

Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Industrial

Análisis y diseño de un motor eléctrico de cinco fases e imanes permanentes para la propulsión de un vehículo eléctrico Cross Rider

Autor: Antonio Jesús García Palomo

Tutores: Federico Barrero García
Ignacio Gonzalez Prieto

**Dpto. Ingeniería Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2018



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Industrial

Análisis y diseño de un motor eléctrico de cinco fases e imanes permanentes para la propulsión de un vehículo eléctrico Cross Rider

Autor:

Antonio Jesús García Palomo

Tutores:

Federico Barrero García

Catedrático de la Universidad de Sevilla

Ignacio González Prieto

Profesor ayudante Doctor

Dpto. Ingeniería Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2018

Proyecto Fin de Carrera: Análisis y diseño de un motor eléctrico de cinco fases e imanes permanentes para la propulsión de un vehículo eléctrico Cross Rider

Autor: Antonio Jesús García Palomo

Tutor: Federico Barrero García
Ignacio González Prieto

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mi madre

A mi abuelo

A mis maestros

Agradecimientos

En primer lugar, y por encima de todo, quiero agradecer a mi madre por su lucha, esfuerzo diario y apoyo, con tal de darme la posibilidad de terminar mi carrera, y su fe incondicional en mí. También a mi abuelo, que no pudo ver el final de este camino, siendo una de las personas que más me ayudó a recorrerlo, y que aún me continúa ayudando con su recuerdo.

Quiero agradecer al Prof. Ignacio González Prieto, profesor de esta escuela y guía de mi proyecto, por tener conmigo paciencia infinita y tratarme con un entusiasmo inagotable, perdonando siempre mis continuos incumplimientos de plazos y redistribuyendo el trabajo denuevo una y otra vez, siempre con la intención de ayudarme.

Al Catedrático Federico Barrero García, tutor de mi proyecto, que igualmente siempre ha querido ayudarme en todo, y que aún después de haber yo desaparecido por casi dos años, me recibió nuevamente y me dio la oportunidad de concluir este proyecto.

Quiero agradecer también al resto de profesores que he tenido en la carrera y en la vida, a mis compañeros, y a Jesús Fraile Mora, Catedrático de Electrotecnia de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la UPM, por su magnífico libro sobre máquinas eléctricas, en el cuál cita que “La persona ejemplar es aquella que sigue intentándolo, aunque sepa que es en vano”.

Antonio Jesús García Palomo

Sevilla, 2018

Resumen

En la actualidad estamos asistiendo a un continuo incremento en la cuota de mercado de vehículos híbridos y eléctricos. Un factor importante a tener en cuenta, para las prestaciones que pueden ofrecer estos vehículos, es la determinación de las características del motor eléctrico encargado de su propulsión. El objetivo de este material es resumir el estado de desarrollo actual en el empleo de los motores para la propulsión de vehículos híbridos y eléctricos.

Por otro lado, hoy, con el desarrollo de las herramientas informáticas, el método de los elementos finitos se emplea popularmente para la resolución de problemas de electromagnetismo, y por tanto, también en el estudio y diseño de máquinas eléctricas.

El objetivo de este documento es doble. Por un lado, describir la situación actual de las máquinas eléctricas utilizadas en la propulsión de vehículos, y por otro introducir el uso del método de los elementos finitos en la simulación y diseño de máquinas eléctricas.

Abstract

We are currently witnessing a continued increase in the market share of hybrid and electric vehicles. An important factor to take into account for the benefits that these vehicles can offer, is the determination of the characteristics of the electric motor in charge of its propulsion. The objective of this material is to summarize the current state of development of the use of electric motors in the propulsion of hybrid and electric vehicles.

On the other hand, today, with the development of computer tools, the method of finite elements is popularly used for the resolution of electromagnetism problems, and therefore, also in the study and design of electrical machines.

The objective of this document is twofold. On the one hand, describe the current situation of the electric machines used in the propulsion of vehicles, and on the other hand introduce the use of the finite element method in the simulation and design of electric machines.

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xiv
Índice de Tablas	xvi
Índice de Figuras	xvii
Notación	xx
1 Introducción	1
1.1.1 Introducción a la historia y evolución del vehículo eléctrico.	3
1.1.2 Situación de los vehículos eléctricos hoy en día.	6
1.1.3 Descripción del esquema general de los vehículos eléctricos y de sus componentes.	7
1.1.4 Descripción las distintas arquitecturas y clasificación de los vehículos híbridos	8
2 Motores Eléctricos en la Propulsión de Vehículos	13
2.1 <i>Introducción a la historia y evolución de los motores eléctricos</i>	13
2.2 <i>Introducción a la tipología de motores eléctricos</i>	14
2.2.1 Motores DC (corriente continua) de conmutación	14
2.2.2 Motores Paso a Paso	15
2.2.3 Motores Asíncronos	15
2.2.4 Motores Síncronos	16
2.2.5 Otros motores	17
2.3 <i>Justificación de la tipología elegida para el análisis</i>	17
2.4 <i>Características y comportamiento de los motores síncronos de imanes permanentes interiores</i>	20
2.4.1 Características	20
2.4.2 Comportamiento y modelo de régimen permanente de motor IPMSM trifásico	22
2.5 <i>Máquinas eléctricas multifásicas</i>	27
2.5.1 Introducción	27
2.5.2 Espectro armónico de la fuerza magneto-motriz en máquinas con distribuciones de devanados no sinusoidales	28
3 Análisis Matemático del Motor IPM de 5 fases	35
3.1 <i>Modelo matemático para un motor síncrono pentafásico de imanes interiores permanentes considerando la contribución del tercer armónico al par electromagnético.</i>	35
3.1.1 Ecuaciones del flujo magnético y tensión en el estator	36
3.1.2 Cálculo de la matriz de inductancias	39
3.1.3 Matriz de transformación	42
3.1.4 Expresión del par electromagnético.	44
4 Modelos Realizados y Análisis con Elementos Finitos	45
4.1 <i>Resolución de problemas electromagnéticos mediante FEA-Maxwell2D</i>	45
4.2 <i>Descripción de modelos y simulaciones realizadas.</i>	48
4.2.1 Modelos realizados	48
4.2.2 Simulación	53

4.3	<i>Resultados obtenidos</i>	55
4.3.1	Modelo 1	55
4.3.2	Modelo 2	56
4.3.3	Modelo 3	57
4.3.4	Modelo 4	58
5	Conclusiones y Líneas de Trabajo Futuras	59
5.1	<i>Conclusiones</i>	59
5.2	<i>Líneas de trabajo futuras</i>	61
	Anexo A: Transformadas de Clarke y de Park	62
	Anexo B: Materiales de los Imanes Permanentes	64
	Anexo C: Explicación Detallada del MEF para Problemas Electromagnéticos	67
	Referencias	78

Índice de Tablas

Tabla 1–1. Clasificación alternativa vehículos híbridos.	10
Tabla 2–1. Comparativa de motores eléctricos.	18
Tabla 2–2. Componentes en la fmm para máquinas trifásicas.	30
Tabla 2–3. Componentes en la fmm para máquinas pentafásicas.	34
Tabla 4–1. Especificaciones generales.	48
Tabla 4–2. Especificaciones "Modelo 1".	49
Tabla 4–3. Especificaciones "Modelo 2".	50
Tabla 4–4. Especificaciones "Modelo 4".	51
Tabla 4–5. Propiedades de los materiales.	52
Tabla 4–6. Condiciones para el mallado.	54
Tabla 4–7. Resultado "Modelo 1".	55
Tabla 4–8. Resultado "Modelo 2".	56
Tabla 4–9. Resultado "Modelo 3".	57
Tabla 4–10. Resultado "Modelo 4".	58
Tabla B–1. Equivalencia de unidades.	65

Índice de Figuras

Figura 1-1. Automóvil de William Morrison.	4
Figura 1-2. "La Jamais Contente" en 1899.	4
Figura 1-3. Esquema de vehículo con motor DC.	7
Figura 1-4. Esquema de vehículo con motor AC.	7
Figura 1-5. Arquitectura híbrida serie. ¡Error! Marcador no definido.	
Figura 1-6. Arquitectura híbrida paralelo. 9¡Error! Marcador no definido.	
Figura 1-7. Arquitectura híbrida serie-paralelo.	9
Figura 2-1. Características Par-Velocidad y Potencia-Velocidad. ¡Erro	
r! Marcador no definido.8	
Figura 2-2. Distintas configuraciones de rotor IPMSM.	21
Figura 2-3. Diagrama fasorial de régimen permanente del IPMSM.	23
Figura 2-4. Característica ángulo-par del IPMSM.	25
Figura 2-5. Diagrama circular del IPMSM en el plano d-q de corriente. ¡Erro	
r! Marcador no definido.6	
Figura 2-6. Distribución del devanado trifásico.	29
Figura 2-7. Función de devanado trifásico.	29
Figura 2-8. Pulsos de intensidad de fase para devanado trifásico.	29
Figura 2-9. Distribución del devanado pentafásico.	32
Figura 2-10. Función de devanado pentafásico.	32
Figura 2-11. Pulso de intensidad de fase para devanado pentafásico.	33
Figura 3-1. Esquema motor IPM pentafásico.	40
Figura 3-2. Función inversa de la distancia de entrehierro.	41
Figura 4-1. Comparación entre la curva B-H de un material lineal y uno no lineal.	47
Figura 4-2. Sección "Modelo 1".	49
Figura 4-3. Distribución de fases "Modelo 1".	49
Figura 4-4. Sección "Modelo 2".	50
Figura 4-5. Distribución de fases "Modelo 2".	50
Figura 4-6. Sección "Modelo 3".	51
Figura 4-7. Sección "Modelo 4".	51
Figura 4-8. Curva B-H de M19-29G.	52
Figura 4-9. Geometría mallada para análisis "Transient".	54
Figura 4-10. Par "Modelo 1".	55

Figura 4-11. Densidad de flujo magnético "Modelo 1".	55
Figura 4-12. Par "Modelo 2".	56
r! Marcador no definido.6	
Figura 4-13. Par "Modelo 3".	57
Figura 4-14. Par "Modelo 4".	58
Figura A-1. Esquema de los ejes d y q en un motor SPM.	62
Figura B-1. Curva B-H típica de un imán.	65
Figura B-2. Evolución del producto de energía máxima para diferentes materiales.	66
Figura C-1. Representación de dH_2 en P_2 producida por $I_1 dl_1$ en P_1 .	68
Figura C-2. Flujo magnético que atraviesa una superficie S .	69
Figura C-3. Flujo eléctrico creado por una carga Q_{en} contenida en un volumen V .	70
Figura C-4. Discretización de la geometría.	75

Notación

A^*	Conjugado
c.t.p.	En casi todos los puntos
c.q.d.	Como queríamos demostrar
■	Como queríamos demostrar
e.o.c.	En cualquier otro caso
e	número e
Re	Parte real
Im	Parte imaginaria
sen	Función seno
tg	Función tangente
arctg	Función arco tangente
sen	Función seno
$\sin^x y$	Función seno de x elevado a y
$\cos^x y$	Función coseno de x elevado a y
Sa	Función sampling
sgn	Función signo
rect	Función rectángulo
Sinc	Función sinc
$\frac{\partial y}{\partial x}$	Derivada parcial de y respecto
x°	Notación de grado, x grados.
Pr(A)	Probabilidad del suceso A
SNR	Signal-to-noise ratio
MSE	Minimumsquare error
:	Tal que
<	Menor o igual
>	Mayor o igual
\	Backslash
\Leftrightarrow	Si y sólo si

1 INTRODUCCIÓN

No heredamos la tierra de nuestros padres, la tomamos prestada de nuestros hijos.

- Proverbio Nativo Americano-

El desarrollo y la inversión en fuentes de energía no contaminantes, o energías limpias, han venido siendo objeto de un creciente interés a medida que ha aumentado la inquietud por la sostenibilidad y los aspectos medioambientales en la obtención de los recursos energéticos.

Esta es una de las razones por las que en la actualidad se está produciendo un nuevo florecer en el mercado de los vehículos híbridos y eléctricos. Debido a que este tipo de vehículos permite diversificar las fuentes de energía utilizables en el sector automotriz, constituyen una opción para conseguir una movilidad más respetuosa con el medio ambiente. Esto unido a una mejora en las tecnologías disponibles está ocasionando que la cuota de mercado de este tipo de vehículos esté experimentando un aumento quizá lento pero continuado.

En este capítulo se realiza pues una introducción, tanto al desarrollo, como a las configuraciones de este tipo de vehículos y sus componentes. Para cerrar describiendo los objetivos del proyecto y la estructura que se seguirá en el documento.

1.1 Preliminares

Conforme las necesidades de la población han ido creciendo, y debido al carácter perecedero de las fuentes de energías no renovables, más concretamente al inevitable agotamiento futuro de los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas), la concienciación por proveer a la sociedad de recursos renovables que sean competitivos frente a los convencionales se ha convertido hoy día en uno de los temas más relevantes.

Así la gran mayoría de los países incluyen planes e incentivos para la introducción y crecimiento de las energías renovables dentro de las estrategias de desarrollo energético, además de una legislación que promueve el aumento en la eficiencia en el consumo de energía.

Sin embargo, la industria del automóvil sigue hoy estando casi en su totalidad anclada a los combustibles procedentes del petróleo. Este tipo de energía no es, desafortunadamente, limpia ni renovable, siendo entre el 20 % y el 30 % de las emisiones de CO₂ debidas al consumo energético en el sector del transporte, que también produce otras emisiones de gases contaminantes como óxidos de nitrógeno, monóxido de carbono e hidrocarburos.

Por otro lado además, al ritmo de producción actual, se espera que el petróleo sea el de más pronta extinción entre todos los combustibles fósiles.

Hay estimaciones de reservas probables de petróleo para a lo sumo 100 años, y probadas, para entre 41 y 45 años aproximadamente, por lo que el futuro a largo plazo de este recurso energético no es prometedor.

El hecho del inevitable agotamiento de los recursos fósiles, de los cuales se obtienen los combustibles que consume el parque automovilístico actual, y de que las emisiones gaseosas que produce la quema de estos combustibles dañen el entorno, justifica plenamente el esfuerzo por la diversificación en las fuentes de energía potencialmente utilizables en el sector automotriz, así como el estudio para incrementar la eficiencia en el consumo energético de este sector y la disminución de las emisiones contaminantes.

En ese esfuerzo por incentivar otras formas de operar, para mejorar la eficiencia energética y reducir los efectos sobre el entorno, se han introducido diversas tecnologías, entre las que juega un papel importante el desarrollo de vehículos híbridos y eléctricos. De hecho los primeros han gozado de bastante aceptación comercial entre los consumidores, por preservar las ventajas de los vehículos provistos de motores de combustión, pero paliar en parte sus inconvenientes, siendo en general vehículos más eficientes, de menor consumo y menos contaminantes, pero que gozan de la potencia y autonomía de los vehículos de combustión tradicionales.

Sin embargo, esta tecnología tampoco se presenta como la solución a largo plazo, puesto que es inevitable el agotamiento futuro de las reservas de petróleo, por tanto cabe esperar que la línea de actuación se siga entre las siguientes alternativas:

- La introducción de formas de satisfacer la demanda de combustibles para los motores de combustión sin que éstos se obtengan a partir del petróleo, como por ejemplo el biodiesel.
- La introducción en los vehículos con motores que quemen otro tipo de combustibles, como por ejemplo los de hidrógeno y el abastecimiento de la demanda de estos combustibles de forma competitiva.
- La introducción de otro tipo de motores que no sean de combustión, como por ejemplo los motores eléctricos o los de aire comprimido.

Es por tanto pertinente pensar que los vehículos puramente eléctricos tendrán más relevancia en el futuro, y es por ello que hoy se está trabajando en diversas líneas de investigación con la intención de salvar la barrera y los inconvenientes que todavía los separa respecto de las ventajas que frente a ellos ofrecen los vehículos con motores de combustión, en concreto en el desarrollo de mejores baterías que incrementen su autonomía, la cual es su principal problema.

Dentro de los vehículos eléctricos, e híbridos, el diseño de los motores eléctricos que proveen de tracción al vehículo es una cuestión importante, puesto que es el elemento encargado de proporcionar energía mecánica al vehículo a partir de la energía eléctrica que se le suministre, y las características de comportamiento que el vehículo sea capaz de ofrecer están ligadas en gran parte a las características que pueda ofrecer el motor propulsor.

Por este motivo, es importante la elección de la tipología y la optimización en el diseño del motor eléctrico que se incorpore a cada tipo de vehículo en particular, de forma que se puedan satisfacer con la mayor eficiencia posible las características que se requieren en el comportamiento del vehículo.

Estas características son de potencia y velocidad, autonomía, rapidez en la respuesta del vehículo, eficiencia y confortabilidad en la conducción, además de la disminución de las emisiones gaseosas contaminantes que de hecho en los vehículos puramente eléctricos no existen.

Los vehículos eléctricos en estas características han alcanzado niveles muy distintos de conformidad, siendo en algunas superiores, en otras similares y en otras bastante inferiores a sus homólogos de combustión interna, pero se espera que con el desarrollo e investigación futura se puedan, por lo menos, equiparar a éstos en aquellas características que hoy le suponen un obstáculo.

1.2 Vehículos eléctricos e híbridos

El objetivo de este apartado es hacer una composición de lugar sobre la situación actual de los vehículos eléctricos e híbridos.

Para ello se empezará con una introducción histórica, luego se expondrá la situación del mercado actual y la normativa vigente. También se describirán las diferentes arquitecturas que existen y sus principales componentes, para exponer dónde se ubica el motor eléctrico dentro del sistema de tracción en cada caso. Y por último se comentarán las expectativas de futuro y anuncios de algunas marcas.

Lo anterior se expone en los siguientes apartados:

- Introducción a la historia de los vehículos eléctricos
- Situación de los vehículos eléctricos hoy en día.
- Descripción del esquema general de los vehículos eléctricos y de sus componentes.
- Descripción las distintas arquitecturas y clasificación de los vehículos híbridos.
- Expectativas y planes de futuro.

1.1.1 Introducción a la historia y evolución del vehículo eléctrico.

Los vehículos eléctricos se encontraban ya entre los primeros tipos de vehículos construidos en los comienzos de la industria automotriz.

Así el primer vehículo independiente que funcionaba con electricidad se construyó en la década de 1830 en Escocia, cuando entre 1832 y 1839 Robert Anderson inventó el primer carruaje de tracción eléctrica pura. Pero este vehículo disponía de unas baterías primarias no recargables, y esto le suponía un problema muy importante.

La expansión del coche eléctrico en esa época, viene ligada a las mejoras en sus baterías, y en 1859 Gastón Planté inventó la primera batería secundaria, lo que propició que naciones como Gran Bretaña y Francia apoyaran el desarrollo de los vehículos eléctricos.

También llegaron a las rutas otros vehículos eléctricos a lo largo del siglo XIX, por ejemplo en 1882 William Ayrton y John Perry (U.K.) inventaron el primer triciclo eléctrico. Aunque lo que se podría llamar realmente el primer automóvil eléctrico apareció en 1891, salido del taller de William Morrison, de Des Moines, Iowa.



Figura 1.1 Automóvil de William Morrison

En esta época, los primeros vehículos de combustión interna inventados por Karl Benz en 1885 y Rudolph Diesel con su motor diesel en 1892, eran muy contaminantes, ruidosos y requerían de gasolina, la cual no era todavía de fácil adquisición. Y en 1899 un coche eléctrico, el denominado “La Jamais Contenté”, batió el record de velocidad al superar los 100 km/h, lo cual le dio aún mayor popularidad a los vehículos eléctricos.



Figura 1.2 "La Jamais Contenté" en 1899

Todo esto hizo que a principios del siglo XX los automóviles eléctricos superaran en ventas a los de gasolina, debido a una conducción más limpia, tranquila y fácil. Además no requerían del arranque manual con manivela que sí necesitaban los automóviles de gasolina de la época.

Para el año 1897, existía una flota de taxis eléctricos en la ciudad de Nueva York y para el 1900, el 28 % de todos los automóviles en los Estados Unidos funcionaban con electricidad.

Sin embargo, poco después de ese auge de popularidad, el automóvil eléctrico entró en decadencia.

En 1911 Charles Kettering inventó el motor de arranque eléctrico para coches con motor de combustión interna. Esto, unido a la implantación de la producción en cadena, inventada en el 1909 por Henry Ford para su modelo Ford T, hizo que el coche con motor de combustión le fuera ganando terreno al coche con motor eléctrico.

Ya en 1912 en USA se vendieron 900 000 vehículos de gasolina frente a los 30 000 vehículos eléctricos.

Pero fue en la Primera Guerra Mundial cuando el coche eléctrico perdió definitivamente su importancia en el mercado. Debido a que la gran mayoría de vehículos que intervinieron en esta guerra utilizaban motores de combustión interna muchas marcas de vehículos eléctricos cerraron. Tanto es así, que para el año 1920, el automóvil eléctrico casi había desaparecido.

Los automóviles de combustión podían recorrer mayores distancias y más rápidamente, además el aumento en la facilidad para la disponibilidad de la gasolina contribuyó definitivamente a la transición hacia el motor de combustión interna.

La idea de un automóvil eléctrico para las masas resurgió en la década de 1960, aunque no se puso de moda hasta la década de los 70, cuando tomaron lugar ciertas preocupaciones acerca de la contaminación y el aumento en los precios del combustible.

Así, durante los años 60-70, debido al problema de la contaminación en las grandes ciudades, y con más énfasis, las posteriores crisis del petróleo del 73 y 79, los grandes fabricantes de automóviles comenzaron a mejorar la eficiencia de los coches de combustión interna, y además a fabricar sus versiones eléctricas de algunos de sus modelos convencionales, con el objeto de buscar alternativas al petróleo.

El primer vehículo eléctrico en esta época fue el CitiCar de Vanguard-Sebring, que salió en 1974. Este pequeño vehículo podía ir sólo a 48 km/h y recorrer aproximadamente 64 km con cada carga. Se fabricaron alrededor de 2.000 unidades. Pero el CitiCar no era muy seguro, ya que su carrocería era principalmente de plástico, no alcanzó el éxito esperado y en el año 1976 el fabricante dejó de construirlos.

Se le buscaron otros usos a los vehículos eléctricos distintos al de utilitario personal. El Servicio Postal de los Estados Unidos compró alrededor de 350 Jeeps eléctricos para repartir el correo en 1975. Estos vehículos podían recorrer hasta 64 km, tenían una velocidad máxima de 80 km/h y cada vehículo requería 10 horas de tiempo de recarga. Éste sí parecía ser un buen uso para un vehículo eléctrico: distancias cortas para recorrer en un período limitado de tiempo. Sin embargo, este programa fue interrumpido.

En 1976, el Congreso de los Estados Unidos aprobó una ley para incentivar el desarrollo de vehículos eléctricos e híbridos. El objetivo de la ley era, en parte, mejorar la tecnología de las baterías, aunque los fabricantes no mostraron interés hasta 1988. Ese año, General Motors (GM) comenzó a aportar dinero para la investigación con vistas a la construcción de un automóvil eléctrico para el mercado de consumidores, el denominado EV1, que se fabricó desde 1996 hasta 1999. Pero el EV1 estuvo disponible a los consumidores de California únicamente para alquiler.

Pronto se sumaron otros vehículos eléctricos al EV1, como el Toyota RAV4 EV, una versión enchufable del popular vehículo deportivo utilitario pequeño, el cuál fue probado en Japón a mediados de la década de 1990 y comercializado en California.

En 1997 se empiezan a comercializar en Japón los primeros vehículos híbridos, producidos en serie, como el Toyota Prius y el Honda Insight. En los años siguientes diversas compañías empiezan a desarrollar diferentes disposiciones y tecnologías para vehículos híbridos.

Las empresas pudieron alquilar el RAV4 EV entre los años 1997 y 2000. De 2001 a 2003, Toyota dispuso el automóvil para alquileres personales en los Estados Unidos, con la concreción de algunas ventas en 2002. No obstante, para el año 2003, el RAV4 EV fue interrumpido, dejando de fabricarse.

Actualmente existen muy pocos de estos vehículos eléctricos de primera generación; la mayoría de los EV1 fueron recobrados por GM y destruidos. Sin embargo, algunos de los RAV4 EV permanecen en funcionamiento y en circulación, y la tecnología de vehículos híbridos sí ha gozado de mayor popularidad.

Ya en 2003 se funda la compañía Tesla Motors, la cual se dedica exclusivamente al diseño y fabricación de vehículos eléctricos. Esta compañía acaparó una gran atención con el lanzamiento de su modelo Tesla Roadster en 2006 el cuál fue el primer deportivo completamente eléctrico, y recientemente ha comercializado el modelo Tesla Model S, además de estar desarrollando actualmente otros modelos.

Hoy día gran cantidad de compañías ofrecen vehículos eléctricos e híbridos, siendo los híbridos la alternativa más extendida, pues los vehículos puramente eléctricos necesitan de una infraestructura para permitir la recarga y cambio de baterías, distribuida en las rutas de circulación o aparcamientos, la cual no está establecida aún.

En 2007 se creó la compañía Better Place cuyo objetivo era reducir la dependencia del petróleo a nivel global, a través de la creación de una infraestructura de transporte fundamentada en el libre mercado que sirviera de apoyo a los vehículos eléctricos. En 2008 anunció la firma de un acuerdo con Renault-Nissan para construir el primer modelo en el mundo de operador de una red de recarga eléctrica para el transporte limpio en Israel, así

Renault desarrolla para 2011 el modelo Renault Fluence Z.E. con baterías intercambiables que serían recargadas y repuestas en la infraestructura desarrollada por Better Place.

Sin embargo la penetración en el mercado de los modelos de vehículos eléctricos que harían uso de dicha infraestructura no ha cubierto las expectativas, y Better Place se declaró en bancarrota en mayo de 2013. La compañía es dueña de las baterías de los modelos Renault Fluence Z.E. habilitados para su cambio automático, y el liquidador de la empresa designado por la corte deberá decidir cómo resuelve el problema de la propiedad de las baterías para que los usuarios que hayan adquirido un modelo Fluence Z.E. a través de Better Place no se queden con un vehículo eléctrico inservible.

Las baterías siguen siendo un gran problema para los vehículos eléctricos.

Desarrollar esta tecnología para que funcione a un nivel que complazca a los consumidores es un tremendo obstáculo.

Las baterías deben tener la capacidad de hacer ciertas cosas de manera adecuada, deben conservar la carga suficiente para permitir que el vehículo recorra una distancia útil, deben tener la capacidad de generar suficientes caballos de fuerza para que el motor pueda ser utilizado en el mundo real y deben recargarse de manera relativamente rápida. Además el costo de reemplazo de baterías debe ser razonable.

Pero la tecnología de las baterías ha ido evolucionando. Los primeros vehículos eléctricos modernos utilizaban baterías de ácido-plomo, luego una mejora fue el cambio a baterías de níquel metal hidruro (NiMH) y actualmente se han desarrollado las baterías de ión de litio (Li-ion) que tienen una densidad energética mucho mayor y se recargan más rápidamente.

Esto unido al avance en la eficiencia de los motores hace que los vehículos eléctricos puedan competir con los vehículos de combustión ya en el presente y más aún en un futuro cercano.

1.1.2 Situación de los vehículos eléctricos hoy en día.

A finales de la década de 1990 y a principios de 2000, parecía que el automóvil eléctrico se convertiría en una realidad. Pero las limitaciones de la tecnología de baterías fueron excesivas y los híbridos se volvieron una alternativa muy popular, por lo menos como recurso provisional.

No obstante, la tecnología de las baterías ha evolucionado en busca de soluciones como la batería de litio, y sigue trabajando en busca de otras aún más competitivas, como las recientes investigaciones en baterías de grafeno por lo que se espera que los consumidores tengan una idea diferente de los vehículos eléctricos en un futuro próximo. Es por esto que la industria automotriz mantiene su compromiso con los vehículos eléctricos.

Hoy día hay muchos vehículos eléctricos en desarrollo en todo el mundo y actualmente las marcas automovilísticas Aixam, Audi, BMW, BYD, Chevrolet, Citroën, Eve, Ford, Honda, KIA, Lexus, Mahindra Reva, Mercedes-Benz, Mitsubishi, Nissan, OPEL, Peugeot, Porsche, Renault, Smart, Tazzari, Tesla, Think, Toyota, Twike, Volkswagen y Zytel entre otras ofertan modelos de vehículos eléctricos e híbridos.

El mercado de vehículos eléctricos es aún un mercado reciente, que tiene que competir con el de vehículos tradicionales, el cual está completamente asentado desde hace tiempo, y goza de todas las infraestructuras necesarias para su operación. Por ello es un sector donde la innovación y el desarrollo de soluciones cada vez más competitivas a los viejos problemas, será la clave para la viabilidad de las empresas que inviertan en el.

1.1.3 Descripción del esquema general de los vehículos eléctricos y de sus componentes.

Los vehículos eléctricos son aquellos que sólo utilizan energía eléctrica para su funcionamiento y están constituidos por un esquema bastante sencillo.

Los componentes principales de un vehículo puramente eléctrico son el motor, las baterías, el cargador, el convertor y los inversores.

El esquema de distribución es distinto según si el vehículo está provisto de un motor de corriente continua o uno de corriente alterna.

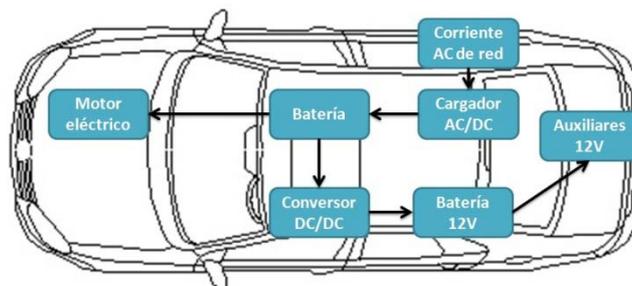


Figura 1.3 Esquema de vehículo con motor DC

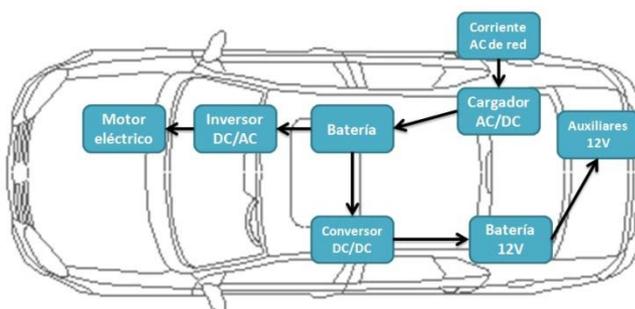


Figura 1.4 Esquema de vehículo con motor AC

Sigue una breve descripción de cada elemento:

- El cargador, o transformador convertidor, es aquel elemento que absorbe la electricidad de forma alterna directamente desde la red y **la transforma en corriente continua** para cargar la batería principal.
- Las baterías almacenan la energía que le cede el cargador en forma de corriente continua. **Esta batería principal es el medio por el que se alimenta todo el coche eléctrico.** En los coches que tienen un motor eléctrico de corriente continua, esta batería iría directamente conectada al motor, en cambio, en los coches eléctricos que tienen un motor eléctrico de corriente alterna, la batería va conectada a un inversor.
- Los inversores u onduladores son los encargados de transformar la corriente continua que cede la batería principal, en corriente alterna. De esa manera se puede alimentar el motor del coche eléctrico. En el caso de un coche provisto de un motor de corriente continua, **este componente no existiría.**

- El convertor transforma la alta tensión de corriente continua que aporta la batería principal en baja tensión de corriente continua. Este tipo de corriente es el que se utiliza para alimentar las baterías auxiliares de 12 V, que son las que alimentan los componentes auxiliares eléctricos del coche.
- El motor de un coche eléctrico puede ser un motor de corriente alterna o de corriente continua. La diferencia entre estos los dos tipos, principalmente, es la forma de alimentación. El de corriente continua se alimenta directamente desde la batería principal, y el de corriente alterna se alimenta a través de la energía que emite la batería previamente transformada en corriente alterna a través del inversor.

1.1.4 Descripción las distintas arquitecturas y clasificación de los vehículos híbridos

Los vehículos híbridos utilizan varios tipos de energía para su funcionamiento, siendo los más extendidos los que hacen uso del motor eléctrico y el de combustión. Su arquitectura se define usualmente como el esquema de conexión entre los componentes de la tracción del vehículo. Ésta es más compleja que el de los vehículos puramente eléctricos y varía atendiendo a su principio de funcionamiento. Según este principio de funcionamiento se pueden clasificar en:

- Híbridos en serie: El motor de combustión no tiene conexión mecánica con las ruedas, sólo se usa para generar electricidad. Dicho motor funciona a un régimen óptimo, de máxima eficiencia, y recarga la batería, desconectando temporalmente cuando ésta ya está cargada. La tracción es siempre eléctrica. Este tipo de disposición tiene dos inconvenientes, no se puede repartir la potencia de tracción requerida por el vehículo entre el motor de combustión (ICE) y el motor eléctrico, por lo que éstos deben de tener una potencia suficientemente elevada, y además la eficiencia del sistema se ve disminuida debido a que la energía proporcionada por el motor de combustión (ICE) tiene que transformada en otro tipo dos veces, primero a energía eléctrica y luego a mecánica, perjudicando así el rendimiento global. Esta arquitectura tiene en general un coste mayor que el sistema en paralelo.

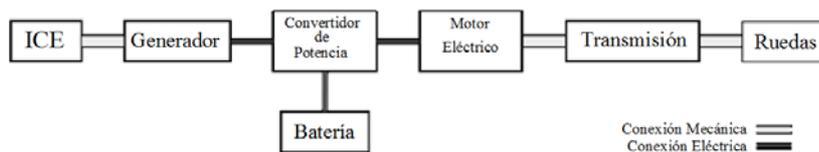


Figura 1.5 Arquitectura híbrida serie

- Híbridos en paralelo: Tanto el motor ICE como el eléctrico se utilizan para dar potencia a la transmisión a la vez. La potencia se transmite a las ruedas desde la unidad de potencia híbrida o transmisión híbrida. Además ésta arquitectura permite al motor eléctrico funcionar como generador y recuperar parte de la energía de frenado, además de auxiliar al motor ICE en los picos máximos de demanda de potencia. Como el ICE y el motor eléctrico proporcionan potencia de forma conjunta, pueden instalarse motores con capacidad menor a la máxima requerida por el vehículo. Es una solución relativamente sencilla, pero no es la más flexible.

Hay varias configuraciones en función del tipo de acoplamiento mecánico entre el ICE y el motor eléctrico. Por ejemplo, puede ser con acoplamiento de par en configuración de eje simple o eje doble, con acoplamiento de velocidad con un engranaje planetario, o una mezcla de par-velocidad.

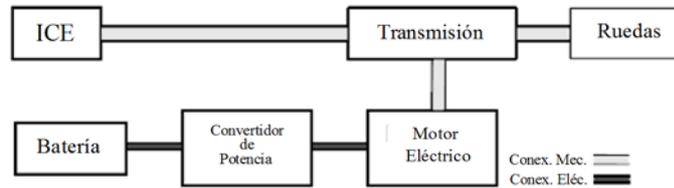


Figura 1.6 Arquitectura híbrida en paralelo

- Híbridos serie-paralelo: Esta arquitectura es una mezcla de la disposición en serie y la disposición en paralelo, con el objetivo de conseguir los beneficios de ambas. Concretamente tiene los beneficios de la disposición en paralelo pero el ICE puede además alimentar al motor eléctrico o recargar las baterías gracias a un generador.

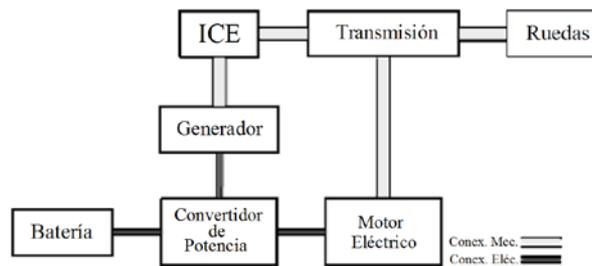


Figura 1.7 Arquitectura híbrida serie-paralelo

- Híbridos combinados: La transmisión mecánica es doble, mediante dos ejes separados, lo cual consigue un sistema de transmisión más ligero y un sistema más flexible. Por ejemplo, las ruedas delanteras impulsadas por el sistema híbrido y las traseras impulsadas sólo por la parte eléctrica. Es una solución muy eficiente, y permite gran flexibilidad en la gestión del flujo de potencia, aunque mucho más compleja a nivel mecánico y electrónico.

Existen otras formas de clasificar los vehículos híbridos, atendiendo a la relevancia que tiene en el vehículo la potencia que entrega el motor eléctrico, y la función que desempeña. Esta clasificación se menciona brevemente pero no se va a entrar en mayores detalles. Estas categorías son:

- Micro-híbrido o micro-hybrid: En las paradas se apaga el motor térmico. Cuando se quiere reanudar la marcha un alternador reversible arranca el motor utilizando energía recuperada previamente a la detención. Sólo ahorra en ciclo urbano y no hay un motor eléctrico que impulse al coche.
- Semi-híbrido o mild-hybrid: El motor eléctrico se utiliza como una asistencia al motor térmico y además es generador de energía en las frenadas y retenciones, pero no puede impulsarse de forma 100% eléctrica (con el motor térmico apagado), aunque sí con el motor térmico sin consumir pero moviendo sus piezas mecánicas.

- Completamente híbrido o full-hybrid: Se puede circular en determinadas condiciones sólo con el motor eléctrico, mientras el térmico está totalmente apagado y no mueve sus piezas. Este cambio puede ser de forma automática o voluntaria.

Tabla 1.1 Clasificación alternativa vehículos híbridos

	MICRO-HYBRID	SEMI-HYBRID	FULL-HYBRID
Potencia (kW)	2.5	10-20	30-100
Nivel de tensión (V)	12	100-200	200-300
Ahorro de energía (%)	5-10	20-30	30-50
Incremento de precio (%)	3	20-30	30-40

- Híbrido enchufable o PHEV: Pertenece a este grupo si sus baterías son recargables mediante energía eléctrica convencional, es decir, enchufándolo, y recorre al menos 32 km sin necesidad de otro sistema de propulsión.
- Coche eléctrico de rango extendido o EREV: Como el caso anterior pero si además es un híbrido en serie. En la práctica se les considera coches eléctricos porque no necesitan el motor térmico más que para sostener la carga, y pueden funcionar sin ellos al 100%. Esto significa que cuando se acaban las baterías el motor térmico se usa sólo para generar electricidad a un régimen constante con el objetivo de aumentar la autonomía a un coste por kilómetro bajísimo.

1.3 Expectativas y planes de futuro.

Siguiendo con el informe de la Universidad de Duisburg-Essen, las previsiones de futuro estiman que en 2020 en la Unión Europea (UE-27) se registrarán unos 15 millones de vehículos (turismos y comerciales pequeños) nuevos, de los que tan solo el 7% serán eléctricos. Para el año 2030 se prevé que la cifra total permanezca estable, pero el 30% de los vehículos nuevos serán eléctricos. Se espera que para 2020 y 2030, la industria europea de automoción será capaz de exportar no sólo vehículos de combustión interna sino también eléctricos.

La penetración en el mercado mundial dependerá de que el índice coste - utilidad de los eléctricos mejore sustancialmente comparado con el de los vehículos de combustión interna. Si el índice de estos últimos es 100, se espera que el valor actual de 45 para los eléctricos de batería pase a 65 en 2020 y a 131 en 2030. Para los híbridos enchufables, el valor actual es de 67 y se espera que mejore a 83 en 2020 y a 128 en 2030. En cambio para los de célula de combustible las mejoras estimadas son casi inapreciables. La mejora en estos índices será principalmente consecuencia de la disminución del sobrecoste que actualmente tiene el vehículo eléctrico sobre el de combustión. Las previsiones indican que este sobrecoste disminuirá en un 50% para 2020 y hasta en un 70% en 2030. A ello contribuirá en gran medida la disminución del precio de fabricación de baterías, acompañada de una mayor eficiencia en todos los procesos así como de las mejoras tecnológicas derivadas de la optimización en el diseño y ensamblaje al aumentar la escala de producción. Sin duda, de cumplirse estas previsiones nos encontraríamos ante un gran éxito del vehículo eléctrico.

1.4 Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es el estudio de la influencia de distintas tipologías y geometrías de motores eléctricos pentafásicos con imanes interiores permanentes en la generación de par electromagnético de forma que sea posible obtener una ganancia de par mediante la introducción de una componente de tercer armónico en la alimentación del motor.

Se pretenderá así mismo alcanzar una mayor comprensión sobre los parámetros fundamentales que determinan esta característica y la visualización de las líneas que deben seguir para un comportamiento óptimo en este sentido.

Se establecen los siguientes objetivos directos:

- Introducción al diseño de máquinas eléctricas.
- Análisis teórico de la producción de par electromagnético.
- Análisis de las pérdidas y de los parámetros que influyen en la eficiencia.
- Introducción al análisis de problemas electromagnéticos mediante FEM.

También se desarrollan los siguientes objetivos transversales:

- Desarrollo de la capacidad de búsqueda, comprensión y evaluación de publicaciones y documentos relacionados con el proyecto.
- Desarrollo de la capacidad de elaboración de modelos y actitud crítica ante los supuestos y los parámetros pertinentes en dicho modelo, con los obtenidos en simulaciones numéricas.
- Desarrollo de las capacidades narrativas en la elaboración de un documento que refleja el trabajo realizado.
- Desarrollo de la capacidad verbal expositiva y de presentación del trabajo realizado

1.5 Estructura del documento

El documento se ha estructurado en los siguientes capítulos:

- **Capítulo 1:** En este capítulo se expone la motivación de este proyecto, se hace una introducción a la evolución y tipología de los vehículos eléctricos e híbridos. Se establecen los objetivos del proyecto y se resume la estructura del trabajo realizado.
- **Capítulo 2:** En esta sección realiza una introducción a la evolución de las máquinas eléctricas. Se realiza una descripción de sus diferentes tipologías y se analizan las prestaciones que presentan las opciones más habituales en tracción de vehículos eléctricos. Se expone la justificación para la elección de la tipología de motor simulada en el estudio de este proyecto. Se desarrolla la evolución y aspectos de las máquinas eléctricas multifásicas y se introducen los aspectos matemáticos pertinentes en el modelado de este tipo de máquinas.
- **Capítulo 3:** Se detallan los fundamentos teóricos y el modelo matemático del comportamiento de los motores pentafásicos de imanes permanentes interiores y se analizan la expresión del par electromagnético que generan.
- **Capítulo 4:** Se realiza una introducción a la resolución de problemas electromagnéticos mediante elementos finitos y se describen los modelos realizados para la simulación con ayuda del programa utilizado en este proyecto (Maxwell 16.0 de ANSYS 14.5). Se exponen los resultados conseguidos obtenidos de las simulaciones numéricas.
- **Capítulo 5:** Se presenta un resumen y se analizan las conclusiones más relevantes extraídas durante el desarrollo del proyecto, así como sus posibles aplicaciones en líneas de investigación futuras.

2 MOTORES ELÉCTRICOS EN LA PROPULSIÓN DE VEHÍCULOS

Si quieres entender el universo, piensa en términos de energía, frecuencia y vibración.

- Nikola Tesla -

Existe una enorme cantidad de publicaciones y trabajos sobre el diseño de motores eléctricos, en toda su diversa tipología, tanto para aplicaciones en general, como para su aplicación concreta en la tracción de vehículos eléctricos.

Con el objetivo de hacer una introducción a la evolución y tipología de los motores eléctricos, así como de justificar la tipología estudiada en este proyecto este capítulo se organiza en cinco apartados:

- Introducción a la historia y evolución de los motores eléctricos.
- Introducción a la tipología de motores eléctricos.
- Justificación de la tipología elegida para este proyecto.
- Características de los motores síncronos con imanes permanentes interiores.
- Máquinas multifásicas.

2.1 Introducción a la historia y evolución de los motores eléctricos

Después del descubrimiento de la relación entre electricidad y el magnetismo en 1821 por el químico danés Hans Christian Ørsted, los físicos británicos Michael Faraday y Peter Barlow crearon dispositivos que demostraban la transformación de la corriente eléctrica en movimiento. Pero la "rueda de Barlow" era solo capaz de convertir la electricidad en un movimiento poco potente, y no producía una fuerza mecánica real.

Los primeros motores eléctricos técnicamente utilizables fueron creados por el ingeniero Moritz von Jacobi, quien los presentó por primera vez al mundo en 1834.

Werner von Siemens patentó en 1866 la dinamo. Con ello no sólo contribuyó al inicio de los motores eléctricos, sino también introdujo el concepto de ingeniería eléctrica, creando planes de formación profesional para los técnicos de su empresa.

En 1871, el físico belga Zénobe Gram presenta en la Academia de Ciencias de París el primer generador industrial de corriente continua.

En 1887, el físico serbio, Nikola Tesla presentó la primera patente del primer motor eléctrico actual de corriente alterna.

Karl Marx predijo que la electricidad causaría una revolución industrial de mayores alcances que la que se vivía en la época con las máquinas de vapor, como ciertamente se produjo, pues la denominada segunda revolución industrial está ligada al desarrollo de las máquinas eléctricas.

Antonio Pacinotti inventó el inducido en forma de anillo en una máquina que transformaba movimiento mecánico en corriente eléctrica continua con una pulsación, y dijo que su máquina podría funcionar de forma inversa. Ésta es la idea del motor eléctrico de corriente continua.

El desarrollo y la investigación sobre motores y máquinas eléctricas continúan en nuestros días, implementándose herramientas cada vez más sofisticadas de análisis y diseño.

2.2 Introducción a la tipología de motores eléctricos

Existe una gran variedad de tipos de motores y generadores eléctricos con diferentes características y funcionamiento. La elección de una tipología responde a los requisitos del diseño, pudiendo haber diferentes alternativas que sean una buena elección, dadas unas limitaciones y solicitudes.

No se pretende dar una explicación exhaustiva sobre cada tipología, pero sí comentar algunas características de cada una.

2.2.1 Motores DC (corriente continua) de conmutación

Estos motores funcionan generando campos electromagnéticos estáticos normalmente en el estator y conmutando bobinas en el rotor alimentadas con corriente continua.

Ejemplos de estos motores son:

- Motores DC de estator bobinado, rotor conmutado por un sistema de delgas y escobillas, su estator bobinado permite alimentación en serie del rotor y el estator o independiente para cada uno.
- Motores DC con imanes permanentes en el estator, también con el rotor conmutado por un sistema de delgas y escobillas, pero el estator no está alimentado, si no que está constituido por imanes permanentes.
- Motores DC sin escobillas llamados también “Brushless”, que cambian los imanes del estator al rotor.
- Motores Homopolares que funcionan con la inducción de un solo imán.

Siguen teniendo gran aplicación en la industria, especialmente tras el desarrollo de la electrónica de potencia y los convertidores, que han permitido la transformación y control de la corriente continua, eliminando la principal limitación de la corriente continua, la dificultad para aumentar o reducir su voltaje.

2.2.2 Motores Paso a Paso

Los motores paso a paso llamados también “Steppers”, son motores también de continua, pero que se caracterizan por su funcionamiento a “pasos” o moviéndose entre diferentes estados estables. El rotor se mueve a una determinada posición marcada por el campo del estator (campo electromagnético estático) y alcanza una posición de reposo. Acto seguido el estator impone otro campo y el rotor se mueve hasta alcanzar este punto.

Ejemplos de estos motores son:

- Steppers con rotor de imanes permanentes, que aprovechan el flujo dado por imanes permanentes.
- Steppers con rotor de reluctancia variable, que funcionan gracias a la irregularidad geométrica de su rotor.
- Steppers híbridos, aprovechan los dos fenómenos anteriores.
- Motores de tipo Lavet, un caso especial de stepper híbrido utilizado, por ejemplo, en relojes. Este motor tiene un rotor de imán permanente con un estator bobinado con posiciones estables por reluctancia. Los pulsos dados por la bobina generan un movimiento en el rotor, al finalizar el pulso, el rotor por reluctancia va al siguiente estado estable.

Su uso es especialmente común en aplicaciones de control de posición, por su facilidad de control y precisión, por ejemplo en impresoras y plotters. También se utilizan en aplicaciones de poca potencia como pequeños ventiladores.

2.2.3 Motores Asíncronos

Los motores asíncronos también llamados motores de inducción, son motores que funcionan con corriente alterna y que se caracterizan por girar a velocidades ligeramente inferiores a la velocidad síncrona eléctrica. El campo generado por el bobinado del estator se mueve a una velocidad proporcional a la frecuencia eléctrica y al número de polos del estator. El rotor constituido por materiales conductores es inducido por el campo del estator y genera un campo giratorio que persigue el campo del estator, aunque a menor velocidad.

Las dos clases principales de esta familia de motores son:

- Motores de inducción con rotor de jaula de ardilla, cuyo rotor está formado por barras metálicas cortocircuitadas por aros conductores. Existen diferentes tipos de jaula, dependiendo del funcionamiento que se espere del motor, haciendo un motor más resistivo o más inductivo, o formando el rotor por dos jaulas de ardilla de diferentes características, llamado rotor de doble jaula de ardilla.
- Motores de inducción de bobinas cortocircuitadas, que en vez de barras, presentan devanados cortocircuitados. Este rotor aventaja al de jaula de ardilla en una mayor flexibilidad de funcionamiento ya que pueden ser modificadas las características del rotor mediante la adición de resistencias al bobinado cortocircuitado a través de anillos deslizantes, modificando así su curva de trabajo.

El uso de estos motores está ampliamente extendido en la industria. Son motores robustos, relativamente baratos y con buen rendimiento que permiten un muy buen funcionamiento especialmente a altas velocidades. Uno de sus principales inconvenientes es su bajo par (en la mayoría de casos), que presentan a velocidades bajas, de ahí por ejemplo la doble jaula para compensar este defecto.

2.2.4 Motores Síncronos

Los motores síncronos se caracterizan principalmente por funcionar a velocidades síncronas. El estator (en la mayoría de casos igual al de un motor de inducción), genera un campo electromagnético que gira a una velocidad síncrona, tal como haría en un motor de inducción. El rotor o bien se basa en la generación de un campo magnético estático o bien en la atracción por diferencia de reluctancia o por ambos.

Parte de los motores síncronos requieren de un sistema auxiliar de arranque, pues por si solos algunos no pueden arrancar. Este método por ejemplo puede ser la adición de una jaula de ardilla para el inicio del movimiento.

Los motores síncronos, asimismo se podrían subdividir entre motores con imanes permanentes y motores sin imanes. Esta subdivisión de motores responde a motivos tanto de funcionamiento y diseño (uso principal de reluctancia o de campo magnético) como económicos, resaltando el encarecimiento de los imanes, especialmente las tierras raras.

Ejemplos de los motores síncronos con imán serían:

- Motores de Imanes Permanentes Superficiales, que solo utilizan el campo del imán y no la reluctancia. Las diferencias entre motores de este tipo radican principalmente en la geometría de los imanes, planos, en chaflán, redondeados...
- Motores de Imanes Permanentes Interiores, que aprovechan tanto el fenómeno de la atracción de la reluctancia como el campo del imán. Esta clase de motores presenta muchas configuraciones de rotor, según posiciones de imán y búsqueda de aprovechar posibilidades de la reluctancia geométrica del rotor. También se recurre a esta clase de motores para intentar maximizar la cantidad de imán en el rotor y concentrar flujo magnético en la chapa. Existen geometrías con imanes perpendiculares al radio del imán, existen también imanes situados en V, situados radialmente...
- Motores de reluctancia síncrona asistidos con imanes permanentes, que son motores de reluctancia síncrona que rellenan las barreras magnéticas con imanes permanentes, normalmente polvo de imán suspendido en una matriz polimérica, llamados también "Bonded Magnets", que gracias a su baja permeabilidad magnética permiten conservar la saliencia y añadir flujo magnético para obtener más par mecánico.

Ejemplos de los motores síncronos sin imán serían:

- Motores síncronos de anillos deslizantes, el rotor es alimentado en continua a través de un sistema de anillos deslizantes que permiten generar en este un campo electromagnético estático. Este método permite controlar la intensidad de campo también en el rotor, pudiendo ejecutar técnicas de debilitamiento de campo desde el rotor. Puede ser de polos lisos o salientes, dependiendo de si su diseño intenta aprovechar la reluctancia o no.
- Motores síncronos de diodos giratorios, su funcionamiento es igual que el de anillos deslizantes, más la alimentación del rotor se genera mediante un generador secundario de corriente alterna que gira solidariamente con el eje del síncrono. En este mismo eje, gira también un rectificador de diodos que convierte esta corriente alterna en la corriente continua que necesita como excitación el rotor.
- Motores de reluctancia variable, en concepto son como un stepper de reluctancia variable, estos motores aprovechan únicamente la reluctancia debida a la geometría del rotor. Son baratos, pero requieren un estator con bobinados concentrados y alimentado en continua.

- Reluctancia síncrona, estos motores que aprovechan solamente la reluctancia se caracterizan porque las bobinas del estator pueden ser alimentadas sinusoidales, o con ondas de seis pasos o con Pulse Width Modulation (PWM). Esto se consigue mediante la disposición estratégica de las barreras (zonas de material con permeabilidad magnética baja) y los portadores (zonas de material con permeabilidad magnética alta), consiguiendo niveles de saliencia aún más altos que en los de Reluctancia Variable. De por sí estos motores requieren estrategias y sistemas de arranque, pues de por sí no lo hacen, así que no es poco común añadirles una jaula de ardilla en el rotor para ayudar al arranque de estos motores.

El uso de estos motores es también muy extendido y de aplicación amplia. Podemos encontrar motores de imanes permanentes interiores por ejemplo en el turismo Toyota Prius, también motores de Reluctancia Síncrona en la novedosa gamma de ABB, motores de imanes superficiales en aplicaciones de altísima eficiencia aeroespacial, motores de reluctancia variable en algunas lavadoras, etc...

2.2.5 Otros motores

Estos motores poseen características destacables que los hacen meritorios de una clasificación a parte.

- Motores universales, estos motores se caracterizan por ser capaces de funcionar con alimentación continua y con alimentación alterna. En continua actúan como un motor de excitación serie, en alterna ya que la inversión de la tensión es tanto en el inductor como en el inducido el comportamiento sigue siendo similar al de una máquina de excitación serie. Aun así, en alterna tienen un menor par que en continua y en general este funcionamiento suelen causar un mayor chispeo entre delgas y escobillas, que suele hacer necesario un devanado compensador en algunos tamaños de motor.
- Motores de histéresis, estos motores aprovechan el fenómeno de la histéresis en el rotor para misma dirección y actúa de manera similar a un motor de imanes permanentes. producir par. Su estator es similar al de un motor de inducción, más su rotor está formado por un material magnético duro. El rotor se va polarizando siguiendo el estator, pero mientras no alcanza la velocidad síncrona va siempre con un retraso angular. En este momento el motor funciona de manera similar al motor asíncrono. Cuando alcanza la velocidad síncrona el rotor está siempre polarizado en la misma dirección y actúa de manera similar a un motor de imanes permanentes.

La aplicación de los motores universales es común, especialmente, en el entorno doméstico. Motores de batidoras, cepillos eléctricos y demás electrodomésticos de pequeñas dimensiones suelen pertenecer a esta tipología.

Los motores de histéresis son menos utilizados y su aplicación es más específica en caso en que se requieran las características concretas de estos motores.

2.3 Justificación de la tipología elegida para el análisis

En un vehículo propulsado por un motor eléctrico, el par máximo del motor está determinado por la aceleración a bajas velocidades y la capacidad de ascenso del vehículo, las revoluciones máximas del motor por la velocidad máxima del vehículo y la potencia alcanzada en la zona de potencia constante por aceleración del vehículo desde la velocidad base hasta la velocidad máxima.

Los perfiles ideales de par-velocidad y potencia-velocidad se indican en la Figura 2.1. Las áreas sombreadas indican los rangos de potencia-velocidad requeridos con frecuencia por un vehículo en sus dos modos habituales de conducción, circuito urbano y conducción en carretera o autopista, en los que por tanto, se requiere una alta eficiencia del motor.

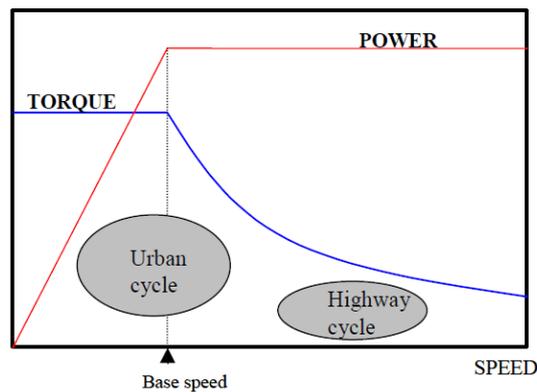


Figura 2.1 Características Par- Velocidad y Potencia-Velocidad

En general, un motor eléctrico puede funcionar en área urbana cumpliendo con el requisito de rendimiento correctamente. Pero el problema reside en la región de alta velocidad, ya que no se puede aumentar fácilmente la velocidad del motor mientras se mantiene la potencia constante.

Por lo tanto, lograr una región de potencia constante más amplia en el rango de alta velocidad es un punto clave de la investigación sobre motores de tracción para vehículos híbridos y eléctricos.

Popularmente se utilizaron los motores de corriente continua en la tracción de vehículos eléctricos hace un par de décadas, debido a que poseen algunas características deseables como un control sencillo y un comportamiento adecuado en la relación par-velocidad.

Sin embargo, hoy en día no resultan una opción atractiva debido a su baja eficiencia y la frecuente necesidad de mantenimiento que requieren sus estructuras mecánicas, cepillos y conmutadores.

Por lo tanto, gracias al rápido desarrollo de los circuitos integrados a gran escala (LSI) y de dispositivos de conmutación de elevada potencia como el IGBT (Insulate Gate Bipolar Transistor), los motores de inducción, el motor síncrono de imanes permanentes y el motor de reluctancia conmutada se han implementado para los sistemas de tracción de la mayoría de los vehículos eléctricos actuales.

Cada tipo de motor tiene sus propias ventajas y sus inconvenientes, como se enumera en la Tabla 2.1, que se resume a partir de conocimiento general de las máquinas eléctricas.

Tipo de máquina	Ventajas	Inconvenientes
Motor DC	<ul style="list-style-type: none"> • Fácilmente controlable • Apropiaada característica par-velocidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Necesidad frecuente de mantenimiento • Baja fiabilidad y eficiencia • Limitado rango de velocidades de operación
Motor de inducción (IM)	<ul style="list-style-type: none"> • Amplio rango de velocidades • Fiabilidad elevada • Bajo coste • Robustez en ambientes agresivos 	<ul style="list-style-type: none"> • Baja densidad de potencia y grandes tamaños • Baja eficiencia • Problemas térmicos a temperaturas altas

Motor síncrono con imanes permanentes (PMSM)	<ul style="list-style-type: none"> • Densidad de par elevada y bajo coste • Elevada eficiencia 	<ul style="list-style-type: none"> • Limitado rango de velocidades de operación • Coste elevado • Elevadas pérdidas en el acero del estator a elevadas velocidades
Motor de reluctancia conmutada (SRM)	<ul style="list-style-type: none"> • Adecuada característica de par-velocidad • Gran fiabilidad • Bajo coste • Robustez en ambientes hostiles 	<ul style="list-style-type: none"> • Vibraciones elevadas y gran pulsación de par • Baja densidad de potencia • Baja eficiencia

Tabla 2.1 Comparativa de motores eléctricos para la aplicación en vehículos eléctricos e híbridos

Los motores síncronos con imanes permanentes son hoy en día la primera opción para la propulsión de los vehículos eléctricos híbridos, debido a la alta densidad de par y eficiencia que presentan.

Los imanes de alta densidad energética, como los de tierras raras o los de samario y cobalto, que son utilizados para excitar el campo magnético de un motor síncrono de imanes permanentes permiten que este tipo de motores sean significativamente más compactos que los de inducción o los de reluctancia síncrona, ahorrando en tamaño y peso, obteniendo así una alta densidad de par.

El alto nivel de eficiencia que presentan estos motores se debe en gran medida a la ausencia de devanado en el rotor, evitando así las pérdidas resistivas en dicho devanado y facilitando además el diseño de un rotor de más pequeño, lo cual reduce las pérdidas por corrientes de Foucault en la chapa magnética.

Además, la zona de operación de mayor eficiencia del motor síncrono con imanes permanentes es a bajas revoluciones, por lo que resulta una opción atractiva en circuito urbano, donde se requiere que el vehículo arranque y pare frecuentemente.

Sin embargo, el PMSM tiene algunos inconvenientes causados por sus imanes permanentes.

Para el funcionamiento por encima de su velocidad base, los imanes permanentes producen una significativa fuerza contra-electromotriz (fem) la cual debe reducirse mediante su capacidad de operar con debilitamiento de campo.

El debilitamiento de campo, o “flux weakening” consiste en una corriente de desmagnetización con componente en el eje directo que produce un flujo magnético para oponerse al flujo de los imanes permanentes, lo cual reduce el flujo concatenado a través de las bobinas del estator.

Para esta operación de debilitamiento de campo, es el elevado flujo magnético de los imanes permanentes altamente energizados el que evita que la corriente del eje directo llegue a los alambres del estator y por tanto limita la región de velocidad a potencia constante (CPSR).

Ha habido mucha investigación para aumentar la región de velocidad a potencia constante (CPSR) para motores síncronos de imanes permanentes PMSM.

Por ejemplo, una técnica de las que se han desarrollado utiliza un bobinado de campo adicional al de los imanes para controlar la corriente de campo. Esto logra hasta 4 veces la velocidad base, con un rendimiento aceptable.

Pero la relación de par-velocidad aún no es satisfactoria para cumplir con los requisitos del vehículo; por lo tanto, también se emplea un convertidor elevador para extender el CPSR del sistema de accionamiento HEV aumentando la tensión de entrada del motor.

Esto aumentaría el costo del sistema HEV. Además, el alto flujo magnético produce una pérdida en la chapa magnética significativa en el estator, lo que conduce a una reducción de la eficiencia del motor en el funcionamiento a alta velocidad.

En resumen, los requisitos de un PMSM para su uso en un vehículo eléctrico (HEV) son:

- Mejora en la capacidad de CPSR sin el uso de un convertidor elevador en el sistema ;
- Aumento de la eficiencia general del motor en el funcionamiento a alta velocidad;

Aún con estos dos aspectos a mejorar, la elección de un motor síncrono de imanes permanentes (concretamente con imanes permanentes interiores) parece la elección más adecuada para la propulsión de un vehículo eléctrico o híbrido, dada la tecnología actual. Y de hecho, es la alternativa más extendida, en motores empleados en vehículos como por ejemplo el Toyota Prius.

2.4 Características y comportamiento de los motores síncronos de imanes permanentes interiores

El propósito de este apartado es dar una visión general sobre los motores IPMSM más usuales, o sea los trifásicos. Para ello se desarrollan dos partes. En la primera se hace una introducción a las características generales de este tipo de motor, en la segunda se describe más en detalle las ecuaciones que modelan el comportamiento del motor y sus limitaciones de operación.

2.4.1 Características

Con la llegada de mejores materiales para la fabricación de imanes permanentes, y el desarrollo de la electrónica de potencia y las técnicas de control en las máquinas eléctricas, el empleo de PMSM se incrementó rápidamente en muchas áreas de la industria, debido a la ventaja que presentan en eficiencia y tamaño, reemplazando a los de motores tradicionales de inducción.

La tipología más común de PMSM está constituida por el estator en la parte exterior, por el cual pasan los conductores del devanado, portadores de la corriente eléctrica, y el rotor en la parte interior en el que se encuentran los imanes.

En este tipo de PMSM, se utilizan muy comúnmente los que constan de imanes montados sobre la superficie del rotor (SPMSM) debido a la facilidad de fabricación y montaje.

No obstante, los imanes que están sobre la superficie del rotor suelen unirse a él pegados con adhesivo, y esto supone una limitación en la velocidad de rotación que puede alcanzar el motor ya que la fuerza centrífuga podría despegarlos.

Es por esa razón que la mayoría de sistemas en vehículos eléctricos hacen uso de motores síncronos con imanes interiores (IPMSM) o de motores síncronos de reluctancia asistida (PM-RSM).

Estos dos tipos de motores contienen los imanes dentro de la estructura del rotor y tienen ambos prácticamente el mismo principio de funcionamiento, haciendo ambos uso tanto del campo magnético creado por los imanes como de la anisotropía en la reluctancia para producir par.

La única diferencia es que la cantidad de material que conforma los imanes en el PM-RSM y por tanto el flujo magnético producido por estos es pequeña con respecto a los IPMSM, pero no existe una frontera clara entre las dos clases.

Existen varios tipos de IPMSM, y cada tipo tiene sus propias ventajas y aplicaciones específicas. La figura 2.2 muestra algunos ejemplos de configuraciones de para el rotor de un IPMSM.

Se denomina eje directo “d” a la dirección angular en la cual fluye la principal parte de flujo magnético a través del entrehierro desde el rotor hacia el estator, siendo esto equivalente a un polo norte magnético. El eje

de cuadratura q se encuentra equidistante de dos ejes directos.

Si estas configuraciones de rotores no dispusieran de imanes, darían lugar a motores síncronos de reluctancia pura los cuales producirían par solamente debido a la diferencia de reluctancia magnética entre su eje directo y su eje de cuadratura, llamado también par de reluctancia o reluctante. En la mayoría de los rotores de los IPMSM se encuentran espacios vacíos o conductos, llamados barreras de flujo con el objetivo de incrementar el par reluctante.

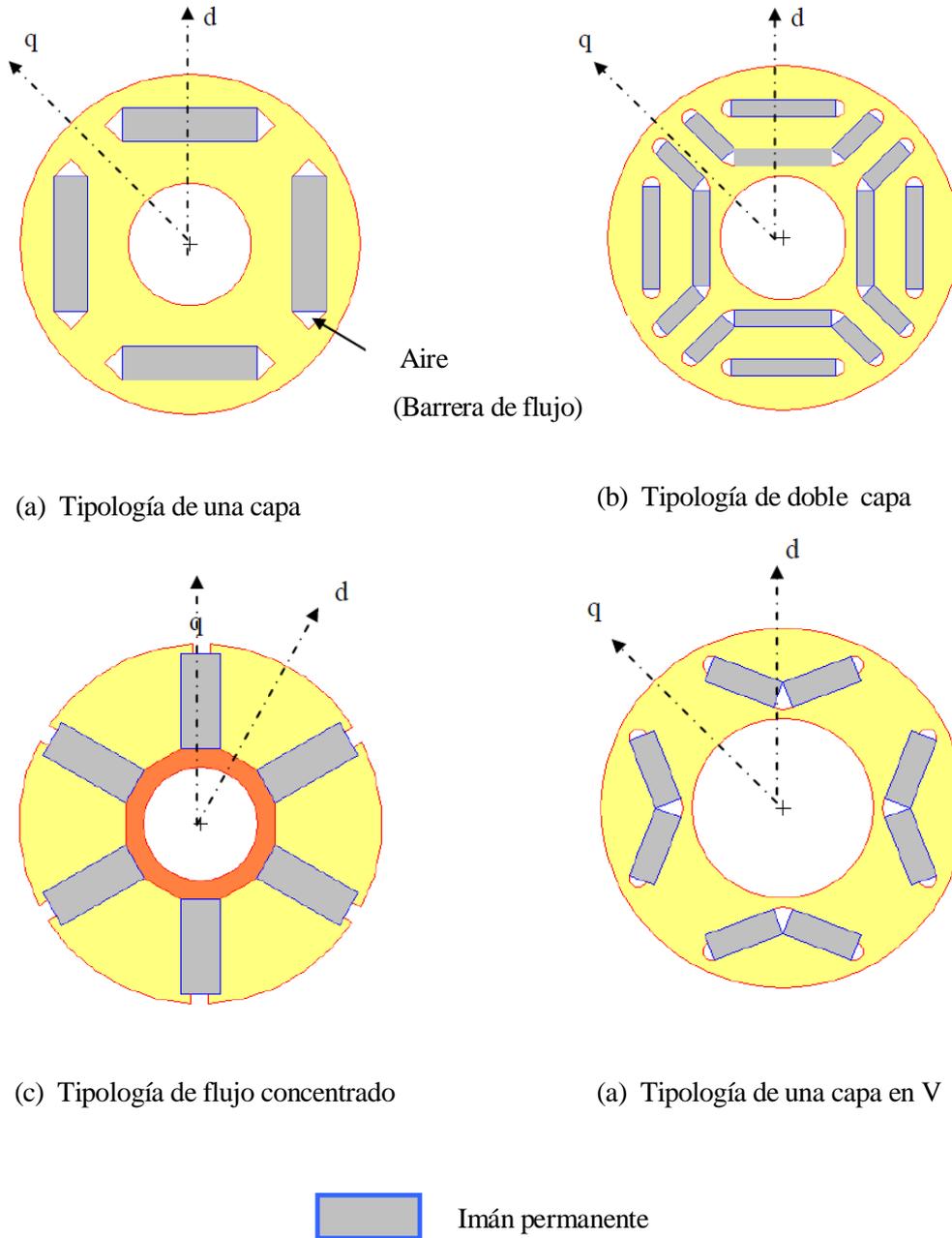


Figura 2.2 Distintas configuraciones de rotor de IPM

Mucha de la investigación sobre motores IPMSM se ha dedicado a determinar la influencia de la proporción en la dimensión angular de los imanes permanentes, frente a la de las barreras de flujo para una misma estructura geométrica de rotor. La conclusión es que una mayor proporción de ángulo ocupado por imán permanente incrementa el par desarrollado y la eficiencia pero disminuye la región de funcionamiento a la que el motor puede proporcionar una potencia constante.

También la configuración con dos capas de la figura 2.2 (b) consigue un mayor par a la vez que una mayor zona de operación eficiente que la de una capa, pero tiene el inconveniente de aumentar el coste por la mayor cantidad de imán permanente requerido.

La disposición de la figura 2.2 (c) se conoce como diseño “de concentración de flujo” porque el área de polo magnético en el entrehierro produce una densidad de flujo mayor que la que hay en la superficie propiamente de los imanes, ya que el perímetro en el entrehierro es menor que la superficie de imán por polo.

En los motores síncronos con imanes permanentes montados sobre la superficie del rotor (SPMSM) no se produce par reluctante debido a la diferencia en el camino asimétrico seguido por las líneas de flujo sobre el eje directo y el eje de cuadratura.

Además de la capacidad de operación a elevadas velocidades de giro, los IPMSM presentan las siguientes características interesantes cuando se comparan con los SPMSM:

- Elevada inductancia cuando opera con debilitamiento de campo (flux weakening).
- En la mayoría de las condiciones requieren una excitación menor.
- Menor riesgo de desmagnetización de los imanes.
- Mayor resistencia a la corrosión y a los impactos, al estar los imanes embebidos en el rotor.
- Mejores prestaciones a elevadas temperaturas.

Debido a las razones expuestas, dentro de la tipología de motores síncronos de imanes permanentes, se elige como mejor opción para el uso en un vehículo eléctrico el motor de imanes permanentes interiores. Obtener un modelo de esta tipología que mediante alimentación pentafásica obtenga una mejora en el par electromagnético que proporciona será el objetivo de este proyecto.

2.4.2 Comportamiento y modelo de régimen permanente de motor IPMSM trifásico

El análisis del motor IPMSM se realiza haciendo uso de un sistema de referencia que gira solidariamente con el rotor, estando uno de sus ejes alineado con la dirección del flujo del imán permanente en cada polo. En general, al ser el bobinado del estator trifásico, sus variables pueden ser transformadas al sistema de referencia del rotor y viceversa haciendo uso de la transformada de Park, detallada en el Apéndice A.

A velocidad constante, el diagrama fasorial en régimen permanente de un IPMSM adopta la forma mostrada en la figura 2.3. La fuerza electromotriz (fem) de fase en circuito abierto viene determinada por la (2.1).

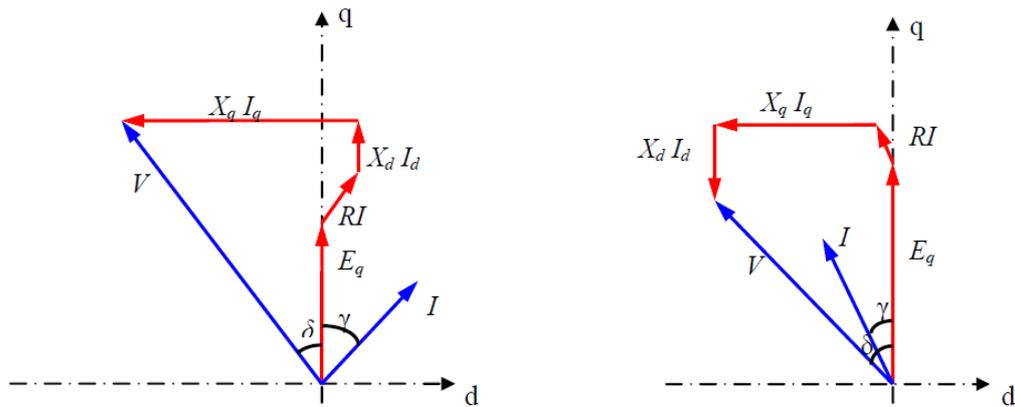
$$E = jE_q = j\omega\lambda_{PM} \quad (2.1)$$

Donde, ω es la velocidad síncrona (tomando ángulo eléctrico) y λ_{PM} es el flujo concatenado por el devanado estatórico debido a la componente fundamental en el eje directo (d) producido por los imanes permanentes. Aunque existe una pequeña componen en el eje directo de fem asociada con la fuga de flujo magnético, esta se suele despreciar, especialmente cuando el devanado estatórico está sinusoidalmente distribuido.

Del diagrama fasorial mostrado en la figura 2.3 se puede ver que:

$$V_d = -X_q I_q + R I_d \quad (2.2)$$

$$V_q = E_q + X_d I_d + R I_q \quad (2.3)$$



(a) Corriente magnetizante en eje directo

(b) Corriente desmagnetizante en eje directo

Figura 2.3 Diagrama fasorial de régimen permanente del IPMSM

Los ángulos δ y γ se definen tal como se muestra en la figura 2.3, así el voltaje y la intensidad de fase en el motor se pueden expresar como:

$$V_d = -V \sin \delta, V_q = V \cos \delta \quad (2.4)$$

$$I_d = \pm I \sin \gamma, I_q = I \cos \gamma \quad (2.5)$$

En un motor grande, la resistencia de los conductores del estator, R , es despreciable, y de (2.2) y (2.3) tenemos las expresiones (2.6) y (2.7).

$$I_d = \frac{V_q - E_q}{X_d} \quad (2.6)$$

$$I_q = -\frac{V_d}{X_q} \quad (2.7)$$

La potencia compleja por fase y par de polos en el motor se expresa como indica (2.8).

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I}^* = (V_d + jV_q)(I_d + jI_q) = V_d I_d + V_q I_q + j(V_q I_d + V_d I_q) = P + jQ \quad (2.8)$$

Sustituyendo (2.4), (2.6) y (2.7) en (2.8), la potencia activa viene expresada por (2.9).

$$\begin{aligned}
 P &= V_d I_d + V_q I_q = V_d \frac{V_q - E_q}{X_d} - V_q \frac{V_d}{X_q} = \frac{V_d(-E_q)}{X_d} + \frac{(X_q - X_d)V_d V_q}{X_d X_q} \\
 &= \frac{V_t E_q}{X_d} \sin \delta + \frac{(X_d - X_q)V_t^2}{2X_d X_q} \sin(2\delta)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Donde

$$V_t = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} \tag{2.10}$$

Asumiendo que no existieran pérdidas, el par electromagnético total desarrollado por una máquina trifásica IPMSM con p pares de polos viene determinado por (2.11).

$$T = \frac{3p}{\omega} P = \frac{3p}{\omega} \left[\frac{V_t E_q}{X_d} \sin \delta + \frac{(X_d - X_q)V_t^2}{2X_d X_q} \sin(2\delta) \right] \tag{2.11}$$

Y en un motor de reluctancia pura por (2.13).

$$E_q = 0 \tag{2.12}$$

$$T = \frac{3p}{\omega} P = \frac{3p}{\omega} \frac{(X_d - X_q)V_t^2}{2X_d X_q} \sin(2\delta) \tag{2.13}$$

El primer término de (2.11) es par debido al flujo magnético generado por el imán permanente, y el segundo término es el par de reluctancia el cuál es proporcional a la diferencia de inductancias en el eje directo y de cuadratura, $L_d - L_q$. En un motor de imanes permanentes superficiales, L_d es prácticamente igual a L_q , por lo que el par reluctante es cero.

En un motor IPMSM, L_d es menor que L_q , debido a que en el eje directo de este tipo de rotores el flujo magnético tiene que atravesar las cavidades donde están alojados los imanes permanentes, además del entrehierro, mientras que el flujo magnético en la dirección del eje de cuadratura sólo tiene que atravesar la distancia de entrehierro.

La ecuación (2.11) muestra que el periodo con respecto al ángulo de tensión de fase respecto al eje de cuadratura del par reluctante es la mitad de el de par generado por los imanes. La figura 2.4 muestra un motor IPMSM puede alcanzar un mayor par generado que el de imanes superficiales, el cual no tiene la capacidad de generar componente de par reluctante por diferencia de inductancias.

Sin embargo, la existencia de par de reluctancia no implica necesariamente que un IPMSM alcance mayor relación potencia-tamaño que el SPMSM debido a que en un IPMSM el flujo de los imanes concatenado en el devanado estático no es el mismo que en el motor de imanes superficiales tomando la misma cantidad de material o volumen de imanes en ambos casos.

La ecuación (2.14) es otra forma de expresar la ecuación de par (2.11), y la ecuación (2.15) sugerida por Phil Mellor muestra que el par total generado por un IPMSM se incrementa debido a la saliencia del rotor, y podría ser superior al de un SPMSM en caso de tener el mismo flujo magnético de los imanes concatenado por el devanado estático.

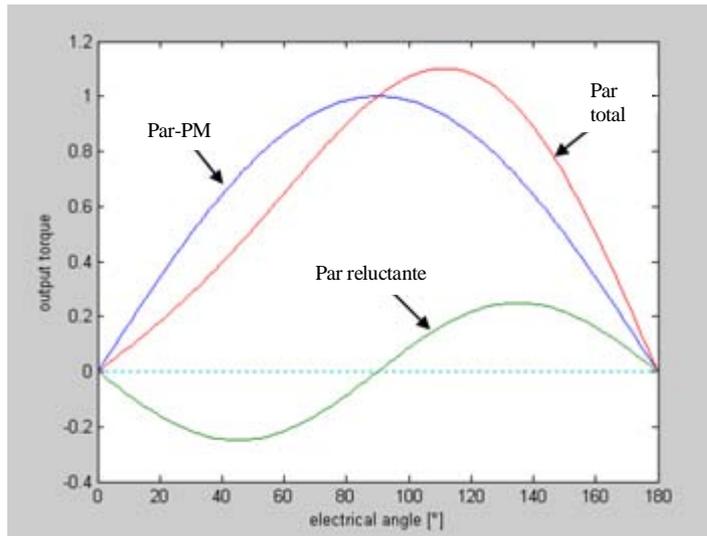


Figura 2.4 Característica ángulo-par de IPMSM

$$T = \frac{3p}{2} [\lambda_{PM} I_q + (L_d - L_q) I_d I_q] \quad (2.14)$$

$$\frac{T}{T_{base}} = \cos \delta - \frac{\xi - 1}{2} \frac{I}{I_{base}} \sin(2\delta) \quad (2.15)$$

Donde,

T_{base} = Par debido al flujo de imanes a I_{base}

$\xi = L_q / L_d$ = relación de saliencia

I = corriente de alimentación

El término ξ se denomina factor de saliencia y generalmente no puede ser superior a 3. La figura 2.4 también indica que el ángulo de avance óptimo para generar el mayor par debe ser de 135° .

Las ecuaciones de par (2.11) y (2.14) muestran que el término correspondiente a la diferencia de inductancias es importante a la hora de determinar el par electromagnético generado por un IPMSM.

El método más conveniente para explicar las limitaciones en el número de rpm de un IPMSM es el método de diagrama circular en el plano de vectores de corriente directa y de cuadratura.

El diagrama circular se construye de la siguiente forma. Las ecuaciones de tensión en régimen permanente (2.2) y (2.3) se pueden expresar en términos de las correspondientes corrientes según ejes d y q. Las caídas de tensión en (2.2) y (2.3) debidas a las resistencias de los bobinados se pueden despreciar para motores de elevada potencia o que operen a velocidades altas, dando lugar a las expresiones (2.16) y (2.17).

$$V_d = -X_d I_q \quad (2.16)$$

$$V_q = X_d I_d + E_q \quad (2.17)$$

Si la tensión de alimentación es V_t entonces

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2 = (X_q I_q)^2 + (E_q + X_d I_d)^2 \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) se puede expresar en términos de la intensidad de la forma

$$\left(I_d + \frac{E_q}{X_d}\right)^2 + \left(\frac{X_q}{X_d}\right)^2 I_q^2 = \left(\frac{V_t}{X_d}\right)^2 \quad (2.19)$$

Sustituyendo las inductancias se obtiene (2.20).

$$\left(I_d + \frac{\lambda_{PM}}{L_d}\right)^2 + \left(\frac{L_q}{L_d}\right)^2 I_q^2 = \left(\frac{V_t}{L_d}\right)^2 \frac{1}{\omega^2} \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) resulta la ecuación de una elipse en el plano d-q, y se muestra en la figura 2.5. A una tensión de fase impuesta en la alimentación V_t , al incrementar la velocidad de giro del rotor, la elipse decrece hasta el punto $(-E_q/X_d, 0)$. Los círculos de color rojo en la figura 2.5 representan los valores límites de intensidad, de forma que para que incremente su radio es necesario que aumente la capacidad de corriente máxima que soporta el sistema.

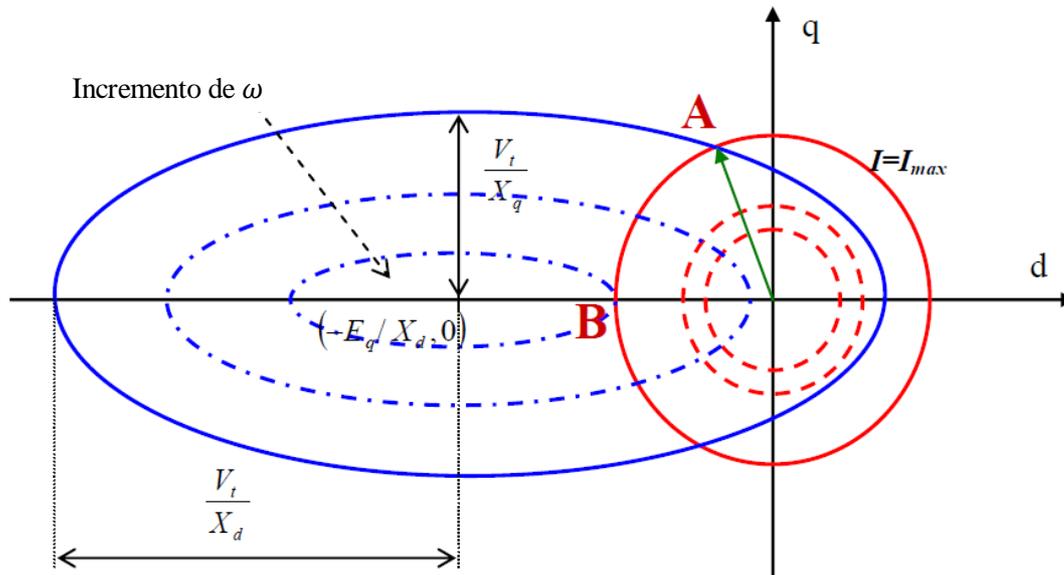


Figura 2.5 Diagrama circular de IPMSM en el plano d-q de corriente

El punto A en la figura 2.5 representa la posición del vector de intensidad para la producción de máximo par a una velocidad de giro determinada. El punto B es la intersección entre el círculo de intensidad máxima y la parte negativa del eje d, la elipse de voltaje máximo puede decrecer al aumentar la velocidad sólo hasta llegar a ser tangente a este punto, en el cual el motor desarrolla su máxima velocidad cumpliendo las limitaciones de corriente y tensión máximas.

2.5 Máquinas eléctricas multifásicas

2.5.1 Introducción

La primera referencia sobre un motor multifásico data de 1969, en la cual se propone un motor de inducción pentafásico alimentado por un inversor como fuente de tensión.

Durante los siguientes 20 años los motores multifásicos fueron objeto de una atención permanente, aunque limitada. No obstante, la investigación sobre este tipo de motores y las características que pueden ofrecer se aceleró durante la década de los 90, no sienta hasta el comienzo del siglo XXI cuando ha llegado a ser foco de una substancial atención por parte de la investigación internacional.

Esto ha resultado en el desarrollo de la aplicación de estos motores en tres áreas, motores para la propulsión eléctrica de barcos, tracción de vehículos (incluyendo vehículos eléctricos e híbridos) y en aeronaves.

Aunque las razones específicas para mirar el uso de motores multifásicos en estas aplicaciones varían en gran medida, una característica común es que los motores multifásicos ofrecen una serie de ventajas importantes sobre sus análogos trifásicos.

Una de estas ventajas es que la potencia que desarrolla la máquina se reparte entre un mayor número de fases. Por eso, las máquinas multifásicas han sido reconocidas en los últimos años como una solución viable en aplicaciones de elevada potencia, ya que las mismas ofrecen una reducción de la potencia por cada fase y son de hecho una alternativa muy interesante frente al uso de convertidores multinivel para valores de potencia elevados.

Hoy se utilizan convertidores electrónicos de potencia como controladores para motores de velocidad variable, y la potencia nominal del convertidor debe estar en concordancia con la requerida por la máquina al nivel de carga en la que esté operando. Sin embargo, debido a las limitaciones de los semiconductores la potencia nominal de dichos convertidores no puede exceder de ciertos límites. Una solución a este problema es usar inversores multinivel, donde para desarrollar un elevado nivel de potencia se emplean conmutadores de menor valor nominal. Pero la llegada de controladores alimentados por inversores eliminó la restricción del límite para el número de fases que pueden alimentar a una máquina. Este hecho hizo posible el diseño de máquinas multifásicas y trajo consigo una mayor investigación en el tema, así como numerosas aplicaciones de los controladores polifásicos para los motores eléctricos.

No obstante, el uso de una máquina multifásica o un convertidor multinivel es objeto de debate y depende fuertemente de la aplicación concreta para que se requiera la máquina.

Otra ventaja importante que presentan las máquinas multifásicas es que ofrecen una mayor fiabilidad del sistema debido a que pueden seguir operando en presencia de faltas en una o incluso varias de sus fases. Esto ha sido posible gracias al desarrollo de las técnicas de control sobre la alimentación de la máquina, que en caso de que se produzca una falta de una o varias fases proporcionan una redistribución de las fases restantes en la alimentación.

Por último esta tipología de máquinas presenta otras dos importantes ventajas, las cuales se refieren a la característica del par electromagnético producido por las mismas.

Una ventaja es que se consigue reducir la amplitud y aumentar la frecuencia en la pulsación del par electromagnético que produce la máquina.

La otra característica ventajosa, que ha servido de motivación a este proyecto es que en este tipo de máquinas se pueden aprovechar la inclusión de armónicos temporales en la corriente de alimentación, de forma que el devanado estatórico produzca una fuerza magneto-motriz a lo largo del entrehierro la cual consta de armónicos en su distribución espacial los cuales también se propagan a velocidad de sincronismo, al igual que el modo fundamental, pudiendo así aumentar el par electromagnético generado por la máquina.

2.5.2 Espectro armónico de la fuerza magneto-motriz en máquinas con distribuciones de devanados no sinusoidales

En esta sección, se van a comparar los efectos de los armónicos espaciales en un devanado no sinusoidal en combinación con los armónicos temporales en la corriente de alimentación para dos casos, el caso de una máquina trifásica y el caso de una máquina con cinco fases.

Dichos efectos se van a analizar mediante la comparación de la forma en la distribución angular a lo largo del entrehierro de la fuerza magneto-motriz generada en cada caso, lo cual se hace para esclarecer por qué son necesarias más de tres fases para poder obtener un incremento efectivo en la producción de par electromagnético de un motor eléctrico.

Los modelos de devanado para el análisis se establecen con devanados concentrados y sin acortamiento de paso de las bobinas. El estudio se basa en las funciones de devanado y el análisis de Fourier.

Se realizan las siguientes suposiciones:

- Se considera que la máquina opera en régimen permanente sin carga.
- No se consideran efectos de saturación, por lo que se pueden superponer los campos magnéticos.
- No se considera el efecto Kelvin o pelicular a las frecuencias de los armónicos en los conductores del estator.

2.5.2.1 Espectro armónico de la fuerza magneto-motriz en máquinas trifásicas con devanados concentrados

La figura 2.6 muestra el estator de una máquina trifásica de devanados concentrados, con un par de polos. Los devanados de cada fase están separados espacialmente entre sí 120° . La serie de Fourier de la función de devanado de la fase “a” mostrada en la figura 2.7 es de la forma (2.21).

$$N_a(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4N}{n\pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \cos n(\phi) \quad (2.21)$$

Donde ϕ es ángulo espacial, y n es el orden del armónico. En esta serie se anulan los armónicos de orden par debido a la simetría de la función de devanado. Las funciones de devanado del resto de fases son similares a las de la fase “a” con el correspondiente desplazamiento de fase.

A fin de estudiar el caso general, se asume que la máquina es alimentada por un inversor, pudiendo este suministrar una corriente de alimentación con forma de onda cuadrada. Por cada bobina circulan pulsos de corriente con un ancho de 120° como se muestra en la figura 2.6. El desarrollo de Fourier de la forma de onda de corriente de la fase “a” viene dado por (2.22).

$$i_a(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{m\pi} I_m \cos \frac{m\pi}{6} \sin m(\theta) \quad (2.22)$$

Donde θ es el ángulo girado por el rotor y viene relacionado con la velocidad angular ω por (2.23).

$$\theta = \omega t \quad (2.23)$$

La corriente que circula por las otras fases tiene una forma similar con el conveniente desplazamiento de fase. De nuevo, debido a la simetría de la forma de la corriente, está claro que los armónicos de orden par del desarrollo se anulan.

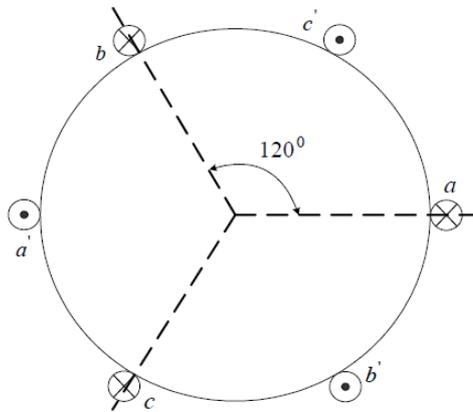


Figura 2.6 Distribución del devanado trifásico

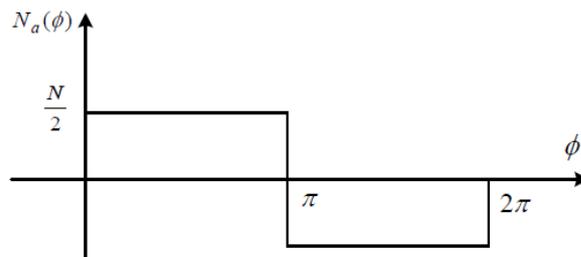


Figura 2.7 Función de devanado trifásico

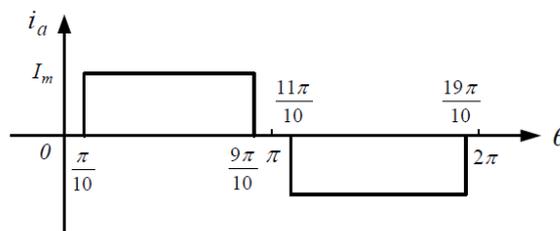


Figura 2.8 Pulsos de intensidad de fase para devanado trifásico

El valor instantáneo de la corriente en cada fase determina la distribución espacial de la fuerza magneto-motriz para cada instante. La evolución temporal de la corriente que alimenta cada fase determina el movimiento rotacional de la distribución espacial. Siendo F la fuerza magneto-motriz total producida por cada una de las bobinas a,b y c tenemos (2.24).

$$\begin{aligned}
 F &= N_a i_a + N_b i_b + N_c i_c \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{nm} \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{NI_m}{2} \sin \frac{n\pi}{3} \cos \frac{m\pi}{6} \left\{ \sin(m\theta - n\phi) \left[\cos \frac{(m-n)2\pi}{3} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \right] + \sin(m\theta + n\phi) \left[\cos \frac{(m+n)2\pi}{3} + \frac{1}{2} \right] \right\} \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

En la expresión anterior se pueden ver dos ondas de MMF que se propagan por el entrehierro.

El primer término del campo gira en sentido anti-horario (hacia adelante) y el segundo lo hace en sentido horario. La tabla 2-1 muestra las componentes de la distribución MMFs en el entrehierro para la máquina trifásica con devanados concentrados, en esta tabla, la letra “F” que dicha componente de MMF está girando hacia adelante y la letra “B” indica que gira hacia atrás. Si la componente de MMF tiene signo negativo significa que tiene un desfase de 180° con respecto a la componente fundamental. Es muy importante entender que sólo aquellas componentes de MMF que se encuentran en la diagonal de la tabla, las cuales son generadas por los armónicos espaciales y temporales del mismo orden, sólo estas componentes de MMF se propagan hacia adelante a velocidad síncrona.

Tabla 2.2 Componentes en la FMM para máquina trifásica

Armónicos espaciales

Armónicos temporales	1	3	5	7	9	11	13	15
1	F 1.053		B 0.211	F -0.15		B -0.096	F 0.081	
3								
5	B -0.211		F -0.042	B 0.03		F 0.019	B -0.016	
7	F -0.15		B -0.03	F 0.021		B 0.014	F -0.012	
9								
11	B -0.096		F 0.019	B -0.014		F -0.009	B 0.007	
13	F 0.081		B 0.016	F -0.012		B -0.007	F 0.006	
15								

Multiplicar cada coeficiente por NI

Aquellas componentes que son generadas por armónicos temporales y espaciales de distinto orden se propagan a velocidad n/m , siendo n el orden del armónico temporal de la corriente y m el orden del armónico espacial de la distribución de devanado. Algunas de estas componentes de MMF que se propagan a velocidades distintas a la de sincronismo se propagan hacia adelante y otras hacia atrás.

Es importante observar que se anulan todas las componentes de MMF de la tabla en las que o bien el armónico temporal de la corriente, el espacial de distribución, o ambos, son múltiplos de 3. Esto ocurre debido a que la máquina es trifásica, y conectada en estrella sin conductor neutro de retorno. El efecto de los armónicos de orden superior es esencialmente el de reducir el par electromagnético medio generado. Por ejemplo, la interacción del quinto armónico en la corriente con el quinto armónico en la distribución produce una MMF que se propaga hacia adelante y que está desfasada 180° con el modo fundamental, y efectivamente este hecho va en beneficio del incremento del par medio generado. Pero debido a que la máquina es trifásica, es imposible evitar la producción de MMF debida a la interacción del mismo quinto armónico en la corriente con el modo fundamental en la distribución, así como del quinto armónico de la distribución con el quinto armónico de la corriente. Esto produce MMFs que se propagan a velocidad distinta de la síncrona y que disminuyen el par medio generado por la máquina, además de producir pulsación en el par. Estas componentes perjudiciales son del orden de cinco veces mayores que la componente antes mencionada que sí se propagaba a la velocidad de sincronismo. Esto concluye que introducir armónicos en la alimentación de una máquina trifásica no consigue ningún aspecto positivo.

2.5.2.2 Espectro armónico de la fuerza magneto-motriz en máquinas pentafásicas con devanados concentrados

Usando los conceptos desarrollados en la sección anterior, se puede estudiar la distribución del campo magnético por el entrehierro para devanados multifásicos. En esta sección una máquina de 5 fases. La fuente que alimenta la máquina es un inversor donde el ancho de los pulsos de la corriente proporcionada se puede ajustar a valores superiores a 120° . Se asume que la máquina está conectada en estrella sin neutro. Las cinco fases deben estar equilibradas, sumando cero en todo momento. La figura 2-7 corresponde a una máquina de 5 fases con devanados concentrados y un par de polos. Las fases están tienen por tanto un desfase de 72° y el número de vueltas por fase es $3N/5$. En la figura 2-8 se muestra la función de distribución espacial del devanado de la fase "a" y el desarrollo de Fourier correspondiente a dicha función es

$$N_a(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{3N}{10} \sin \frac{n\pi}{2} \cos n(\phi) \quad (2.25)$$

Las funciones de devanado de las restantes fases tienen la misma forma que la de la fase "a" pero con sus desfases correspondientes. El estator se alimenta con una corriente formada por pulsos de 144° en este caso como se muestra en la figura 2-9. De forma similar al caso trifásico el desarrollo de Fourier de la fase "a" es de la forma

$$i_a(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{m\pi} I_m \cos \frac{m\pi}{10} \sin m(\theta) \quad (2.26)$$

Y las formas de onda de las corrientes o intensidades del resto de fases es también similar a la de “a” pero con el desfase correspondiente a cada una.

Definiendo F como la suma total de todas las MMFs producidas por las bobinas de las fases a, b, c, d, y e tenemos que

$$\begin{aligned}
 F &= N_a i_a + N_b i_b + N_c i_c + N_d i_d + N_e i_e \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{nm} \right) \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \frac{3NI_m}{10} \sin \frac{n\pi}{5} \cos \frac{m\pi}{10} \left(\cos(m\theta - n\phi) \right. \\
 &\quad \left. \cos \frac{(m-n)2\pi}{5} + \cos \frac{(m-n)4\pi}{5} + \frac{1}{2} \right) \\
 &\quad \left. + \cos(m\theta + n\phi) \left(\cos \frac{(m+n)2\pi}{5} + \cos \frac{(m+n)4\pi}{5} + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

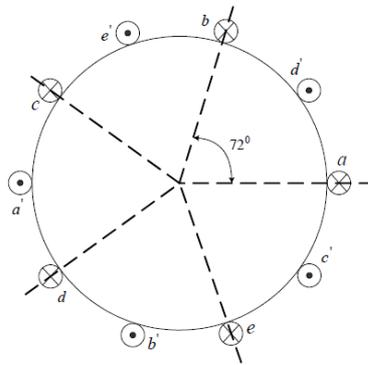


Figura 2.9 Distribución del devanado pentafásico

La tabla 2-2 muestra las componentes de la MMF para el caso pentafásico. Se puede observar que la componente del tercer armónico en la corriente fluyendo por la componente del tercer armónico en la distribución del devanado genera una onda de MMF que gira hacia adelante a velocidad síncrona. También se observa que en un sistema pentafásico el quinto armónico de la MMF se anula, así como todos sus múltiplos.

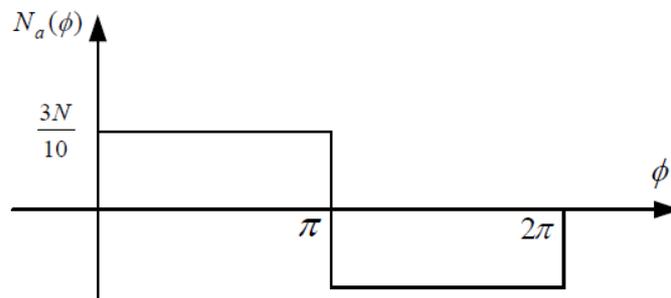


Figura 2.10 Función de devanado pentafásico

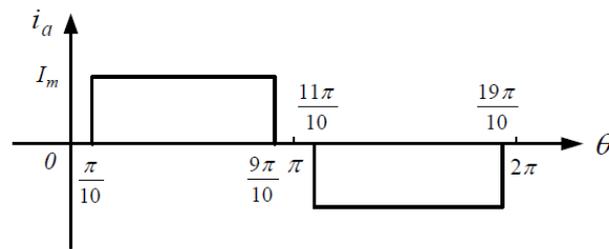


Figura 2.11 Pulso de intensidad de fase para devanado pentafásico

En las máquinas con imanes permanentes el rotor gira a velocidad de sincronismo, por lo que todos los armónicos del campo magnético generado por el rotor se propagan por el entrehierro a esa velocidad. Esto significa que la zona útil, para producir par, de las componentes de la MMF es la que produce ondas de MMF que giran hacia adelante a velocidad síncrona. Las componentes de campo producido que giren a velocidad superior a la de sincronismo no producen par medio sino pulsación de par y vibraciones, mientras que los que giren a velocidades inferiores a la de sincronismo o en sentido contrario disminuyen el par electromagnético producido por la máquina. De la tabla también se puede ver que al haber incrementado el número de fases, los armónicos que se propagan a velocidad mayor a la síncrona y son los responsables de la pulsación de par son de mayor frecuencia y tienen una amplitud menor que en el caso trifásico.

Las máquinas con 3, 6, etc... fases en las que por 2, 4... de ellas circula intensidad de corriente en cualquier instante de tiempo son equivalentes en cuanto a su capacidad de producir la componente fundamental del flujo magnético.

O sea, que para esas cantidades de fases, con una misma cantidad de cobre en el bobinado y las mismas pérdidas resistivas en el mismo, el valor de pico de la componente fundamental de la MMF en el entrehierro con un devanado concentrado, es de 1,053 veces el valor de la componente fundamental de un devanado sinusoidal.

Sin embargo, para número de fases de orden de 5, 7 etc... en cualquier instante de tiempo de circula corriente por 4, 6, etc... fases, por lo que en los instantes en los que se anula la intensidad sólo se anula en una fase cada vez. En este caso, la componente fundamental de MMF de una máquina con 5 fases supera a la trifásica, aunque en una pequeña cantidad, siendo 1,056 veces superior. Además, la componente de tercer armónico de la MMF, que en este caso es 0,72 NI, es útil para producir par, por propagarse hacia adelante a velocidad síncrona, y no hay componentes de interacción entre el tercer armónico de intensidad y el modo fundamental de la distribución de devanado, ni viceversa, los cuales serían perjudiciales. La presencia del tercer armónico en la MMF en el entrehierro altera la forma de la onda de MMF, permitiendo que pase una mayor cantidad de flujo magnético por polo y ocasionando así un incremento del par electromagnético medio producido por la máquina.

Siendo esto así, en lugar de alimentar el motor con corrientes de forma cuadrada en pulsos de 144° de ancho, se alimenta con una intensidad de corriente compuesta por el modo fundamental y el tercer armónico que forman parte del desarrollo de Fourier de la onda cuadrada original.

En ese caso, sólo se encuentran presentes en la MMF las componentes de las dos primeras filas de la tabla 2.3.

Tabla 2.3 Componentes en la FMM para máquina pentafásica

		Armónicos espaciales						
Armónicos temporales	1	3	5	7	9	11	13	15
1	F 1.056				B 0.117	F -0.096		
3		F -0.072		B -0.031			F 0.017	
5								
7		B -0.031		F 0.013			B -0.007	
9	B -0.117				F -0.013	B 0.011		
11	F -0.096				B -0.011	F 0.009		
13		F 0.017		B 0.007			F -0.004	
15								

Multiplicar cada coeficiente por NI

Si se analiza una máquina con 7 fases, la componente fundamental de la MMF disminuye, siendo de 1,045 NI, mientras que la del tercer armónico aumenta a 0,093 NI.

Esto implica, en base a esta comparación, que las máquinas con 5 fases poseen el mayor valor de par medio generado por amperio de intensidad eficaz en la alimentación de la máquina.

3 ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL MOTOR IPM DE 5 FASES

Un modelo resulta siempre parcial, pero ofrece recursos para progresar en el conocimiento.

- Jean-Pierre Changeux -

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones que definen el modelo matemático de un motor pentafásico con imanes interiores permanentes. Se debe entender por modelo matemático al conjunto de ecuaciones que permiten definir de una forma relativamente sencilla el funcionamiento de un sistema físico, el cual posee una mayor complejidad.

Las tres ecuaciones fundamentales que constituyen el modelo matemático de un motor pentafásico de imanes permanentes interiores son:

- *Ecuación de tensión.*
- *Ecuación de flujo magnético.*
- *Ecuación del par electromagnético.*

A continuación se pasa a describir de forma extensa cada una de las ecuaciones anteriores, así como la relación existente entre las mismas.

3.1 Modelo matemático para un motor síncrono pentafásico de imanes interiores permanentes considerando la contribución del tercer armónico al par electromagnético.

El análisis de dicho modelo matemático se inicia con la ecuación de las tensiones de fase y se cierra con la expresión del par electromagnético generado, describiendo así el funcionamiento completo del motor estudiado. En el espacio que separa ambas expresiones aparecen una serie de hipótesis que permiten simplificar el modelo matemático desarrollado.

Las hipótesis incluidas a la hora de desarrollar este modelo simplificado han sido:

- Campos cuasi-magnetostáticos.
- Comportamiento ideal de los imanes.
- No se considera fuga de flujo magnético.
- Corrientes parásitas despreciables en el material del núcleo.
- No se consideran efectos de saturación magnética, los campos se pueden superponer.
- Se ha tomado como infinita la permeabilidad del acero

3.1.1 Ecuaciones del flujo magnético y tensión en el estator

Las tensiones de fase en el estator se pueden expresar en función de las corrientes de fase $[I_s]$ y del flujo magnético que atraviesa las fases del devanado $[\Lambda_s]$, tal y como se muestra en la ecuación (3.1):

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + \frac{d[\Lambda_s]}{dt} \quad (3.1)$$

Donde $[V_s]$ son las tensiones de fase en el estator, $[R_s]$ es la matriz de resistencias del devanado, que es diagonal, $[I_s]$ las intensidades de fase y $[\Lambda_s]$ el flujo magnético total que atraviesa las bobinas del devanado en cada fase, como se definen de (3.2) a (3.5).

$$[V_s] = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c & v_d & v_e \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} r_s & & & & \\ & r_s & & & \\ & & r_s & & \\ & & & r_s & \\ & & & & r_s \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[I_s] = \begin{bmatrix} I_a & I_b & I_c & I_d & I_e \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[\Lambda_s] = \begin{bmatrix} \lambda_a & \lambda_b & \lambda_c & \lambda_d & \lambda_e \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

El flujo magnético total que atraviesa al devanado en el estator se expresa como la suma de la parte de flujo generada por el propio devanado estatístico $[\Lambda_{ss}]$, y el flujo $[\Lambda_m]$ producido por los imanes embebidos en el rotor:

$$[\Lambda_s] = [\Lambda_{ss}] + [\Lambda_m] \quad (3.6)$$

El flujo generado por el propio devanado estatístico puede expresarse como el producto de las corrientes de fase del estator y de la matriz de inductancias ($[L_{ss}]$). Sustituyendo en (3.6) la definición anterior, se obtiene la siguiente expresión del flujo magnético total, como se muestra en (3.7).

$$[\Lambda_s] = [L_{ss}] \cdot [I_s] + [\Lambda_m] \quad (3.7)$$

Donde $[L_{ss}]$ es la matriz de inductancias estatísticas, tal y como se expuso anteriormente, e incluye tanto la auto-inductancia como las inductancias mutuas entre fases. Esta matriz de inductancias, en un motor de imanes interiores permanentes, varía con la posición del rotor debido a la saliencia del mismo. Por otro lado, $[\Lambda_m]$ es el flujo que enlaza el flujo del bobinado estatístico con el generado por los imanes permanentes.

Las variables independientes de las ecuaciones (3.1) y (3.7) son las corrientes de fase y el flujo magnético producido por los imanes, por lo que será necesario definir las para poder cerrar el análisis.

Se asume en este trabajo que las intensidades con las se alimentan las fases del estator vienen dadas por una componente fundamental y un tercer armónico tal y como se muestra en (3.8):

$$I_s = \sqrt{2} \cdot I_1 \begin{bmatrix} \overbrace{\text{sen}(\theta)}^{I_{s1}} \\ \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta - \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{5}) \end{bmatrix} + \sqrt{2} \cdot I_3 \begin{bmatrix} \overbrace{\text{sen}(3\theta)}^{I_{s3}} \\ \text{sen}(3(\theta - \frac{2\pi}{5})) \\ \text{sen}(3(\theta - \frac{4\pi}{5})) \\ \text{sen}(3(\theta + \frac{4\pi}{5})) \\ \text{sen}(3(\theta + \frac{2\pi}{5})) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

El primer sumando de (3.8) corresponde a la componente fundamental y se le denota I_{s1} mientras que al segundo término correspondiente al tercer armónico se le denota como I_{s3} . La ecuación (3.9) representa las corrientes de fase del estator como el sumatorio de las variables anteriores:

$$I_s = I_{s1} + I_{s3} \quad (3.9)$$

Por otro lado, $[\Lambda_m]$, es la segunda variable de entrada del modelo matemático. Es Λ_m en general una función del ángulo en el entrehierro que depende fundamentalmente de la distribución de los imanes y de la forma del entrehierro, pero que se puede desarrollar en serie de Fourier.

De esta serie, tomamos el modo fundamental y el tercer armónico ya que son los términos relevantes en este análisis.

$$\Lambda_m = \lambda_{m1} \begin{matrix} \overbrace{\left[\begin{array}{c} \text{sen}(\theta_r) \\ \text{sen}(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \end{array} \right]}^{\Lambda_{m1}} + \lambda_{m3} \begin{matrix} \overbrace{\left[\begin{array}{c} \text{sen}3(\theta_r) \\ \text{sen}3(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) \\ \text{sen}3(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}3(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) \\ \text{sen}3(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \end{array} \right]}^{\Lambda_{m3}} \end{matrix} \quad (3.10)$$

Análogamente al caso anterior con la intensidad, también en el flujo se puede denominar al primer sumando Λ_{m1} y al segundo Λ_{m3} por lo que (3.10) se escribe de forma sencilla como (3.11)

$$\Lambda_m = \Lambda_{m1} + \Lambda_{m3} \quad (3.11)$$

Derivando la expresión (3.7) obtenemos (3.12).

$$\frac{d\Lambda_s}{dt} = \omega \left[\frac{dL_{ss}}{d\theta} I_s + L_{ss} \frac{dI_s}{d\theta} + \frac{d\Lambda_m}{d\theta} \right] \quad (3.12)$$

Sustituyendo (3.8) y (3.10) en (3.12), y ambas en (3.1) y reagrupando obtenemos (3.13).

$$V_s = \left[R_s + \omega \left(\frac{dL_{ss}}{d\theta} + jL_{ss} \right) \right] I_{s1} + \left[R_s + \omega \left(\frac{dL_{ss}}{d\theta} + 3jL_{ss} \right) \right] I_{s3} + \omega(j\Lambda_{m1} + 3j\Lambda_{m3}) \quad (3.13)$$

En la expresión (3.13) los dos corchetes que multiplican a I_{s1} e I_{s3} respectivamente representan impedancias y los podemos llamar Z_{s1} y Z_{s3} quedando la expresión (3.14).

$$V_s = Z_{s1} I_{s1} + Z_{s3} I_{s3} + j\omega(\Lambda_{m1} + 3\Lambda_{m3}) \quad (3.14)$$

Es pertinente observar que ambas impedancias tienen la misma parte real, misma resistencia, pero distinta parte imaginaria, debido a que la reactancia correspondiente al tercer armónico es el triple de la correspondiente al modo fundamental, para una misma inductancia.

Es posible definir dos matrices de parámetros L_{ms} análogos a inductancias mutuas entre los imanes en el rotor y las bobinas en el estator, estas matrices serían diagonales y se definen como (3.15) y (3.16).

$$L_{ms1}^i = \frac{\Lambda_{m1}^i}{I_{s1}^i} \quad (3.15)$$

$$L_{ms3}^i = \frac{\Lambda_{m3}^i}{I_{s3}^i} \quad (3.16)$$

Su significado físico es flujo total creado por los imanes que enlaza a cada una de las fases por unidad de corriente que circula por dicha fase, para el modo fundamental y el tercer armónico respectivamente. Con estos dos parámetros se puede escribir la expresión (3.7) obteniendo (3.17).

$$V_s = \left[R_s + \omega \left(\frac{dL_{ss}}{d\theta} + j(L_{ss} + L_{ms1}) \right) \right] I_{s1} + \left[R_s + \omega \left(\frac{dL_{ss}}{d\theta} + j3(L_{ss} + L_{ms3}) \right) \right] I_{s3} \quad (3.17)$$

En esta expresión se pueden re-definir los corchetes como nuevas impedancias Z'_{s1} y Z'_{s3} por lo que queda

$$V_s = Z'_{s1} I_{s1} + Z'_{s3} I_{s3} \quad (3.18)$$

Donde se puede ver que la tensión en cada fase viene dada por la suma de una impedancia para cada componente de la intensidad por dicha componente de intensidad, esto es, modo fundamental más tercer armónico.

3.1.2 Cálculo de la matriz de inductancias

El modelo de motor simplificado que se está considerando, es de devanados concentrados. Además, el rotor del motor de imanes interiores presenta anisotropía magnética o saliencia, por lo que el modelado del entrehierro se trata como si este no fuera uniforme. Este hecho ocasiona que la matriz de inductancias dependa de la posición del rotor y no sea constante en el tiempo.

Con objeto de realizar el análisis, sólo se tienen en cuenta la componente fundamental y el tercer armónico tanto en la distribución del devanado como en el desarrollo del espacio de entrehierro.

En la Figura 3.1 se muestra el esquema simplificado del motor pentafásico IPMSM

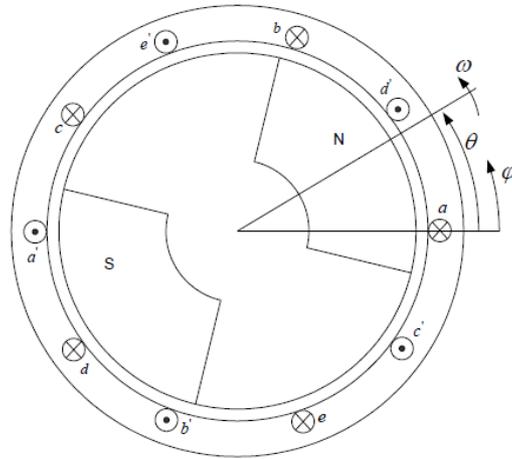


Figura 3.1 Esquema motor IPM pentafásico

Así, se describe la función de devanado de cada fase N:

$$N_a(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi P} \left[N_s \cos \phi - \frac{1}{3} N_s \cos 3\phi \right] \quad (3.19)$$

$$N_b(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi P} \left[N_s \cos \left(\phi - \frac{2\pi}{5} \right) - \frac{1}{3} N_s \cos 3 \left(\phi - \frac{2\pi}{5} \right) \right] \quad (3.20)$$

$$N_c(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi P} \left[N_s \cos \left(\phi - \frac{4\pi}{5} \right) - \frac{1}{3} N_s \cos 3 \left(\phi - \frac{4\pi}{5} \right) \right] \quad (3.21)$$

$$N_d(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi P} \left[N_s \cos \left(\phi + \frac{4\pi}{5} \right) - \frac{1}{3} N_s \cos 3 \left(\phi + \frac{4\pi}{5} \right) \right] \quad (3.22)$$

$$N_e(\phi) = \frac{4 N_s}{\pi P} \left[N_s \cos \left(\phi + \frac{2\pi}{5} \right) - \frac{1}{3} N_s \cos 3 \left(\phi + \frac{2\pi}{5} \right) \right] \quad (3.23)$$

Donde N_s es el número total de vueltas, P es el número de polos y ϕ el ángulo espacial.

En las expresiones del cálculo de inductancias la distancia de entrehierro aparece en el denominador, por lo que la su distribución angular se va a modelar expresando un desarrollo de Fourier para su inversa, o sea, proporcionando el desarrollo de Fourier, truncado en el tercer armónico, para la función “uno entre ancho de entrehierro”.

Para el modelo ideal de motor IPM con rotor de polos salientes que estamos considerando, la función “inversa de entrehierro” se muestra en Figura 3.2, donde θ es el ángulo que indica la posición del rotor.

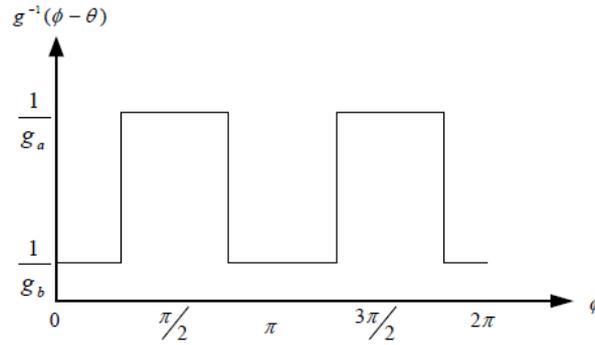


Figura 3.2 Función inversa de distancia de entrehierro

La serie de Fourier de esta función, truncada en el término de su tercer armónico se define como:

$$g^{-1}(\phi - \theta_r) = c_0 - c_1 \cos 2p(\phi - \theta_r) + c_3 \cos 6p(\phi - \theta_r) \quad (3.24)$$

Donde los coeficientes c_i tienen la siguiente expresión

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_a} + \frac{1}{g_b} \right) \quad (3.25)$$

$$c_1 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{g_a} - \frac{1}{g_b} \right) \quad (3.26)$$

$$c_3 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{1}{g_a} - \frac{1}{g_b} \right) \quad (3.27)$$

Empleando el “método de funciones de devanado”, la auto-inductancia de la fase “A” tiene la expresión (3.28).

$$L_{AA}(\theta_r) = \frac{\psi_{ii}^s}{i_i^s} = \mu_0 r l \left(\int_0^{2\pi} N_a^2(\phi) g^{-1}(\phi - \theta_r) d\phi + \langle n_a \rangle \int_0^{2\pi} N_a(\phi) g^{-1}(\phi - \theta_r) d\phi \right) \quad (3.28)$$

Donde μ_0 es la permeabilidad del vacío, r es el radio interno del estator y l la dimensión longitudinal del rotor. También,

$$\langle n_a \rangle = N/2 \quad (3.29)$$

Donde N es el número de vueltas por bobina en cada fase.

Si se introduce el coeficiente K como (3.30),

$$K = \mu_0 r l \left(\frac{4 N_s}{\pi p} \right)^2 \quad (3.30)$$

Entonces, el cálculo de la ecuación (3.28) para la auto-inductancia L_{AA} queda como (3.31).

$$L_{AA}(\theta_r) = K \left[c_0 \left(\pi + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \pi \right) - c_1 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} \right) \cos 2\theta_r + c_3 \left(\left(\frac{1}{3} \right)^2 \frac{\pi}{2} \right) \cos 6\theta_r \right] \quad (3.31)$$

Como se puede observar, la auto-inductancia de la fase "A" depende sólo del ángulo de la posición del rotor, debido a la saliencia del mismo. Las auto-inductancias de las demás fases se calculan de forma análoga teniendo en cuenta el desfase correspondiente de cada una.

Por último, para calcular las inductancias mutuas entre dos fases hay que tener en cuenta introducir las funciones de devanado de cada una en la integral. Por ejemplo, en el cálculo de la inductancia mutua L_{AB} la expresión de cálculo queda como muestra (3.32)

$$L_{AB}(\theta_r) = \mu_0 r l \left(\int_0^{2\pi} N_a(\phi) N_b(\phi) g^{-1}(\phi - \theta_r) d\phi + \langle n_a \rangle \int_0^{2\pi} N_b(\phi) g^{-1}(\phi - \theta_r) d\phi \right) \quad (3.32)$$

Con estas expresiones queda así completamente definido el método de cálculo de los elementos que forman la matriz de inductancias.

3.1.3 Matriz de transformación

Para hacer el tratamiento más sencillo, se introduce un cambio de coordenadas que expresa las variables del motor en dos sistemas de referencia distintos, uno, denominado d_1 - q_1 , rotando a velocidad de sincronismo y el otro, denominado d_3 - q_3 , al triple de la velocidad de sincronismo, esto se denomina transformación d_1 - q_1 - d_3 - q_3 - n .

La matriz que realiza este cambio de coordenadas es de la forma (3.33).

$$T(\theta) = \frac{2}{5} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{5}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{5}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{5}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{5}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{5}) & -\sin(\theta + \frac{4\pi}{5}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ 3\cos^3(\theta) & 3\cos^3(\theta - \frac{2\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta - \frac{4\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta + \frac{4\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ -3\sin^3(\theta) & -3\sin^3(\theta - \frac{2\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta - \frac{4\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta + \frac{4\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Y su derivada con respecto al ángulo θ se expresa en (3.34).

$$\frac{dT(\theta)}{d\theta} = \frac{2}{5} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{5}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{5}) & -\sin(\theta + \frac{4\pi}{5}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ 3\cos^3(\theta) & 3\cos^3(\theta - \frac{2\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta - \frac{4\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta + \frac{4\pi}{5}) & 3\cos^3(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ -3\sin^3(\theta) & -3\sin^3(\theta - \frac{2\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta - \frac{4\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta + \frac{4\pi}{5}) & -3\sin^3(\theta + \frac{2\pi}{5}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Las tensiones después de aplicar esta transformación, pre-multiplicando la ecuación (3.1) por $T(\theta)$ y desarrollando se tiene (3.35).

$$\begin{aligned} V_{d_1q_1d_3q_3n} &= T(\theta_r) \cdot V_s = \\ &= T(\theta_r)[R_s]T(\theta_r)^{-1}I_{d_1q_1d_3q_3n} + \frac{d(T(\theta_r)\Lambda_s)}{dt} - \frac{dT(\theta_r)}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} \Lambda_s = \\ &= [R_s] I_{d_1q_1d_3q_3n} + \frac{d(\Lambda_{d_1q_1d_3q_3n})}{dt} - \omega_r \frac{dT(\theta_r)}{d\theta_r} \Lambda_s \end{aligned} \quad (3.35)$$

Donde se ha tenido en cuenta el hecho que $[R_s] = r_s[I]$ y por tanto $T(\theta_r)[R_s]T(\theta_r)^{-1} = r_sT(\theta_r)[I]T(\theta_r)^{-1} = [R_s]$ y que $\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$. Además, teniendo en cuenta que

$$\frac{dT(\theta)}{dt} = PT(\theta) \text{ con } P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ podemos escribir la ecuación (3.5) explicitando las componentes, como se muestra en la ecuación (3.36)}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ds1} \\ V_{qs1} \\ V_{ds3} \\ V_{qs3} \end{bmatrix} = r_s \begin{bmatrix} i_{ds1} \\ i_{qs1} \\ i_{ds3} \\ i_{qs3} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{ds1} \\ \lambda_{qs1} \\ \lambda_{ds3} \\ \lambda_{qs3} \end{bmatrix} - \omega_r \begin{bmatrix} \lambda_{qs1} \\ -\lambda_{ds1} \\ 3\lambda_{qs3} \\ -3\lambda_{ds3} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Pre-multiplicando la ecuación (3.2) por $T(\theta)$ y desarrollando sus componentes tenemos (3.37).

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ds1} \\ \lambda_{qs1} \\ \lambda_{ds3} \\ \lambda_{qs3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{q1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{q3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds1} \\ i_{qs1} \\ i_{ds3} \\ i_{qs3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{m1} \\ 0 \\ \lambda_{m3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

3.1.4 Expresión del par electromagnético.

El par electromagnético viene determinado por la derivada de la co-energía según (3.38).

$$T_e = \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_{rm}} \quad (3.38)$$

Donde W_{co} es la co-energía y θ_{rm} es el ángulo girado por el rotor. La co-energía se define mediante la expresión (3.39).

$$W_{co} = \frac{1}{2} I_s^T L_{ss} I_s + I_s^T \Lambda_m \quad (3.39)$$

Y por tanto el momento electromagnético queda como (3.40).

$$T_e = \frac{P}{4} [T(\theta) I_s]^t \frac{5}{2} T(\theta) \frac{\partial L_{ss}}{\partial \theta} T(\theta)^{-1} [T(\theta) I_s] + \frac{P}{2} (T(\theta)^{-1} i_{d_1 q_1 d_3 q_3 0})^t \frac{\partial \Lambda_m}{\partial \theta_r} \quad (3.40)$$

Desarrollando y agrupando queda finalmente la expresión del par electromagnético como (3.41).

$$T_e = \frac{P5}{22} [(\lambda_{m1} i_{qs1} + (L_{d1} - L_{q1}) i_{ds1} i_{qs1}) + 3(\lambda_{m3} i_{qs3} + (L_{d3} - L_{q3}) i_{ds3} i_{qs3})] \quad (3.41)$$

4 MODELOS REALIZADOS Y ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS

El ordenador no es una máquina inteligente que ayuda a gente tonta, de hecho, es una máquina tonta que sirve sólo en manos de gente inteligente.

- Umberto Eco -

En este capítulo se describen los modelos realizados y los resultados obtenidos. El capítulo está compuesto de tres secciones. Primero, se hace una breve introducción a la resolución de problemas electromagnéticos empleando el método de elementos finitos (FEA). Luego se realiza una descripción de los modelos elaborados para su simulación con el software empleado y para finalizar el capítulo se muestran los resultados obtenidos.

4.1 Resolución de problemas electromagnéticos mediante FEA-Maxwell2D

En el diseño de máquinas eléctricas, un apartado importante es el cálculo, con suficiente precisión, de la intensidad de campo magnético y la densidad de flujo magnético en cada parte de la máquina.

Es importante, por ejemplo, para poder comprobar si se alcanza la saturación magnética en algún punto de la máquina o para estimar las líneas de flujo magnético en el interior de la misma, determinando así el circuito magnético si se quiere elaborar un modelo de parámetros concentrados.

Para tal propósito, se utiliza extensamente el método de los elementos finitos (FEA) aplicado a la resolución de problemas electromagnéticos. Esta sección se dedica pues, a introducir brevemente este método en la resolución de dichos problemas, tal como la implementa el paquete de software utilizado en este trabajo, Maxwell versión 16.0.

El método de los elementos finitos es una técnica numérica que permite la determinación de los campos eléctrico y magnético en el interior de la máquina mediante la resolución de las ecuaciones de Maxwell. Concretamente, convierte este conjunto de ecuaciones diferenciales en un conjunto de ecuaciones algebraicas, las cuales resuelve sobre un dominio discretizado.

Con la ayuda del método de elementos finitos podemos calcular valores de par o fuerza, distribuciones de los campos, variaciones de energía, etc...

Para el cálculo de los campos eléctricos y magnéticos sobre regiones o zonas con forma arbitraria y de gran tamaño, cada región de la máquina modelada debe dividirse en un gran número de elementos (tetraédricos o hexaédricos si es en 3D, o triangulares en 2D). A esto se le denomina discretizar el dominio sobre el que se calculan los campos y a la colección de elementos resultantes se la denomina mallado.

En el cálculo, el valor del vector de campo en el interior de un elemento se calcula interpolando respecto a los valores calculados en los nodos de dicho elemento.

Para el cálculo del campo magnético, el “solver” del programa Maxwell descompone la intensidad de campo magnética, H , en la suma de la solución homogénea y una solución particular. El “solver” almacena un potencial escalar en cada nodo para la solución homogénea de la densidad de campo magnético, H , y también almacena aquellas componentes de H que son tangentes a los bordes del elemento.

Así, para poder obtener una precisión suficiente en los valores de los campos, cada elemento debe ser lo suficientemente pequeño de forma que el cálculo mediante interpolación de los valores nodales resulte adecuado.

No obstante, el tamaño de estos elementos no puede ser todo lo pequeño que se desee, pues se debe alcanzar una solución de compromiso entre el tamaño de los elementos y los recursos computacionales de la que se dispone. Por otro lado, la bondad de la solución proporcionada depende en gran medida de cuan pequeños puedan ser los elementos. Entonces, es el usuario el que debe elegir un tamaño en los elementos adecuado a la capacidad de computación de la que dispone.

El proceso de cálculo se desarrolla como sigue. Primero, se calcula la densidad de corriente, J , imponiendo las condiciones de contorno sobre las corrientes que entran o salen del dominio.

Haciendo uso de la ley de Ohm, se calcula y almacena la densidad de corriente de todos los elementos haciendo uso de la expresión (4.1).

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \nabla V \quad (4.1)$$

Donde,

E es el campo eléctrico

σ es la conductividad del material

V es el potencial eléctrico

En el caso cuasi-estático se considera que la densidad de carga ρ , en cualquier región del modelo, no cambia con el tiempo. Esto se expresa en (4.2).

$$\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

Sustituyendo (4.1) en (4.2) se obtiene (4.3).

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = 0 \quad (4.3)$$

La ecuación anterior se denomina ecuación de Laplace, y en su resolución se pueden aplicar dos tipos de condiciones de contorno:

- Condición de contorno de Dirichlet: En esta condición de contorno los nodos del elemento tienen fijado un valor de potencial eléctrico, usualmente cero. En otras palabras, el valor del potencial en el exterior de la frontera se impone como cero, lo cual implica que no existe flujo de corriente que atraviese la frontera del elemento, siendo el flujo en la frontera tangente a la misma.
- Condición de contorno de Neumann: En esta condición se impone un valor sobre la derivada del potencial eléctrico en dirección normal a la superficie o borde de la frontera, tomándose usualmente como cero. Esto impone que en la frontera del elemento, el flujo atraviese dicha frontera perpendicularmente a la misma.

Con la imposición de la condición de contorno correspondiente, se resuelve la ecuación (4.3) obteniendo así la densidad de corriente \vec{J} en todos los elementos. Una vez que se tiene la densidad de corriente, el solver del programa calcula el campo magnético haciendo uso de la ley de Ampere (4.4) y la ley de Gauss (4.5) introduciéndolas en las ecuaciones de Maxwell obteniendo así continuidad en el flujo magnético.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (4.4)$$

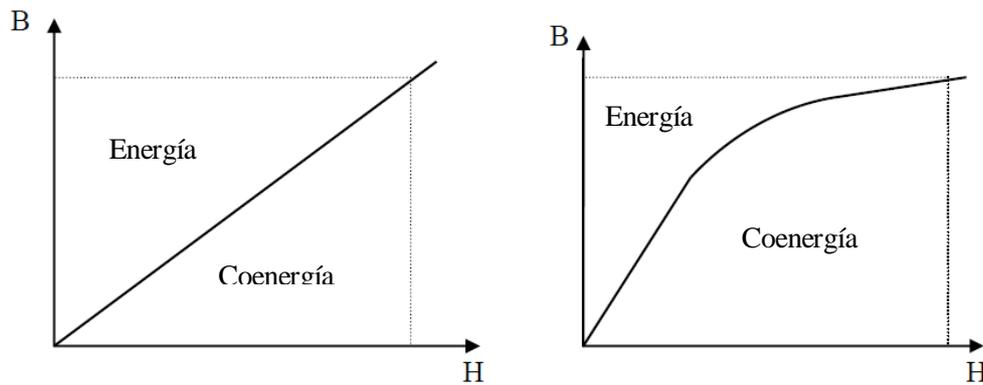
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.5)$$

Una vez obtenido el campo magnético se realiza el cálculo de la energía electromagnética almacenada en dicho campo. En el caso de que el material muestre un comportamiento magnético lineal, la energía, W , coincide con la coenergía magnética, W_c , ambas vienen determinadas por las ecuaciones (4.6) y (4.7).

$$W = \int_V \left(d\vec{B} \right) \cdot \vec{H} dV = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV \quad (4.6)$$

$$W_c = \int_V \vec{B} \cdot \left(d\vec{H} \right) dV = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV \quad (4.7)$$

Sin embargo, si el material tiene un comportamiento no lineal, la coenergía y la energía magnéticas ya no coinciden como se muestra en la figura 4.1. Como se muestra en la figura, la energía y la coenergía vienen determinadas por el área encima y debajo de la curva B-H respectivamente.



(a) Comportamiento lineal

- μ es constante
- Energía y coenergía coinciden

(b) Comportamiento no lineal

- μ no es constante
- la coenergía es mayor que la energía

Figura 4.1 Comparación entre la curva B-H de un material lineal y uno no lineal

En el dispositivo o la máquina eléctrica que se esté analizando, si el movimiento de sus partes móviles ocurre en condiciones cuasi-estáticas, a una velocidad característica menor que la variación de intensidades eléctricas, se considera entonces en las ecuaciones, que éste ocurre a intensidad constante.

En ese caso, el trabajo mecánico realizado por el elemento móvil de la máquina viene determinado por la derivada de la coenergía magnética con respecto a su desplazamiento. El solver que se emplea en el cálculo por elementos finitos calcula H bajo la condición de corriente constante, es por esto que hace uso de la derivada de la coenergía con respecto al ángulo de desplazamiento para el cálculo del par generado con elementos formados por materiales con un comportamiento no lineal. Y el vector densidad de flujo magnético B en cualquier punto puede obtenerse con la ayuda de la curva B-H del material.

4.2 Descripción de modelos y simulaciones realizadas.

En esta sección se realiza una descripción de los modelos elaborados para las simulaciones, así como de los aspectos más importantes de las propias simulaciones. Por eso, consta de dos subsecciones.

En la primera, donde se describen los modelos, se resumen las características generales que deben tener, teniendo en cuenta que el estudio se realiza para que el motor diseñado se emplace en un vehículo eléctrico Cross Rider, donde anteriormente había emplazado otro motor cuyas dimensiones no deben excederse.

En la segunda sección se mencionan los aspectos más importantes relativos a la realización de las simulaciones, como son la elección de tamaño de mallados y el tiempo de simulación.

4.2.1 Modelos realizados

- Geometría

En primer lugar, el motor que se implemente en el vehículo para su propulsión debe cumplir con unas especificaciones generales de dimensiones exteriores, velocidad de giro y frecuencia de alimentación, estas especificaciones se recogen en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Especificaciones generales para todos los modelos

Magnitud	Valor
Díámetro exterior	192 mm
Longitud axial	258 mm
Vel. Giro	1800 rpm
Frec. alimentación	60 Hz

Teniendo en cuenta los requisitos de velocidad de giro y frecuencia en la alimentación, queda ya determinado el número de pares de polos que debe tener el motor, lo cual viene determinado por la expresión (4.8).

$$p = 60 \cdot \frac{f \text{ (Hz)}}{\omega_r \text{ (rpm)}} \quad (4.8)$$

Donde p es el número de pares de polos, f la frecuencia eléctrica en hercios y ω_r la velocidad de giro del motor en revoluciones por minuto, resultando por tanto $p = 2$ pares de polos.

Atendiendo a estas características generales, en primer lugar se optó por la realización concreta de un modelo de motor propuesto en [1]. Se va a denominar modelo 1 a este modelo realizado.

En el artículo original, el motor del “Modelo 1” se propone con el propósito de minimizar la pulsación de par, por eso dispone de un número fraccionario de ranuras por polo y fase. En el artículo se realiza también un estudio del control de la alimentación necesario para conseguir que el motor siga funcionando ante la pérdida de fases o faltas en la alimentación.

Pero es importante reseñar que el artículo no dice que este modelo esté específicamente pensado para obtener par adicional debido a la inclusión de un tercer armónico en la corriente de alimentación.

La sección del Modelo 1 se muestra en la figura 4.2 y sus características se resumen en la tabla 4.2.

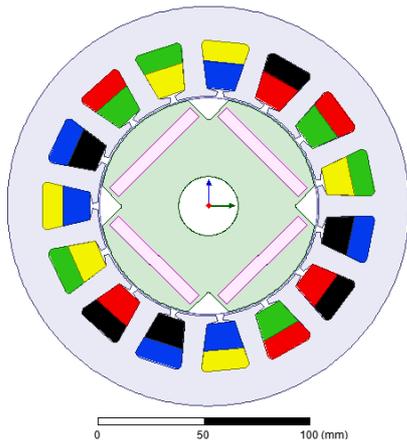


Figura 4.2 Sección del “Modelo 1”

Tabla 4.2 Especificaciones del “Modelo 1”

Magnitud	Valor
Nº de ranuras	15
Diám. int. Estátor	105,5mm
Diám. Rotor	103 mm
Longitud Imanes	54 mm
Altura Imanes	6 mm

La distribución de las fases en el devanado del estator se muestra en la figura 4.3.

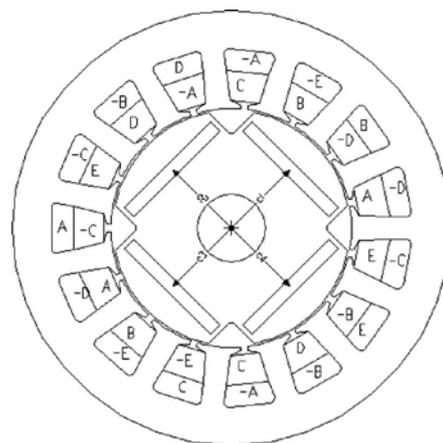


Figura 4.3 Distribución de fases “Modelo 1”

Debido a que, como se mostrará en la sección de resultados, el comportamiento del par electromagnético producido en este caso no fue el esperado al introducir un tercer armónico en la alimentación de la máquina, se optó por simular otro modelo extraído de [2], cuyo diseño en la tesis original sí es producir un par adicional incluyendo el tercer armónico en la corriente de alimentación. Se denomina a este modelo realizado, Modelo 2.

La sección del “Modelo 2” se muestra en la figura 4.4 Y sus características se resumen en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Especificaciones del “Modelo 2”

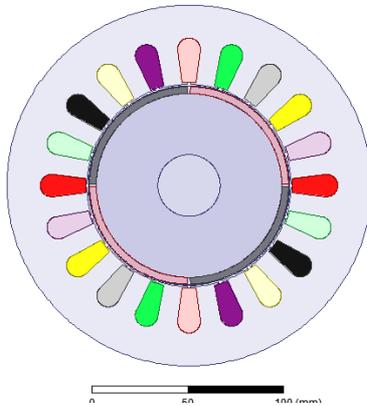


Figura 4.4 Sección del “Modelo 2”

Magnitud	Valor
Nº de ranuras	20
Diám. int. Estátor	107,6 mm
Diám. Rotor	97,75 mm
Longitud Imanes	82,3 mm
Altura Imanes	3,6 mm

Donde la distribución de fases por el devanado es como se muestra en la figura 4.5.

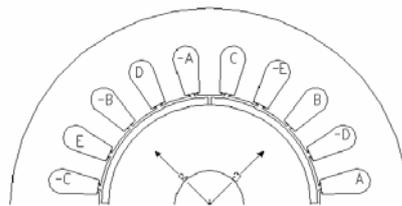


Figura 4.5 Distribución de fases “Modelo 2”

Pero como se puede observar, este es un modelo con imanes permanentes superficiales en lugar de interiores al rotor.

En el capítulo 2 se justificó la elección de motor con imanes permanentes interiores para la implementación en la tracción de vehículos eléctricos y estudio en este trabajo, debido a una serie de razones que se comentaron (mayor facilidad para fabricar imanes que no sean curvos, riesgo de desprendimiento de los imanes en la superficie, obtención de par reluctante en un IPMSM).

Por esto se decide realizar un “Modelo 3”, obtenido al combinar el estator del “Modelo 2” con el rotor de imanes permanentes interiores del “Modelo 1”.

La sección del “Modelo 3” se muestra en la figura 4.6.

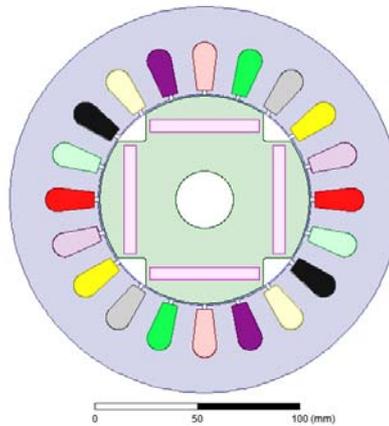


Figura 4.6 Sección del “Modelo 3”

Como se verá en los resultados, con el rotor de imanes interiores, en el “Modelo 3”, el par electromagnético medio generado por la máquina es mucho menor que en el caso del “Modelo 2” con imanes superficiales, además de tener una pulsación de par demasiado elevada, lo que ocasionaría un nivel de vibraciones inaceptable para la realización de un motor práctico.

La expresión teórica del par electromagnético generado muestra que una parte importante del par producido es debido al flujo magnético de los imanes que es concatenado por el devanado estatórico. Éste término es mucho menor en el caso del “Modelo 3”, con imanes interiores, que en el “Modelo 2” con imanes superficiales.

Es por eso que finalmente se propone el “Modelo 4”, haciendo uso de la misma distribución del estator de los modelos 2 y 3, pero con un rotor con imanes interiores radiales. Produciendo así un diseño de “concentración de flujo” en el entrehierro con el objetivo de aumentar el flujo magnético correspondiente a los imanes que es concatenado por el devanado del estator.

La sección del “Modelo 4” se muestra en la figura 4.7. Y sus características se resumen en la tabla 4.4.

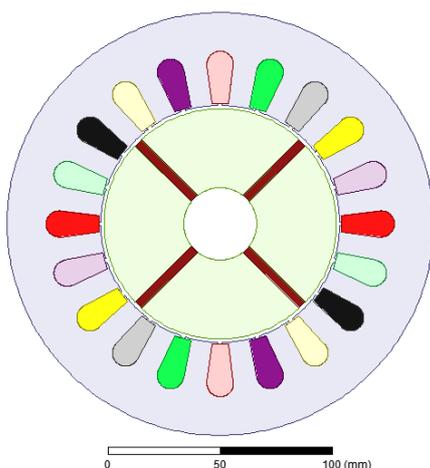


Tabla 4.4 Especificaciones del “Modelo 4”

Magnitud	Valor
Nº de ranuras	20
Diám. int. Estátor	105,5mm
Diám. Rotor	104,6 mm
Longitud Imanes	35,6 mm
Altura Imanes	4 mm

Figura 4.7 Sección del “Modelo 4”

- **Materiales**

Los materiales usados en las distintas partes de los motores modelados son:

- Estátor y rotor: Chapa magnética de acero al silicio M19-29G.
- Devanados: Cobre.
- Imanes: NeFeB 35EH.

Las propiedades del cobre y de los imanes de neodimio-hierro-boro, NeFeB 35EH se resumen en la tabla 4.5.

Tabla 4.5 Propiedades de los materiales

Propiedades				
Material	Permeabilidad relativa	Coercitividad	Conductividad	Densidad
Cobre	0,999991	0 Oe	$58 \cdot 10^6$ S/m	8,93 kg/dm ³
NeFeB 35EH	1,099	-11008 Oe	$6,67 \cdot 10^5$ S/m	7,5 kg/dm ³

Respecto al acero al silicio M19-29G empleado en la chapa magnética, se ha tomado su conductividad eléctrica como 0 S/m, su coercitividad también como 0 Oe, y su densidad de masa es de 7,872 Kg/dm³, pero su permeabilidad relativa conlleva la definición de una curva B-H no lineal, que se muestra en la figura 4.8. Teniendo la curva B-H, la permeabilidad magnética relativa en cada punto viene determinada por (4.9).

$$\mu_r = B / \mu_0 H \quad (4.9)$$

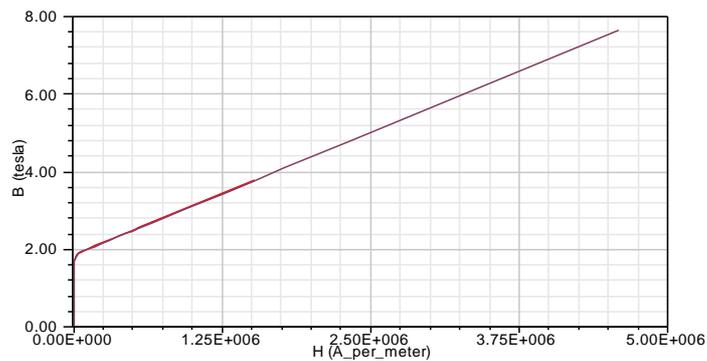


Figura 4.8 Curva B-H de M19-29G

- **Corriente de alimentación**

Todos los modelos se han simulado con dos alimentaciones distintas, una con sólo el modo fundamental, y otra con modo fundamental más componente de tercer armónico.

La alimentación con sólo el modo fundamental viene determinada por una intensidad máxima de 35 amperios a una frecuencia de 60 Hz.

Para la alimentación con el modo fundamental más la componente del tercer armónico, se ha tenido en cuenta que los valores máximos de densidad de flujo magnético por el interior de los componentes del motor no deben superar a los obtenidos en el caso de alimentación con sólo el modo fundamental.

Debido a esto, el valor máximo de las intensidades alcanzadas con sólo el modo fundamental y con el modo fundamental más tercer armónico deben ser los mismos.

Lo descrito anteriormente para la alimentación con componente fundamental y tercer armónico se consigue con un valor de intensidad de 37,25 amperios para la componente fundamental y una fracción de 1/3 de ese valor para el tercer armónico, estando el tercer armónico en contrafase, o con un desplazamiento de 180° respecto a la componente fundamental.

Por último, en todos los modelos se han empleado 9 conductores, o vueltas por bobina.

4.2.2 Simulación

La herramienta de software utilizada permite varios tipos de simulación o análisis, dependiendo de la particularidad o del tipo de problema a resolver. En este trabajo se ha usado la opción “Magnetic”, dentro de la opción “Solution type”, la cual permite la simulación de problemas cuasi-magnetoestáticos, dando como resultado los campos magnéticos en el dominio estudiado, a partir de las condiciones de entrada de corriente eléctrica y las condiciones de contorno de potencial o derivada de potencial magnético impuestas sobre el contorno del modelo.

Dentro de la opción “Magnetic”, se ofrecen tres opciones, de las cuales en este trabajo se han utilizados dos, la opción “Magnetic” y la opción “Transient”.

La opción “Magnetostatic” ofrece la resolución del campo magnético para un instante de tiempo determinado, tomando un valor instantáneo de las corrientes de entrada al motor en cada fase. La opción “Transient” lleva a cabo una simulación durante un periodo de tiempo determinado, tomando la expresión de las corrientes de fase en función del tiempo y asignando un movimiento a las partes móviles de la máquina, con esto toma valores para cada instante de la corriente de entrada y de la posición y va resolviendo el campo magnético para cada valor de tiempo.

- **Mallado**

En la realización de las simulaciones hay que tener en cuenta que la opción “Magnetostatic” y la opción “Transient” tratan el mallado que realizan de forma distinta. La primera realiza un refinamiento del mallado en relación a un criterio de error establecido, la segunda, al tener que resolver el problema en cada instante de tiempo, no refina el mallado inicial para cada paso, pues de ser así, el gasto computacional que supondría haría prácticamente inviable la simulación dinámica en una computadora personal.

Por tanto, para la realización de la simulación dinámica en la opción “Transient” es importante establecer un tamaño de mallado que sea adecuado, con el suficiente refinamiento sin ser excesivo, pues el programa no lo refinará por sí mismo.

Las condiciones del mallado en las distintas partes se muestran en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Condiciones para el mallado

Elemento	Tipo	Tamaño máximo	Max. N° de elementos
Estator	“Length Based”	2 mm	1000
Rotor	“Length Based”	2 mm	1000
Devanados	“Length Based”	2 mm	1000
Imanes	“Length Based”	1,5 mm	1000
Región externa	“Length Based”	5 mm	1000

En la figura 4.9 se muestra una imagen que da una visión general de cómo se toma este mallado en las distintas partes del motor.

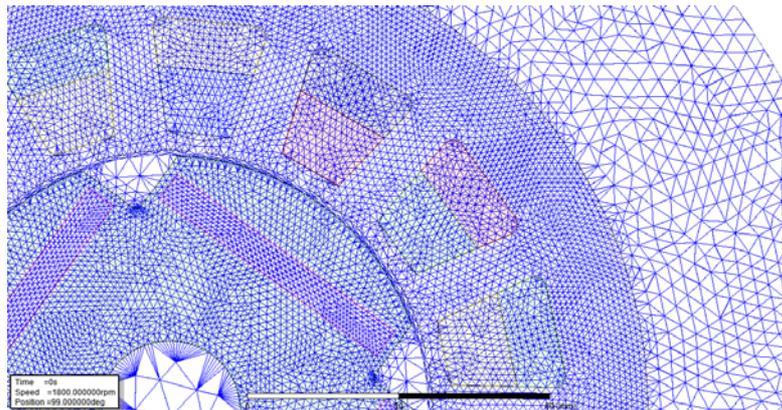


Figura 4.9 Geometría mallada para análisis “Transient”

- Simulación dinámica, periodo de tiempo simulado y paso temporal.

En las simulaciones de tipo dinámico donde hay partes móviles, la herramienta debe resolver el problema en cada instante de tiempo.

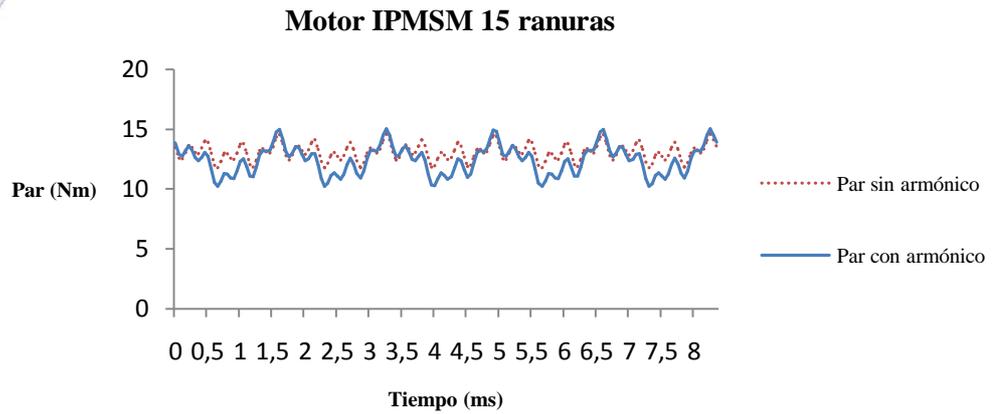
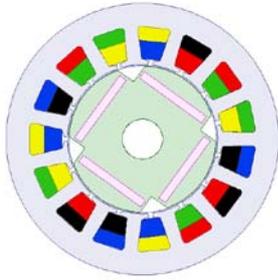
El gasto computacional y el tiempo que tarda el ordenador en proporcionar los resultados es directamente proporcional al número de instantes o pasos para los que debe resolver el problema y calcular los campos, pues debe resolver un problema de elementos finitos diferente para cada instante.

Este número de pasos temporales viene determinado por dos parámetros, el intervalo de tiempo total a simular y el valor de la división entre distintos instantes. En ambos hay que alcanzar una solución de compromiso de forma que la simulación sea factible. Por lo que tomar un paso temporal demasiado grueso no proporciona la precisión deseada en las curvas de par electromagnético producidas, pero tomarlo demasiado fino implica no poder realizar la simulación en un intervalo lo suficientemente grande. Paso temporal y periodo a simular son por tanto dos parámetros que se contraponen para realizar una simulación factible.

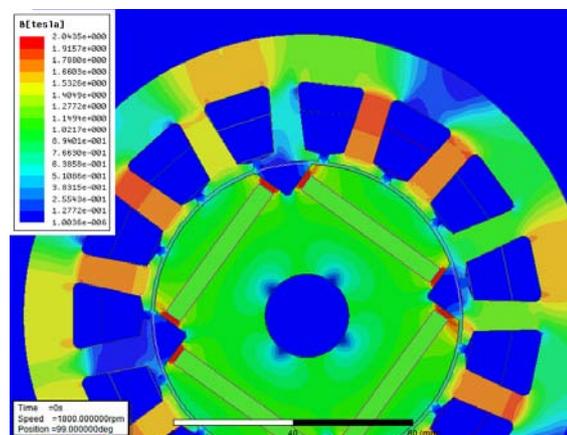
En las simulaciones el paso temporal se ha tomado de $50 \mu s$ y el tiempo total a simular $8,33 ms$.

4.3 Resultados obtenidos

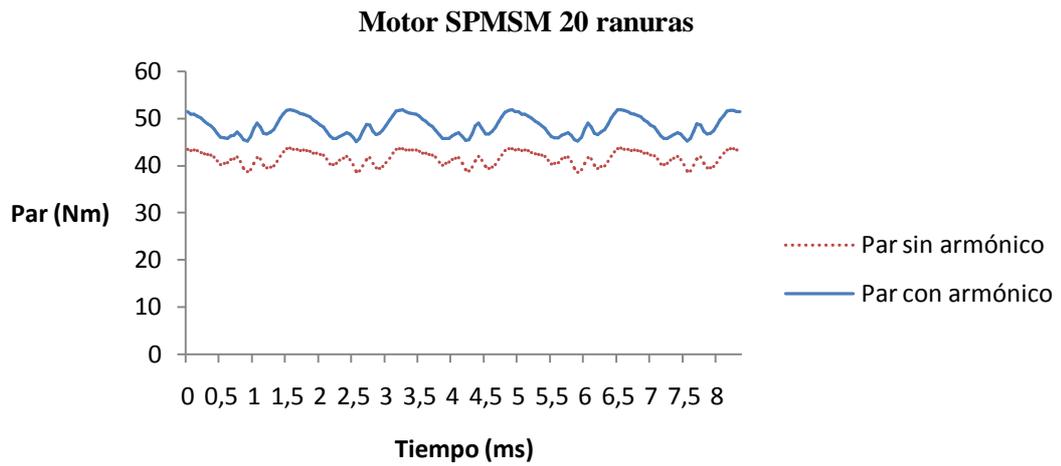
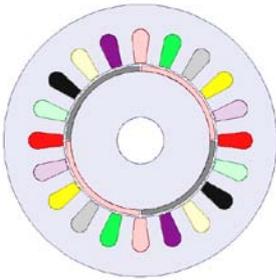
4.3.1 Modelo 1



	Par medio	Pulsación Par
Sólo componente fundamental	13,09 N·m	21,88 %
Componente fund. y tercer arm.	12,42 N·m	38,91 %

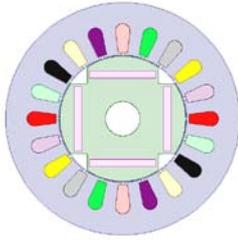


4.3.2 Modelo 2

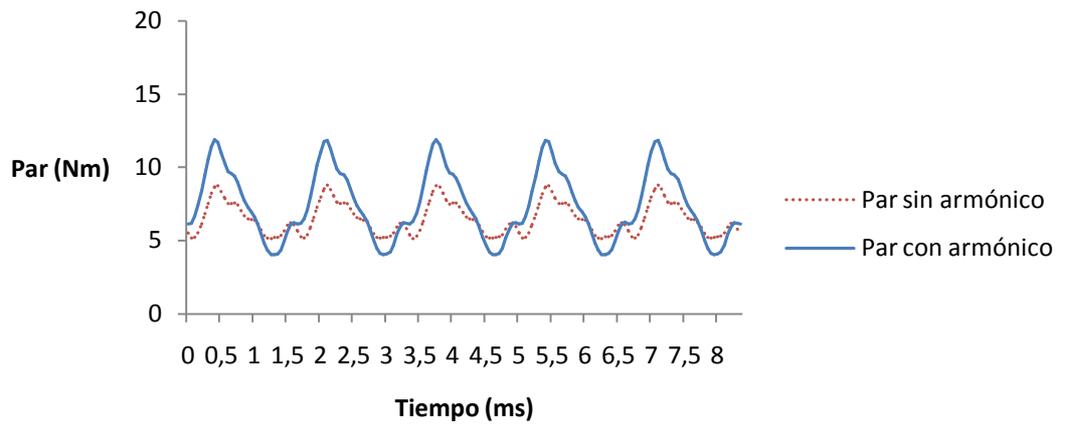


	Par medio	Pulsación Par %
Sólo componente fundamental	41,55 N·m	12,22 %
Componente fund. y tercer arm.	48,40 N·m	13,96 %

4.3.3 Modelo 3

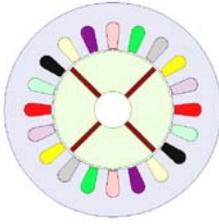


Motor IPMSM 20 ranuras

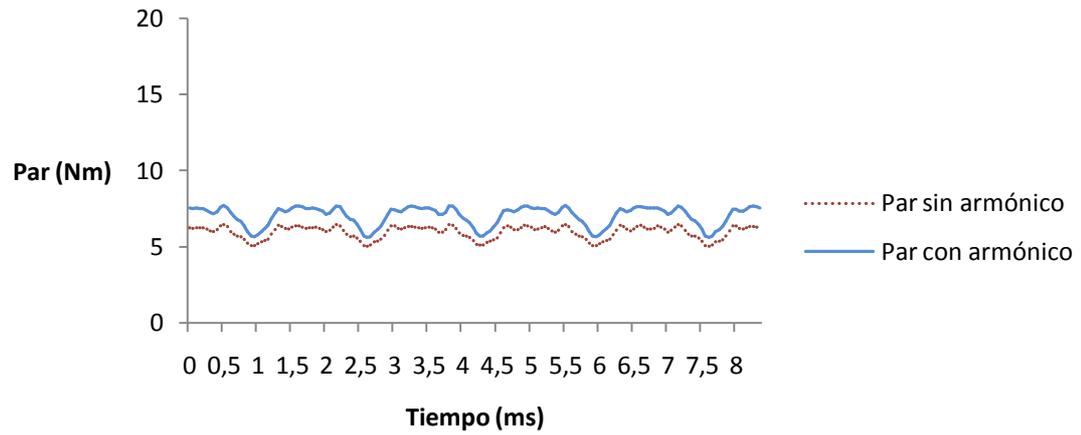


	Par medio	Pulsación Par %
Sólo componente fundamental	6,48 N·m	56,1 %
Componente fund. y tercer arm.	7,42 N·m	106,08 %

4.3.4 Modelo 4



Motor Imanes Radiales 20 ranuras



	Par medio	Pulsación Par %
Sólo componente fundamental	5,96 N·m	23,98 %
Componente fund. y tercer arm.	7,04 N·m	29,67 %

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS

La duda es uno de los nombres de la inteligencia.

- Jorge Luis Borges -

En este capítulo, finalmente, se exponen las conclusiones que el autor ha obtenido del trabajo realizado en este proyecto, tanto del estudio sobre la teoría del funcionamiento de los motores eléctricos multifásicos como de la realización de simulaciones.

También se describen las posibles direcciones de investigación futuras, líneas de trabajo y puntos a completar y/o mejorar, a juicio del autor, que podrían dar origen a la concreción de futuros proyectos.

5.1 Conclusiones

En el proyecto se han realizado diversas simulaciones, con el objetivo de proporcionar un modelo de motor síncrono pentafásico, que presentara una ganancia en el par electromagnético generado al introducir la componente del tercer armónico en la intensidad de alimentación.

Este motor sería luego implementado para la propulsión de un vehículo eléctrico Cross Rider.

Se ha conseguido proporcionar modelos que, efectivamente presentan una ganancia en el par al introducir el tercer armónico en la corriente de alimentación.

Sin embargo, como se ha podido comprobar, el par total producido por el motor se encuentra determinado también fuertemente por otros factores, como el flujo magnético de los imanes que es concatenado por el devanado estático.

Como consecuencia, se observa que, el hecho de que un motor pentafásico tenga un diseño adecuado para obtener par adicional al introducir el tercer armónico en la alimentación no implica que ese motor sea el de mayor densidad de par posible, y por tanto el más compacto que se pueda diseñar para producir una potencia determinada.

Para llevar a cabo un diseño que maximice el par total que un motor puede producir, habría que tener en cuenta la optimización conjunta de todos los factores que intervienen en dicha producción de par. Y esta optimización conjunta no es un problema sencillo.

Todo esto condujo al autor a intentar aprender más sobre los modelos teóricos del funcionamiento de los motores eléctricos, y las conclusiones finalmente obtenidas son principalmente sobre dos aspectos.

El primero es sobre la propia utilización de las herramientas de elementos finitos en el estudio y diseño de las máquinas eléctricas.

El autor ha podido comprobar que primero se debe tener un conocimiento sobre la teoría del funcionamiento de las máquinas eléctricas, y luego se puede sacar provecho de las herramientas de simulación. En este orden y no al revés, pues la propia herramienta de simulación no proporciona este conocimiento por sí misma y lo más factible es realizar las simulaciones incorrectamente.

Es muy importante poseer un conocimiento previo sobre la física del problema que se intenta simular, qué parámetros son importantes, y cuáles no, e incluso tener una idea, o por lo menos un orden de magnitud del resultado que se debe obtener. Esto ayuda mucho a depurar posibles errores en las simulaciones.

El segundo aspecto, y más importante de las conclusiones es sobre las características a tener en cuenta en el propio diseño de los motores eléctricos, a la hora de intentar obtener motores con alta densidad de par, o que sean compactos.

Sobre este aspecto, teniendo en cuenta los resultados de las simulaciones obtenidas, se puede concluir que:

- Para que un motor pentafásico pueda obtener par adicional con la inclusión del tercer armónico en la corriente de alimentación, su devanado estatórico debe estar diseñado adecuadamente.
- El devanado diseñado con este propósito puede influir negativamente en otros factores que determinen la producción de par.
- El flujo magnético debido a los imanes que concatena el devanado estatórico es un factor muy importante en el par total producido.
- Aunque un motor con imanes permanentes interiores produce par reluctante, debido a la asimetría magnética del rotor, el término del flujo magnético debido a los imanes que concatena el devanado del estator, comentado en el punto anterior, es generalmente mucho menor, teniendo el motor IPMSM en general una menor densidad de par.
- La pulsación en el par producido es otro factor significativo a tener en cuenta, ya que en ocasiones tiene un valor muy elevado y produciría grandes vibraciones que dan lugar a un modelo de motor inviable.
- Los motivos más importantes para la elección de un motor con imanes interiores, en lugar de superficiales, para la tracción de un vehículo eléctrico no son porque alcancen una mayor densidad de par generado, sino por una mayor robustez mecánica del rotor y una mayor facilidad de fabricación.

5.2 Líneas de trabajo futuras

En este trabajo, primero se realizó un estudio sobre las diferentes tipologías de motores eléctricos que existen, justificando la elección de una en particular la tracción del vehículo donde se quiere implementar.

Luego se proporcionó un modelo teórico para dicha tipología, el cuál cerraba con la expresión del par electromagnético generado por la máquina.

Por último, se realizan simulaciones con la herramienta informática empleada para determinar el par producido en las distintas configuraciones.

Las posibles líneas de trabajo futuras que en opinión del autor se podrían seguir conciernen, por una parte, al modelo teórico proporcionado, en el cuál se hacen una serie de suposiciones que habría que revisar para conseguir un modelo realista y útil para el diseño, y por otra, a posibilidades de la herramienta de simulación que no se han utilizado en el proyecto y que ésta puede ofrecer.

Respecto al modelo teórico:

- Modificación del modelo para incluir los efectos de distribución y acortamiento de devanado “short pitching”, así como de su giro axial “Skew”. Inclusión en el modelo de los coeficientes de devanado para los distintos armónicos.
- Inclusión en el modelo de la fuga de flujo magnético que no se concatena por las bobinas del devanado.
- Inclusión del coeficiente de Carter para tener en cuenta la abertura de las ranuras y calcular un ancho de entrehierro equivalente.
- Estudio de los efectos de saturación en la chapa magnética y cómo influye en la interacción de los armónicos.
- Implementación del modelo modificado en algún programa de cálculo como Matlab® para poder comparar con los resultados de las simulaciones obtenidas mediante elementos finitos.

Respecto a la herramienta de simulación:

- Las propiedades magnéticas de los imanes usados en los modelos dependen fuertemente de la temperatura. Por eso es importante estimar bien la temperatura de operación del motor. La herramienta de simulación, Maxwell v16.0, permite la simulación integrada en ANSYS v14.5, lo cual permitiría la simulación conjunta del problema electromagnético y térmico. Esto permitiría así la determinación de la temperatura de trabajo en las distintas partes de la máquina, dando un mejor ajuste de sus propiedades electromagnéticas y mayor realismo a la simulación del problema.
- El programa de simulación permite también operar mediante “scripts” o comandos escritos, en lugar de hacerlo desde su interfaz gráfica. Estos “scripts” se pueden ejecutar desde Matlab®, de forma que el programa se puede integrar con las herramientas disponibles en Matlab®, haciendo uso de ellas en la optimización del diseño de los motores.

ANEXO A: TRANSFORMADAS DE CLARKE Y DE PARK

Las ecuaciones que describen el comportamiento de un motor varían según la propia posición del rotor, así que para el cálculo analítico son poco prácticas, ya que se debería volver a calcular en cada momento, para cada posición del rotor.

Por ello se recurre a las transformada de Clarke (o transformación alfa-beta) y un giro a velocidad síncrona, lo que se conoce por transformada de Park (o transformada dq0), la cual transforma un sistema trifásico que rota uniformemente a un sistema de dos ejes estáticos (sin tener en cuenta el eje homopolar) solidarios al rotor, llamada referencia síncrona.

La referencia síncrona permite utilizar fasores, álgebra y números complejos, lo que para el control de cualquier dispositivo facilita enormemente su modelado.

En primer lugar la transformada de Clarke, transforma las tres componentes trifásicas dos ejes alfa y beta más un tercer eje homopolar, el cual si se considera que las componentes trifásicas están equilibradas es 0.

Esto simplifica al fin y al cabo las ecuaciones, pasando de tres a dos ejes. Pero a la práctica no es suficiente, pues las ecuaciones del motor seguirán variando con el giro del rotor.

$$T_{\alpha\beta\gamma} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Así pues se aplica un giro a velocidad síncrona. Esto solidariza los ejes alfa y beta al rotor, pasándose a llamar ejes directo (d) y de cuadratura (q). Un esquema conceptual de estos ejes en un motor SPM se puede ver en la Figura A.1. Este giro es el que hace posible el análisis simple del estado del motor pues las ecuaciones pasan a ser invariantes al giro del rotor, pues en esta nueva referencia, el rotor no gira.

Hacer la transformada de Clarke y el giro se le llama la transformada de Park, la cual se ha utilizado para analizar inductancias y punto de funcionamiento del motor.

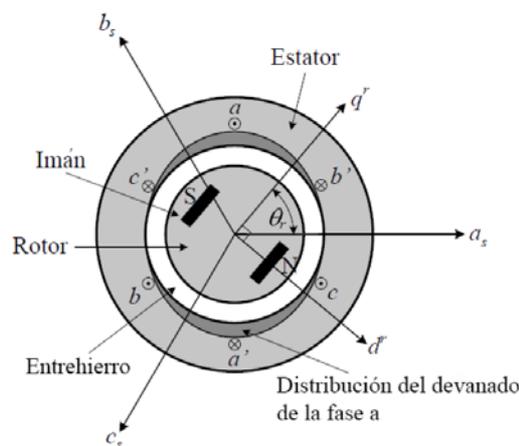


Figura A.1 Esquema de los ejes d y q en un motor SPM

$$P(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

ANEXO B: MATERIALES DE LOS IMANES PERMANENTES

El desarrollo de materiales para la fabricación de imanes permanentes no ha alcanzado un estado de madurez hasta mediados del siglo XX. Es por esta razón que durante mucho tiempo tuvieron una aplicación muy limitada, o casi nula, en la construcción de máquinas eléctricas para la industria.

Después de la obtención de materiales como el Alnico o la ferrita, los imanes permanentes ganaron mayor popularidad y se comenzaron a usar ampliamente para máquinas DC en aplicaciones de pequeña potencia, por ejemplo, en motores de servicios auxiliares de un vehículo.

Recientemente, el perfeccionamiento logrado de las propiedades en los materiales para la fabricación de imanes permanentes, unido al desarrollo y los avances técnicos en la electrónica de potencia y los métodos de control han ocasionado la sustitución de las máquinas de inducción por máquinas con imanes permanentes en muchas áreas de la industria.

Materiales de los imanes permanentes

El comportamiento magnético de un imán permanente viene descrito en función de las siguientes cuatro características principales;

1. Remanencia magnética (B_r), es la magnetización o la densidad de flujo que queda en un imán después de haber alcanzado la saturación.
2. Coercitividad (H_c) es la intensidad de campo magnético necesaria que hay que aplicar al imán para conseguir hacer cero su densidad de flujo remanente.
3. Producto de energía máxima (BH_{max}) indica la energía máxima asociada al campo magnético que un imán puede crear.
4. Coeficiente de temperatura se define como la variación del flujo remanente, en tanto por ciento, por 1 °C de incremento en la temperatura.

La figura B.1 muestra una curva B-H típica para un material magnético. Mediante la aplicación de un campo intenso a una muestra de material magnético, la muestra comienza a magnetizarse.

Luego, al dejar de aplicar dicho campo, el material empieza a retroceder por la curva superior en la figura B.1, llamada curva de desmagnetización, hasta el punto en el que la intensidad de campo magnético aplicada (H), es cero, y el material presenta una densidad de flujo remanente B_r .

A la pendiente de la curva B-H se le denomina permeabilidad magnética del material y en la figura B.1 se ha supuesto constante en una amplia zona en la curva de desmagnetización. El producto de energía máxima BH_{max} ocurre en el punto donde la hipérbola definida por $BH = \text{constante}$ sea tangente a la curva de desmagnetización.

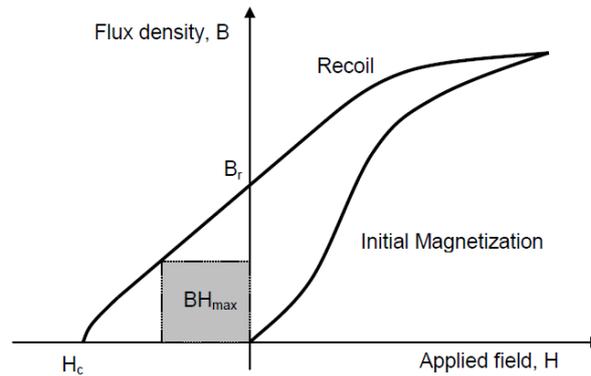


Figura B.1 Curva B-H típica de un imán

En la tabla B.1 se muestran las unidades de cada magnitud mencionada.

Tabla B.1 Equivalencia de unidades

	Unidad SI	Unidad CGS	Conversión
B_r	T (tesla)	G (gauss)	1T=10 ⁴ G
H_c	A/m	Oe (Oersted)	1 A/m = 4π/10 ³ Oe = 1.257x10 ² Oe
BH_{max}	J/m ³	G·Oe	1 J/m ³ = 1.257x10 ² G·Oe

Aunque la fabricación de imanes permanentes comenzó con el acero magnético al carbón en el siglo XVIII, en Londres, la historia de la aplicación de máquinas con imanes permanentes en la industria no comenzó hasta la primera mitad del siglo XX, con la implementación de imanes de Alnico, material basado en una composición de aluminio, níquel, hierro y cobalto.

A finales de los 1960s, la ferrita, compuesta por óxido de hierro (Fe_2O_3), bario (Br) y estroncio (Sr), sustituyó al Alnico en multitud de aplicaciones, debido al alto precio por el complejo proceso de fabricación del Alnico.

A pesar de su pobre producto de máxima energía, la ferrita sigue siendo hoy ampliamente utilizada debido por la abundancia de materia prima, y el bajo coste de producción. Además, la ferrita, debido a sus propiedades mecánicas, resulta un material adecuado para la manufactura de imanes con formas geométricas complejas. Sin embargo, la ferrita no es adecuada para aplicaciones a elevada temperatura debido a que su remanencia y coercitividad disminuyen fuertemente con el aumento de temperatura, mostrando un coeficiente de temperatura demasiado elevado.

Los imanes que muestran un mejor coeficiente de temperatura son los de Samario-Cobalto (Sm-Co), los cuales se desarrollaron a finales de la década de los sesenta. Pero al ser el Samario un elemento de los denominados “tierras raras”, escaso y poco disponible, la falta de materia prima y su elevado coste limita en gran parte su utilización en las diversas aplicaciones y su éxito comercial.

“General Motors” y “Sumimoto” anunciaron simultáneamente el desarrollo de los imanes de Neodimio-Hierro-Boro ($Nd-Fe-B$), los cuales se comenzaron a utilizar rápidamente en muchas áreas de la industria, debido a su altísimo producto de energía máxima y a su relativo bajo coste en comparación con los de Samario-Cobalto.

Este tipo de material, al poseer un producto de energía máxima mayor que todos los demás, es el más indicado

cuando la capacidad de la máquina es el factor determinante. Pero hay que tener sumo cuidado con el rango de temperaturas donde va a operar pues no tiene un buen comportamiento frente al incremento de temperatura y su curva B-H cambia drásticamente.

El último material magnético introducido históricamente para la fabricación de imanes permanentes es el de Nitruro-Hierro-Samario (Sm-Fe-N), introducido a mediados de los 1980s. Este material presenta una elevada resistencia a la desmagnetización, corrosión y es más estable frente al incremento de temperatura lo cual era el principal inconveniente de los de Neodimio-Hierro-Boro.

En la figura B.2 se muestra el desarrollo histórico que ha seguido la evolución de los materiales magnéticos para la fabricación de imanes permanentes a lo largo del siglo XX.

Esta figura muestra la mejora de la capacidad en el producto de energía máxima de los distintos materiales conforme se han ido desarrollando y obteniendo nuevos procesos de fabricación. Se puede observar que todos han seguido un desarrollo significativo, a excepción de la ferrita. La ferrita no ha conseguido obtener un valor deseable de (BH_{max}) , pues un incremento en su coercitividad viene acompañado inevitablemente de una disminución en su flujo de remanencia.

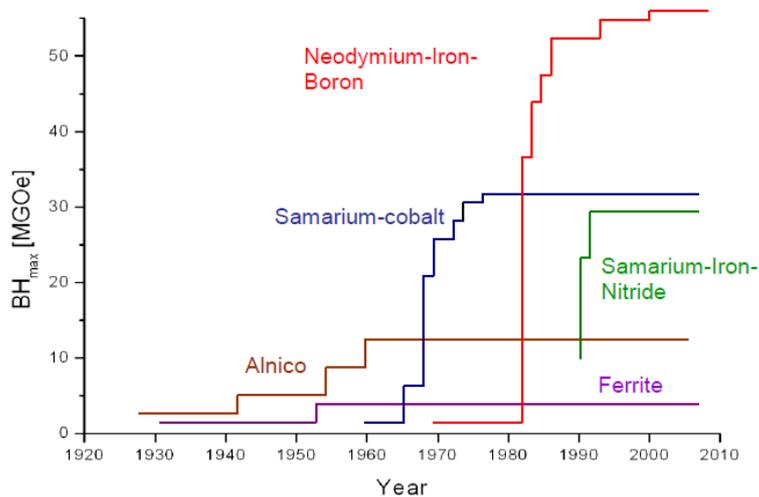


Figura B.2 Evolución del producto de energía máxima de diferentes materiales

ANEXO C: EXPLICACIÓN DETALLADA DEL MEF PARA PROBLEMAS ELECTROMAGNÉTICOS

El método de los elementos finitos (MEF) es un procedimiento que permite la resolución de problemas que están gobernados por ecuaciones diferenciales ordinarias, o ecuaciones en derivadas parciales. Mediante la conversión de éstas en una serie de ecuaciones algebraicas, implementa un método flexible, fiable y efectivo a la hora de abordar problemas físicos diversos, que estén gobernados por estas ecuaciones.

Existen otros métodos para abordar este tipo de problemas, como son el método de los elementos de contorno (MEC), el método de las diferencias finitas (MDF), el método de los momentos (MM) o el método de Montecarlo (MCM), los cuales, pueden llegar a ser más eficientes que el método de los elementos finitos en algunos tipos concretos de problemas.

Estos métodos también consisten en la conversión de ecuaciones diferenciales en una serie de ecuaciones algebraicas, pero se diferencian del MEF en la forma de hacer la discretización del problema necesaria para dicha conversión.

No obstante, el MEF es el método más ampliamente difundido y utilizado, no solo por razones históricas (ya que fue el primero cuya implementación se aplicó a la resolución de problemas en estructuras y resistencia de materiales), sino por su versatilidad y robustez a la hora de atacar casi cualquier tipo de problema.

Se denomina análisis mediante elementos finitos a la puesta en práctica del método de los elementos finitos para la resolución de un conjunto concreto, de ecuaciones diferenciales asociadas a un determinado sistema físico. Y la tipología de sistemas que pueden estudiar mediante este análisis, es realmente amplia, abarcando problemas de estructuras y resistencia de materiales, problemas de transmisión de calor, de fluidos o de campos electromagnéticos.

Entre estos últimos están el análisis y la síntesis de dispositivos electromagnéticos y electromecánicos.

Resulta muy útil en modelos de dispositivos electromagnéticos provistos con imanes permanentes constituidos con cualquier forma y material, y particularmente en el estudio de motores con imanes interiores permanentes, ya que los únicos datos necesarios para el análisis son la geometría del modelo, las características de los materiales ferromagnéticos de las distintas partes y la curva de des-magnetización de los imanes. Al establecer las corrientes de intensidad eléctrica que entran al dominio del modelo y las condiciones de contorno, permite obtener la distribución de flujo magnético en todo el dominio objeto de estudio.

En la actualidad existen numerosos paquetes comerciales de software, que incluyen el MEF y que facilitan su utilización, incluso a usuarios no especializados, pues están provistos de interfaces amigables y son en cierto sentido, opacos respecto al proceso interno que el software utiliza en la resolución.

No obstante, para entender y poder hacer uso de los paquetes comerciales de MEF de forma eficiente, se debe poseer al menos un conocimiento básico de la teoría de campos electromagnéticos.

En este trabajo se ha utilizado el paquete comercial de cálculo MAXWELL v.16.0 para obtener los resultados mediante análisis con elementos finitos. Dicho paquete se encuentra integrado dentro del software ANSYS v.14.5, el cual es un software general para el análisis mediante elementos finitos de diversos tipos de problemas físicos, aunque enfocado originariamente al análisis de problemas de elasticidad y resistencia de materiales, y de elementos estructurales.

En este anexo se desarrollarán, las expresiones generales para el cálculo de las variables involucradas en los problemas electromagnéticos y cómo se derivan las expresiones para el análisis mediante elementos finitos en la resolución de estos problemas.

Para eso, primero se exponen las leyes generales que gobiernan los fenómenos electromagnéticos, luego se comenta cómo se particularizan estas leyes para su resolución mediante el MEF y por último se expone cómo se realiza la discretización y la aplicación de las funciones de aproximación o funciones de forma para obtener el conjunto de ecuaciones algebraicas a resolver.

Ecuaciones generales del electromagnetismo. Leyes de Maxwell.

Maxwell formuló las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de los campos electromagnéticos en los años 1864-1865 a partir de una serie de leyes ya postuladas como son las leyes de Biot-Savart (1820), de Faraday (1831) y de Gauss (1840).

Estas leyes se enuncian a continuación:

- Ley de Biot-Savart

La ley de Biot-Savart relaciona la intensidad de campo magnético con la fuente que lo produce, la corriente eléctrica.

El diferencial de intensidad de campo magnético dH_2 en el punto P_2 producido por el elemento lineal diferencial de corriente $I_1 dl_1$ en el punto P_1 viene dado por (C.1).

$$dH_2 = \frac{I_1 dl_1 \times \mathbf{1}_{R_{12}}}{4\pi R_{12}^2} \quad (C.1)$$

Donde dl_1 es el vector unitario tangente al circuito de corriente en el punto P_1 y $\mathbf{1}_{R_{12}}$ es el vector unitario en la dirección $P_1 - P_2$, siendo R_{12} la distancia entre estos dos puntos. En la Figura C.1 se muestra la disposición de los diferentes términos.

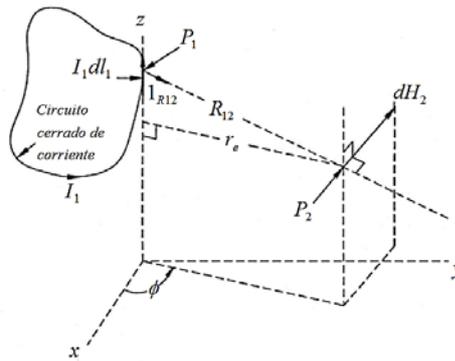


Figura C.1 Representación de dH_2 en P_2 producida por $I_1 dl_1$ en P_1

- Ley de Faraday

La ley de Faraday relaciona la fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado (o espira) debido a la variación temporal del flujo magnético que atraviesa la superficie bordeada por dicho circuito cerrado, esta fuerza electromotriz viene dada por (C.2)

$$\varepsilon = -\frac{d\phi(x, t)}{dt} = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}\right) \quad (C.2)$$

Donde ε es la fuerza electromotriz y ϕ es el flujo magnético total que atraviesa la superficie S que es bordeada por el circuito cerrado o espira, el cual está determinado por la ecuación (C.3).

$$\phi(x, t) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS \quad (C.3)$$

Donde \vec{B} es la densidad de flujo magnético y \vec{n} es la normal al diferencial de superficie dS en cada punto.

En la Figura C.2 se visualiza un esquema de cómo el campo magnético atraviesa la superficie bordeada por una espira, provocando la variación temporal de este flujo una fuerza electromotriz ε que se traduce en una tensión si damos un corte al circuito cerrado.

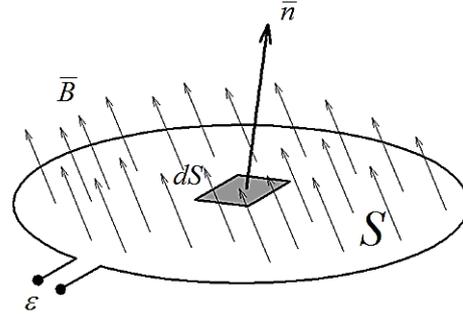


Figura C.2 Flujo magnético que atraviesa una superficie S

En el caso de tener N vueltas del circuito cerrado, o N espiras, bordeando la superficie S la expresión (C.3) de la ley de Faraday se transforma en (C.4).

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi(x, t)}{dt} = -N \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \right) \quad (C.4)$$

- Ley de Gauss

La ley de Gauss relaciona la carga eléctrica Q_{en} contenida en un cierto volumen V , con el flujo eléctrico total Ψ_E que pasa a través de la superficie la cual encierra a dicho volumen.

Esta ley viene expresada por la ecuación (C.5).

$$\Psi_E = \oint_{S_V} d\Psi_E = \oint_{S_V} \vec{D} \cdot \vec{n} dS_V = Q_{en} \quad (C.5)$$

Donde S_V es la superficie cerrada que contiene al volumen V , \vec{D} es la densidad de flujo eléctrico y \vec{n} la normal a la superficie en cada punto.

Y la carga contenida en el volumen V viene expresada por (C.6)

$$Q_{en} = \int_V \rho dV \quad (C.6)$$

Siendo ρ la densidad de carga eléctrica en cada punto de V .

Los conceptos que intervienen en la ley de Gauss expresada en la ecuación (C.5) se muestran en la Figura C.3.

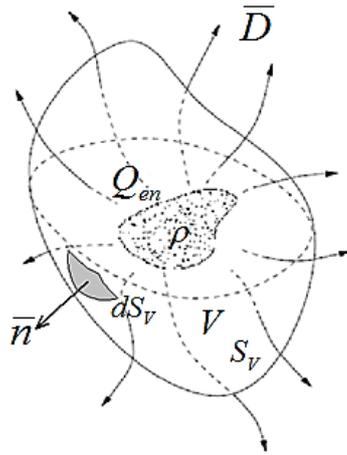


Figura C.3 Flujo eléctrico creado por una carga Q_{en} contenida en un volumen V .

Leyes de Maxwell

A partir de las leyes empíricas anteriores, Maxwell formuló un conjunto de cuatro ecuaciones que gobiernan todo el electromagnetismo, pues encontrar la solución a cualquier problema electromagnético, se reduce a encontrar la solución a estas cuatro ecuaciones, particularizadas a dicho problema.

Pero esto en general, no es tarea sencilla, puesto que son un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales, dos de ellas escalares y dos vectoriales, acopladas entre sí y la solución analítica a dichas ecuaciones sólo es factible para casos sencillos en los que se pueden desacoplar, y/o en los que la geometría y propiedades de los materiales son sencillas.

No obstante, es ilustrativo entender el significado físico de dichas ecuaciones, tanto como su procedencia a partir de las leyes empíricas de las que provienen.

El conjunto de ecuaciones de Maxwell es el siguiente:

$$\nabla \cdot D = \rho \cdot v \quad (C.7)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (C.8)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} - \nabla \times (B \times v) \quad (C.9)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \times (D \times v) + v \nabla \cdot D \quad (C.10)$$

La ecuación (C.7) no es más que la ley de Gauss explicada en el apartado anterior, pero expresada en forma diferencial.

La ecuación (C.8) es una expresión análoga a la ley de Gauss, pero aplicada al caso del campo magnético. Al no existir monopolos magnéticos, la carga magnética neta contenida en un volumen por pequeño que sea, es cero. Por tanto, el flujo magnético total que atraviesa cualquier superficie cerrada es cero. Esto, expresado en forma diferencial, es lo que establece esta ecuación.

La ecuación (C.9) procede de la ley de Faraday, expresada también en forma diferencial, y expresa que la

circulación del campo eléctrico a través de cualquier circuito cerrado, es proporcional a la variación temporal del flujo magnético total, que atraviesa la superficie bordeada por dicho circuito.

Por último, la ecuación (C.10) está relacionada con la ley de Biot-Savart, la cual a su vez está relacionada con la ley de Ampère, de hecho, no es más que la ley de Ampère expresada en forma diferencial, excepto por los términos que involucran a D , los cuales fueron introducidos por Maxwell, y no estaban recogidos en el conjunto de leyes empíricas anteriores a él, que describían los fenómenos electromagnéticos.

Reformulación de las leyes de Maxwell, para su resolución mediante el MEF

Para poder llevar a cabo la discretización, y la formulación del conjunto de ecuaciones algebraicas, es necesario previamente realizar una reformulación del conjunto de ecuaciones generales de Maxwell, descrito anteriormente, con tal de poder aplicar el principio variacional en términos de energía necesario para el desarrollo del método de elementos finitos y la obtención de ecuaciones algebraicas.

Potencial vectorial magnético

La segunda ecuación de Maxwell, expresión (C.8), implica que B se puede expresar como el rotacional de un cierto campo A , ya que la divergencia sobre el rotacional de cualquier campo es cero. Por lo tanto podemos expresar B como en (C.11).

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{C.11})$$

A este campo vectorial A lo denominamos potencial vectorial magnético, puesto que conocido A se conoce automáticamente la densidad de flujo magnético B .

Teniendo en cuenta esto y asumiendo que en nuestro problema particular $\mu = const.$, $\sigma = const.$, $v = 0$ y $\nabla \cdot D = 0$, la expresión (C.10) se transforma en (C.12).

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu\sigma\mathbf{E} + \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{C.12})$$

Introduciendo la expresión del potencial vectorial magnético en (C.12) y haciendo uso de $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$, la expresión (C.12) se transforma en (C.13).

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu\sigma\mathbf{E} + \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{C.13})$$

Donde además si se tiene en cuenta que $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ y que para la frecuencia con la que varían los campos en transmisión de potencia, esto es, 50 o 60 Hz, $\sigma\mathbf{E} \gg j\omega\epsilon\mathbf{E}$, el potencial vectorial magnético para campos que varían sinusoidalmente en el tiempo viene determinado por la ecuación de Poisson (C.14).

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (\text{C.14})$$

Particularización de las expresiones de los potenciales electromagnéticos para el problema bidimensional

Un campo magnético bidimensional que varía con el tiempo se puede describir mediante el potencial magnético, esto se expresa en (C.15).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J + j\omega\sigma A \quad (\text{C.15})$$

Donde el vector potencial magnético A y la densidad de corriente de excitación J están definidos en la dirección del eje z . Lo cual se expresa en (C.16).

$$\mathbf{A} = \mathbf{1}_z A_z \quad \mathbf{J} = \mathbf{1}_z J_z \quad (\text{C.16})$$

La densidad de flujo magnético tiene por tanto dos componentes en el plano x - y , que es perpendicular al

potencial A y a J , de forma que se obtiene (C.17).

$$\mathbf{B} = \mathbf{1}_x B_x + \mathbf{1}_y B_y \quad (\text{C.17})$$

Usando la definición de potencial vector magnético se puede expresar (C.18).

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad \mathbf{1}_x \frac{\partial A_z}{\partial y} - \mathbf{1}_y \frac{\partial A_z}{\partial x} = \mathbf{B}(x, y) \quad (\text{C.18})$$

Para la densidad de energía en el caso bidimensional se tiene (C.19).

$$w = \frac{1}{2\mu} B^2 = \frac{1}{2\mu} (B_x^2 + B_y^2) = \frac{1}{2\mu} \left(\left| \frac{\partial A_z}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial A_z}{\partial y} \right|^2 \right) \quad (\text{C.19})$$

Para el caso de un campo cuasi-magnetostático 2D se puede escribir una ecuación análoga a la expresión (C.15).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (\text{C.20})$$

Y para el campo electrostático se tiene (C.21).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{C.21})$$

Donde ψ es el potencial escalar electrostático, ρ es la densidad de carga dependiente de ψ y ϵ es la permeabilidad eléctrica.

Definición de funcionales energéticos

El método de los elementos finitos está basado en el principio de conservación de la energía, el cual se puede derivar para campos electromagnéticos de las ecuaciones de Maxwell.

La potencia activa neta a la entrada de un dispositivo eléctrico viene determinada por (C.22).

$$P = \int_V \sigma E^2 dV = \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dV = \int_l \left(\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \right) \cdot \mathbf{E} dl \quad (\text{C.22})$$

La fuerza electromotriz, de la ley de Faraday para $N = 1$ se expresa por (C.23).

$$e = \int_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{C.23})$$

Y la corriente que circula en una espira, de la ley de Ampere se puede expresar como (C.24).

$$I_{en} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{C.24})$$

Introduciendo la ecuación (C.23) y la ecuación (C.24) en la ecuación (C.22) obtenemos (C.25).

$$P = \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \left[-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right] = -\int_V \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dV \quad (\text{C.25})$$

O lo que es equivalente (C.26).

$$\int_V E \cdot J dV = - \int_V H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} dV \quad (C.26)$$

El término de la derecha se puede re-escribir para obtener (C.27).

$$P = \int_V E \cdot J dV = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left[\int_0^B H \cdot dB \right] dV \quad (C.27)$$

Donde el término de la derecha es la tasa de incremento de energía almacenada en el campo magnético en el volumen V, esta energía se podría denominar W, según (C.28).

$$W = \int_V \left[\int_0^B H \cdot dB \right] dV \quad (C.28)$$

La potencia de entrada P se puede expresar también en términos del potencial vector magnético A. De acuerdo con las ecuaciones (C.14) y (C.27) la intensidad de campo eléctrico $E = -\partial A/\partial t$. Entonces, la entrada de potencia eléctrica se puede describir como (C.29).

$$P = - \int_V J \cdot \frac{\partial A}{\partial t} dV = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left[\int_0^A J \cdot dA \right] dV \quad (C.29)$$

Y comparando las ecuaciones (C.27) y (C.29) se deduce (C.30).

$$\int_V \left[\int_0^B H \cdot dB \right] dV = \int_V \left[\int_0^A J \cdot dA \right] dV \quad (C.30)$$

La ecuación (C.30) muestra que para dispositivos electromagnéticos sin pérdidas el incremento de energía magnética almacenada es igual a la entrada de potencia eléctrica. El principio variacional permite obtener la solución del campo electromagnético minimizando el funcional de energía correspondiente a dicho campo, el cual se corresponde con la diferencia de energía almacenada por el sistema y la energía aplicada sobre el volumen de dicho sistema, por lo que para sistemas magnéticos este funcional se define como (C.31).

$$F = \int_V \left[\int_0^B H \cdot dB - \int_0^A J \cdot dA \right] dV \quad (C.31)$$

El primer término en el lado de la derecha es la energía magnética almacenada y el segundo término es la entrada de energía eléctrica en el dominio. Se cumple que este funcional es mínimo cuando se da la condición (C.32).

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 0 \quad (C.32)$$

Entonces se tiene (C.33).

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial A} \int_0^B H \cdot dB - J \right] dV = 0 \quad (C.32)$$

Incluyendo una estimación de las pérdidas de $0.5j\omega\sigma A^2$ debidas a las corrientes inducidas donde ω es la frecuencia angular y σ la conductividad eléctrica, la expresión anterior del funcional F se transforma en (C.34).

$$F = \int_V \left[\frac{B^2}{2\mu} - J \cdot A + j\omega \frac{1}{2} \sigma A^2 \right] dV \quad (C.33)$$

Donde:

$$\int_V \left[\int_0^B H \cdot dB \right] dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV = \frac{1}{2\mu} (B_x^2 + B_y^2) \quad (C.34)$$

Y esta expresión para problemas bidimensionales queda como (C.36).

$$F = \int_S \left[\frac{B^2}{2\mu} - J \cdot A + j\omega \frac{1}{2} \sigma A^2 \right] dS \quad (C.35)$$

La expresión para el funcional (C.31) es algo distinta en el caso de incluir un vector de magnetización remanente B_r resultado de un material ferro-magnético duro.

Así en problemas con imanes permanentes se tiene (C.37).

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \chi H + B_r = \mu_0 \mu_r H + B_r \quad (C.36)$$

La expresión para el funcional viene determinada por (C.38).

$$F = \int_V \left[\frac{B^2}{2\mu} - \frac{B B_r}{\mu} - J \cdot A + j\omega \frac{1}{2} \sigma A^2 \right] dV \quad (C.37)$$

Discretización, aproximación de funciones y formulación mediante el MEF

El problema ha quedado reducido a resolver el potencial magnético vectorial a partir de la expresión (C.32) utilizando la forma del funcional de energía que se corresponda con nuestro problema.

Para conseguir este objetivo, se lleva a cabo una doble aproximación. Por una parte, se aproximará la geometría del problema por su discretización en elementos, que en nuestro caso serán triangulares. Y por otro, es necesario aproximar la función que describe al potencial vectorial magnético en el interior de cada elemento, mediante una interpolación que será dependiente del tipo de elemento y del número de nodos que el elemento tenga.

En resumen se tienen los dos siguientes pasos:

- 1) Aproximación de la geometría
- 2) Interpolación de la función A en cada elemento

Aproximación de la geometría:

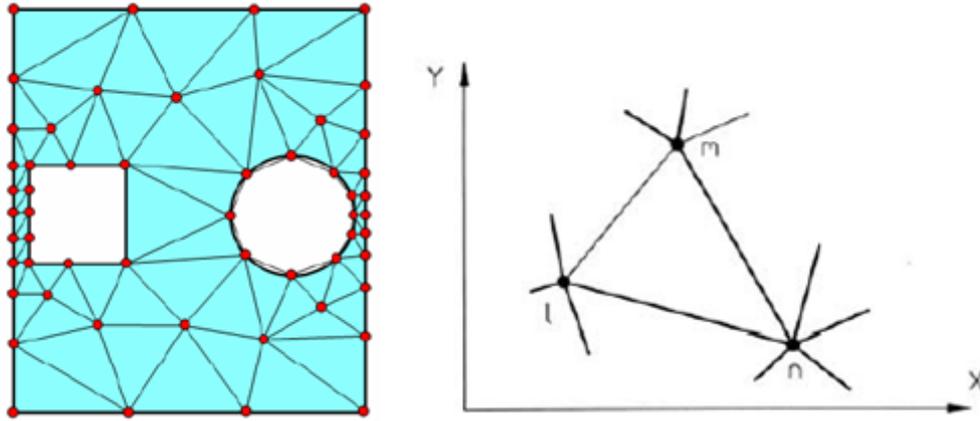


Figura C.4 Discretización de la geometría.

La aproximación de la función de A en cada elemento viene expresada por (C.39).

$$A = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (C.38)$$

Siendo los valores de A para cada nodo:

$$\begin{aligned} A_l &= \alpha_1 + \alpha_2 x_l + \alpha_3 y_l \\ A_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \\ A_n &= \alpha_1 + \alpha_2 x_n + \alpha_3 y_n \end{aligned} \quad (C.39)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} A_l \\ A_m \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_l & y_l \\ 1 & x_m & y_m \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (C.40)$$

La solución a la ecuación (C.41) conduce a (C.42).

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} A_l & x_l & y_l \\ A_m & x_m & y_m \\ A_n & x_n & y_n \end{vmatrix} & \alpha_2 &= \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} 1 & A_l & y_l \\ 1 & A_m & y_m \\ 1 & A_n & y_n \end{vmatrix} \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} 1 & x_l & A_l \\ 1 & x_m & A_m \\ 1 & x_n & A_n \end{vmatrix} & 2\Delta &= \begin{vmatrix} 1 & x_l & y_l \\ 1 & x_m & y_m \\ 1 & x_n & y_n \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (C.41)$$

Donde Δ es el área del elemento triangular formado por los nodos l, m, n . Introduciendo las expresiones de (C.42) en la ecuación (C.39), la interpolación lineal del potencial A en el elemento toma la forma de (C.43).

$$A = \frac{1}{2\Delta} \sum_{k=l,m,n} [a_k + b_k x + c_k y] A_k = [N_l \quad N_m \quad N_n] \begin{bmatrix} A_l \\ A_m \\ A_n \end{bmatrix} \quad (\text{C.42})$$

Donde $N_l = (a_l + b_l x + c_l y)/(2\Delta)$, $N_m = (a_m + b_m x + c_m y)/(2\Delta)$ y $N_n = (a_n + b_n x + c_n y)/(2\Delta)$ son las denominadas funciones de forma del elemento. Comparando las ecuaciones (C.18) y (C.43) se concluye que la expresión de la densidad de flujo magnético se expresa según (C.44).

$$\mathbf{B}(x, y) = \frac{1}{2\Delta} \sum_{k=l,m,n} (\mathbf{1}_x c_k - \mathbf{1}_y b_k) A_k \quad (\text{C.43})$$

Se puede observar en la expresión (C.44) que la densidad de flujo magnético, o simplemente campo magnético, es constante dentro de cada elemento, para esta aproximación de A según este tipo de funciones de forma.

La minimización del funcional de energía magnética sobre el conjunto de los elementos conduce a la expresión de una ecuación matricial que permite obtener el campo potencial vectorial magnético \mathbf{A} . Aunque lo que esto hace realmente, es minimizar \mathbf{A} en el conjunto de todo el mallado.

La cuestión clave que queda por resolver es el cálculo del potencial magnético A_k en cada nodo y para ello se utiliza la ecuación (C.32) que establece la condición de minimización del funcional energético, la cual junto con la expresión (C.36) proporciona la expresión que se establece para un elemento particular expresada en (C.45).

$$\int_S \frac{\partial}{\partial A_k} \left[\frac{B^2}{2\mu} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} + j\omega \frac{1}{2} \sigma (\mathbf{A})^2 \right] dS = 0 \quad (\text{C.44})$$

O también según se expresa en (C.46).

$$\int_S \left\{ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial A_k} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{\partial}{\partial A_k} (\mathbf{J} \cdot \mathbf{A}) \right\} dx dy + j \int_S \left[\omega \frac{1}{2} \sigma \frac{\partial}{\partial A_k} (\mathbf{A})^2 \right] dx dy \quad (\text{C.45})$$

Donde $dS = dx dy$. La expresión (C.46) para el elemento se puede escribir matricialmente quedando de la forma expresada por (C.47).

$$[S][A] = [I] \quad (\text{C.46})$$

Donde $[S]$ es la matriz global de coeficientes, $[A]$ es la matriz de potenciales vectoriales magnéticos en los nodos del elemento e $[I]$ es una matriz que representa corrientes trasladadas a los nodos. Las matrices $[S]$ e $[I]$ vienen determinadas por (C.48) y (C.49).

$$[S] = \frac{1}{4\mu\Delta} \begin{bmatrix} b_l b_l + c_l c_l & b_l b_m + c_l c_m & b_l b_n + c_l c_n \\ b_m b_l + c_m c_l & b_m b_m + c_m c_m & b_m b_n + c_m c_n \\ b_n b_l + c_n c_l & b_n b_m + c_n c_m & b_n b_n + c_n c_n \end{bmatrix} + j \frac{\omega\sigma\Delta}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (C.47)$$

$$[I] = J \frac{\Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (C.48)$$

La ecuación (C.47) con $[S]$ e $[I]$ definidas mediante (C.48) y (C.49), proporciona junto a la expresión (C.43) el potencial vectorial magnético en la región comprendida en el interior del elemento de nodos l , m y n , y por tanto junto a la expresión (C.44) proporciona el campo magnético en el elemento. Para problemas con K nodos, el proceso anterior se repite para cada elemento en el que se subdivide la geometría, y así se obtienen las ecuaciones algebraicas que determinan el campo magnético en toda la discretización del dominio.

REFERENCIAS

- [1] Leila Parsa, Hamid Toliyat, «Fault-Tolerant Interior-Permanent-Magnet Machines for Hybrid Electric Vehicle Applications» IEEE Transactions on vehicular technology, Vol. 56, N° 4, 2007.
- [2] Leila Parsa, «Performance improvement of permanent magnet AC motors» Tesis Doctoral, 2005.
- [3] Adrián Artacho López, «Desarrollo de una herramienta software para diseñar y analizar motores eléctricos» Proyecto Fin de Carrera, 2015.
- [4] Seong Taek Lee, «Development and analysis of interior permanent magnet synchronous motor with field excitation structure» Tesis Doctoral, 2009.
- [5] Massimo Barcaro, «Design and analysis of interior permanent magnet synchronous machines for electric vehicles» Tesis Doctoral, 2011.
- [6] Jesús Fraile Mora, «Máquinas eléctricas» 8ª edición, Ibergarceta Publicaciones S.L., 2015.
- [7] Ion Boldea, Lucian Tutelea, «Electric Machines, (Steady State, Transients, and Design with Matlab®) » Taylor & Francis Group, 2010.
- [8] Ion Boldea, Syed A. Nasar, «The induction machines design handbook» Taylor & Francis Group, 2010.
- [9] Luis Serrano Iribarnegaray, «Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas» Universidad Politécnica de Valencia, Boixareu Editores, 1989.
- [10] Juha Pyrhönen, Tapani Jokinen, Valéria Hrabovcová, «Design of rotating electrical machines» Wiley, 2008.
- [11] E. Levy, R. Bojoi, F. Profumo, H. A. Toliyat y S. Williamson, «Multiphase induction motor drives – a technology status review » IET Electr. Power Appl., Vol. 1, N° 4, Julio 2007