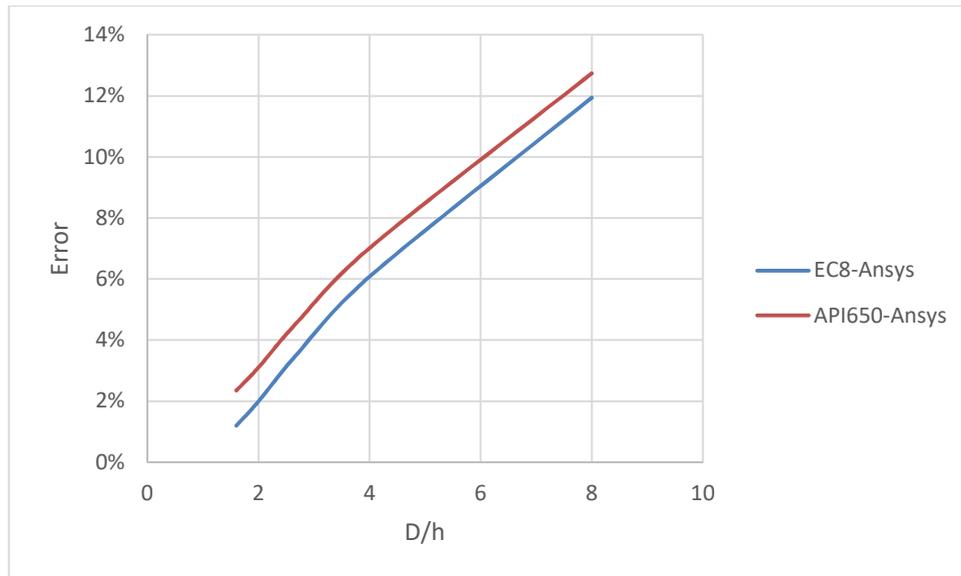


Figura 5-76. Errores Masas Convectivas FLUID30.

#### 5.4.2.3.3 Fluid80.

En la siguiente tabla, se compararán los resultados obtenidos y se calculará el error cometido:

D/h	EC-8	API-650	ANSYS	EC8-Ansys	API-Ansys
	$m_c/m_t$	$W_c/W_t$	$m_c/m_t$	Error	Error
8	0,78232688	0,78947938	0,54398144	30,47%	31,10%
4	0,6600896	0,66673558	0,53957971	18,26%	19,07%
2,67	0,53397121	0,53980005	0,49723108	6,88%	7,89%
2	0,43218279	0,43714394	0,38903856	9,98%	11,00%
1,6	0,35637963	0,36058427	0,32913312	7,65%	8,72%

Tabla 5-38. Comparación Masas Convectivas FLUID80.

A partir de estos datos se obtienen las siguientes gráficas:

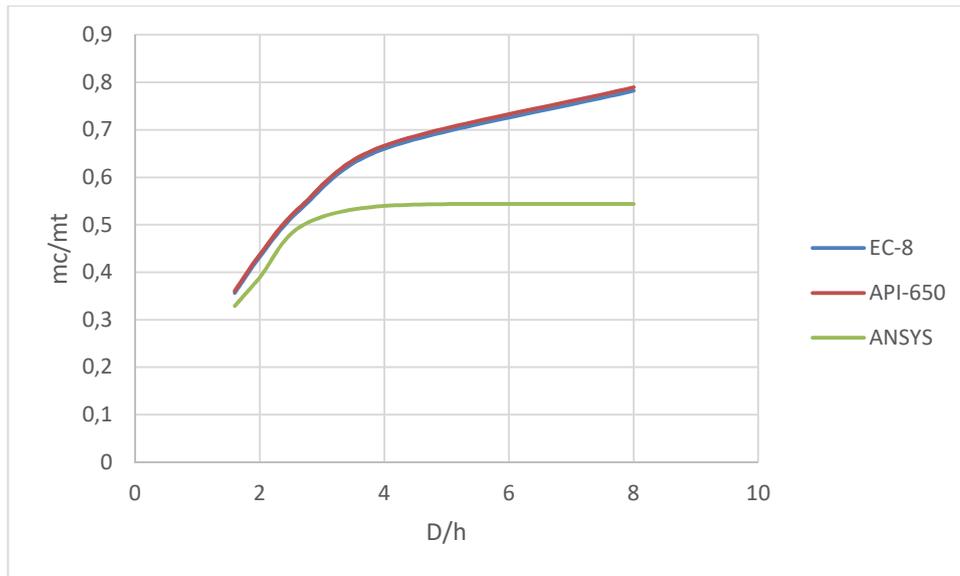


Figura 5-77. Comparación Masas Convectivas FLUID80.

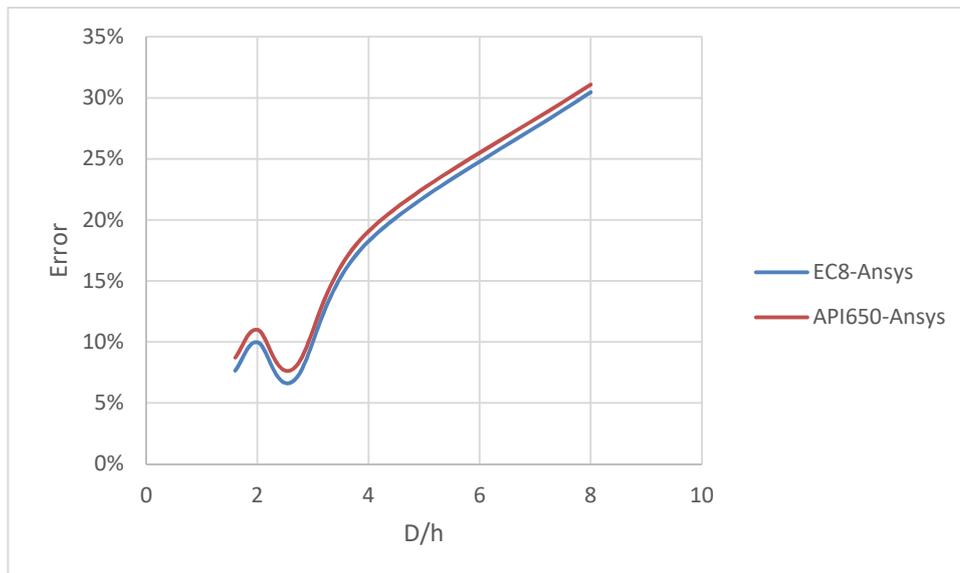


Figura 5-78. Errores Masas Convectivas FLUID80.

Tras observar los resultados mostrados, ocurre lo mismo que para las masas impulsivas. Los elementos acústicos, FLUID29 y FLUID30, utilizados para modelar el fluido dan mejor resultados que si se usa el elemento FLUID80.

En este caso, los errores son bastante altos, alrededor del 30%, por lo que no sería aconsejable para este caso utilizar este tipo de elemento.

# 6 CONCLUSIONES

---

En este último apartado se presentan de una forma resumida los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto. Se divide en dos apartados: el estudio modal y el estudio espectral.

- Conclusiones del Estudio Modal.

Los resultados obtenidos con el modelo de elementos finitos han sido del todo satisfactorios, en las tres situaciones analizadas: el líquido solo (suponiendo depósito de paredes rígidas), el depósito vacío y el sistema acoplado líquido-depósito considerando paredes flexibles. Los resultados obtenidos por Ansys se ciñen perfectamente a los resultados analíticos obtenidos mediante expresiones analíticas y/o a los resultados obtenidos por varios textos.

Los errores cometidos están en un margen entre 0 y el 2%, por lo que el modelo reproduce perfectamente los modos de vibración del sistema.

- Conclusiones del Estudio Espectral.

En el estudio espectral se han utilizado dos tipos de elementos para modelar el fluido, los elementos acústicos (FLUID29 (2D), FLUID30 (3D)) y los elementos procedentes de sólidos (FLUID80). Los resultados obtenidos con elementos del tipo acústico han sido del todo satisfactorios, en general, en todos los parámetros más relevantes para el análisis estructural del tanque que se ha creído interesante de obtener, como las presiones, frecuencias y masas. Con este modelo se obtienen soluciones con errores muy pequeños con respecto a las soluciones analíticas calculadas.

Sin embargo, los resultados calculados con el FLUID80, no han sido del todo satisfactorios, obteniéndose en algunos casos errores demasiado apreciables y aumentando los errores cuando los modelos estaban en situaciones extremas, como es el caso de la masa convectiva para depósitos con  $D/h > 4$ .

En general, como conclusión, conviene comentar el especial cuidado que hay que tener a la hora de elegir los elementos que forman parte del modelado de un sistema, ya que una mala elección, puede llevar a obtener soluciones inadecuadas o no esperadas. Para ello, es imprescindible leer atentamente las condiciones de uso de los elementos (input data) y los resultados que se pueden obtener de forma directa sin realizar ningún post-cálculo (output data).

Se recomienda comprobar cualquier modelo de elementos finitos con una solución analítica o alguna referencia, siempre que sea posible, ya que como se ha comprobado en este trabajo, hay veces que no se obtienen correctamente todos los resultados.

Por otro lado, cuando se usen soluciones analíticas hay que prestar un especial cuidado a las expresiones que se utilicen y tener presente las simplificaciones o aproximaciones en que dichas soluciones se basan. Se puede ver el caso del cálculo de las frecuencias naturales del depósito. Existían expresiones matemáticas, que no se adaptaban a las condiciones de contorno que se estaban buscando y los resultados obtenidos eran muy dispares.



# 7 ANEXO A.

El anexo A está compuesto por el listado de códigos en lenguaje APDL utilizados en Ansys. Los códigos que se pueden encontrar van a ser:

- **Líquido 2D.** Está compuesto por el líquido. Se usa el elemento FLUID29 para el líquido.
- **Líquido 3D.** Está compuesto por el líquido. Se usa el elemento FLUID30 para el líquido.
- **Depósito 2D.** Está compuesto por el depósito. Se usa el elemento SHELL61 para el depósito.
- **Depósito 3D.** Está compuesto por el depósito. Se usa el elemento SHELL63 para el depósito.
- **Modelo 2D.** Está compuesto por el sistema completo líquido-depósito. Se usa el elemento FLUID29 para el fluido y el elemento SHELL61 para el depósito. Son elementos axisimétricos y harmónicos.
- **Modelo 3D Completo.** Está compuesto por el sistema completo líquido-depósito. Se usa el elemento FLUID30 para el fluido y el elemento SHELL63 para el depósito. Se modela el sistema completo.
- **Modelo 3D.** Está compuesto por el sistema completo líquido- depósito. Se usa el elemento FLUID30 para el fluido y el elemento SHELL63 para el depósito. Se modela un depósito de 180°.
- **Modelo 3D F80.** Está compuesto por el sistema completo líquido-sólido. Se usa el elemento FLUID80 para el fluido y el elemento SHELL63 para el depósito. Se modela un depósito de 180°.
- **Obtención de las Presiones.**
- **Obtención de  $F_x$  y Factor de Participación.**

## 7.1 Líquido 2D.

```
FINISH
/CLEAR
/FILENAME, LIQ2D, 1
/TITLE, LIQ2D
/PREP7
*AFUN, DEG                !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIM M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81                !ACELERACION DE GRAVEDAD
H1 = 3                 !ALTURA DEL LÍQUIDO
DIAM = 8               !DIMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2          !RADIO DEL FLUIDO
TAMEL=0.0975          !TAMAÑO DEL ELEMENTO EN METROS
PW = 1000             !DENSIDAD DE MASA DEL AGUA
CW = 1500             !VELOCIDAD DEL SONIDO AGUA M/S
MODOS = 100           !NÚMERO DE MODOS EN EL ANALISIS MODAL
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
```

```

!
ET,1,FLUID29,,,2
KEYOPT,1,7,1          !CONDICION SUPERFICIE LIBRE
MP,SONC,1,CW
MP,DENS,1,PW
!
!-----DISEÑO FLUIDO-----
!
K,1,RAD,0
K,2,0,0
K,3,0,-H1
K,4,RAD,-H1
A,1,2,3,4
!
!-----MALLADO FLUIDO-----
!
TYPE,1
MAT,1
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
AESIZE,1,TAMEL
AMESH,1
ALLSEL
!
!-----ANALISIS MODAL-----
!

/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,0,G,0
MODE,1
MODOPT,UNSYM,MODOS
MXPAND,MODOS,,,YES
OUTPR,ALL,ALL
/OUTPUT,LIQUIDO2D.TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
/POST1
SET,LIST
SET,FIRST
PLNSOL,PRES
!

```

## 7.2 Líquido 3D.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME, LIQ3D, 1
/TITLE, LIQ3D
/PREP7
CSYS, 1                !COORDENADAS CILINDRICAS
*AFUN, DEG            !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
/VUP, , Z            !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIM M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81              !ACELERACIM DE GRAVEDAD
H1 = 3                !ALTURA DEL FLUIDO
DIAM = 8              !DIMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2         !RADIO DEL FLUIDO
TAMEL=0.375          !DIVISIONES FLUIDO
PW = 1000             !DENSIDAD DE MASA DEL AGUA
CW = 1500             !VELOCIDAD DEL SONIDO AGUA M/S
MODOS = 10           !NUMERO MODOS EN EL ANALISIS MODAL
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET, 1, FLUID30      !FLUIDO
MP, SONC, 1, CW
MP, DENS, 1, PW
!
!-----DISEÑO FLUIDO-----
!
CYL4, 0, 0, RAD, 45
AGEN, 4, 1, , , , 45
AGLUE, ALL
NUMMRG, KP
NUMCMO, ALL
ALLSEL
VEXT, ALL, , , , , -H1
VGLUE, ALL
NUMMRG, KP
NUMCMO, ALL
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEL FLUIDO-----
!
TYPE, 1
MAT, 1
MSHAPE, 0, 3D

```

```

MSHKEY,1
AESIZE,ALL,TAMEL
VMESH,ALL
ALLSEL
!
!-----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
NSEL,S,LOC,Z,-H1
NSEL,R,LOC,X,RAD
D,ALL,UX
ALLSEL
NSEL,S,LOC,Z,0
SF,ALL,FREE          !CC SUPERFICIE LIBRE
ALLSEL
CSYS,0
NSEL,S,LOC,Y,0      !NODOS PLANO Y=0 IMPIDO UY
D,ALL,UY
ALLSEL
CSYS,1
!
!-----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,0,0,G
MODOPT,UNSYM,MODOS
MXPAND,MODOS,,,YES
/OUTPUT,LIQ3D.TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
```

## 7.3 Depósito 2D.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME,DEPOS,1
/TITLE,DEPOS
/PREP7
*AFUN,DEG           !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
!/VUP,,Z           !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIM M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81           !ACELERACIM DE GRAVEDAD
H2 = 6             !ALTURA TOTAL DEL DEPOSITO
DIAM = 8           !DIMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2      !RADIO DEL FLUIDO
PS = 7850         !DENSIDAD DE MASA DEL ACERO
ES = 206E9        !MODULO DE ELASTICIDAD DEL ACERO EN PA(N/M2)
TAMEL=0.09375    !TAMAÑO ELEMENTO
ESP=0.005        !ESPESOR
MODOS = 30        !NUMERO DE MODOS EN EL ANLISIS MODAL
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,SHELL61
MP,EX,1,ES
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,PS
R,1,ESP
!
!-----DISEÑO DEPOSITO-----
!
K,1,RAD,0
K,2,RAD,H2
L,1,2
!
!-----MALLADO DEPOSITO-----
TYPE,1
MAT,1
REAL,1
LESIZE,1,TAMEL
LMESH,1
ALLSEL
!
!-----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
NSEL,S,NODE,,1,2
D,ALL,UY

```

```
ALLSEL
!  
!-----ANALISIS MODAL-----  
!  
/SOLU  
ANTYPE,MODAL  
MODE,4  
MODOPT,LANB,MODOS  
MXPAND,MODOS,,,YES  
OUTPR,ALL,ALL  
/OUTPUT,DEPOSITO.OUT  
SOLVE  
/OUTPUT  
SAVE  
FINISH  
!
```

## 7.4 Depósito 3D.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME,DEPOS3D,1
/TITLE,DEPOS3D
/PREP7
CSYS,1                                !COORDENADAS CILINDRICAS
*AFUN,DEG                              !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
/VUP,,Z                                !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIM M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81                                !ACELERACIM DE GRAVEDAD
H2 = 6                                  !ALTURA TOTAL DEL DEPOSITO
DIAM = 8                                !DIMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2                            !RADIO DEL FLUIDO
PS = 7850                               !DENSIDAD DE MASA DEL ACERO
ES = 206E9                              !MODULO DE ELASTICIDAD DEL ACERO EN PA(N/M2)
TAMEL=0.2                               !TAMAÑO ELEMENTO DEPOSITO
ESP=0.05                                !ESPESOR
MODOS =100                              !NUMEROS DE MODOS
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,SHELL63                            !DEPOSITO
MP,EX,1,ES
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,PS
R,1,ESP                                 !CONSTANTE REAL 1 (PARED DEPOSITO)
!
! !-----DISEÑO PARED DEL DEPOSITO-----
!
K,1,0,0,0
K,2,RAD,0,0
K,3,RAD,45,0
K,4,RAD,90,0
K,5,RAD,135,0
K,6,RAD,180,0
K,7,RAD,0,H2
K,8,RAD,45,H2
K,9,RAD,90,H2
K,10,RAD,135,H2
K,11,RAD,180,H2
A,2,3,8,7
A,3,4,9,8
A,4,5,10,9

```

```

A, 5, 6, 11, 10
AGLUE, ALL
NUMMRG, KP
NUMCMO, ALL
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEPOSITO-----
!
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
MSHAPE, 0, 3D
MSHKEY, 1
AESIZE, ALL, TAMEL
AMESH, ALL
ALLSEL
!
!-----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
NSEL, S, LOC, Z, 0
D, ALL, UX
D, ALL, UY
D, ALL, UZ                !NODOS PLANO Y=0 IMPIDO   UX=0 UY=0 UZ=0
ALLSEL
CSYS, 0
NSEL, S, LOC, Y, 0        !NODOS PLANO Y=0 IMPIDO   UY y ROTZ
D, ALL, UY
D, ALL, ROTZ
CSYS, 1
ALLSEL
!
! -----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, SNODE, MODOS, 0, 100
MXPAND, MODOS, , , YES
OUTPR, ALL, ALL
/OUTPUT, DEPOSITO3D.TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH

```

## 7.5 Modelo 2D.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME,DEPOSCIL2D,1
/TITLE,DEPOSCIL2D
/PREP7
*AFUN,DEG
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIÓN M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81           !ACELERACIÓN DE GRAVEDAD
H1=3              !ALTURA DEL LIQUIDO
H2 = 6            !ALTURA TOTAL DEL DEPOSITO
DIAM = 8          !DIÁMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2     !RADIO DEL FLUIDO
PS = 7850        !DENSIDAD DE MASA DEL ACERO
ES = 206E9       !MODULO DE ELASTICIDAD DEL ACERO EN PA(N/M2)
PW = 1000        !DENSIDAD DE MASA DEL AGUA
CW = 1483        !VELOCIDAD DEL SONIDO AGUA M/S
TAMEL=0.1        !TAMAÑO ELEMENTO DEPOSITO
ESP=0.005        !ESPESOR
MODOS = 50       !NUMEROS DE MODOS
MOD=1            !NUMERO DE MODO
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,FLUID29,,0,2 !PROPIEDADES PARA EL FLUIDO
KEYOPT,1,7,1      !CONDICION SUPERFICIE LIBRE
MP,SONC,1,CW
MP,DENS,1,PW
R,1
!
ET,2,SHELL61      !PROPIEDADES PARA EL DEPOSITO
MP,EX,2,ES
MP,PRXY,2,0.3
MP,DENS,2,PS
R,2,ESP
!
!-----DISEÑO FLUIDO-----
!
K,1,RAD,0
K,2,0,0
K,3,0,-H1
K,4,RAD,-H1
A,1,2,3,4

```

```

!
!-----DISEÑO DEPOSITO-----
!
K,5,RAD,H2-H1
L,1,5
!
!-----MALLADO LIQUIDO-----
!
TYPE,1
MAT,1
REAL,1
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
AESIZE,1,TAMEL
AMESH,1
NSEL,S,,,ALL
CM,FLUIDO,NODE
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEPOSITO-----
!
TYPE,2
MAT,2
REAL,2
LSEL,S,,,4,5,1
LESIZE,ALL,TAMEL
LMESH,ALL
ALLSEL
LSEL,S,,,5
ESLL
NSLE
CM,DEPOSITO,NODE
ALLSEL
!
!-----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
CMSEL,S,FLUIDO
NSEL,R,LOC,X,RAD
ESLN,S
ESEL,R,TYPE,,1
SF,ALL,FSI           !CC FSI EN LAS PAREDES
ALLSEL
NSEL,S,LOC,Y,-H1
NSEL,R,LOC,X,RAD
D,ALL,UY
D,ALL,UX           !CC SUELO UX=0, UY=0
ALLSEL
!
!-----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,0,G
MODOPT,UNSYM,MODOS
MXPAND,MODOS,,,YES
MODE,MOD

```

```
/OUTPUT,DEP_LIQ2D,TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
! -----ANALISIS ESPECTRAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,SPECTRUM
SPOPT,SPRS
SVTYP,2,1
FREQ,1e-2,.25,1,5,10,15,20,25,30
SV,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1
SED,1.0,0.0,0.0
SRSS
/OUTPUT,DEP_LIQ2D,TXT,,APPEND
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
/POST1
RSYS,SOLU
/INPUT,DEPOSCIL2D,MCOM
SAVE
```

## 7.6 Modelo 3D Completo.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME,DEPOSCIL3DC,1
/TITLE,DEPOSCIL3DC
/PREP7
CSYS,1
*AFUN,DEG           !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
/VUP,,Z            !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIÓN M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81           !ACELERACIÓN DE GRAVEDAD
H1=3              !ALTURA DEL LIQUIDO
H2 = 6            !ALTURA TOTAL DEL DEPOSITO
DIAM = 8          !DIÁMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2     !RADIO DEL FLUIDO
PS = 7850        !DENSIDAD DE MASA DEL ACERO
ES = 206E9       !MODULO DE ELASTICIDAD DEL ACERO EN PA(N/M2)
PW = 1000        !DENSIDAD DE MASA DEL AGUA
CW = 1483        !VELOCIDAD DEL SONIDO AGUA M/S
TAMEL=0.26       !TAMAÑO ELEMENTO DEPOSITO
ESP=0.005        !ESPESOR
MODOS = 50       !NUMEROS DE MODOS
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,FLUID30     !FLUIDO
MP,SONC,1,CW
MP,DENS,1,PW
R,1
!
ET,2,SHELL63     !DEPOSITO
MP,EX,2,ES
MP,PRXY,2,0.3
MP,DENS,2,PS
R,2,ESP
!
!-----DISEÑO FLUIDO-----
!
CYL4,0,0,RAD,45
AGEN,8,1,,,,45
AGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL

```

```

VEXT,ALL,,,,,-H1
VGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL
!
!-----DISEÑO PARED DEL DEPOSITO-----
!
K,19,RAD,0,H2-H1
K,20,RAD,45,H2-H1
K,21,RAD,90,H2-H1
K,22,RAD,135,H2-H1
K,23,RAD,180,H2-H1
K,24,RAD,225,H2-H1
K,25,RAD,270,H2-H1
K,26,RAD,315,H2-H1
A,1,2,20,19
A,2,4,21,20
A,4,5,22,21
A,5,6,23,22
A,6,7,24,23
A,7,8,25,24
A,8,9,26,25
A,9,1,19,26
ASEL,S,,,33,40,1
AGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEL FLUIDO-----
!
TYPE,1
MAT,1
R,1
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
AESIZE,ALL,TAMEL
VMESH,ALL
NSEL,S,,,ALL
CM,FLUIDO,NODE
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEPOSITO-----
!
TYPE,2
MAT,2
REAL,2
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
ASEL,S,,,33,40,1
ASEL,A,,,14,32,3
ASEL,A,,,10
AESIZE,ALL,TAMEL
AMESH,ALL
ALLSEL
!
```

```

! -----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
NSEL,S,LOC,Z,-H1      !NODOS DEL SUELO IMPIDO UX,UY,UZ
D,ALL,UX
D,ALL,UY
D,ALL,UZ
ALLSEL
NSEL,S,LOC,Z,0      !LAMINA DE AGUA CC LIBRE
SF,ALL,FREE
ALLSEL
CMSEL,S,FLUIDO      !PAREDES DEL LIQUIDO CC FSI
NSEL,R,LOC,X,RAD
ESLN,S
ESEL,R,TYPE,,1
SF,ALL,FSI
ALLSEL
!
! -----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,0,0,G
MODOPT,UNSYM,MODOS,18,40,,,both
MXPAND,MODOS,,,YES
/OUTPUT,DEP_LIQ3DC,TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
! -----ANALISIS ESPECTRAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,SPECTRUM
SPOPT,SPRS
SVTYP,2,1
FREQ,1e-2,.25,1,5,10,15,20,25,30
SV,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1
SED,1.0,0.0,0.0
SRSS
/OUTPUT,DEP_LIQ3DC,TXT,,APPEND
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
/POST1
RSYS,SOLU
/INPUT,DEPOSCIL3DC,MCOM
SAVE

```

## 7.7 Modelo 3D.

```

FINISH
/CLEAR
/FILENAME,DEPOSCIL3D,1
/TITLE,DEPOSCIL3D
/PREP7
CSYS,1
*AFUN,DEG           !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
/VUP,,Z           !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----UNIDADES-----
!
!LONGITUD M
!TIEMPO S
!ACELERACIÓN M/S2
!DENSIDAD KG/M3
!FUERZA N
!ESFUERZO N/M2
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81           !Aceleración de gravedad
H1=1              !ALTURA DEL LIQUIDO
H2 = 6            !Altura Total del deposito
DIAM = 8          !Diámetro del fluido
RAD = DIAM/2      !Radio del fluido
PS = 7850         !Densidad de masa del acero
ES = 206e9        !Modulo de elasticidad del acero en Pa(N/m2)
PW = 1000         !Densidad de masa del agua
CW = 1483         !VELOCIDAD DEL SONIDO AGUA M/S
TAMEL=0.3        !TAMAÑO ELEMENTO DEPOSITO
ESP=0.005        !ESPESOR
MODOS = 600       !NUMEROS DE MODOS
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,FLUID30      !FLUIDO
MP,SONC,1,CW
MP,DENS,1,PW
R,1
!
ET,2,SHELL63      !DEPOSITO
MP,EX,2,ES
MP,PRXY,2,0.3
MP,DENS,2,PS
R,2,ESP
!
!-----DISEÑO FLUIDO-----
!
CYL4,0,0,RAD,45
AGEN,4,1,,,,45
AGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL

```

```

VEXT,ALL,,,,-H1
VGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL
!
!-----DISEÑO PARED DEL DEPOSITO-----
!
K,13,RAD,0,H2-H1
K,14,RAD,45,H2-H1
K,15,RAD,90,H2-H1
K,16,RAD,135,H2-H1
K,17,RAD,180,H2-H1
A,1,2,14,13
A,2,4,15,14
A,4,5,16,15
A,5,6,17,16
ASEL,S,,,18,21,1
AGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMO,ALL
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEL FLUIDO-----
!
TYPE,1
MAT,1
R,1
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
AESIZE,ALL,TAMEL
VMESH,ALL
NSEL,S,,,ALL
CM,FLUIDO,NODE
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEPOSITO-----
!
TYPE,2
MAT,2
REAL,2
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
ASEL,S,,,18,21,1
ASEL,A,,,10,16,3
ASEL,A,,,6
AESIZE,ALL,TAMEL
AMESH,ALL
ALLSEL
!
!-----CONDICIONES DE CONTORNO-----
!
NSEL,S,LOC,Z,-H1      !NODOS DEL SUELO IMPIDO UX,UY,UZ
D,ALL,UX
D,ALL,UY
D,ALL,UZ

```

```

ALLSEL
NSEL,S,LOC,Z,0           !LAMINA DE AGUA CC LIBRE
SF,ALL,FREE
ALLSEL
CMSEL,S,FLUIDO          !PAREDES DEL LIQUIDO CC FSI
NSEL,R,LOC,X,RAD
ESLN,S
ESEL,R,TYPE,,1
SF,ALL,FSI
ALLSEL
CSYS,0
NSEL,S,LOC,Y,0         !NODOS PLANO Y=0 IMPIDO UY
D,ALL,UY
ALLSEL
ESEL,R,TYPE,,2         !NODOS MAT 2 IMPIDO ROTZ
NSLE
NSEL,R,LOC,Y,0
D,ALL,ROTZ
CSYS,1
ALLSEL
!
!-----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,0,0,G
MODOPT,UNSYM,MODOS!,50,1000
MXPAND,MODOS,,,YES
/OUTPUT,DEP_LIQ3D,TXT
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
!-----ANALISIS ESPECTRAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,SPECTRUM
SPOPT,SPRS
SVTYP,2,1
FREQ,1e-2,.25,1,5,10,15,20,25,30
SV,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1
SED,1.0,0.0,0.0
SRSS
/OUTPUT,DEP_LIQ3D,TXT,,APPEND
SOLVE
/OUTPUT
SAVE
FINISH
!
/POST1
RSYS,SOLU
/INPUT,DEPOSCIL3D,MCOM
SAVE

```

## 7.8 Modelo 3D F80.

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAME,DEP_LIQ_F80,1
/TITLE,DEP_LIQ_F80
/PREP7
CSYS,1          !COORDENADAS CILINDRICAS
*AFUN,DEG       !UNIDADES ANGULARES EN GRADOS
/VUP,,Z         !EJE Z EN LA VERTICAL
!
!-----CONSTANTES O VARIABLES-----
!
G = 9.81        !ACELERACIÓN DE GRAVEDAD
H1 = 5          !ALTURA DEL LÍQUIDO
H2 = 6          !ALTURA TOTAL DEL ESTANQUE
H = H2-H1       !ALTURA DEL DEPOSITO SOBRE EL NIVEL DEL LÍQUIDO
DIAM = 8        !DIÁMETRO DEL FLUIDO
RAD = DIAM/2    !RADIO DEL FLUIDO
ESP = 0.005     !ESPESOR DEL MANTO DEL ESTANQUE
PW = 1000       !DENSIDAD DE MASA DEL AGUA
PS = 7850       !DENSIDAD DE MASA DEL ACERO
EW = 2.2E9      !MODULO DE BULK DEL AGUA (METIDO EN PA)
ES = 206E9      !MODULO DE ELASTICIDAD DEL ACERO (METIDO EN PA)
TAMEL=0.4       !TAMAÑO ELEMENTO DEPOSITO
MODOS = 600     !NÚMERO DE MODOS EN EL ANÁLISIS MODAL
!
!-----PROPIEDADES MATERIALES-----
!
ET,1,FLUID80,,1
MP,EX,1,EW
MP,PRXY,1,0
MP,DENS,1,PW
!
ET,2,SHELL63
MP,EX,2,ES
MP,PRXY,2,0.3
MP,DENS,2,PS
!
R,1,
R,2,ESP
!
!-----GENERACION DEL VOLUMEN DE FLUIDO-----
!
CYL4,0,0,RAD,90,,, -H1
VGEN,2,1,,,,90
VGLUE,ALL
NUMMRG,KP
NUMCMP,ALL
ALLSEL
!
!-----GENERACION DEPOSITO-----
!
K,,RAD,0,-H1 !K9
K,,RAD,90,-H1 !K10
K,,RAD,180,-H1 !K11

```

```

K,,RAD,0,0 !K12
K,,RAD,90,0 !K13
K,,RAD,180,0 !k14
K,,RAD,0,H !K15
K,,RAD,90,H !K16
K,,RAD,180,H !K17
A,9,10,13,12 !A10
A,10,11,14,13 !A11
A,12,13,16,15 !A12
A,13,14,17,16 !A13
ASEL,S,,,10,13,1
AGLUE,ALL
ALLSEL
!
!-----MALLADO DEL DEPOSITO-----
!
TYPE,2
MAT,2
REAL,2
ASEL,S,,,10,13,1
MSHKEY,1
AESIZE,ALL,TAMEL
AMESH,ALL
ASEL,S,,,10,13,1
ESLA
NSLE
CM,DEPOSITO,NODE
ALLSEL
NODE
NUMMRG,NODE
!
!-----MALLADO DEL FLUIDO-----
!
TYPE,1
MAT,1
REAL,1
ASEL,S,,,1,9,1
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
AESIZE,ALL,TAMEL
VMESH,ALL
VSEL,S,,,ALL
ESLV
NSLE
CM,FLUIDO,ELEM
ALLSEL
!
!-----ACOPLAMIENTO DE LOS NODOS-----
!
NROTAT,ALL
NSEL,S,LOC,X,RAD
CPINTF,UX !ACOPLAR DE LOS PARED FLUIDO-LIQUIDO UX
ALLSEL
NSEL,S,LOC,Z,-H1 !ACOPLAR NODOS SUELO UZ
CPINTF,UZ
ALLSEL
!

```

```

!-----CONDICION DE SIMETRIA-----
!
NSEL,S,LOC,Y,0
NSEL,A,LOC,Y,180
DSYM,SYMM,Y,1
NSEL,ALL
ALLSEL
!
!-----RESTRICCIONES DEPOSITO-----
!
NSEL,S,LOC,Z,-H1
D,ALL,UZ           !UZ=0 EN SUELO
ALLSEL
CMSEL,S,DEPOSITO
NSEL,R,LOC,Z,-H1
NSEL,R,LOC,X,RAD
D,ALL,UX,,,,UY     !UX=0, UY=0 EN ARO SUELO
ALLSEL
!
!-----GRADOS DE LIBERTAD MAESTROS-----
!
CMSEL,S,DEPOSITO
NSEL,R,LOC,X,RAD
NSEL,U,LOC,Z,-H1
M,ALL,UX,,,,UZ
ALLSEL
CMSEL,S,FLUIDO
NSEL,R,LOC,Z,0
M,ALL,UZ
ALLSEL
!
!-----ANALISIS ESTATICO-----
!
/SOLU
ANTYPE,STATIC
NLGEOM,OFF
LUMPM,ON
PSTRES,ON
ACEL,,,G
/OUTPUT,DEP_LIQ_F80,TXT
SOLVE
/OUTPUT
FINISH

!-----ANALISIS MODAL-----
!
/SOLU
ANTYPE,MODAL
ACEL,,,G
MODOPT,REDUC,MODOS,,,0,OFF
MXPAND,MODOS,,,YES
LUMPM,ON
/OUTPUT,DEP_LIQ_F80,TXT,,APPEND
SOLVE
/OUTPUT
SAVE

```

```
FINISH
!  
!-----ANALISIS ESPECTRAL-----  
!  
/SOLU  
ANTYPE,SPECTRUM  
SPOPT,SPRS  
SVTYP,2,1  
FREQ,1e-2,.25,1,5,10,15,20,25,30  
SV,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1  
SED,1.0,0.0,0.0  
SRSS  
/OUTPUT,DEP_LIQ_F80,TXT,,APPEND  
SOLVE  
/OUTPUT  
FINISH  
/POST1  
/INPUT,DEP_LIQ_F80,MCOM  
SAVE
```

## 7.9 Obtención de Presiones.

```

!
!-----MODO GRAFICO (GUI)-----
!
/POST1
CMSEL,s,fluido      !SE TOMAN LOS NODOS PARA THETA=0.
NSEL,r,loc,x,rad
NSEL,r,loc,y,0
SET,1,2             !ELECCION DE LA FRECUENCIA DE VIBRACION
!*
PATH,1,5,30,20,    !SE CREA EL PATH DE LOS NODOS DE THETA=0.
PPATH,P51X,1       !CON EL MODO GRÁFICO (GUI).
PATH,STAT
!*
AVPRIN,0, ,
!*
PDEF, ,PRES, ,AVG  !SE ELIGE LA VARIABLE DE PRESION.
/PBC,PATH, ,0     !CON MODO GRAFICO (GUI).
!*
PLPATH,PRES        !SE REPRESENTA LAS PRESIONES CON RESPECTO A Z.
PRPATH,PRES        !SE GENERA LISTADO DE PRESIONES CO RESPECTO A Z.
!
!-----MODO COMANDOS -----
!
/POST1
CMSEL,s,fluido      !SE TOMAN LOS NODOS PARA THETA=0.
NSEL,r,loc,x,rad
NSEL,r,loc,y,0
SET,1,2             !ELECCION DE LA FRECUENCIA DE VIBRACION

PATH,1,2,30,20,    !SE CREA EL PATH DE LOS NODOS DE THETA=0.
PPATH,1, ,RAD,0,-H1      !SE TOMA PUNTO INICIAL DEL PATH.
PPATH,2, ,RAD,0,0       !SE TOMA PUNTO FINAL DEL PATH.
AVPRIN,0, ,
!*
PDEF, ,PRES, ,AVG  !SE ELIGE LA VARIABLE DE PRESION.
/PBC,PATH, ,0     !CON MODO GRAFICO (GUI).
!*
PLPATH,PRES        !SE REPRESENTA LAS PRESIONES CON RESPECTO A Z.
PRPATH,PRES        !SE GENERA LISTADO DE PRESIONES CO RESPECTO A Z.

```

## 7.10 Obtención de $F_x$ y Factor de Participación.

```

!
!-----CALCULO DE FX-----
!
/POST1
SET,1,2             !ELECCION DE LA FRECUENCIA NATURAL.
FSUM                !CALCULA Y MUESTRA EL SUMATORIO DE FUERZAS(Fx).

```

```
!  
!-----OBTENCIÓN DEL FACT DE PARTICIPACION-----  
!  
*GET , COEFPARTC , MODE , 2 , PFACT , , SPECT , X !ALMACENA EL VALOR DEL COEF  
!DE PARTICIPACION EN LA VARIABLE COEFPARTC  
*STATUS , COEFPARTC !MUESTRA EL COEFICIENTE DE PARTICIPACION
```



---

## REFERENCIAS

---

- [1] M. E. Compagnoni, R. O. Curadelli and C. A. Martinez, “Análisis del Comportamiento Dinámico de Tanques Cilíndricos Bajo Excitación Sísmica,” in *Mecánica Computacional Vol XXXI*, Salta, Argentina, Asociación Argentina de Mecánica Computacional, 2012, pp. 2219-2230.
- [2] L. S. Jacobsen, “Impulsive Hydrodynamics of Fluid Inside a Cylindrical Tank and of Fluid Surrounding a Cylindrical Pier,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 39, no. 3, pp. 189-204, 1949.
- [3] R. K. Gupta and G. L. Hutchinson, “Free Vibration Analysis of Liquid Storage Tanks,” in *Journal of Sound and Vibration*, Victoria, Australia, Academic Press Limited, 1988, pp. 491-506.
- [4] R. A. Ibrahim, *Liquid Sloshing Dynamics, Theory and Applications*, Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [5] Comité Europeo de Normalización, EN 1998-4:2006 (E) Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance. Part4: Silos, tanks and pipelines., Bruselas: CEN, 2006.
- [6] ANSYS Inc, Ayuda de ANSYS version 17.1, 2015.
- [7] A. W. Leissa, *Vibration of Shells*, Washington: NASA, 1973.
- [8] A. W. Leissa and M. S. Qatu, *Vibrations of Continuous Systems*, New York: Mc Graw Hill, 2011.
- [9] E. Ventsel and T. Krauthammer, *Thin Plates and Shells Theory, Analysis and Applications*, New York: Marcel Dekker, Inc, 2001.
- [10] W. Soedel, *Vibrations of Shells and Plates*, New York: Taylor&Francis e-Library, 2005.
- [11] R. D. Blevins, *Formulas for Dynamics, Acoustics and Vibration*, New York: 2016 John Wiley & Sons, Ltd, 2015.
- [12] R. K. Gupta, “Sloshing in Shallow Cylindrical Tanks,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 180, no. 3, pp. 397-415, 1995.
- [13] R. K. Gupta and G. L. Hutchinson, “Effects of Wall Flexibility on the Dynamic Response of Liquid Storage Tanks,” *Engineering Structures*, vol. 13, no. 3, pp. 253-267, 1991.
- [14] H. Kondo, “Axisymmetric Free Vibration Analysis of a Circular Cylindrical Tank,” *Bulletin of JSME*, vol. 24, no. 187, pp. 215-221, 1981.
- [15] Ministerio de Fomento, *Norma de Construcción Sismorresistente NCSE-02*, Madrid: Centro de Publicaciones. Secretaria General Técnica, 2009.
- [16] American Petroleum Institute, *Welded Tanks for Oil Storage API-650*, Washington: API Publishing Services, 2013.
- [17] C. Q. Howard and B. S. Cazzolato, *Acoustic Analyses Using Matlab and Ansys*, New York: Taylor &

Francias Group, 2015.

[18] J. R. Roberts, E. R. Basurto and P. Y. Chen, SLOSH Design Handbook I, Washington: NASA, 1966.

[19] J. W. Tedesco and C. N. Kostem, Vibrational Characteristic and Seismic Analysis of Cylindrical Liquid Storage Tanks, Pennsylvania: Fritz Engineering Laboratory, 1982.

[20] American Society of Civil Engineers, Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, Virginia: American Society of Civil Engineers, 2006.

[21] Architectural Institute of Japan, Design Recommendation for Storage Tanks and Their Supports with Emphasis on Seismic Design, Japan: Architectural Institute of Japan, 2010.

[22] G. W. Housner, "The Dynamic Behavior of Water Tanks," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 53, no. 2, pp. 381-387, 1963.

# ÍNDICE DE CONCEPTOS

---

- *ANSYS*. Swanson Analysis System Inc. Software de elementos finitos que simula el comportamiento de un sistema en un entorno real. Empresa fundada en 1970.
- *API-650*. Norma realizada por American Petroleum Institute, principal asociación comercial en EE UU en la industria del petróleo y el gas. La API-650 se denomina tanques soldados para almacenamiento de petróleo.
- *Bulging Mode*. Modo de abultamiento. Se produce cuando el desplazamiento de la lámina predomina con respecto al desplazamiento de la superficie libre.
- *Depósito*. Recipiente, generalmente cerrado, que sirve para contener líquidos o gases.
- *Elemento*. Discretización mínima de un sistema continuo.
- *Espectro de Respuesta Sísmica*. Se define como un gráfico de la respuesta máxima, expresada en desplazamientos, velocidades o aceleraciones que produce una acción dinámica sobre una determinada estructura u oscilador de un gdl.
- *Estudio Modal*. Determina las frecuencias naturales y modos de vibración de un sistema durante una vibración libre.
- *Estudio Espectral Sísmico*. Método de cálculo que permite estudiar los desplazamientos, velocidades o aceleraciones que se producen en un sistema al aplicarle un sismo, superponiendo la respuesta de cada modo de vibración del sistema frente a la acción de dicho sismo.
- *Eurocódigo 8*. Normativa de ámbito Europeo. Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes.
- *NCSE-02*. Normativa de ámbito Español. Norma de construcción Sismorresistente. Parte General y edificación.
- *Nodo*. Son puntos que se utilizan para discretizar la geometría y los grados de libertad (desplazamientos, giros, temperaturas, etc.) del medio continuo.
- *Sismo*. Terremoto, seísmo, temblor de la tierra. Es un fenómeno de sacudida brusca y pasajera de la corteza terrestre producida por la liberación de energía acumulada en formas de ondas sísmicas.
- *Sloshing Mode*. Modo de chapoteo.

- *Términos Convectivos*. Representan la acción del líquido que experimenta movimiento de chapoteo cerca de la superficie libre.
- *Términos Impulsivos*. Representan la acción del líquido cerca de la base del depósito que se mueve rígidamente con la pared flexible del depósito.