

5 ESTABILIDAD Y CONTROL

En este capítulo se va a realizar un análisis de la estabilidad estática y la controlabilidad del UAV que se está diseñando. La estabilidad es un aspecto importante en cualquier aeronave puesto que determina la capacidad de la misma para eliminar las perturbaciones que le sacan de la posición de equilibrio. El requisito de estabilidad para la aeronave impondrá varias restricciones en cuanto a la distribución de masas para lograr una posición del centro de gravedad adecuada, así como a la posición del ala y de las superficies de cola. Además, del estudio de la estabilidad se extraerán ciertos aspectos importantes de las superficies aerodinámicas tales como los ángulos de diedro, flecha, incidencias, etc. En cuanto a la controlabilidad, la aeronave dispone de superficies de control (flaperones, timón de dirección y timón de profundidad) cuyas deflexiones modifican la distribución de presiones alrededor de las superficies aerodinámicas provocando fuerzas y momentos que posibilitan la realización de maniobras como el viraje.

El estudio de la estabilidad se dividirá en dos problemas: estabilidad longitudinal y estabilidad lateral – direccional, debido a que ambos están desacoplados. Esto se produce bajo las siguientes consideraciones: la aeronave tiene un plano vertical de simetría, la deflexión de los controles longitudinales (timón de profundidad) no genera fuerzas laterales ni la deflexión de los controles laterales – direccionales (flaperones o timón de dirección) genera fuerzas longitudinales (sustentación o momento de cabeceo), y se supone una variación lineal de las fuerzas y momentos aerodinámicos con las variables de control. Para cada problema se considerará un modelo de fuerzas y momentos que dará lugar a un sistema de ecuaciones lineal de donde se extraerán las condiciones de equilibrio: ángulo de ataque, de balanceo, de resbalamiento, deflexiones de las superficies de control, etc. Para ello será necesario estimar las derivadas de estabilidad y de control, que representan el cambio en las fuerzas y momentos aerodinámicos ante cambios en las variables de estado y de control respectivamente. Esta estimación se realizará mediante el programa Tornado, codificado en Matlab, que computa las derivadas de estabilidad con un método de mallado de las superficies aerodinámicas.

5.1 Criterio de signos

Es importante a la hora de desarrollar los problemas el criterio de signo elegido para poder interpretar los resultados correctamente. A continuación, en la Figura 83, se tiene un esquema en el que se muestran los sentidos positivos de variables de estados (velocidades y velocidades angulares), fuerzas y momentos, tomando como referencia el sistema de ejes cuerpo. En la Figura 84 aparece el criterio de signos elegido para los ángulos de ataque (positivo con el morro levantado) y de resbalamiento (positivo cuando la corriente entra desde la derecha de la aeronave).

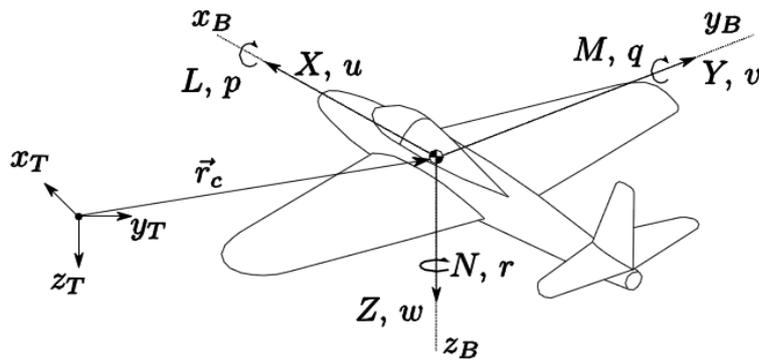


Figura 83: Criterio de signos en ejes cuerpo

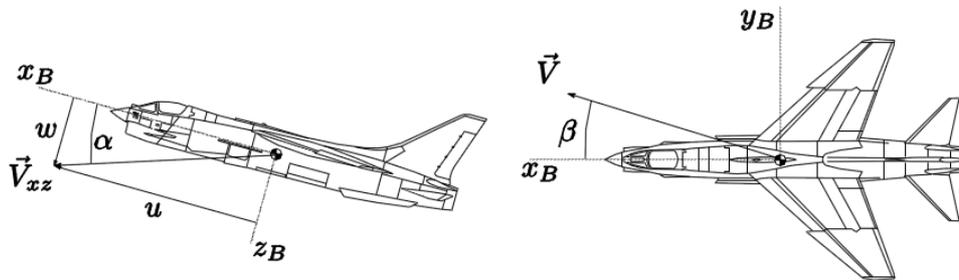


Figura 84: Definición del ángulo de ataque y de resbalamiento

5.2 Estabilidad estática longitudinal

Se estudiará el problema longitudinal independientemente del lateral - direccional como se ha comentado anteriormente en las dos condiciones de vuelo más duraderas: crucero y crucero de vigilancia. En la estabilidad longitudinal intervienen las componentes verticales de las fuerzas contenidas en el plano vertical de simetría y los momentos contenidos en dicho plano. Las ecuaciones que rigen el equilibrio quedarán reflejadas en el apartado 5.2.1. Para asegurar la estabilidad estática longitudinal se necesita que ante cualquier cambio en el ángulo de ataque de la aeronave, se genere un momento de cabeceo en sentido contrario que restablezca el equilibrio, es decir, que la derivada del momento de cabeceo con respecto al ángulo de ataque sea negativa: $C_{M_\alpha} < 0$. Esto se puede apreciar en la Figura 85, donde es importante destacar también el coeficiente C_{M_0} debe ser positivo para que el ángulo de ataque de equilibrio sea también positivo.

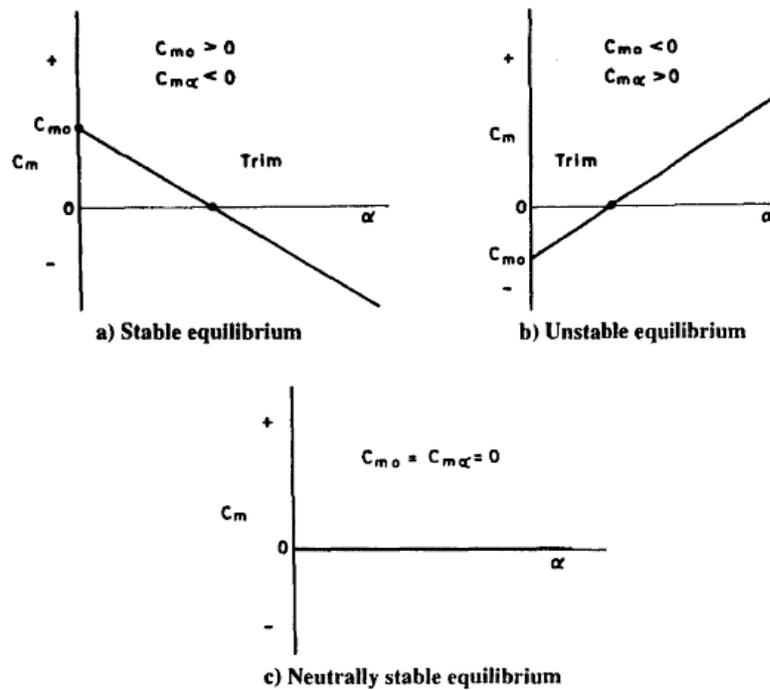


Figura 85: Criterios de estabilidad

5.2.1 Modelo de fuerzas y momentos

Para el problema longitudinal se establecerá el equilibrio de fuerzas verticales y momentos contenidos en el plano vertical de simetría. Las principales fuerzas y momentos que aparecen están generadas por el ala, la cola, el fuselaje y el motor. El problema se simplifica despreciando la componente vertical de la resistencia y los momentos generados por la misma, todo esto debido a que se consideran ángulos pequeños y que el valor de la resistencia de las superficies aerodinámicas es mucho menor que el de la sustentación. También se considerará que el motor no genera fuerzas verticales, aunque sí crea un momento de cabeceo (M_{pp}) debido a que el eje de empuje del motor no pasa por el centro de gravedad. De esta forma, las ecuaciones para establecer el equilibrio longitudinal quedarían:

$$\begin{aligned} \Sigma F_z = 0 &= W - L = W - L_{ala-fus} - L_{esthor} \\ \Sigma M_z = 0 &= M_{ac} + M_{pp} + L_{ala-fus} (x_{cg} - x_{ac_{ala-fus}}) - L_{esthor} (x_{ac_{esthor}} - x_{cg}) \end{aligned} \quad (45)$$

Estas ecuaciones se adimensionalizan quedando el sistema en función de los coeficientes de sustentación y de momento:

$$\begin{aligned} \frac{W}{qS} - C_{L_{ala-fus}} - \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{esthor}} &= 0 \\ C_{M_{ac}} + C_{M_{pp}} + C_{L_{ala-fus}} \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{ala-fus}}}{\bar{c}} \right) - \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{esthor}} \left(\frac{x_{ac_{esthor}} - x_{cg}}{\bar{c}} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (46)$$

Con las siguientes definiciones adicionales:

- Presión dinámica: $q = \frac{1}{2} \rho V^2$
- Coeficiente de sustentación del conjunto ala – fuselaje: $C_{L_{ala-fus}} = \frac{L_{ala-fus}}{qS}$
- Coeficiente de sustentación del estabilizador horizontal: $C_{L_{esthor}} = \frac{L_{esthor}}{q_{cola}S}$
- Coeficiente de momento alrededor del centro aerodinámico del ala: $C_{M_{ac}} = \frac{M_{ac}}{qS\bar{c}}$
- Coeficiente de momento de cabeceo originado por el empuje del motor:
 $C_{M_{pp}} = \frac{M_{pp}}{qS\bar{c}}$
- Relación entre presiones dinámicas en ala y cola: $\eta_{cola} = \frac{q_{cola}}{q}$

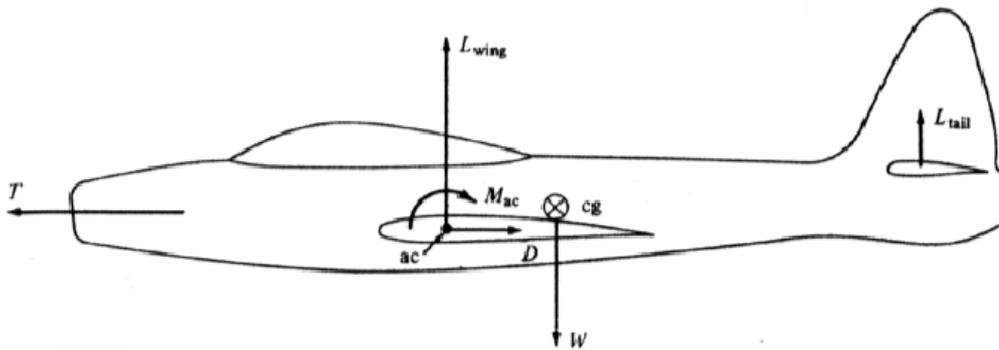


Figura 86: Fuerzas y momentos que actúan en el equilibrado longitudinal de una aeronave

Assumiendo un modelo lineal, los coeficientes de sustentación se pueden expresar en función de los ángulos de ataque de ala y cola respectivamente:

$$\begin{aligned}
 C_{L_{ala-fus}} &= C_{L_{0_{ala-fus}}} + a_{ala-fus} \alpha \\
 C_{L_{esthor}} &= C_{L_{0_{esthor}}} + a_{esthor} \alpha_{esthor} = a_{esthor} (\alpha - i_{ala} + i_{esthor} - \varepsilon + \tau_{\delta_e} \delta_e)
 \end{aligned}
 \tag{47}$$

En la ecuación 47 aparecen nuevos términos que se explican a continuación, y cuyos valores se detallan:

- Pendiente de la curva de sustentación del conjunto ala – fuselaje:
 $a_{ala-fus} = C_{L_{\alpha_{ala}}} = 5.4084$
- Pendiente de la curva de sustentación del estabilizador horizontal: $a_{esthor} = 3.8077$
- Incidencia del ala: $i_{ala} = 0$

- Incidencia de la cola: $i_{esthor} = 0$
- Deflexión de la estela que deja el ala y que recibe la cola: ε . Se considerará un modelo por el que la deflexión es más acusada cuanto mayor sea el ángulo de ataque, debido a que mayor será la desviación de la corriente hacia abajo detrás del ala:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha \quad (48)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2C_{L_{0ala}}}{\pi ar} \quad \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44 \left[K_A K_\lambda K_H (\cos \Lambda_{c/4})^{1/2} \right]^{1.19} \quad (49)$$

donde los parámetros "K" se definen como siguen:

$$K_A = \frac{1}{ar} - \frac{1}{1+ar^{1.7}} \quad K_\lambda = \frac{10-3\lambda}{7} \quad K_H = \frac{1-\frac{h_H}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2l_{ht}}{b}}} \quad (50)$$

- Cambio en el ángulo de ataque efectivo debido a una deflexión del timón de profundidad: $\tau_{\delta_e} \delta_e$

Las ecuaciones de equilibrio adimensionalizadas (ecuación 46) se pueden escribir en función del ángulo de ataque y del ángulo de deflexión del timón de dirección si se considera que:

$$C_L = C_{L_{ala-fus}} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{esthor}} = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \quad (51)$$

$$C_M = \frac{\Sigma M_z}{qS\bar{c}} = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e$$

Identificando términos se obtienen los parámetros del coeficiente de sustentación:

$$C_{L_0} = C_{L_{0ala-fus}} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{0esthor}} + C_{L_{\alpha_{ala}}} i_{ala} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} (i_{esthor} - \varepsilon_0)$$

$$C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha_{ala}}} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad (52)$$

$$C_{L_{\delta_e}} = \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} \tau_{\delta_e}$$

y del coeficiente de momento de cabeceo:

$$\begin{aligned}
 C_{M_0} &= C_{M_{0pp}} + C_{M_{ac_{ala-fus}}} + \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{ala-fus}}}{\bar{c}} \right) \left(C_{L_{0ala-fus}} + C_{L_{\alpha_{ala}}} i_{ala} \right) + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} \frac{\bar{c}_h}{\bar{c}} C_{M_{ac_{esthor}}} + \\
 &\quad + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{esthor}}}{\bar{c}} \right) \left(C_{L_{0esthor}} + C_{L_{\alpha_{esthor}}} (i_{esthor} - \varepsilon_0) \right) \\
 C_{M_\alpha} &= C_{L_{\alpha_{ala}}} \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{ala-fus}}}{\bar{c}} \right) + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{esthor}}}{\bar{c}} \right) \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \\
 C_{M_{\delta_e}} &= \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} \left(\frac{x_{cg} - x_{ac_{esthor}}}{\bar{c}} \right) \tau_{\delta_e}
 \end{aligned} \tag{53}$$

Los valores de las derivadas de control respecto a la deflexión del timón de profundidad se calcularán a partir del modelo realizado en Tornado, que ofrecerá mejores resultados a los que se obtendrían a partir de valores tabulados de τ_{δ_e} . Además, cabe destacar que algunos de estos coeficientes presentan dependencia con la velocidad, de forma que dependiendo de si se está en el tramo de crucero o de crucero de vigilancia se tendrán diferentes valores. En el apartado de las derivadas de estabilidad se ofrecerán los valores de estos coeficientes para esas dos etapas de vuelo.

5.2.2 Punto neutro de la aeronave

La derivada del coeficiente de momento de cabeceo respecto al ángulo de ataque, también llamada índice de estabilidad estática longitudinal, cambia con la posición del centro de gravedad. La localización del centro de gravedad que hace que el momento de cabeceo no cambie ante perturbaciones en el ángulo de ataque, es decir: $C_{M_\alpha} = 0$, se denomina punto neutro (NP), y representa el punto en el que el comportamiento de la aeronave es neutro (como se puede apreciar en la Figura 85). Este punto determina por tanto la posición más retrasada que puede tomar el centro de gravedad, puesto que si el centro de gravedad estuviese colocado detrás del punto neutro, la aeronave sería inestable en cabeceo, y los momentos generados ante perturbaciones en el ángulo de ataque serían tendentes a amplificar estas perturbaciones.

De esta forma, la posición del punto neutro medida desde el morro de la aeronave se determina calculando la posición del centro de gravedad que hace cero el índice de estabilidad estática longitudinal:

$$x_{NP} = \frac{C_{L_{\alpha_{ala}}} x_{ac_{ala-fus}} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} x_{ac_{esthor}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)}{C_{L_{\alpha_{ala}}} + \eta_{cola} \frac{S_h}{S} C_{L_{\alpha_{esthor}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)} = 407.8 \text{ mm} \tag{54}$$

5.2.3 Margen estático

El margen estático (SM) representa una forma de medir la distancia entre el centro de gravedad de la aeronave y el punto neutro. Se calcula como el porcentaje que aparece a continuación:

$$SM = \frac{x_{NP} - x_{cg}}{\bar{c}} = 14.94\% \quad (55)$$

Desde el primer momento, el objetivo es lograr un margen estático que esté en torno al 15%, por lo que se han realizado varias iteraciones tanto en la distribución de cargas en el interior de la bodega para modificar la posición del centro de gravedad, como en la posición y otros parámetros geométricos de ala y estabilizador horizontal para modificar la posición del punto neutro. El estudio del centro de gravedad ya se realizó en el capítulo de estructuras, por lo que en el siguiente apartado se analizará la influencia de ala y estabilizador horizontal en el margen estático.

5.2.4 Posición del ala y del estabilizador horizontal

En este apartado se va a estudiar la influencia de la posición del ala y del estabilizador horizontal en el margen estático para determinar la posición óptima de las mismas, siempre y cuando no se comprometa la estructura del UAV.

1. Posición longitudinal del ala

La posición longitudinal del ala modifica los dos parámetros que intervienen en el margen estático, el centro de gravedad y el punto neutro (a través del centro aerodinámico del ala y la estela). Según la estructura del UAV, el ala no se puede retrasar todo lo que se quiera debida a la presencia del pylon en configuración "pusher", por lo que habrá que tomar una solución de compromiso entre configuración estructural y de estabilidad.

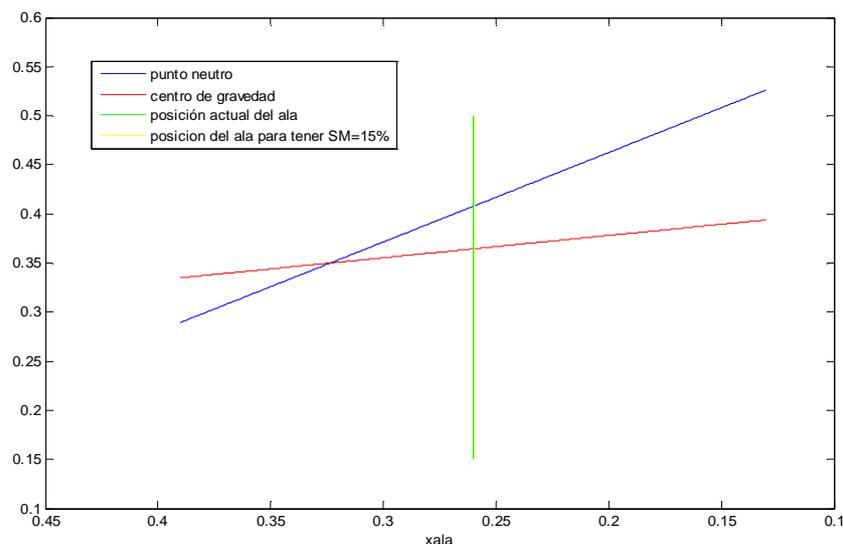


Figura 87: Variación del punto neutro y del centro de gravedad con la posición longitudinal del ala

La coordenada x_{ala} representa la distancia del borde de ataque del ala al plano de referencia de la aeronave:

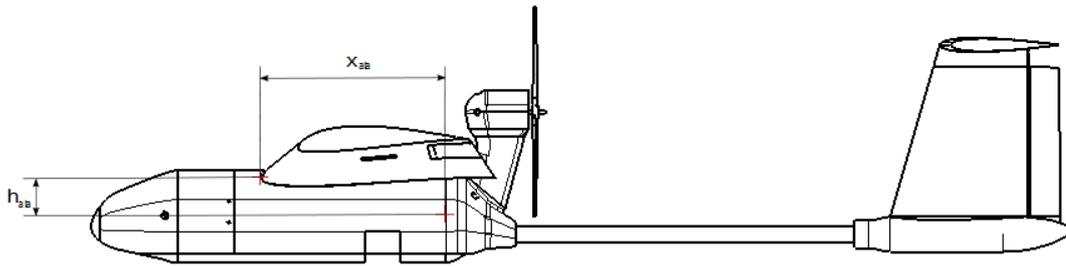


Figura 88: Posición del ala

En la Figura 87 se aprecia que la posición que tendría que tener el ala para tener un margen estático del 15% es muy próxima a la que se ha elegido: $x_{ala} = 260 \text{ mm}$. Se observa como al retrasar el ala, el punto neutro se retrasa más rápidamente que el centro de gravedad de la aeronave.

2. Posición en altura del ala

La altura del ala influye en la estela del ala que recibe el estabilizador horizontal, aunque esta influencia es muy pequeña como se puede apreciar en la Figura 89:

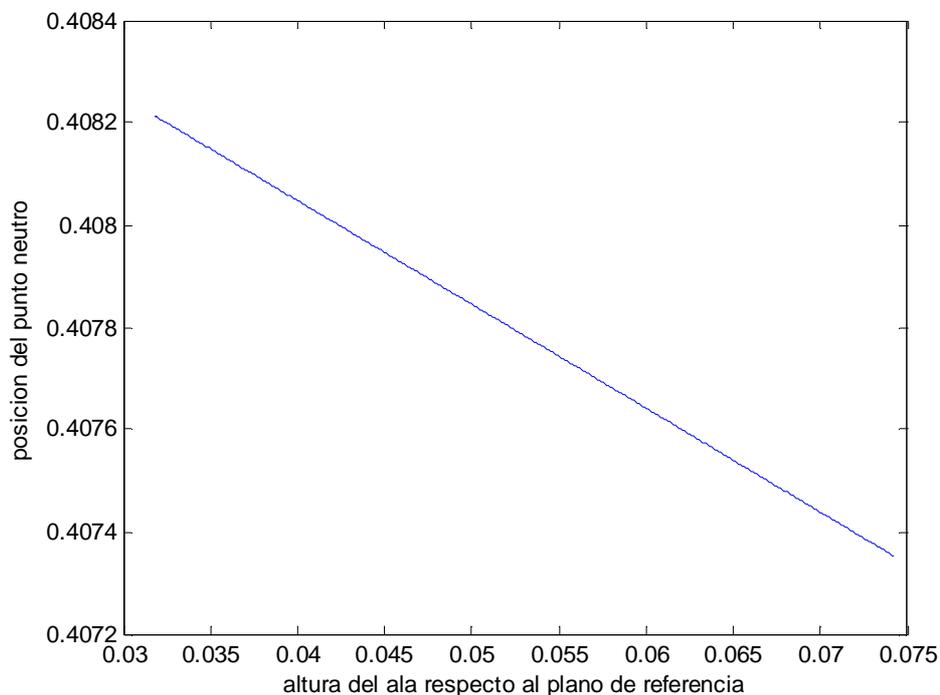


Figura 89: Variación del punto neutro con la posición en altura del ala

La posición longitudinal del centro de gravedad no se verá afectada ante variaciones en altura del ala, pero sí el punto neutro puesto que como se ha comentado anteriormente afecta a la

estela que deja el ala. Se aprecia como al elevar el ala, se adelanta el punto neutro, pero de forma muy leve. La altura del ala elegida es $h_{ala} = 53 \text{ mm}$, según la referencia tomada en la Figura 88.

3. Posición longitudinal de la cola

Se va a estudiar ahora el efecto en el margen estático de desplazar longitudinalmente el conjunto de la cola. Este análisis es mucho más complejo de realizar puesto que al variar la posición de la cola, cambia también su configuración geométrica, ya que si se atrasa, aumenta el brazo efectivo y no será necesaria tanta superficie de los estabilizadores, y viceversa.

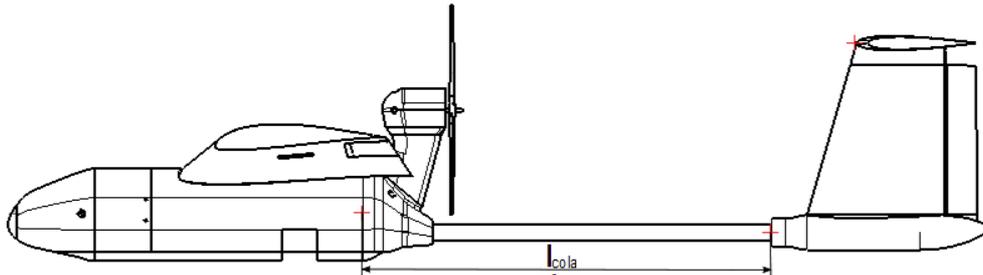


Figura 90: Esquema para determinar la posición de la cola

Para modelar esa variación de la masa de la cola con la posición de la misma, se recurre de nuevo al método del coeficiente de volumen. Se calculará la superficie necesaria para cada posición, y ésta se comparará con una inicial de referencia. Esta relación servirá de factor por el que irá multiplicada la masa de la cola que se toma de referencia.

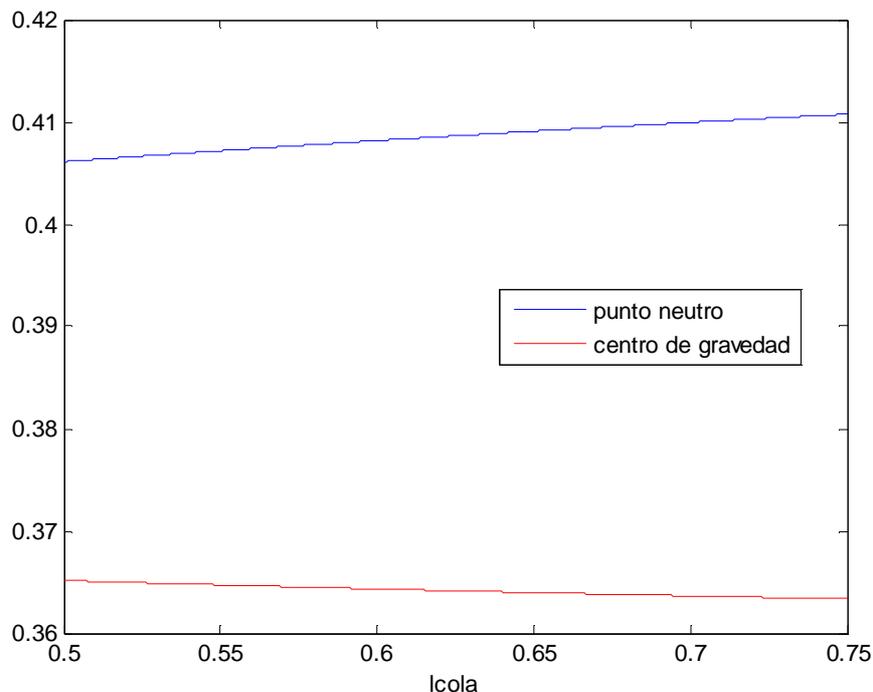


Figura 91: Variación del punto neutro y del centro de gravedad con la posición de la cola

Como ya se ha comentado antes, al retrasar la cola, disminuye la superficie de la cola y por lo tanto su masa. El efecto sobre la posición del centro de gravedad no es tan sencillo ya que la masa disminuye pero el brazo aumenta. Como se puede apreciar en la Figura 91, el centro de gravedad se adelanta ligeramente al retrasar la cola. En cuanto a la posición del punto neutro, el retraso de la cola afecta principalmente en la posición del centro aerodinámico del estabilizador horizontal, retrasando el punto neutro como se observa en la Figura 91. No obstante, los cambios que se producen son muy pequeños a costa de retrasar mucho el ala, de ahí que esta opción se deseche.

5.2.5 Dimensionado del timón de profundidad

El timón de profundidad ("elevator" en inglés) se ha diseñado recto a lo largo de toda la envergadura del estabilizador horizontal para mayor simplicidad en la construcción. El dimensionado del mismo se ha decidido tras las iteraciones realizadas, concluyendo en una cuerda igual al 25% de la cuerda de la raíz del estabilizador:

$$c_{elev} = 0.25c_{hraiz} = 42.1 \text{ mm} \quad (56)$$

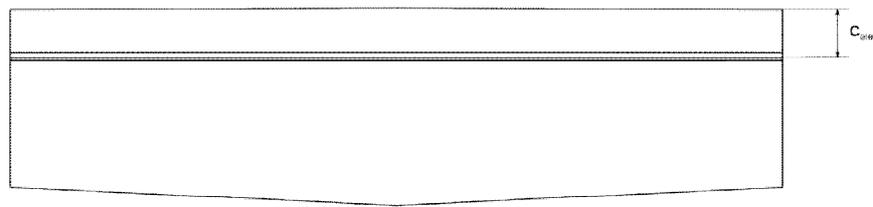


Figura 92: Timón de profundidad del estabilizador horizontal

5.2.6 Derivadas de estabilidad y de control

Las derivadas de estabilidad respecto del ángulo de ataque se determinan con las expresiones analíticas expuestas anteriormente (ecuaciones 52 y 53), y serán independientes de la velocidad, de forma que:

$$C_{L_\alpha} = 5.8487 \quad C_{M_\alpha} = -0.8738 \quad (57)$$

Las derivadas de control respecto al timón de profundidad se toman de los resultados proporcionados por el programa Tornado, y ahora sí dependen de la velocidad:

Etapa	Crucero	Crucero de vigilancia
$C_{L_{\delta_e}}$	0.44884	0.44809
$C_{M_{\delta_e}}$	-1.5380	-1.5409

Tabla 20: Derivadas de estabilidad respecto a la deflexión del timón de profundidad

Aunque no sean estrictamente derivadas de estabilidad, se introducirán aquí los valores obtenidos para los coeficientes que restan:

Etapa	Crucero	Crucero de vigilancia
C_{L_0}		0.3903
C_{M_0}	0.0080	0.0135

Tabla 21: coeficientes de sustentación y de momento a ángulo de ataque nulo

Aparte de las derivadas de estabilidad de los coeficientes de sustentación y de momento de cabeceo, se tienen las derivadas del coeficiente de resistencia. Además, se tiene la variable de control de la velocidad de rotación de cabeceo, respecto a la cual se tienen otras derivadas de estabilidad. Todas estas derivadas se extraen del modelo de Tornado.

Etapa	Crucero	Crucero de vigilancia
C_{D_α}	0.12846	0.22909
C_{D_q}	0.17053	0.37834
$C_{D_{\delta_e}}$	0.0070496	0.020246
C_{L_q}	8.3603	8.3571
C_{M_q}	-17.4175	-17.4518

Tabla 22: Derivadas de estabilidad longitudinales

5.2.7 Trimado

El trimado de la aeronave consiste en definir las condiciones que aseguran un vuelo equilibrado y estable. En el caso longitudinal, esto se consigue mediante la compensación de las fuerzas gravitatorias con las de sustentación y mediante la anulación de los momentos alrededor del centro de gravedad. Dependiendo de las condiciones de vuelo se tendrán unas condiciones de trimado u otras.

Una vez calculados los coeficientes del apartado anterior, las ecuaciones que determinan el equilibrio longitudinal se pueden escribir como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{W}{qS} - C_{L_0} - C_{L_\alpha} \alpha - C_{L_{\delta_e}} \delta_e &= 0 \\ C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e &= 0 \end{aligned} \quad (58)$$

que escrito en forma matricial quedaría:

$$Ax = B \Rightarrow \begin{pmatrix} C_{L_\alpha} & C_{L_{\delta_e}} \\ C_{M_\alpha} & C_{M_{\delta_e}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \delta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{W}{qS} - C_{L_0} \\ -C_{M_0} \end{pmatrix} \quad (59)$$

Puesto que se tienen distintos valores para algunos coeficientes según la etapa de vuelo, se detallarán las matrices y los valores del ángulo de ataque y de ángulo de deflexión del timón de profundidad de equilibrio para cada caso.

Crucero ($V=16$ m/s)

$$\begin{pmatrix} 5.8487 & 0.4484 \\ -0.8738 & -1.5380 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \delta_e \end{pmatrix}_{cr} = \begin{pmatrix} 0.0651 \\ -0.0080 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \delta_e \end{pmatrix}_{cr} = \begin{pmatrix} 0.6429^\circ \\ -0.0684^\circ \end{pmatrix} \quad (60)$$

Crucero de vigilancia ($V=13$ m/s)

$$\begin{pmatrix} 5.8487 & 0.4481 \\ -0.8738 & -1.5409 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \delta_e \end{pmatrix}_{es} = \begin{pmatrix} 0.3062 \\ -0.0135 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \delta_e \end{pmatrix}_{es} = \begin{pmatrix} 3.0955^\circ \\ -1.2543^\circ \end{pmatrix} \quad (61)$$

Ahora se va a analizar como varía la condición de trimado con la velocidad en vuelo rectilíneo:

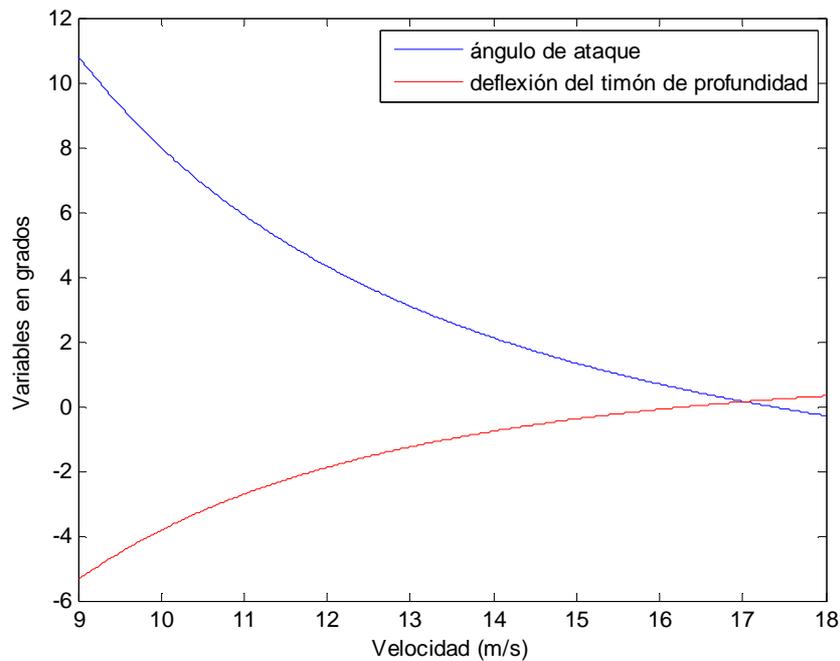


Figura 93: Variación de la condición de trimado con la velocidad

Parece lógico que el ángulo de ataque disminuya al aumentar la velocidad para compensar la carga del peso, que no varía. Además, la deflexión del timón de profundidad es en todo momento negativa, aunque cada vez más pequeña a medida que aumenta la velocidad. A bajas velocidades se tienen elevados ángulos de ataque de forma que el ala genera tanta sustentación que el timón de profundidad se deflecha con ángulos negativos generando sustentación negativa para asegurar el equilibrio de las fuerzas verticales.

5.3 Estabilidad estática lateral - direccional

La estabilidad lateral – direccional se antoja importante cuando aparecen perturbaciones laterales o se desean realizar maniobras fuera del plano vertical de simetría. Para ello se considerarán dos situaciones bastante comunes durante el vuelo de cualquier aeronave: presencia de viento cruzado (aparece un ángulo de resbamiento) y maniobra de viraje coordinado. Se considerará en todo momento que el centro de gravedad está contenido en el plano vertical de simetría, por lo que no afecta al comportamiento lateral – direccional de la aeronave.

De nuevo se estimarán las derivadas de estabilidad que afecten a variables lateral – direccionales. Existen varios requisitos que éstas deben satisfacer para que la aeronave sea estable lateral – direccionalmente, que consisten básicamente en criterios de signos de forma que determinan si las fuerzas y momentos que se generan ante perturbaciones en variables de estado y de control son recuperadores de la posición de equilibrio o no. Para ello es imprescindible tener en cuenta el esquema de la Figura 83, para esclarecer el sentido de las distintas variables.

5.3.1 Modelo de fuerzas y momentos

Para el problema lateral – direccional se establecerá el equilibrio de fuerzas laterales (F_Y) y de momentos de balanceo (\bar{L}) y de guiñada (N). Los componentes de la aeronave que más influyen en el comportamiento lateral – direccional son el fuselaje, el ala y el estabilizador vertical.

$$\begin{aligned}\Sigma F_Y &= 0 \\ \Sigma M_x &= \bar{L} = 0 \\ \Sigma M_z &= N = 0\end{aligned}\tag{62}$$

Se considerará que el motor produce un empuje contenido en el plano de simetría. Si se expresan las fuerzas y los momentos en función de las derivadas de estabilidad, se obtienen las siguientes ecuaciones de equilibrio (ecuación 63):

$$\begin{aligned}
 (C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r) qS &= -W \sin \phi \cos \gamma \\
 (C_{L_\beta} \beta + C_{L_{\delta_a}} \delta_a + C_{L_{\delta_r}} \delta_r) qSb &= 0 \\
 (C_{N_\beta} \beta + C_{N_{\delta_a}} \delta_a + C_{N_{\delta_r}} \delta_r) qSb &= 0
 \end{aligned} \tag{63}$$

Donde aparecen nuevos parámetros:

- Ángulo de resbalamiento: β
- Deflexión de los flaperones: δ_a
- Deflexión del timón de dirección: δ_r
- Ángulo de balanceo: ϕ
- Ángulo de asiento: γ (se considerará muy pequeño, por lo que su coseno se aproxima por la unidad)

Si se escriben las anteriores ecuaciones en forma matricial, se tiene:

$$\begin{pmatrix} C_{Y_\beta} & C_{Y_{\delta_a}} & C_{Y_{\delta_r}} \\ C_{L_\beta} & C_{L_{\delta_a}} & C_{L_{\delta_r}} \\ C_{N_\beta} & C_{N_{\delta_a}} & C_{N_{\delta_r}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \delta_a \\ \delta_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-W \sin \phi \cos \gamma}{qS} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{64}$$

Se tendrán varias estrategias de solución dependiendo de si en el problema a tratar el dato de entrada es el ángulo de resbalamiento (viento cruzado) o el de balanceo (viraje coordinado).

5.3.2 Dimensionado del timón de dirección

El timón de dirección ("rudder" en inglés) se ha diseñado recto a lo largo de todo el estabilizador pero con un pequeño ángulo de forma que la cuerda del mismo sea igual al 25% de la cuerda del estabilizador en cada punto:

$$\begin{aligned}
 c_{rudr} &= 0.25c_{vraiz} = 60.15 \text{ mm} \\
 c_{rudp} &= 0.25c_{vpunta} = 42.1 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{65}$$

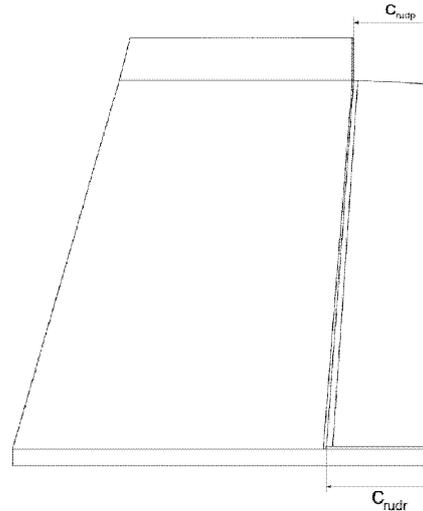


Figura 94: Timón de dirección del estabilizador vertical

5.3.3 Derivadas de estabilidad y de control (modelo del Tornado)

En el problema lateral – direccional se tienen tres variables de estado: el ángulo de resbalamiento (β), la velocidad de rotación de balanceo (p) y la velocidad de rotación de guiñada (r), y dos variables de control: flaperones (δ_a) y timón de dirección (δ_r). De esta forma, aparecerán derivadas de estabilidad de las fuerzas laterales y momentos de balanceo y guiñada respecto a las variables de estado, y derivadas de control de las mismas respecto a las variables de control.

Crucero

C_{Y_β}	-0.3424	$C_{\bar{L}_\beta}$	-0.0542	C_{N_β}	0.1000
C_{Y_p}	-0.0632	$C_{\bar{L}_p}$	-0.4963	C_{N_p}	0.0109
C_{Y_r}	0.2274	$C_{\bar{L}_r}$	0.0460	C_{N_r}	-0.1101
$C_{Y_{\delta_a}}$	-0.0288	$C_{\bar{L}_{\delta_a}}$	-0.2503	$C_{N_{\delta_a}}$	0.0055
$C_{Y_{\delta_r}}$	-0.1503	$C_{\bar{L}_{\delta_r}}$	-0.0092	$C_{N_{\delta_r}}$	0.0780

Tabla 23: Derivadas de estabilidad lateral-direccionales en el tramo de crucero

Crucero de vigilancia

C_{Y_β}	-0.3421	$C_{\bar{L}_\beta}$	-0.0537	C_{N_β}	0.0990
---------------	---------	---------------------	---------	---------------	--------

C_{Y_p}	-0.0911	$C_{\bar{L}_p}$	-0.4977	C_{N_p}	0.0183
C_{Y_r}	0.2244	$C_{\bar{L}_r}$	0.0455	C_{N_r}	-0.1079
$C_{Y_{\delta_a}}$	-0.0338	$C_{\bar{L}_{\delta_a}}$	-0.2498	$C_{N_{\delta_a}}$	0.0041
$C_{Y_{\delta_r}}$	-0.1471	$C_{\bar{L}_{\delta_r}}$	-0.0089	$C_{N_{\delta_r}}$	0.0763

Tabla 24: Derivadas de estabilidad lateral-direccionales en el tramo de crucero de vigilancia

5.3.4 Criterios de estabilidad lateral – direccional

Para asegurar la estabilidad lateral – direccional, se han de satisfacer las siguientes condiciones:

- $C_{\bar{L}_\beta} < 0$: derivada conocida como efecto diedro, que muestra la tendencia del avión a volar con las alas niveladas. Se debe generar un momento de balanceo negativo para corregir el resbalamiento.
- $C_{N_\beta} > 0$: derivada llamada índice de estabilidad estática direccional y muestra la tendencia a alinear la aeronave con la corriente incidente. Así, si aparece un ángulo de resbalamiento, se debe generar un momento recuperador de guiñada positivo.
- $C_{\bar{L}_p} < 0$: representa el amortiguamiento en balance.
- $C_{N_r} < 0$: representa el amortiguamiento en guiñada.

Se pueden comprobar estos criterios en las dos etapas (Tablas 23 y 24) para asegurar la estabilidad lateral – direccional. Además, en el análisis de los modos de la aeronave se obtiene un criterio adicional de estabilidad en la que intervienen diferentes derivadas y que es importante comprobar:

$$\text{Modo espiral estable si: } C_{\bar{L}_\beta} C_{N_r} - C_{\bar{L}_r} C_{N_\beta} > 0$$

En ambas etapas, este factor es positivo cumpliéndose así este criterio de estabilidad.

5.3.5 Trimado con viento cruzado

Se va a calcular el trimado de la aeronave, esto es determinar el ángulo de deflexión de los flaperones y timón de dirección, cuando está sometida a un viento cruzado de forma que el ángulo de resbalamiento son 20° . Del problema matricial (ecuación 64) se pueden despejar las dos últimas ecuaciones ya que en este caso están desacopladas de la primera, de la que se obtendrá posteriormente el ángulo de balanceo de equilibrio. Tras el previo planteamiento

matemático, se tiene la siguiente condición de equilibrio en las dos etapas que se están estudiando:

Etapa	Crucero	Crucero de vigilancia
ϕ	4.84°	3.16°
δ_a	-2.54°	-2.54°
δ_r	-19.05°	-19.34°

Tabla 25: Trimado de la aeronave en presencia de viento cruzado $\beta=20^\circ$

A continuación se va a realizar un análisis para ver cómo varían estos ángulos cuando se hace un barrido en el resbalamiento. Se puede apreciar una variación lineal de todas las variables, que además pasan por el origen (0,0) ya que en ausencia de viento cruzado no es necesario deflectar los flaperones y timón de dirección para equilibrar la aeronave. Es obvio que cuando aparece un ángulo de resbalamiento, el timón de dirección es la superficie de control más efectiva en el equilibrado, de ahí que es la que tome mayores valores y sufra las variaciones más grandes.

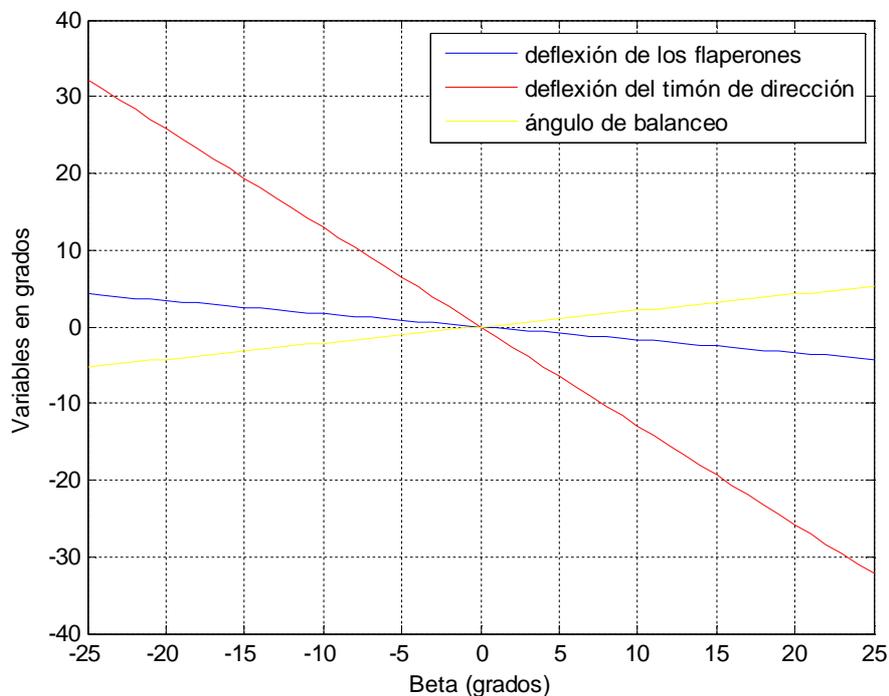


Figura 95: Variación de la condición de trimado en presencia de viento cruzado

5.3.6 Trimado en viraje

El trimado de viraje se realizará bajo las condiciones del crucero de vigilancia, que es el tramo de la misión en el que es más probable la realización de un viraje. Se trimará en las condiciones de máximo factor de carga que se corresponderá con el máximo ángulo de balanceo

$$(n = \frac{1}{\cos \phi}):$$

$$n_{\max \text{ crucero}} = 1.8662 \quad \phi = 57.60^\circ \quad (66)$$

Las ecuaciones que rigen el trimado de un viraje estacionario se pueden expresar de forma matricial tal y como sigue:

$$\begin{pmatrix} C_{Y_\beta} & C_{Y_{\delta_a}} & C_{Y_{\delta_r}} \\ C_{L_\beta} & C_{L_{\delta_a}} & C_{L_{\delta_r}} \\ C_{N_\beta} & C_{N_{\delta_a}} & C_{N_{\delta_r}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \delta_a \\ \delta_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_{Y_r} \frac{bg \sin \phi}{2V^2} \\ \frac{(I_{zz} - I_{yy}) g^2 \sin^3 \phi}{qSbV^2 \cos \phi} - C_{L_r} \frac{bg \sin \phi}{2V^2} \\ \frac{I_{xz} g^2 \sin^3 \phi}{qSbV^2 \cos \phi} - C_{N_r} \frac{bg \sin \phi}{2V^2} \end{pmatrix} \quad (67)$$

Para la obtención de este sistema de ecuaciones se considera que no existen asimetrías propulsivas y que la línea de empuje pasa por el centro de gravedad. En esta ocasión se tiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas: β , δ_a y δ_r , ya que ahora el ángulo de balanceo ϕ está especificado. Los resultados que proporciona este análisis son:

$$\beta = 0.9683^\circ \quad \delta_a = 0.0506^\circ \quad \delta_r = 2.0412^\circ \quad (68)$$

Lo más significativo de estos resultados es el pequeño valor de la deflexión de los alerones necesaria para realizar el viraje. Esto es debido al uso compartido de esta superficie de control como flap y como alerón. El hecho de que se necesite un dispositivo hipersustentador bastante grande para la operación de despegue va a determinar el tamaño del flaperón. De este modo, y teniendo en cuenta también su posición bastante alejada de la raíz, la deflexión de los flaperones es bastante efectiva para lograr virajes.

5.4 Modelo de Tornado

El Tornado es un programa codificado en Matlab que permite calcular las fuerzas y momentos que aparecen en las superficies aerodinámicas de una aeronave en una determinada condición de vuelo. A través de la definición de la geometría de las mismas, se realiza una malla con el número de elementos que se deseen. Este programa permite calcular las derivadas de estabilidad de la configuración propuesta.

Cabe destacar que este programa solo modela superficies aerodinámicas con un perfil dado, por lo que el modelado del fuselaje es bastante complejo; de ahí que en ciertas derivadas de

estabilidad en las que la influencia del fuselaje sea importante aparezcan correcciones extraídas de [2]. Estas derivadas serán:

- C_{Y_β} : variación de la fuerza lateral que genera el fuselaje cuando se tiene un ángulo de resbalamiento.
- C_{N_β} : variación del momento de guiñada que genera el fuselaje cuando se tiene un ángulo de resbalamiento.

A continuación, en la Figura 96 y Figura 97, se representa el modelo de tornado de la configuración de las superficies aerodinámicas del UAV:

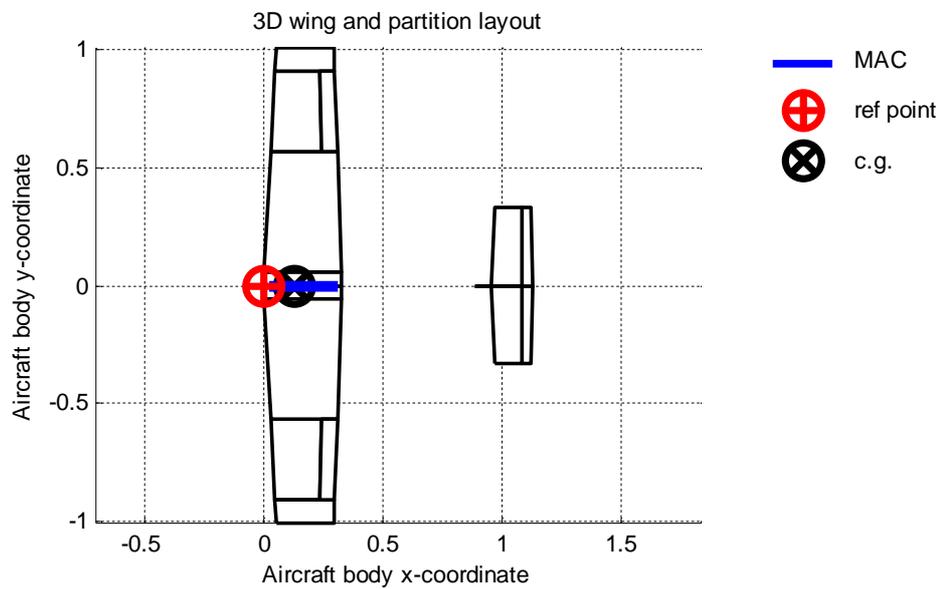


Figura 96: Modelo de la geometría del programa Tornado

En la siguiente imagen aparece el mallado de las superficies aerodinámicas:

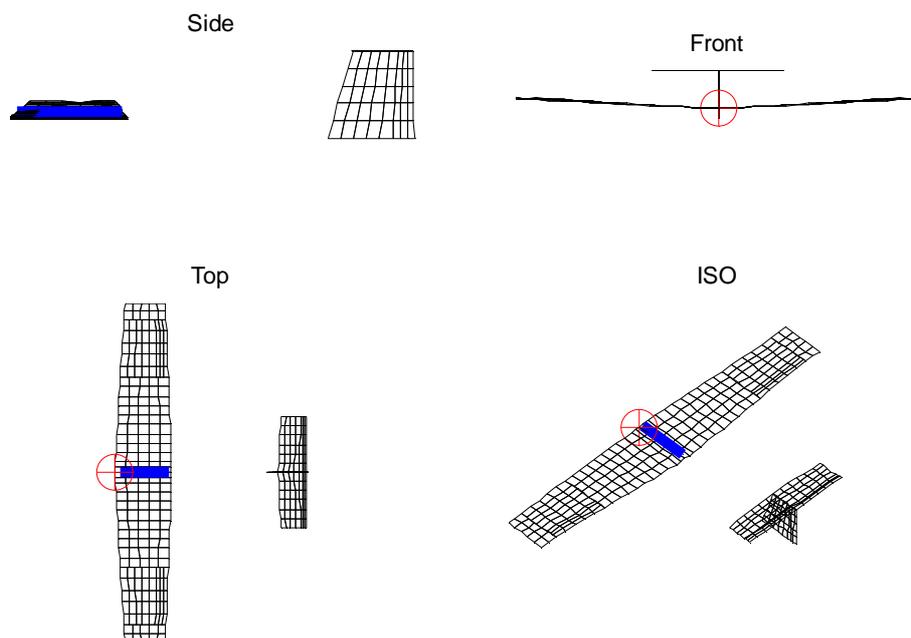


Figura 97: Mallado de las superficies aerodinámicas con el programa Tornado