Capítulo 4

MODELO MICROMECÁNICO DE INTERFACES HUESO-CEMENTO

4.1. Introducción

En los capítulos 2 y 3 se ha descrito detalladamente la forma de introducir el daño en las ecuaciones de comportamiento de los dos materiales mediante un modelo de daño isótropo basado en la mecánica del daño continuo. Una vez definido el modelo de comportamiento micromecánico del hueso y del cemento individualmente, hay que realizar un modelo de interfaz en el que se integren los dos materiales. En este capítulo se describirá cómo se implementa el modelo de daño en Abaqus, así como el modelo de elementos finitos que se usará para representar la geometría de la interfaz, con sus condiciones de contorno y de carga. El modelo geométrico será una simplificación del real, ya que la geometría de una interfaz hueso-cemento es bastante compleja de representar. También se explicará brevemente la subrutina que emplea Abaqus para modelar el comportamiento de los dos materiales y, por último, se describirá el proceso de homogeneización de los dos materiales para obtener unas propiedades generales del conjunto.

4.2. Modelo de elementos finitos de la interfaz cemento-hueso

Para realizar el análisis de la interfaz mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) se ha empleado el programa comercial Abaqus. Abaqus es un programa de cálculo por elementos finitos que permite al usuario personalizar el análisis e incrementar la funcionalidad de sus capacidades, pudiendo definir desde materiales con distintos tipos de comportamiento mecánico o térmico hasta geometrías complejas, condiciones iniciales y diferentes orientaciones. Para ello, Abaqus dispone de un conjunto de subrutinas que proporcionan al usuario una herramienta muy potente y flexible para realizar todo tipo de análisis. En este caso, se emplea la subrutina UMAT, que permite modelar el comportamiento mecánico no lineal del cemento y del hueso.

En la subrutina UMAT es necesario definir una serie de variables para que el programa pueda realizar el cálculo correctamente. En primer lugar hay que proporcionar la matriz jacobiana constitutiva del modelo, $\boldsymbol{C}$, que se definirá como se vio en los capítulos anteriores. También es necesario definir el tensor de tensiones, teniendo en cuenta que las tensiones que calcula Abaqus son las elásticas, y por lo tanto, para obtener las tensiones totales, es necesario sumarle la contribución del creep. Por último, el usuario puede definir unas variables dependientes de la solución que se actualizan en cada paso del programa, para poder acceder a ellas posteriormente. En este caso, las variables dependientes del problema serán el daño en ambos materiales, el número de ciclos que resiste el material y la deformación debida al creep en el cemento.

Una vez programado el comportamiento de los materiales mediante la subrutina UMAT, se procede a realizar el modelo geométrico de la interfaz y su mallado.

En la figura 4.1 se muestra una imagen de una interfaz hueso-cemento. La parte superior de la imagen corresponde al tejido óseo, mientras que la inferior corresponde al cemento. Se puede observar como parte del cemento penetra en el hueso, formando pequeñas inclusiones. Se observa también que la línea de contacto entre el cemento y el hueso tiene un perfil bastante irregular.

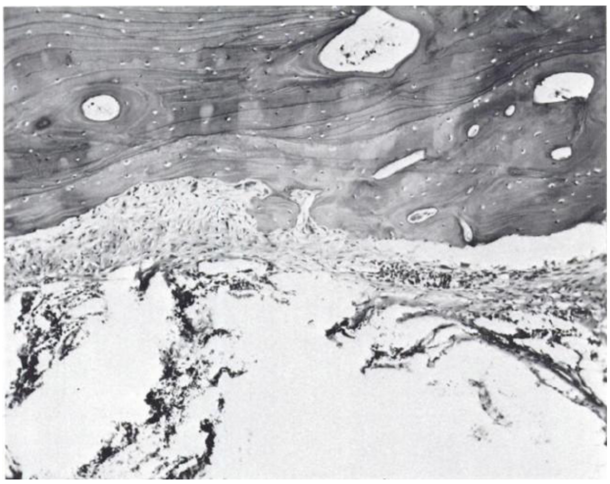

Figura 4.1: Imagen microscópica de una interfaz hueso-cemento (100x) [26] .

Debido a la dificultad de reproducir en un modelo de elementos finitos una interfaz con perfil irregular como esta, el modelo geométrico será una simplificación en la que se tendrán en cuenta las inclusiones de cemento en el hueso y la geometría irregular de la superficie de contacto hueso-cemento.

Se realizarán dos modelos diferentes de interfaz. En el modelo de tipo 1 la superficie de contacto entre hueso y cemento se representará como una onda senoidal, y las inclusiones de cemento como pequeños círculos distribuidos aleatoriamente en la zona del hueso, como se puede observar en la figura 4.2. El modelo tipo 2, representado en la figura 4.3 no presenta inclusiones de cemento en el hueso y la zona de contacto no es una onda, sino un perfil anguloso.

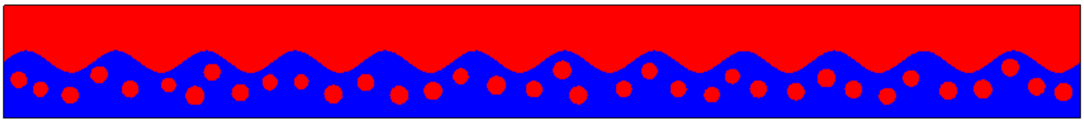

Figura 4.2: Geometría del modelo de elementos finitos de la interfaz Tipo 1.

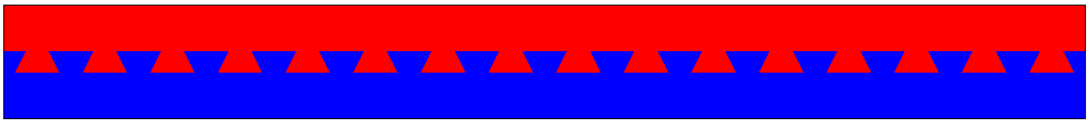

Figura 4.3: Geometría del modelo de elementos finitos de la interfaz Tipo 2.

En la discretización de ambos modelos se han empleado elementos rectangulares de 4 nodos. Es importante destacar que para que el modelo pueda representar a la interfaz, este debe ser un elemento de volumen representativo (RVE). El RVE debe ser lo suficientemente grande comparado con la microestructura del material y por otra parte, lo suficientemente pequeño comparado con la escala característica de la estructura en la que se encuentra. En este caso se ha considerado una longitud del modelo de la interfaz 10 veces superior a su anchura, en concreto, de 50mm de largo por 5mm de ancho.

Las condiciones de contorno del problema son sencillas. Las caras superior e inferior de la interfaz pueden considerarse como empotradas. Los laterales tienen que cumplir la condición de periodicidad, ya que el modelo empleado representa solo una pequeña parte de la interfaz que se repite periódicamente.

La carga se trata como una deformación constante aplicada en cada uno de los elementos. Se aplicarán diferentes niveles de deformación, tanto en dirección normal como en dirección tangencial, para ver cómo se ve afectado el comportamiento de la interfaz ante diferentes niveles y direcciones de la carga.

4.3. Homogeneización

En el problema de la interfaz cemento-hueso están implicados dos materiales diferentes con las mismas condiciones de contorno y de carga. Abaqus proporciona las tensiones, deformaciones y desplazamientos en cada elemento del modelo, por lo que a nivel miscroestructural se obtiene un comportamiento diferente según el elemento pertenezca al hueso o al cemento, pero lo que se pretende obtener es el comportamiento global de la interfaz, como si toda ella fuera de un solo material, y así obtener unas curvas caraterísticas de tensión y de daño del conjunto. La forma más sencilla de obtener el comportamiento global es considerando la interfaz como un material con inhomogeneidades, con dos fases materiales diferenciadas, cemento y hueso, en el que se definen una matriz rigidez y flexibilidad equivalentes a partir del cálculo de unas tensiones y deformaciones medias teniendo en cuenta el volumen de cada material. Una vez determinadas las matrices de comportamiento equivalentes se puede analizar el material con inhomogeneidades usando las mismas técnicas, teorías y resultados que se aplican a un material homogéneo, simplemente usando la rigidez y flexibilidad equivalentes [29].

Partiendo de las distintas fases del material con inhomogeneidades, las tensiones y deformaciones se pueden definir como,

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{L}^{p}_{ijkl}\boldsymbol{\varepsilon}_{kl} \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \boldsymbol{M}^{p}_{ijkl}\boldsymbol{\sigma}_{kl} \tag{4.2}$$

donde $\boldsymbol{L}^{p}_{ijkl}$ es el tensor de rigidez de cuarto orden relacionado con la fase material p, y $\boldsymbol{M}^{p}_{ijkl}$ es el tensor de flexibilidad de la fase material p.

La rigidez y flexibilidad equivalentes se definen como un tensor que relaciona la media volumétrica del campo no homogéneo de micro-tensiones con la media volumétrica del campo no homogéneo de micro-deformaciones del elemento:

$$\langle\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}\rangle = \langle\boldsymbol{L}^{*}_{ijkl}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kl}\rangle \tag{4.3}$$

$$\langle\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}\rangle = \langle\boldsymbol{M}^{*}_{ijkl}\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{kl}\rangle \tag{4.4}$$

donde $\boldsymbol{L}^*_{ijkl}$ y $\boldsymbol{M}^*_{ijkl}$ son la rigidez y flexibilidad equivalentes, respectivamente, y $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}$ y $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}$ las tensiones y deformaciones medias. Los paréntesis $\langle\bullet\rangle$ significan

$$\langle\bullet\rangle = \frac{1}{V}\int_V \bullet \, dV \tag{4.5}$$

Por lo tanto las tensiones y deformaciones medias se definen como,

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \boldsymbol{\sigma}_{ij} dV \tag{4.6}$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} dV \tag{4.7}$$

siendo V el volumen del elemento.

A partir de estas ecuaciones se determinan la rigidez y flexibilidad equivalentes. La ecuación (4.6) puede reescribirse como

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} &= \frac{1}{V}\int_V \boldsymbol{\sigma}_{ij} dV = \frac{1}{V}\sum_p \int_{V^p} \boldsymbol{\sigma}_{ij} dV \\ &= \frac{1}{V}\sum_p V^p \bar{\boldsymbol{\sigma}}^p_{ij} = \sum_p c^p \bar{\boldsymbol{\sigma}}^p_{ij}\end{aligned} \tag{4.8}$$

donde V^p es el volumen asociado con la fase material p, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^p_{ij}$ es la media volumetrica del campo de tensiones de la fase material p y c^p denota la concentración volumétrica de fase material p, definida como

$$c^p = \frac{V^p}{V} \tag{4.9}$$

Asumiendo que las fases materiales son o bien la matriz (hueso) o bien las inhomogeneidades (cemento), se puede establecer la siguiente relacion:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^p_{ij} = \frac{1}{V^p}\int_{V^p} \boldsymbol{\sigma}_{ij} dV = \frac{1}{V^p}\int_{V^p} \boldsymbol{L}^p_{ijkl}\boldsymbol{\varepsilon}_{kl} dV = \boldsymbol{L}^p_{ijkl}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p_{kl} \tag{4.10}$$

y por tanto

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \sum_p c^p \boldsymbol{L}^p_{ijkl}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p_{kl} \tag{4.11}$$

Debido a la unicidad de las soluciones elásticas, debe haber una relación lineal entre la media volumétrica de las deformaciones en las fases materiales individuales y la media volumétrica de deformaciones del elemento total

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p_{ij} = \boldsymbol{A}^p_{ijkl}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kl} \tag{4.12}$$

Introduciendo esta ecuación en (4.11) se obtiene

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \left(\sum_p c^p \boldsymbol{L}^p_{ijmn}\boldsymbol{A}^p_{mnkl}\right)\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kl} \tag{4.13}$$

Comparando esta ecuación con la ecuación (4.3), la rigidez equivalente queda definida como

$$\boldsymbol{L}^{*}_{ijkl} = \sum_{p} c^{p} \boldsymbol{L}^{p}_{ijmn} \boldsymbol{A}^{p}_{mnkl} \tag{4.14}$$

La flexibilidad equivalente se obtiene de forma similar, siendo el resultado final

$$\boldsymbol{M}^{*}_{ijkl} = \sum_{p} c^{p} \boldsymbol{M}^{p}_{ijmn} \boldsymbol{B}^{p}_{mnkl} \tag{4.15}$$

donde $\boldsymbol{B}^{p}_{mnkl}$ relaciona la media volumétrica del campo de tensiones del elemento total con la media volumétrica del campo de tensiones de cada fase material.

La determinación de $\boldsymbol{A}^{p}_{ijkl}$ y $\boldsymbol{B}^{p}_{ijkl}$ se resuelve mediante la solución de Eshelby [7], que presentó una solución general a este problema en el caso de que las inhomogeneidades fueran elipsoidales y el campo de tensiones y deformaciones en ellas fuera homogéneo. En este caso las inhomogeneidades no son elipsoidales, pero se sigue el mismo procedimiento para calcular las tensiones y deformaciones medias del problema.

Con esto ya se tiene resuelto el problema del cálculo de tensiones y deformaciones en la interfaz cemento-hueso y se puede pasar a obtener los resultados de los diferentes modelos que se han realizado.