

Proyecto Fin de Carrera

Ingeniería Industrial

Estudio de la rigidez de un cable de acero mediante MEF

Autor: Ricardo López Ron

Tutor: Carlos Navarro Pintado

Dep. Ingeniería Mecánica y de Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Estudio de la rigidez de un cable de acero mediante MEF

Ricardo López Ron

© 2012 Ricardo López Ron

Todos los derechos reservados

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Departamento de Ingeniería mecánica y fabricación

Camino de los descubrimientos s/n

41092 Sevilla

Spain

Índice

Índice	viii
1. INTRODUCCIÓN	1
<i>1.1. Estado del arte</i>	<i>2</i>
1.1.1. La cuerda	2
1.1.2. El cable de acero	5
<i>1.2. El cable de acero en la actualidad</i>	<i>12</i>
1.2.1. Elementos de un cable de acero	12
1.2.2. Alambres	14
1.2.3. Almas o núcleos	15
1.2.4. Arrollamientos	17
<i>1.3. Tipos de cables</i>	<i>20</i>
2. OBJETIVO DEL PROYECTO	25
3. MODELO TEÓRICO DE UN CABLE DE ACERO	27
<i>3.1. Descripción geométrica del cable</i>	<i>27</i>
3.1.1. Parámetros geométricos	27
3.1.2. Relaciones básicas	28
3.1.3. Sistema de coordenadas	31
3.1.4. Ecuaciones vectoriales	32
3.1.4.1. Modelo hélice simple	33
3.1.4.2. Modelo de doble hélice	34
<i>3.2. Modelo de rigidez del cable</i>	<i>38</i>
3.2.1. Modelos analíticos	40
3.2.2. Descripción de los modelos	41
3.2.2.1. Hruska	41
3.2.2.2. McConnell y Zemek	43

3.2.2.3. Machida y Durelli	44
3.2.2.4. Costello	46
3.2.2.5. Kumar y Cochran	49
3.2.2.6. Sathikh	51
3.2.2.7. Labrosse	53

4. SIMULACIÓN COMPORTAMIENTO DE UN CABLE DE ACERO CON ANSYS

APDL 57

<i>4.1. Introducción</i>	<i>57</i>
--------------------------	-----------

4.1.1. Física de los problemas no lineales	58
--	----

<i>4.2. Descripción del problema</i>	<i>60</i>
--------------------------------------	-----------

4.2.1. Problema a tracción	60
----------------------------	----

4.2.2. Problema a flexión	61
---------------------------	----

<i>4.3. Configuración ANSYS APDL</i>	<i>62</i>
--------------------------------------	-----------

4.3.1. Tipo de elementos	62
--------------------------	----

4.3.1.1. Elemento BEAM188	62
---------------------------	----

4.3.1.2. Elemento CONTA176	66
----------------------------	----

4.3.1.3. Elemento TARGE170	70
----------------------------	----

4.3.2. Pasos de resolución	73
----------------------------	----

4.3.2.1. Creación de la geometría	73
-----------------------------------	----

4.3.2.2. Identificación pares de contacto	75
---	----

4.3.2.3. Definición superficie CONTA	79
--------------------------------------	----

4.3.2.4. Definición superficie TARGET	80
---------------------------------------	----

4.3.2.5. Definición constantes reales	81
---------------------------------------	----

4.3.2.6. Designación elementos CONTA y TARGE	83
--	----

4.3.2.7. Condiciones de contorno	84
----------------------------------	----

4.3.2.8. Definición de la solución y de las opciones de carga	86
---	----

4.3.2.9. Revisión de los resultados	87
-------------------------------------	----

<i>4.4. Visualización de los resultados</i>	<i>87</i>
---	-----------

4.4.1. Definición de la geometría y propiedades del cable	87
---	----

4.4.2. Tracción	89
-----------------	----

4.4.3. Flexión	91
----------------	----

5. COMPARACIÓN RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN CON LOS MODELOS TEÓRICOS 94

6. ESFUERZOS DE CONTACTO ENTRE ALMABRES 99

<i>6.1. Introducción</i>	<i>99</i>
<i>6.2. Evolución de las fuerzas de contacto ensayo a tracción</i>	<i>100</i>
<i>6.3. Evolución de las fuerzas de contacto ensayo a flexión</i>	<i>105</i>
7. COMPARACIÓN DATOS EXPERIMENTALES CON LA SIMULACIÓN EN APDL	110
<i>7.1. Introducción</i>	<i>110</i>
8. CONCLUSIONES	116
9. Bibliografía	118

1. INTRODUCCIÓN

El siguiente estudio sobre la rigidez de un cable de acero se enmarca en la necesidad de incluir los efectos no lineales de los alambres que conforman un cable de acero. Debido a la complejidad del problema, su resolución matemática se torna muy difícil. Existen modelos matemáticos aproximados de rigidez del cable frente a esfuerzos de tracción y torsión, en los cuales no están incluidos los efectos no lineales del problema. Varios autores han desarrollado diferentes aproximaciones de estas rigideces, que serán estudiados y expuestos más adelante en el desarrollo de esta memoria.

La necesidad de conocer la rigidez de un cable a tracción, esfuerzo al que más es expuesto un cable de acero, y viendo la dificultad de hacer un análisis matemático que pueda arrojar resultados cercanos al comportamiento real del cable, nos hace pensar que una buena forma de tener una visión lo más cercana a la realidad es hacer un análisis de elementos finitos.

Es en este ámbito, el de análisis elementos finitos, es donde profundizamos en el estudio y objetivo de esta memoria. Hasta ahora a la hora de analizar mecánicamente un cable de acero con el uso de elementos finitos, debido a la compleja geometría de este y los efectos no lineales que se producen entre los distintos alambres, el elemento más comúnmente usado es un elemento 3D.

Nuestro objetivo es obtener valores de rigidez a tracción y torsión de un cable de acero usando elementos 1-D (elementos tipo BEAM) en Ansys APDL. Para poder contrastar la rigurosidad con la que podamos tomar los resultados arrojados por el cálculo de elementos finitos de APDL usando elementos tipo BEAM (1-D), compararemos los resultados de rigidez axial con los obtenidos por el fabricante de cables TYCSA PSC.

1.1. Estado del arte

A continuación vamos a hacer un breve recorrido a través del desarrollo histórico de un cable de acero, es decir de dónde surge el cable de acero y qué necesidad buscaba cubrir en la época en la que se planteó su invención y posterior desarrollo.

Cabe pensar que otro elemento anterior al desarrollo del cable de acero es la de la cuerda de fibras. Este elemento fue desarrollado para soportar cargas axiales de tracción, ya que es la única dirección a la que pueda ofrecer resistencia. Las rigideces que pueda ofrecer en cualquier otra dirección que no sea la axial a tracción, incluidas las rigideces angulares de torsión, son tan bajas que no ofrecen utilidad ninguna para la cuerda o sogas.

Antes de sumergirnos de lleno en el cable de acero, hagamos un pequeño inciso sobre la cuerda.

1.1.1. La cuerda

Se denomina cuerda o sogas [1] al objeto delgado, muy alargado y flexible, hecho de hilos o fibras torcidos o entrelazados, que se usa generalmente para atar o sujetar cosas. Los materiales más empleados para la fabricación de una cuerda son la manila, cáñamo, lino y algodón. También se utilizan fibras sintéticas con el fin de incrementar las prestaciones mecánicas de la cuerda, tales como polipropileno, nylon, poliéster, polietileno y las fibras aramidadas (Kevlar).



Figura 1

El empleo de las cuerdas para la caza, empuje, el estirado, el atado, etc. data desde la época prehistórica y siempre ha sido esencial para las actividades básicas humanas. Las primeras cuerdas podían llegar a tener la misma longitud que les permitía las fibras de la planta de donde eran obtenidas. De la necesidad de obtener cuerdas con mayor longitud dio lugar a las primeras cuerdas retorcidas alrededor del eje axial. Los restos de lo que probablemente pudiera ser la primera cuerda enrollada de 7mm de diámetro que fue encontrada en la cueva de Lascaux.

Los antiguos egipcios fueron probablemente la primera civilización que desarrolló una herramienta especial para hacer cuerdas. Los egipcios hicieron cuerdas que datan del 4000 al 3500 a.C. y se elaboraban principalmente de juncos. Otras cuerdas elaboradas en la antigüedad se hicieron de otras fibras como la palmera real, lino, hierbas, papiro, seda o incluso pelo animal. Comenzando aproximadamente desde el 2800 a.C., las cuerdas se hicieron de fibras en China. La elaboración de cuerdas se expandió por toda Asia, India y Europa durante casi varios siglos.

Leonardo da Vinci dibujó ciertos esbozos de un concepto para una máquina que hacía cuerdas, fue una de sus muchas invenciones que nunca llegó a construir. Sin embargo, su construcción no podía ser llevada a cabo sin el desarrollo de una tecnología más avanzada. En 1586, Domenico Fontana erigió un obelisco de 327 toneladas en la plaza de San Pedro de Roma con una fuerza de 900 hombres, 75 caballos y una ingente cantidad de cuerdas. Las cuerdas se continuaron haciendo

de fibras naturales hasta la década de 1950s cuando las fibras sintéticas como el nylon se empezaron a convertir en algo popular.



Figura 2

Existen dos tipos de geometrías para la fabricación de cuerdas; retorcidas o trenzadas. Nosotros haremos hincapié en la cuerda trenzada por ser la geometría que se asemeja a la usada por los cables de aceros.

Las cuerdas trenzadas son generalmente de fibras sintéticas como el nylon, poliéster o el polipropileno. Se elige el nylon debido a sus características de fortaleza y tenacidad además de poseer una buena resistencia a las inclemencias del tiempo así como a la radiación ultravioleta. El poliéster es cerca de un 90% más fuerte en estiramiento que en carga, es mucho más resistente a la abrasión y posee una mayor resistencia a los UV, sufriendo cambios pequeños en longitud cuando se humedece. Por regla general se prefiere el propileno debido a su bajo coste y su baja densidad (puede flotar en agua).

1.1.2. El cable de acero

La historia de los cables de acero [1], os lleva al periodo de 1849 a 1889, que fue cuando la mayoría de las formas básicas de cable de acero, que actualmente continúan en uso, se desarrollaron.

Previamente, en Alemania, se habían desarrollado cables que se utilizaron en la minería y que consistían en tres secciones de alambre del mismo tamaño, de hierro forjado, que se entrelazaban entre ellos a mano, para hacer un filamento. Después, tres o cuatro filamentos más, se entrelazaban entre sí, para formar el cable de acero.

Estos cables hechos a mano, fueron conocidos como “Cables Albert”, debido al oficial de minero en las montañas de las minas de Harz, que promocionaba su uso. Estos cables no eran muy flexibles, pero resultaron superiores a las cadenas que tendían a romperse sin advertencia. Desafortunadamente, el tedioso proceso de fabricarlas, impidió el uso en otras áreas, ya que ninguna tenía corazón que soportara los filamentos exteriores.

Se abandonó su uso en 1850.

Mientras tanto, en Londres, Andrew Smith, experimentaba varias formas de anclar los barcos al muelle utilizando cables de acero. Así, al abrirse el negocio del ferrocarril Blackwall, utilizó la técnica de las cuerdas de cáñamo en este negocio. Al mismo tiempo, otro inglés Robert Newall, notó la conveniencia de utilizar la maquinaria en lugar del torcido a mano, que fue probado con éxito en el negocio del ferrocarril, lo que los llevó a una disputa de patentes en 1845, mismo que al final condujo a la fusión de ambas compañías, como Smith and Newall y continúan hasta la fecha.

Smith, pronto dejó Inglaterra con la fiebre del oro de California. El estilo del cable de Newall, que era fabricado de seis filamentos, cada uno con su respectiva fibra en el núcleo y todos retorcidos helicoidalmente sobre un núcleo central, pronto domino el mercado inglés. Sin embargo, la mayor contribución inglesa a la industria, fue la idea de hacer los filamentos con una trefiladora.

Los ferrocarriles y los cables de alambre, caminaron a la par, ya que conocieron los experimentos de los ingleses y alemanes, que se difundieron rápidamente en los estados unidos.

Previamente a la llegada de la locomotora de vapor, los primeros ferrocarriles

lograron subir grandes elevaciones mediante una combinación de grúas con cuerda de cáñamo y descenso por gravedad, que operaban muy similarmente a los modernos sistemas para el transporte de esquiadores.

En Pensilvania, un Sistema de transporte a campo traviesa, conocido como Allegheny Portage RR, aceptaron probar un cable de acero hecho a mano en 1842, como sustituto a los cables de cáñamo, que tendían a pudrirse en poco menos de un año. La prueba fue satisfactoria y la compañía cambio a cables de alambre. Esto atrajo la atención de la compañía Morris Transportation System en New Jersey y a mas compañías del transporte de carbón, incluyendo Delaware&Hudson Co. en New York y Lehigh Co.

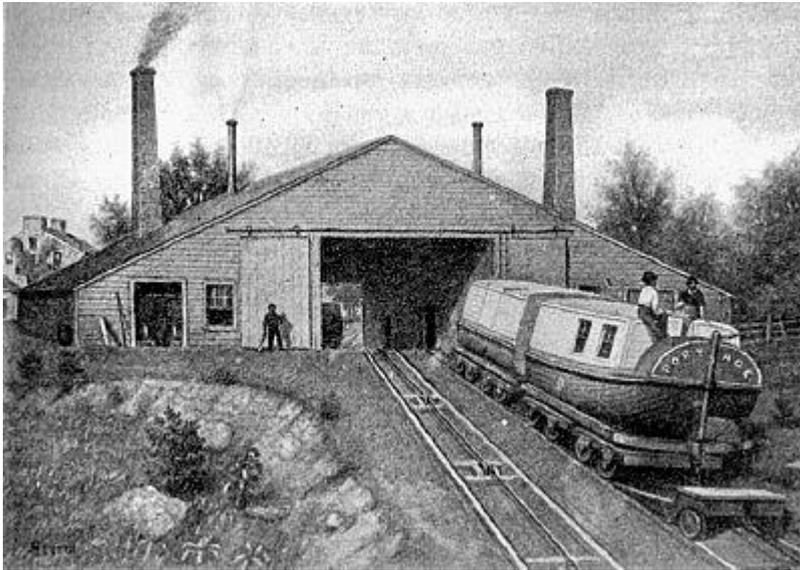


Figura 3

Allegheny Portage Rail Road

En Pensilvania. Estos cables de acero, fueron nombrados por el topógrafo John Roebling.

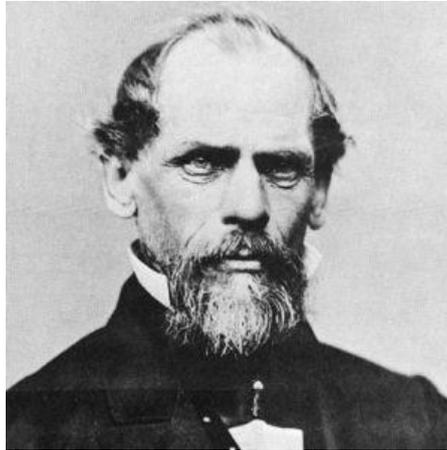


Figura 4

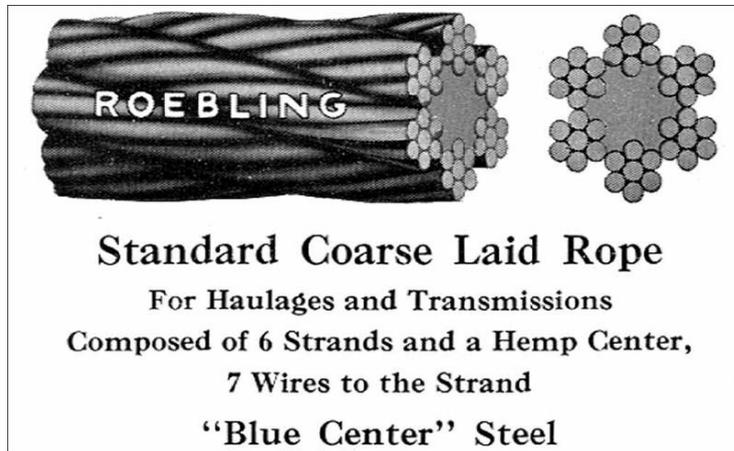


Figura 5

Jhon Roebling y el cable Roebling

Que aunque él retorció el cable a mano, como Albert, adoptó la construcción del cable en seis filamentos más el núcleo, como Smith y Newall; sin embargo, estaba construida totalmente de alambre, utilizando un núcleo o alma, que idéntico a los seis filamentos exteriores, cada uno compuesto de 19 alambres.

Roebling pronto descubrió que este proceso de retorcer 19 alambres juntos, hacía

un filamento que tendía a ser hexagonal en lugar de Redondo. Por lo que lanzó una serie de experimentos con cables hechos a máquina, buscando una forma de hacer filamentos redondos. Mientras tanto, unos de sus clientes Lehigh Co., se movió rápidamente y construyó su propia fábrica de cables de alambre en 1848.

Esta fábrica, ahora propiedad de Bridon International, la misma empresa que absorbió a la original Smith and Newall, en Inglaterra, continúa operando en Wilkes-Barre. Por lo que Roebling dejó las investigaciones y se concentró en la fabricación de cables construyendo una fábrica más grande en Trenton, N.J., en 1849.

Al mismo tiempo que la fábrica inicio operaciones, Roebling logro el primer avance en la teoría de los cables de alambre, al percatarse que los defectos de los cables de seis filamentos, podían corregirse al combinar alambres de diferentes diámetros en los filamentos, por lo que diseñó la construcción Warrington, en tres tamaños. Empezando con un filamento de siete alambres de un mismo tamaño, al que le añadió una capa exterior de 12 alambres de dos tamaños alternados.

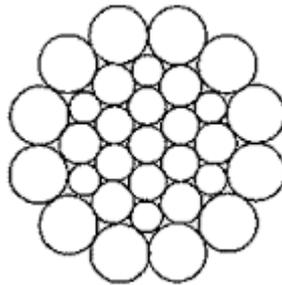


Figura 6

Cable Warrington

Después de numerosas pruebas, encontró que daban un ligero mejor servicio en algunas aplicaciones. Aunque el objetivo original de la invención era crear mejor redondez, los nuevos filamentos arrojaban un efecto colateral de mayor significado. Porque había menos espacio en los huecos dentro del mismo filamento el mayor factor de llenado permitía a los filamentos hacerlos como se les conoce, bajo el principio de poner igual, donde cada alambre en la cubierta exterior es acuñado por dos alambres en una capa interior creando mejor soporte sin el efecto de cruzamientos interiores. Este principio de poner igual, no fue obvio hasta la

introducción de las modernas trefiladoras de alta velocidad alrededor de 1850.

Desafortunadamente, en un accidente con su propia maquinaria, el brazo y hombre de Roebling fueron atrapados por un rodillo en 1849. Tuvieron que pasar muchos años hasta que recuperó completa movilidad. Durante este periodo, diversificó su atención a la construcción de puentes suspendidos mediante cables, por lo que es muy famoso actualmente. Esta diversificación lo impidió de explotar totalmente los méritos de la construcción de los tres tamaños. Cuando fue introducida nuevamente después bajo el nombre de Warrington, mucha gente pensó que la construcción de los tres tamaños, era un invento inglés. Roebling nunca patentó su logro así que la historia de su invención permanece a oscuras.

Mientras tanto, durante la recuperación de Roebling, las técnicas de fabricación de cables inglesas fueron introducidas a California. El inventor Andrew Smith, regresó de Inglaterra en 1853, pero su hijo Andrew H. Smith, permaneció en California, buscando fortuna en los campos mineros de oro. Después de escarbar por muchos años, se movió a San Francisco, cambiando su nombre a A.S. Hallidie y lanzó un negocio de cables en 1857. Dedicándose al concepto de mejorar los cables de alambre de tranvías, para las minas de oro y plata de California y Nevada.

Estos tranvías mineros fueron un éxito en 1860. El también construyó numerosos puentes de suspensión mediante cables y desarrolló su propia versión de poner igual en los filamentos, que ahora se conoce como cable California, utilizando alambres de forma triangular. Que de alguna manera, este método de Hallidie era superior al de Roebling, con la excepción de que el alambre triangular es costoso y difícil de fabricar.

Todo esto por otra parte, Hallidie es mejor conocido por su adaptación de los cables para tranvías mineros a las calles de San Francisco en 1872 y el nacimiento del famoso Sistema de cables para carros de tranvía de la ciudad.

El original tranvía a cable en la calle Clay, fue un éxito instantáneo como un Sistema de transporte. A la vuelta de la noche, los competidores se lanzaron a los negocios en otras calles cercanas con Colinas. Los carros a cable difieren de los tranvías suspendidos debido a que los cables son sujetos a condiciones más severas de servicio.

El constante avance y paradas de los carros que tienen una mordaza deslizable, combinado con las numerosas deflexiones de las poleas, requieren que el cable bajo tierra, se adecue al perfil de la superficie de las calles, o que provoca que los cables

de alambre se destruyan en un periodo corto. De esta forma, San Francisco, se convirtió rápidamente en el mercado de cables más grande.

La construcción de los cables Roebling, de tres tamaños, no eran adecuados para el servicio del tranvía de cable, debido a que los pequeños alambres delgados alternos exteriores, invariablemente se desgastaban primero, rompiéndose y enredándose en la maquinaria y los tubos subterráneos.

Los inventores ingleses estaban experimentando con filamentos de forma elíptica y triangular, para resolver este problema. Estos filamentos aplanados, resultaron mejores cuando fueron probados, pero era muy costoso producirlos. Por último, la enorme demanda de cable de alambre en San Francisco, estimuló la competencia entre la compañía de Roebling y de Hallidie, lo que favoreció una disminución en los precios.

La demanda del cable para tranvías se expandió por todos EEUU, ya que otras ciudades instalaron tranvías de cable en 1870 y 1880. Los tres fabricantes americanos que existían, no pudieron hacer frente a la demanda, lo que trajo a otras compañías a la fabricación de cable. En San Francisco, el dilema del servicio corto en el cable fue atajado por Thomas Seale, cuya solución se convirtió en la respuesta aceptada para el problema del severo desgaste exterior combinado con múltiples dobleces en reversa, sobre poleas de diámetro pequeño.

La patente de Seale se basa en el reacomodo de tres tamaños de alambre, en un patrón totalmente diferente, de tal forma que todos los alambres de gran tamaño, están lado a lado en el exterior del filamento. El objetivo era lograr un incremento en la resistencia a la abrasión sin la pérdida de flexibilidad. Más importante la patente también describía, por primera vez, el concepto básico de los filamentos repartidos uniformemente, que es inherente en el concepto de tres tamaños de Roebling, pero que no había sido explicado previamente, como la solución para evitar el mellado interno al cruzarse los cables. Desafortunadamente, las notas de Seale se perdieron y los detalles de cómo desarrolló su famosa construcción permanecen desconocidos.

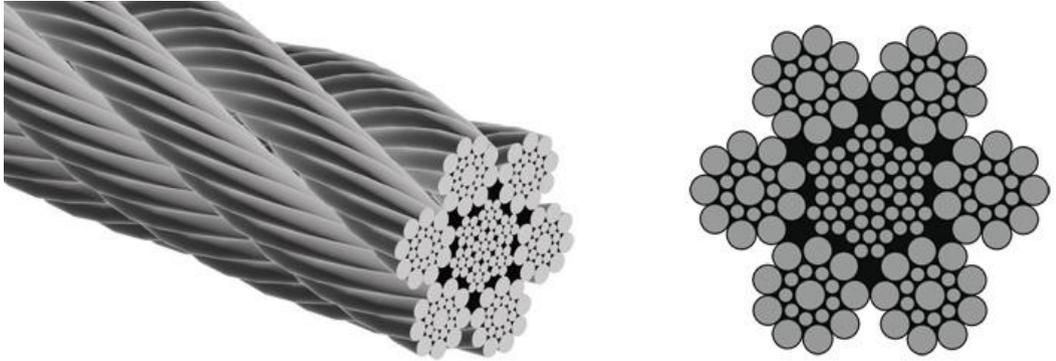


Figura 7

La mayoría de las compañías de cable de alambre, incluyendo la de Roebling, adoptaron los principios de Seale, aunque parecía evidente que los filamentos tipo Seale, eran mucho más resistentes a la abrasión, tenían la tendencia de ser ligeramente menos flexibles y por lo mismo, con menor resistencia a la fatiga. Posteriores análisis del problema fueron desarrollados por James B. Stone.

Stone, había inventado ya máquinas trefiladoras de alta velocidad, para la fábrica de cables. Y también había estudiado al detalle, muchos sistemas de cable para tranvías y concluyó que cuatro tamaños diferentes de alambre, no tres, serían necesarios para crear el mejor factor de llenado, para la concentricidad de filamentos. A menor tamaño de alambre, conocido como alambre relleno, se necesitaban insertar en el cable para efectos de acolchonamiento.

Después de probar con este concepto, Stone notó que seis rellenos eran la clave para hacer filamentos redondos, igualmente puestos a alta velocidad, obtenidos 19 alambres del mismo tamaño.

La patente de James Stone describe lo que ahora se conoce como 6x25, en la construcción de cables de relleno.

El significado del desarrollo americano, en la construcción de cables de alambre, no puede ser minimizado. Hoy el cable 6x25 de James Stone, es el más usado, en la construcción de cables, en las aplicaciones de uso general.

La patente de Thomas Seale, de la forma del cable de alambre es usada ampliamente, particularmente en cualquier clase de aplicación donde se tenga una

abrasión muy severa; y la construcción Warrington de tres tamaños, de Roebig, continúa siendo popular para cables de pequeño diámetro, donde el principio del alambre no puede ser aplicado.

1.2. El cable de acero en la actualidad

Un cable de acero [2] es un tipo de cable mecánico formado un conjunto de alambres de acero o hilos de hierro que forman un cuerpo único como elemento de trabajo. Estos alambres pueden estar enrollados de forma helicoidal en una o más capas, generalmente alrededor de un alambre central, formando los cables espirales.

Estos cables, a su vez, pueden estar enrollados helicoidalmente alrededor de un núcleo o alma, formando los cables de cordones múltiples. Estos cables se pueden considerar como elementos y también se pueden enrollar helicoidalmente sobre un alma, formando los cables guardines, o bien acoplarse uno al lado del otro, para formar los cables planos.

1.2.1. Elementos de un cable de acero

El elemento principal en un cable de acero es el alambre [1], es el que le da las propiedades materiales; y la rigidez y comportamiento cambiará según la geometría tanto del alambre como del arrollamiento que se siga para conformar el cable.

Según como se agrupen los alambres podremos diferenciar distintos tipos de elementos en el cable:

Alambre: Es el componente básico del cable de acero, el cual es fabricado en diversas calidades, según el uso al que se destine el cable final.

Torón: Está formado por un número de alambre de acuerdo a su construcción, que son enrollados helicoidalmente alrededor de un centro, en una o varias capas.

Alma: Es el eje central del cable donde se enrollan los cordones. Esta alma puede ser de acero, fibras naturales o de polipropileno.

Cable: Es el producto final que está formado por varios cordones, que son enrollados helicoidalmente alrededor de un alma.

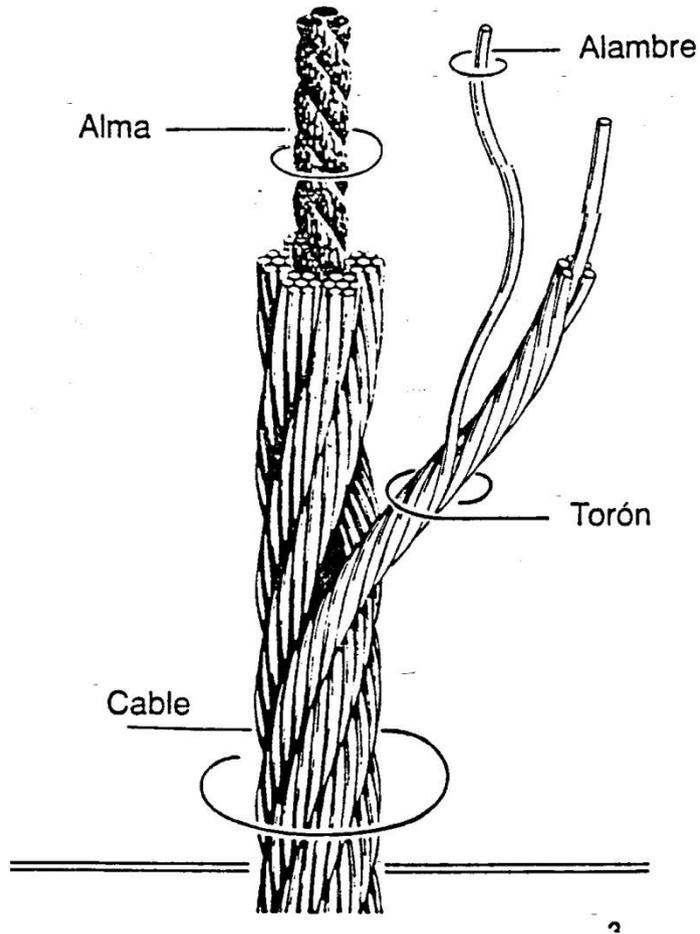


Figura 8

Descripción partes del cable de acero

1.2.2. Alambres

Es el componente básico [1] del cable de acero, el cual es fabricado en diversas calidades, según el uso al que se destine el cable final. Este alambre es fabricado con acero de alto contenido en carbono y tiene distintos grados o calidades.

Las calidades no solo se refieren a la resistencia a la tracción, sino también a la resistencia a las torsiones axiales, plegados (o dobleces) y si están o no recubiertos de zinc (galvanizados).

Tipos:

Según su recubrimiento y terminación serán de tres tipos:

#Tipo NB: Negro brillante.

#Tipo GT: Trefilados después zincados.

#Tipo G: Zincados después trefilados.

Clases:

Según la cantidad de zinc por unidad de superficie serán de dos clases:

#Clase A: Zincado grueso, (pesado).

#Clase Z: Zincado liviano.

Grados:

Según la calidad nominal del acero de sus alambres, definida por su resistencia nominal a la tracción, número de torsiones, doblados, adherencia del recubrimiento de zinc, uniformidad del recubrimiento de zinc y peso del recubrimiento de zinc se designan por:

GRADO	$E_{traccion}$ [kN/mm ²]
Aceros muy alto en carbono (1.25%-2% C)	1.7-2.3
Acero alto en carbono (0.6%-1% C)	1.5-2

Acero medio en carbono (0.3%-0.6% C)	1.3-1.8
Acero bajo en carbono (0.3% C)	1.2-1.6
Hierro	0.7

Tabla 1

1.2.3. Almas o núcleos

Es el eje central del cable donde se enrollan los cordones. Es el eje central o núcleo de un cable, alrededor del cual van colocados los cordones. Su función es servir como base del cable, conservando su redondez, soportando la presión de los cordones y manteniendo las distancias o espacios correctos entre ellos.

Tipos de alma [1]:

Fibras naturales: Estas pueden ser "Sisal" o "Manila", que son fibras largas y duras. Existen también de "Yute", "Cáñamo" o "Algodón", pero no se recomiendan por ser blandas y se descomponen rápidamente, pero sí está permitido usar estas fibras como un relleno en ciertas aplicaciones y construcciones.

En general las almas de fibras naturales se usan en cables de ingeniería (Ascensores y cables de izaje de minas), porque amortiguan las cargas y descargas por aceleraciones o frenadas bruscas.

Se recomienda no usar en ambientes húmedos y/o altas temperaturas (sobre 80°C).

Fibras sintéticas: Se han probado varias fibras sintéticas, pero lo más satisfactorio hasta hoy día es el "Polipropileno". Este material tiene características físicas muy similares a "Manila" o "Sisal", y tiene una resistencia muy superior a la descomposición provocada por la salinidad. Su única desventaja es ser un material muy abrasivo entre sí, por lo tanto, tiende a perder su consistencia si está sujeto a muchos ciclos de operación sobre poleas con mucha tensión. Por esta razón un alma de "Polipropileno" no es recomendable en cables para uso en ascensores o piques de minas. Generalmente se usa en cables galvanizados para pesca y faenas marítimas, dando en estas actividades excelentes resultados.

No debe emplearse en ambientes de altas temperaturas.

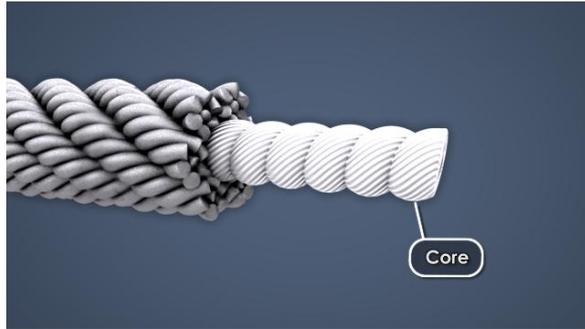


Figura 9



Figura 10

Acero de torón: Un cable con un alma de Torón es un cable donde el alma está formada por un solo Torón, cuya construcción generalmente es la misma que los cordones exteriores del cable.



Figura 11

Acero independiente: Esta es en realidad otro cable de acero en el núcleo o centro del cable y generalmente su construcción es de 7 cordones con 7 alambres cada uno (7 x 7). Un cable de acero con un alma de acero de torón o independiente, tiene una resistencia a la tracción y al aplastamiento superior a un cable con alma de fibra, pero tiene una menor elasticidad. Se recomienda el uso de cables con alma de acero, donde hay altas temperaturas (superiores a 80°C) como en hornos de fundición o donde existan altas presiones sobre el cable, como por ejemplo en los equipos de perforación petrolera, palas o dragas mecánicas.

Acero plastificado: Últimamente se ha desarrollado alma de acero plastificada, cuya característica principal radica en eliminar el roce entre los alambres del alma con los alambres del torón del cable (su uso principal está en los cables compactados).

1.2.4. Arrollamientos

Una de las características más relevantes a la hora de obtener una rigidez o comportamiento determinado en un cable de acero, es la forma en la que realiza el arrollamiento helicoidal [3] de los alambres y cordones.

Teniendo en cuenta el sentido de los alambres en el cordón, z de los cordones en el cable, se pueden distinguir los siguientes tipos de cable:

sZ cruzado derecha: Los cordones se arrollan a derechas z los alambres de cada cordón a izquierdas.



Figura 12

zZ Lang derecha: Los cordones se arrollan a derechas y los alambres de cada cordón a derechas.



Figura 13

zS Cruzado izquierda: Los cordones se arrollan a izquierdas y los alambres de cada cordón a derechas.



Figura 14

sS Lang izquierda: Los cordones se arrollan a izquierdas y los alambres de cada cordón a izquierdas.

Existe además el arrollamiento alternado, con cordones alternativamente arrollados en el mismo sentido que los alambres y en sentido contrario.

En función de la disposición de los alambres en el cordón, se distinguen cordones de:

Alambres no paralelos

Cordón en el cual los alambres de las diferentes capas tienen pasos de arrollamiento diferentes. Como consecuencia de ello el contacto entre alambres de capas diferentes es puntual.

En un cordón de arrollamiento cruzado (no-paralelo) todos los alambres tienen igual longitud y diferente longitud de paso. La alta tensión concentrada en los

puntos de cruce provoca un fallo interno antes de tiempo.

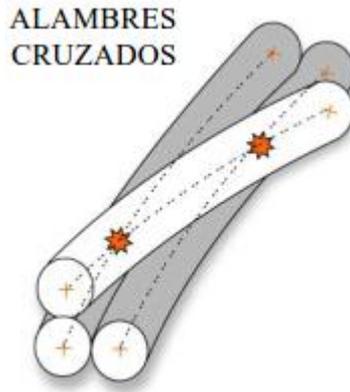


Figura 15

Alambres paralelos

Cordon en el cual los alambres de las diferentes capas tienen pasos de arrollamiento iguales. Como consecuencia de ello, el contacto entre alambres se realiza longitudinalmente.

En cordones con disposición paralela todos los alambres tienen la misma longitud de paso. El contacto lineal lleva a una distribución óptima de la sección y a un mejor rendimiento del cable al evitar entallas.

Las composiciones más frecuentes [2] son:

- Seale
- Warrington
- Relleno

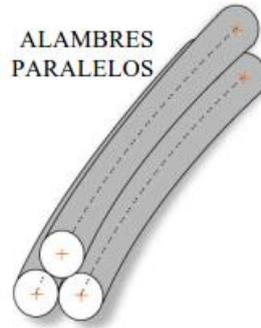


Figura 16

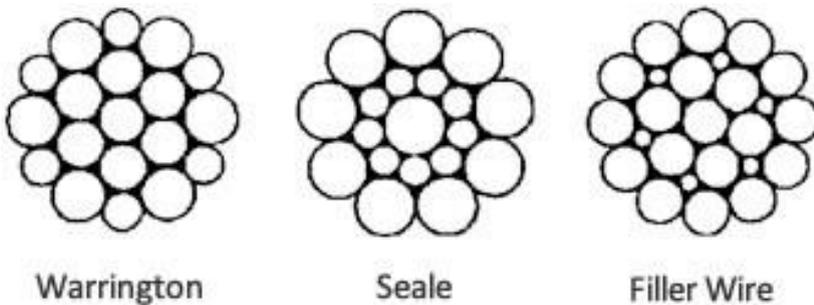


Figura 17

1.3. Tipos de cables

Cables espirales o cordones

Se conocen también como cables de simple arrollamiento [2], en ellos los alambres están colocados en una o más capas arrolladas en forma de hélice alrededor de un núcleo. El núcleo generalmente lo forma un solo alambre.

Si esta construcción es ya un cable terminado, los alambres de las diferentes capas se arrollan en sentido alternado a izquierda y derecha y entonces se llama cable espiral. Cuando es un elemento de otro cable mayor, las distintas capas de alambres se arrollan en el mismo sentido y entonces se le llama cordón.

En general los cables espirales resisten bien el desgaste por rozamiento al tener una

superficie aproximadamente cilíndrica y muy lisa. En ellos se aprovecha bien la sección ya que en un diámetro relativamente pequeño se obtiene una capacidad de carga considerable. Al estar arrollado de forma alterna resiste bien la torsión. Además, tienen un elevado módulo de elasticidad.

Al ser poco flexibles se usan fundamentalmente como cables estáticos, en cables finos se emplean para frenos y mandos de vehículos. Se usan también como cables carril de teleféricos, cables portadores de puentes colgantes, cables guía en extracción minera, contrapeso en ascensores y montacargas.

Cables normales

Se forman con cordones cilíndricos arrollados helicoidalmente en torno a un núcleo o alma [2].

Los cordones de estos cables son de alambres del mismo diámetro y el número de alambres en cada capa aumenta de 6 en 6, en progresión aritmética. Al ser todos los alambres del mismo diámetro son cables muy homogéneos

Todas las torsiones de las distintas capas tienen el mismo sentido y están arrolladas con el mismo ángulo de cableado, de esta manera los pasos de las distintas capas son diferentes y proporcionales a los diámetros medios de cada capa.

Al tener las capas de alambres diferentes pasos, cuando soportan una presión los alambres se cruzan y entallan entre sí, produciendo esfuerzos de flexión al doblar el cable.

En estos cables el esfuerzo a la tracción se reparte de manera uniforme entre todos los alambres al estar arrollados con el mismo ángulo de cableado.

Su campo de aplicación es muy extenso, su limitación en el uso viene dada por su poca flexibilidad.

Cables de cordones triangulares

Estos cables están formados por seis cordones de forma aproximada a un triángulo

equilátero [2].

Cables antigiratorios

El cable de acero convencional bajo la acción de una carga gira sobre su propio eje. Este fenómeno se debe al arrollamiento en hélice de los alambres y cordones, y al sentido de giro, que es opuesto al sentido de arrollamiento del cable, de modo que el cable convencional tiende siempre a desenrollarse mediante giro [2].

Cuando la altura del izaje es considerable (dependiendo del diámetro del cable y otros factores), este problema comienza a adquirir importancia y en los sistemas de dos o más líneas, es muy probable que los cables se enrosquen entre sí.

Esto genera una condición altamente dañina para el cable y peligrosa para la seguridad de las personas. Hay instalaciones que resuelven este problema utilizando cables de torsión derecha e izquierda, trabajando en pares, haciendo la salvedad de que en general los cables de torsión izquierda se fabrican solamente sobre pedido.

En la mayoría de los casos, en cambio, la solución consiste en utilizar cables de acero antigiratorios. En resumen, estos cables se emplean para levantar cargas no guiadas (que pueden rotar libremente), con alturas de izamientos considerables. El diseño y tipo constructivo de estos cables se basa en componer elementos cuyos momentos torsores se equilibren unos a otros, produciendo una resultante prácticamente nula.

Los diseños más utilizados son los llamados multicordones, entre los cuales el más popular es el $18 \times 7 + 1 \times 7$, usualmente llamado "19x7". En este diseño se componen dos capas de 6 y 12 cordones respectivamente, sobre un alma de un cordón, siendo todos estos cordones prácticamente iguales, de 7 alambres cada uno. El resultado es un cable de propiedades altamente antigiratorias, con una excelente resistencia a la tracción, con mediana flexibilidad y resistencia al aplastamiento. Existen otras posibles construcciones, todas basadas en el mismo principio. La construcción 34×7 es más flexible y más eficiente como antigiratoria, aunque también es algo menos estable.



Figura 18

2. OBJETIVO DEL PROYECTO

Como ya se mencionó en la introducción de esta memoria, el estudio que se va a realizar sobre el comportamiento de cables sometidos a un esfuerzo axial. En este estudio lo que intentamos es aproximarnos a la realidad lo máximo para poder obtener un método de cálculo que pueda arrojar resultados fiables y nos ayuden a predecir la mecánica del cable de acero en el diseño de sistemas que los usen.

Para poder llegar a modelizar y con ello, predecir el comportamiento de los cables, tenemos hoy día a nuestra disposición diferentes herramientas; que son el uso de modelos matemáticos que describen el comportamiento del cable de acero, y el uso de softwares de análisis de elementos finitos.

El problema que se nos presenta en el estudio de comportamiento de cables de acero no es nada trivial, puesto que en este tipo de problemas tienen incluidos problemas no lineales. Desde un punto de vista matemático, la modelización del problema, análisis y resolución no se presenta fácil, más bien todo lo contrario; dificultoso y tedioso.

Existen varios modelos matemáticos de diferentes autores, que en sus estudios han intentado aproximarse lo máximo al comportamiento del cable de acero. Existen modelos en los que los autores, por simplificación del problema, han obviado los efectos de no linealidad.

Nosotros vamos a estudiar algunos de esos modelos, centrandó nuestra atención en los de mayor utilidad para el proyecto.

Seguidamente y después de desarrollar los modelos teóricos de nuestro problema a tratar, atacaremos el problema haciendo uso los elementos finitos. Haremos un análisis de elementos finitos, pero con la particularidad en nuestro caso de usar elementos tipo BEAM para estudiar el contacto entre alambres y el comportamiento del cable en general. El desarrollo y explicación de como se ha realizado dicho este cálculo será abordado más adelante en esta memoria.

Se ha decidido hacer el modelo de elementos finitos utilizando elementos tipo BEAM (1-D) en lugar de elementos tipo SOLID (3-D) para ahorrar coste computacional de cálculo del ordenador. Las ecuaciones a resolver por el ordenador con un modelo 1-D a uno 3-D se reducen drásticamente y por lo cual el tiempo de computación también, además de tener que resolver el problema no lineal, problema el cual presenta grandes problemas de convergencia usando elementos 1-D.

Una vez hemos desarrollado nuestro problema tanto matemáticamente como por elementos finitos, para poder tomar sus resultados como una buena aproximación de la realidad debemos compararlos con resultados obtenidos empíricamente. Para ello se cuenta con un ensayo de tracción realizado a un cable 7x1+0 (7 alambres en un solo cordón) por el departamento de calidad de la empresa TYCSA PSC. Este documento fue suministrado al Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sevilla durante el desarrollo de un estudio anterior de cables pretensados.

3. MODELO TEÓRICO DE UN CABLE DE ACERO

3.1. Descripción geométrica del cable

Vamos a considerar en los modelos de rigidez del cordón de acero, que más adelante expondremos, un cordón de 7 hilos, 6+1. El uso de la anotación 6+1 nos indica que es un cordón con 1 alambre como alma y 6 helicoidales que lo rodea todos con el mismo diámetro de alambre.

Para el desarrollo matemático que a continuación se expone para describir la geometría un cable, vamos a diferenciar entre un modelo de hélice simple y uno de hélice doble, no es más que la descripción de un cable con un solo cordón y varios cordones respectivamente.

3.1.1. Parámetros geométricos

Los siguientes parámetros básicos [4] especifican la estructura de la hélice y los símbolos que los representan en el modelo matemático están mostrados entre paréntesis.

Eje de la hélice del cordón (Z): El eje del cable el cual el cordón describe el helicoide alrededor de este formando el cable. La dirección positiva del eje está definida según la dirección de avance de la hélice.

Eje de la hélice de los alambres (W): Es el eje de la hélice descrita por el cordón alrededor el cual los alambres describen una hélice formando el cordón. La dirección positiva del eje está definida según la dirección de avance de la hélice.

Radio de la hélice del cordón (r_s): La distancia perpendicular entre el eje central de la hélice que describe el cordón y el eje alrededor el cual se forma la hélice.

Radio de la hélice del alambre (r_w): La distancia perpendicular entre eje central de

la hélice que describe el alambre y el eje alrededor el cual se forma la hélice.

Ángulo de la hélice del cordón (α_s): Es el ángulo, en cualquier punto del cordón, que forma la tangente a la hélice en ese punto y el plano normal a la dirección del eje alrededor el cual se forma la hélice del cordón, en este caso el eje del cable.

Ángulo de la hélice del alambre (α_w): Es el ángulo, en cualquier punto del alambre, que forma la tangente a la hélice en ese punto y el plano normal a la dirección del eje alrededor el cual se forma la hélice del alambre, en este caso el eje del cordón.

Ángulo de rotación del cordón (θ_s): El ángulo en el que el eje centroidal de un cordón helicoidal barre en un plano perpendicular al eje de la hélice del cordón.

Ángulo de rotación del alambre (θ_w): El ángulo en el que el eje centroidal de un alambre helicoidal barre en un plano perpendicular al eje de la hélice del alambre.

Paso del cordón (L_s): Distancia medida paralela al eje del cable alrededor el cual la hélice del cordón hace una vuelta completa.

Paso del alambre (L_w): Distancia medida paralela al eje del cordón alrededor el cual la hélice del alambre hace una vuelta completa.

Longitud del cable (S_c o Z): Longitud medida a lo largo del eje del cable.

Longitud del cordón (S_s o w): Longitud medida a lo largo del eje del cordón.

Longitud de alambre (S_w): Longitud medida a lo largo del eje centroidal del alambre.

3.1.2. Relaciones básicas

En hélices circulares, tanto como para el eje centroidal del alambre y el cordón, podrían ser considerados que están sobre la superficie de un cilindro. Como la superficie de un cilindro puede ser desarrollada en un plano, algunas relaciones entre los ejes centroidales y otros parámetros pueden ser establecidos usando la vista desarrollada que se muestra a continuación.

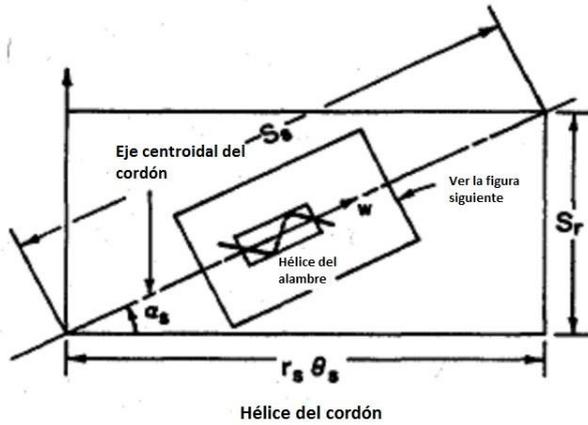


Figura 19

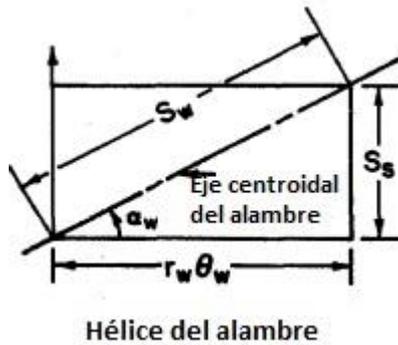


Figura 20

Las relaciones entre la longitud del cable y el ángulo de rotación del cordón; y entre la longitud del cordón y el ángulo de rotación del cordón pueden ser obtenidas usando parámetros previamente definidos y de la vista desarrollada de la hélice de un cordón, el cual puede ser expresada como:

$$S_r = r_s \cdot \theta_s \cdot \tan(\alpha_s)$$

Ecuación(1)

$$S_s = \frac{r_w \cdot \theta_s}{\cos(\alpha_s)} \quad \text{Ecuación(2)}$$

La longitud del cordón, S_r en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** viene a ser la longitud longitud de paso del cable, L_s , cuando $\theta_s = 2 \cdot \pi$.

Similarmente, las relaciones entre la longitud del cordón y el ángulo de rotación del alambre y entre la longitud del alambre y el ángulo de rotación del alambre pueden también ser obtenidos usando la vista desarrollada de la hélice de un alambre.

$$S_s = r_w \cdot \theta_w \cdot \tan(\alpha_w) \quad \text{Ecuación(3)}$$

$$S_w = \frac{r_w \cdot \theta_w}{\cos(\alpha_w)} \quad \text{Ecuación(4)}$$

La longitud del cordón, S_s , en la *Ecuación(3)* viene a ser la longitud de paso del alambre, L_w , cuando el ángulo $\theta_w = 2 \cdot \pi$.

Como la longitud del cordón obtenido de la hélice de un alambre debe ser igual al obtenido de la hélice de un cordón para una longitud de cable dado, un nuevo término n es definido como la relación entre el angulo de rotación del almabre y el ángulo de rotación del cordón el cual puede ser obtenido a partir de la *Ecuación(2)* y *Ecuación(3)*.

$$n = \frac{\theta_w}{\theta_s} = \frac{r_s}{r_w \cdot \tan(\alpha_w) \cdot \cos(\alpha_s)} \quad \text{Ecuación(5)}$$

Esta relación es dependiente de los ángulos de rotación de ambas hélices cuando los radios de ambas hélices están fijos. Está considerado importante en la

descripción de la estructura de un cable, específicamente la relación entre los ángulos de las hélices del alambre y el cordón, que es llamado **rotación relativa**. La rotación relativa será positiva para arrollamientos tipo Lang y negativa para arrollamientos normales.

3.1.3. Sistema de coordenadas

Dos tridimensionales, cartesianos sistemas de coordenadas son seleccionados para analizar las hélices del cordón y el alambre.

Uno es un sistema global de coordenadas llamado, por conveniencia, sistema de coordenadas del cordón (Figura 3-A). Las coordenadas X, Y y Z con el origen en el centro del cable y coincidiendo el eje Z con el eje del cable. El plano X-Y es perpendicular al eje del cable y es plano donde el ángulo de rotación del cordón es medido. El eje X es arbitrariamente elegido por lo que intersecta, en su dirección positiva, con el eje centroidal del cordón. El eje X es también usado como línea de referencia desde la cual el ángulo de rotación del cordón, θ_s es medido. Los vectores unitarios dirigidos a lo largo de las direcciones positivas de X, Y y Z son \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} respectivamente.

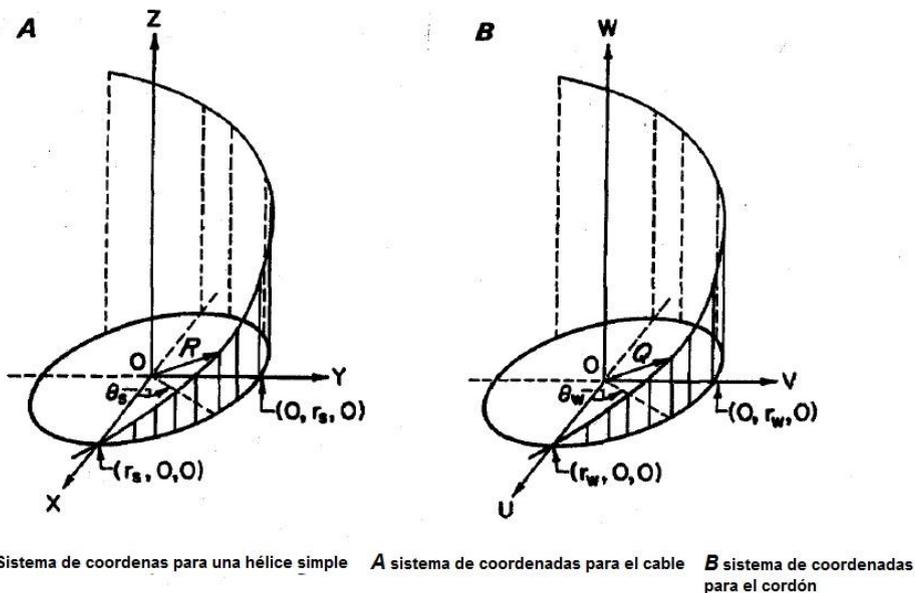


Figura 21

El otro sistema de coordenadas, local sistema de coordenadas, es el sistema de coordenadas del cordón (Figura 3-B). Sus coordenadas son U, V y W con el origen en el eje centroidal del cordón. Este sistema de coordenadas local se mueve a lo largo del eje centroidal del cordón. El eje W tiene la dirección del vector tangente al eje centroidal del cordón. El plano U-V es perpendicular al eje centroidal del cordón y es donde el ángulo de rotación del alambre θ_w es medido. El eje U es paralelo al plano X-Y y es también paralelo a línea en el plano X-Y la cual especifica el ángulo de rotación del cordón. Los vectores unitarios direccionados a lo largo de las direcciones positivas de U, V y W son \mathbf{f} , \mathbf{g} y \mathbf{h} respectivamente.

3.1.4. Ecuaciones vectoriales

El modelo describiendo el eje centroidal del centro de un alambre de un cordón en un cable usando el sistema de coordenadas del cable es un modelo de hélice

simple. El modelo describiendo el eje centroidal del centro de un alambre de un cordón en un cable usando el sistema de coordenadas del cordón es también un modelo de hélice simple. Una vez que estos modelos de hélices simples son formulados, serán usados para desarrollar el modelo de hélice doble describiendo el eje central de un alambre formando una hélice doble en cualquier tipo de cable en el sistema de coordenadas del cable.

3.1.4.1. Modelo hélice simple

Cuando un sistema de coordenadas de un cable es situado en el centro del cable y un cierto cordón es especificado para tener un ángulo de rotación inicial del mismo de 0 en $z=0$, mostrado en la figura 2A, la ecuación del vector de la hélice para el eje centroidal de este cordón es:

$$R = x_s \cdot i + y_s \cdot j + z_s \cdot k \quad \text{Ecuación(6)}$$

El subíndice s indica variables que son asociadas con la hélice simple. Las ecuaciones paramétricas de R para una hélice de un cordón circular son:

$$x_s = r_s \cdot \cos(\theta_s) \quad \text{Ecuación(7)}$$

$$y_s = r_s \cdot \text{sen}(\theta_s) \quad \text{Ecuación(8)}$$

$$z_s = r_s \cdot \theta_s \cdot \tan(\theta_s) \quad \text{Ecuación(9)}$$

El ángulo de rotación del cordón, θ_s en la *Ecuación(7)*, *Ecuación(8)* y *Ecuación(9)* es positivo para un cable enrollado hacia la derecha y negativo si es enrollado la izquierda.

Similarmente, cuando el sistema de coordenadas del cordón es inicialmente situado

en el eje centroidal de un cierto cordón en $\theta_s = 0$, un cierto alambre es especificado para tener un ángulo rotación inicial del alambre de 0 en $w=0$. La ecuación del vector de una hélice circular par un eje centroidal de este alambre es similar a la Ecuación(6) en el sistema de coordenadas de un cordón z puede ser escrito como:

$$Q = u \cdot \mathbf{f} + v \cdot \mathbf{g} + w \cdot \mathbf{h} \quad \text{Ecuación(10)}$$

Las ecuaciones paramétricas de Q para una hélice de un alambre circular en un cordón son:

$$u = r_w \cdot \cos(\theta_w) \quad \text{Ecuación(11)}$$

$$v = r_w \cdot \text{sen}(\theta_w) \quad \text{Ecuación(12)}$$

$$v = r_w \cdot \text{sen}(\theta_w) \quad \text{Ecuación(13)}$$

El ángulo de rotación del cordón, θ_w en la Ecuación(11), Ecuación(12) y Ecuación(13) es positivo para un cable enrollado hacia la derecha y negativo si es enrollado la izquierda.

3.1.4.2. Modelo de doble hélice

El modelo de doble hélice puede ser desarrollado por una combinación del vector R en el sistema de coordenadas del cordón z un vector q sobre el plano U-V del sistema de coordenadas del cordón.

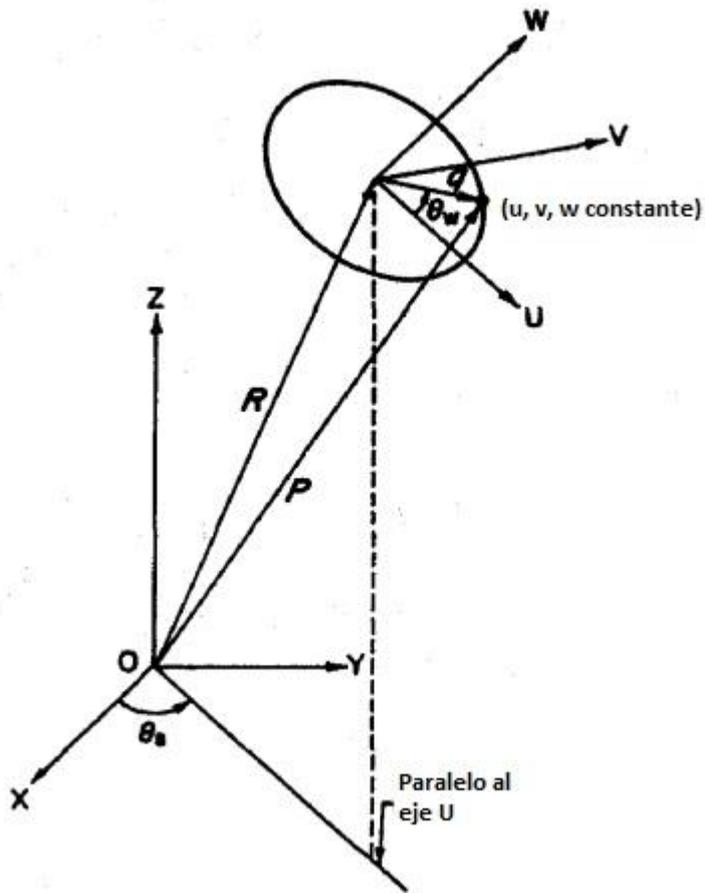


Figura 22

Se asume que, en un sistema de coordenadas del cordón, un vector de posición P con la cabeza del vector localizada en (u, v, w) en un sistema de coordenadas del cordón traza el eje centroidal de un doble hélice de un alambre y tiene una forma general:

$$P = x_w \cdot i + y_w \cdot j + z_w \cdot k$$

Ecuación(14)

Donde x_w , y_w y z_w son funciones componente. El subíndice indica que las variables están asociadas a una doble hélice.

El vector \mathbf{q} en un sistema de coordenadas de un cordón es un vector posición el cual sigue el eje centroidal de una hélice doble de un alambre en el plano U-V para un cierto valor w en el sistema de coordenadas del cordón. La ecuación del vector \mathbf{q} podría ser escrita como:

$$\mathbf{q} = u \cdot \mathbf{f} + v \cdot \mathbf{g} \quad \text{Ecuación(15)}$$

La componente \mathbf{w} no es necesaria en la especificación de la localización del eje centroidal de una hélice doble de un alambre porque \mathbf{q} siempre está contenido en el plano U-V. Las ecuaciones paramétricas para \mathbf{u} y \mathbf{v} son idénticas a la *Ecuación(11)* y *Ecuación(12)*.

Desde que la cabeza del vector \mathbf{R} está localizada exactamente en la cola del vector \mathbf{q} , el vector \mathbf{P} puede ser fácilmente obtenido a través de la adición de un vector una vez que el vector \mathbf{q} en el sistema de coordenadas del cordón es proyectado al sistema de coordenadas del cable. Usando el hecho de que el eje U es paralelo al plano X-Y y la línea la cual especifica el ángulo de rotación del cordón (θ_s) y que el plano U-V es perpendicular al eje W el cual tiene un ángulo de hélice del cordón (α_s), las proyecciones individuales de \mathbf{u} y \mathbf{v} sobre los ejes X, Y y Z son:

$$x_u = u \cdot \cos(\theta_s) \quad \text{Ecuación(16)}$$

$$y_u = u \cdot \sin(\theta_s) \quad \text{Ecuación(17)}$$

$$z_u = 0 \quad \text{Ecuación(18)}$$

$$x_v = -v \cdot \sin(\alpha_s) \cdot \sin(\theta_s) \quad \text{Ecuación(19)}$$

$$y_v = v \cdot \sin(\alpha_s) \cdot \cos(\theta_s)$$

Ecuación(20)

$$z_v = -v \cdot \cos(\alpha_s)$$

Ecuación(21)

El vector \mathbf{q} ahora puede ser expresado sistema de coordenadas del cable como:

$$\mathbf{q} = (x_u + x_v) \cdot \mathbf{i} + (y_u + y_v) \cdot \mathbf{j} + (z_u + z_v) \cdot \mathbf{k}$$

Ecuación(22)

Como el vector \mathbf{P} es la suma de los vectores \mathbf{R} \mathbf{z} \mathbf{q} , la fórmula general para la ecuación del vector \mathbf{P} puede ser ahora descrita como:

$$\mathbf{P} = (x_s + x_u + x_v) \cdot \mathbf{i} + (y_s + y_u + x_v) \cdot \mathbf{j} + (z_s + z_u + x_v) \cdot \mathbf{k}$$

Ecuación(23)

Introduciendo la rotación relativa, definida anteriormente en la *Ecuación(5)*, en la *Ecuación(7)*, *Ecuación(8)*, *Ecuación(9)*, *Ecuación(16)*, *Ecuación(17)*, *Ecuación(19)* y *Ecuación(20)*, remplazando u y v con la *Ecuación(11)* y *Ecuación(12)*, y sustituyéndolos en la *Ecuación(23)*, las siguientes funciones de las componentes para el modelo una hélice doble en términos del ángulo de rotación del alambre son obtenidas.

$$x_w = r_s \cdot \cos\left(\frac{\theta_w}{n}\right) + r_w \cdot \cos(\theta_w) \cdot \cos\left(\frac{\theta_w}{n}\right) - r_w \cdot \sen(\alpha_s) \cdot \sen(\theta_w) \cdot \sen\left(\frac{\theta_w}{n}\right)$$

Ecuación(24)

$$y_w = r_s \cdot \sin\left(\frac{\theta_w}{n}\right) + r_w \cdot \cos(\theta_w) \cdot \sin\left(\frac{\theta_w}{n}\right) - r_w \cdot \sin(\alpha_s) \cdot \sin(\theta_w) \cdot \cos\left(\frac{\theta_w}{n}\right)$$

Ecuación(25)

$$z_w = r_s \cdot \tan(\alpha_s) \cdot \frac{\theta_w}{n} - r_w \cdot \sin(\alpha_s) \cdot \sin(\theta_w)$$

Ecuación(26)

El signo del ángulo θ_w es positivo cuando rota contra el movimiento de las agujas del reloj y positivo cuando rota en el sentido de las agujas del reloj. La componente z_w es siempre positivo e incrementa en la dirección en el que la hélice avanza.

3.2. Modelo de rigidez del cable

A continuación se presentaran a varios autores los cuales dan diferentes aproximaciones del comportamiento a rigidez de un cable de acero [5]. Cabe mencionar que todos estos modelos se han realizado centrándose en un cable simple de un cordón de 7 hilos paralelos, es decir todos sus hilos tienen el mismo paso. Esto se ha hecho tanto para simplificar el desarrollo matemático, como para la posible comparación de resultados con los obtenidos en un ensayo real, ya que es más fácil de instrumentar, analizar y revisar un cable simple de pocos hilos que uno de varias capas concéntricas de alambres.

También los autores que vamos a estudiar en este primer apartado han obviado el problema no lineal, con el mismo objetivo de simplificar la modelización y el cálculo. Sin embargo, los autores han contrastado sus modelos con resultados experimentales documentados en trabajos anteriores.

Vamos a considerar un cordón simple 6+1 hecho de 6 alambres helicoidales con sección circular enrollado alrededor del núcleo recto del cable. La geometría, en

este problema es caracterizada por el radio del núcleo R_c , el radio de los alambres R_w , y el ángulo de la hélice α medido respecto el eje Z del cable. La línea central de los alambres es entonces una curva helicoidal de radio R_h :

$$R_h = R_c + R_w \quad \text{Ecuación(27)}$$

Es de mención que las secciones de los alambres, debido a las fuerzas de contacto con el núcleo, muestran una forma ovalada, pero pueden ser aproximadas por elipses en el plano perpendicular al eje Z. La longitud de paso P puede ser calculado usando la siguiente expresión:

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_h}{\tan(\alpha)} \quad \text{Ecuación(28)}$$

El comportamiento axial de este cable presenta un acoplamiento entre tensión axial y torsión debido al diseño helicoidal de los alambres. En general, el comportamiento elástico puede ser expresado en la forma:

$$\begin{bmatrix} F_z \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon} & k_{\varepsilon\theta} \\ k_{\theta\varepsilon} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{zz} \\ \theta_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación(29)}$$

Donde u_{zz} es la deformación axial, θ_{zz} el ángulo de torsión por unidad de longitud, F_z la fuerza axial y M_z el momento torsor. Las cuatro componentes de la matriz de rigidez $k_{\varepsilon\varepsilon}$, $k_{\theta\theta}$, $k_{\theta\varepsilon}$ y $k_{\varepsilon\theta}$ son rigidez a tensión axial, rigidez a torsión y los términos de acoplamiento de los esfuerzos respectivamente. Además, la matriz de rigidez debería ser simétrica.

3.2.1. Modelos analíticos

Como ya anteriormente se ha mencionado, hay varios modelos analíticos para predecir el comportamiento mecánico de cables de un material isótropo sometidos a cargas axiales, basado en el conocimiento del comportamiento del material y la geometría de la estructura. La primera aproximación solo incorpora los efectos asociados con la rigidez a la tensión, la flexión y torsión de los alambres. Este tipo de análisis ha sido mejorado por Hruska y por Knapp para un núcleo rígido. McConnell and Yemek modificó, simplemente por considerar la rigidez torsional de todos los alambres individuales.

Más recientes y complejos modelos analíticos están basados en el problema de una viga, problema unidimensional. Los alambres son modelados usando las ecuaciones de Love. Siguiendo esta aproximación, Machida y Durelli han estudiado los efectos de la rigidez a flexión y torsión de los alambres individualmente en un cable en la matriz de rigidez. Knapp estudió el efecto de variaciones en el radio en el núcleo (debido a la presión de la capa exterior de alambres que lo rodea). Costello y Philips presentaron un modelo no-lineal para la capa exterior de alambres que envuelven helicoidalmente alrededor del núcleo, pero sin incluir el alambre del núcleo. Este modelo incluye los efectos de las variaciones en el radio y el ángulo de la hélice (debido a los efectos del coeficiente de Poisson). Este modelo fue más tarde extendido por Philips y Costello y Velinsky para aplicarlo a un cable incluyendo el alambre en el núcleo. Luego, Costello presentó un modelo linealizado incluyendo los efectos las variaciones de la curvatura y giro. Kumar y Cochran ha desarrollado una versión linealizada de esta teoría, conduciendo a una expresión de forma cerrada para las componentes de la matriz de rigidez. Kumar y Botsis ha extendido este modelo para obtener la expresión analítica para tensión máxima de contacto que se producen entre los alambres que están helicoidalmente enrollados alrededor de un núcleo con el núcleo del cable. Huang estudió los modos de contacto (radial o lateral) para un cable 1+6. No se tiene en cuenta la deformación local por el contacto mientras los efectos de Poisson son incluidos. Se encuentra que el contacto radial parece ser el caso predominante, incluso si no existe separación inicial entre los alambres helicoidales. Utting and Jones han extendido el modelo de Costello para incluir el aplastamiento del alambre (deformación por contacto) y efectos de rozamiento. Los resultados enseñan que estos fenómenos tienen muy poco efecto sobre

estimaciones de la respuesta global en un cable.

Sathikh et al presentó un modelo lineal elástico para un cable con un núcleo rígido, usando un modelo discreto de una varilla. Labrosse presentó una nueva aproximación para predecir el comportamiento de cables 1+6 sometido a flexión, tensión y torsión. En este modelo, el efecto del coeficiente de Poisson no está incluido mientras los movimientos relativos entre núcleo y alambres que lo envuelven están considerados.

En los modelos matemáticos que a continuación se van a exponer, estarán centrados en un cable 6+1 de comportamiento lineal elástico, material isotrópico y esfuerzos axiales.

3.2.2. Descripción de los modelos

Como se ha mostrado previamente, hay varios modelos matemáticos que están basados en diferentes suposiciones. En esta sección, siete modelos han sido seleccionados y son descritos en mayor detalle. Estos modelos están basados en las siguientes suposiciones:

- Solo está considerada la rigidez axial del alambre.
- La rigidez a flexión y torsión están incluidas.
- El efecto de coeficiente de Poisson es considerado.
- Contacto entre alambres (movimiento relativo entre núcleo y alambres) está considerado.

Las ecuaciones para cada modelo son brevemente presentadas a continuación:

3.2.2.1. Hruska

En los modelos basados en tensión pura del alambre, la rigidez a flexión y torsión para un alambre individual son despreciados. Usando solamente relaciones geométricas, la deformación axial del alambre $u_{t,t}$ puede ser expresada como sigue:

$$u_{t,t} = u_{z,z} \cdot \cos^2(\alpha) + R_h \cdot \theta_{z,z} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \quad \text{Ecuación(30)}$$

Donde $u_{z,z}$ y $\theta_{z,z}$ representa la deformación axial y ángulo de giro por unidad de longitud, respectivamente. Los componentes de la matriz de rigidez son:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6 \cdot (AE)_w \cdot \cos^3(\alpha) \quad \text{Ecuación(31)}$$

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\theta\varepsilon} = 6 \cdot (AE)_w \cdot R_h \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \quad \text{Ecuación(32)}$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot (AE)_w \cdot R_h^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \quad \text{Ecuación(33)}$$

Donde (AE) y (GJ) representan las rigideces axial y torsional respectivamente. Las características del núcleo y los alambres son denotadas por los subíndices c y w respectivamente.

Esta matriz de rigidez ha sido obtenida por Hruska y re-derivada por Knapp para un núcleo rígido.

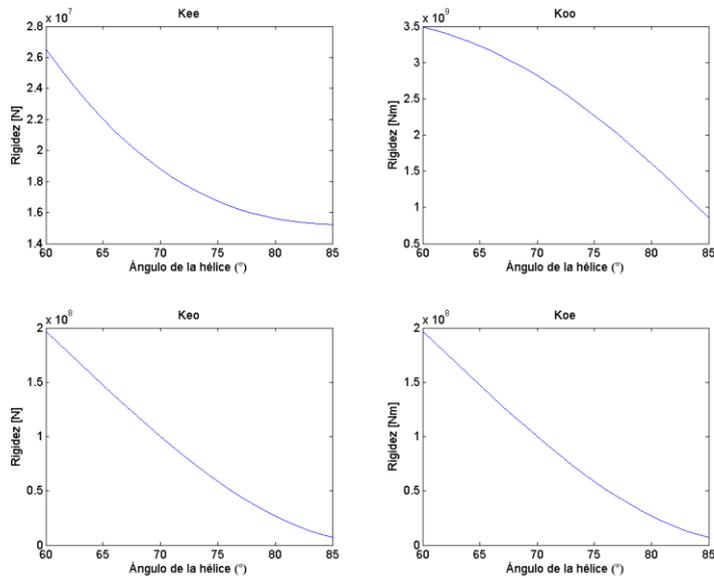


Figura 23

En la gráfica 1 se muestra la variación de las componentes la matriz de rigidez para un cable 6+1 según varía el ángulo α de la hélice. Desde ahora en adelante el vector que incluyen las variaciones del ángulo α de la hélice es $\alpha \in [60^\circ \quad 85^\circ]$.

3.2.2.2. McConnell y Zemek

McConnell y Zemek modificaron el modelo de Hruska con la adición de la suma de la rigidez a torsión de todos los alambres a la Ecuación(33). La ecuación $k_{\theta\theta}$ entonces viene a ser:

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot (GJ)_w + 6 \cdot (AE)_w \cdot R_h^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \tag{Ecuación(34)}$$

Las rigideces $k_{\epsilon\epsilon}$, $k_{\theta\epsilon}$ y $k_{\epsilon\theta}$ no varían respecto del modelo de Hruska.

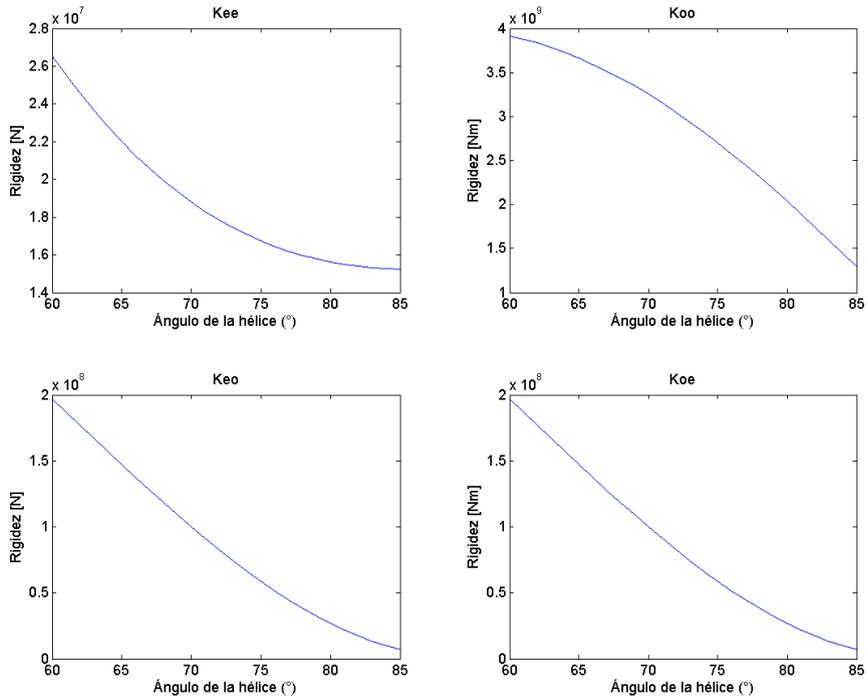


Figura 24

3.2.2.3. Machida y Durelli

Machida y Durelli han estudiado los efectos de la rigidez a flexión y torsión de los alambres en la matriz de rigidez de un cable. Obtuvieron los momentos de flexión y torsión de cada alambre, y proyectando en el eje del cable y sumando todos los alambres, se obtiene:

$$k_{\theta\varepsilon} = 6 \cdot \left((AE)_w \cdot R_h \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \text{sen}(\alpha) - 2 \frac{(EI)_w}{R_h} \cdot \cos^2(\alpha) \right. \\ \left. \cdot \text{sen}^3(\alpha) + \frac{(GJ)_w}{R_h} \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \text{sen}(\alpha) \right. \\ \left. \cdot (1 - 2 \cdot \cos^2(\alpha)) \right) \quad \text{Ecuación(35)}$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot \left((AE)_w \cdot R_h^2 \cdot \text{sen}^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot (EI)_w \right. \\ \left. \cdot \cos^3(\alpha) \cdot \text{sen}^2(\alpha) + (GJ)_w \cdot \cos^3(\alpha) \right. \\ \left. \cdot (1 - 2 \cdot \cos^2(\alpha)) \right) \quad \text{Ecuación(36)}$$

Donde (EI) es la rigidez a flexión del cable. Las relaciones para $k_{\varepsilon\varepsilon}$ y $k_{\varepsilon\theta}$ permanecen iguales a las desarrolladas por Hruska. Debido a esto se pierde la simetría en la matriz de rigidez.

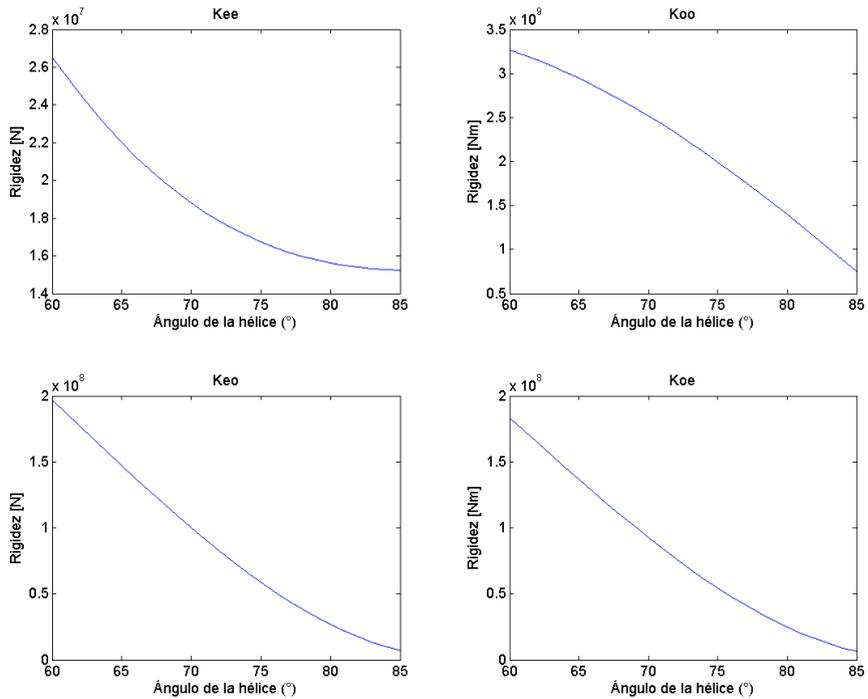


Figura 25

3.2.2.4. Costello

La teoría de Costello, basado en las ecuaciones de Love sobre vigas curvadas, tiene en cuenta los efectos de las variaciones del radio y ángulo de la hélice, también momentos flectores y torsores del alambre. El equilibrio está expresado usando un conjunto de ecuaciones no lineales lo cual es también válido para grandes deformaciones. En el caso de un cordón simple, se supone que la variación del ángulo de la hélice es pequeña. Resulta que la deformación axial $u_{z,z}$ y el giro $\theta_{z,z}$ también cambian en curvatura y giro por unidad de longitud, $\Delta k'$ y $\Delta \tau$, en cada alambre son linealizados con respecto a $\Delta \alpha$. Las relaciones para cada alambre podrían ser escritas como:

$$u_{z,z} = u_{t,t} + \Delta\alpha \cdot \tan(\alpha)$$

Ecuación(37)

$$R_h \cdot \theta_{z,z} = u_{t,t} \cdot \tan(\alpha) - \Delta\alpha + v \cdot \tan(\alpha) \frac{R_c \cdot u_{z,z} + R_w \cdot u_{t,t}}{R_h}$$

Ecuación(38)

$$R_w \cdot \Delta k' = - \frac{2 \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\frac{R_h}{R_w}} \cdot \Delta\alpha + v \cdot \frac{R_c \cdot u_{z,z} + R_w \cdot u_{t,t}}{R_h} \cdot \frac{\text{sen}^2(\alpha)}{\frac{R_h}{R_w}}$$

Ecuación(39)

$$R_w \cdot \Delta\tau = \frac{1 - 2 \cdot \cos^2(\alpha)}{\frac{R_h}{R_w}} \cdot \Delta\alpha + v \cdot \frac{R_c \cdot u_{z,z} + R_w \cdot u_{t,t}}{R_h} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{\frac{R_h}{R_w}}$$

Ecuación(40)

Y el comportamiento mecánico para cada alambre está dado por:

$$M_t^i = (GJ)_w \cdot \Delta\tau$$

Ecuación(41)

$$M_b^i = (EI)_w \cdot \Delta k'$$

Ecuación(42)

$$F_t^i = (EA)_w \cdot u_{t,t}^w \quad \text{Ecuación(43)}$$

$$F_b^i = M_t^i \cdot \frac{\text{sen}^2(\alpha)}{R_h} - M_b^i \cdot \frac{\text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{R_h} \quad \text{Ecuación(44)}$$

Donde F_b^i , F_t^i , M_b^i y M_t^i son fuerza a cortante, fuerza a tracción momento de flexión y momento de torsión en el i -ésimo alambre, respectivamente; además, $\Delta k'$ y $\Delta \tau$ representa cambios en la curvatura y giro por unidad de longitud, respectivamente y $u_{t,t}$ es la deformación axial en un alambre exterior. Proyectando en el eje del cable y sumando todas las componentes de cada alambre, se obtiene:

$$F_z = (EA)_w \cdot u_{z,z} + 6 \cdot (F_t^i \cdot \cos(\alpha) + F_b^i \cdot \text{sen}(\alpha)) \quad \text{Ecuación(45)}$$

$$M_z = (GJ)_w \cdot \theta_{z,z} + 6 \cdot (M_t^i \cdot \cos(\alpha) + M_b^i \cdot \text{sen}(\alpha) + R_h \cdot F_t^i \cdot \text{sen}(\alpha) + R_h \cdot F_b^i \cdot \cos(\alpha)) \quad \text{Ecuación(46)}$$

Para obtener los componentes de la matriz de rigidez, la *Ecuación(37)* y *Ecuación(38)* permiten que la deformación axial del cable $u_{t,t}$, y la variación del ángulo de la hélice $\Delta \alpha$ sean expresadas en función de la deformaciones globales $u_{z,z}$ y $\theta_{z,z}$. Resulta también que las variaciones de la curvatura y giro por unidad de longitud $\Delta k'$ y $\Delta \tau$, *Ecuación(39)* y *Ecuación(40)*, están también expresadas en función de estas deformaciones. Entonces, el comportamiento mecánico local de cada alambre puede ser expresado en función de las deformaciones globales del cable $u_{z,z}$ y $\theta_{z,z}$. Finalmente sustituyendo el comportamiento global del cable puede ser obtenido.

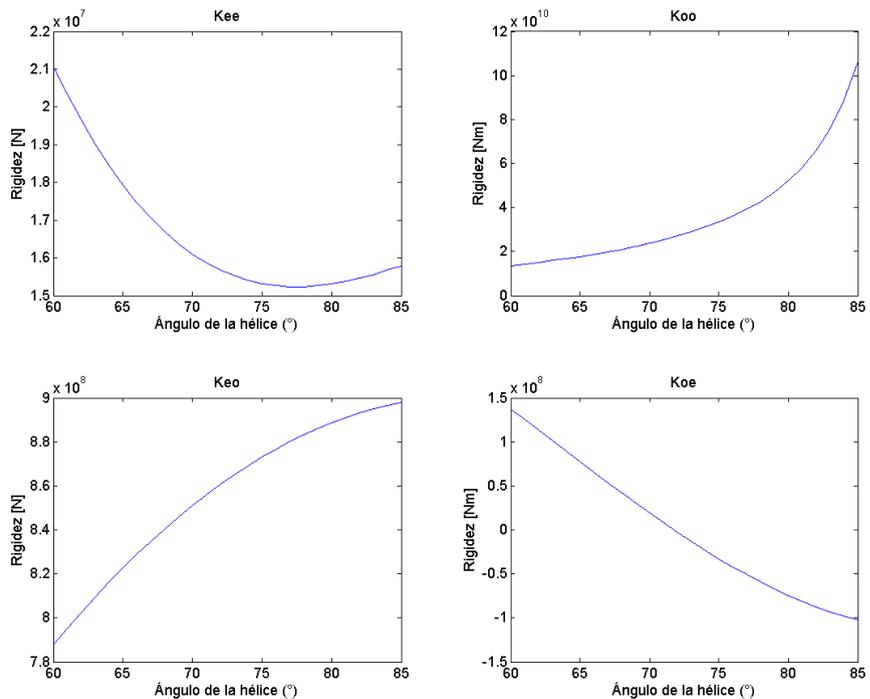


Figura 26

3.2.2.5. Kumar y Cochran

Kumar y Cochran han linealizado las ecuaciones del modelo de Costello, y obtenido una expresión para la matriz de rigidez. En la presente notación, las componentes de la matriz de rigidez podrían ser escritas como:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6 \cdot (AE)_w \cdot \cos(\alpha) \cdot (1 - (1 + \nu) \cdot p \cdot \text{sen}^2(\alpha)) \quad \text{Ecuación(47)}$$

$$k_{\varepsilon\theta} = 6 \cdot (AE)_w \cdot R_h \cdot p \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \text{sen}(\alpha) \quad \text{Ecuación(48)}$$

$$k_{\theta\varepsilon} = 6((AE)_w \cdot R_h \cdot \text{sen}(\alpha) - \frac{(EI)_w}{R_h} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot (1 - v_f \cdot \cos^4(\alpha)) + (1 + v) \cdot (q - 1 + v_f \cdot \cos^4(\alpha)))$$

Ecuación(49)

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot (Ei)_w \cdot q \cdot \cos(\alpha)$$

Ecuación(50)

Donde p y q son dadas por:

$$p = (1 - v_1) \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{R_w}{R_h}\right)^2 \cdot (1 + v_f \cdot \cos(2\alpha)) \cdot \text{sen}^2(\alpha) \right]$$

Ecuación(51)

$$q = (1 - v_1) \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{R_h}{R_w}\right)^2 \cdot \text{sen}^2(\alpha) + 1 - \text{sen}^4(\alpha) - v_f \cdot \cos^4(\alpha) \right] \cdot \cos(2\alpha)$$

Ecuación(52)

En esta relación v_1 y v_f son obtenidas como sigue:

$$v_1 = v \cdot \left(\frac{R_w}{R_h}\right) \cdot \text{sen}^2(\alpha)$$

Ecuación(53)

$$v_f = \frac{v}{1 + v}$$

Ecuación(54)

La simetría en la matriz de rigidez se pierde también en este modelo.

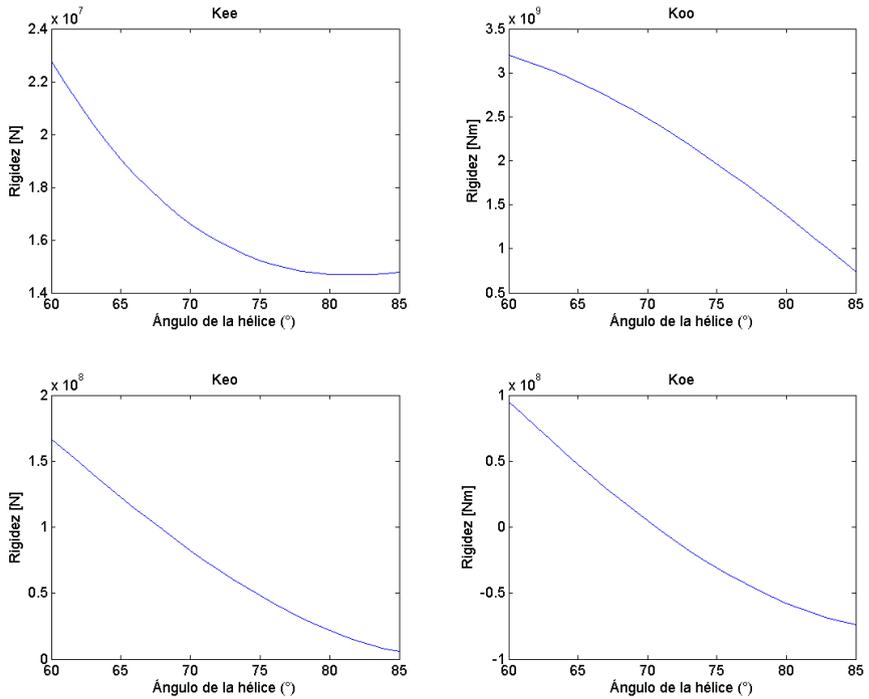


Figura 27

3.2.2.6. Sathikh

Sathikh et al se concentró en la ausencia de simetría de modelos anteriores. En ellos se desarrollaron un modelo elástico lineal para cables simples, usando la teoría de la varilla. En este caso, un cable simple con un núcleo rígido y teniendo solo contacto entre el núcleo y alambres, ha sido analizado teniendo en cuenta la tensión del alambre, giro y flexión juntas, en respuesta a cargas con simetría axial (tracción-torsión). Siguiendo la modificación a la presente notación, las relaciones de Sathikh pueden ser escritas como:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6 \cdot \left((AE)_w \cdot \cos^3(\alpha) + [(GJ)_w \cdot \sin^2(\alpha) + (EI)_w \cdot \cos^2(\alpha)] \frac{\sin^4(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{R_h^2} \right) \quad \text{Ecuación(55)}$$

$$k_{\theta\varepsilon} = k_{\varepsilon\theta} = 6 \cdot \left((AE)_w \cdot R_h \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + [(GJ)_w \cdot \cos^2(\alpha) - (EI)_w \cdot (1 + 2 \cdot \cos^2(\alpha))] \cdot \frac{\cos^2(\alpha) \cdot \sin^3(\alpha)}{R_h} \right) \quad \text{Ecuación(56)}$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot \left[(AE)_w \cdot R_h^2 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) + (GJ)_w \cdot \cos^7(\alpha) + (EI)_w \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot (1 + 2 \cdot \cos^2(\alpha))^2 \right] \quad \text{Ecuación(57)}$$

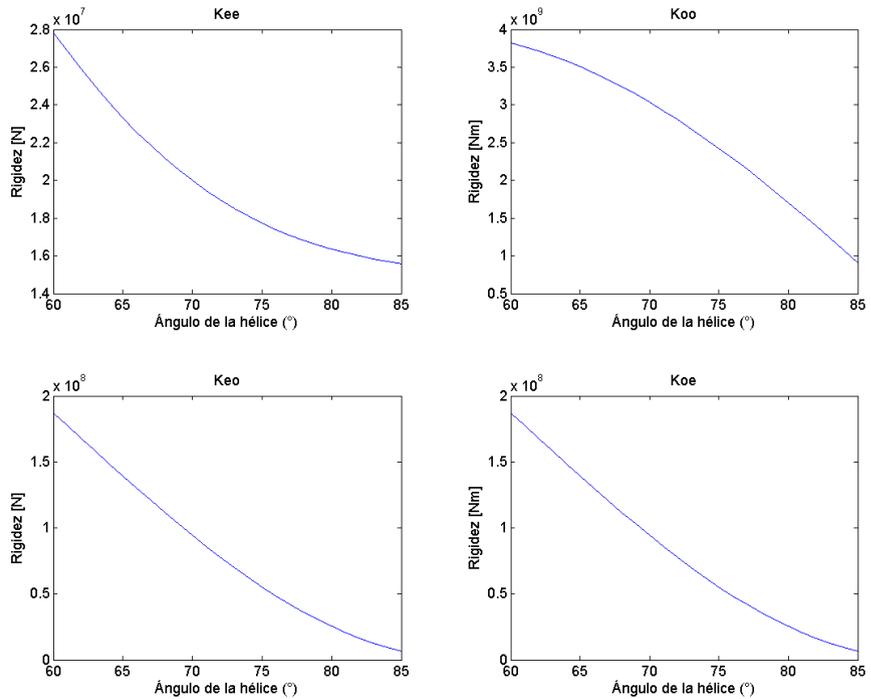


Figura 28

3.2.2.7. Labrosse

Recientemente Labrosse presentó una nueva aproximación analítica para predecir la respuesta global de un cable sometido a flexión, tracción y torsión. En esta teoría los alambres son considerados como vigas curvadas como fue presentado anteriormente por Love. Las tensiones en la sección del cable y los esfuerzos entre los alambres han sido presentados en función de las deformaciones del cable y derivado del deslizamiento entre los alambres.

Para cargas axiales (tracción y torsión), las componentes de la matriz de rigidez vienen a ser:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6 \cdot (AE)_w \cdot \cos^3(\alpha)$$

Ecuación(58)

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\theta\varepsilon} = 6 \cdot (AE)_w \cdot R_h \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Ecuación(59)

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \cdot [(EA)_w \cdot R_h^2 \cdot \text{sen}^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) + (GJ)_w \cdot \cos^5(\alpha) + (EI)_w \cdot \text{sen}^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot (1 + 2 \cdot \cos^2(\alpha))]$$

Ecuación(60)

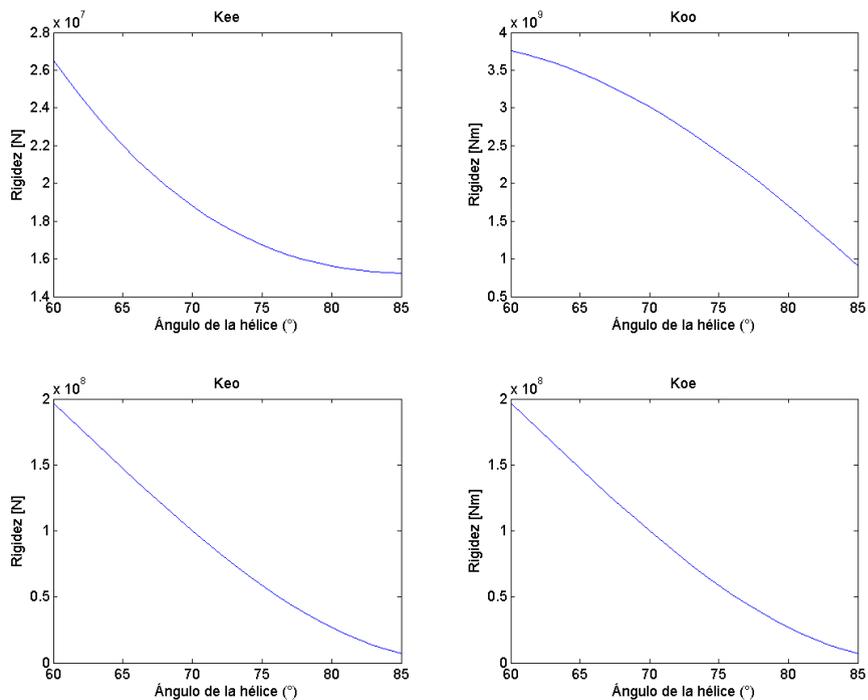


Figura 29

A continuación, se presenta en una sola gráfica la evolución de los valores de las componentes de la matriz de rigidez para distintos valores de ángulo de hélice de los modelos estudiados anteriormente.

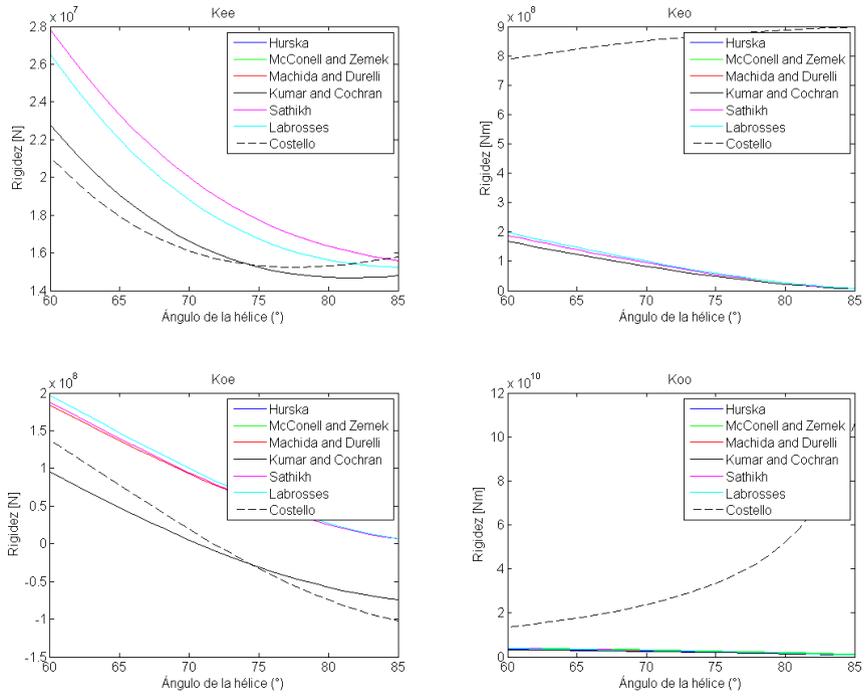


Figura 30

4. SIMULACIÓN COMPORTAMIENTO DE UN CABLE DE ACERO CON ANSYS APDL

4.1. Introducción

En este apartado vamos a tratar de simular el comportamiento de un cable parametrizado a la acción de cargas de tracción y flexión. En los softwares de simulación mediante el análisis de elementos finitos tenemos un amplio abanico de formas de desarrollar la simulación, dependiendo de qué tipo de elementos son seleccionados y el método de cálculo a la hora de configurar el solver para obtener los resultados.

Existen varios tipos de elementos para el análisis de elementos finitos, pero para simular el problema que se nos presenta, debido a la geometría particular que presenta un cable de acero, las dos opciones de elementos más probables a usar son, elementos 3D y elementos 1D.

Empecemos analizando la posibilidad de desarrollar el cálculo con el uso de un elemento 3D (SOLID). Con este elemento a la hora de mallar nuestra geometría va a crear un mayor número de nodos y por lo cual mayor número de elementos. Esto va a significar que el solver tendrá que hacer frente un alto número de cálculos de integración para resolver las ecuaciones desarrolladas por la teoría de los elementos finitos. Además, cabe mencionar que el problema en el que estamos inmersos es no lineal, al existir contactos entre los diferentes cables, esto quiere decir que las condiciones de contacto cambian durante la aplicación de cargas. Debido a esto el coste computacional del cálculo se ve incrementado, por lo cual cabe pensar que

usando un elemento más simple como pudiera ser un 1D (BEAM) podría decrementar ese coste computacional. Es por eso que hemos optado por el uso de elementos 1D (BEAM) para la simulación del comportamiento de un cable de acero.

4.1.1. Física de los problemas no lineales

Un comportamiento estructural no lineal puede surgir de una serie de causas que pueden agruparse en tres categorías principalmente que son: cambios de estado, no linealidad geométrica y materiales no lineales.

En muchos casos el comportamiento estructural exhibe características no lineales que dependen directamente del estado. Por ejemplo, un cable de tensión puede estar flojo o tenso, un soporte de rodillos puede estar en contacto o no. Los cambios de estado pueden estar relacionados con la carga (como el caso del cable) o pueden ser determinados por causas externas.

Cuando una carga causa cambios significativos en la rigidez, la curva carga-desplazamiento se convierte en no lineal. El reto es calcular desplazamientos no lineales usando conjuntos de ecuaciones lineales.

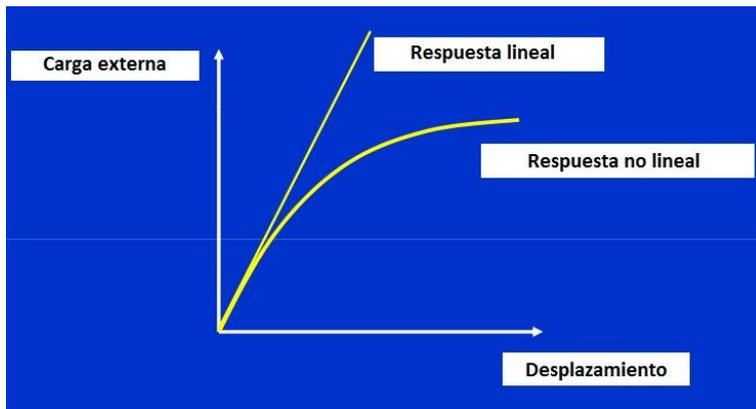


Figura 31

Una aproximación es aplicar la carga gradualmente dividiéndola en una serie de incrementos y ajustando la matriz de rigidez al final de cada incremento. El problema con esta aproximación es que los errores se acumulan con cada incremento de carga, causando que los resultados finales estén fuera del equilibrio.

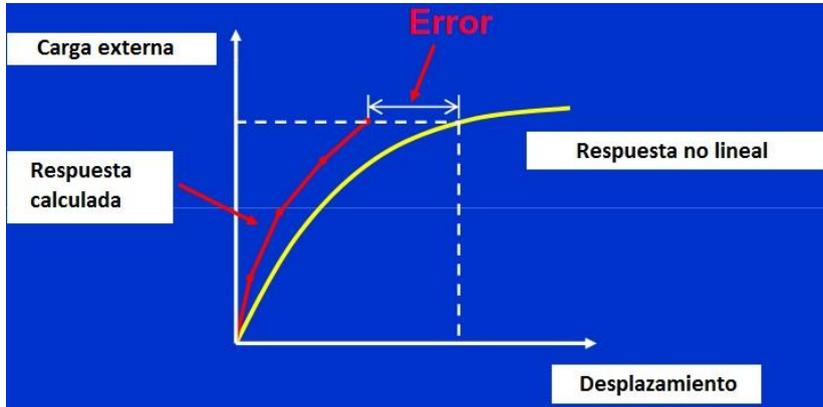


Figura 32

Las situaciones en las que existe contacto son comunes a muchas aplicaciones no lineales. De hecho, el contacto constituye un subconjunto muy importante para la categoría de no linealidades por cambios de estado.

Los problemas de contacto son altamente no lineales y, generalmente, necesitan ser resueltos numéricamente, sobre todo en aquellos casos en los que aparece la fricción. Es muy importante entender bien la física del problema y tomarse el tiempo necesario en modelar para que el software resuelva de manera eficiente.

Los problemas de contacto presentan dos dificultades significativas. En primer lugar, no se conoce en general las regiones de contacto hasta que no se resuelve el problema. Dependiendo de las cargas, el material, las condiciones de contorno y otros aspectos, las superficies pueden entrar o salir del contacto de manera impredecible y abrupta. Por otra parte, muchos problemas de contacto necesitan tener en cuenta la fricción. Existen muchas leyes de fricción y modelos para elegir, y todos son no lineales. La respuesta con fricción puede ser caótica y dificultar en

exceso la convergencia.

El objetivo general del análisis de contacto es determinar las zonas de contacto y los esfuerzos de contacto transmitidos a través de la propia interfaz.

4.2. Descripción del problema

Básicamente vamos a estudiar el comportamiento de un cable sometido a tracción y flexión, aunque el esfuerzo que posteriormente podremos comparar con los resultados obtenidos del modelo matemático y los datos recabados de un ensayo real de un cable, que será el esfuerzo en la dirección axial, tracción. Se va a simular un cable de 7 alambres, configuración 6+1.

A continuación, se expone el modelo del problema, condiciones de contorno y tipos de esfuerzos.

4.2.1. Problema a tracción

En el problema a tracción vamos a simular un escenario de condiciones de contorno, las cuales podremos calcular con los modelos expuestos anteriormente y poder comparar los resultados.

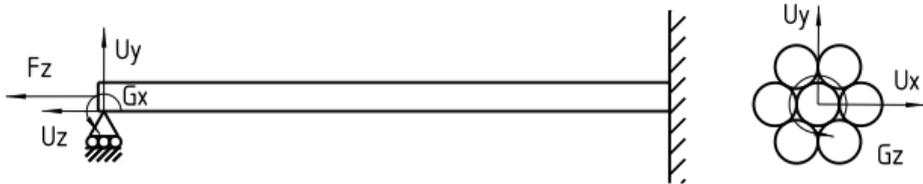


Figura 33

Hemos denominado U_x , U_y y U_z los desplazamientos en los ejes x , y y z ; G_x , G_y y G_z a los giros en los ejes x , y y z ; y F_z a la fuerza en la dirección axial.

$U_x=0; U_y=0; U_z$ libre

$G_x=0; G_y=0; G_z=0$

Con esta situación obtendríamos la rigidez a esfuerzo axial puro, la componente $k_{\epsilon\epsilon}$ de la matriz de rigidez estudiadas en los modelos matemáticos del apartado anterior. Estaríamos simulando la situación del ensayo del cual tenemos datos, y poder comparar los valores rigidez real con los obtenidos en la simulación, aplicando la ley de comportamiento.

4.2.2. Problema a flexión

Para el problema de flexión se aplicará una carga nodal sobre el nodo que se encuentra justo en $L/2$, es decir en la mitad del cable. Para intentar simular el efecto que tendría un actuador empujando el cable, el nodo al cual se le aplicará la carga es el perteneciente al alambre interior (núcleo o alma) del cable. Aunque no tengamos datos experimentales de este problema de flexión, se implementado en el código por posibles experimentos posteriores.

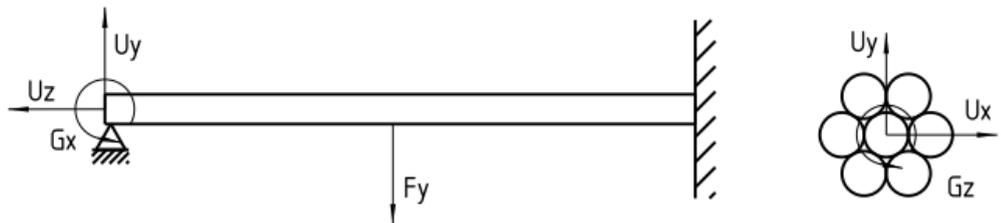


Figura 34

En este tipo de problema nuestras condiciones de contorno serán empotramiento en uno de los extremos del cable en otro de los extremos las siguientes condiciones:

$U_x=0; U_y=0; U_z=0$

G_x libre; G_y libre; G_z libre

4.3. Configuración ANSYS APDL

4.3.1. Tipo de elementos

A continuación, vamos a describir los tipos de elementos que se van a usar en la simulación a un cable 1+6. Como se ha explicado anteriormente, en nuestra simulación hemos usado el elemento tipo BEAM (1-D); que además para posteriormente hacer la comparación analítica con los modelos desarrollados anteriormente que están soportados en la teoría del comportamiento de una varilla, que es el comportamiento de una viga al ser una geometría esbelta.

Una vez definido el elemento asociado a nuestra geometría, al estar estudiando el comportamiento de un cable, es totalmente necesario definir los distintos tipos de elementos de contacto para crear los pares de contacto entre todos los alambres que componen un cable.

4.3.1.1. Elemento BEAM188

Es el elemento [6] adecuado para el análisis de estructuras de vigas esbeltas. El elemento se basa en la teoría de vigas de Timoshenko, que incluye los efectos cizalla-deformación. El elemento proporciona opciones para la deformación sin restricciones y deformaciones contenidas de secciones transversales.

El elemento es un lineal, cuadrático o cúbico elemento BEAM con dos nodos en 3D. El elemento BEAM188 tiene 6 o 7 grados de libertad en cada nodo. Estos incluyen traslaciones en los ejes X, Y, Z; y rotaciones sobre las direcciones x, y, z. Un séptimo grado de libertad (magnitud deformación) es opcional. Este elemento es muy adecuado para estudios lineales, grandes rotaciones y/o grandes deformaciones en aplicaciones no lineales.

El elemento incluye términos de rigidez en tensión, por defecto, en cualquier análisis con grandes desviaciones. Los términos de rigidez permiten que los elementos a analizar a flexión lateral, y los problemas de estabilidad de torsión.

La elasticidad, la plasticidad, la fluencia y otros modelos de materiales no lineales son compatibles. Una sección transversal asociado con este tipo de elemento puede ser una sección construida en incluir más de un material.

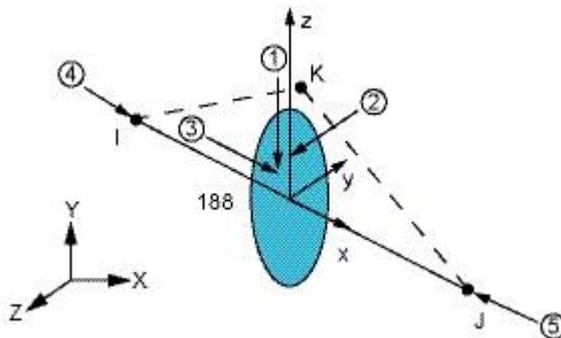


Figura 35

4.3.1.1.1. Características y configuración del elemento

BEAM188 se basa en la teoría de vigas de Timoshenko, que es una teoría de cizallamiento-deformación de primer orden, deformación por cizallamiento transversal es constante a través de la sección, es decir, la sección permanece plana y no distorsionada después de la deformación.

El elemento puede ser usado para vigas con distintos grados de esbeltez. Debido a las limitaciones de la teoría de cizallamiento-deformación de primer orden, las vigas esbeltas a moderadamente gruesas pueden ser analizadas. Usando el coeficiente de esbeltez para una estructura tipo viga ($GAL^2/(EI)$) para analizar la aplicabilidad del elemento donde:

- G** Es el módulo de cizalladura
- A** Área de la sección.
- L** Longitud del objeto a estudio (longitud de la viga)
- EI** Rigidez a la flexión.

Calcular el coeficiente de esbeltez usando algunas medidas de distancia globales, en lugar de basado en las dimensiones de los elementos individuales. La ilustración siguiente muestra una estimación transversal-cortante en una viga en voladizo sometida a una carga puntual en la punta. Aunque los resultados no se pueden extrapolar a cualquier otra aplicación, el ejemplo sirve así como una guía general. Se recomienda una mayor esbeltez de 30.

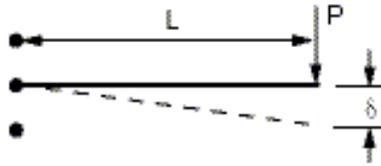


Figura 36

Coeficiente de esbeltez ($GAL^2/(EI)$)	δ Timishenko/ δ Euler-Bernoulli
25	1.120
50	1.060
100	1.030
1000	1.003

Tabla 2

Una vez que sabemos que el elemento es el adecuado para el tipo de análisis que queremos realizar debemos hacer una correcta configuración del elemento. A continuación se expone la configuración hecha para la simulación de un cable de acero.

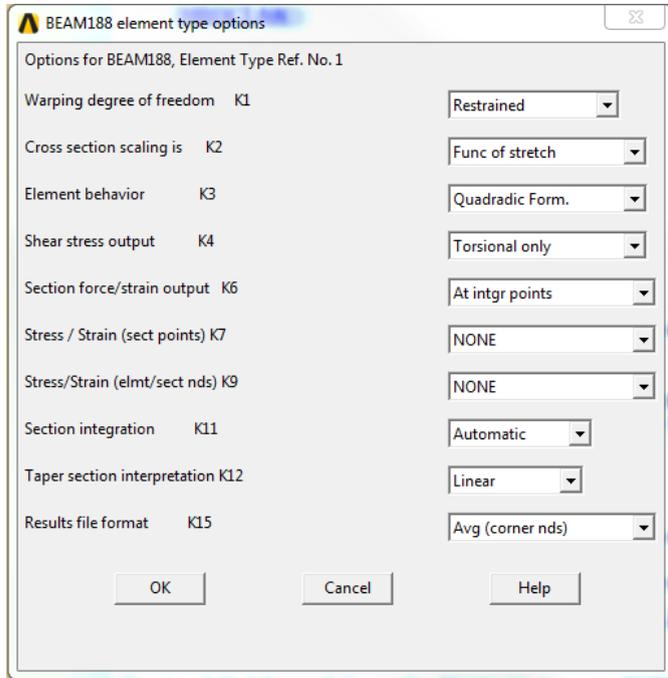


Figura 37

K1: Pandeo grado de libertad

-6 grados de libertad por nodo.

K2: Escala de la sección, solo con grandes deformaciones

-La sección es escalada en función de la elongación del elemento.

K3: Funciones de la forma a lo largo de la longitud del elemento.

-Cuadrática.

K4: Tensión de cizalladura

-Tensión de cizalladura solo relacionada con la torsión.

K6, K7, K9: solo activos cuando OUTPR,ESOL está activo, y en nuestro caso no lo está.

K11: Configuración propiedades de la sección

-Determinación automática si las propiedades de la sección pre-integradas pueden ser usadas.

K12: Tratamiento cónico de la sección.

-Las propiedades de la sección son evaluadas a cada punto.

4.3.1.2. Elemento CONTA176

Este tipo de elemento [6] se usa para representar el contacto y el deslizamiento entre los segmentos 3-D de la línea, definidos por el elemento TARJE170, y un segmento de línea deformable, definido por este elemento. El elemento es aplicable a análisis estructural del contacto 3D entre vigas. Este elemento se encuentra en la superficie de los elementos BEAM188 con o sin nodos en medio. El contacto se produce cuando la superficie del elemento penetra en uno de las líneas rectas o parabólicas de los segmentos del elemento asociados a una determinada superficie TARGET170. Este elemento también permite separación de una unión rígida para simular la delaminación de la superficie.

El elemento está definido por dos nodos (si el elemento BEAM188 subyacente no tiene nodos en medio) o por 3 nodos (si el elemento BEAM188 subyacente tiene un nodo en medio). El eje x del elemento se encuentra a lo largo de la línea I-J del elemento. El correcto orden de los elementos de contacto es crítico para la correcta detección del contacto. Los nodos deben estar ordenados en una secuencia que defina una línea continua.

Tres diferentes escenarios pueden ser modelados con el elemento CONTA176:

- Contacto interno donde una viga (o tubería) desliza dentro de otra viga (o tubería)

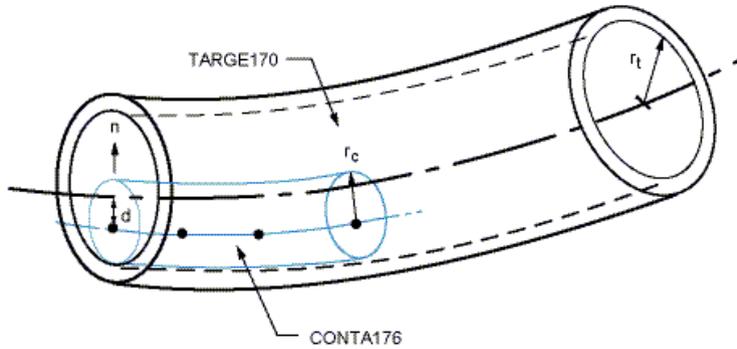


Figura 38

- Contacto externo entre dos vigas que se apoyan una a la otra y es aproximadamente paralelo.

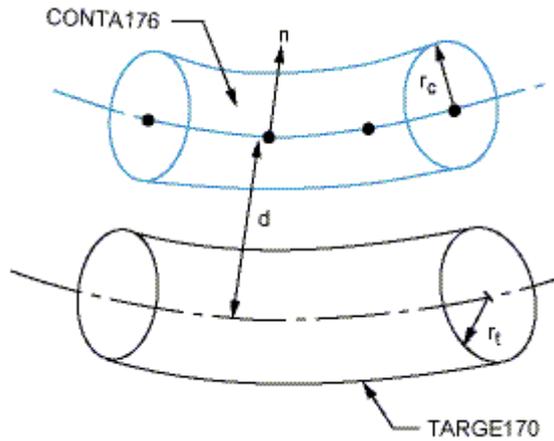


Figura 39

- Contacto externo entre dos vigas que se cruzan.

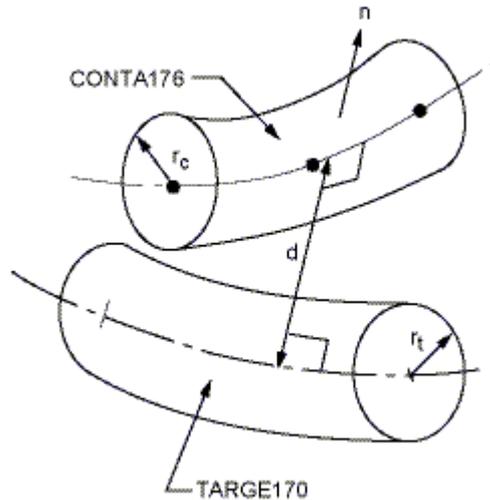


Figura 40

Los elementos contacto 3-D línea a línea están asociados con el elemento TARGE170 compartiendo un conjunto de constantes reales, tantas como pares de contacto. Las superficies CONTA176/TARGE170 se suponen ser superficies cilíndricas. Se usa la primera constante real, R1, para definir el radio de la superficie de contacto TARGE170. Se usa la segunda constante real, R2, para definir el radio de la superficie de contacto CONTA176. El uso de las constantes reales será expuesto y explicado con mayor detalle en siguientes apartados de la memoria.

El contacto es detectado cuando dos vigas circulares se tocan o se superponen una a la otra. La condición de no penetración con secciones circulares puede ser definida como sigue para contactos externos, que es el caso que nos atañe.

$$g = d - (r_c + r_t) \leq 0 \quad \text{Ecuación(61)}$$

Donde r_t es el radio de la superficie TARGE170, r_c es el radio de la superficie CONTA176 y d la distancia entre las líneas que pasan por el centroide de la sección que conforman las vigas. El contacto ocurre para valores negativos de g .

4.3.1.2.1. Características y configuración del elemento

ANSYS busca el contacto solo entre superficies CONTA176 y TARGE170 [7] con el mismo conjunto de constantes reales. Ya sea para para contactos rígido-flexible o flexible-flexible, una de las superficies deformables debe ser representada por una superficie de contacto.

Si más de una superficie TARGE170 hará contacto con las mismas superficies de contacto asociadas al mismo elemento BEAM188, debes definir varios elementos de contacto que compartan la misma geometría, pero relacionados a distintos TARGE170 (diferentes pares de contacto definidos por distintas constantes reales), o debes combinar dos superficies TARGE170 en una sola (relacionándolas al mismo par de contacto usando la misma constante real).

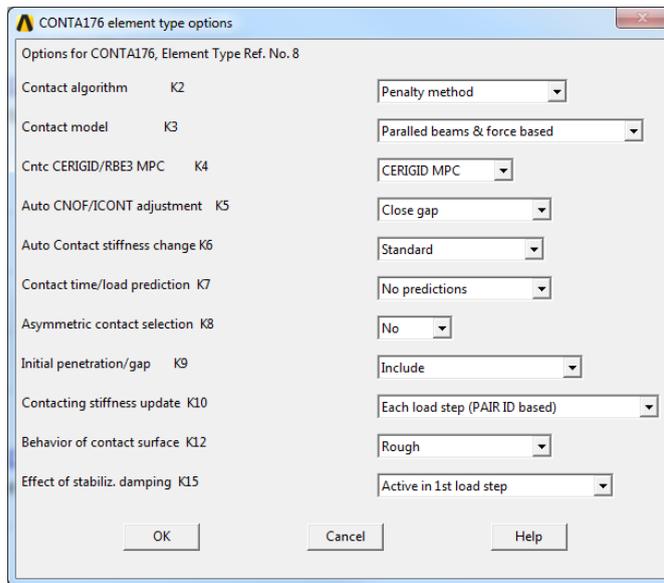


Figura 41

K2: Algoritmo de contacto

-Newton Raphson.

K3: Tipo de contacto entre las vigas, en nuestro caso alambres

-Contacto cruzado.

K4: Tipo de restricciones de la sección

-Restricciones de superficie rígida.

K5: Define el ajuste de separaciones o superposición de los elementos debido a la geometría.

-Cerrar separaciones entre los elementos de contacto.

K6: Variación de la rigidez del contacto.

-Automático. Controlado por el programa.

K7: Tiempo de contacto y predicción de la carga.

-No predicción.

K8: Selección de contacto asimétrico.

-No.

K9: Incluir efecto de separaciones iniciales o penetraciones entre elementos.

-Incluido.

K10: Actualización de la rigidez del contacto.

-Para cada incremento de carga

K12: Comportamiento de la superficie de contacto.

-Standard (movimiento relativo entre superficies con fricción)

-Bonded (no existe movimiento relativo entre las superficies, unión rígida)

K15: Efecto de la estabilización del amortiguamiento por rozamiento.

-Desactivada amortiguación automática.

4.3.1.3. Elemento TARGE170

Este tipo de elemento [6] es usado para representar varias superficies 3-D TARGET asociadas a elementos de contacto, que en nuestro caso es CONTA176. Los elementos de contacto cubren por ellos mismos los elementos SOLID, SHELL o

LINE describiendo la condición de contorno de un cuerpo deformable y potencialmente en contacto con la superficie de contacto TARGE170. Esta superficie TARGE es discretizada por un conjunto de elementos segmentados y es asociada a un par de contacto mediante la definición de las constantes reales.

Para superficies TARGE rígidas, estos elementos pueden fácilmente adaptarse a formas complejas. Para TARGE flexibles, estos elementos se superpondrán los elementos SOLID, SHELL o LINE describiendo el contorno de un cuerpo deformable.

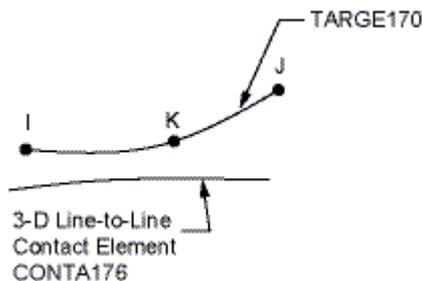


Figura 42

4.3.1.3.1. Características y configuración del elemento

La superficie TARGE se modela [7] por medio de un conjunto de segmentos TARGE, por lo general, un conjunto de segmentos comprenden una superficie.

La superficie objetivo o bien puede ser rígido o deformable. Para el modelado de contactos rígido-flexibles, la superficie rígida debe estar representada por una superficie objetivo. Para contactos flexibles-flexibles, una de las superficies deformables debe estar superpuesta por una superficie TARGE.

Cada superficie TARGE puede estar asociada solo con una superficie CONTA, y viceversa. No obstante, varios elementos de contacto podrían compensar la superficie de contacto y por lo tanto entrar en contacto con la misma superficie objetivo. De la misma manera, varios elementos TARGE podrían compensar la superficie CONTA y por lo tanto entrar en contacto con la misma superficie de contacto. Para cualquiera de las superficies TARGE o, se puede muchos elementos

en una sola superficie TARGE o CONTA, o puedes situar las superficies TARGE y CONTA mediante el fraccionamiento de gran tamaño en pequeñas superficies, cada una de las cuales contienen menos elementos.

Si una superficie CONTA puede ponerse en contacto con más de una superficie TARGE, debe definir las superficies de contacto duplicadas que comparten la misma geometría, pero que se relacionan con TARGE independientes, es decir que tienen números de los conjuntos de las constantes reales separadas.

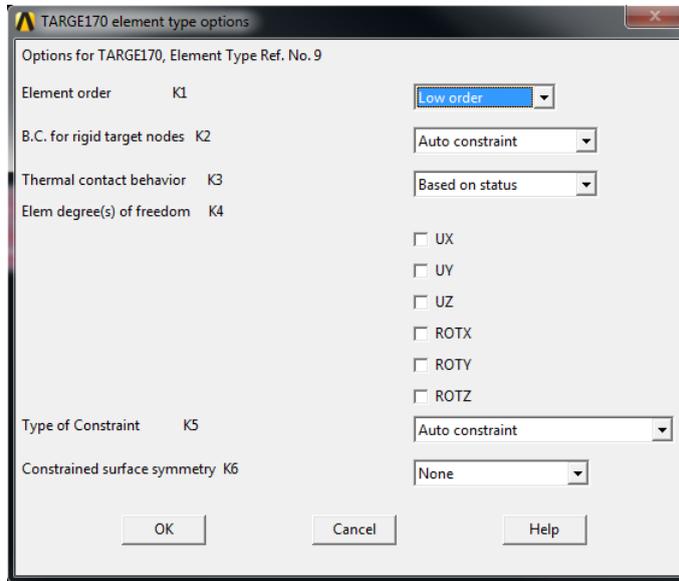


Figura 43

K1: Orden del elemento

-Elementos de bajo orden.

K2: Condiciones de contorno para nodos rígidos tipo TARGE

-Automáticamente definido por ANSYS

K3: Comportamiento del contacto térmico.

-Basado en el estado del contacto.

K4: Conjunto de grados de libertad para ser definidos dependiente o independiente de los grados de libertad definidos para los multipuntos internamente generados.

-Esta configuración es usada para contactos de elementos sólido-sólido y shell-shell; no es el caso que nos abarca.

K5: Tipo de restricción.

-Automáticamente definido por ANSYS.

K6: Condición de simetría de una superficie definida.

-No es necesario en nuestro caso.

4.3.2. Pasos de resolución

4.3.2.1. Creación de la geometría

Creación de la geometría del modelo y la malla.

En primer lugar, se comienza definiendo las entidades tipo línea que representan la geometría de los cuerpos en contacto. Ello implica establecer los tipos de elementos, constantes reales y propiedades del material como lo haría para cualquier análisis con ANSYS.

En nuestro caso la geometría desarrollada es la de 7 hilos, 6 helicoidales enroscando a uno recto interior (núcleo o alma). Los cables helicoidales son definidos con un paso de hélice y radio del alambre que componen el cable. En nuestro problema suponemos que en un estado inicial, con el cable no soportando ningún tipo de carga, que los todos los alambres del cable se tocan entre sí. El radio de la hélice será el radio de la línea que dibuja el centroide de la sección del alambre.

Esto hace que el radio de la hélice r_h sea:

$$r_h = 2 \cdot r_a = d_a$$

Ecuación(62)

Donde r_a es el radio del alambre y d_a el diámetro del alambre.

Después se procede al mallado con el tipo de elemento que se haya elegido. La particularidad de nuestro problema de contacto es el uso del un elemento 1D, BEAM188. Para poder proceder al mallado se tiene que definir con anterioridad la geometría de la sección (circular) y las propiedades del material que componen los alambres.

Para poder describir la geometría en nuestro código se ha realizado un bucle *DO en el que utiliza como parámetros el d_a (diámetro del alambre), el paso o ángulo de la hélice y la longitud total.

Para la definición de la geometría helicoidal de los alambres exteriores se ha tenido que introducir primero un número de keypoints para realizar un solo paso de hélice. Esto nos permite ajustar mejor la curva de la hélice, es decir a mayor número de keypoints más ajustada estará la línea que tiene que ser creada a partir de ellos. Se procede a hacer las hélices una a una debido a que si definimos el hilo helicoidal de una sola vez, el software APDL no permite realizar una línea si el número de keypoints es muy elevado, es decir, si queremos una geometría lo más ajustada necesitaremos un número elevado de keypoints y luego trazar la línea. Es por ello que se definen por cada hilo en primer lugar las hélices paso a paso, y luego se unen todas formando una sola línea. Esto se ha hecho según se definen hélices del alambre se va creando el hilo añadiendo la nueva hélice a las anteriores ya creadas.

La ecuación que rige la creación de los distintos hilos es la ecuación matemática de una hélice, solo que una vez alcanzado la longitud deseada del cable se vuelve a $z=0$ y se gira el origen de la siguiente hélice 60° . Estos 60° se obtienen de dividir 360° por el número de alambres helicoidales exteriores.

La fórmula de la hélice es la siguiente, con los valores incrementales igual a cero al inicio del bucle:

$$x = R_h \cdot \cos(t + \Delta t) \quad \text{Ecuación(63)}$$

$$y = R_h \cdot \text{sen}(t + \Delta t) \quad \text{Ecuación(64)}$$

$$z = \Delta z \quad \text{Ecuación(65)}$$

Donde:

$$\Delta t = 2 \cdot \frac{\pi}{\text{Número de KP en la hélice unitaria}} \quad \text{Ecuación(66)}$$

$$\Delta z = \tan(\alpha) \cdot R_h \cdot \Delta t \quad \text{Ecuación(67)}$$

Siendo α el ángulo de la hélice.

4.3.2.2. Identificación pares de contacto

Es necesario conocer la zona donde se va a producir el contacto durante la deformación del modelo. Una vez que se han identificado las superficies potenciales de contacto, éstas se definen a través de los elementos TARGET y CONTA, que componen un par de contactos asociados ambos elementos por un conjunto compartido de constantes reales.

La zona de contacto puede ser arbitraria; sin embargo, frente a la solución más eficiente (desde el punto de vista del tiempo de CPU principalmente) es posible que sea necesario definir unas zonas más pequeñas para las zonas localizadas de contacto potencial, de tal forma que sea posible la captura de todos los contactos que se produzcan. En nuestro caso, la zona de contacto de produce a lo largo de todo el alambre con lo cual no es posible optimizar la zona de contacto, como pudiera pasar con el contacto de una esfera con una superficie.

Diferentes pares de contacto se deben definir mediante un conjunto diferente de constantes reales, incluso si el elemento no cambia. No hay límite en el número de superficies permitidas.

Dependiendo de la geometría del modelo y de la deformación que se le produzca, varias superficies de destino podrían interactuar con la misma zona de la superficie de contacto. En estos casos, es necesario definir varios pares de contacto (con superposición de múltiples elementos de contacto), cada uno con su propio número de constante real.

A lo largo del desarrollo de este proyecto se han obtenido grandes problemas de convergencia causados por diferentes razones; configuración no optima de las constantes reales asociadas al par de contacto, definición característica del elemento

CONTA176, son algunos ejemplos.

La definición no óptima de los pares de contacto ha sido causa también de este fenómeno. En un primer desarrollo del cálculo se definió dos formas de contacto entre los alambres que conforman el cable. Se definió un par de contacto entre todos los helicoides exteriores al núcleo y el núcleo (alambre central); y el par de contacto entre los alambres helicoidales dos a dos. En este caso, al tener movimiento relativo entre alambres, a lo largo del cálculo los nodos relacionados al contacto entre alambres dejaban de verse o incluso llegaban a atravesarse haciendo cambiar la dirección de las normales asociadas y perdiendo la condición de contorno que otorga el contacto entre los alambres.

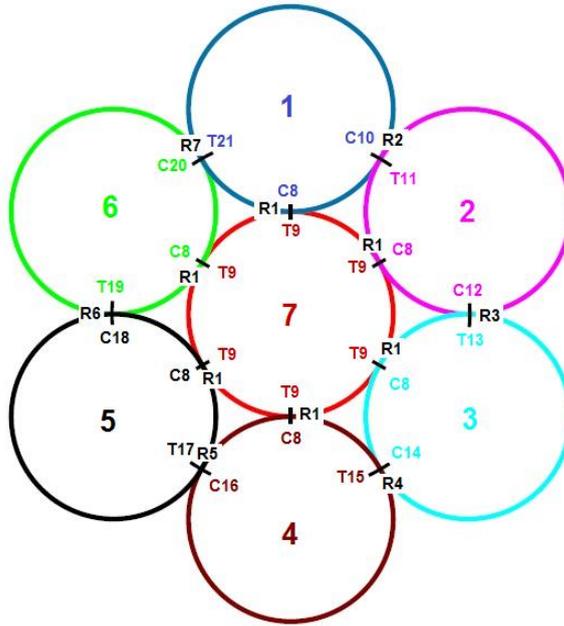


Figura 44

R_i: Constante real asociada al par de contacto.

C_j: Elemento j-ésimo CONTA176.

T_k: Elemento k-ésimo TARGE170.

z: Elemento z-ésimo BEAM188.

Se han definido tantos tipos de elementos BEAM188 como alambres que componen el cable de acero; y tantos elementos CONTA176 y TARGE170 como pares de contactos distintos.

En la tabla siguiente podemos ver como están formados los pares de contacto de este caso.

Par R_i	$C_i (z)$	$T_i (z)$
R1	C8 (1,2,3,4,5,6)	T9 (7)
R2	C10 (1)	T11 (2)
R3	C12 (2)	T13 (3)
R4	C14 (3)	T15 (4)
R5	C16 (4)	T17 (5)
R6	C18 (5)	T19 (6)
R7	C20 (6)	T21 (1)

Tabla 3

Para solventar este tipo de problema, se propone que los pares de contacto entre los helicoides exteriores y el hilo central (núcleo) sean uno por cada helicoide exterior, es decir, para este caso definiremos 6 pares de contacto distintos (distintas constantes reales) y asociaremos 6 elementos TARGE170 al mismo hilo central. De este modo separamos el cálculo del contacto para realizarlo uno a uno para cada helicoide exterior con el hilo interior, simplificándolo; no como anteriormente se trató, hacerlo todo en un paso, lo que puede llegar a dar problemas de convergencia como pudimos comprobar.

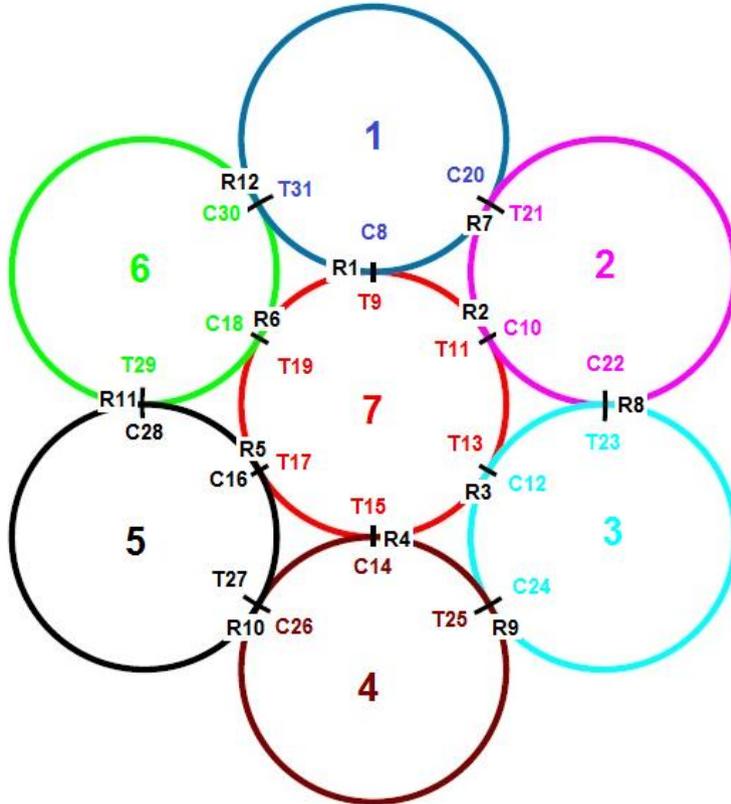


Figura 45

Utilizando la misma nomenclatura que en el caso anterior la tabla que define los pares de contacto queda de la siguiente forma:

Par R_i	$C_i(z)$	$T_i(z)$
R1	C8 (1)	T9 (7)
R2	C10 (2)	T11 (7)
R3	C12 (3)	T13(7)
R4	C14 (4)	T15 (7)

R5	C16 (5)	T17 (7)
R6	C18 (6)	T19 (7)
R7	C20 (1)	T21 (2)
R8	C22 (2)	T23 (3)
R9	C24 (3)	T25 (4)
R10	C26 (4)	T27 (5)
R11	C28 (5)	T29 (6)
R12	C30 (6)	T31 (1)

Tabla 4

4.3.2.3. Definición superficie CONTA

La superficie de contacto se define mediante un conjunto de elementos de contacto que forman la superficie del cuerpo deformable [7]. Estos elementos de contacto tienen las mismas características geométricas que los elementos subyacentes del cuerpo deformable. Los elementos de contacto son del mismo orden que los elementos subyacentes, compatible con los nodos a lo largo de los bordes. Los elementos de contacto de orden superior pueden igualarse con los de orden inferior utilizando los nodos intermedios. La superficie de contacto puede estar en ambos lados de los elementos de la viga. Sin embargo, la simetría axial de los elementos armónicos hace que éstos no se puedan utilizar como elementos subyacentes.

Al igual que sucede con los elementos de la superficie TARGET, se debe definir el tipo de elemento de contacto. Después, se selecciona el número correcto de la constante real, el mismo que número que el utilizado en la constante real de la superficie TARGE de tal forma que se cree un par de contacto. Finalmente, se generan los elementos de contacto.

La particularidad que tiene el uso del elemento CONTA176 usando elementos 1D respecto a otros 2D o 3D es la orientación de la normal. Para que las superficies asociadas al par de contacto "se vean", sus normales tienen que estar enfrentadas. Usando este tipo de elemento de contacto asociado a un elemento 1D (BEAM188) la normal viene dada por el vector que es creado al dibujar la línea de la centroide las

secciones de los alambres. Se han llegado a producir en los primeros pasos del desarrollo del proyecto problemas de convergencia por la situación de estas normales. Normalmente para un elemento 2D o 3D es mucho más fácil de orientar ya que para un elemento 2D se utilizan 3 nodos que conforman un plano y tienes solo dos opciones de direccionamiento de la normal; mientras que con un elemento 3D APDL cuenta con muchas más herramientas desarrolladas para la correcta configuración de las normales.

En nuestro caso, si tuvieramos que definir la orientación tendríamos una infinidad de posibilidades al estar definido el elemento por dos nodos, es decir la normal es perpendicular a la línea que une a estos dos nodos con lo cual cabe una infinidad de posibles normales. Para solventar este problema hay que realizar una buena definición de la línea que define la geometría de los alambres ya que su orientación definirá la normal de los elementos de contacto subyacentes al elemento 1D BEAM188.

Los elementos de contacto que se han usado en nuestra simulación son:

- Contacto 3D Línea-Línea: Elemento CONTA176.

4.3.2.4. Definición superficie TARGET

Las superficies “blanco” pueden ser 2D o 3D, además también pueden ser rígidas o deformables [7]. Para superficies deformables tipo TARGET se suele utilizar el comando ESURF para generar los elementos TARGET a lo largo del contorno de un mallado existente. Del mismo modo se lleva cabo para generar las superficies deformables tipo CONTA.

En los casos de modelado bidimensional, la forma de la superficie TARGET se describe mediante una secuencia de líneas rectas, arcos y parábolas, todo lo cual se puede representar mediante el elemento TARGET169. En los casos 3D, la forma de la superficie de destino queda descrita por una secuencia de triángulos, cuadriláteros, líneas rectas, parábolas, cilindros, conos y esferas, que se pueden representar con el elemento TARGET170. Es posible utilizar cualquier combinación razonable de triángulos y cuadriláteros para modelar una superficie destino con una geometría compleja y arbitraria.

La definición del elemento TARGET170 no requiere de ninguna configuración o definición particular, solo la de la definición de TSHAP en APDL. TSHAP especifica la forma geométrica de los elementos del segmento que unen los nodos

(existen distintos definidos que se pueden consultar en la ayuda de PADL). TSHAP si no se define en el código APDL toma como valor por defecto la forma de línea recta entre dos nodos. En nuestro caso, no se especifica en el código por lo cual utilizamos la línea recta.

4.3.2.5. Definición constantes reales

A lo largo del desarrollo del proyecto la correcta configuración de las constantes reales asociadas a los pares de contacto ha sido lo que más dificultad ha mostrado. El cambio de cualquiera de sus parámetros, por pequeño que fuera, mostraba una gran influencia en la convergencia de los resultados y en el caso de que convergiera, en la obtención de los resultados.

La única forma de poder hacer una correcta configuración de las constantes reales es probando una y otra vez, observando los problemas que se han producido durante el cálculo a través del archivo de errores que genera APDL automáticamente.

En este sentido cabe hacer referencia al comando UPGEOM de Ansys que resulta de gran ayuda a la hora de entender problemas de convergencia [8]. Este comando permite visualizar en la pantalla el estado físico del problema en el último paso del cálculo iterativo.

Para ello en el GUI de APDL acudes a *General Postprocessing -> Data and file opts-> Read single result file*, y cargar el archivo *.rst*.

General Postprocessing -> Last Set

Preprocessor -> ALLSEL,ALL -> EPlot -> UPGEOM,,,,cable,rst.

En nuestro caso el archivo *.rst* anteriormente cargado se llama *cable*.

Nombre	Descripción	Valor
R1	Radio asociado a la geometría TARGE	Da/2
R2	Radio asociado a la geometría CONTA	Da/2

FKN	Factor de penalización a la rigidez normal	0.1
ICONT	Especificación de la banda de contacto a la superficie TARGE170	-1
PINB	Definición de la región pinball	-10

Tabla 5

Las dos primeras constantes, R1 y R2, se utilizan para definir el radio de las secciones circunscritas a las secciones definidas para el elemento tipo BEAM, tanto para TARGE como para CONTA.

FKN es utilizado para la definición de la rigidez del contacto, para valores altos de este parámetro la rigidez al contacto será mayor la rigidez al contacto. Una subestimación del FKN puede dar a lugar a problemas de convergencia por penetración entre elementos de contacto; y una sobreestimación del FKN necesita de un mayor número de ecuaciones de equilibrio. Esto puede ser chequeado en el archivo de errores creado por APDL.

ICONT es utilizado para definir una banda alrededor de la superficie TARGE170 en la cual dentro de ella, ajusta todos los nodos de los elementos CONTA176 a la superficie TARGE170. Esto es necesario configurarlo y no dejarlo a APDL, porque debido a nuestra particular geometría, usando CNCHECK, se puede comprobar que hay espacios muy pequeños entre los nodos del par de contacto. De esta forma empezamos el cálculo de contacto con todos los elementos en contacto. La configuración del contacto inicial es muy importante para no obtener problemas de convergencia.

PINB es la llamada región *Pinball*. Es una región de forma esférica que rodea a cada nodo del elemento de contacto, en la que los nodos de los elementos asociados al par de contacto pueden verse. Una vez se empieza a calcular el problema los nodos tienen libre movimiento, grado de libertad total, puede ser que dejen de verse; para ello se configura una gran región con el fin de no perder el contacto. Perder el contacto supondría la no convergencia del problema por movimiento de sólido libre.

Para el tipo de contacto que estamos estudiando además existe una gran cantidad

opciones de configuración de las constantes reales para definir los pares de contacto, pero anteriormente se muestran solo las que hemos configurado. Se ha tratado de intentar dejar al APDL la autoconfiguración de ciertos parámetros que no son decisivos para la solución del problema. Cuantos más parámetros se tenga que configurar, más variables para ajustar se tiene y menos probabilidades de obtener un resultado, al ser de gran dificultad encontrar un criterio para su configuración.

APDL ofrece una recomendación a la hora de intentar atajar los problemas de convergencia. Este consigue en un proceso iterativo en el que ejecutas el programa y compruebas errores, y dependiendo de los errores obtenidos configuras algunos de los parámetros asociados a la constante real.

El proceso iterativo se desarrolla de la siguiente forma:

1. Empiezas con bajos valores para FKN, FTOLN y FKT (son los que más influyen en el cálculo)
2. Ejecutas el código y compruebas errores.
3. Compruebas si existen penetración entre elementos y si se ha excedido el número de ecuaciones de equilibrio
 - a. Si existen problemas de convergencia por exceso de penetración FKN subestimada (incrementar FKN)
 - b. Si existen problemas de convergencia por exceso de número de ecuaciones de equilibrio FKN o FKT has sido sobreestimadas (reducir valores).

En nuestro caso, se ha observado que el valor de FKT no producía gran impacto en la solución he incluso APDL recomienda dejar configurado en 1, por defecto. FKN ha sido fijada en 0.1.

4.3.2.6. Designación elementos CONTA y TARGE

Los elementos de contacto CONTA están limitados contra la penetración del objetivo [7]. Sin embargo, los elementos de destino TARGE pueden penetrar a través del elemento de contacto.

En el caso de contactos rígido-flexible, la designación es obvia: el elemento

TARGET es siempre la superficie rígida, mientras que la superficie deformable se representa mediante el elemento CONTA.

Si por el contrario el contacto es flexible-flexible, la elección del elemento de contacto puede variar la penetración y, por tanto, afectar a la precisión de la solución. Se deben tener en cuenta las siguientes directrices para designar los elementos en este caso:

- Si un elemento convexo se espera que entre en contacto con uno plano o cóncavo, será este segundo el que deba ser designado como elemento o superficie TARGET.
- Si un elemento tiene una superficie con malla fina y, en comparación, el otro tiene una malla más gruesa, la malla fina debe ser el elemento CONTA y la malla gruesa el TARGET.
- Si un elemento es más rígido que otro, el más rígido debe ser el elemento CONTA y el más suave el TARGET.
- Si un elemento de orden superior subyace en una superficie exterior y el elemento de orden inferior lo hace en la otra, la superficie con los elementos subyacentes de orden superior debe ser la superficie CONTA y la otra debe ser la superficie TARGET.
- Si una superficie es notablemente más grande que otra, como puede ser el caso en el que una superficie rodea a otra, la más grande será la superficie TARGET.

Particularmente para el caso de la simulación en la que estamos sumergidos da exactamente igual que superficies definas como TARGE o CONTA, debido a la geometría en estudio y el tipo de contacto que se produce.

4.3.2.7. Condiciones de contorno

Una vez que se han definido los anteriores aspectos del análisis de contacto, es el momento de definir las condiciones de contorno necesarias para formular el modelo de elementos finitos como sigue.

Tracción

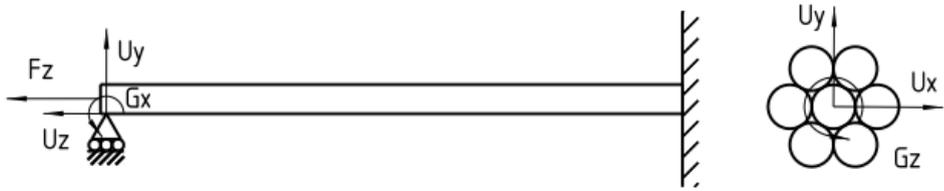


Figura 46

Escenario 1

$U_x=0; U_y=0; U_z$ libre

$G_x=0; G_y=0; G_z=0$

$F_z=100000$ N.

La fuerza es aplicada nodalmente sobre un nudo maestro, el cual es a la vez el nodo que se sitúa al extremo del alambre núcleo del cable. El resto de nodos guardan una ecuación de restricción con el nudo maestro, y es que la cota z sea igual a cero siempre, es decir contenidos todos los nodos, incluido el maestro, en un mismo plano z.

Escenario 2

$U_x=0; U_y=0; U_z$ libre

$G_x=0; G_y=0; G_z$ libre

F_z es la misma que la aplicada en el escenario 1.

Flexión

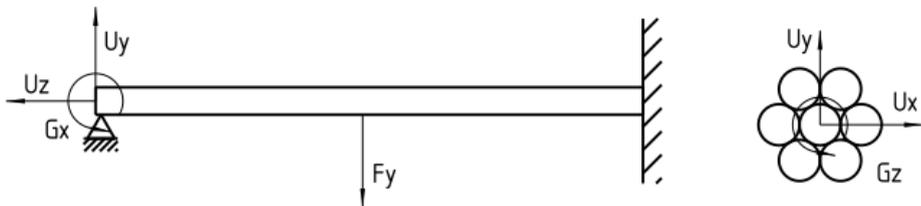


Figura 47

Las condiciones de contorno serán empotramiento en uno de los extremos del cable en otro de los extremos las siguientes condiciones:

$$U_x=0; U_y=0; U_z=0$$

G_x libre; G_y libre; G_z libre

$F_y=100000$ N; aplicado nodalmente en el nodo que pertenece al alambre núcleo del cable y está situado aproximadamente en $L/2$.

4.3.2.8. Definición de la solución y de las opciones de carga

El comportamiento de convergencia para los problemas de contacto depende en gran medida del problema en particular [7].

El tamaño del paso de tiempo debe ser lo suficientemente pequeño para capturar la zona de contacto adecuado. La transferencia suave de las fuerzas de contacto se interrumpe si el tamaño del paso de tiempo es demasiado grande. El tamaño del paso de tiempo se especifica mediante una serie de pasos secundarios. Los comandos que ajustan estos parámetros son: NSUBST y DELTIM.

En nuestro caso se ha optado por usar NSUBST, no ofrece ninguna diferencia en términos de resolución o convergencia al comando DELTIM, es una elección del autor del proyecto. Se ha definido un número de substeps suficientemente grande como para poder ajustar cada paso de carga a la no linealidad geométrica que presenta el problema. Si se introduce un paso de carga pequeño podremos incurrir en problemas convergencia. Al no ser lineal, la gráfica carga-desplazamiento no es una recta, es una línea curva, por lo que haciendo un número elevado de pasos ajustamos con pequeñas líneas rectas a la curva, es decir Ansys resuelve un gran número de pequeños problemas lineales, tomando como condiciones de contorno la solución del problema lineal anterior hasta llegar a obtener un resultado. (Véase gráfica apartado 4.1.1).

La opción AUTOTS,ON se involucra automáticamente, pero se puede reemplazar si es necesario. Si el contacto cambia de estado durante el proceso de iteración, puede darse la discontinuidad. Debido a que las iteraciones tienden a hacerse inestables para grandes incrementos se debe usar la opción de búsqueda en línea para estabilizar los cálculos. Comando LNSRCH.

Además, no se debe utilizar el denominado descenso de adaptación. El descenso de adaptación por lo general no proporciona ninguna ayuda para las aplicaciones de

contacto y se recomienda apagarlo.

4.3.2.9. Revisión de los resultados

Los resultados de un análisis en contacto consisten principalmente en los desplazamientos, tensiones, deformaciones, fuerzas de reacción y la información del contacto: presión de contacto, deslizamiento, etc. Estos resultados se pueden revisar en POST1, el postprocesador general, o en POST26, el postprocesador de historia de tiempo. Para los resultados relacionados con el contacto, se puede seleccionar CONT como un elemento de lista. Mientras que en POST1, también es posible revisar los resultados desde el administrador de contacto (a través del icono Contact Manager en la barra de herramientas estándar de ANSYS).

4.4. Visualización de los resultados

Vamos a representar los valores de rigidez para todos los escenarios a tracción y flexión descritos en el apartado anterior resolviendo el problema no lineal, simulando incluyendo el movimiento relativo entre alambres y el rozamiento a causa del contacto.

Para obtener los valores de rigidez del cable, aplicaremos la Ley Hooke. Al fin y al cabo, queremos saber la rigidez general de un elemento sometido a una carga exterior, es decir queremos saber cuál va a ser la elongación del cable debido a una carga axial exterior, o el desplazamiento de un punto del cable debido a la aplicación de una carga transversal en el mismo cable.

4.4.1. Definición de la geometría y propiedades del cable

Para la comprobación de nuestros resultados obtenidos por la simulación programada en el archivo tr7hil.ans para el caso de tracción y fl7hil.ans para el de flexión. Utilizaremos una geometría estándar de un cable comercial. Para la definición de las propiedades del material de cada alambre utilizaremos acero real de la empresa TYCSA PSC, bajo la designación Y 1860 S7 15.2 (UNE 36-094-97):

$$E = 278.71 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.29$$

$$\rho = 7880 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0.74$$

El cable que se va a simular a continuación va a ser uno de ámbito comercial, uno con una geometría accesible en el mercado normal, no teniendo que requerir cables de una geometría particular que pudieran incrementar el presupuesto posteriores ensayos experimentales.

Cable de 7 alambres 6x1 ($\text{Ø}=5.2\text{mm}$), 600mm de longitud y un paso de 300mm ($\alpha=87^\circ$)

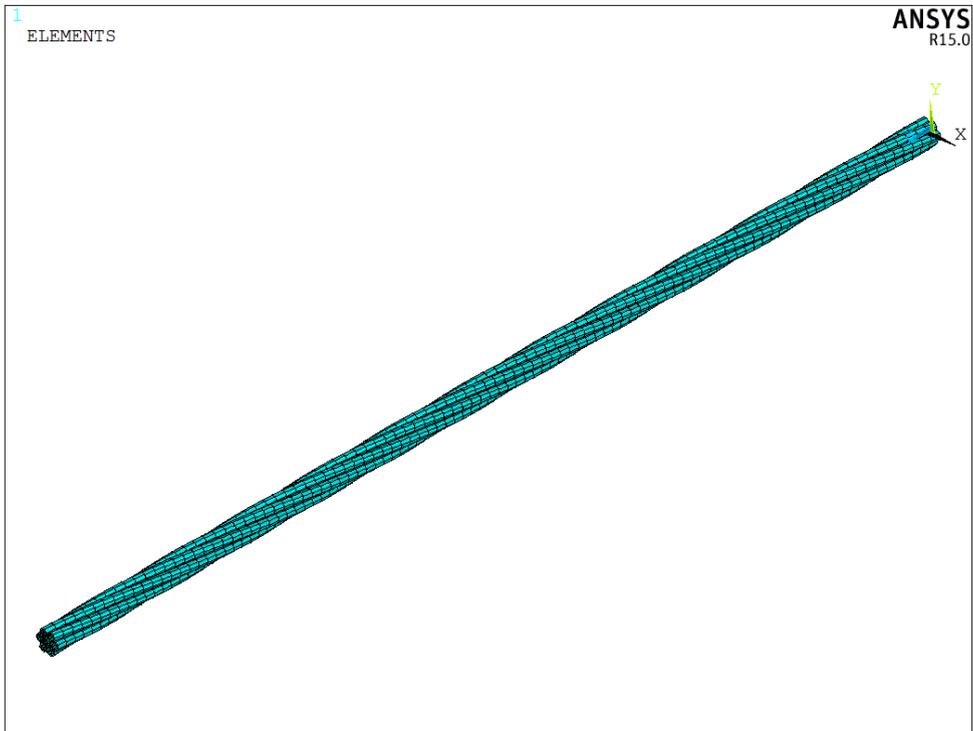


Figura 48

4.4.2. Tracción

$U_x=0; U_y=0; U_z$ libre

$G_x=0; G_y=0; G_z=0$

$F_z=100000$ N

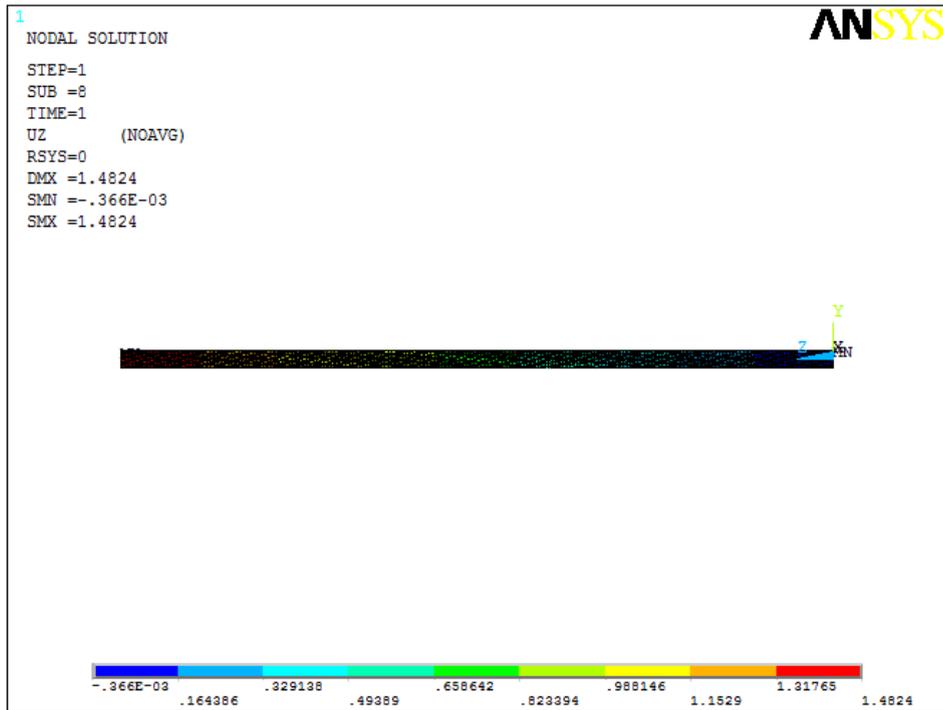


Figura 49

El máximo U_z obtenido es de unos 1.48mm, por lo que la rigidez global es:

$$K_z = \frac{F_z}{U_z} = \frac{100000}{1.48} = 67567.5 \frac{N}{mm} \quad \text{Ecuación(68)}$$

Se ha comprobado el efecto del rozamiento en la rigidez para una carga axial y cambiando de $\mu=0.74$ a $\mu=0.9$ se puede observar que se obtiene el mismo desplazamiento para la misma carga por lo cual no influye el rozamiento en la rigidez global del cable.

A continuación, se muestra una gráfica esfuerzo-desplazamiento para distintos tipos niveles de carga:

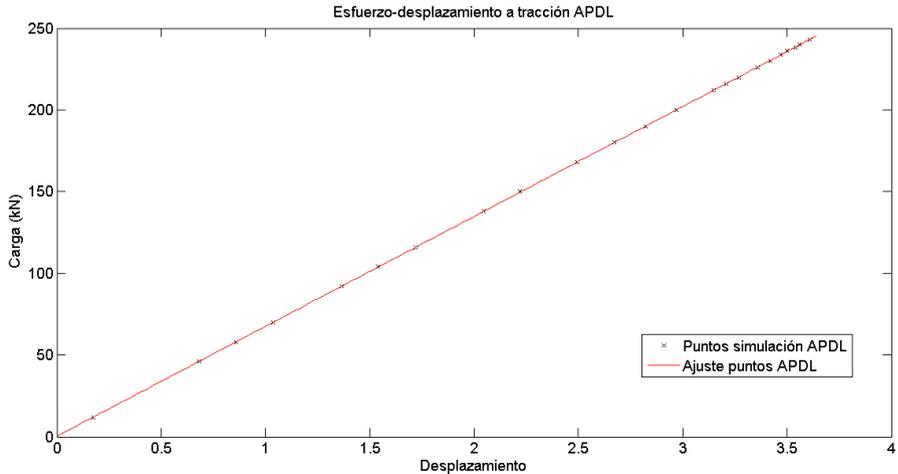


Figura 50

Podemos observar en ella que para esfuerzos de tracción, no hay efectos de no linealidad debido a la geometría. Es por la aplicación de una carga axial que los alambres que componen el cable no tienden a moverse desde el inicio de la aplicación de la carga hasta el final.

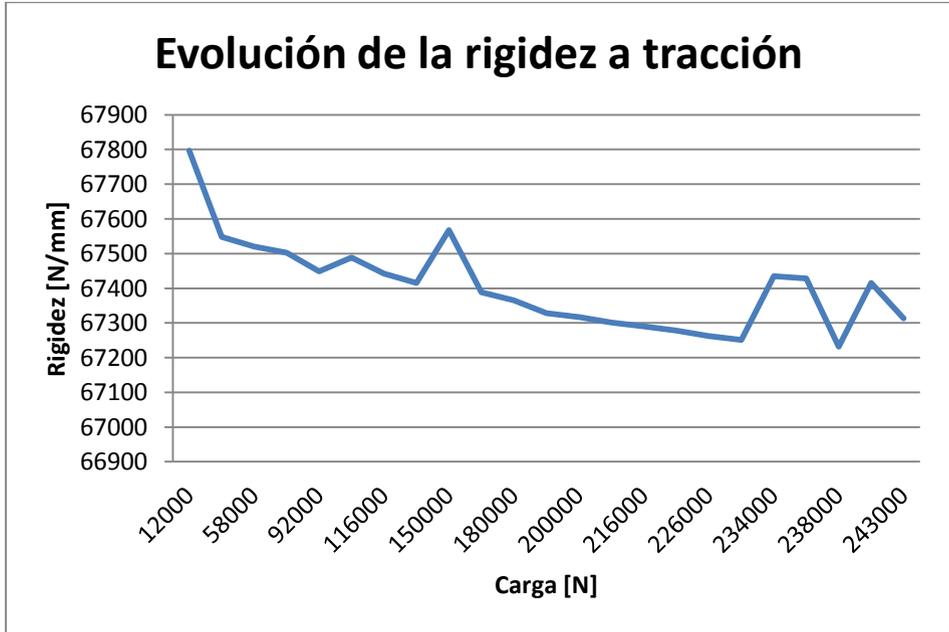


Figura 51

En el gráfico anterior incluso se puede observar como los valores de rigidez se mantienen prácticamente constantes entre valores como máxima rigidez de 67800 N/mm y mínima 67230 N/mm.

4.4.3. Flexión

$U_x=0; U_y=0; U_z=0$

Gx libre; Gy libre; Gz libre

Fy=10000 N

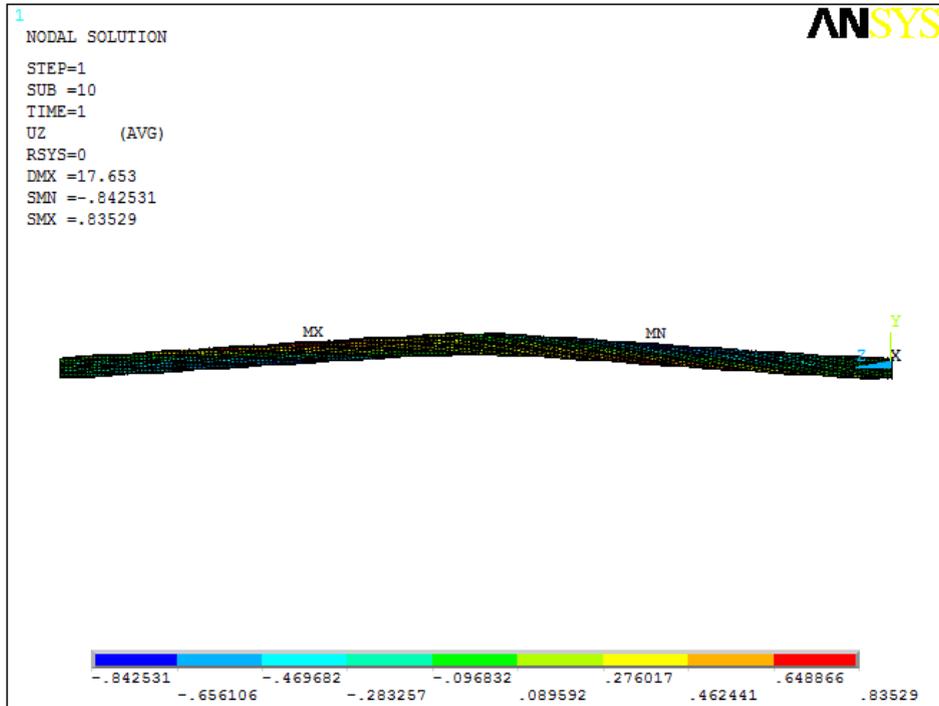


Figura 52

$$K_y = \frac{F_y}{U_y} = \frac{10000}{0.835} = 11976 \frac{N}{mm}$$

Ecuación(69)

En este caso de flexión podemos ver como el comportamiento del cable no es lineal en la gráfica siguiente, a diferencia del caso a tracción:

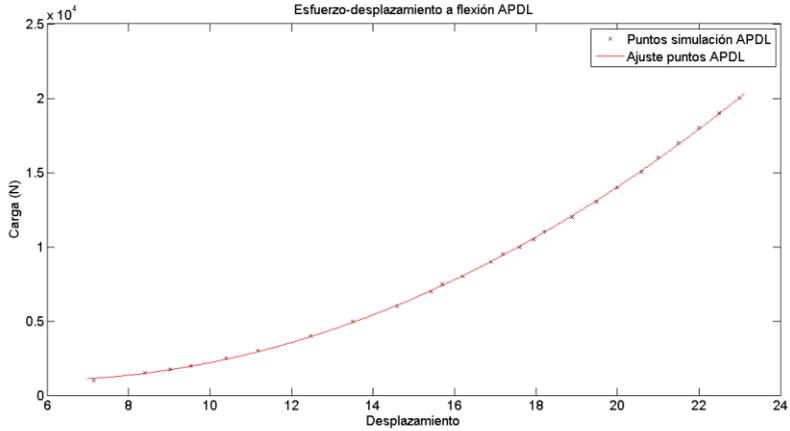


Figura 53

Al igual que con el caso de tracción representamos la evolución de la rigidez del cable a flexión que en este caso varía de forma incremental desde el inicio de la carga hasta el final.

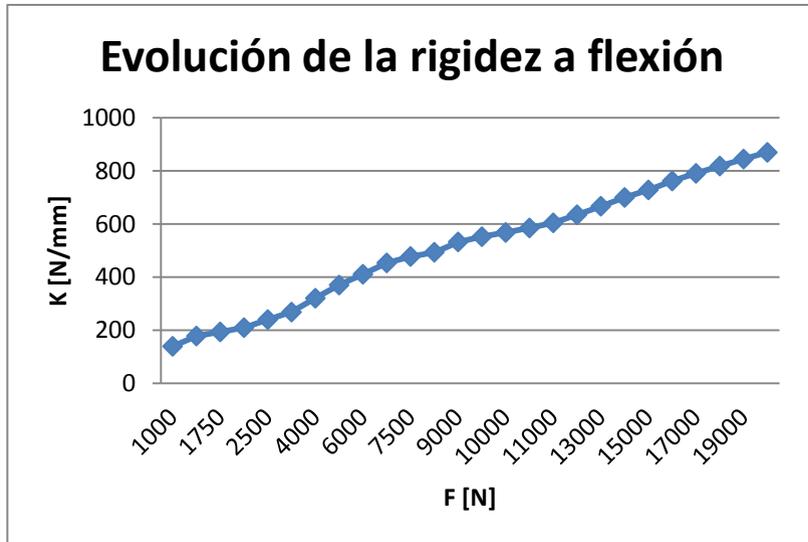


Figura 54

Observando la variación de rigideces máxima y mínima en valores relativos entre el ensayo a tracción, 0.804%; y el ensayo a flexión, 83.92%; podemos afirmar que el ensayo tracción es lineal y el de flexión no lineal.

5. COMPARACIÓN RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN CON LOS MODELOS TEÓRICOS

Antes de dar el salto y comparar el modelo de elementos finitos con el ensayo a tracción del cable el cual tenemos datos experimentales, vamos a ver lo lejos que podamos encontrarnos entre el modelo de elementos finitos desarrollado con APDL y los modelos matemáticos explicados en secciones posteriores de la presente memoria.

Para ellos vamos obtener las diferentes rigideces a tracción del cable debidos a las diferentes geometrías, es decir variando el ángulo de la hélice de los cables exteriores. Como ya se mencionó anteriormente el escenario que se va a usar para establecer las condiciones de contorno va a ser el de ensayo de tracción, por su similitud a la física real del ensayo.

El cable y propiedades a usar en este apartado van a ser el mismo que el usado en el apartado anterior.

$$E = 278.71 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.29$$

$$\rho = 7880 \text{ kg/m}^2$$

$$\mu = 0.74$$

**Cable de 7 alambres 6x1 ($\varnothing=5.2\text{mm}$), 600mm de longitud y un paso de 300mm
($\alpha=87^\circ$)**

Para el modelo matemático el vector de ángulos α usado se extiende desde 60° a 87° con incremento de 1° . Para el estudio de la variación de la rigidez con APDL estaremos en el mismo rango, pero aproximadamente dentro del rango de ángulos α que se han usado para el estudio matemático de la rigidez, a partir de los pasos de cable estándar y posibles de ser fabricados, hemos calculado los ángulos α correspondientes a esos pasos comerciales para poder hacer una comparación gráfica. Se han calculado un número limitado de rigideces ya que el cálculo requiere un tiempo considerado de computación.

Paso (mm)	α ($^\circ$)	Kee (N/mm)
50	57.8	8474.6
60	62.4	9174.3
75	67.3	10752.6
100	72.6	15151.5
150	78.2	27027
300	84	41666.7
600	87	43478.3

Tabla 6

Como se puede observar las rigideces aquí obtenidas son frente a desplazamientos y las de los modelos teóricos son frente a deformación. Para obtener la rigidez [9] frente a desplazamientos de los modelos matemáticos desarrollamos las siguientes ecuaciones como sigue:

$$F_z = k_{\varepsilon\varepsilon} \cdot U_{zz} + k_{\varepsilon\theta} \cdot \theta_{zz} \quad \text{Ecuación(70)}$$

Pero como según nuestras condiciones de contorno aplicadas a nuestro problema, el giro en el eje z no está permitido debido al empotramiento del cable θ_{zz} será igual a 0. Quedando la anterior ecuación,

$$F_z = k_{\varepsilon\varepsilon} \cdot U_{zz} \quad \text{Ecuación(71)}$$

Sabiendo que U_{zz} es la elongación longitudinal del cable;

$$U_{zz} = \frac{U_z}{L} \quad \text{Ecuación(72)}$$

Siendo U_z el desplazamiento del extremo del cable en el que se aplica la carga en dirección axial; y L la longitud total del cable; introduciendo en la ecuación anterior obtenemos

$$F_z = k_{\varepsilon\varepsilon} \cdot \frac{U_z}{L} = \frac{k_{\varepsilon\varepsilon}}{L} \cdot U_z \quad \text{Ecuación(73)}$$

Y llamando $k_z = \frac{k_{\varepsilon\varepsilon}}{L}$; rigidez del cable en el eje axial (z), obtenemos

$$F_z = k_z \cdot U_z \quad \text{Ecuación(74)}$$

Una vez obtenida la relación de los valores de rigidez del modelo matemático y del simulado en el APDL los comparamos en una misma gráfica, que mostramos a continuación.

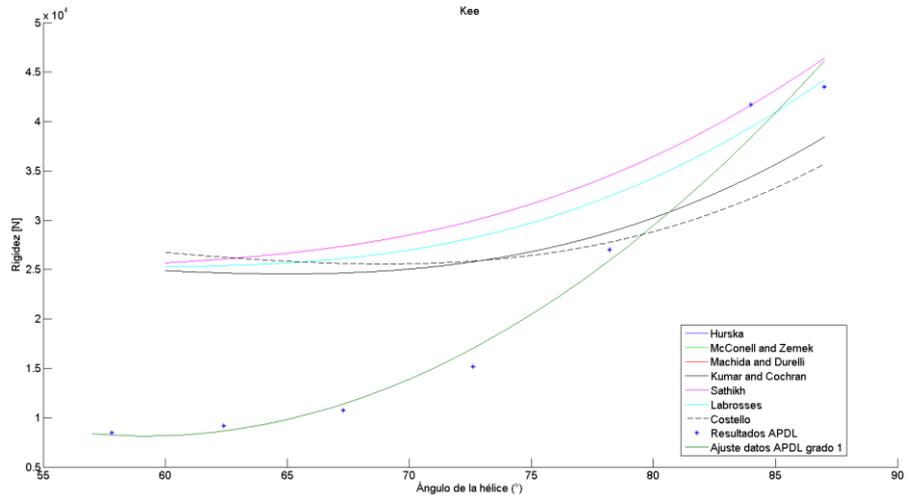


Figura 55

A continuación, vamos a evaluar el error relativo de los modelos teóricos respecto a los datos obtenidos en la simulación APDL.

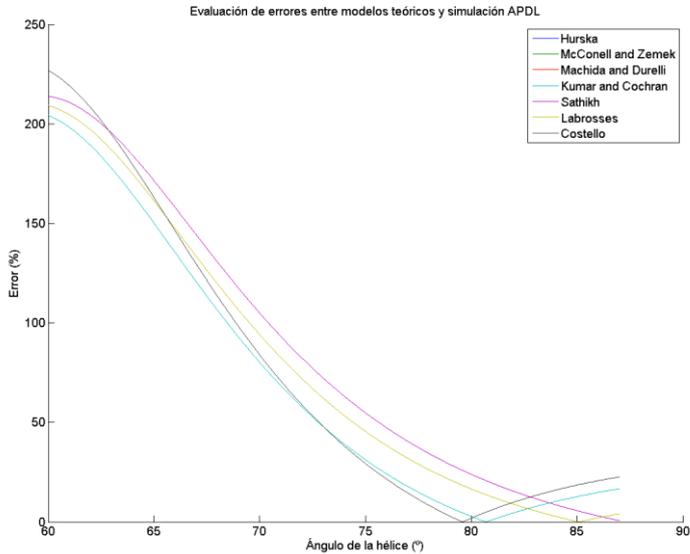


Figura 56

Como se puede comprobar existe una gran distorsión entre el modelo teórico y el de elementos finitos desarrollado en APDL. A continuación, se expone una tabla, en la que dada el error que podríamos aceptar, que rango de ángulos de la hélice serían adecuados para usar la aproximación matemática de los distintos modelos teóricos.

Cabe decir que hasta no hacer la comprobación con los datos experimentales obtenidos en un ensayo de tracción a un cable, no podemos realizar ninguna conclusión sobre este estudio de rigidez.

$\alpha(^{\circ})$	Hruska	McConell	Machida	Kumar	Sathikh	Labrosses	Costello
10%	81.7-87	81.7-87	81.7-87	78.4-83.9	83.5-87	81.7-87	77.7-82
5%	83.2-87	83.2-87	83.2-87	79.5-82.1	85.2-87	83.2-87	78.6-80.7
1%	84.7-85.5	84.7-85.5	84.7-85.5	80.4-81	86.8-87	84.7-85.5	79.4-79.8

Tabla 7

Haciendo un rápido análisis de la ventana de ángulos en los que sería fiable el resultado, si consideramos los resultados de rigidez obtenidos por elementos finitos como fiables, vemos que en la realidad no es un modelo válido para tener en cuenta a la hora de querer obtener la rigidez del cable.

6. ESFUERZOS DE CONTACTO ENTRE ALMABRES

6.1. Introducción

Una de las utilidades más interesantes que podemos obtener en este apartado es en el campo de estudios a fatiga por fretting entre alambres de un cable de acero. En la simulación del problema con elementos finitos hemos obtenido los valores tanto de las fuerzas normales y tangenciales que puedan estar soportando los distintos alambres debido al contacto entre ellos.

Para ello vamos a representar ambos valores de fuerza (normal y tangencial), de cada alambre que rodean el núcleo de acero en gráficas. Se ha decidido obtener solo los datos de los cables exteriores, ya que los valores de esfuerzo que se produzcan en el cable que conforma el núcleo serán los mismos.

Como es de suponer, el contraste de estos resultados con un ensayo real resulta prácticamente imposible, ya que necesitaríamos medir una fuerza de presión a lo largo del alambre que tiene una geometría helicoidal. Desde un punto de vista técnico y tecnológico es imposible llevarlo a la práctica.

Al estar usando elementos 1D (BEAM), elemento particular para este tipo de estudio de contacto, los elementos de contacto y respectivas tensiones por contacto no se pueden representar en una imagen como hemos venido practicando en los anteriores apartados de este estudio. En este apartado, se va a representar en gráficas las fuerzas normales y tangenciales de contacto que se producen a lo largo de cada alambre excepto el núcleo, como ya se ha detallado al principio de esta sección.

Para esta sección se ha simulado el mismo cable (misma geometría y mismas propiedades materiales) que el cable del que tenemos datos experimentales de un ensayo de tracción. El cable utilizado es un cordón Y 1860 S7 15.2, designación que sigue la norma EN 10138-3.

Las propiedades tanto geométricas como materiales se detallan a continuación,

Cordón de 7 alambres 6x1 ($\varnothing=5.2\text{mm}$), 600mm de longitud y un paso de 300mm

$$E = 278,7 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7880 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0.74$$

En cuanto a las condiciones de contorno se tomarán las presentadas en la sección 4.4, ensayo a tracción y flexión.

6.2. Evolución de las fuerzas de contacto ensayo a tracción

Antes de obtener las gráficas de las fuerzas de contacto (normales y tangenciales)

para todos los alambres, vamos a estudiar de la evolución de estas, en términos de incremento de sus respectivos valores, según vamos aplicando la carga.

Aplicaremos las distintas cargas de forma incremental siguiendo el ensayo de tracción que se estudiará en el siguiente apartado.

Los distintos valores de carga se muestran en la siguiente tabla.

F(kN)	25	50	75	100	150	200
-------	----	----	----	-----	-----	-----

Tabla 8

Vamos a representar a continuación los esfuerzos de contacto (normal, fricción) para los distintos niveles de carga especificados en la tabla anterior. Para la visualización de estos valores de contacto vamos a diferenciar entre el par de contacto que se produce entre los hilos exteriores helicoidales con el hilo central (núcleo) y el contacto entre los mismos alambres helicoidales exteriores.

Se va a representar el valor de un solo alambre, y no se expondrán los de todos. Esto es debido a la simetría de nuestro problema, es decir, la fuerza contacto que obtengamos entre un alambre exterior y el del núcleo será la misma, por desvinculación de fuerzas, que la obtengamos del núcleo. Así mismo, la fuerza de contacto que podamos obtener entre un alambre y el contiguo en el conjunto de hilos exteriores será igual, dando igual el hilo del que obtengamos los valores de contacto, ya que nuestro problema presenta tanto simetría geométrica como por condiciones de contorno. Además, se ha podido comprobar que esta suposición es cierta. Una vez simulado el problema en APDL se ha podido ver que los valores de fuerzas de contacto entre alambres exteriores y el contacto de todos ellos con el núcleo no variaban de un hilo a otro.

Los comandos utilizados en APDL para la evaluación de los valores de presión y fricción en todos los casos son CONT, PRES y CONT, SFRIC. Estos valores no pueden ser visualizados de forma gráfica como pudiera ser para el caso de tensiones o desplazamientos, es necesario evaluar los datos a través de la definición de una ETABLE donde quedan recogidos los valores numéricos de dichos de la presión y fricción. Para representarlos gráficamente se ha utilizado el software matemático matlab donde se muestra estos valores a lo largo de la longitud del alambre.

En la siguiente gráfica se representa la fuerza de contacto normal entre el hilo exterior y el hilo central, siendo el eje de ordenadas el valor de la fuerza de contacto normal (kN) y el eje de abscisas la longitud real de la hélice (mm), es decir, la longitud de la hélice si extendiéramos el hilo.

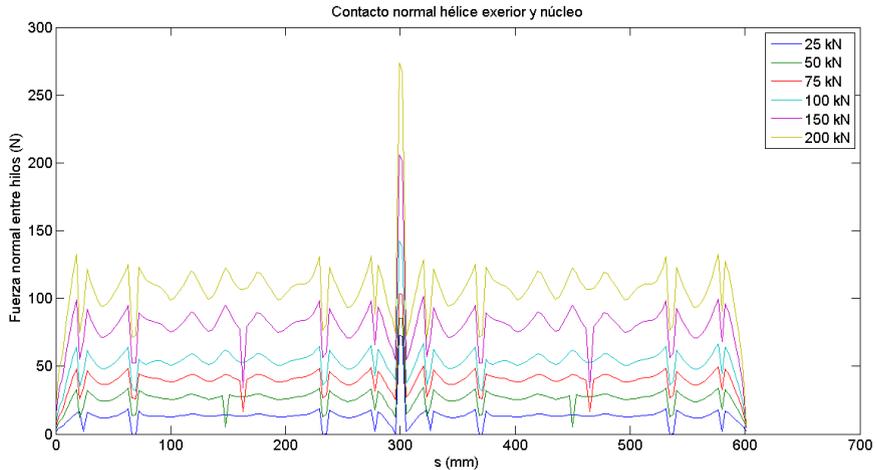


Figura 57

En la siguiente gráfica, se representan la fuerza de fricción entre hilo exterior y núcleo.

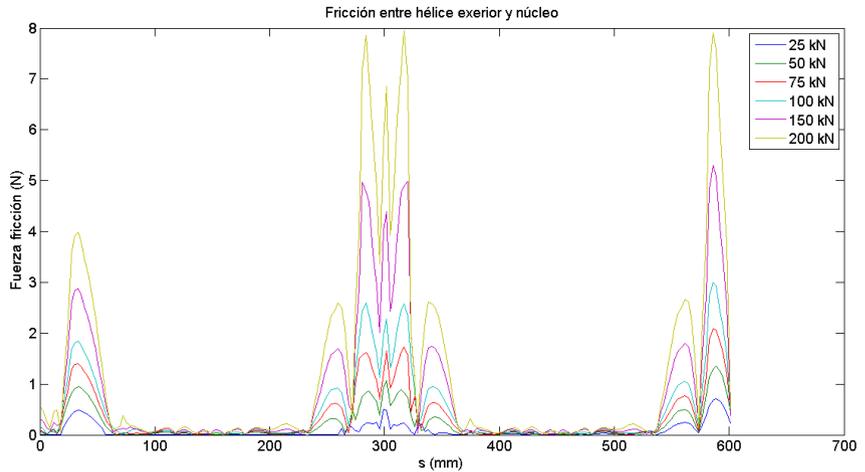


Figura 58

En las siguientes gráficas se representarán exactamente lo mismo que en las anteriores, pero en este caso el par de contacto estudiado será el que se produce entre los alambres exteriores, helicoidales.

Primero, la fuerza normal de contacto.

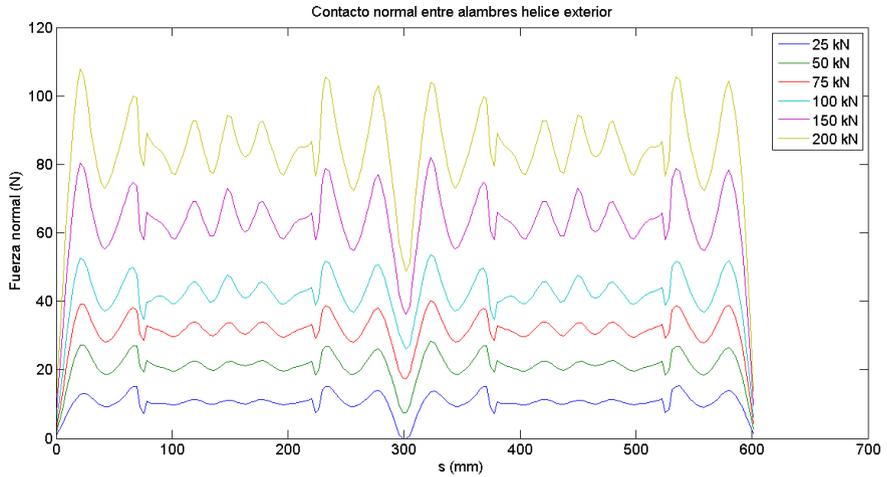


Figura 59

A continuación, la fuerza de fricción.

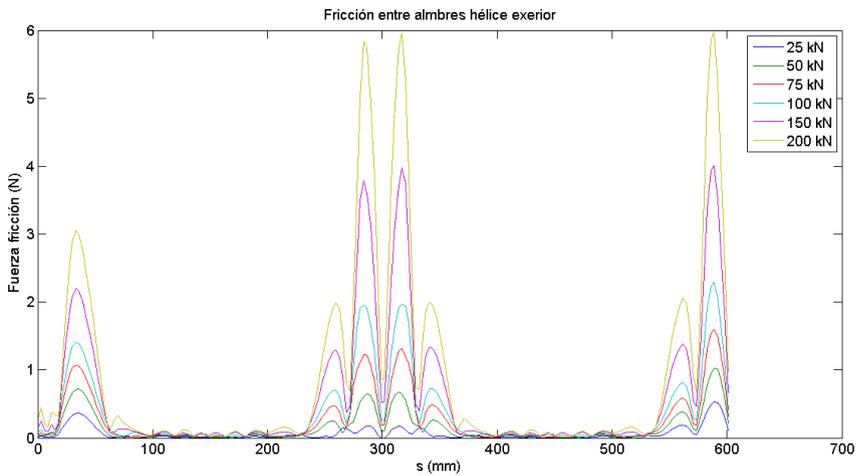


Figura 60

6.3. Evolución de las fuerzas de contacto ensayo a flexión

En este caso, si se van a evaluar cada alambre por separado. No se evalúa el núcleo del cable porque los valores que podamos obtener son los mismo que se pueden obtener de la evaluación de los alambres exteriores con él, por desvinculación de fuerza. Es por lo que se estudiará solo los valores de presión normal y fuerza de fricción de los helicoides exteriores con el núcleo y entre ellas.

En este caso se han simulado dos cargas de flexión en el cable de acero y se ha obtenido los datos para cada alambre helicoidal con el fin de ver el comportamiento de cable para distintas cargas. Las dos cargas son 10000N y 20000N.

A continuación, las gráficas de los valores de contacto y fricción entre los alambres exteriores y el núcleo del cable.

-Contacto normal

Para 10000N.

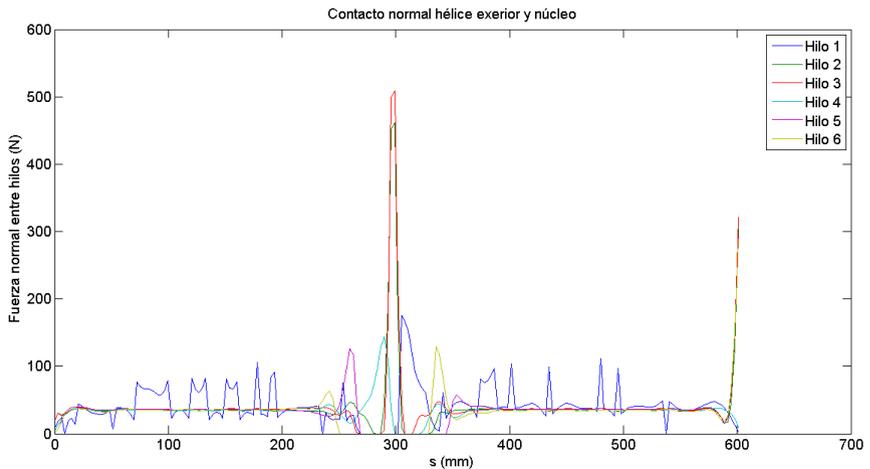


Figura 61

Para 20000N

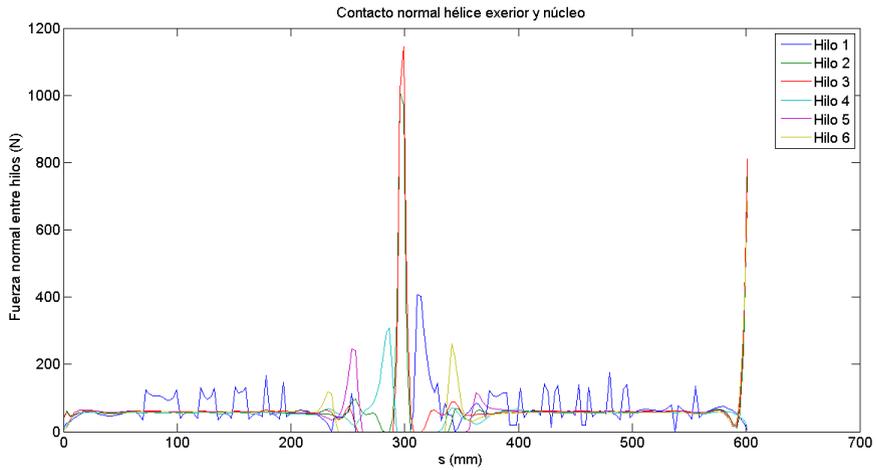


Figura 62

-Fricción:

Para 10000N

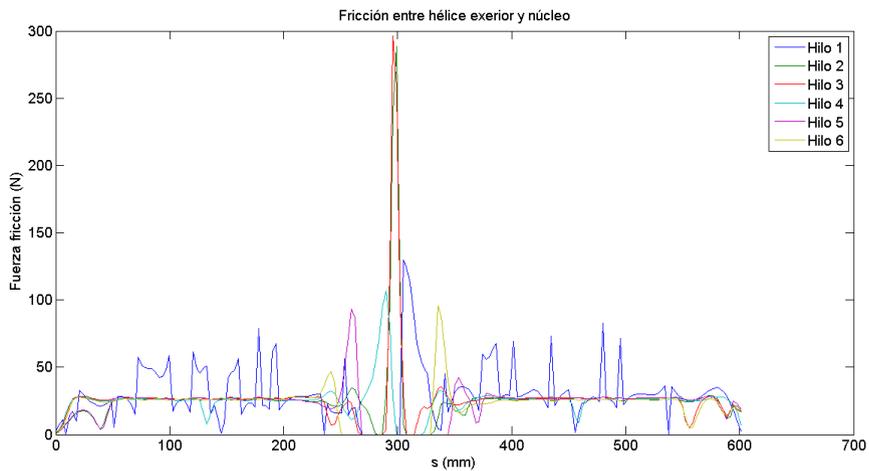


Figura 63

Para 20000N

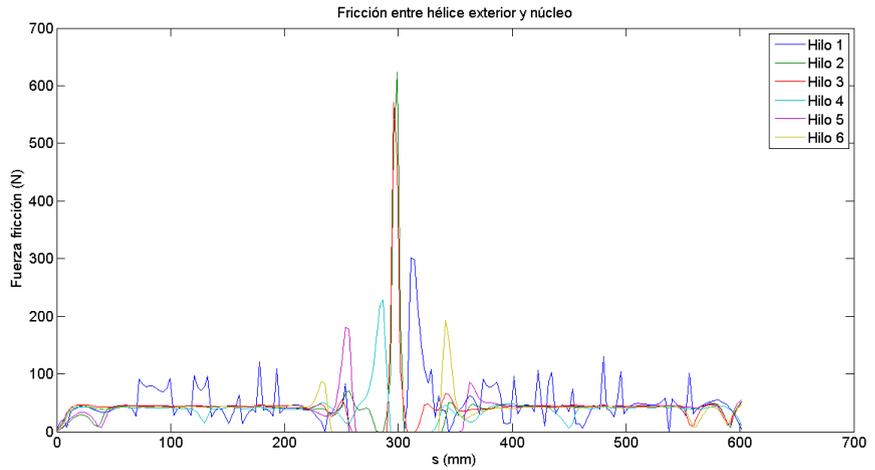


Figura 64

Ahora se representará lo mismo que en el apartado anterior, pero para los valores arrojados por el contacto entre los helicoides exteriores.

-Contacto normal:

Para 10000 N

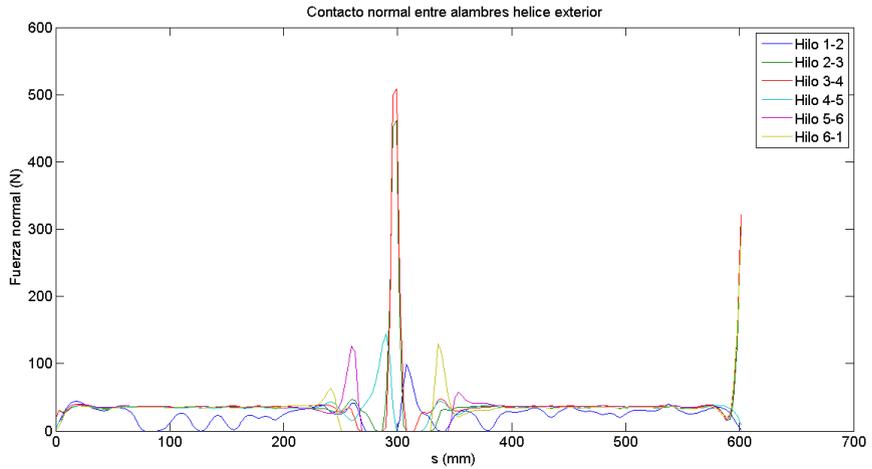


Figura 65

Para 20000 N

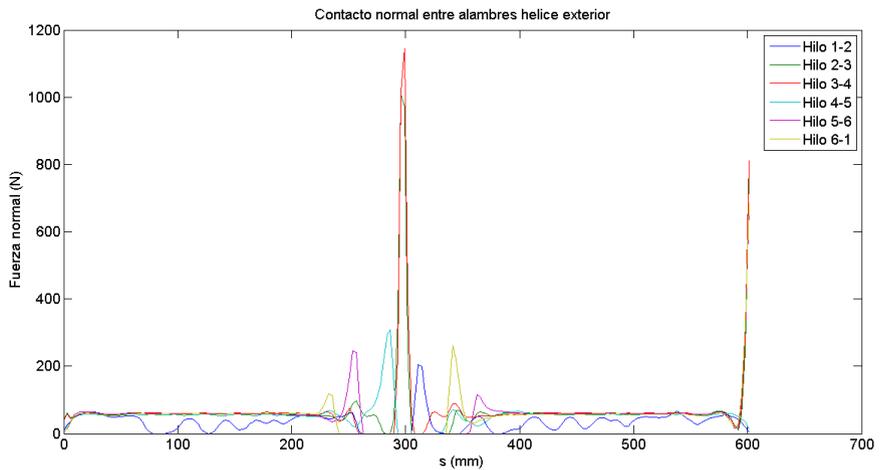


Figura 66

-Fricción:

Para 10000N

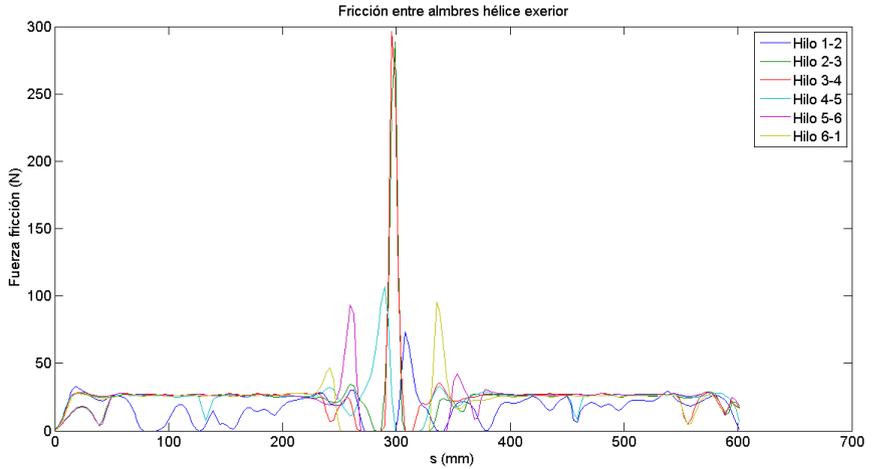


Figura 67

Para 20000N

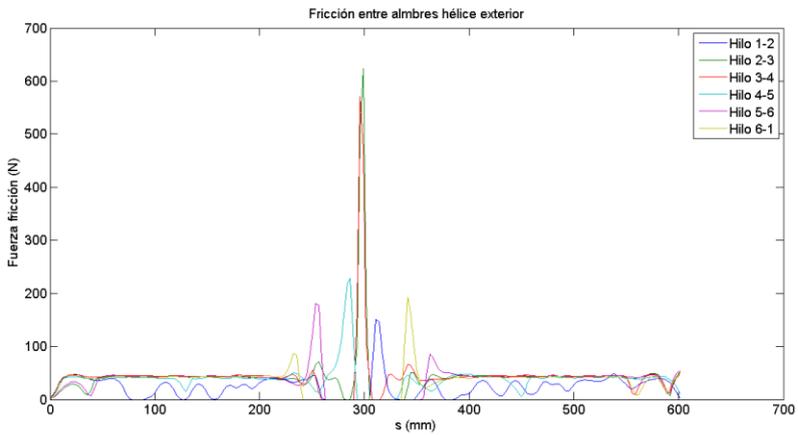


Figura 68

La nomenclatura usada en las graficas para llamar a los distintos alambres fue

usada en el apartado 4.3.2.2 en el que se explican los pares de contacto.

7. COMPARACIÓN DATOS EXPERIMENTALES CON LA SIMULACIÓN EN APDL

7.1. Introducción

En este apartado, se va a comparar datos experimentales obtenidos de un ensayo a tracción hecho por un fabricante de cables metálicos (TYCSA PSC) y los datos obtenidos por la simulación APDL. El cable utilizado tiene las mismas propiedades que el utilizado en el apartado del estudio de fuerzas de contacto entre alambres.

Cordón de 7 alambres 6x1 ($\varnothing=5.2\text{mm}$), 600mm de longitud y un paso de 150mm

$$E = 278,7 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7880 \text{ kg/m}^2$$

$$\mu = 0.74$$

El procedimiento empleado para la comparación de resultados es simular en APDL para un grupo de cargas (contenidas en la curva del ensayo de tracción real) y obtener el alargamiento del cable simulado para cada valor de fuerza de tracción. Una vez obtenido el grupo de puntos, carga y alargamiento de la simulación APDL, se presentan en una misma gráfica para su análisis.

A continuación, la gráfica suministrada por el fabricante.

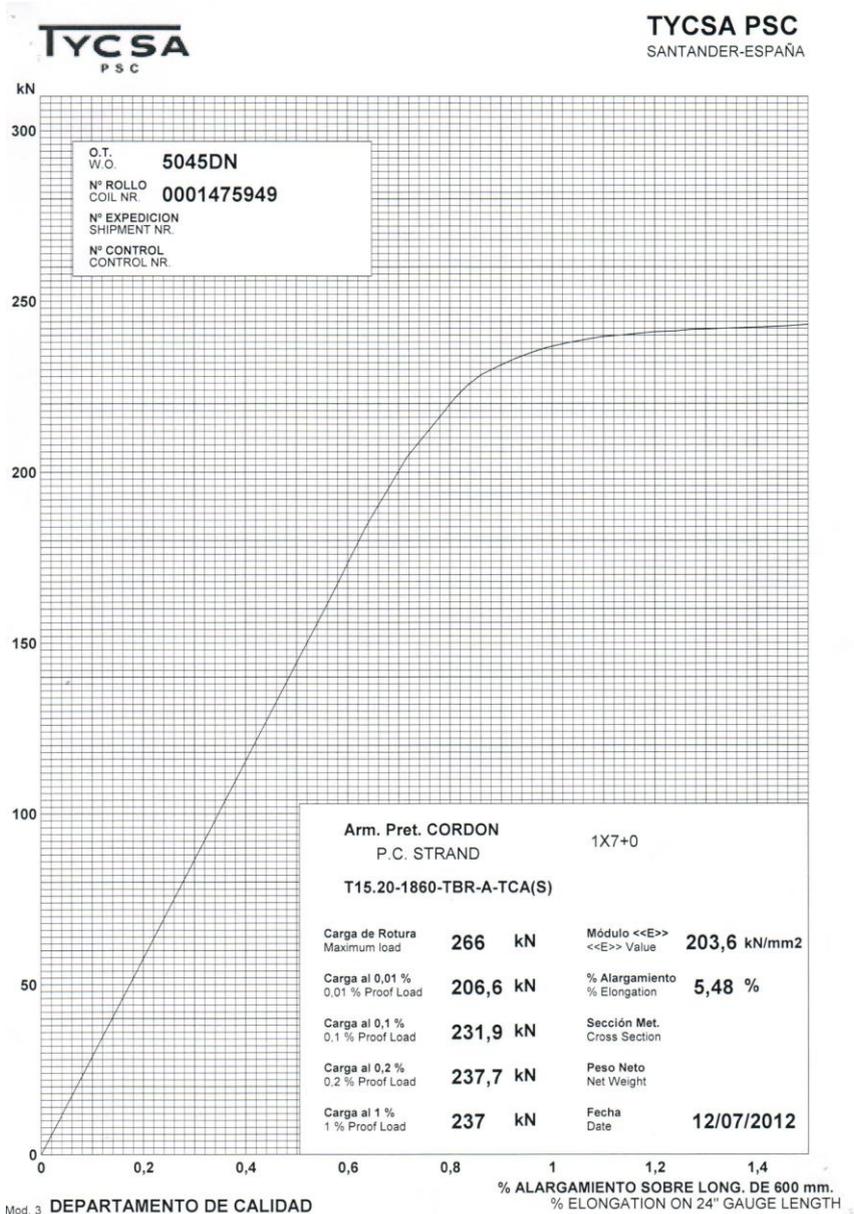


Figura 69

La siguiente tabla recoge los datos arrojados por la simulación APDL para los distintos valores de carga.

Carga (kN)	Δ long APDL (mm)	longf APDL (mm)	%delta APDL
12	0,19416	600,19	0,03
46	0,745104	600,75	0,12
58	0,939815	600,94	0,16
70	1,13431	601,13	0,19
92	1,49194	601,49	0,25
104	1,68726	601,69	0,28
116	2,32267	602,32	0,39
138	2,76221	602,76	0,46
150	3,00178	603,00	0,50
168	3,36156	603,36	0,56
180	3,60121	603,60	0,60
190	3,80092	603,80	0,63
200	4,00014	604,00	0,67
212	4,23899	604,24	0,71
216	4,31849	604,32	0,72
220	4,29733	604,30	0,72
226	4,41428	604,41	0,74
230	4,49304	604,49	0,75
234	4,57102	604,57	0,76
236	4,61006	604,61	0,77
238	4,64908	604,65	0,77
240	4,68807	604,69	0,78
243	4,74655	604,75	0,79

Tabla 9

Una vez recogidos estos datos podemos representarlos en una misma gráfica, curva experimental y puntos de la tabla anterior.

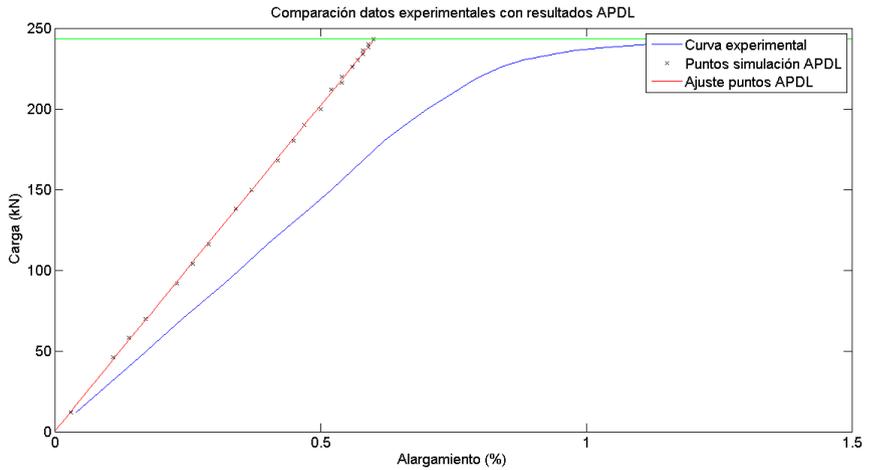


Figura 70

Es relevante que los datos de la simulación APDL no hagan la curva a niveles altos de carga como en el ensayo real, y esto es debido a la plastificación de los alambres que componen el cable, y ese fenómeno no lo hemos implementado en nuestra simulación.

Carga (kN)	longf (mm)	k (KN/mm)	E (kN/mm ²)	lonf APDL (mm)	k _{APDL} (KN/mm)	E _{APDL} (kN/mm ²)
12	600,24	50	201,88	600,18	67,80	273,71
46	600,96	47,92	193,70	600,68	67,55	272,94
58	601,2	48,33	195,47	600,86	67,52	272,91
70	601,44	48,61	196,67	601,04	67,50	272,91
92	601,92	47,92	194,01	601,36	67,45	272,85
104	602,16	48,15	195,03	601,54	67,49	273,09
116	602,4	48,33	195,86	601,72	67,44	272,98
138	602,88	47,92	194,32	602,05	67,42	273,02
150	603,12	48,08	195,05	602,22	67,57	273,72
168	603,48	48,28	195,97	602,49	67,39	273,11
180	603,72	48,39	196,50	602,67	67,37	273,10
190	603,96	47,98	194,93	602,82	67,33	273,02
200	604,2	47,62	193,54	602,97	67,32	273,04
212	604,56	46,49	189,07	603,15	67,30	273,06
216	604,68	46,15	187,73	603,21	67,29	273,04
220	604,8	45,83	186,47	603,27	67,28	273,02
226	605,04	44,84	182,50	603,36	67,26	272,99
230	605,28	43,56	177,36	603,42	67,25	272,98
234	605,64	41,49	169,03	603,47	67,44	273,75
236	605,88	40,14	163,58	603,50	67,43	273,73
238	606,24	38,14	155,54	603,54	67,23	272,95
240	606,72	35,71	145,76	603,56	67,42	273,71
243	609	27	110,61	603,61	67,31	273,31

Tabla 10

En la tabla anterior, podemos observar como las rigideces tanto del cable ensayado y del simulado, sus valores, decretan según se aplica la carga, como era de esperar en un problema no lineal.

Para cerrar este capítulo, incluiremos en la misma gráfica los valores de las rigideces teóricas estudiadas en el capítulo 3 sección 3.2. En este caso las rigideces no varían según se aplica la carga al cable ya que se modela matemáticamente el problema lineal del cable y obedece a la siguiente ecuación,

$$F_z = k_z \cdot U_z \quad \text{Ecuación(75)}$$

Para este cable las rigideces de los modelos matemáticos desarrollados por los distintos autores presentan los siguientes valores.

Autor	K (kN)
Hruska	54,541
McConnell and Zemek	54,541
Machida and Durelli	54,541
Kumar and Cochran	47,722
Sathikh	57,906
Labrosse	54,541
Costello	45,306

Y una vez implementados en nuestra gráfica se obtiene lo siguiente.

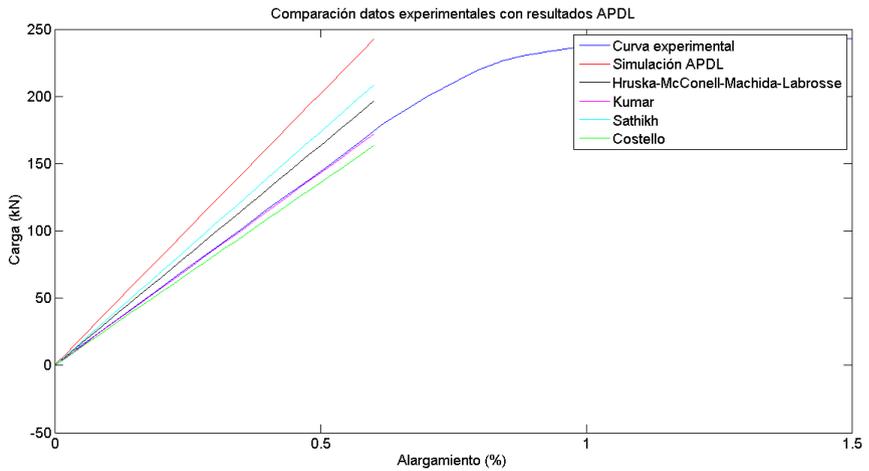


Figura 71

8. CONCLUSIONES

Recapitulando lo expuesto en esta memoria, hemos intentado dar una visión del comportamiento de un cable de acero particularizando para un caso simple, como es el de un cable compuesto por 7 hilos. De esta forma la formulación matemática, que se hace menos compleja, modelo desarrollado en la simulación APDL y los datos recabados pueden ser comparados y expuestos para un mismo caso.

Así mismo, en el caso que procediera, si se quisiera conocer el daño del cable debido a un ensayo de fatiga, es decir el daño que puedan sufrir los alambres que componen el cable debido a la fricción entre ellos, es mucho más accesible en un cable compuesto por pocos hilos, que uno compuesto por varios cordones y estos a su vez por varios alambres.

En los dos diferentes estudios a rigidez que se hacen en la memoria podemos ver la influencia que tiene el tipo de carga aplicada al cable en su comportamiento lineal o no lineal. Así pues, podemos ver que para una carga a tracción, debido tanto a la simetría geométrica como a la simetría en condiciones de contorno el comportamiento del problema es prácticamente lineal, incluso habiendo simulado que los alambres tienen libre movimiento entre ellos. Esto es razonable ya que al traccionar el cable los alambres exteriores helicoidales tienden a pegarse al núcleo del cable, con lo cual si en una situación inicial los alambres están correctamente situados según vayamos traccionando más estables se quedarán al pegarse más al alambre núcleo, evitando de este modo movimientos libres y de este modo surja nuestro problema no lineal.

Sin embargo, para el problema a flexión no ocurre lo mismo. Aquí la forma en la que se aplica la carga no favorece de la misma manera que en el caso de tracción. En este caso cuanto más esfuerzo a flexión se produce más tiende a separar algunos alambres del centro facilitando el desplazamiento de estos y surgiendo así el problema no lineal. Se puede comprobar además que las gráficas de rigidez frente a paso de carga de ambas simulaciones una es totalmente lineal (tracción) y en la otra se dibuja una curva (flexión), por lo que no mantiene una rigidez constante a cada paso de carga.

Pasando directamente a los últimos apartados, ya que pueden ser los más interesantes a la hora de analizar los resultados; en el apartado de la obtención de las fuerzas de contacto entre alambres, podemos observar como se producen picos a lo largo de los elementos que compone cada alambre tanto para el problema de tracción como el de flexión. En el caso de flexión es fácil pensar y saber que donde se producen mayores valores de contacto es en la zona del cable donde la carga está aplicada a flexión. Pero en el caso a tracción, podemos observar que se produce picos altos de valores de contacto normal al núcleo justo a la mitad del cable. Sería razonable pensar que esto pudiera ser debido a que las mismas condiciones de contorno en los extremos no permiten que las secciones de los hilos helicoidales se acerquen hacia el núcleo. Por lo que las secciones mas favorables a que se acerquen más al núcleo son las más alejadas de los extremos que viene a ser la mitad del cable que es precisamente donde obtenemos los valores más altos de contacto.

Ya en el último apartado, y posiblemente de más interés en esta memoria, comparamos el modelo de la simulación APDL con el ensayo real. Podemos decir, que el modelo simulado en APDL, su comportamiento frente a cargas de tracción no es muy cercana a la realidad, y no solo eso que no se queda del lado de la seguridad ya que obtenemos en la solución unos valores rigidez global mayores que con los del ensayo.

Por último, en el mismo capítulo, implementamos en la misma gráfica los valores de deformación longitudinal para esa aplicación de cargas, utilizando las rigideces de los modelos matemáticos para un cable de 7 hilos. Se puede observar claramente como el modelo obtenido por Kumar se ajusta a la curva experimental en la parte elástica de la gráfica.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Campos Sánchez, «Análisis y selección de cables formados por torones para el manejo de carga en grúas,» Mexico, 2009.
- [2] «Cable de acero-Wikipedia,» 2016. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Cable_de_acero. [Último acceso: Agosto 2016].
- [3] CYESA, «Características técnicas que definen los cables de acero».
- [4] R. C. W. & W. McKewan, «A model for the structure of round-strand wire ropes,» *Pittsburgh Research Laboratory, NIOSH, Pittsburg, Pennsylvania*, 1998.
- [5] T. M. P. C. a. P. D. Seyed Reza Ghoreishi, «Validity and limitations of linear analytical models for steel wire strands under axial loading,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 49, pp. 1251-1261, 2007.
- [6] ANSYS, «Help».
- [7] «Estudio de la influencia de los parámetros de contacto de ANSYS en la resolución de problemas de interacción mecánica superficial».
- [8] P. Inc, «Overcoming Convergence Difficulties in ANSYS Workbench Mechanical, Part II: Quick Usage of Mechanical APDL to Plot Distorted Elements,» [En línea]. Available: <http://www.padtinc.com/blog/the-focus/overcoming-convergence-difficulties-in-ansys-workbench-mechanical-part-ii-quick-usage-of-mechanical-apdl-to-plot-distorted-elements>.
- [9] «Rigidez-Wikipedia,» [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Rigidez>.

