Capítulo 3

MODELO DE COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL CEMENTO BAJO CARGAS CÍCLICAS

3.1. Introducción

En este capítulo se hará una breve introducción al cemento óseo, material que se encarga de unir la prótesis al hueso y que juega un papel crucial en la duración del implante. Se verán tanto su composición como sus propiedades mecánicas más importantes, que son su módulo elástico, su viscosidad y el creep. A continuación se explicará el modelo matemático de daño que se ha adoptado para este material. En este caso, la acumulación de daño no es lineal como en el hueso, por lo que se emplea una ley de Miner modificada que depende de la vida a fatiga del material, obtenida de las curvas S-N del cemento. Por último se explicará el comportamiento ante el creep, que al contrario de lo que ocurría en el hueso, no interviene en las ecuaciones del daño, sino que modifica el valor de las deformaciones totales.

3.2. Características y propiedades del cemento óseo

El cemento óseo es un material que se emplea para rellenar el espacio libre que hay entre la prótesis y el hueso y actúa como amortiguador y fijador de la prótesis al esqueleto. También soporta el peso y transfiere las cargas al conjunto hueso-cemento-prótesis, por lo que sus propiedades mecánicas se consideran cruciales para el resultado final.

El cemento óseo es un material polimérico basado en un polvo de prepolímero de polimetilmetacrilato (PMMA) y un monómero líquido, metilmetacrilato (MMA). Estos dos polímeros se mezclan para formar el cemento de polimetilmetacrilato, que es uno de los polímeros más biocompatibles que existen. A esto se le añade un agente contrastante, principalmente cristales de sulfato de bario o de óxido de titanio, que hacen que el producto resultante sea radio-opaco.

Las propiedades mecánicas del cemento óseo se determinan durante la polimerización, e influirán en la manipulación del mismo, así como en la penetración e interacción con la prótesis. Su módulo elástico es de aproximadamente 2 GPa. Su viscosidad puede variar mucho dependiendo del tiempo que dure la reacción de polimerización. La experiencia clínica demuestra que los cementos con alta viscosidad producen mejores resultados comparados con los de baja viscosidad. Los procedimientos de mezcla también tienen influencia en la calidad del cemento. Hoy en día se emplean técnicas que permiten la mezcla en vacío, reduciendo la porosidad del cemento e incrementando su resistencia mecánica [23].

Otra propiedad importante del cemento óseo es el creep. El creep, tal como se vio en el capítulo 2, se define como un incremento de deformación dependiente del tiempo bajo una carga constante o cíclica. Está influido por la composición química y las propiedades microestructurales, pero también por otras variables como la mezcla en vacío o el tiempo de inyección del cemento. No es una propiedad perjudicial, sino que algo de creep puede ser beneficioso, ya que permite la adaptación entre la prótesis y el cemento. Sin embargo, un creep excesivo sí sería perjudicial para el comportamiento clínico.
El creep es un parámetro importante para simular la distribución de tensiones y la evolución del daño y la vida del cemento, por lo que jugará un papel importante en el modelo de daño del cemento.

3.3. Modelo de daño por fatiga bajo cargas cíclicas del cemento

Para simular el daño acumulativo en el cemento nos basaremos en el modelo implementado por Pérez *et al.* [24]. Se trata de un modelo de daño isótropo basado en la mecánica del daño continuo, que tiene en cuenta las características viscoelásticas del cemento y el efecto del cierre de microgrietas bajo compresión. Se asume que el daño solo ocurre bajo tracción.
La acumulación de daño en el cemento es claramente no lineal, por lo que se emplea una ley

de Miner modificada que relaciona la cantidad de daño acumulado con la fraccion de vida del material, como se expresa a continuación,

$$\dot{d}(\sigma) = \frac{\alpha}{N^{\alpha}_{F_{Cement}}(\sigma)} n^{\alpha-1} \tag{3.1}$$

donde $N_{F_{Cement}}$ es el número de ciclos de carga para el fallo para un nivel de tensión constante, σ es la tensión principal máxima de tracción, n es el número de ciclos de carga que ha sufrido el material y α un coeficiente obtenido de resultados experimentales.
La vida a fatiga del cemento, $N_{F_{Cement}}$, se obtiene experimentalmente de ensayos S-N, y su expresión general es como sigue

$$S = I N^{J}_{F_{Cement}} \tag{3.2}$$

donde I y J son constantes obtenidas en diferentes ensayos (ver tabla 3.1) y S es la tensión principal máxima de tracción en megapascales.

Método de mezcla	I	J
Sin centrifugar	74.805	-4.68
Centrifugado	123.23	-4.74

Tabla 3.1: Parámetros de las curvas S-N del cemento.

Este daño que se ha obtenido es la tasa de daño por ciclo del material. Para implementar el modelo en Abaqus, al igual que antes, se sigue empleando la hipótesis que supone que durante un cierto número de ciclos el daño permanece constante. Con esta hipótesis el daño total en cada paso se obtendría de la siguiente forma:

$$d_{i+1} = d_i + \Delta d \tag{3.3}$$

$$\Delta d = \dot{d} \cdot \Delta N = \frac{\alpha}{N^{\alpha}_{F_{Cement}}(\sigma)} n^{\alpha-1} \cdot \Delta N \tag{3.4}$$

donde ΔN es el número de ciclos que se ha fijado anteriormente, durante los cuales se supone que el daño permanece constante, y por tanto σ también, e i es el paso que se está analizando en ese instante. Esta hipótesis también es válida para el modelo de daño del hueso, que se ha implementado de la misma forma.

3.4. Modelo de creep del cemento

Para la introducción del creep en el modelo se emplea una ecuación que relaciona la deformación por creep en función de la tensión de Von Mises y el número de ciclos de carga:

$$\varepsilon_c = F \cdot n^G \cdot \sigma_{VM}^H \tag{3.5}$$

con $F = 1{,}798 \cdot 10^{-6}$, $G = 0{,}283$ y $H = 1{,}858$, obtenidos de ensayos experimentales, para la tensión expresada en MPa.

Este valor de deformación debida al creep es la que se obtiene para un nivel de tensión determinado, pero el modelo necesita el incremento de deformación debida al creep por ciclo, que se obtiene derivando la ecuación (3.5) de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_c = F \cdot G \cdot n^{G-1} \cdot \sigma_{VM}^H + F \cdot n^G \cdot H \cdot \sigma_{VM}^{H-1} \dot{\sigma}_{VM} \tag{3.6}$$

Esta ecuación se puede simplificar considerando de nuevo la hipótesis de que la carga permanece constante durante un número de ciclos ΔN, siendo por tanto nulo el segundo término de la ecuación, y el incremento de deformación por creep quedaría definido en primera aproximación como $\dot{\varepsilon}_c \approx \frac{\Delta\varepsilon_c}{\Delta N}$.

El incremento de creep en cada paso del problema, es decir, por cada incremento del número de ciclos ΔN se obtendría como,

$$\Delta\varepsilon_c = \dot{\varepsilon}_c \cdot \Delta N = F \cdot G \cdot n^{G-1} \cdot \sigma_{VM}^H \cdot \Delta N \tag{3.7}$$

Como ocurre con el daño, la deformación por creep en cada paso del algoritmo es,

$$\varepsilon_c^{i+1} = \varepsilon_c^i + \Delta\varepsilon_c \tag{3.8}$$

Ahora se debe obtener la deformación debida al creep para cada componente del tensor. Como ya se comentó en la sección 2.3.1, el problema es bidimensional, y las deformaciones a tener en cuenta serán ε_{c_x}, ε_{c_y} y $\varepsilon_{c_{xy}}$. Las tres componentes del vector de deformaciones debidas al creep se definen de la siguiente forma:

$$\Delta\varepsilon_{c_x} = \Delta\varepsilon_c \cdot \frac{\partial\sigma_{VM}}{\partial\sigma_x} \tag{3.9}$$

$$\Delta\varepsilon_{c_y} = \Delta\varepsilon_c \cdot \frac{\partial\sigma_{VM}}{\partial\sigma_y} \tag{3.10}$$

$$\Delta\gamma_{c_{xy}} = \Delta\varepsilon_c \cdot \frac{\partial\sigma_{VM}}{\partial\tau_{xy}} \tag{3.11}$$

Por otra parte, la tensión de Von Mises se obtiene fácilmente en función de las tensiones principales como,

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I \sigma_{II}} \tag{3.12}$$

A su vez, las tensiones principales se pueden definir en función de las tensiones en coordenadas cartesianas como,

$$\sigma_I = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}\right) \tag{3.13}$$

$$\sigma_{II} = \frac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}\right) \tag{3.14}$$

Haciendo un cambio de coordenadas de ejes principales a cartesianas se obtiene la tensión de Von Mises en función de las tensiones en cartesianas, como se muestra en la expresión (3.15)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_x} \\ \frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_y} \\ \frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_{xy}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_I}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \sigma_x} \\ \frac{\partial \sigma_I}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \sigma_y} \\ \frac{\partial \sigma_I}{\partial \sigma_{xy}} & \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \sigma_{xy}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_I} \\ \frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_{II}} \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

Se calculan las derivadas parciales de la tensión de Von Mises en función de las tensiones principales:

$$\frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_I} = \frac{2\sigma_I - \sigma_{II}}{2\sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I \sigma_{II}}} \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial \sigma_{VM}}{\partial \sigma_{II}} = \frac{2\sigma_{II} - \sigma_I}{2\sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 - \sigma_I \sigma_{II}}} \tag{3.17}$$

Y por último se calculan las derivadas parciales de las tensiones principales respecto a las tensiones en cartesianas:

$$\frac{\partial\sigma_I}{\partial\sigma_x} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial\sigma_I}{\partial\sigma_y} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial\sigma_I}{\partial\sigma_{xy}} = \frac{1}{2}\left(\frac{4\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.20}$$

$$\frac{\partial\sigma_{II}}{\partial\sigma_x} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.21}$$

$$\frac{\partial\sigma_{II}}{\partial\sigma_y} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial\sigma_{II}}{\partial\sigma_{xy}} = \frac{1}{2}\left(\frac{-4\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}\right) \tag{3.23}$$

Por último, introduciendo las ecuaciones (3.16)-(3.23) en la matriz de cambio de coordenadas (ecuación (3.15)), se obtienen las componentes del vector de deformaciones debidas al creep, representado como $\boldsymbol{\varepsilon}_c$.

3.5. Modelo de daño global del cemento

En el modelo de daño global se tienen en cuenta tanto la influencia del daño como la del creep. El daño influye directamente en la matriz de comportamiento, mientras que el creep influye en las deformaciones totales y elásticas del material, como se verá a continuación.

Las deformaciones totales en el cemento se componen de la suma de las deformaciones elásticas y de las deformaciones por creep,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_c \tag{3.24}$$

Las tensiones se obtienen a partir de las deformaciones elásticas, siendo por tanto

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon}_t - \boldsymbol{\varepsilon}_c) \tag{3.25}$$

donde $\boldsymbol{C}$ es el tensor de rigidez. Como se vió en el capítulo 2, la mecánica del daño continuo define unas tensiones efectivas en función del daño, obteniéndose

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\varepsilon}_{el} \tag{3.26}$$

donde $\hat{\boldsymbol{C}}$ es el tensor efectivo de rigidez, que se relaciona con el tensor de rigidez del material sin dañar de la siguiente forma:

$$\hat{\boldsymbol{C}} = (1 - d)\boldsymbol{C} \tag{3.27}$$

Esta última ecuación es equivalente a la que se explicó en el capítulo anterior para el caso del hueso, ya que el modelo de daño está basado en la mecánica del daño continuo para ambos casos.

Con esto ya quedaría determinado el modelo de comportamiento mecánico del cemento y se puede pasar a describir el comportamiento conjunto de la interfaz hueso-cemento.