

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

Case B. A. and Leggett A. M., 2005. "Women in Mathematics". Princeton University Press, New Jersey. P71.

Vibration of Continuous Systems. b Singiresu S. Rao Professor Chairman

Acoustics and Vibration Animations. Dan Russell

Apuntes de clase de la asignatura Estructuras aeroespaciales.

Waller M., 1939. "Vibrations of free square plater:Part I normal vibrating modes". London School of Medicine for Women. P831-844.

Anarajalingam P, Duch langpap S and Holm J. 2007. "Chladni mønstre-Chladni patterns". Gruppe 12, hus 13.2, 2 semester, forªret 2007, Natbas RUC.

Kverno D. and Nolen J. 2010. "A study of vibrating plates".

Walther Ritz. "Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik. J. für die reine und angewandte Mathematik (Crelle), 135:1–61, 1908.

Walther Ritz. Theorie der Transversalschwingungen einer quadratischen Platte mit freien Rändern. Annalen der Physik, 18(4):737–807, 1909.

Lord Rayleigh (JohnWilliam Strutt). The Theory of Sound, vol. I. London, Macmillan, 1894. new edition 1945, Dover Publications, New York.

G. Kirchhoff. "Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 44:51–92, 1850.

"A. W. Leissa. The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods. Journal of Sound and Vibration, 287:961–978, 2005."

Shopie Germain 1816 "Memoir on the Vibrations of Elastic Plates"

ONLINE

[http://books.google.es/books?id=yJcWhP9wMkC&pg=PA212&lpg=PA212&dq=Mary+Waller+c
hladni&source=bl&ots=s0suPjVeMu&sig=-6a_mnkO2jt8AnxfCjhfJ5nGudw&hl=es&ei=rvEVTp-
fNI70sgb1sLXNDw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=6&ved=0CFUQ6AEwBQ#v=onepage&
q&f=false](http://books.google.es/books?id=yJcWhP9wMkC&pg=PA212&lpg=PA212&dq=Mary+Waller+c
hladni&source=bl&ots=s0suPjVeMu&sig=-6a_mnkO2jt8AnxfCjhfJ5nGudw&hl=es&ei=rvEVTp-
fNI70sgb1sLXNDw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=6&ved=0CFUQ6AEwBQ#v=onepage&
q&f=false)

<http://es.scribd.com/doc/49609165/15/The-Mathematical-Model-for-Chladni-Figures>

<http://www.nhn.ou.edu/~johnson/Education/Juniorlab/Chladni/2001-ChladniPlates-CurtisParry.pdf>

<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/file/chladni%20patterns.pdf>

<http://webphysics.davidson.edu/alumni/jimn/Java/modes.html>

<http://www.phy.davidson.edu/stuhome/derekk/chladni/pages/history.htm>

http://asadl.org/jasa/resource/1/jasman/v100/i4/p2843_s5?bypassSSO=1

<http://www.phys.unsw.edu.au/jw/chladni.html>

<http://rudar.ruc.dk/bitstream/1800/5190/1/Chladni%20Pattern.pdf>

ANEXOS

ANEXO I: CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS

Generador de vibraciones

Generador de vibraciones para la excitación mecánica de oscilaciones y ondas p.ej. en un muelle en espiral, en una cuerda de goma, en un anillo de alambre, o en una placa de Chladni. En carcasa estable de plástico, con clavija de sujeción y clavijero de 4 mm, para la fijación de los accesorios (placas de Chladni, alambres de resonancia, bandas elásticas, etc.) Incluye dispositivo de barra soporte (hasta 8 mm Ø) para fijar en el lado posterior del equipo y realizar demostraciones de ondas estacionarias en un muelle helicoidal.

El generador está provisto de protección contra sobrecarga.

Conexión: por medio de clavijeros de seguridad de 4 mm Impedancia: 8 Ω

Rango de frecuencia: 0 –20 kHz

Protección contra sobrecarga: fusible de 1 A

Dimensiones: aprox. 200x160x70 mm³

Peso aprox. 1,4 kg.

Generador de funciones (230 V, 50/60 Hz)

Generador de funciones sinusoidales y rectangulares con amplificador de potencia, para su aplicación en experimentos de demostración y prácticas de laboratorio. Con display digital luminoso para frecuencia y forma de señales. Salida a prueba de cortocircuitos y contra tensiones de inducción y descarga por chispas; p. ej., cuando se tiene conectada una

bobina y se desconecta involuntariamente el cable de experimentación bajo carga. Incluye fuente de alimentación.

Forma de las señales: sinusoidal, rectangular, rectangular positiva
 Rango de frecuencia: 0,05 Hz – 3 kHz
 Resolución: 0,05 Hz (0,05 Hz – 3 kHz), 1 Hz (1 Hz – 50kHz)
 Coeficiente de distorsión (sinusoidal): <1% (10 kHz)
 Resolución de la curva sinusoidal: 16 bits
 Tiempo de ascenso (rectangular): 0,2 μ s/V
 Tensión de salida: 0 – ± 12 V ajuste continuo, a prueba de cortocircuitos
 Max. corriente de salida: 1 A
 Conexión: con clavijeros de seguridad de 4 mm
 Display: LCD de 16 dígitos, 2 líneas, luminoso
 Alimentación de tensión: 12 V c.a., 15 VA de fuente de alimentación
 Dimensiones: aprox. 45x195x115 mm³
 Peso: aprox. 1,2 kg

ANEXO II: PROGRAMAS DE MATLAB

Programa que implementa el método de ritz

```
k:=m->if type(m,even) then
    fsolve(tan(x)+tanh(x)=0,x=m*Pi/2-Pi/4)
else
    fsolve(tan(x)-tanh(x)=0,x=(m-1/2)*Pi/2)
end if;

u:=(m,x)->if m=0 then
    1/sqrt(2)
elif m=1 then
    sqrt(3/2)*x
elif type(m,even) then
    (cosh(k(m))*cos(k(m)*x)+cos(k(m))*cosh(k(m)*x))/
    sqrt((cosh(k(m)))^2+(cos(k(m)))^2)
else
    (sinh(k(m))*sin(k(m)*x)+sin(k(m))*sinh(k(m)*x))/
    sqrt((sinh(k(m)))^2-(sin(k(m)))^2)
end if;

mu:=0.225;
```

```

for m from 1 to 5 by 2 do
  for n from 1 to 5 by 2 do
    for p from 1 to 5 by 2 do
      for q from 1 to 5 by 2 do
        K(m,n,p,q):=evalf(Int(Int(diff(u(m,x),x,x)*u(n,y)*diff(u(p,x),x,x)
          *u(q,y),x=-1..1),y=-1..1)
          +Int(Int(diff(u(n,y),y,y)*u(m,x)*diff(u(q,y),y,y)*u(p,x),
            x=-1..1),y=-1..1)
          +2*mu*Int(Int(diff(u(m,x),x,x)*u(n,y)*diff(u(q,y),y,y)*u(p,x),
            x=-1..1),y=-1..1)
          +2*(1-mu)*Int(Int(diff(u(m,x),x)*diff(u(n,y),y)*diff(u(p,x),x)
            *diff(u(q,y),y),x=-1..1),y=-1..1));
      od;
    od;
  od;
od;
Ke=matrix([(K(1,1,1,1),K(1,1,1,3)+K(1,1,3,1),K(1,1,3,3),K(1,1,1,5)
  +K(1,1,5,1),K(1,1,3,5)+K(1,1,5,3),K(1,1,5,5)],
  [(K(1,3,1,1)+K(3,1,1,1))/2,(K(1,3,1,3)+K(1,3,3,1)+K(3,1,3,1)+K(3,1,1,3))/2,
  (K(1,3,3,3)+K(3,1,3,3))/2,(K(1,3,1,5)+K(1,3,5,1)+K(3,1,1,5)+K(3,1,5,1))/2,
  (K(1,3,3,5)+K(1,3,5,3)+K(3,1,3,5)+K(3,1,5,3))/2,(K(1,3,5,5)+K(3,1,5,5))/2],
  [K(3,3,1,1),K(3,3,1,3)+K(3,3,3,1),K(3,3,3,3),K(3,3,1,5)+K(3,3,5,1),
  K(3,3,3,5)+K(3,3,5,3),K(3,3,5,5)],
  [(K(1,5,1,1)+K(5,1,1,1))/2,(K(1,5,1,3)+K(1,5,3,1)+K(5,1,3,1)+K(5,1,1,3))/2,
  (K(1,5,3,3)+K(5,1,3,3))/2,(K(1,5,1,5)+K(1,5,5,1)+K(5,1,1,5)+K(5,1,5,1))/2,
  (K(1,5,3,5)+K(1,5,5,3)+K(5,1,3,5)+K(5,1,5,3))/2,(K(1,5,5,5)+K(5,1,5,5))/2],
  [(K(5,3,1,1)+K(3,5,1,1))/2,(K(5,3,1,3)+K(5,3,3,1)+K(3,5,3,1)+K(3,5,1,3))/2,
  (K(5,3,3,3)+K(3,5,3,3))/2,(K(5,3,1,5)+K(5,3,5,1)+K(3,5,1,5)+K(3,5,5,1))/2,
  (K(5,3,3,5)+K(5,3,5,3)+K(3,5,3,5)+K(3,5,5,3))/2,(K(5,3,5,5)+K(3,5,5,5))/2],
  [K(5,5,1,1),K(5,5,1,3)+K(5,5,3,1),K(5,5,3,3),K(5,5,1,5)+K(5,5,5,1),
  K(5,5,3,5)+K(5,5,5,3),K(5,5,5,5)]]);

K = [13.95 -32.08 18.60 32.08 -37.20 18.60
      -16.04 411.8 -120.0 -133.6 166.8 140
      18.60 -240.0 1686 -218.0 -1134 330
      16.04 -133.6 109.0 2945 -424 179
      -18.6 166.8 -567 -424 6303 -1437
      18.6 280 -330 358 -2874 13674];

```

```
Kr=K(2:end,2:end);           % last 5 equations
Kd=diag(Kr);                 % Jacobi splitting for Ritz'
Ko=Kr-diag(diag(Kr));        % eigenvalue iteration
la=K(1,1)                    % first eigenvalue and
a=zeros(1,size(K,2)); a(1)=1; % eigenvector approximation
for j=1:6 % Ritz iteration
    b=-K(2:end,1);           % rhs of the system
    bj=b-Ko*a(2:end)';       % rhs for Jacobi step
    a(2:6)=bj./(Kd-la)        % Jacobi step
    la=K(1,1)+K(1,2:end)*a(2:6)' % new eigenvalue approximation
end
la =13.9500
a =1.0000 0.0403 -0.0111 -0.0055 0.0030 -0.0014
la =12.1388
a =1.0000 0.0342 -0.0038 -0.0027 0.0002 -0.0017
la =12.6565
a =1.0000 0.0387 -0.0061 -0.0036 0.0011 -0.0020
la =12.3996
a =1.0000 0.0374 -0.0049 -0.0032 0.0007 -0.0020
la =12.4972
a =1.0000 0.0380 -0.0053 -0.0034 0.0009 -0.0020
la =12.4525
a =1.0000 0.0378 -0.0051 -0.0033 0.0008 -0.0020
la =12.4711

>> ev=sort(eig(K));
>> ev(1)
ans =12.4653
```

Programa que da la respuesta del sistema en la segunda práctica.

```
close all
clear all
clc
```

```
%% Valores
```

```
E = 2.1e11 ; % kg/m^2
A = 0.01^2-0.008^2; % m^2
I = 1/12*(0.01^4-0.008^4); % m^4
L1 = 1; % m
L2 = 1; % m
```

```
d = 7850; % kg/m^3
m1 = L1*A*d; % kg
m2 = L2*A*d; % kg
mc = 1; % masa suspendida kg
chi = 0.05; % amortiguamiento
```

%% Matrices

```
k111 = E*A/L1;
k221 = 12*E*I/L1^3;
k231 = 6*E*I/L1^2;
k331 = 4*E*I/L1;
k361 = 2*E*I/L1;
```

```
k1 = [k111 0 0 -k111 0 0;
      0 k221 k231 0 -k221 k231;
      0 k231 k331 0 -k231 k361;
      -k111 0 0 k111 0 0;
      0 -k221 -k231 0 k221 -k231;
      0 k231 k361 0 -k231 k331]; %
matriz de rigidez barra horizontal
```

```
k112 = E*A/L2;
k222 = 12*E*I/L2^3;
k232 = 6*E*I/L2^2;
k332 = 4*E*I/L2;
k362 = 2*E*I/L2;
```

```
k2 = [k222 0 k232 0 0 0;
      0 k112 0 0 0 0;
      k232 0 k332 0 0 0;
      0 0 0 0 0 0;
      0 0 0 0 0 0;
      0 0 0 0 0 0]; %
matriz primera girada 90°, solo suma a la rigidez estos términos
```

```
K = k1 + k2; %
suma de matrices
```

```
Mass1 = m1*L1/420*[ 140 0 0 70 0 0;
                    0 156 22*L1 0 54 -13*L1;
                    0 22*L1 4*L1^2 0 13*L1 -3*L1^2;
                    70 0 0 140 0 0;
                    0 54 13*L1 0 156 -22*L1;
                    0 -13*L1 -3*L1^2 0 22*L1 4*L1^2]; %
matriz de masas barra horizontal
```

```
Mass2 = m2*L2/420*[ 156 0 22*L2 0 0 0;
                    0 140 0 0 0 0;
                    22*L2 0 4*L2^2 0 0 0;
                    0 0 0 0 0 0;
                    0 0 0 0 0 0;
                    0 0 0 0 0 0];
```

```

M = Mass1 + Mass2;

F=[0; 0; 0; 0; -mc; 0];

%% Cálculo de modos

u0      = K\F;          % condiciones iniciales de posición
upunto  = zeros(6,1);   % condiciones iniciales de velocidad

[V,D] = eig(K,M); % V vector de autovectores, D diagonal de autovalores

w1 = sqrt(D(1,1));
w2 = sqrt(D(2,2));
w3 = sqrt(D(3,3));
w4 = sqrt(D(4,4));
w5 = sqrt(D(5,5));
w6 = sqrt(D(6,6));

shi = (V\u0)'; % condiciones iniciales en variables globales

K1 = V(:,1)'*K*V(:,1);
M1 = V(:,1)'*M*V(:,1);
C1 = 2*M1*w1*chi;
shi01 = shi(1,1);
w01 = w1*sqrt(1-chi^2);

K2 = V(:,2)'*K*V(:,2);
M2 = V(:,2)'*M*V(:,2);
C2 = 2*M2*w2*chi;
shi02 = shi(1,2);
w02 = w2*sqrt(1-chi^2);

K3 = V(:,3)'*K*V(:,3);
M3 = V(:,3)'*M*V(:,3);
C3 = 2*M3*w3*chi;
shi03 = shi(1,3);
w03 = w3*sqrt(1-chi^2);

K4 = V(:,4)'*K*V(:,4);
M4 = V(:,4)'*M*V(:,4);
C4 = 2*M4*w4*chi;
shi04 = shi(1,4);
w04 = w4*sqrt(1-chi^2);

K5 = V(:,5)'*K*V(:,5);
M5 = V(:,5)'*M*V(:,5);
C5 = 2*M5*w5*chi;
shi05 = shi(1,5);
w05 = w5*sqrt(1-chi^2);

K6 = V(:,6)'*K*V(:,6);
M6 = V(:,6)'*M*V(:,6);
C6 = 2*M6*w6*chi;
shi06 = shi(1,6);

```

```
w06 = w6*sqrt(1-chi^2);

%% Representación de figuras posición

% shi(t) = shi0i*exp(-wi*chi*t)*cos(w0i*t)

t = 0:0.001:0.1;

shi1 = shi01*exp(-w1*chi*t).*cos(w01*t);
shi2 = shi02*exp(-w2*chi*t).*cos(w02*t);
shi3 = shi03*exp(-w3*chi*t).*cos(w03*t);
shi4 = shi04*exp(-w4*chi*t).*cos(w04*t);
shi5 = shi05*exp(-w5*chi*t).*cos(w05*t);
shi6 = shi06*exp(-w6*chi*t).*cos(w06*t);

u1 = shi1 * V(1,1) + shi2 *V(1,2)+ shi3 *V(1,3)+ shi4 *V(1,4)+ shi5 *V(1,5)+
shi6 *V(1,6);
u2 = shi1 * V(2,1) + shi2 *V(2,2)+ shi3 *V(2,3)+ shi4 *V(2,4)+ shi5 *V(2,5)+
shi6 *V(2,6);
u3 = shi1 * V(3,1) + shi2 *V(3,2)+ shi3 *V(3,3)+ shi4 *V(3,4)+ shi5 *V(3,5)+
shi6 *V(3,6);
u4 = shi1 * V(4,1) + shi2 *V(4,2)+ shi3 *V(4,3)+ shi4 *V(4,4)+ shi5 *V(4,5)+
shi6 *V(4,6);
u5 = shi1 * V(5,1) + shi2 *V(5,2)+ shi3 *V(5,3)+ shi4 *V(5,4)+ shi5 *V(5,5)+
shi6 *V(5,6);
u6 = shi1 * V(6,1) + shi2 *V(6,2)+ shi3 *V(6,3)+ shi4 *V(6,4)+ shi5 *V(6,5)+
shi6 *V(6,6);

figure
plot(t,u1*100)
title('g.d.l. 1'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('desplazamiento (cm)')

figure
plot(t,u2*100)
title('g.d.l. 2'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('desplazamiento (cm)')

figure
plot(t,u3*180/pi)
title('g.d.l. 3'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('giro (grados)')

figure
plot(t,u4*100)
title('g.d.l. 4'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('desplazamiento (cm)')

figure
plot(t,u5*100)
title('g.d.l. 5'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('desplazamiento (cm)')

figure
plot(t,u6*180/pi)
title('g.d.l. 6'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('giro (grados)')

%% Aceleración
```

```
shido1 = shi01*exp(-w1*chi*t).*(w1^2*chi^2*cos(w01*t) +  
2*w01*w1*chi*sin(w01*t) - w01^2*cos(w01*t));  
shido2 = shi02*exp(-w2*chi*t).*(w2^2*chi^2*cos(w02*t) +  
2*w02*w2*chi*sin(w02*t) - w02^2*cos(w02*t));  
shido3 = shi03*exp(-w3*chi*t).*(w3^2*chi^2*cos(w03*t) +  
2*w03*w3*chi*sin(w03*t) - w03^2*cos(w03*t));  
shido4 = shi04*exp(-w4*chi*t).*(w4^2*chi^2*cos(w04*t) +  
2*w04*w4*chi*sin(w04*t) - w04^2*cos(w04*t));  
shido5 = shi05*exp(-w5*chi*t).*(w5^2*chi^2*cos(w05*t) +  
2*w05*w5*chi*sin(w05*t) - w05^2*cos(w05*t));  
shido6 = shi06*exp(-w6*chi*t).*(w6^2*chi^2*cos(w06*t) +  
2*w06*w6*chi*sin(w06*t) - w06^2*cos(w06*t));  
  
figure  
plot(t,shido1)  
title('g.d.l. 1'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)')  
  
figure  
plot(t,shido2)  
title('g.d.l. 2'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)')  
  
figure  
plot(t,shido3)  
title('g.d.l. 3'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)')  
  
figure  
plot(t,shido4)  
title('g.d.l. 4'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)')  
  
figure  
plot(t,shido5)  
title('g.d.l. 5'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)')  
  
figure  
plot(t,shido6)  
title('g.d.l. 6'), grid, xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)')
```

Programa que da la figura Resolviendo mediante el método de Ritz

```
K = [13.95 -32.08 18.60 32.08 -37.20 18.60  
-16.04 411.8 -120.0 -133.6 166.8 140  
18.60 -240.0 1686 -218.0 -1134 330  
16.04 -133.6 109.0 2945 -424 179  
-18.6 166.8 -567 -424 6303 -1437  
18.6 280 -330 358 -2874 13674];  
  
Kr=K(2:end,2:end); % last 5 equations  
Kd=diag(Kr); % Jacobi splitting for Ritz'  
Ko=Kr-diag(diag(Kr)); % eigenvalue iteration  
la=K(1,1); % first eigenvalue and  
a=zeros(1,size(K,2)); a(1)=1; % eigenvector approximation  
for j=1:6 % Ritz iteration  
b=-K(2:end,1); % rhs of the system
```

```

bj=b-Ko*a(2:end)';           % rhs for Jacobi step
a(2:6)=bj./(Kd-la);         % Jacobi step
la=K(1,1)+K(1,2:end)*a(2:6)';% new eigenvalue approximation
end

x=linspace(0,Lx,resolution);
y=linspace(0,Ly,resolution);
[X,Y]=meshgrid(x,y);

x=X;
y=Y;

u0x=cos((0/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(0/2)*cosh((0/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*cosh((0/2-1/4)*pi));
u2x=cos((2/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(2/2)*cosh((2/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*cosh((2/2-1/4)*pi));
u4x=cos((4/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(4/2)*cosh((4/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*cosh((4/2-1/4)*pi));
u6x=sin((6/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(6/2)*cosh((6/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*cosh((6/2-1/4)*pi));
u1x=sin((1/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(1/2)*sinh((1/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*sinh((1/2-1/4)*pi));
u3x=sin((3/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(3/2)*sinh((3/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*sinh((3/2-1/4)*pi));
u5x=sin((5/2-1/4)*pi*x)+(-1)^(5/2)*sinh((5/2-1/4)*pi*x)/(sqrt(2)*sinh((5/2-1/4)*pi));

u0y=cos((0/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(0/2)*cosh((0/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*cosh((0/2-1/4)*pi));
u2y=cos((2/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(2/2)*cosh((2/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*cosh((2/2-1/4)*pi));
u4y=cos((4/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(4/2)*cosh((4/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*cosh((4/2-1/4)*pi));
u6y=sin((6/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(6/2)*cosh((6/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*cosh((6/2-1/4)*pi));
u1y=sin((1/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(1/2)*sinh((1/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*sinh((1/2-1/4)*pi));
u3y=sin((3/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(3/2)*sinh((3/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*sinh((3/2-1/4)*pi));
u5y=sin((5/2-1/4)*pi*y)+(-1)^(5/2)*sinh((5/2-1/4)*pi*y)/(sqrt(2)*sinh((5/2-1/4)*pi));

u=u1x.*u0y+u1y.*u0x;

patternmap= [0      0      0.5625; 0      0      0.5962; 0      0
0.6298; 0      0      0.6635;
0      0      0.6971; 0      0      0.7308; 0      0
0.7644; 0      0      0.7981;
0      0      0.8317; 0      0      0.8654; 0      0
0.8990; 0      0      0.9327;
0      0      0.9663; 0      0      1.0000; 0      0.0667
1.0000; 0      0.1333 1.0000;
0      0.2000 1.0000; 0      0.2667 1.0000; 0      0.3333
1.0000; 0      0.4000 1.0000;
0      0.4667 1.0000; 0      0.5333 1.0000; 0      0.6000
1.0000; 0      0.6667 1.0000;

```

```

0      0.7333 1.0000; 0      0.8000 1.0000; 0      0.8667
1.0000; 0      0.9333 1.0000;
0      1.0000 1.0000; 0      0.7500 0.7500; 0      0.5000
0.5000; 0      0.2500 0.2500;
0      0      0      ; 0.2500 0.2500 0      ; 0.5000 0.5000 0
; 0.7500 0.7500 0      ;
1.0000 1.0000 0      ; 1.0000 0.9286 0      ; 1.0000 0.8571 0
; 1.0000 0.7857 0      ;
1.0000 0.7143 0      ; 1.0000 0.6429 0      ; 1.0000 0.5714 0
; 1.0000 0.5000 0      ;
1.0000 0.4286 0      ; 1.0000 0.3571 0      ; 1.0000 0.2857 0
; 1.0000 0.2143 0      ;
1.0000 0.1429 0      ; 1.0000 0.0714 0      ; 1.0000 0      0
; 0.9615 0      0      ;
0.9231 0      0      ; 0.8846 0      0      ; 0.8462 0      0
; 0.8077 0      0      ;
0.7692 0      0      ; 0.7308 0      0      ; 0.6923 0      0
; 0.6538 0      0      ;
0.6154 0      0      ; 0.5769 0      0      ; 0.5385 0      0
; 0.5000 0      0      ;];

```

```

set(figure, 'Colormap', patterncmap)
surf(x,y, -real(u))
view([0 0 1])

```

Programa que proporciona la solución acústica

```

resolution=80;
Lx=1;
Ly=1;
x=linspace(0,Lx,resolution);
y=linspace(0,Ly,resolution);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
n=5;
m=7;
p=n; q=m;
A=1; B=-1;

u=A.*cos((m*pi/Lx).*X).*cos((n*pi/Ly).*Y)+B.*cos((p*pi/Lx).*X).*cos((q*pi/Ly)
.*Y);

patterncmap= [0      0      0.5625; 0      0      0.5962; 0      0
0.6298; 0      0      0.6635;
0      0      0.6971; 0      0      0.7308; 0      0
0.7644; 0      0      0.7981;
0      0      0.8317; 0      0      0.8654; 0      0
0.8990; 0      0      0.9327;
0      0      0.9663; 0      0      1.0000; 0      0.0667
1.0000; 0      0.1333 1.0000;
0      0.2000 1.0000; 0      0.2667 1.0000; 0      0.3333
1.0000; 0      0.4000 1.0000;
0      0.4667 1.0000; 0      0.5333 1.0000; 0      0.6000
1.0000; 0      0.6667 1.0000;

```

```

0      0.7333 1.0000; 0      0.8000 1.0000; 0      0.8667
1.0000; 0      0.9333 1.0000;
0      1.0000 1.0000; 0      0.7500 0.7500; 0      0.5000
0.5000; 0      0.2500 0.2500;
0      0      0      ; 0.2500 0.2500 0      ; 0.5000 0.5000 0
; 0.7500 0.7500 0      ;
1.0000 1.0000 0      ; 1.0000 0.9286 0      ; 1.0000 0.8571 0
; 1.0000 0.7857 0      ;
1.0000 0.7143 0      ; 1.0000 0.6429 0      ; 1.0000 0.5714 0
; 1.0000 0.5000 0      ;
1.0000 0.4286 0      ; 1.0000 0.3571 0      ; 1.0000 0.2857 0
; 1.0000 0.2143 0      ;
1.0000 0.1429 0      ; 1.0000 0.0714 0      ; 1.0000 0      0
; 0.9615 0      0      ;
0.9231 0      0      ; 0.8846 0      0      ; 0.8462 0      0
; 0.8077 0      0      ;
0.7692 0      0      ; 0.7308 0      0      ; 0.6923 0      0
; 0.6538 0      0      ;
0.6154 0      0      ; 0.5769 0      0      ; 0.5385 0      0
; 0.5000 0      0      ;];

```

```

set(figure, 'Colormap', pattern cmap)
surf(X,Y,-u)
view([0 0 1])

```

Programa que da la gráfica de las ecuaciones de Chladni

```

a=[152 386 647 924 1065 1551 1823 2036 2142 2681 3267 3432 3585 3720 4059
4359 4526];
%b=[4 7 10 12 13 16 18 19 20 23 26 27 28 29 30 31 32];
b=[3.78 6.56 9.12 11.12 12.12 14.9 16.68 17.68 18.24 21.24 24.24 25.24 25.8
26.8 27.8 28.8 29.8];
plot(b,a,'ro')

hold on
for i=1:0.1:30;
    c=16.74238026*(i^1.661434361);
    hold on
    plot(i,c)
end

```

ANEXO III: GUIÓN DE PRÁCTICA DE VIBRACIÓN DE PLACA

El objetivo de esta experiencia es la visualización de los modos propios de vibración de una placa cuadrada. Para ello se hará vibrar a diferentes frecuencias una placa metálica cuadrada sujeta por su centro y, espolvoreando azúcar sobre ella se observarán los patrones y líneas nodales que se forman en la misma, correspondiéndose cada patrón con un modo propio o frecuencia propia de vibración de la placa.

El primero en realizar esta experiencia fue Chladni, frecuentemente llamado el padre de la Acústica. Para observar los modos de resonancia (modos propios de vibración) de una placa circular o cuadrada, sujeta por su centro, Chladni la hacía vibrar frotándola con el arco de un violín, después de haber espolvoreado arena fina sobre ella. Posteriormente dibujaba las líneas y patrones que formaba la arena sobre la placa. “El sonido puede verse”, fueron las palabras de Napoleón cuando, en 1808, Chladni realizó esta experiencia en la Academia de Ciencias de París.

En esta práctica se llevará a cabo la misma experiencia que realizó Chladni. Para ello se utiliza un generador de frecuencias que se conecta a un motor al cual está sujeta por su centro una fina placa metálica. Si se hace vibrar el motor a diferentes frecuencias, como la placa está solidaria con él también vibrará a dichas frecuencias y, espolvoreando sobre ella arena fina, se observarán los patrones y líneas nodales que se forman sobre la placa. Estos patrones y líneas nodales se corresponden con las zonas y líneas en las cuales la placa no vibra, es decir, los nodos de las ondas estacionarias que se forman en la placa, y por tanto en ellos se producirá una acumulación de arena, dando lugar a curiosas figuras. En distintos momentos de la reproducción se indica la frecuencia a la que está vibrando la placa y, por tanto, a la que se forman las ondas estacionarias en ese momento.



Figura 40: ejemplo de modo en la placa

Se pide realizar un barrido de frecuencias entre 0-500 Hz para encontrar dichas frecuencias naturales. Realizar un dibujo de las líneas nodales y anotar la frecuencia a la que se da la resonancia.

Una vez realizado la experiencia realizar un modelo de Nastran con los siguientes datos, y compare los resultados obtenidos, el análisis a usar es el de normal modes sin cargas aplicadas.

Dimensiones: $180 \times 180 \times 1 \text{ mm}^3$

Masa: 213 g

Densidad: $\rho = 6574.074 \text{ kg/m}^3$

$E = 210 \text{ MPa}$

$\nu = 0.3$.

Comente los resultados obtenidos y comente las discrepancias entre ambos modelos.

Chladni propuso una ecuación para explicar las frecuencias características de la placa:

$$f = C(m + 2n)^p$$

Donde f es frecuencia, (m,n) son las líneas nodales observadas en horizontal y vertical como se muestra en el ejemplo y C y p son constantes a calcular.

m : el numero de modos en la eje de x .

n : el numero de nodos en la eje de y .

Aproxime los valores de C y p con los datos obtenidos en el experimento.

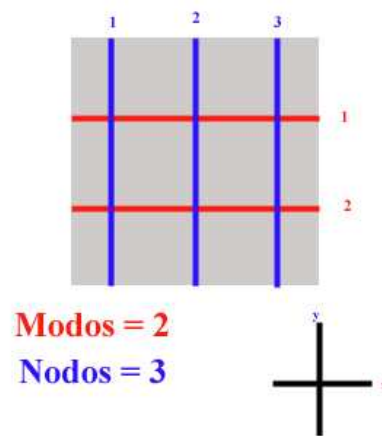
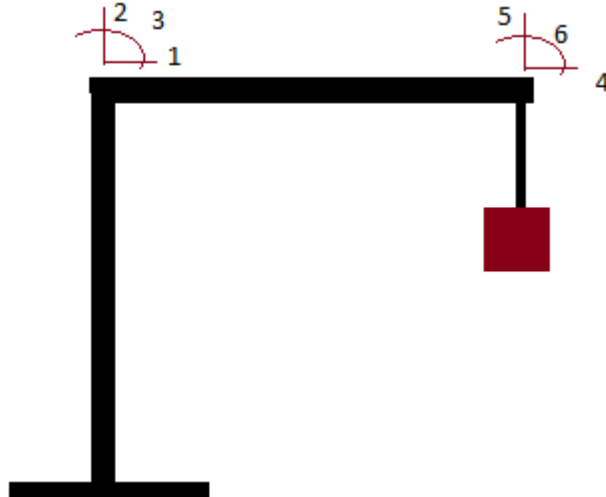


Figura 41: Forma de contar los modos

ANEXO IV: GUIÓN DE LA PRÁCTICA ANÁLISIS DINÁMICO DE UNA ESTRUCTURA

Dada la siguiente figura:



Y los siguientes datos:

$$E = 2.1 \cdot 10^{10} \text{ Kg/m}^2$$

$$A = 3.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$I = 4.92 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$$

$$L_h = 0.68 \text{ m}$$

$$L_v = 0.65 \text{ m}$$

$$\rho = 7850 \text{ Kg/m}^2$$

$$m_h = L_h A \rho$$

$$m_v = L_v A \rho$$

Haga un análisis dinámico del problema suponiendo que se suspende una carga de 0.5 kg y 1 kg en el g.d.l. 5.

En la intersección se coloca una galga extensométrica que mide unas microdeformaciones de 79.47 y 154.50, respectivamente para estado de carga. Compare los resultados con los teóricos.

A partir de los datos de Matlab datos.m, compare los resultados con los teóricos.

Datos.m a105 y a205 medidas para 0.5 Kg en un acelerómetro que mide aceleraciones en el g.d.l. 5. a11 y a21 medidas para dicho acelerómetro y 1 kg suspendido.