Capítulo 5

Análisis de resultados

Para este apartado se han simulado una serie de escenarios con la idea de comparar las soluciones obtenidas por el algoritmo exacto con las de la resolución heurística, así como ilustrar la influencia de los modos en la solución del problema. Se han escogido tres regiones que en orden de área creciente son:

- Cádiz (provincia).
- Extremadura.
- Andalucía.

Cada región se ha simulado con cuatro conjuntos distintos de satélites, que son los que siguen:

- Los 19 satélites sin modos.
- Los 19 satélites con 7 modos cada uno y un ángulo de giro del sensor de 1º.
- Los 19 satélites con 3 modos cada uno y un ángulo de giro del sensor de 4º.
- Los 8 primeros satélites con 7 modos y un ángulo de giro del sensor de 1º.

Los dos primeros se utilizarán en la comparación entre resolución exacta y heurística, al haber un gran cambio entre ellos en cuanto a número de adquisiciones. En cuanto a los dos últimos, se utilizan para ver la influencia de los modos en la solución del problema. Si se define como "satélite equivalente" cada modo de un satélite, se observa que ambos

conjuntos tienen un número parecido de estos satélites equivalentes. Generarán un número parecido de adquisiciones y al estar la diferencia en las restricciones asociadas a los modos, se podrá estudiar la influencia de éstos en la solución.

Se compararán tres aspectos principales de las soluciones obtenidas: memoria empleada, tiempo en obtener la solución y calidad de la misma. En todos los casos se ha empleado como función objetivo a minimizar el número de adquisiciones que forman parte de la solución, por lo que se considerará mejor solución la que contenga un menor número de elementos. En cuanto a la memoria, en función de si se trata del algoritmo exacto o del heurístico se hablará de la matriz Q o del número de adquisiciones respectivamente.

Asimismo se ha ejecutado el algoritmo heurístico con diversos valores del parámetro k para observar la influencia tanto en el tiempo como en la solución. No obstante se ha escogido siempre un conjunto de veinte soluciones factibles en todos los casos por simplicidad a la hora de obtener los resultados.

Además se ha realizado un estudio paramétrico con una misma región, Asturias, y variando el número de satélites entre 8 y 12 con 3, 5 y 7 modos cada uno de ellos. Se han capturado los datos relativos a tiempos de computación y tamaño de las variables relevantes (Adq, Q, Sol), de tal manera que se pueda ver su cambio con el número de satélites y de modos. Se han realizado los experimentos con el algoritmo exacto y el heurístico (k variando de 1 a 4).

Por último se incluye un apartado de gráficas, en la que con combinaciones de los datos recopilados se representan unos parámetros con respecto a otros para tratar de sacar conclusiones acerca del comportamiento de los algoritmos.

Todos los experimentos se han realizado en el siguiente ordenador:

- Procesador: Intel Core2 Duo CPU T7100 1.8 GHz
- Memoria: 2 GB
- Sistema operativo: Windows 7 Professional 32 bits
- Versión de Matlab: 7.7.0 (R2008b)

5.1. Cádiz

Esta región es la más pequeña de todas las analizadas. Esto hace que el número de adquisiciones sea reducido, y los tiempos menores. Para el primer conjunto de satélites (diecinueve sin modos) se tienen los siguientes resultados:

19 satélites 1 modo					
Adquisiciones	26				
Tiempo (s)	24,34				
Exacto					
Tamaño de Q	220x26				
Restricciones modos	-				
Tiempo (s)	1,57				
Tamaño de solución	6				
Tiempo (s)	3,346				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	6	6	6	6	8
Tiempo (s)	2,59	1,43	1,71	2,91	2,77

Se pude observar como la solución obtenida con el algoritmo heurístico es del mismo tamaño que la obtenida con el exacto, en tiempos menores. Dada la simplicidad de la función objetivo, se puede asegurar que las soluciones heurísticas son óptimas. Si bien el tiempo de computación es menor, no hay una diferencia de órdenes de magnitud, y dado que los tiempos están siendo calculados con la instrucción *tic toc* de Matlab (cuya precisión no es muy alta) se podría afirmar que no hay un ahorro significativo.

Cabe destacar también la variación con k de los resultados heurísticos. Al ampliar tanto el abanico de candidatos a formar parte de la solución, el tamaño de ésta aumenta y el tiempo también, aunque no de forma significativa.

En cuanto al siguiente conjunto de satélites, los cuales presentan siete modos de sensor:

19 satélites 7 modos					
Adquisiciones	158				
Tiempo (s)	111,87				
Exacto					
Tamaño de Q	3239x158				
Restricciones modos	54				
Tiempo (s)	767,10				
Tamaño de solución	3				
Tiempo (s)	3,43				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	3	3	3	3	3
Tiempo (s)	3,54	3,92	4,52	5,65	6,25

A simple vista se observa el gran incremento en cuanto a tiempo y memoria en el cálculo de la solución exacta. En cuanto se comparan el algoritmo heurístico y el exacto, se concluye que no merece la pena una resolución exacta, ya que la calidad de la solución es la misma y tanto los tiempos de computación como la memoria utilizada son mucho menores en el caso del algoritmo heurístico.

Para los dos siguientes conjuntos de satélites los resultados son los que figuran a continuación:

19 satélites 3 modos					
Adquisiciones	76				
Tiempo (s)	49,43				
Exacto					
Tamaño de Q	983x76				
Restricciones modos	0				
Tiempo (s)	14,28				
Tamaño de solución	3				
Tiempo (s)	3,87				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	4	3	3	3	3
Tiempo (s)	2,22	2,12	2,28	2,68	3,16

8 satélites 7 modos					
Adquisiciones	74				
Tiempo (s)	51,24				
Exacto					
Tamaño de Q	897x74				
Restricciones modos	14				
Tiempo (s)	10,70				
Tamaño de solución	3				
Tiempo (s)	0,36				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	3	3	3	4	3
Tiempo (s)	1,69	2,15	2,36	3,41	3,10

Se puede observar que ambos casos son muy similares. Al ser una región pequeña no se nota demasiado la influencia de los modos.

A continuación se representan las subregiones generadas en los casos límite, el de menos y más adquisiciones respectivamente, para ilustrar la diferencia de complejidad entre ambos casos.

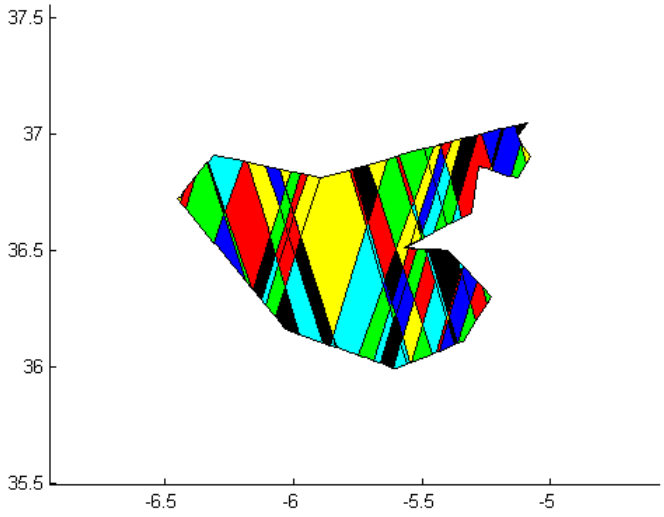

Figura 5.1: Subregiones para 19 satélites sin modos

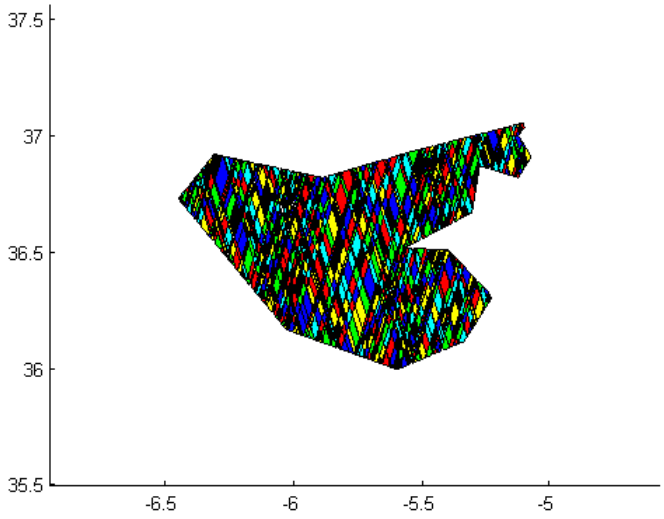

Figura 5.2: Subregiones para 19 satélites con 7 modos

5.2. Extremadura

En esta región, al ser ligeramente más grande, comienzan a verse particularidades en lo que respecta a tiempos, número de modos y diferencias entre exacto y heurístico. Los resultados para el primer conjunto de satélites:

19 satélites 1 modo					
Adquisiciones	32				
Tiempo (s)	16,77				
Exacto					
Tamaño de Q	784x32				
Restricciones modos	-				
Tiempo (s)	2,37				
Tamaño de solución	12				
Tiempo (s)	1,57				
Heurístico					
	$k = 1$	$k = 3$	$k = 5$	$k = 9$	$k = 13$
Tamaño de solución	12	12	12	12	16
Tiempo (s)	3,73	4,47	5,89	8,94	16,09

Se puede observar como aumenta el tamaño de la solución con respecto a la región anterior. Esto es lógico ya que el área a cubrir aumenta considerablemente, necesitándose por tanto más adquisiciones para obtener la imagen de la región. Asimismo la matriz Q es mayor, aunque los tiempos de solución son similares.

Sigue sin haber una diferencia apreciable entre los tiempos de resolución del algoritmo exacto y los del heurístico, debido al pequeño número de adquisiciones. Si se nota un incremento en los tiempos para valores mayores de k, lo cual tiene sentido dado que se va abriendo el abanico de candidatos a entrar en la solución y esto fomenta el que entren elementos que no introducen una gran mejora en la función objetivo. Sin embargo, la calidad de la solución es inmejorable salvo en el caso de $k = 13$, que realmente es un valor excesivo dado el número total de adquisiciones.

Para el caso con mayor número de adquisiciones no se puede resolver la optimización con *bintprog*. No obstante, con *lpsolve*, otro software que funciona de manera parecida a PolygonClip en lo que a integración con Matlab se refiere, se han obtenido los datos relativos a la solución exacta.

19 satélites 7 modos					
Adquisiciones	281				
Tiempo (s)	105,71				
Exacto					
Tamaño de Q	8723x281				
Tiempo (s)	38045,87				
Tamaño de solución	6				
Tiempo (s)	1				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	6	6	6	6	7
Tiempo (s)	14,48	18,39	20,77	28,10	28,05

La gran diferencia en cuanto al tiempo para optimizar se debe a que se ha utilizado *lpsolve*, y por tanto el dato no es comparable con los otros casos en los que se ha utilizado *bintprog*. No obstante, el mayor tiempo de computación se lo lleva el cálculo de Q. Si se puede comparar sin embargo el tamaño de la solución, viendo que el heurístico consigue con los cuatro primeros valores de k la solución exacta, en un tiempo considerablemente menor.

Para los otros dos conjuntos de satélites los resultados son los que siguen:

19 satélites 3 modos					
Adquisiciones	133				
Tiempo (s)	49,96				
Exacto					
Tamaño de Q	6338x133				
Restricciones modos	0				
Tiempo (s)	3502,13				
Tamaño de solución	6				
Tiempo (s)	11,31				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	7	7	7	7	8
Tiempo (s)	7,89	10,04	11,72	12,77	16,27

El siguiente caso también se ha obtenido con *lpsolve*:

8 satélites 7 modos					
Adquisiciones	136				
Tiempo (s)	53,14				
Exacto					
Tamaño de Q	5021x136				
Tiempo (s)	1537,75				
Tamaño de solución	6				
Tiempo (s)	1				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	6	6	6	8	9
Tiempo (s)	7,02	8,83	10,66	15,80	17,25

Sigue sin apreciarse mucha diferencia entre ambos casos, de hecho curiosamente el segundo tiene menos restricciones a pesar de tener prácticamente el mismo número de adquisiciones y más modos, que deberían añadir restricciones.

A continuación se representan dos casos de subregiones de nuevo, esta vez correspondientes a esta región de interés:

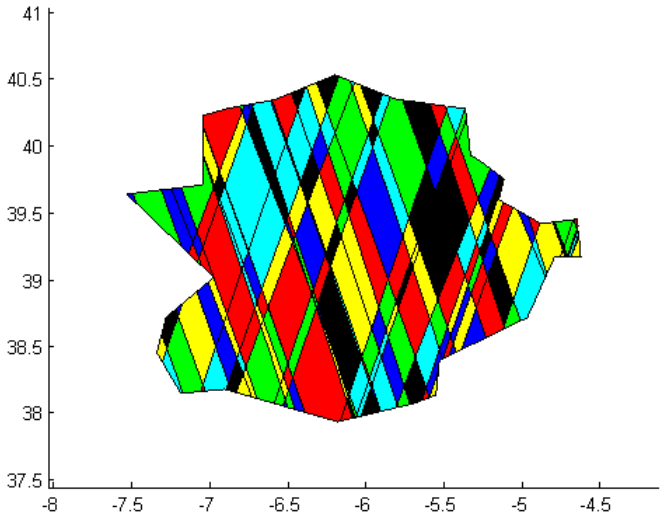

Figura 5.3: Subregiones para 19 satélites sin modos

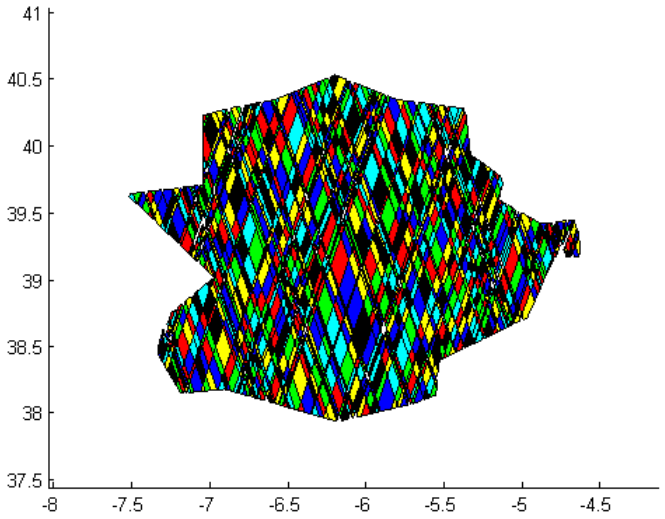

Figura 5.4: Subregiones para 19 satélites con 3 modos

5.3. Andalucía

Esta es la mayor de las regiones de las cuales se han obtenido resultados. Obviamente se espera que los tiempos de computación sean mucho mayores. De hecho para esta región no se ha podido encontrar solución exacta en los casos 2 y 4, los que presentan 7 posiciones de sensor.

Los resultados para el caso de menor número de adquisiciones son:

19 satélites 1 modo					
Adquisiciones	67				
Tiempo (s)	18,49				
Exacto					
Tamaño de Q	1971x67				
Restricciones modos	-				
Tiempo (s)	28,01				
Tamaño de solución	17				
Tiempo (s)	3,8				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	20	19	20	19	23
Tiempo (s)	17,56	24,48	23,92	39,50	46,61

Se observa como ahora con el heurístico no se obtiene una solución igual o poco peor que la exacta, sino que la diferencia es mayor. Esto es obvio, ya que ahora la región es más grande y el factor de aleatoriedad incluido en el algoritmo heurístico sumado al tamaño necesario de la solución hacen que se incluyan adquisiciones superfluas.

Para el caso de mayor número de adquisiciones se tiene:

19 satélites 7 modos					
Adquisiciones	478				
Tiempo (s)	107,38				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	13	13	14	14	15
Tiempo (s)	71,21	99,82	114,73	104,60	119,72

No hay datos con respecto al algoritmo exacto debido a que no se ha llegado a calcular. Tras día y medio de computación, aún no se había terminado de calcular la matriz Q, yendo por la adquisición 324 aún. Al requerir el problema tiempos cortos para encontrar la solución, este caso ha quedado descartado claramente como solucionable de manera exacta, y habría que abordarlo de manera heurística. De hecho se observa un gran incremento en el tiempo para el algoritmo heurístico con respecto a otros casos, debido a la magnitud del problema.

Las tablas para los casos del mismo número de adquisiciones aproximadamente pero distintos modos son las que siguen:

19 satélites 3 modos					
Adquisiciones	196				
Tiempo (s)	46,53				
Exacto					
Tamaño de Q	5021x136				
Restricciones modos	45				
Tiempo (s)	1537,75				
Tamaño de solución	11				
Tiempo (s)	23,07				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	13	14	13	15	17
Tiempo (s)	27,41	37,16	58,95	47,98	54,02

Para el siguiente caso también faltan datos con respecto a la resolución exacta, ya que el algoritmo de Matlab *bintprog* alcanza el máximo de iteraciones sin encontrar solución. No obstante se tienen datos con respecto a tamaño y tiempo de cálculo de Q.

8 satélites 7 modos					
Adquisiciones	199				
Tiempo (s)	47,24				
Heurístico					
	$k=1$	$k=3$	$k=5$	$k=9$	$k=13$
Tamaño de solución	15	14	15	16	17
Tiempo (s)	36,47	45,02	58,36	62,59	76,00

Hay un incremento de tiempo apreciable entre un caso y otro, lo cual es natural debido al incremento en la complejidad del problema añadiendo un mayor número de modos.

Los dos casos que se han podido resolver con el algoritmo exacto generan las siguientes subregiones:

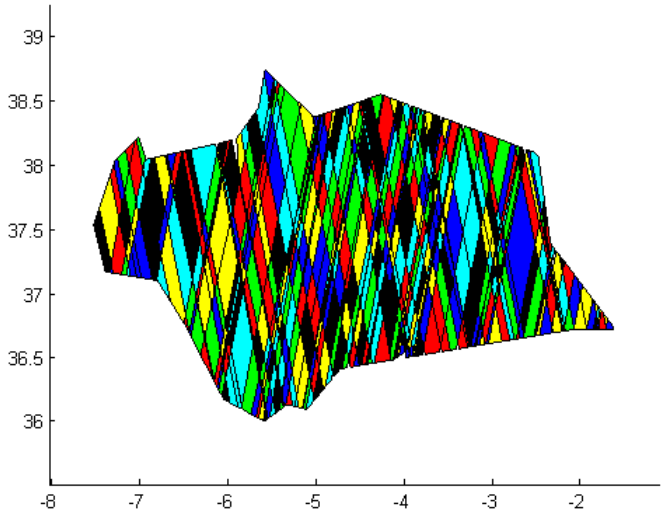

Figura 5.5: Subregiones para 19 satélites sin modos

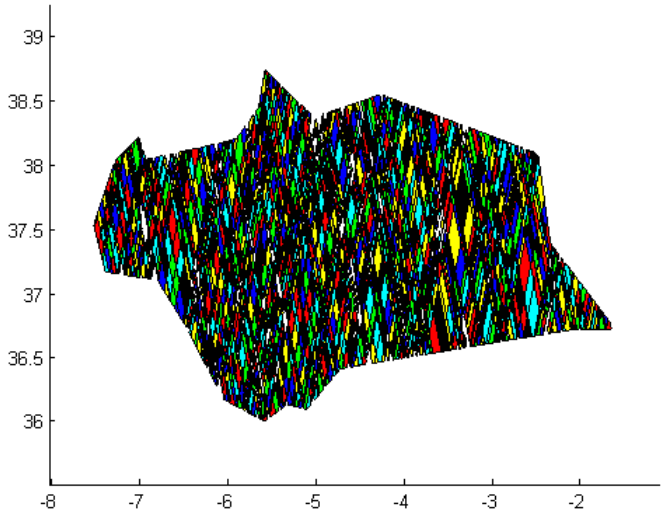

Figura 5.6: Subregiones para 19 satélites con 3 modos

A la vista queda con estas figuras la complejidad de cada caso.

5.4. Estudio paramétrico

Adquisiciones

Primero se muestran los datos correspondientes a tiempo y tamaño para la obtención de la adquisición. Estos solo dependen del número de satélites y modos, no cambian con el algoritmo utilizado:

		Tiempo (s)			**Tamaño** Adq		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	21,31	40,03	41,59	48	81	108
	9	27,44	51,12	65,92	55	93	124
	10	32,94	64,13	74,76	59	101	139
	11	30,57	51,56	83,25	64	114	154
	12	39,78	57,82	90,33	72	124	168

Obviamente a medida que aumentan modos y satélites, aumentan los tiempos y el número de adquisiciones.

Resolución exacta

En la siguiente tabla se recogen los datos de tiempo para la optimización (cálculo de la matriz Q y ejecución del algoritmo optimizador) y el número de restricciones para cada uno de los casos.

		Tiempo (s)			**Restricciones**		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	5,76	56,46	299,14	695	1580	3068
	9	10,98	127,31	623,84	883	1999	3625
	10	8,72	180,02	1133,59	962	2401	4561
	11	13,26	316,14	1956,09	1017	3044	5516
	12	25,64	532,78	3093,68	1222	3480	6129

Se puede observar como el crecimiento tanto en tiempo y restricciones van de la mano, debido a que la mayor parte del tiempo se consume en el cálculo de la matriz Q, que da el número de restricciones. También se observa que el crecimiento es mayor con el número de modos que con el número de satélites.

El tamaño de la solución es de 5 adquisiciones en todos los casos.

Resolución heurística

Se han llevado a cabo los experimentos para valores de k variando de 1 a 4. En las siguientes tablas quedan recogidos los datos relativos a tiempo de computación y a tamaño de la solución:

$k=1$		**Tiempo (s)**			**Tamaño solución**		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	3,14	4,54	6,21	6	6	6
	9	3,23	6,25	8,28	6	6	6
	10	3,62	6,95	9,10	6	6	6
	11	3,91	8,28	10,57	6	6	6
	12	4,54	8,00	11,52	6	6	6

$k=2$		**Tiempo (s)**			**Tamaño solución**		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	4,29	4,46	6,64	5	5	5
	9	3,42	5,37	8,08	5	6	5
	10	4,03	9,04	8,81	5	5	5
	11	3,80	7,42	9,67	5	5	5
	12	6,08	9,05	11,16	5	5	5

$k=3$		**Tiempo (s)**			**Tamaño solución**		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	2,52	5,25	6,07	6	5	5
	9	3,40	5,99	7,96	6	5	5
	10	3,98	7,04	9,11	5	5	5
	11	4,48	7,47	10,17	5	5	5
	12	5,17	12,6	11,53	5	5	5

$k=4$		**Tiempo (s)**			**Tamaño solución**		
		3	**5**	**7**	**3**	**5**	**7**
Nº satélites	**8**	3,21	5,52	7,45	5	6	5
	9	4,78	6,51	9,17	5	6	5
	10	4,73	7,70	10,14	6	6	5
	11	5,23	7,71	11,18	6	5	6
	12	5,57	8,83	12,07	6	5	5

Los tiempos no varían demasiado con respecto a k, y teniendo en cuenta la variabilidad del *tictoc* de Matlab a la hora de medir tiempos, las variaciones que se aprecian entre los distintos satélites y modos no son significativas. Con respecto al tamaño de solución, se aprecia como para los valores $k = 2$ y $k = 3$ se tiene un mayor número de soluciones óptimas. Esto pone de manifiesto que el GRASP se comporta mejor que el GREEDY, pero utilizando valores de k moderados.

5.5. Gráficas

En este apartado se representan una serie de gráficas con todos los datos obtenidos en los apartados anteriores.

Con respecto al exacto se representan en la siguiente figura el tiempo de resolución y el número de restricciones (divididos por el máximo para verlos en la misma gráfica) en función del número de adquisiciones. Los datos corresponden al análisis paramétrico de Asturias.

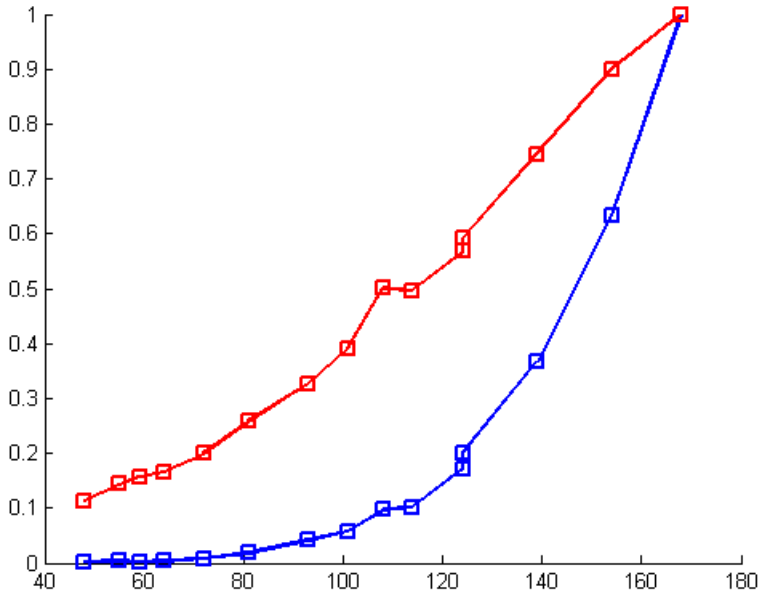

Figura 5.7: Tiempo (azul) y nº restricciones (rojo) con respecto a adquisiciones

Se puede apreciar que mientras las restricciones parecen aumentar de manera lineal, el tiempo para resolverlas aumenta de manera exponencial.

En la siguiente gráfica se han representado los tiempos de resolución mediante el algoritmo heurístico correspondientes a los cuatro valores de k frente al número de adquisiciones.

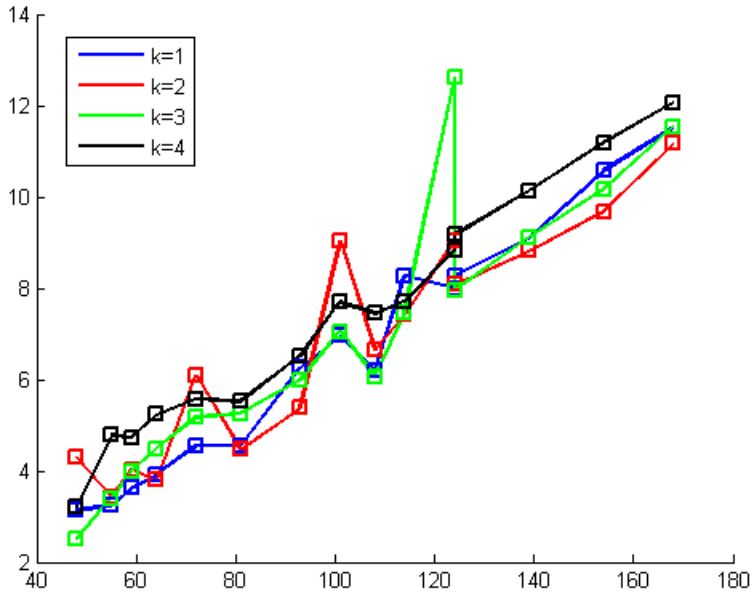

Figura 5.8: Tiempos de resolución en función de adquisiciones

Se aprecia una evolución lineal e independencia con respecto a k. La diferencia entre los tiempos correspondientes al problema mayor y menor no es demasiado grande. Esto se debe a que el algoritmo heurístico, al no trabajar con todas las adquisiciones sino solo con las de mayor área ahorra mucho tiempo. Lo que hace que aumente el tiempo de computación es el cálculo de áreas inicial y la reasignación a medida que van entrando adquisiciones en la solución.

Dados estos datos se podría pensar que los tiempos de resolución tan solo dependen del número de adquisiciones, ya que en ellos hay datos correspondientes a distintos números de satélites y modos. Sin embargo, tomando los datos correspondientes al caso de Andalucía con 19 satélites y un solo modo y los datos de Cádiz con 8 satélites con 7 modos cada uno se tiene que en el de Andalucía el tiempo es más del doble, teniendo menos adquisiciones. Esto es debido a que no solo el número de adquisiciones importa, sino también su tamaño, dado que con adquisiciones más grandes se generarán más regiones.

Se podría decir por tanto que los factores que influyen principalmente en el tiempo de resolución y en la memoria utilizada son:

- Número de adquisiciones: dadas por el tamaño de la región a cubrir, el número de satélites y el número de modos.
- Tamaño de las adquisiciones: dado por el tamaño de la región a cubrir y el ángulo del sensor instalado en el satélite.