



**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA**  
Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática

Proyecto Fin de Carrera

**MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL  
INTELIGENTE DE UAVs**

Realizado por  
Sara Gutiérrez Bermejo

Dirigido por  
Dr. José Ángel Acosta Rodríguez

Sevilla, septiembre de 2013

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

## **Agradecimientos**

*A mis padres y mis hermanos, por todo su apoyo y confianza durante estos años.*

*A Borja, por darme ánimos y empujarme cuando lo necesitaba.*

*Y a mi tutor José Ángel Acosta Rodríguez por sus horas de trabajo y dedicación para la elaboración de este Proyecto Fin de Carrera.*

# Índice

1. Introducción .....	6
1.1. Marco del Proyecto Fin de Carrera.....	7
1.2. Objetivos.....	7
2. Antecedentes .....	10
2.1. Avances en los UAVs .....	10
2.2. Sistemas de control de vuelo .....	12
3. Estructura del documento.....	15
4. Descripción del problema.....	18
4.1. Aproximación al problema .....	21
5. Control del UAV.....	27
5.1. Controlador de velocidad para m constante. Ley de control 1. ....	30
5.2. Controlador de velocidad para m variable. Ley de control 2 .....	32
5.3. Controlador de velocidad para m constante. Ley de control 3 .....	34
5.4. Controlador de velocidad para m variable. Ley de control 4 .....	35
5.5. Controlador de ángulo de trayectoria .....	36
6. Simulador del UAV .....	38
6.1. Interacción entre los distintos bloques .....	38
6.2. Derivadas de estabilidad y coeficientes aerodinámicos .....	40
Cálculo del coeficiente de sustentación .....	45
Cálculo del coeficiente de momentos .....	46
Cálculo del coeficiente de resistencia.....	46
6.3. Dinámica del avión.....	51
7. Resultados de Simulación.....	55
7.1. Cálculo del crucero de equilibrio y suelta de la carga sin control .	55
7.2. Control lineal para la velocidad y el ángulo de trayectoria.....	60

7.3. Control lineal para velocidad y no lineal para el ángulo de trayectoria .....	69
7.4. Control no lineal para velocidad y ángulo de trayectoria .....	74
Control no lineal con el modelo 1 de derivadas de estabilidad .....	74
Control no lineal con el modelo 2 de derivadas de estabilidad .....	81
7.5. Tabla resumen de las simulaciones.....	87
8. Consideraciones finales y conclusiones.....	91
8.1. Cumplimiento de los objetivos.....	91
8.2. Conclusiones.....	91
8.3. Recomendaciones para futuras investigaciones.....	92
9. Anexo 1: Modelos de Simulink .....	96
10. Anexo 2: Códigos de Matlab.....	105
11. Bibliografía .....	126

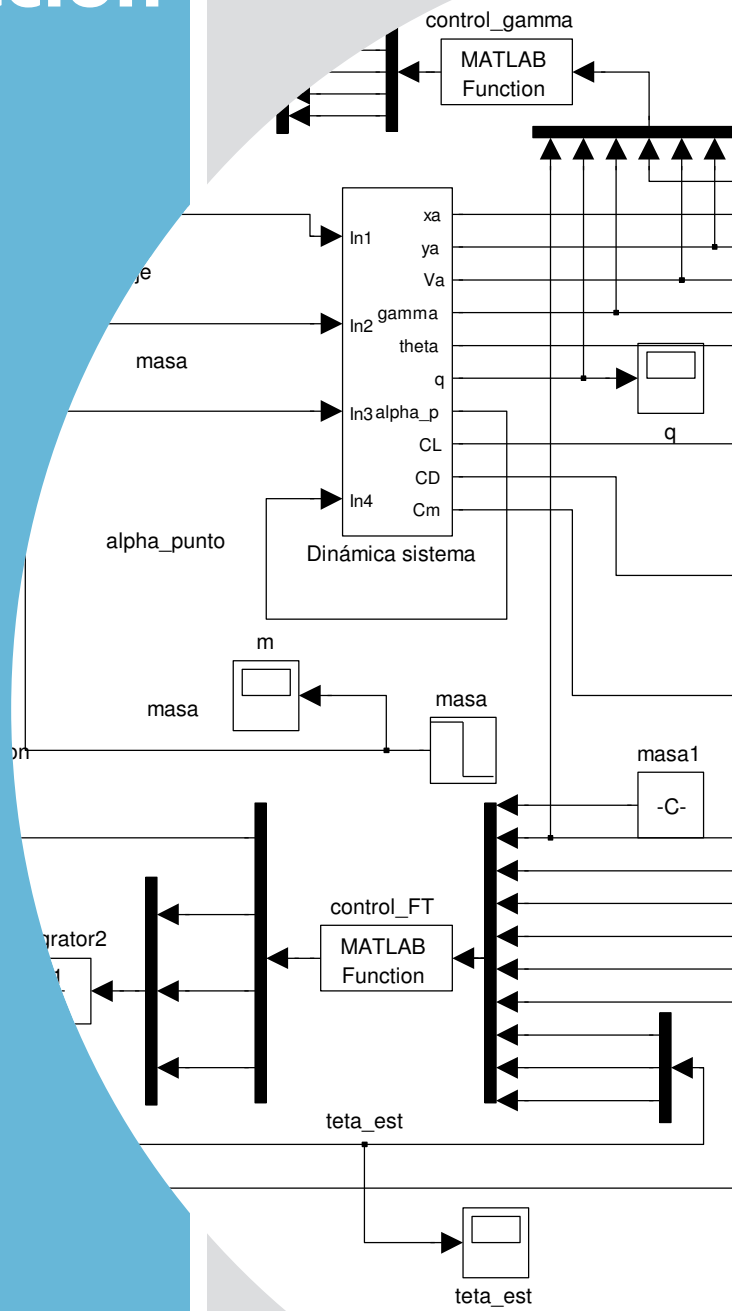
# Índice de figuras

Figura 1: Céfito .....	8
Figura 2: Tabla comparativa UAV-Avión-Satélite. Fuente: Baños et al., 2008. ....	12
Figura 3: Esquema de la estructura del PFC.....	16
Figura 4: Fuerzas, momentos y ángulos para $\phi=0$ . Fuente: Gavilán, 2012. ....	19
Figura 5: Fuerzas (X, Y, Z), momentos (L, M, N), velocidades (u, v, w) y velocidades angulares en ejes cuerpo (p, q, r). Fuente: Etkin y Duff, 1959. ....	20
Figura 6: Evolución de la coordenada vertical para masas puntuales .....	23
Figura 7: Evolución de la coordenada vertical para masas puntuales teniendo en cuenta la resistencia del aire .....	25
Figura 8: Modelo de control con Lyapunov del sistema $\dot{x} = Ax + Bu$ .....	29
Figura 9: Evolución temporal de x.....	29
Figura 10: Modelo en Simulink del controlador.....	39
Figura 11: Ejes Principales y Ejes Estabilidad. Fuente: Etkin y Duff, 1996 .....	40
Figura 12: Modelo del coeficiente CZs. Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.....	42
Figura 13: Modelo del coeficiente CXs. Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.....	43
Figura 14: Modelo del coeficiente Cms. Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.....	43
Figura 15: Esquema código derivadas de estabilidad (Modelo 2) .....	44
Figura 16: Momentos en el avión. Fuente: ultraligero.net .....	48
Figura 17: Contenido bloque naranja: Derivadas de estabilidad (modelo 1) .....	49
Figura 18: 'Lookup tables' para CX. Bloque naranja.....	49
Figura 19: 'Lookup tables' para CZ. Bloque naranja .....	50
Figura 20: 'Lookup tables' para Cm. Bloque naranja.....	50
Figura 21: Contenido bloque naranja: Derivadas de estabilidad (modelo 2) .....	51
Figura 22: Contenido del bloque verde: Dinámica longitudinal (modelo 2).....	51
Figura 23: Contenido del bloque verde: Dinámica longitudinal (modelo 1).....	52
Figura 24: Evolución de la altitud hasta alcanzar el crucero de equilibrio.....	56
Figura 25: Evolución de las variables controladas hasta alcanzar el crucero de equilibrio .....	57
Figura 26: Evolución de las variables de control hasta alcanzar el crucero de equilibrio.....	57
Figura 27: Evolución de la altitud en la suelta de la carga sin control .....	58
Figura 28: Evolución de las variables en la suelta de la carga sin control.....	58
Figura 29: Variables de entrada en la simulación de la suelta sin control.....	59
Figura 30: Evolución de la Velocidad y ángulo de trayectoria usando un control lineal .....	61
Figura 31: Evolución de las variables de control sin simular la suelta de carga.....	61
Figura 32: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria cuando se suelta la carga (control lineal).....	62
Figura 33: Evolución de las variables de control cuando se suelta la carga (control lineal) .....	63
Figura 34: Detalle ampliado de la zona de saturación del empuje (control lineal) .....	63
Figura 35: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 2.....	64
Figura 36: Evolución de la deflexión (control lineal). Simulación 2 .....	64
Figura 37: Evolución del empuje (control lineal). Simulación 2 .....	65
Figura 38: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 3.....	66

Figura 39: Evolución de las variables de control (control lineal). Simulación 3 .....	67
Figura 40: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 4.....	68
Figura 41: Evolución de las variables de control (control lineal). Simulación 4.....	68
Figura 42: Evolución de la velocidad con control no lineal para el ángulo de trayectoria .....	70
Figura 43: Evolución del ángulo de trayectoria con control no lineal.....	70
Figura 44: Evolución de las variables de entrada con control no lineal para el ángulo de trayectoria.....	70
Figura 45: Evolución de las variables controladas (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 2 .....	71
Figura 46: Evolución del empuje (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 2 .....	72
Figura 47: Evolución de la deflexión (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 2.....	72
Figura 48: Evolución de las variables controladas (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 3 .....	73
Figura 49: Evolución de las variables de entrada (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 3 .....	73
Figura 50: Evolución de las variables con control no lineal (ley de control 1).....	75
Figura 51: Evolución de las variables de control con control no lineal (ley de control 1).....	75
Figura 52: Evolución de las variables con control no lineal (ley de control 2).....	76
Figura 53: Evolución de las variables de control con control no lineal (ley de control 2).....	77
Figura 54: Comparación masa real-masa estimada (ley de control 2).....	78
Figura 55: Comparación de las leyes de control 1 y 3 (variables controladas).....	79
Figura 56: Comparación de las leyes de control 1 y 3 (variables de control).....	79
Figura 57: Comparación de las leyes de control 2 y 4 (variables controladas).....	80
Figura 58: Comparación de las leyes de control 2 y 4 (variables de control).....	80
Figura 59: Evolución de la altitud hasta el crucero de equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2).....	82
Figura 60: Evolución de las variables hasta el equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2) .....	82
Figura 61: Evolución de las entradas hasta el equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2) .....	83
Figura 62: Índice de estabilidad estática longitudinal.....	85
Figura 63: Evolución de las variables tras la suelta de la carga (Modelo de derivadas 2) .....	86
Figura 64: Evolución de las variables de control tras la suelta (Modelo de derivadas 2) .....	86
Figura 65: Modelo del desacoplador como solución al fuerte acoplamiento de las variables... 93	

1

# Introducción



# 1. Introducción

En los últimos años los UAVs (Unmanned Aerial Vehicles) han sufrido un importante crecimiento en el sector aeronáutico, cada vez son más las aplicaciones de este tipo de aeronaves que van desde las más conocidas dentro del campo de la seguridad y vigilancia hasta incluso las menos comunes en el campo arquitectónico. Este importante impulso ha despertado un gran interés en desarrollar técnicas de control para estas aeronaves. No tener un piloto hace aviones más ligeros, más baratos y más eficientes para las misiones en las que son usados. El bajo peso de estos vehículos, así como la facilidad de acceso en entornos complicados, debido a su reducido tamaño, despierta actualmente un gran interés en el sector aeronáutico y se prevé que estos vehículos vayan evolucionando y mejorando tanto en diseño como en técnicas de control en los próximos años. Por tanto, se puede decir que este tipo de aeronaves son el presente y el futuro de la investigación dentro del campo aeronáutico.

Con este Proyecto Fin de Carrera se pretende desarrollar un controlador que sea capaz de absorber las perturbaciones que puede sufrir un UAV ante la pérdida de una masa. En un instante de tiempo determinado, la aeronave perderá una carga que transporta y por tanto, esto influirá en su comportamiento. Para ello, se estudiará el problema y se plantearán las ecuaciones que rigen el movimiento. A continuación, se estudiarán las técnicas de control adaptativas basadas en funciones de Lyapunov y se desarrollarán matemáticamente los controladores propuestos. Por último, se analizarán los resultados de la simulación del problema en cuestión.

La principal motivación es que este problema se da muy frecuentemente en la realidad, tanto en pequeños UAVs como por ejemplo, aquellos dedicados a la extinción de incendios en parques o reservas naturales hasta aviones civiles y militares, por ejemplo en misiones de rescate ante catástrofes. La ventaja de diseñar el controlador en un UAV, es que al ser un vehículo no tripulado no pone en peligro la vida humana en caso de fallo del controlador, y más tarde, cuando todo esté chequeado y testeado en este tipo de aeronaves puede ser extrapolado a aviones civiles y militares. Por este motivo, el desarrollo de técnicas de control para este tipo de aeronaves resulta muy atractivo.

En definitiva, el avance tecnológico de los dispositivos que componen los UAVs ha hecho que su precio disminuya sin detrimento de las prestaciones. En particular, los dispositivos de control para estos sistemas soportan cargas de cómputo muy elevadas, que permiten diseño de controladores inteligentes y de complejidad suficiente para ser usados como elemento docente muy atractivo en el área de la Automática. En este proyecto también se estudiará el desarrollo e implementación de un modelo de control de un UAV realista, pero a su vez manejable para su uso en docencia en asignaturas de control en el área de la Automática.



## 1.1. Marco del Proyecto Fin de Carrera

El presente Proyecto Fin de Carrera se encuadra dentro del estudio y desarrollo de técnicas de control para mejorar el comportamiento y la estabilidad de las aeronaves. Dentro de este marco teórico, el control que se va a desarrollar se aplica al campo de los UAVs, dado el actual interés despertado en el campo de Vehículos Aéreos no Tripulados; más concretamente se estudiará y desarrollará el control para que sea capaz de devolver a la aeronave a su punto de equilibrio ante una pérdida de carga.

Las razones iniciales que dieron lugar a este proyecto son las siguientes:

-En primer lugar, el trabajo desarrollado debe nacer para satisfacer una necesidad, y en este caso da solución a un problema que se ajusta a la realidad: desde UAVs de extinción de incendios a UAVs destinados a misiones de rescate o ayuda en caso de catástrofes; en todos estos casos puede darse la pérdida de carga contemplada en el problema planteado.

-Por otro lado, la definición del problema surgió inicialmente de un proyecto para estudiar el lanzamiento de un quadrotor desde un UAV. En este punto se necesitaba estudiar por un lado el comportamiento del quadrotor tras la suelta, pero también era necesario ver como se comportaba la aeronave que lo transportaba para estudiar la posible interacción que podrían sufrir entre ellos. Por ello, resulta necesario analizar y mejorar el comportamiento del UAV ante una pérdida de una carga que perfectamente pudiera ser un quadrotor. Este proyecto inicial se dividió en dos problemas de estudio: uno centrado en el UAV y otro centrado en el quadrotor; con el consecuente nacimiento de dos proyectos fin de carrera diferenciados, aunque relacionados en su origen.

## 1.2. Objetivos

Este trabajo toma como modelo un avión tripulado, denominado Céfiro (véase *Figura 1*), que fue desarrollado y construido por un grupo de alumnos en colaboración con el departamento de Ingeniería Aeroespacial de la Universidad de Sevilla.

Tomando este UAV como punto de partida, el objetivo principal de esta Proyecto Fin de Carrera es:

-Diseñar, desarrollar e implementar en el entorno de Matlab y Simulink un simulador del UAV de estudio, con un controlador que sea capaz de absorber la pérdida de carga y devolver a la aeronave a su punto de operación inicial. A su vez este simulador, debe ser lo suficiente manejable como para poder ser usado como herramientas docentes dentro del campo de la Automática.

Para cumplir con el objetivo principal se han establecido los siguientes objetivos específicos:

-Estudiar el cualitativamente el problema y definir las ecuaciones que rigen el movimiento de la aeronave.

-Desarrollar un simulador manejable que sea capaz de mostrar cómo reacciona este tipo de aeronave al dejar caer una carga, y sobre el que se pueda implementar el control.

-Analizar varios tipos de controladores, a fin de determinar cuál es el más adecuado.

La consecución de estos objetivos se ha llevado a cabo en el siguiente proyecto, el cual forma parte de una Beca de Colaboración del Ministerio, concedida dentro del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática durante el curso 2012-2013.



Figura 1: Céfiro



## 2. Antecedentes

### 2.1. Avances en los UAVs

Hasta hace poco tiempo, desarrollar un vehículo aéreo en escala miniatura y controlado de manera autónoma era un sueño de muchos investigadores, los cuales estaban limitados por las restricciones impuestas por el hardware hasta entonces existente. Lo que hizo posible la construcción de estos vehículos fue los recientes avances tecnológicos en actuadores y sensores en escala reducida (MEMs – Micro Electromechanical Systems), así como en el almacenamiento de energía y en el procesamiento de datos.

Se entiende por una aeronave no tripulada a aquella que es capaz de realizar una misión sin necesidad de tener una tripulación embarcada. Sin embargo hay que tener en cuenta que ésta condición no excluye la existencia de piloto, controlador de la misión u otros operadores, que pueden realizar su trabajo desde tierra. Es conveniente hacer una puntualización, ya que esta definición podría incluir algunos casos que quedan fuera del concepto de UAV: los globos aerostáticos, utilizados por ejemplo con fines meteorológicos, y los misiles autopilotados o con control remoto (Barrientos et al., 2007).

Históricamente los UAVs eran simplemente aviones pilotados remotamente (en inglés: drones), pero cada vez más se está empleando el control autónomo de los UAVs. El avance tecnológico, con la aparición de la electrónica en estado sólido, la miniaturización y las comunicaciones por satélite, el diseño de los drones se fue haciendo más complejo hasta llegar a la situación actual: el avión no tripulado. Cabe destacar que las aeronaves controladas remotamente en realidad no deben considerarse dentro del grupo de UAVs, ya que los vehículos aéreos pilotados remotamente (o por control remoto) se conocen como Aeronaves Radiocontroladas o Aeronaves R/C. Esto debido a que, precisamente, los UAVs son también sistemas autónomos que pueden operar sin intervención humana durante su funcionamiento en la misión a la que se haya encomendado, es decir, pueden despegar, volar y aterrizar automáticamente.

Junto al interés en aplicaciones militares, en los últimos años se ha ampliado su uso a misiones civiles y esto ha originado la aparición de un número apreciable de grupos de investigación y de pequeñas empresas dedicadas al desarrollo de los subsistemas, a la integración de los mismos o a la puesta en marcha de aplicaciones y servicios basados en el uso de aeronaves no tripuladas (Barrientos et al., 2007).

Entre las principales aplicaciones de UAVs civiles nos encontramos:

- Control de tráfico e inspección de carreteras, vías y líneas de transporte en general.
- Misiones de control de narcotráfico, misiones de búsqueda policial, fronteras y terrorismo.

- Topografía: fotografía aérea con realización de mapas y deslinde de fincas (uso catastral).
- Control de cosechas, agricultura y paisaje (estudio de suelos).
- Investigación del entorno ecológico y meteorológico: cambio climático, catástrofes naturales y seguimiento.
- Localización de accidentes en lugares de difícil acceso.
- Gestión de crisis originadas por desastres naturales, como inundaciones o terremotos.
- Seguimiento de movimientos migratorios, recuento de animales, plagas y detección de bancos de pesca.
- Rápida detección de incendios y el seguimiento de su evolución.
- Inspección de líneas eléctricas de alto voltaje.
- Comunicaciones de telefonía móvil e Internet
- Vigilancia de viviendas y recintos: compañías de seguridad.

Los UAVs son una de las áreas dentro de la industria aeronáutica con mayor potencial de crecimiento, lo que se demuestra en el hecho de que su uso se ha multiplicado por cuatro en apenas seis años. En comparación con los vehículos tripulados, estas aeronaves son más maniobrables y sus costes de explotación pueden ser inferiores. Además, con ellas se puede evitar el riesgo inherente a los vuelos tripulados en entornos hostiles, en condiciones de vuelo con escasa visibilidad o, en general, con condiciones climatológicas adversas (Ministerio de Economía y Competitividad, 2010).

En la *Figura 2* se resumen los beneficios del uso de UAVs frente a otros sistemas aeroespaciales (Baños, Asensio, Pérez, & Morán, 2008).

Como ventajas se puede destacar la alta maniobrabilidad, la capacidad de ser usados en espacios de difícil acceso y su bajo coste en relación a las prestaciones.

Por último, cabe mencionar que España cuenta con numerosas empresas que han sido capaces de realizar una importante expansión internacional y así conseguir integrarse en consorcios y proyectos europeos, y que participan continuamente en propuestas de I+D europeas. El Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA) es el pionero en España en el campo de los UAVs, principalmente a través de su UAV táctico pesado “Sistema Integral de Vigilancia Aérea” (SIVA). Destacan programas como el Atlante y el Talarion. Entre otras empresas españolas que apuestan fuerte por este mercado se encuentran Aerovisión, Indra y Sener (Ministerio de Economía y Competitividad, 2010). Además, en Andalucía, puede destacarse también la labor realizada por el CATEC (Centro Avanzado de Tecnologías Aeroespaciales) en materia de UAVs, el cual destaca por el fuerte impulso y apoyo a proyectos relacionados con estos vehículos.

ESTUDIO COMPARATIVO	UAV	AVIÓN	SATELITE
PERMANENCIA/AUTONOMIA	Yellow	Red	Green
VLEOCIDAD	Red	Green	Yellow
ALCANCE	Yellow	Red	Green
PENETRACIÓN	Green	Green	Yellow
MANIOBRABILIDAD	Green	Yellow	Red
PRECISIÓN	Yellow	Red	Green
CAPACIDAD DE RESPUESTA	Yellow	Green	Red
PREVISIBILIDAD	Yellow	Red	Red
AUTONOMIA	Yellow	Red	Green
RESTRICCIONES DE USO	Green	Yellow	Red
COSTE DE POSESION	Green	Yellow	Red
FACTOR HUMANO	Yellow	Green	Red
POLIVALENCIA	Green	Green	Red

Green	Cumplimiento superior
Yellow	Cumplimiento intermedio
Red	Cumplimiento inferior

Figura 2: Tabla comparativa UAV-Avión-Satélite. Fuente: Baños et al., 2008.

## 2.2. Sistemas de control de vuelo

Los sistemas de control de vuelo han despertado un gran interés en los últimos años, debido al reto que supone tanto conseguir vehículos aéreos totalmente autónomos, o no tripulados, como por poder ayudar a un pilotaje más sencillo e intuitivo de los mismos.

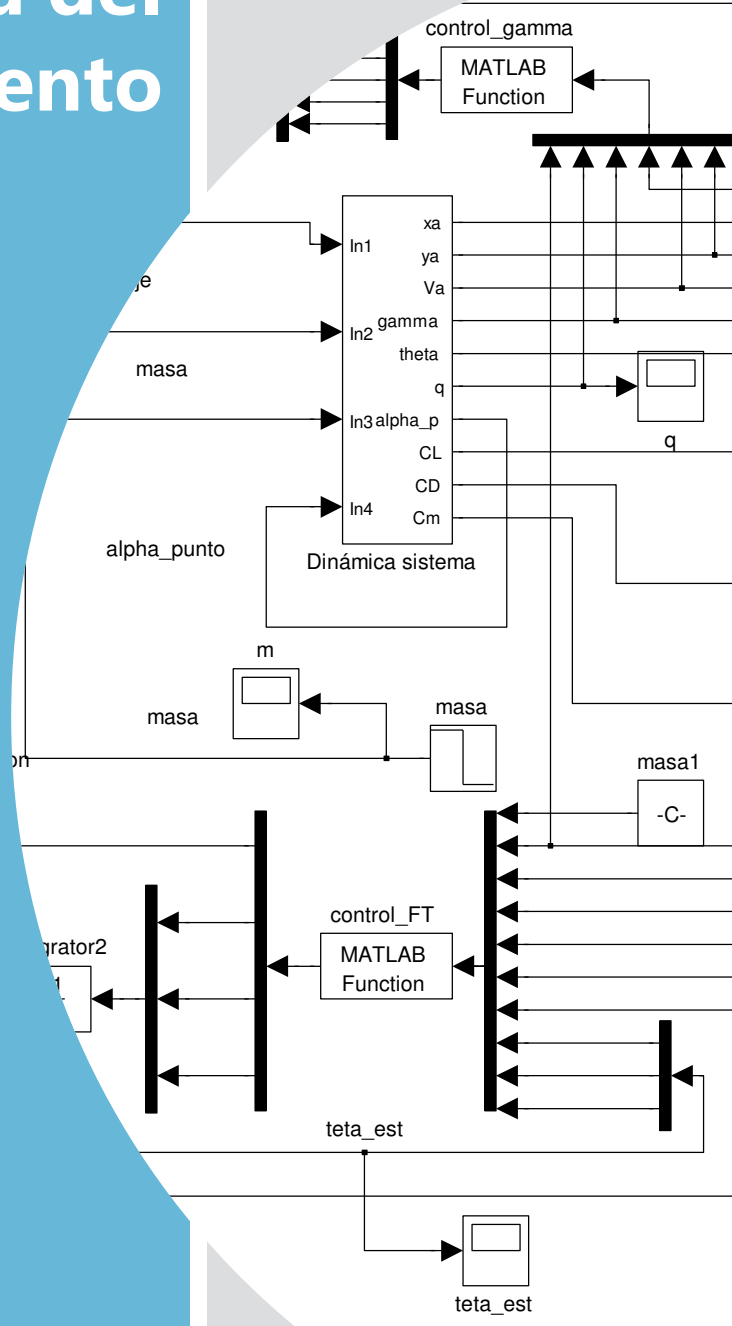
La ausencia de piloto en este tipo de aeronaves implica que el diseño del sistema de control de vuelo automático cobre un papel crucial dentro del diseño global del UAV. La principal dificultad en el diseño de este sistema es la ausencia de modelos matemáticos efectivos para todas las condiciones de vuelo. Además, las fuerzas aerodinámicas y momentos que aparecen en las ecuaciones de la mecánica de vuelo no sólo son altamente no lineales, sino también muy difíciles de modelar con precisión (Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011a).

Por todo ello, el desarrollo de sistemas de control para este tipo de vehículos no es ni mucho menos trivial, debido principalmente a la dinámica tan compleja inherente en los sistemas aerodinámicos, los cuales son multivariables, subactuados y no lineales. Esto significa que las leyes clásicas de control lineal y monovariable pueden estar muy

limitadas en este campo, provocando inestabilidades cuando se opera en condiciones no muy lejanas a las de equilibrio. Por lo tanto, se requiere una estrategia de control que proporcione buen desempeño en vuelo autónomo, o que ayude al menos al pilotaje del vehículo, con alta maniobrabilidad y robustez con respecto a perturbaciones externas.

Tradicionalmente se han usado controladores basados en modelos linealizados entorno a un punto de operación seleccionado, los cuáles dejaban de ser válidos fuera para otras condiciones de vuelo. Posteriormente, los modelos de control basados en los métodos de planificación de la ganancia (gain scheduling) han sido usados para hacer frente a diferentes puntos de funcionamiento; sin embargo se necesita calcular diferentes controladores para diferentes puntos de funcionamiento, y además, es necesario estimar las derivadas de estabilidad de la aeronave. Finalmente, las técnicas de control ‘Backstepping’, basadas en control no lineal, pueden manejar las ecuaciones no lineales del movimiento, si el sistema tiene una estructura en cascada. Además para sistemas con incertidumbres paramétricas, mediante este control adaptativo se puede garantizar la estabilidad del sistema sin conocer exactamente todos los parámetros del modelo. Sin duda, este tipo de control resulta muy útil para los sistemas de control de vuelo, donde los modelos aerodinámicos y de propulsión no se conocen con total precisión (Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011b), (Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011c).

## Estructura del documento





### 3. Estructura del documento

Llegado a este punto del desarrollo del trabajo y una vez expuesto el problema de estudio, es momento de seguir con la descripción de la metodología seguida para la consecución de los objetivos marcados.

La estructura que se va a seguir responde fielmente a los pasos que se han ido dando a lo largo de estos meses para poder cumplir el objetivo final.

El primer paso, como resulta lógico, será el estudio y definición del problema en cuestión; este desarrollo se recoge en el *Capítulo 4*, el cual se centrará en las ecuaciones de la dinámica longitudinal del avión, que son las que rigen el problema de estudio. Para ello, se plantearán las diferentes hipótesis realizadas para conseguir un modelo de ecuaciones manejable y por último la justificación de las mismas. Dentro de ese capítulo, también se va a estudiar el problema modelando el sistema como masas puntuales, para ver el efecto cualitativo que tiene la pérdida de masa sobre la aeronave. Esto servirá de punto de partida para entender el problema y ver como se podrá abordar la resolución del mismo.

Una vez estudiado y definido matemáticamente el problema, se pasará a modelar el controlador. Se van a proponer y a desarrollar matemáticamente varios controladores basados en técnicas de control adaptativo basadas en funciones de Lyapunov. El desarrollo de estas leyes adaptativas de control será abordado en el *Capítulo 5*.

A continuación, en el *Capítulo 6*, se explicará en detalle el simulador implementado en Simulink, se definirá el papel de cada uno de los bloques y la interacción entre ellos.

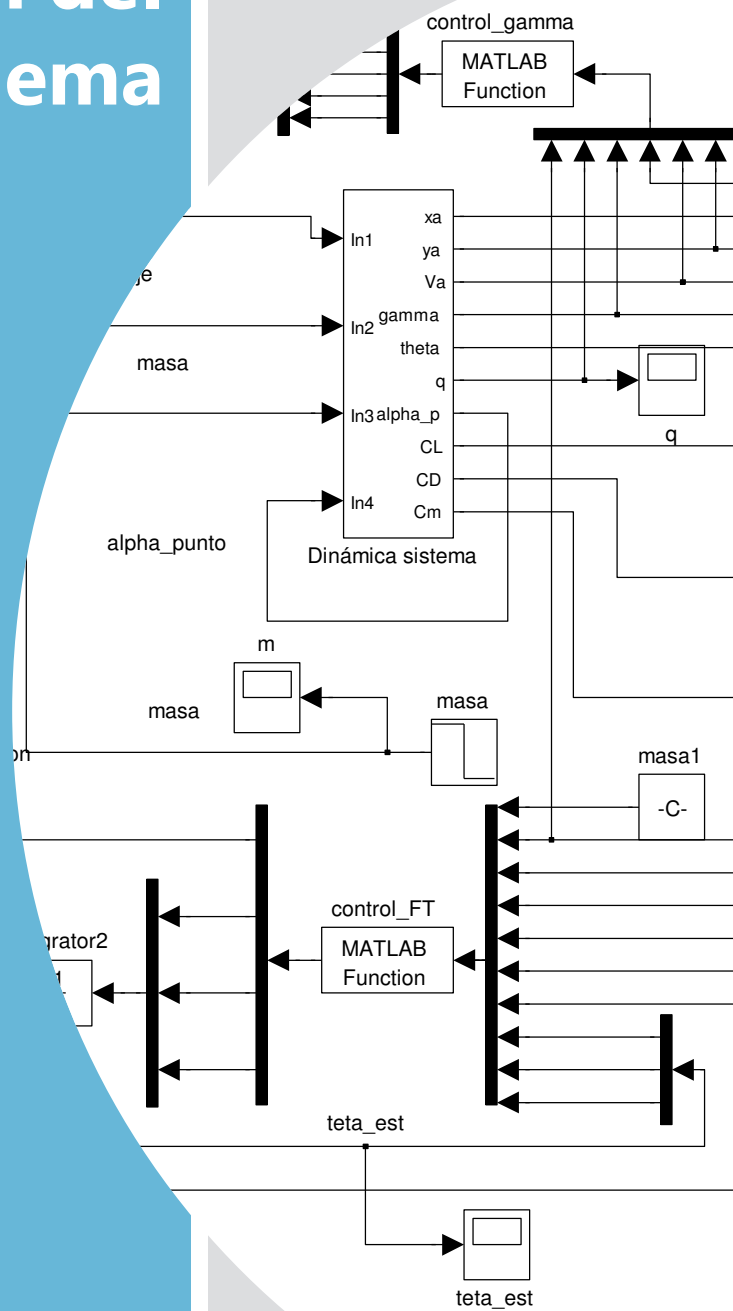
Tras desarrollar e implementar el simulador, se va a hacer un barrido de diferentes controladores, comenzando con un control sencillo lineal mediante el uso de PID's para acabar con un control no lineal mucho más complejo. De este capítulo (*Capítulo 7*) se extraerá una comparación entre los sistemas de control lineales con los no lineales, que pondrá de manifiesto lo insuficiente que puede llegar a ser un control lineal en un problema real, donde toda la sencillez del comportamiento lineal desaparece cuando se trata de simular la dinámica del sistema. Además se analizarán los resultados de las diferentes simulaciones.

En definitiva, la estructura seguida en este Proyecto Fin de Carrera, puede observarse de forma simplificada en el esquema mostrado en la *Figura 3*:



Figura 3: Esquema de la estructura del PFC

# Descripción del problema



## 4. Descripción del problema

En este Proyecto Fin de Carrera se va estudiar, como se ha mencionado, cual es el comportamiento real de un UAV cuando en un momento determinado suelta una carga, ya sea una carga puntual, o sea una carga que se pierde poco a poco, como puede ser el caso del vaciado de depósitos de agua para la extinción de incendios. Principalmente se va a desarrollar y estudiar el primer caso por ser más desfavorable ya que se produce un cambio brusco de peso en un instante determinado.

Si se tiene un avión volando inicialmente en crucero y se suelta una carga, este sufre una perturbación y sale de su posición de equilibrio; y consecuentemente habrá que actuar sobre las variables de control para conseguir estabilizarlo y que vuelva a su posición inicial. Por este motivo, se va a diseñar un controlador que sea capaz de actuar sobre la aeronave una vez que se ha producido a suelta de la carga.

Para comenzar a abordar el problema es necesario centrarse en el estudio de la dinámica longitudinal del avión, ya que las variables más características del problema de estudio son la velocidad y el ángulo de trayectoria. La dinámica longitudinal del avión está descrita por las siguientes ecuaciones (Gavilán, 2012):

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{m_a} (-D + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \quad (4.1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{m_a V_a} (L + F_T \sin \alpha \cdot \cos \phi - mg \cos \gamma) \quad (4.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (4.3)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M(\delta_e)}{I_y} + \frac{I_z - I_x}{I_y} pr - \frac{I_{xz}}{I_y} (p^2 - r^2) \quad (4.4)$$

Se va a suponer que las velocidades angulares  $p$  y  $r$  son nulas, ya que vienen dadas por la dinámica lateral y por este motivo, van a considerarse conocidas. Quedado así la última ecuación:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M(\delta_e)}{I_y} \quad (4.5)$$

Por último, la ecuación que cierra el problema es la que relaciona el ángulo de ataque con el ángulo de trayectoria y cabeceo, la cual se obtiene de forma simplificada si se supone que el avión está volando en un plano vertical ( $\phi=0$ ).

$$\alpha = \theta - \gamma \quad (4.6)$$

Como hipótesis de partida, se ha supuesto que la aeronave mantiene en todo momento un vuelo simétrico, y por tanto, la velocidad aerodinámica está contenida en el plano de simetría del avión, no existiendo fuerzas aerodinámicas laterales en el mismo. Esta hipótesis puede justificarse teniendo en cuenta que la aeronave dispone de un regulador de ángulo de resbalamiento ( $\beta$ ) para mantenerlo a cero. También se puede suponer, si el avión vuela contenido en un plano vertical, que no habrá variaciones en el ángulo de balance ( $\phi$ ).

Con todas las hipótesis y simplificaciones anteriores, las ecuaciones de la dinámica longitudinal del sistema quedan del siguiente modo:

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{m_a} (-D + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \quad (4.7)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{m_a V_a} (L + F_T \sin \alpha - mg \cos \gamma) \quad (4.8)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \quad (4.9)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M(\delta_e)}{I_y} \quad (4.10)$$

Todas las fuerzas y variables que intervienen en el problema pueden verse de forma gráfica en las *Figura 4* y *Figura 5* (Gavilán, 2012), (Etkin & Duff, 1959):

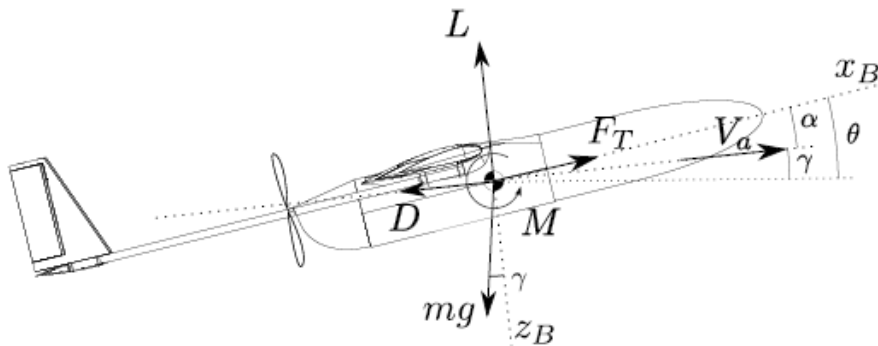


Figura 4: Fuerzas, momentos y ángulos para  $\phi=0$ . Fuente: Gavilán, 2012.

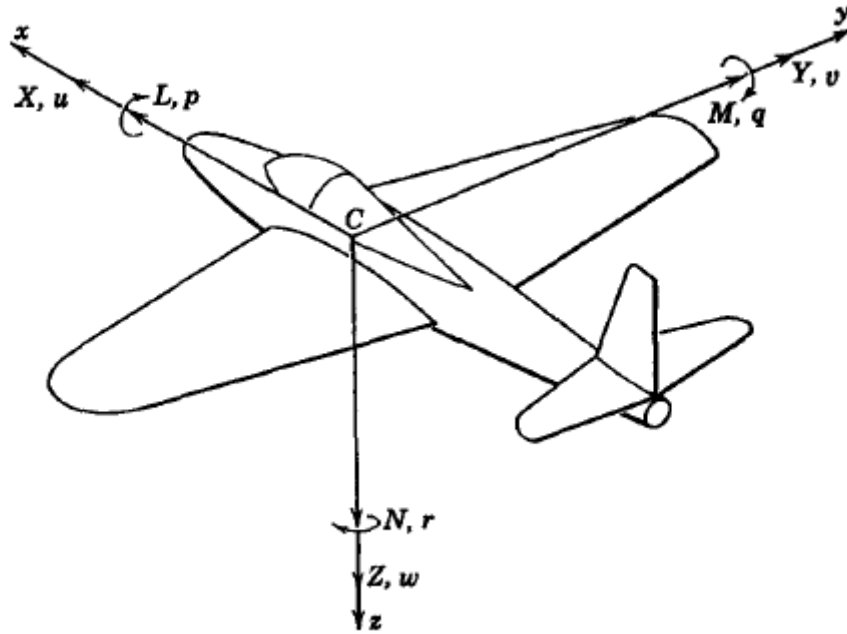


Figura 5: Fuerzas ( $X, Y, Z$ ), momentos ( $L, M, N$ ), velocidades ( $u, v, w$ ) y velocidades angulares en ejes cuerpo ( $p, q, r$ ). Fuente: Etkin y Duff, 1959.

Las variables de entrada del problema que son aquellas sobre las que se puede actuar para controlar la dinámica longitudinal de la aeronave son:

$F_T$ : Empuje de la aeronave

$\delta_e$ : Deflexión del timón de profundidad.  $\delta_e > 0$  implica momento de picado (momento de cabeceo negativo, véase Figura 16).

El empuje es la variable usada para el control de la velocidad aerodinámica del avión, mientras que para controlar el ángulo de trayectoria se actúa sobre la deflexión del timón de profundidad.

El resto de las variables que intervienen en el problema se definen como sigue:

$V_a$ : Velocidad aerodinámica del avión

$\gamma$ : Ángulo de trayectoria del avión, definido como el ángulo que forma el vector velocidad con el plano horizontal. Si es positivo, el UAV describe una trayectoria de ascenso y si es negativo, una trayectoria de descenso.

$\theta$ : Ángulo de cabeceo del avión, definido como el ángulo que forma el eje X del avión con el plano horizontal.

$\alpha$ : Ángulo de ataque del avión, definido como el ángulo que forma la proyección de  $V_a$  sobre el plano de simetría del avión con el eje X del avión.

$q$ : Velocidad angular de cabeceo, alrededor del eje X del avión.

Por otro lado, las fuerzas aerodinámicas que intervienen en el problema de estudio son:

L: Fuerza de sustentación del avión, definida como:

$$L = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_L; C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_\delta} \delta_e \quad (4.11)$$

D: Fuerza de resistencia del avión, definida como:

$$D = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_D; C_D = C_{D_0} + k C_L^2 \quad (4.12)$$

M: Momento aerodinámico de cabeceo, definido como:

$$M = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_m; C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} q + C_{m_\delta} \delta_e \quad (4.13)$$

Para completar el problema se necesitan los datos geométricos del UAV de estudio, que en este caso es el Céfiro.

Superficie alar, S (m <sup>2</sup> )	Cuerda media del ala, c (m)	Inercia en el eje y, I <sub>y</sub> (kg·m <sup>2</sup> )	Masa del avión, m (kg)
1.088	0.39299	7.447	23.186

Por último, para definir los coeficientes aerodinámicos de la aeronave es necesario conocer otros datos geométricos, a partir de los cuales pueden definirse las derivadas de estabilidad del avión y a partir de estos se puede obtener los coeficientes aerodinámicos.

#### 4.1. Aproximación al problema

Como primer acercamiento al problema real se va a estudiar el problema de un UAV que se encuentra en el aire y en un momento determinado suelta una carga. Como primera aproximación y simplemente para ver cualitativamente cual sería el comportamiento del UAV, se va a plantear las ecuaciones del movimiento como masas puntuales y se va a simular en Matlab para ver su comportamiento.

Las ecuaciones para la carga serían:

-En dirección horizontal x:

$$\frac{dv_{cx}}{dt} = 0 \rightarrow r_{cx} = r_{ox} + v_{ox} t \quad (4.14)$$

-En dirección vertical y:

$$m_c \frac{dv_{cy}}{dt} = -m_c \cdot g \rightarrow r_{cy} = r_{oy} + v_{oy}t - \frac{g}{2}t^2 \quad (4.15)$$

Y las ecuaciones para el vehículo, suponiendo que sigue inicialmente un movimiento uniforme en crucero:

-En dirección horizontal x:

$$\frac{dv_{ax}}{dt} = 0 \rightarrow r_{ax} = r_{ox} + v_{ox}t \quad (4.16)$$

-En dirección vertical y:

$$m_a \frac{dv_a}{dt} = L - m_a g \Rightarrow r_{ay} = r_{oy} + v_{oy}t - \frac{L - m_a g}{2m_a}t^2 \quad (4.17)$$

Con ello, mediante la simulación de las ecuaciones usando Matlab, puede obtenerse la siguiente gráfica, en la cual puede observarse cuál sería el movimiento que seguiría cada uno de los dos cuerpos.

Los datos usados para esta pequeña simulación son:

ma	mc	V <sub>0</sub>
30 kg	5 kg	25 m/s

Donde ma y mc son la masa del avión y de la carga respectivamente y V<sub>0</sub> es la velocidad inicial que lleva el avión.

El desplazamiento que sufre el avión en el eje y puede verse en la *Figura 6*, la cual muestra que en el instante en que se suelta la carga, el avión sufre un impulso en el eje vertical que produce su ascenso.



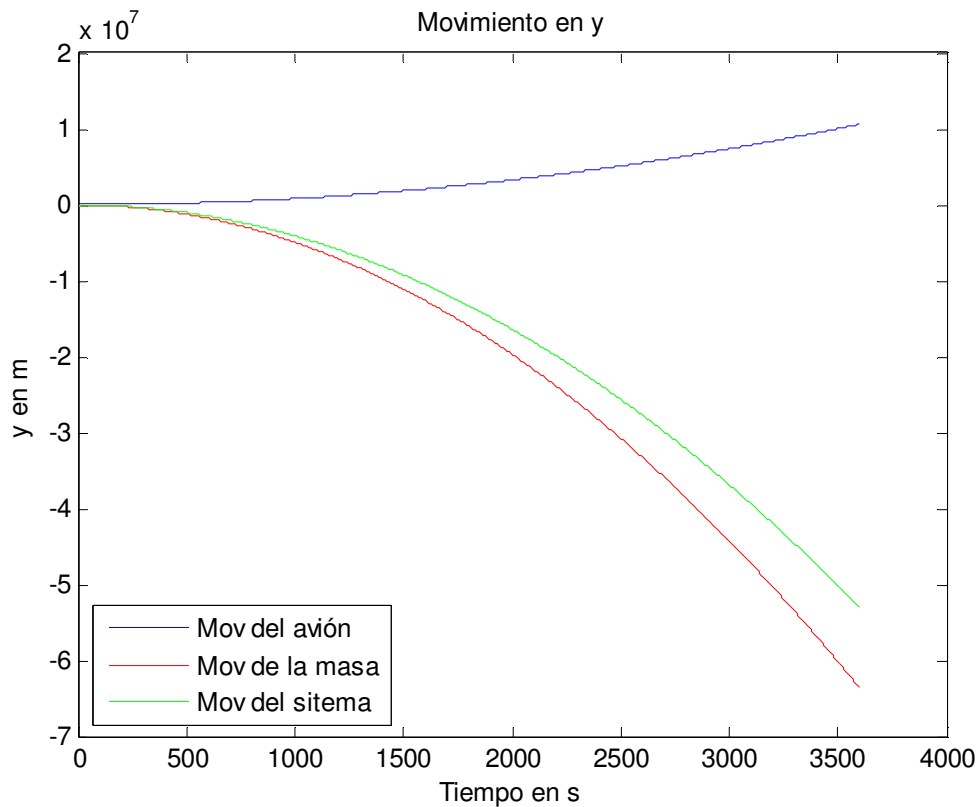


Figura 6: Evolución de la coordenada vertical para masas puntuales

Si ahora se incluye el rozamiento del aire, y suponiendo que en la dirección horizontal, el empuje del avión es el suficiente para compensar la resistencia del mismo:

Las ecuaciones para la carga serían:

-En dirección horizontal x:

$$\frac{dv_{cx}}{dt} = 0 \rightarrow r_{cx} = r_{ox} + v_{ox}t \quad (4.18)$$

-En dirección vertical y:

$$m_c \frac{dv_{cy}}{dt} = -m_c \cdot g - k \cdot v_{cy}^2 \quad (4.19)$$

Y las ecuaciones para el vehículo:

-En dirección horizontal x:

$$\frac{dv_{ax}}{dt} = 0 \rightarrow r_{ax} = r_{ox} + v_{ox}t \quad (4.20)$$

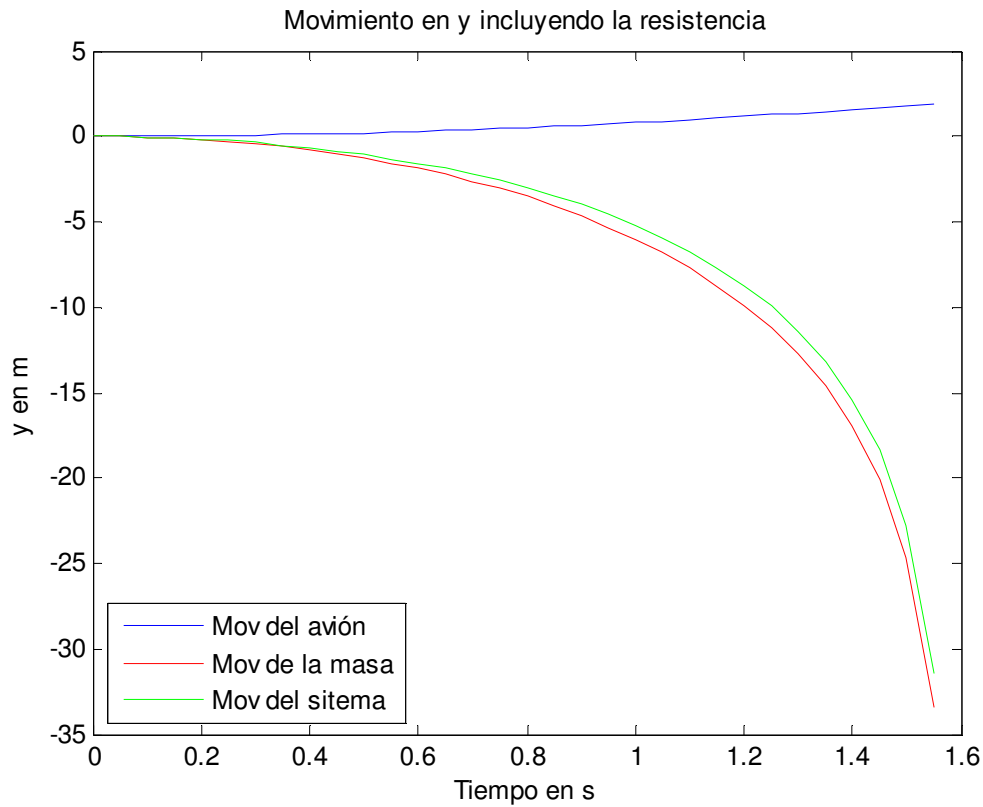
-En dirección vertical y:

$$m_a \frac{dv_a}{dt} = L - m_a g - k \cdot v_{ay}^2 \quad (4. 21)$$

Las variables de las *ecuaciones* (4. 14)-(4. 21) se definen como sigue:

- $v_{cx}, v_{cy}$ : velocidad de la carga en dirección 'x' y en dirección 'y' respectivamente.
- $r_{cx}, r_{cy}$ : vector posición de la carga en dirección 'x' y en dirección 'y' respectivamente.
- $r_{0x}, r_{0y}$ : posición inicial del conjunto carga + vehículo (coordenada 'x' y coordenada 'y' respectivamente).
- $v_{0x}, v_{0y}$ : Componentes en 'x' y en 'y' de la velocidad inicial del conjunto.
- $v_{ax}, v_{ay}$ : velocidad del avión en dirección 'x' y en dirección 'y' respectivamente.
- $r_{ax}, r_{ay}$ : vector posición del avión en dirección 'x' y en dirección 'y' respectivamente
- $k$ : constante de rozamiento
- $g$ : constante gravitatoria.
- $L$ : sustentación de la aeronave.

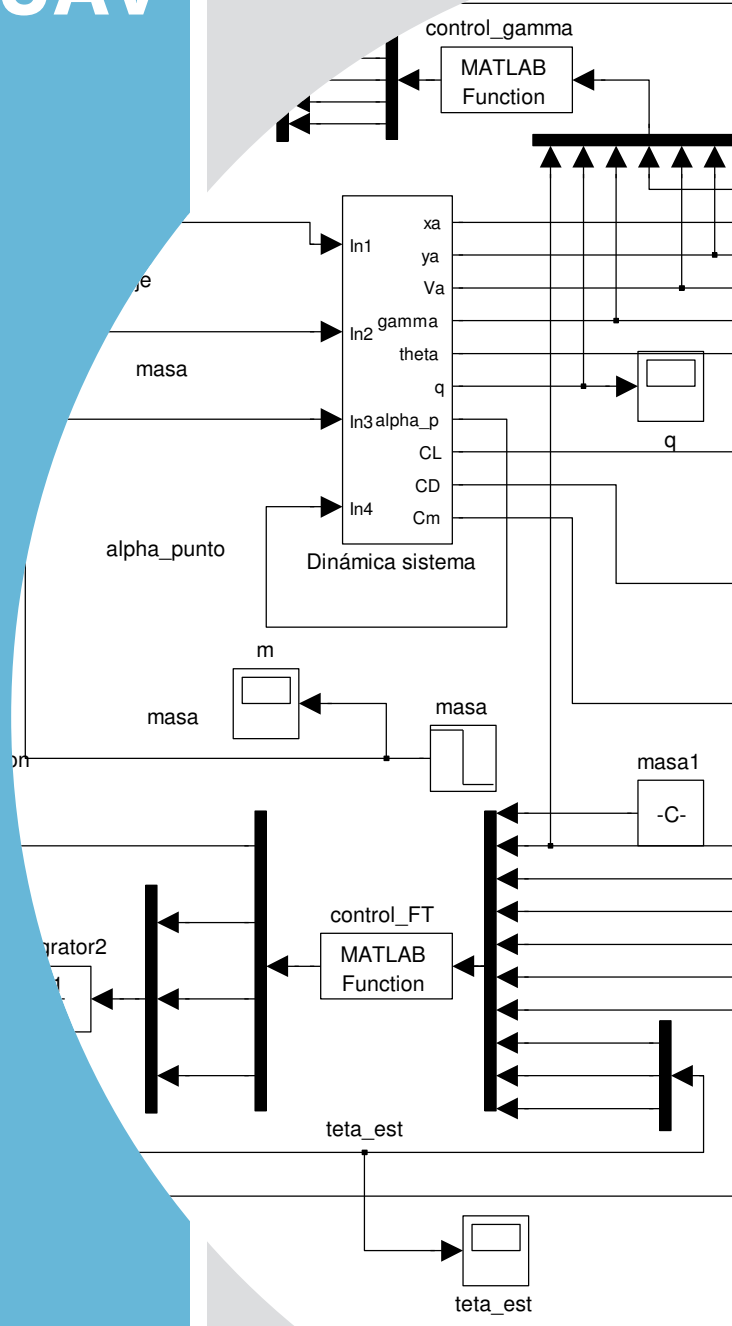
Se ha integrado numéricamente usando 'ode45' y con un valor de  $k=0,5$ . Con ello la evolución del movimiento se muestra en la *Figura 7*, donde puede observarse que las curvas son más lineales que el caso en que no se había supuesto rozamiento.



**Figura 7: Evolución de la coordenada vertical para masas puntuales teniendo en cuenta la resistencia del aire**

Como conclusiones de esta aproximación al problema se puede decir que una vez que se suelta la carga, como el peso del mismo se aligera, la sustentación hace que la aeronave suba. Esto es debido a que inicialmente la sustentación equilibraba el peso de la aeronave más el de la carga, y justo después de la suelta la sustentación no ha cambiado y es por tanto, mayor que el peso de la aeronave sin la carga, por lo que el resultado es la subida del avión. Si no se actúa sobre los controles del avión, el avión ascenderá.

# Control del UAV



## 5. Control del UAV

Realmente, en el problema descrito en el *Capítulo 4*, lo que se va a diseñar es un sistema de control de actitud. Estos sistemas actúan sobre las deflexiones de las superficies aerodinámicas (timón de profundidad, timón de dirección y alerones) y sobre el mando del motor (el empuje) para controlar el ángulo de trayectoria, el ángulo de balance y la velocidad aerodinámica. En este problema, al estar el avión realizando en todo momento un vuelo simétrico contenido en un plano vertical, el ángulo de balance es nulo y sólo hay que controlar las otras dos variables (velocidad aerodinámica y el ángulo de trayectoria).

Se van a proponer distintos controladores, combinando tanto teoría de control lineal como no lineal.

Para diseñar los controladores no lineales se va a hacer uso de la función de Lyapunov y posteriormente se comparará con un controlador LQR.

Alexander Mikhailovitch Lyapunov publicó su tesis doctoral en 1892 (Lyapunov, 1892) donde introdujo sus bien concidas funciones de estabilidad y criterios para su análisis. Las funciones de Lyapunov demuestran la estabilidad de cierto punto fijo en un sistema dinámico o en las ecuaciones diferenciales autónomas.

Sin embargo, presenta dos desventajas. La primera es que no hay un método sistemático para hallar una función de Lyapunov por lo tanto hay que proponer una función candidata a función de Lyapunov y probar si la misma cumple con los requisitos de estabilidad. La segunda es que el teorema solo brinda condiciones suficientes por lo tanto el hecho de no encontrar una función candidata a Lyapunov que satisfaga las condiciones de estabilidad o de estabilidad asintótica no significa que el origen es inestable o no asintóticamente estable (Cátedra D.S.F., 1996).

El teorema de Lyapunov dice:

Sea  $x$  un punto de equilibrio del sistema  $\dot{x} = f(x)$  y sea  $V: D \rightarrow \mathfrak{R}$  un campo escalar continuamente diferenciable definido en un dominio  $D \subset \mathfrak{R}^n$  que contiene al origen, entonces:

- Si  $V(x)$  es definida positiva y  $\dot{V}(x)$  es semidefinida negativa, el origen es un punto de equilibrio estable.
- Si  $V(x)$  es definida positiva y  $\dot{V}(x)$  es definida negativa, el origen es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

Para entender cómo puede aplicarse este teorema para controlar un sistema dinámico, se va a ver en primer lugar un ejemplo muy sencillo.

Sea el sistema, descrito por la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = x \quad (5.1)$$

El cual es un sistema claramente inestable que tenderá al infinito. Para ejercer un control sobre el sistema es necesario incluir una variable de control a la que llamaremos  $u$ . Quedando el sistema como:

$$\dot{x} = x + u \quad (5.2)$$

Como el objetivo es hacer tender la variable de estado  $x$  a un determinado valor de referencia, se define el problema en función de la variable error  $z_v = x - x_{ref}$ . Quedando el sistema como:

$$\dot{z}_v = \dot{x} = x + u = z_v + x_{ref} + u \quad (5.3)$$

Donde se ha supuesto que se quiere tender a un valor de  $x$  constante y por tanto la derivada temporal del valor de referencia es nula.

Para definir  $u$ , se hace uso de la función de Lyapunov, la cual debe tener las siguientes características para que el sistema sea estable.

$$V(x) \geq 0, \forall x \quad (5.4)$$

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} < 0, \forall x \quad (5.5)$$

En este caso se propone la siguiente función:

$$V = \frac{1}{2} z_v^2 \quad (5.6)$$

La derivada temporal de esta función es:

$$\frac{dV}{dt} = z_v \cdot \dot{z}_v = z_v(z_v + x_{ref} + u) = z_v^2 + z_v \cdot x_{ref} + z_v \cdot u = z_v^2 + z_v(x_{ref} + u) \quad (5.7)$$

Ahora se elige la variable de control  $u$  tal que haga que  $\dot{V} < 0$ .

$$z_v(x_{ref} + u) = -k \cdot z_v^2 \quad (5.8)$$

De la ecuación (5.8) se puede despejar  $u$ , y sustituyendo la expresión en la ecuación (5.7) se acota el valor de  $k$ :

$$u = -k \cdot z_v - x_{ref}; \text{ con } k \geq 1 \quad (5.9)$$

Para ver cómo funciona se ha simulado en 'Simulink' el sistema mostrado en la Figura 8.

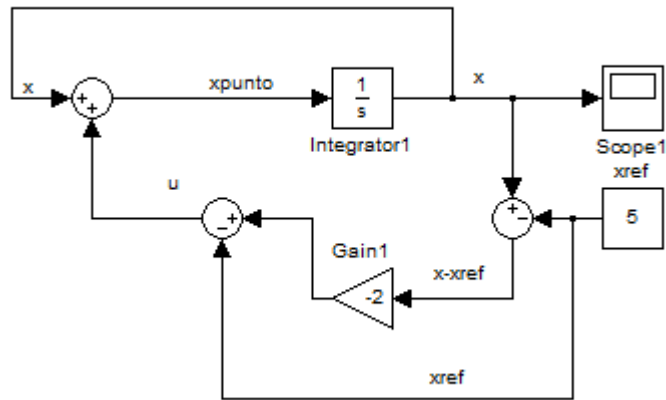


Figura 8: Modelo de control con Lyapunov del sistema  $\dot{x} = x + u$

Con ello, se ha conseguido la siguiente evolución de  $x$ , mostrada en la Figura 9:

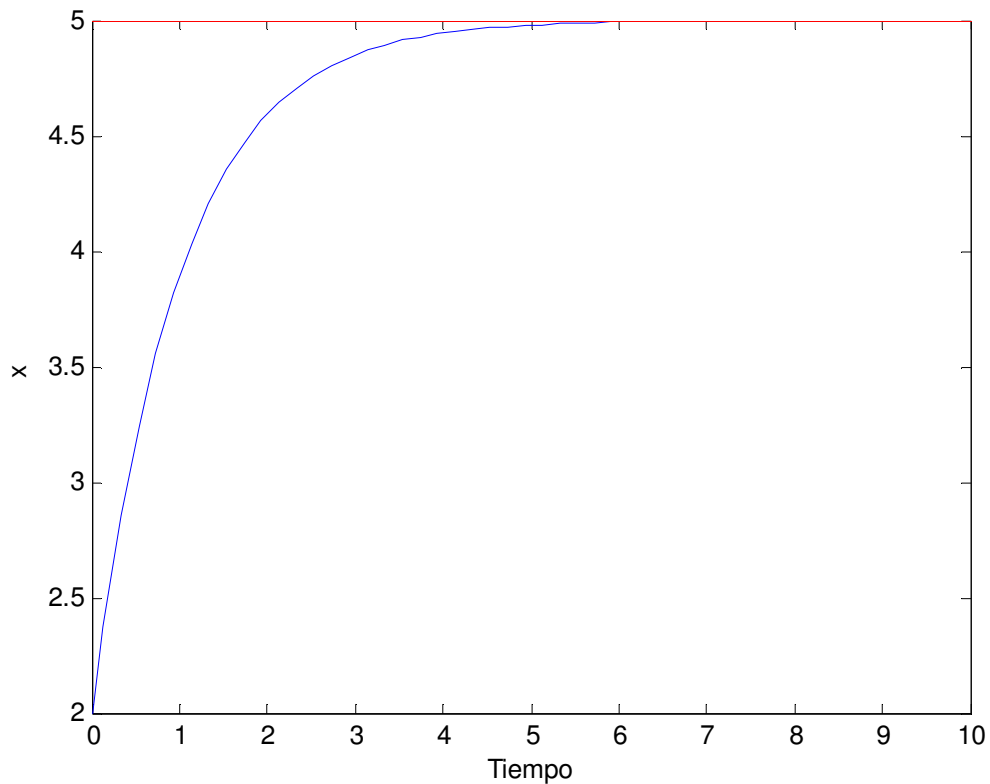


Figura 9: Evolución temporal de  $x$

Una vez comprendido este ejemplo tan sencillo se va proceder a plantear el control para el caso de estudio.

## 5.1. Controlador de velocidad para m constante. Ley de control 1.

En primer lugar, se va a plantear un controlador de velocidad suponiendo que la masa del sistema no varía (Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011a). Es decir, el avión no suelta la carga que lleva. El siguiente paso sería implementar el modelo cuando el avión deja caer la carga.

La ecuación de la velocidad es la siguiente:

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{m_a} (-D + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \quad (5.10)$$

Donde,

$$D = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_D; \quad C_D = C_{D0} + k_1 \cdot \alpha + k_2 \cdot \alpha^2 \quad (5.11)$$

En este caso el CD se supone desconocido, ya que es un valor que va cambiando con el ángulo de ataque y no se mantiene constante. Por ello se expresa este coeficiente como:

$$C_D = \phi_V^T \cdot \theta_v > 0 \quad (5.12)$$

Expresando el sistema en términos del error  $z_v$  queda que:

$$z_v = V_a - V_{ref} \quad (5.13)$$

$$\dot{z}_v = \frac{1}{m} \left( -\frac{1}{2} \rho (z_v + V_{ref})^2 S \phi_V^T \cdot \theta_v + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma \right) - \dot{V}_{ref} \quad (5.14)$$

Y se define el error de estimación como:

$$\tilde{\theta}_v = \theta_v - \hat{\theta}_v \quad (5.15)$$

Para conseguir controlar la velocidad, se propone una función de Lyapunov de la siguiente forma:

$$V = \frac{1}{2} z_v^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_v^T \Gamma \tilde{\theta}_v \quad (5.16)$$

Derivando la función anterior respecto al tiempo:

$$\dot{V} = z_v \cdot \dot{z}_v + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v \quad (5.17)$$



Sustituyendo la derivada del error:

$$\dot{V} = z_v \cdot \left( \frac{1}{m} \left( -\frac{1}{2} \rho (z_v + V_{ref})^2 S \phi_V^T \cdot \theta_v + F_T \cos \alpha - mg \operatorname{sen} \gamma \right) - \dot{V}_{ref} \right) + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\beta_1 z_v (z_v + V_{ref})^2 \phi_V^T \cdot \theta_v + z_v \frac{F_T \cos \alpha}{m} - z_v g \operatorname{sen} \gamma - z_v \dot{V}_{ref} + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v = \\ & -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \phi_V^T \cdot \theta_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V^T \cdot \theta_v + z_v \frac{F_T \cos \alpha}{m} - z_v g \operatorname{sen} \gamma - z_v \dot{V}_{ref} + \\ & + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v \end{aligned} \quad (5.19)$$

Agrupando:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \phi_V^T \cdot \theta_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V^T \cdot \theta_v + z_v \frac{F_T \cos \alpha}{m} - z_v g \operatorname{sen} \gamma - \\ & - z_v \dot{V}_{ref} + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v = -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \phi_V^T \cdot \theta_v + z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \dot{V}_{ref} - \right. \\ & \left. - \beta_1 (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V^T \hat{\theta}_v \right) + \tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Si la derivada debe ser negativa, para forzar que el segundo término sea negativo:

$$z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \dot{V}_{ref} - \beta_1 (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V^T \hat{\theta}_v \right) = -k z_v^2 \quad (5.21)$$

Como el valor del error de estimación es desconocido, ya que no se conoce el valor real de  $\theta$ , se fuerza que el último término sea nulo:

$$\tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V) = 0 \rightarrow \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V = 0 \quad (5.22)$$

Con todo ello, despejando, la **ley de control 1** que resulta es la siguiente:

$$F_T = \frac{m}{\cos \alpha} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref} + \beta_1 (z_v^2 + V_{ref}^2) \phi_V^T \hat{\theta}_v - k z_v) \quad (5.23)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_v = -\tilde{\theta}_v = -\beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \Gamma^{-1} \phi_V \quad (5.24)$$

Donde se ha definido el parámetro  $\beta_1$  :

$$\beta_1 = \frac{\rho S}{2m} \quad (5.25)$$

Esta ley de control ha sido implementada en Matlab como una función denominada 'control\_FT' y cuyo código puede verse en el Anexo 2 (Capítulo 10).

## 5.2. Controlador de velocidad para m variable. Ley de control 2

En este caso se va a considerar la variación de la masa del sistema ya que esta varía en el problema de estudio justo en el momento de la suelta de la carga.

En este caso el problema se resuelve de forma similar al anterior, pero con el añadido de que además de  $C_D$ , la masa es desconocida.

Por ello se definen:

$$\theta_v = \frac{\rho S}{2} [C_{D0} k_1 k_2]^T \quad (5.26)$$

Expresando la ecuación (5.10) en términos del error  $z_v$  queda que:

$$m\dot{z}_v = -(z_v + V_{ref})^2 \varphi_V^T \cdot \theta_v + F_T \cos \alpha - m(g \sin \gamma + \dot{V}_{ref}) \quad (5.27)$$

Y se define los errores de estimación como:

$$\tilde{\theta}_v = \theta_v - \hat{\theta}_v \quad (5.28)$$

$$\tilde{m} = m - \hat{m} \quad (5.29)$$

Para conseguir controlar la velocidad, se propone una función de Lyapunov de la siguiente forma:

$$V = \frac{1}{2} m z_v^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_v^T \Gamma \tilde{\theta}_v + \frac{1}{2} \gamma_v \tilde{m}^2 \quad (5.30)$$

Haciendo la derivada temporal de la función anterior se obtiene:

$$\dot{V} = m z_v \cdot \dot{z}_v + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} \quad (5.31)$$

$$\dot{V} = z_v \cdot \left( -(z_v + V_{ref})^2 \varphi_V^T \cdot \theta_v + F_T \cos \alpha - m(g \sin \gamma + \dot{V}_{ref}) \right) + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -z_v (z_v + V_{ref})^2 \varphi_V^T \cdot \theta_v + z_v F_T \cos \alpha - z_v (g \sin \gamma + \dot{V}_{ref}) + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v + \\ & + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} = -2z_v^2 V_{ref} \varphi_V^T \cdot \theta_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T \cdot \theta_v + z_v F_T \cos \alpha - \\ & - z_v m (g \sin \gamma + \dot{V}_{ref}) + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Agrupando los términos de la expresión anterior:

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & -2z_v^2 V_{ref} \varphi_V^T \cdot \theta_v + z_v F_T \cos \alpha + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T (\tilde{\theta}_v + \hat{\theta}_v) + \\
& + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} - z_v (\tilde{m} + \hat{m}) (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) = -2z_v^2 V_{ref} \varphi_V^T \cdot \theta_v + z_v \left( F_T \cos \alpha - \right. \\
& \left. - \hat{m} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) \right) + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T (\tilde{\theta}_v + \hat{\theta}_v) - z_v \tilde{m} (g \operatorname{sen} \gamma + \\
& + \dot{V}_{ref}) + \gamma_v \tilde{m} \cdot \dot{\tilde{m}} = -2z_v^2 V_{ref} \varphi_V^T \cdot \theta_v + z_v \left( F_T \cos \alpha - \hat{m} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) - \right. \\
& \left. (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T \hat{\theta}_v \right) + \tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_v) + \tilde{m} (-z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + \gamma_v \dot{\tilde{m}})
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Para conseguir que la derivada de la función de Lyapunov sea negativa, se imponen esta condición:

$$z_v (F_T \cos \alpha - \hat{m} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) - (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T \hat{\theta}_v) = k z_v^2 \tag{5.35}$$

Y por otro lado, como ya se hizo en el caso anterior, se obliga a que los términos donde aparecen los errores de estimación sean nulos, ya que son desconocidos:

$$\tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_v) = 0 \rightarrow \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_v = 0 \tag{5.36}$$

$$\tilde{m} (-z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + \gamma_v \dot{\tilde{m}}) = 0 \rightarrow -z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + \gamma_v \dot{\tilde{m}} = 0 \tag{5.37}$$

Despejando de las condiciones anteriores, se deduce la siguiente **ley de control 2**:

$$F_T = \frac{1}{\cos \alpha} (\hat{m} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + (z_v^2 + V_{ref}^2) \varphi_V^T \hat{\theta}_v - k z_v) \tag{5.38}$$

$$\hat{\theta}_v = -\tilde{\theta}_v = -z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \Gamma_v^{-1} \varphi_v \tag{5.39}$$

$$\hat{m} = -\tilde{m} = -\frac{1}{\gamma_v} z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) \tag{5.40}$$

Esta segunda ley de control se ha implementado en Matlab en la función ‘control\_FT2’ (para ver el código ir al Anexo 2, *Capítulo 10*).

### 5.3. Controlador de velocidad para m constante. Ley de control 3

En este apartado se va a proponer una variación del controlador del *Capítulo 5.1*, buscando que sea más sencillo; y se compararán posteriormente en el capítulo de Simulación.

A partir de la *ecuación (5. 19)*, se van a agrupar los términos de un modo distinto para obtener una ley de control más simplificada:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \Phi_V^T \cdot \theta_v - \beta_1 z_v (z_v^2 + V_{ref}^2) \Phi_V^T \cdot \theta_v + z_v \frac{F_T \cos \alpha}{m} - z_v g \operatorname{sen} \gamma - \\ & - z_v \dot{V}_{ref} + \tilde{\theta}_v^T \Gamma \tilde{\theta}_v = -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \Phi_V^T \cdot \theta_v - z_v \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v - \tilde{\theta}_v^T \beta_1 z_v z_v^2 \Phi_V + \\ & + z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \dot{V}_{ref} - \beta_1 V_{ref}^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v \right) + \tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v V_{ref}^2 \Phi_V) \end{aligned} \quad (5. 41)$$

Usando la definición del error de estimación (*ecuación (5. 15)*):

$$-z_v \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v - \tilde{\theta}_v^T \beta_1 z_v z_v^2 \Phi_V = -z_v \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T (\hat{\theta}_v + \theta_v - \hat{\theta}_v) = -z_v \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \theta_v \quad (5. 42)$$

Se puede expresar la derivada como:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -2\beta_1 z_v^2 V_{ref} \Phi_V^T \cdot \theta_v - z_v \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v - \tilde{\theta}_v^T \beta_1 z_v z_v^2 \Phi_V + z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \right. \\ & \left. - \dot{V}_{ref} - \beta_1 V_{ref}^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v \right) + \tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v V_{ref}^2 \Phi_V) = -\beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \cdot \theta_v (2V_{ref} + z_v) + \\ & + z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \dot{V}_{ref} - \beta_1 V_{ref}^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v \right) + \tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v V_{ref}^2 \Phi_V) \end{aligned} \quad (5. 43)$$

Donde

$$\beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \cdot \theta_v (2V_{ref} + z_v) = \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \cdot \theta_v (2V_{ref} + V_a - V_{ref}) = \beta_1 z_v^2 \Phi_V^T \cdot \theta_v (V_{ref} + V_a) > 0 \quad (5. 44)$$

Por tanto para que la derivada de la función de Lyapunov sea negativa, hay que imponer que:

$$z_v \left( \frac{F_T \cos \alpha}{m} - g \operatorname{sen} \gamma - \dot{V}_{ref} - \beta_1 V_{ref}^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v \right) = kz_v \quad (5. 45)$$

$$\tilde{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v V_{ref}^2 \Phi_V) = 0 \rightarrow \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_v - \beta_1 z_v V_{ref}^2 \Phi_V = 0 \quad (5. 46)$$

Finalmente se obtiene la siguiente **ley de control 3**:

$$F_T = \frac{m}{\cos \alpha} (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref} + \beta_1 V_{ref}^2 \Phi_V^T \hat{\theta}_v - kz_v) \quad (5. 47)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_v = -\dot{\tilde{\theta}}_v = -\beta_1 z_v V_{ref}^2 \Gamma^{-1} \Phi_V \quad (5. 48)$$

Esta ley de control 3 ha sido implementada en Matlab como una función denominada 'control\_FT3' y cuyo código puede verse en el Anexo 2 (*Capítulo 10*).

## 5.4. Controlador de velocidad para m variable. Ley de control 4

En este apartado se va a desarrollar un controlador que absorba la variación de la masa en el momento de la suelta, y que sea más sencillo que el propuesto en el *Capítulo 5.2*.

A partir de la *ecuación (5. 33)*, se van a agrupar los términos de un modo distinto para obtener una ley de control más simplificada.

Agrupando términos y haciendo uso de las *ecuaciones (5. 42)* y *(5. 44)*, la derivada queda:

$$\dot{V} = -z_v^2 \phi_V^T \cdot \theta_v (V_{ref} + V_a) + z_v (F_T \cos \alpha - \hat{m}(g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) - V_{ref}^2 \phi_V^T \hat{\theta}_v) + \hat{\theta}_v^T (\Gamma \dot{\hat{\theta}}_v - z_v V_{ref}^2 \phi_v) + \tilde{m} (-z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + \gamma_v \dot{\tilde{m}}) \quad (5. 49)$$

Con ello, la **ley de control 4** puede expresarse como:

$$F_T = \frac{1}{\cos \alpha} (\hat{m}(g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) + V_{ref}^2 \phi_V^T \hat{\theta}_v - k z_v) \quad (5. 50)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_v = -\dot{\tilde{\theta}}_v = -z_v V_{ref}^2 \Gamma_v^{-1} \phi_v \quad (5. 51)$$

$$\dot{\hat{m}} = -\dot{\tilde{m}} = -\frac{1}{\gamma_v} z_v (g \operatorname{sen} \gamma + \dot{V}_{ref}) \quad (5. 52)$$

La ley de control 4 ha sido implementada en la función '*control\_FT4*' (para ver el código ir al Anexo 2, *Capítulo 10*).

## 5.5. Controlador de ángulo de trayectoria

Para controlar el ángulo de trayectoria de la aeronave, se va a usar el controlador propuesto en el artículo de ( Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011a).

Partiendo de las ecuaciones de la dinámica longitudinal (4. 8), (4. 9) y (4. 10) se puede proponer un controlador para el ángulo de trayectoria.

En este caso, las derivadas de estabilidad del momento de cabeceo que aparecen en la ecuación (4. 10) se suponen parámetros desconocidos. Por ese motivo se define el siguiente vector de estimación.

$$\theta_\gamma = \begin{bmatrix} C_{m0} & C_{m\alpha} & C_{mq} & 1 \\ C_{m\delta} & C_{m\delta} & C_{m\delta} & C_{m\delta} \end{bmatrix}^T \quad (5.53)$$

Se usa la siguiente **ley de control 5** para controlar el ángulo de trayectoria a través de la deflexión del timón de profundidad.

$$\delta_e = -\psi_\gamma(y)^T \hat{\theta}_\gamma \quad (5.54)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_\gamma = -\frac{\beta_2}{c_1} \left( q + c_1 (\gamma - \gamma_{ref}) \right) \Gamma_\gamma \psi_\gamma(y) \quad (5.55)$$

Donde:

$$\psi_\gamma(y) = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ q \\ k \left( q + c_1 (\gamma - \gamma_{ref}) \right) \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

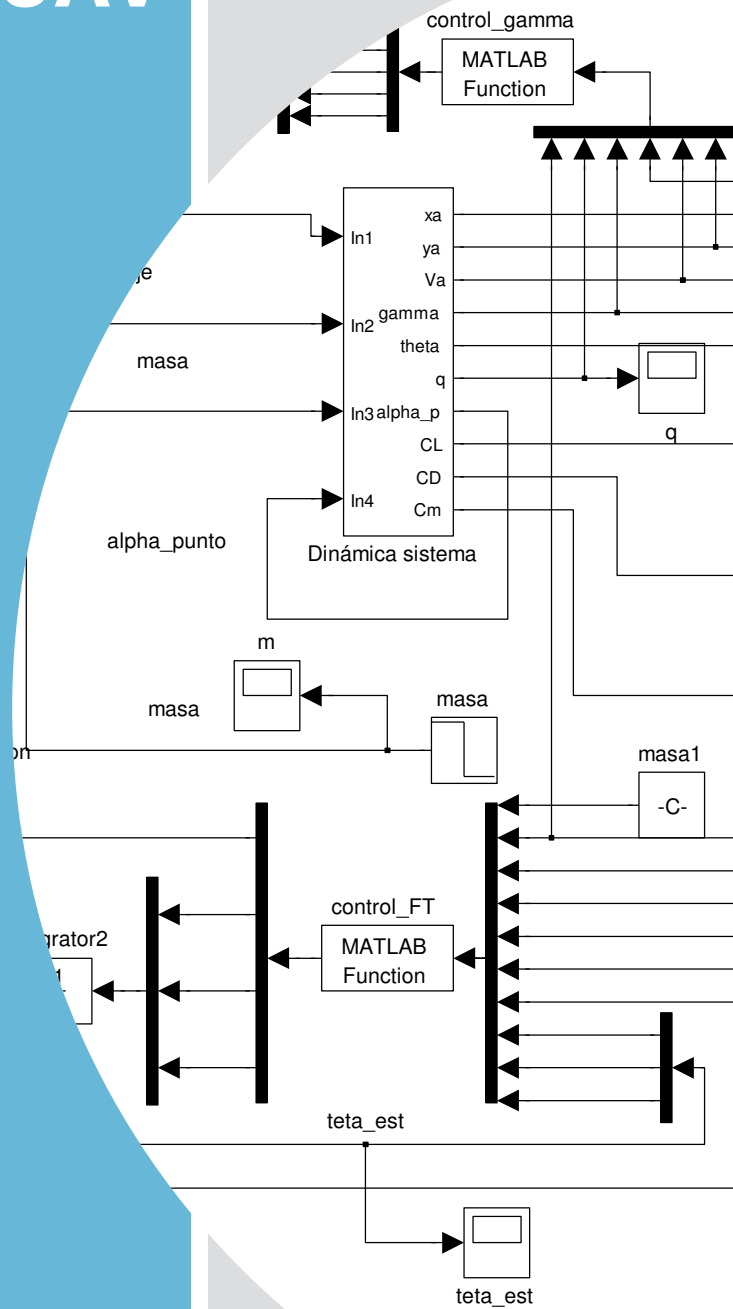
$$\beta_2 = \frac{\rho V_a^2 S c}{2I_y} \quad (5.57)$$

Y debe cumplirse la siguiente condición:

$$k > \frac{8c_1}{\beta_2}, \text{ con } k, c_1 > 0 \quad (5.58)$$

Esta ley de control para el ángulo de trayectoria ha sido implementada en la función ‘control\_deltae’ (para ver el código ir al Anexo 2, Capítulo 10).

# Simulador del UAV



## 6. Simulador del UAV

Para simular el controlador se han modelado en Simulink diversos bloques de ecuaciones, los cuales pueden verse en la *Figura 10*. Estos bloques se han definido como:

-BLOQUE NARANJA: Proporciona las derivadas de estabilidad necesarias para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos que intervienen en el problema.

-BLOQUE VERDE: Contiene las ecuaciones de la dinámica longitudinal del sistema.

-BLOQUE AMARILLO: Es el controlador del ángulo de trayectoria.

-BLOQUE AZUL: Es el controlador de la velocidad aerodinámica.

A continuación, en los siguientes apartados, se describen cada uno de los bloques mencionados.

### 6.1. Interacción entre los distintos bloques

El núcleo del simulador es el BLOQUE VERDE, ya que este contiene las ecuaciones de la dinámica longitudinal del sistema y proporciona el vector de estados que alimenta al resto de BLOQUES.

El vector de estados del sistema queda descrito como:

$$x = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ V_a \\ \gamma \\ \theta \\ q \end{bmatrix}$$

Para su funcionamiento, este BLOQUE principal necesita realimentarse del vector de estados ya que contiene ecuaciones diferenciales que dependen del estado y que deben ser integradas para obtener del mismo.

Pero el BLOQUE VERDE, además de proporcionar información, necesita trabajar en conjunto con el resto de BLOQUES. En particular con:

-El BLOQUE NARANJA: le proporciona la información necesaria para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos; ya que a partir de ellos pueden obtenerse las fuerzas aerodinámicas que interviene en las ecuaciones de la dinámica del sistema.

-EL BLOQUE AZUL: Proporciona al BLOQUE VERDE el valor del empuje, el cual es modificado para controlar la velocidad del UAV.





-El BLOQUE AMARILLO: Le proporciona el valor de la deflexión del timón de profundidad, el cual influye en el cálculo de los coeficientes aerodinámicos. Modificando el ángulo de deflexión del timón de profundidad se puede controlar el ángulo de trayectoria

## 6.2. Derivadas de estabilidad y coeficientes aerodinámicos

El BLOQUE NARANJA, como se ha mencionado anteriormente contiene todos los datos geométricos necesarios para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos.

Para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos del sistema se han propuestos dos modelos:

-Un **primer modelo** simplificado que permite obtener los coeficientes aerodinámicos del sistema a partir de coeficientes en forma de funciones que dependen de las variables del problema. Este modelo ha sido obtenido de (Gavilán, 2012).

En este sentido se hacen uso de los ejes de estabilidad del avión (véase *Figura 11*), definidos como sigue:

-Origen ( $O_s$ ): situado en el centro de gravedad del avión.

-Eje  $X_x$  coincidiendo con la proyección del vector velocidad de referencia sobre el plano de simetría del avión.

-Eje  $Y_s$  es perpendicular a eje de simetría del avión y en dirección del ala derecha del mismo.

-Eje  $Z_z$  completa un diedro a derechas.

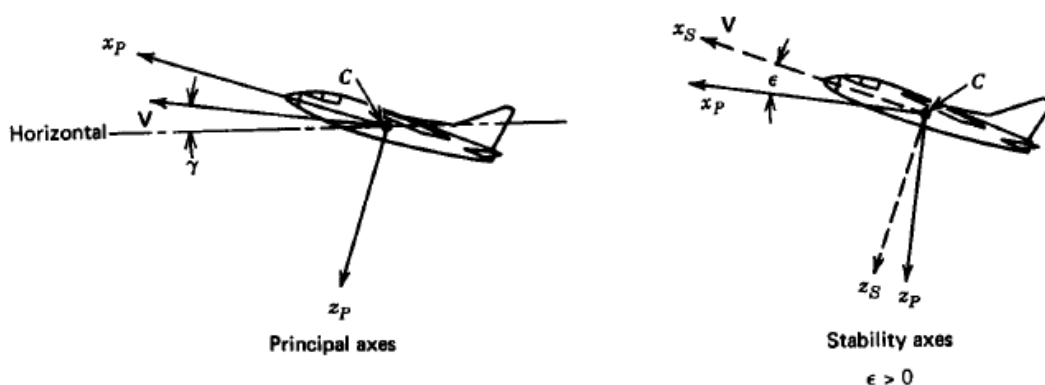


Figura 11: Ejes Principales y Ejes Estabilidad. Fuente: Etkin y Duff, 1996

En estos ejes, pueden definirse los coeficientes aerodinámicos a partir de los coeficientes aerodinámicos definidos en los ejes de estabilidad, quedando:

$$\begin{pmatrix} C_D \\ C_C \\ C_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\text{sen}\beta & 0 \\ \text{sen}\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -C_{X_S} \\ C_{Y_S} \\ -C_{Z_S} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Hay que hacer notar, que en el caso de estudio, el ángulo de albeo ( $\beta$ ) es nulo, por lo que podemos relacionar los coeficientes fácilmente:

$$C_D = -C_{X_S} \text{ y } C_L = -C_{Z_S} \quad (6.2)$$

Ahora bien, hay que calcular los coeficientes de estabilidad. Para ello se hace uso de las siguientes fórmulas:

$$C_{X_S} = C_{X\alpha}(\alpha) + C_{X\delta_e}(\alpha, \delta_e) + C_{X\delta_f}(\alpha, \delta_f) \quad (6.3)$$

$$C_{Z_S} = C_{Z\alpha}(\alpha) + C_{Z\dot{\alpha}}(\alpha) \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2u_s} + C_{Zq}(\alpha) \frac{q\bar{c}}{2u_s} + C_{Z\delta_e}(\delta_e) + C_{Z\delta_f}(\delta_f) \quad (6.4)$$

Y para calcular el momento

$$C_{m_S} = C_{m\alpha}(\alpha) + C_{m\dot{\alpha}}(\alpha) \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2u_s} + C_{mq}(\alpha) \frac{q\bar{c}}{2u_s} + C_{m\delta_e}(\delta_e) + C_{m\delta_f}(\delta_f) \quad (6.5)$$

En este punto, es de interés señalar que los coeficientes aerodinámicos no se ven afectados sensiblemente por la variación del número de Mach y de la altitud de vuelo. Por este motivo, los coeficientes aerodinámicos se han calculado para una condición de referencia fija: nivel del mar y velocidad de 19 m/s. Por tanto, de esta forma la dependencia de las fuerzas y momentos aerodinámicos con la velocidad y la altitud de vuelo se ven reflejada únicamente a través de la presión dinámica.

Hay que puntualizar que el modelo aerodinámico anterior es un modelo obtenido a partir de DATCOM, y las funciones anteriores que depende del ángulo de ataque, de la deflexión de flaps y del timón de profundidad no se corresponden con las derivadas de estabilidad del avión que pueden encontrarse en la mayoría de la literatura acerca de la Mecánica de Vuelo. Por tanto, no son indicativo alguno de la estabilidad del avión.

DATCOM es una herramienta que fue desarrollada por parte de la fuerza Aérea Estadounidense en la década de los 60. Surgió como medio para a la obtención de las características de estabilidad y control de los aviones. En esa época se encargaron de recopilar una gran cantidad de resultados de ensayos en vuelo y túneles de viento, que posteriormente dieron lugar a métodos semiempíricos. Cuando el avance de la tecnología computacional lo permitió, estos métodos fueron digitalizados dando lugar a Digital DATCOM. Este software toma como input un archivo de programación que describe la geometría completa de la aeronave y ofrece como outputs el modelo aerodinámico del avión. La gran ventaja es que puede usarse en el entorno de Matlab con facilidad.

Este modelo aerodinámico que se ha descrito permite la obtención de las siguientes gráficas (*Figura 12, Figura 13 y Figura 14*), las cuales han servido de punto de partida para obtener los coeficientes aerodinámicos del problema. Estas gráficas se han modelado en Simulink haciendo uso de bloques “Lookup table” (véase *Figura 17*).

Para la deflexión de los flaps, como en el problema de estudio el avión se encuentra inicialmente en crucero, se va a suponer que en ningún momento se despliegan los flaps. Además esta hipótesis no es sólo razonable cuando el avión está en crucero, sino que al no tratarse de una variable de control, se puede suponer que los flaps se mantienen en todo momento retraídos.

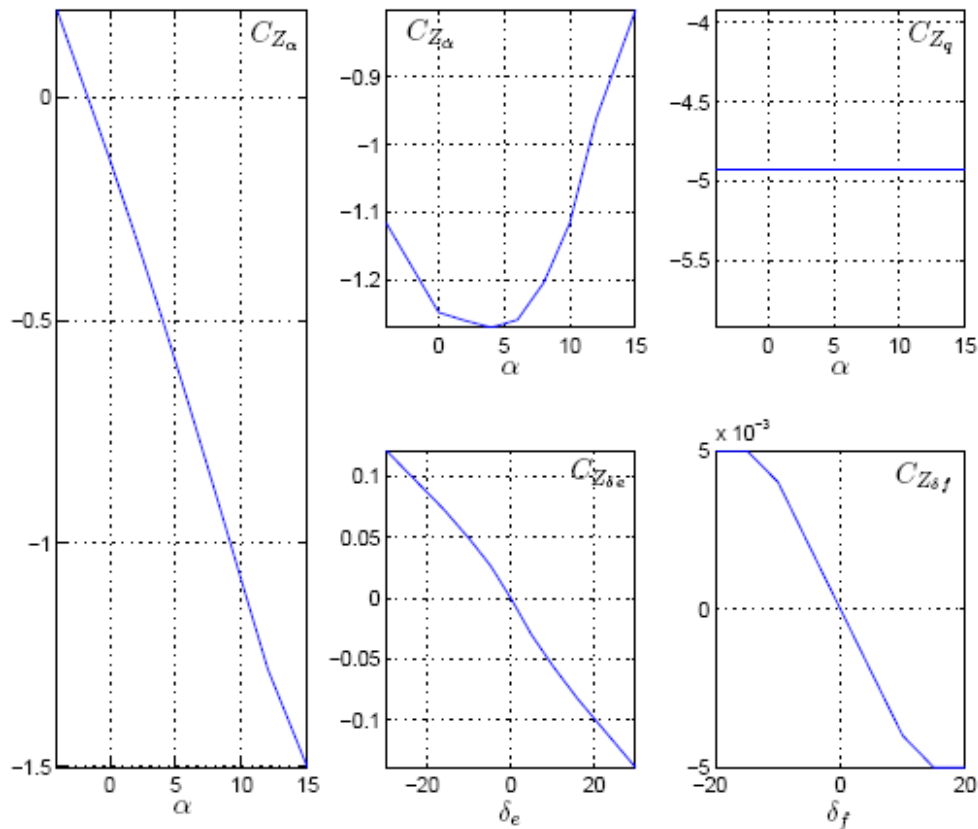


Figura 12: Modelo del coeficiente CZs. Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.

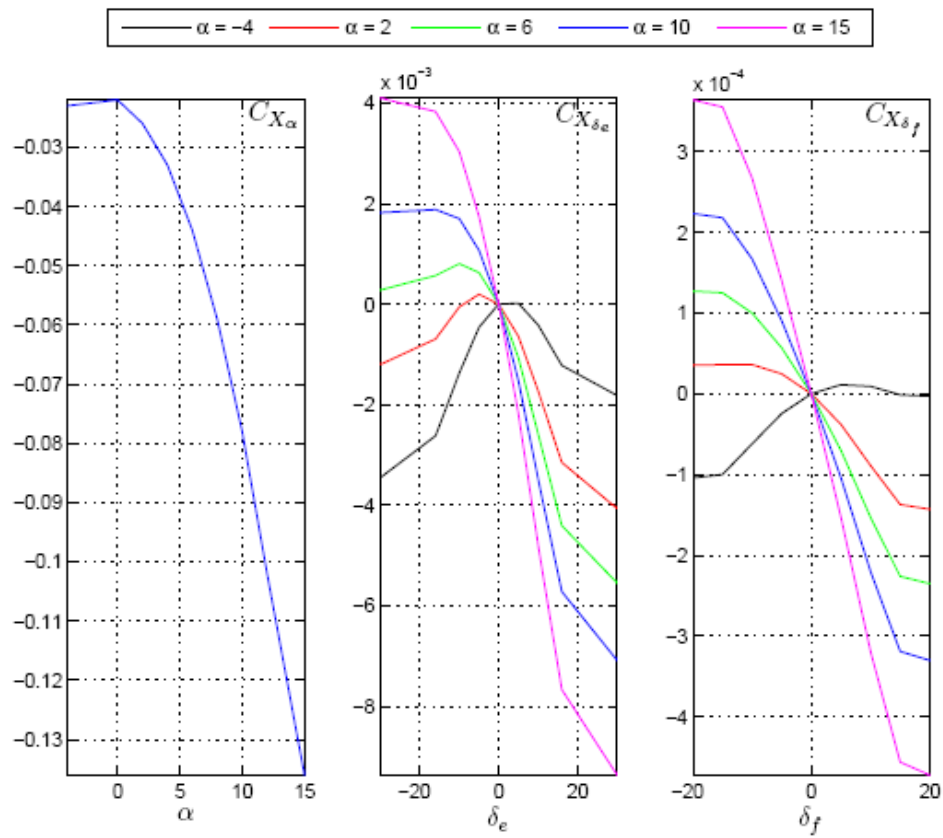


Figura 13: Modelo del coeficiente  $CX_s$ . Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.

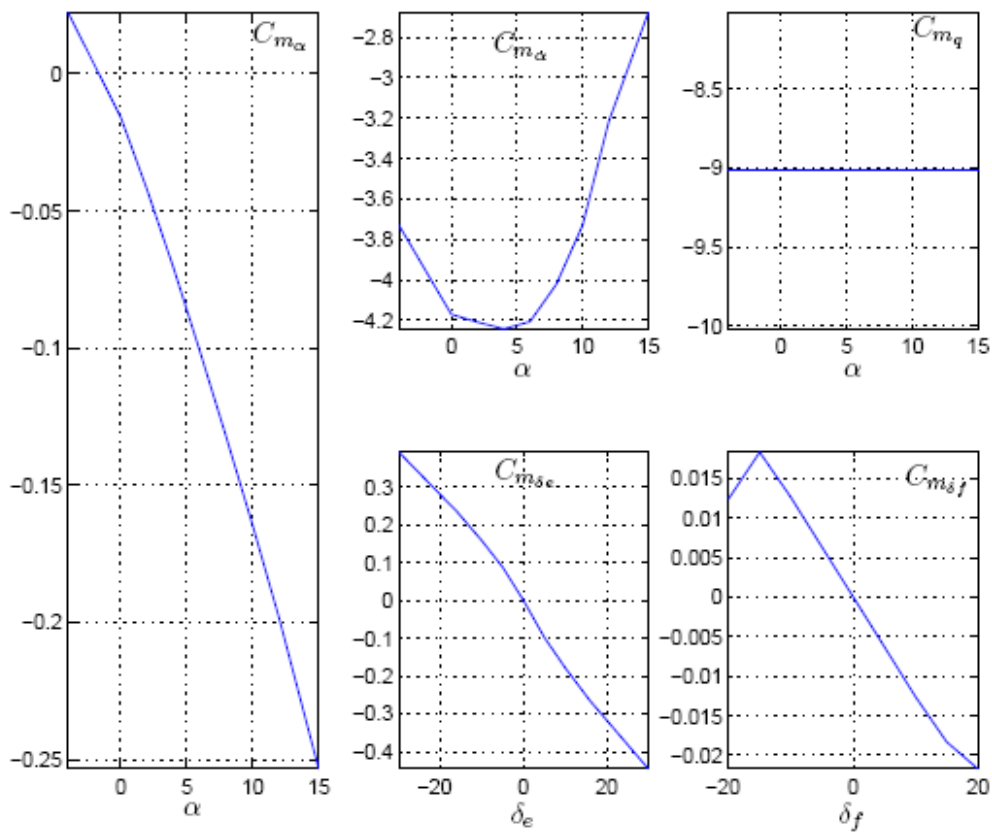


Figura 14: Modelo del coeficiente  $Cms$ . Fuente: Gavilán Jiménez, 2012.

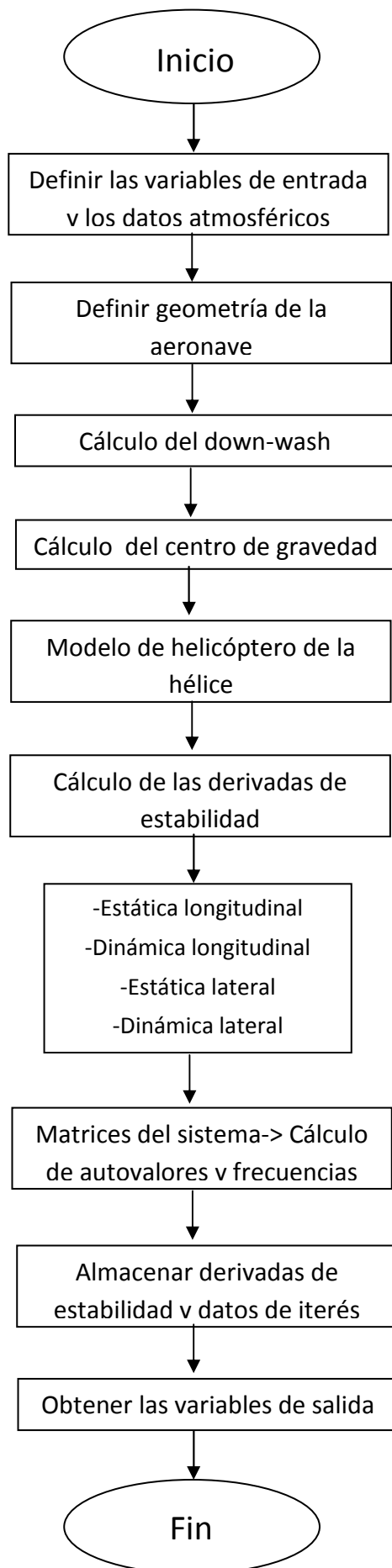


Figura 15: Esquema código derivadas de estabilidad (Modelo 2)

-Un **segundo modelo** más complejo en el que a partir de las derivadas de estabilidad y la geometría completa del avión pueden calcularse los coeficientes aerodinámicos. Para este modelo se ha usado un programa de Matlab usado en la asignatura de Cálculo de Aviones (Esteban, n.d.). La estructura de este programa, bajo el nombre 'get\_derivatives\_Cefiro' puede verse en el Anexo 2 (Capítulo 10). Básicamente está estructurado en las partes mostradas en la

Figura 15.

### Cálculo del coeficiente de sustentación

Para calcular el coeficiente de sustentación, debe tenerse en cuenta que este puede expresarse como:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_e \quad (6.6)$$

Cada uno de los términos se definen como:

$$C_{L0} = C_{Lowb} + a_t(i_t - i_{wb} - \epsilon_0)\eta_t \frac{S_t}{S} \quad (6.7)$$

$$C_{L\alpha} = a_{wb} + a_t \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \eta_t \frac{S_t}{S} \quad (6.8)$$

$$C_{L\delta} = a_t \tau_{\delta_e} \eta_t \frac{S_t}{S} \quad (6.9)$$

Donde se definen:

- $a_{wb}$  y  $a_t$ : son la pendiente de la curva de sustentación del conjunto ala-fuselaje y de estabilizador horizontal respectivamente

- $i_w$  y  $i_t$ : son la incidencia del ala y de la cola respectivamente

- $\tau_{\delta_e}$ : es el cambio de ángulo de ataque efectivo debido a una deflexión del timón de profundidad.

- $\eta_t = \frac{v_t^2}{v^2}$ : es la relación entre la velocidad que ve la cola al cuadrado y la velocidad aerodinámica que ve el avión.

- $\epsilon$ : es el ángulo de deflexión de la estela

### Cálculo del coeficiente de momentos

Por otro lado para calcular el coeficiente de momento:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}q + C_{m\delta}\delta_e \quad (6.10)$$

Donde cada uno de los términos pueden calcularse del siguiente modo:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}q + C_{m\delta}\delta_e \quad (6.11)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}q + C_{m\delta}\delta_e \quad (6.12)$$

$$C_{m0} = C_{mac_{wb}} - a_t(i_t - i_{wb} - \epsilon_0)\eta_t \frac{S_t}{S} (\bar{x}_{ac,t} - \bar{x}_{cg}) \quad (6.13)$$

$$C_{m\alpha} = C_{L\alpha}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{NP}) \quad (6.14)$$

$$C_{m\delta} = -a_t\tau_{\delta_e}\eta_t \frac{S_t}{S} (\bar{x}_{ac,t} - \bar{x}_{cg}) \quad (6.15)$$

$$C_{mq} = C_{mq,wb} + C_{mq,t} \quad (6.16)$$

Para calcular el valor del amortiguamiento en cabeceo ( $C_{mq}$ ) es necesario conocer las dimensiones del ala expuesta (ala ficticia que representa la superficie expuesta a la corriente de aire) y los parámetros de interferencia entre el ala, el morro y el fuselaje.

### Cálculo del coeficiente de resistencia

Para el cálculo del coeficiente de resistencia se necesitan conocer datos geométricos tales como el alargamiento del ala y la superficie alar. Con ello se determinó el estrechamiento óptimo para el cual se maximiza el coeficiente de Oswald, para cuyo cálculo se usa la siguiente fórmula:

$$e = \frac{1.1C_{L\alpha}}{RC_{L\alpha} + (1 - R)\pi A} \quad (6.17)$$

Donde

$$R = a_1\lambda_1^3 + a_2\lambda_1^2 + a_3\lambda_1 + a_4 \quad (6.18)$$

$$a_1 = 0.0004; a_2 = -0.008; a_3 = 0.0501; a_4 = 0.8624 \quad (6.19)$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda A}{\cos\Lambda_{LE}} \quad (6.20)$$

Una vez obtenido el estrechamiento, puede calcularse:

$$k = \frac{1}{\pi A e} \quad (6.21)$$



Para estimar el coeficiente de resistencia parásita del avión completo, se puede usar el método ‘Component Buildup’. Este método permite estimar la resistencia parásita de cada componente de la aeronave para posteriormente sumarlos y obtener el coeficiente total ( $C_{D0}$ ). De esta forma, puede expresarse el coeficiente de resistencia como:

$$C_D = C_{D0} + kC_L^2 \quad (6.22)$$

Hay que hacer notar que este segundo método para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos tiene la ventaja respecto al anterior de que se observa una dependencia clara del coeficiente de momentos con la posición del centro de gravedad del avión que en el primer caso no se tenía en cuenta. Este aspecto es muy interesante porque en el primero de los casos estamos obligados a suponer que la carga que suelta la aeronave siempre está situada en el centro de gravedad. Sin embargo, usando el segundo método propuesto, se puede estudiar cómo influye la posición de la carga en el problema ya que la suelta de la misma puede afectar notablemente al índice de estabilidad estática longitudinal del avión. Este índice está representado por el valor del  $C_{m\alpha}$  y debe ser negativo para que el avión sea estable.

Si se observa el modelo de Simulink de la *Figura 10*, el BLOQUE NARANJA tiene diferentes entradas dependiendo del método usado para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos:

-En el primer caso (véase *Figura 17*), las entradas de este bloque son las variables representadas en el eje x en las gráficas de las *Figura 12*, *Figura 13* y *Figura 14*; es decir, el ángulo de ataque, la deflexión del timón de profundidad y la deflexión del timón de dirección. El timón de dirección es una superficie que controla el ángulo de guiñada del avión (véase *Figura 16*) y este ángulo está ligado a la dinámica lateral-direccional del sistema. Por este motivo, se va a suponer fijo el valor de la deflexión del timón de dirección e igual a cero. Con estos ángulos se alimentan los diferentes ‘Lookup tables’ tal y como puede observarse en las *Figura 18*, *Figura 19* y *Figura 20*.

Como salida, proporciona los valores de las funciones descritas en las *ecuaciones (6.3)-(6.5)*.

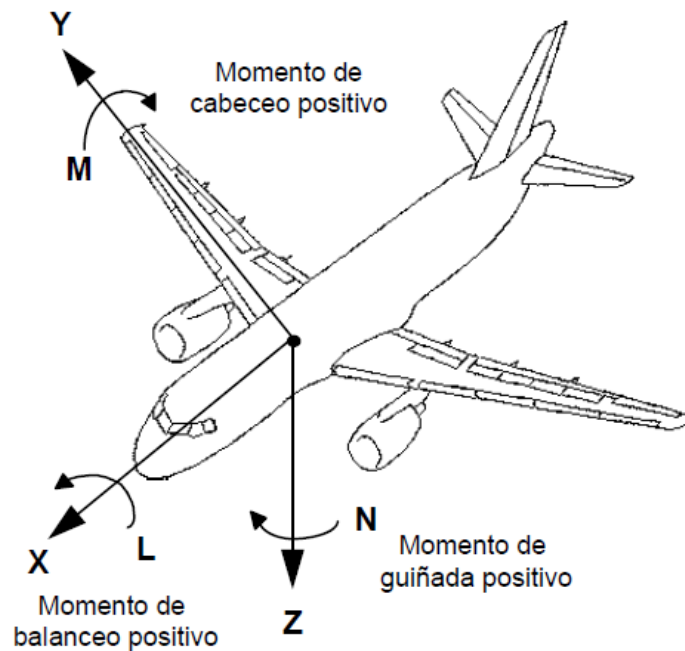


Figura 16: Momentos en el avión. Fuente: [ultraligero.net](http://ultraligero.net)

-En el segundo caso (véase *Figura 21*), las variables de entrada son el ángulo de ataque, la deflexión del timón de profundidad, la velocidad angular  $q$ , la masa de la carga, la altura y la velocidad de vuelo.

La masa de la carga se usa para calcular el peso del avión y de esta forma calcular la posición del centro de gravedad del mismo ponderando la contribución de todos los elementos con peso de la aeronave.

La altura y la velocidad de vuelo son necesarias para calcular los coeficientes aerodinámicos del avión en cada condición de vuelo, aunque como se dijo anteriormente, estos coeficientes varían muy poco con estas variables de vuelo.

Como salida del bloque se tienen directamente los valores de los coeficientes aerodinámicos del avión.

En ambos casos, el BLOQUE NARANJA proporciona al BLOQUE VERDE la información necesaria acerca de los coeficientes aerodinámicos (véase *Figura 10*).

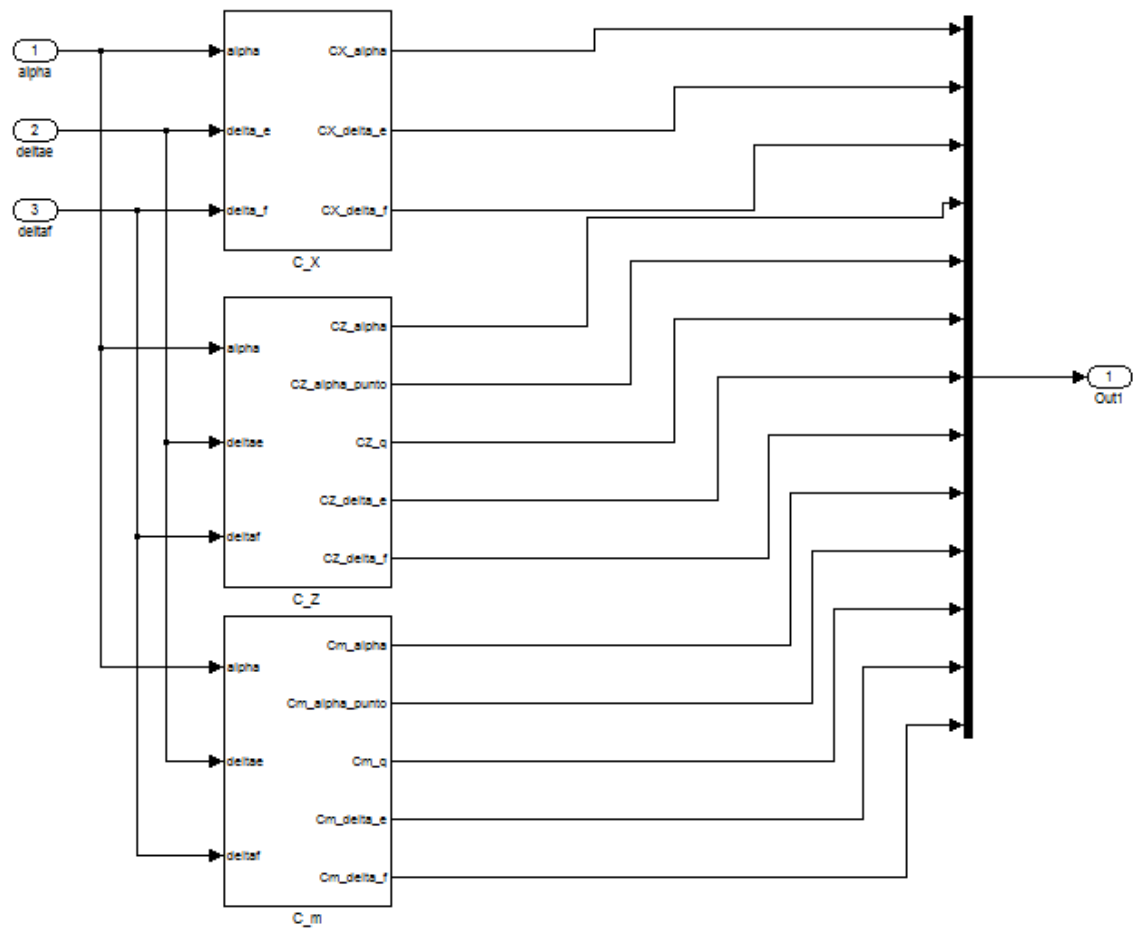


Figura 17: Contenido bloque naranja: Derivadas de estabilidad (modelo 1)

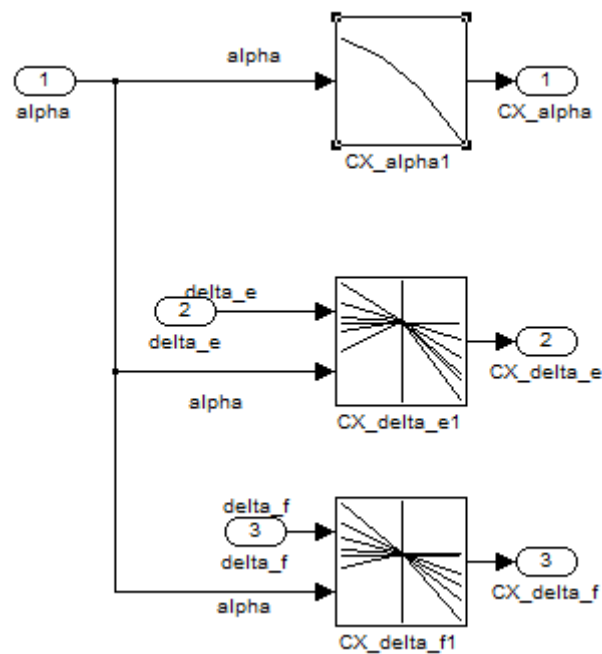


Figura 18: 'Lookup tables' para CX. Bloque naranja

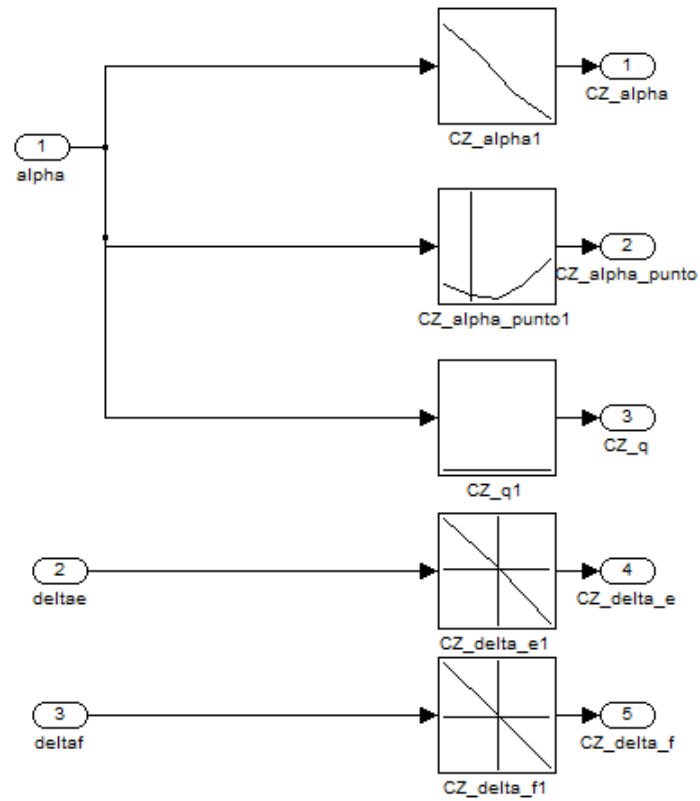


Figura 19: 'Lookup tables' para CZ. Bloque naranja

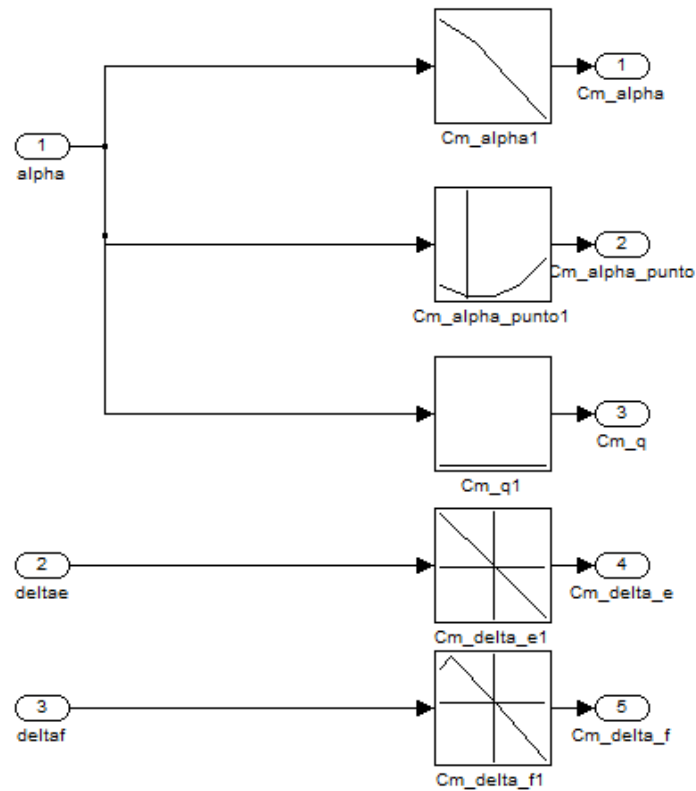


Figura 20: 'Lookup tables' para Cm. Bloque naranja

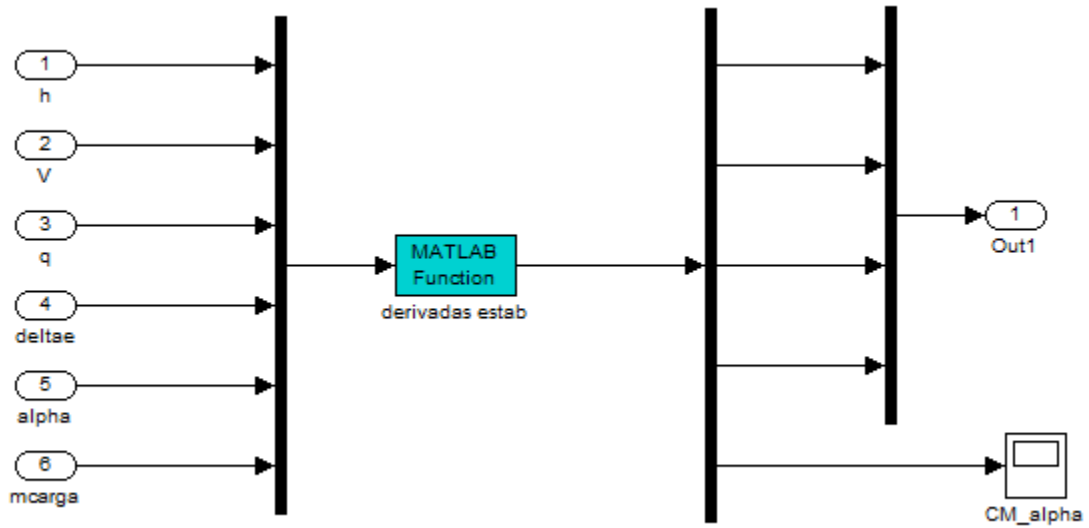


Figura 21: Contenido bloque naranja: Derivadas de estabilidad (modelo 2)

### 6.3. Dinámica del avión

Las ecuaciones de la dinámica longitudinal del avión, descritas en el *Capítulo 4* por las *ecuaciones (4. 7)-(4. 10)*, están implementadas en el BLOQUE VERDE del modelo del simulador en Simulink (véase *Figura 10*).

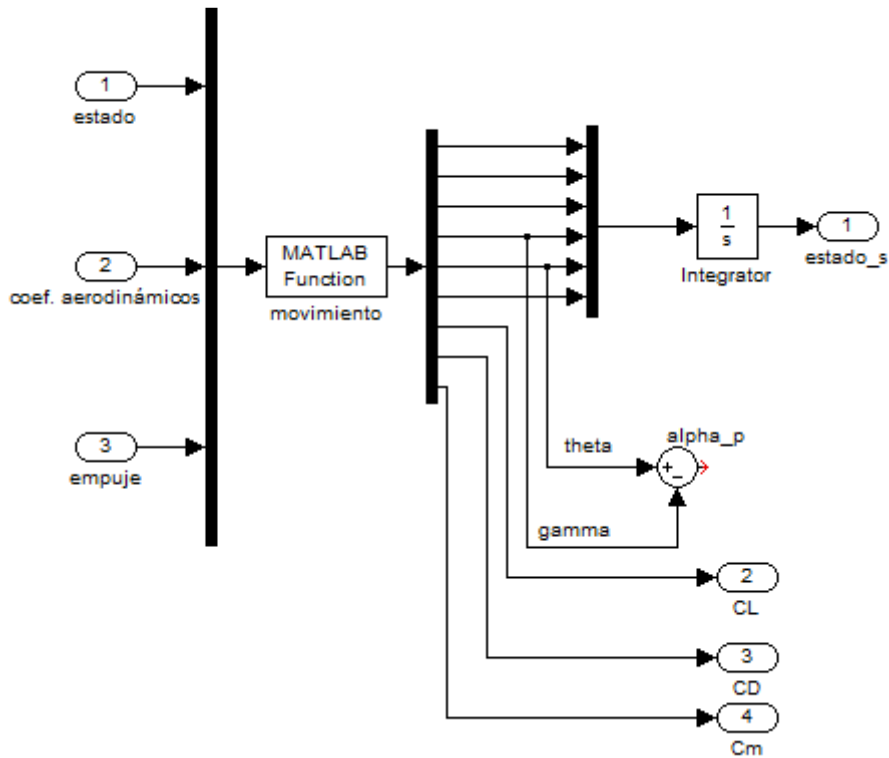
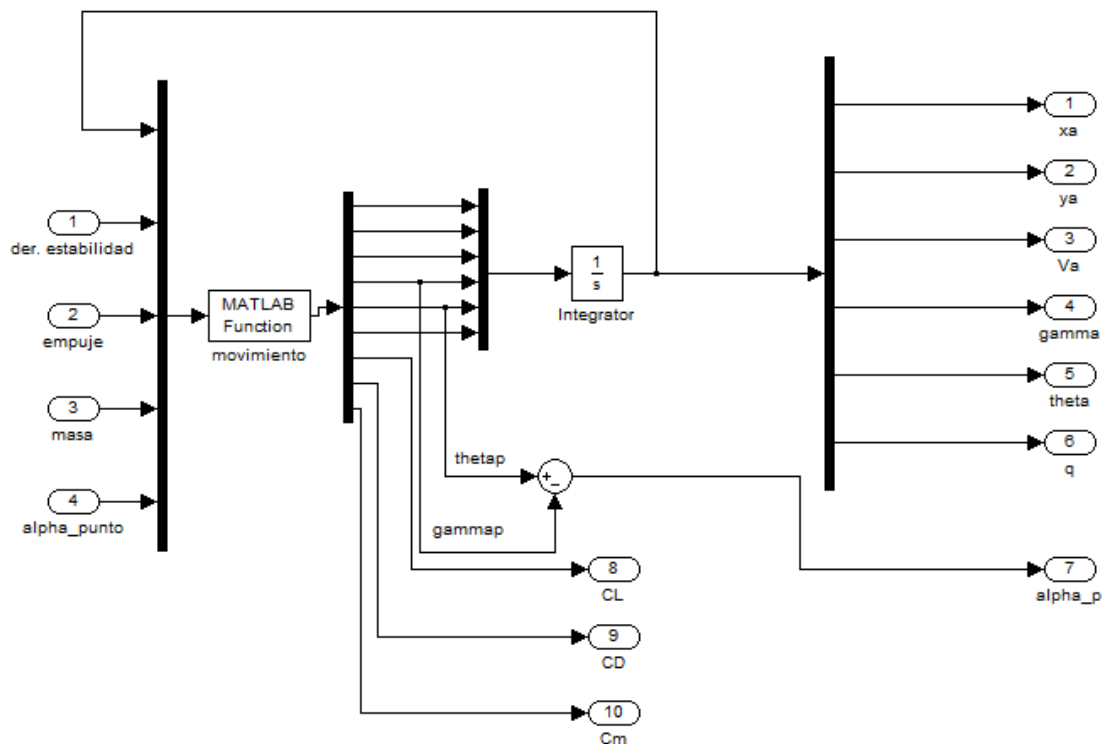


Figura 22: Contenido del bloque verde: Dinámica longitudinal (modelo 2)

Las variables de entrada del BLOQUE VERDE (véase *Figura 22*) son los coeficientes aerodinámicos, el empuje (que controla la velocidad) y el vector de estados del sistema.

El bloque de “Matlab Function” descrito con la etiqueta “movimiento” calcula las derivadas del vector de estado mediante las ecuaciones de la dinámica longitudinal del sistema y estas derivadas son integradas para obtener el vector de estado que realimenta uno de los “inputs” de este bloque.

Hay que hacer una pequeña diferenciación entre el BLOQUE VERDE que es alimentado por el modelo 1 para el cálculo de los coeficientes y el del modelo 2. La *Figura 22* representa bloque de la dinámica del avión que se alimenta del modelo 2 (cálculo de los coeficientes aerodinámicos usando la definición de las derivadas de estabilidad). Para el modelo 1 (coeficientes aerodinámicos obtenidos a partir de las gráficas, véase *Figura 23*) hay que proporcionar como variable de entrada, además de las mencionadas, el valor del  $\dot{\alpha}$ , ya que es necesario para calcular el coeficiente de momento  $C_m$  (véase *ecuación (6. 5)*).

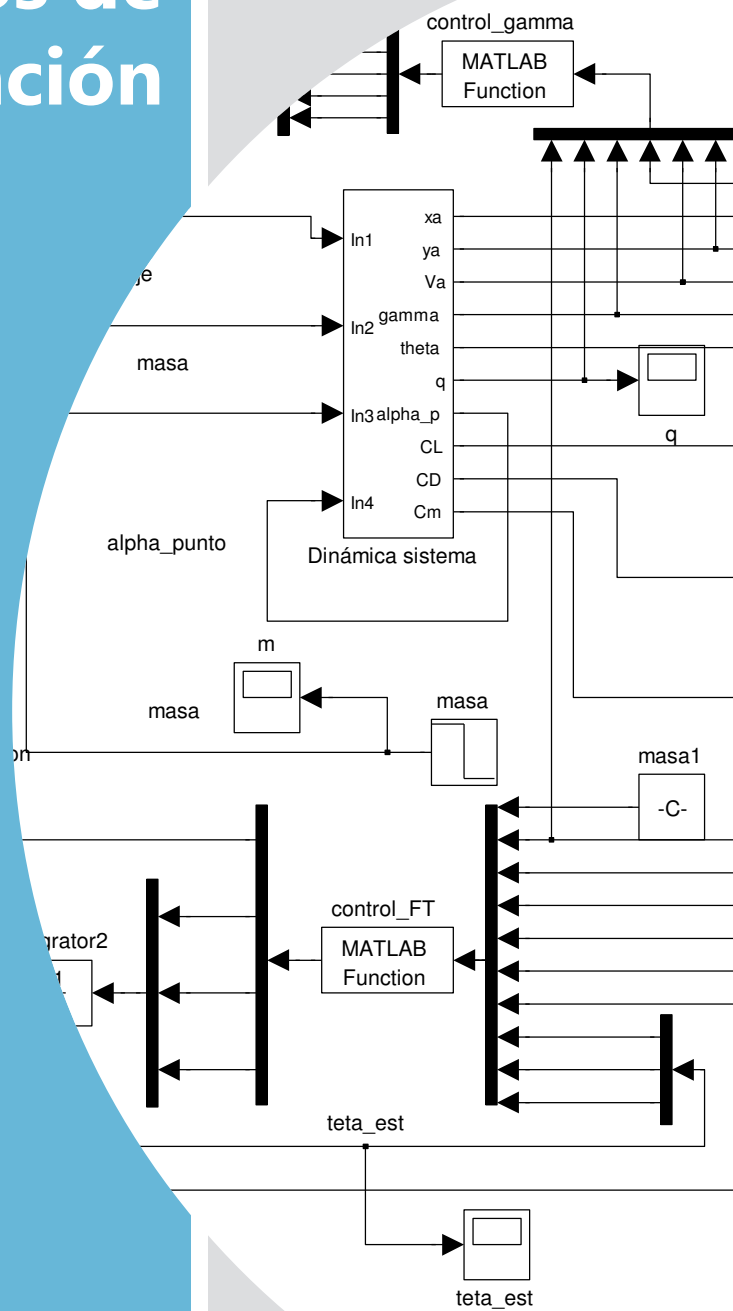


**Figura 23: Contenido del bloque verde: Dinámica longitudinal (modelo 1)**

Los códigos de Matlab del BLOQUE VERDE pueden verse en el Anexo 2 (*Capítulo 10*). La función ‘movimiento’ es usada con el modelo 1 de las derivadas de estabilidad, mientras que la función ‘movimiento\_mod’ es alimentada del modelo 2.

De las salidas del BLOQUE VERDE, el estado se usa para alimentar tanto el controlador de la velocidad aerodinámica del UAV (BLOQUE AZUL), como el controlador del ángulo de trayectoria (BLOQUE AMARILLO), ambos serán explicados más adelante.

# Resultados de simulación





## 7. Resultados de Simulación

En este apartado se van a implementar en Simulink los diferentes bloques explicados en el *Capítulo 6*. Se va a realizar un modelo para cada uno de los simuladores y se van a obtener la evolución de las variables de interés del problema. Cada simulador llevará implementado una combinación de controladores diferentes para el ángulo de trayectoria y para la velocidad, ya sean control tipo PID o bien control basado en las técnicas adaptativas desarrolladas en el *Capítulo 5*.

Este apartado se va a dividir en diferentes puntos, en los cuales a medida que se va avanzando se van a ir añadiendo mejoras en el control. De esta forma se va a seguir el mismo orden que se ha seguido durante estos meses en el desarrollo del proyecto, y así se va a poder ver de forma clara como ha ido evolucionando el controlador. Las primeras simulaciones que se han implementado hacen uso del primer modelo de derivadas de estabilidad descrito en el *Capítulo 6.2*, posteriormente se añadirá el modelo 2 que se ajusta más a la realidad del problema. Este primer modelo es equivalente a suponer que la masa que se deja caer no afecta a la posición del centro de gravedad de la aeronave y que por tanto, esto no influye al margen estático, del cual dependen algunas derivadas de estabilidad.

Para entender el problema de estudio, primero se va a hacer una simulación de lo que pasaría si se deja caer una masa y no hay ningún control que sea capaz de corregir la velocidad y el ángulo de trayectoria de la aeronave. Para ello, se calculará un punto de equilibrio en un crucero dado, para posteriormente dejar caer la carga desde este estado de equilibrio. Seguidamente, se irán introduciendo el control, partiendo de un control lineal sencillo hasta llegar a un control no lineal más sofisticado, basado, como ya se ha explicado en el *Capítulo 5*, en las funciones de Lyapunov.

### 7.1. Cálculo del crucero de equilibrio y suelta de la carga sin control

Como se ha comentado, primero se va a calcular un punto de equilibrio en crucero, para partir de esa condición inicial cuando se simule la suelta de la carga. Suponiendo que el avión vuela inicialmente a 3000 m. Se calcula el equilibrio del sistema para que vuele en crucero a una velocidad de 25 m/s. En este caso se ha tomado la masa total del sistema (aeronave + carga) de 33.186 kg, lo que equivale a una carga de 10 kg.

Se ha actuado sobre la deflexión del elevador, haciendo un control en el ángulo de trayectoria; y sobre el empuje, haciendo un control en la velocidad de vuelo. Para llegar al punto de equilibrio deseado se han ido modificando las condición inicial del estado

del sistema, de la cual parte el integrador de las ecuaciones del movimiento (*ecuaciones (4. 7)-(4. 10)*).

Para llegar al valor de equilibrio se han usado un control tipo PID para cada una de las variables que se quiere controlar, los parámetros calculados por prueba y error para los controles PIs son:

$$\text{Velocidad} \rightarrow P = 10; I = 1$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow P = 0.5; I = 0.1$$

Finalmente la condición inicial calculada, de la que hay que partir para poder alcanzar el crucero deseado es:

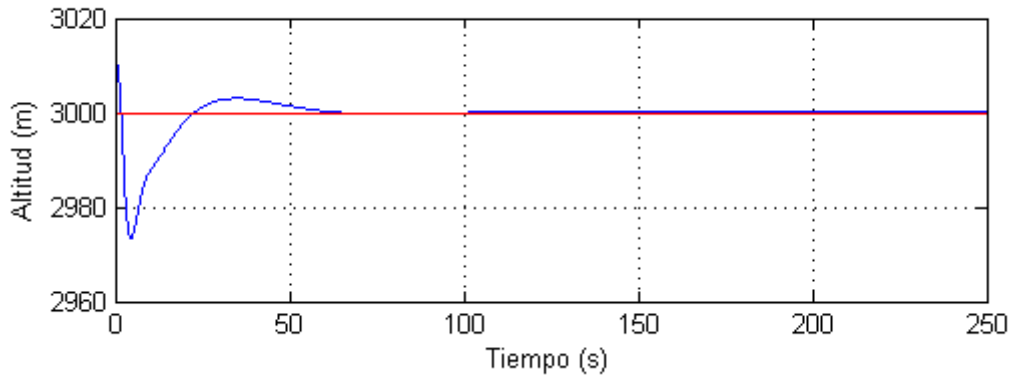
$$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3011.85, 0.1, 0, 0, 0]$$

Con ello se ha obtenido el siguiente punto de equilibrio:

$$F_T = 23.3592 \text{ N}; \delta_e = -9.9695^\circ$$

$$\alpha = 9.4191^\circ \rightarrow C_L = 1.0412 \quad C_D = 0.0746$$

La evolución de las variables de control y de las variables controladas es la que se muestra en las *Figura 24*, *Figura 25* y *Figura 26*; donde puede observarse que se alcanza el equilibrio en el crucero deseado. En todas las gráficas se observa que el equilibrio se alcanza tras unos 50 s. de simulación, no es demasiado rápida.



**Figura 24: Evolución de la altitud hasta alcanzar el crucero de equilibrio**

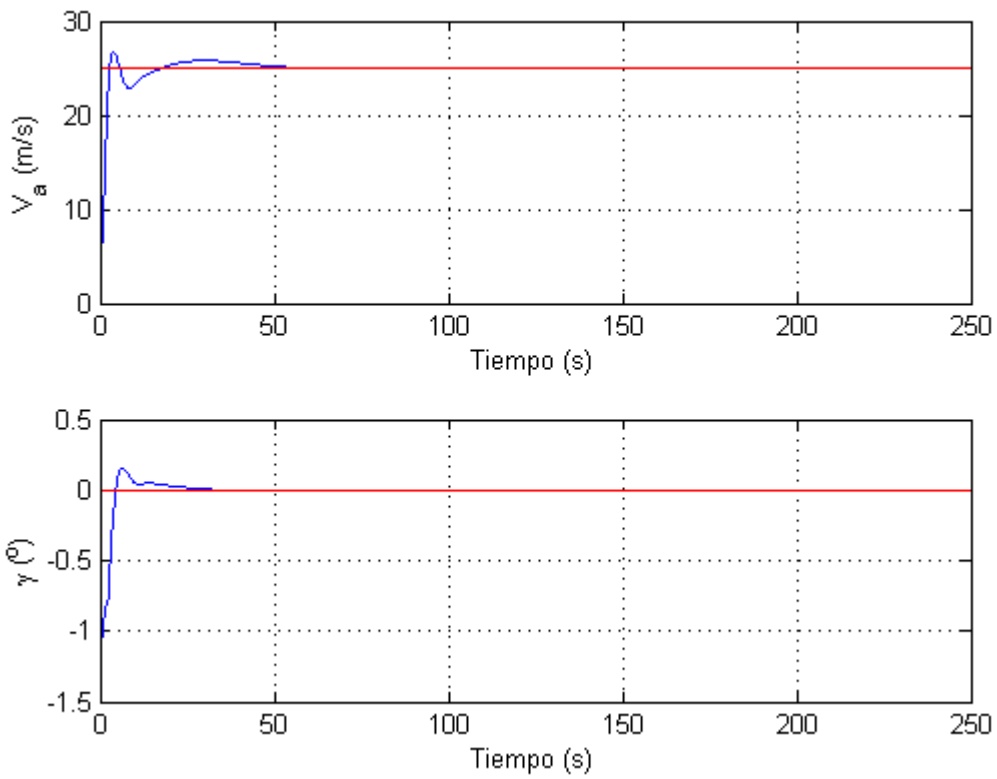


Figura 25: Evolución de las variables controladas hasta alcanzar el crucero de equilibrio

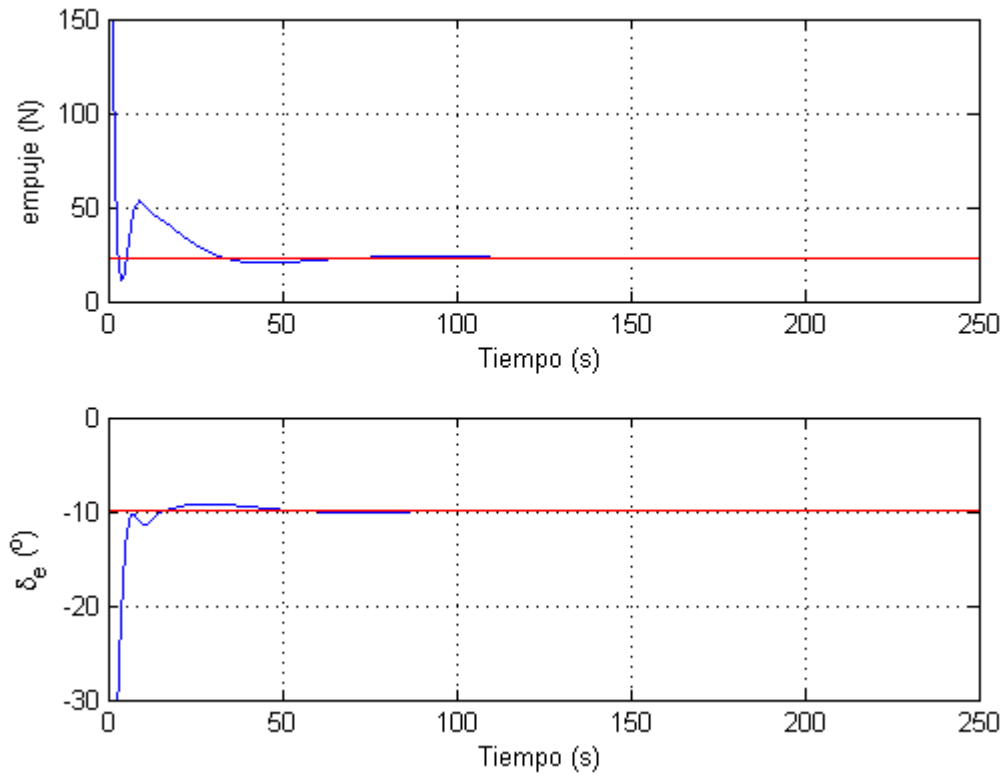
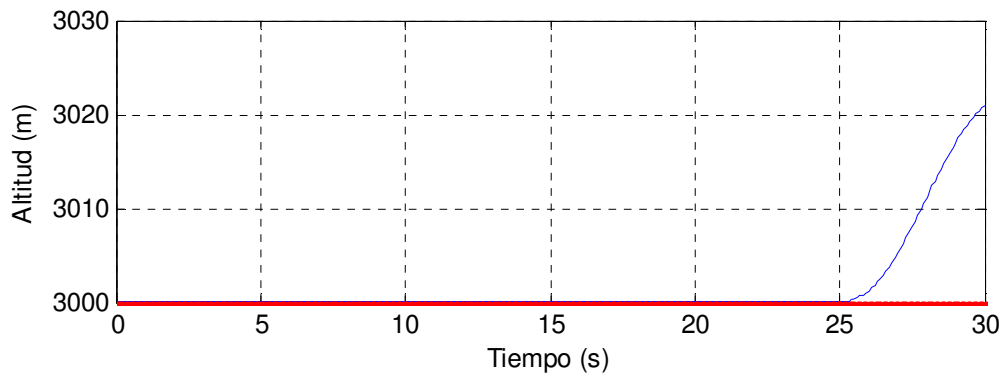


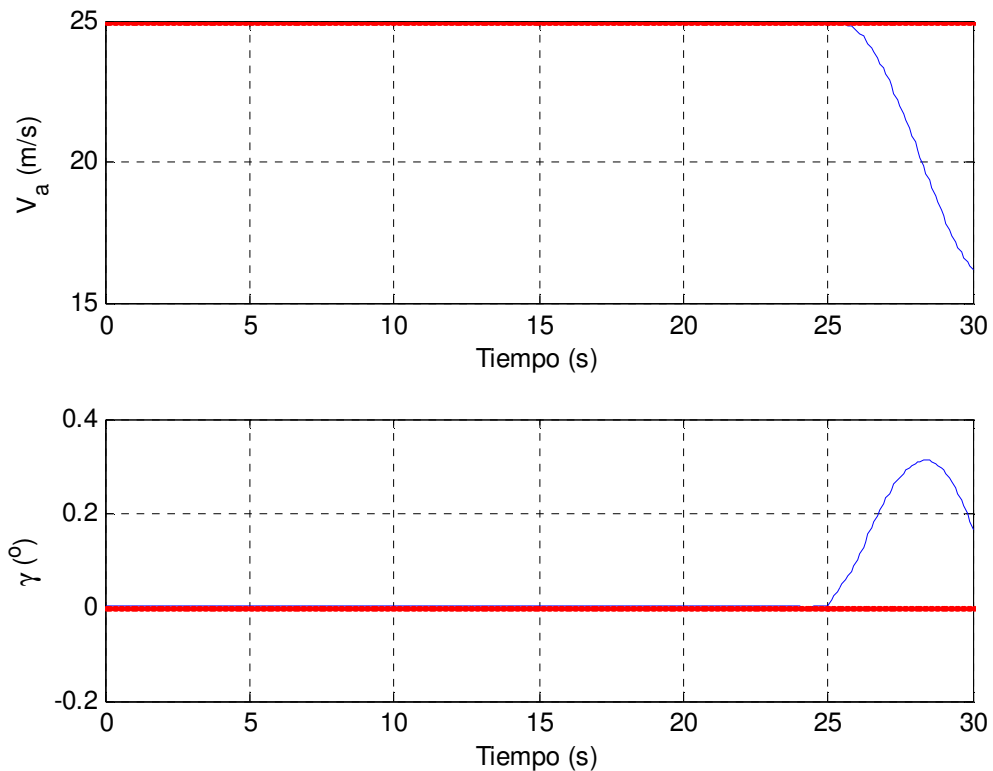
Figura 26: Evolución de las variables de control hasta alcanzar el crucero de equilibrio

Una vez estudiada la evolución del sistema hasta el equilibrio, se va a ver cuál es el efecto sobre la aeronave de soltar la carga. Simplemente, partiendo de la condición de equilibrio calculada del crucero anterior, en un determinado momento se simula la suelta de una carga de 10 kg.

Las siguientes figuras (*Figura 27*, *Figura 28* y *Figura 29*) muestran cómo evolucionan las variables tras la suelta de la carga y cuando no se aplica ninguna acción de control. Puede observarse en la *Figura 29* como el empuje y la deflexión del timón de profundidad permanecen constantes en el valor de equilibrio calculado anteriormente, dado que no se está ejerciendo ningún tipo de control.



**Figura 27: Evolución de la altitud en la suelta de la carga sin control**



**Figura 28: Evolución de las variables en la suelta de la carga sin control**

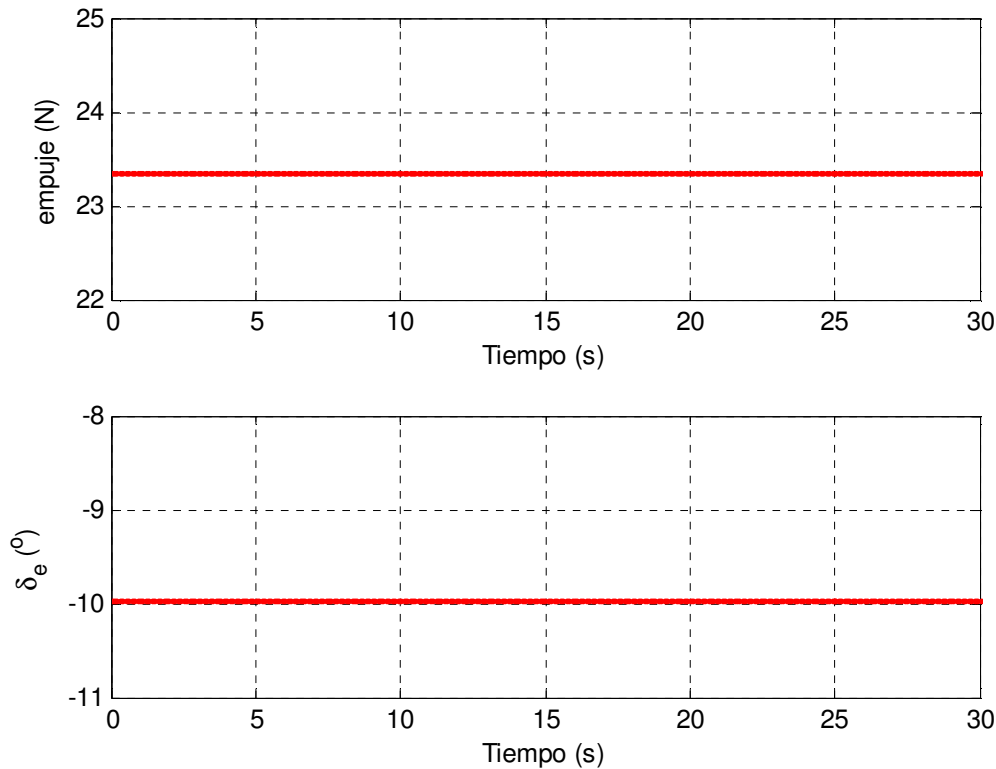


Figura 29: Variables de entrada en la simulación de la suelta sin control

Como ya se veía, cuando se simuló en el *Capítulo 4*, la suelta de la carga (que se da a los 25 s en este caso), le da un impulso al avión que provoca un ascenso del mismo, ya que la sustentación en el momento de la suelta es mayor que el peso de la aeronave (sin la carga). Por este motivo, el ángulo de trayectoria pasa de ser 0 en el crucero de equilibrio a ser positivo, lo cual significa que la aeronave asciende; y del mismo modo la altitud aumenta.

Por otro lado, para entender el comportamiento de la velocidad se va a hacer uso de la *ecuación (4. 7)*:

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{m_a} (-D + F_T \cos \alpha - mg \sin \gamma)$$

En esta ecuación, asumiendo que la resistencia (D) permanece prácticamente constante en el momento de la suelta:

-Al no haber ningún tipo de control, el empuje permanece constante.

-El ángulo de ataque está definido como la diferencia entre  $\theta - \gamma$ . Por un lado, la derivada temporal  $\theta$  es igual a  $q$  y como  $q$  varía muy poco, también lo hará el ángulo de cabeceo  $\theta$ . Por este motivo, al aumentar el ángulo de trayectoria, el ángulo de ataque disminuye.

En definitiva, el resultado de estos dos efectos es que la velocidad disminuye, ya que el término del empuje disminuye y el del peso aumenta.

## 7.2. Control lineal para la velocidad y el ángulo de trayectoria

Para implementar el control en el problema, en primer lugar, se va a partir de un caso sencillo, usando un **control lineal**, modelado como un PID, tanto para la velocidad como para el ángulo de ataque. Esto servirá para destacar las mejoras que supone un control no lineal en este tipo de problemas, ya que se adaptan más a la no linealidad del problema real.

Los valores de los parámetros de control en este caso son:

$$\text{Velocidad} \rightarrow P = 100; I = 10$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow P = 1; I = 0.8$$

Hay que hacer hincapié en la dificultad que ha surgido a la hora de sintonizar ambos PIs, ya que se acoplaban entre ellos y no se conseguía tender a la referencia deseada. Resultó relativamente fácil conseguir que la velocidad tendiera al valor de referencia deseado, pero fue complicado encontrar los parámetros de control de ambos controladores para que tanto la velocidad como el ángulo de trayectoria tendieran al valor deseado. Una vez sintonizado el PI para el control de la velocidad, era necesario ir modificando estos parámetros y los parámetros del controlador del ángulo de trayectoria para que este último tendiera también a su referencia.

Se va a simular en este caso el control para que tienda a un valor de referencia tanto de velocidad como de ángulo de trayectoria y obviando la pérdida de la masa, sólo para ver cómo se comporta un control sencillo lineal. Los valores de referencia dados son:

$$V_{ref} = 20 \frac{m}{s} ; \gamma_{ref} = 15^\circ$$

Puede observarse en la *Figura 30* que el control lineal es suficiente para que la velocidad tienda sin dificultad al valor de referencia exacto, sin embargo, no es capaz de conseguir que el ángulo de trayectoria alcance un régimen permanente en el valor de referencia dado de  $15^\circ$ , aunque si llega muy cerca (14.98). Esta dificultad puede verse en el comportamiento de la deflexión del timón de dirección, ya que tiene una tendencia decreciente y no llega a alcanzar un régimen permanente (véase *Figura 31*).

Dado que el ángulo de trayectoria no llega a estabilizarse en el valor de referencia, si le damos un tiempo de simulación mayor, al no equilibrarse del todo el ángulo de trayectoria, llega un momento en que la velocidad comienza alejarse del valor de deseado y en ese momento el control deja de ser eficaz. Esto se debe fundamentalmente al fuerte acoplamiento que existe entre todas las variables de estado, como puede observarse en el conjunto de ecuaciones de la dinámica del problema (véase el conjunto de ecuaciones (4. 7)-(4. 10)).

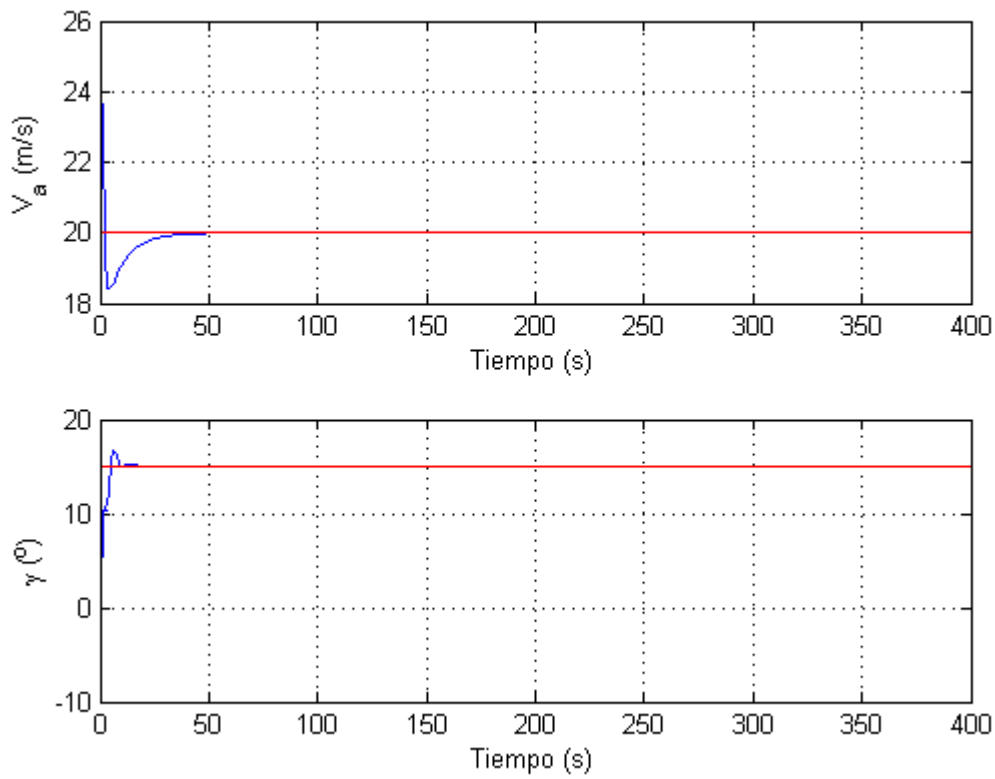


Figura 30: Evolución de la Velocidad y ángulo de trayectoria usando un control lineal

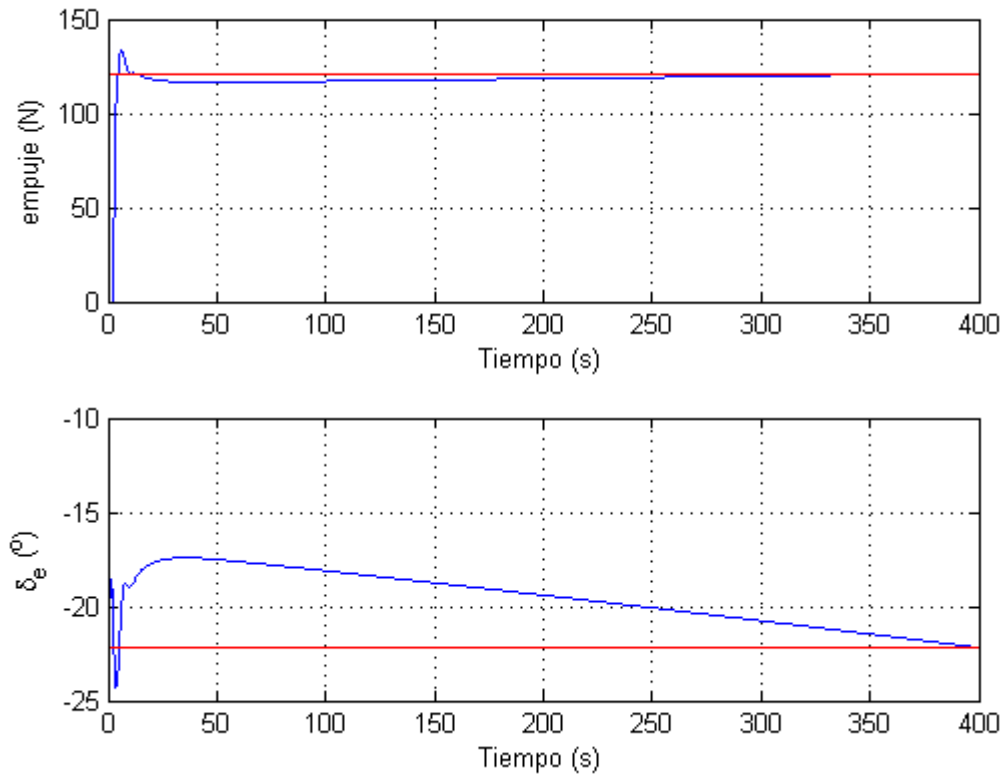


Figura 31: Evolución de las variables de control sin simular la suelta de carga

A continuación se implementa el mismo caso pero con pérdida de carga; estos son los resultados de la simulación:

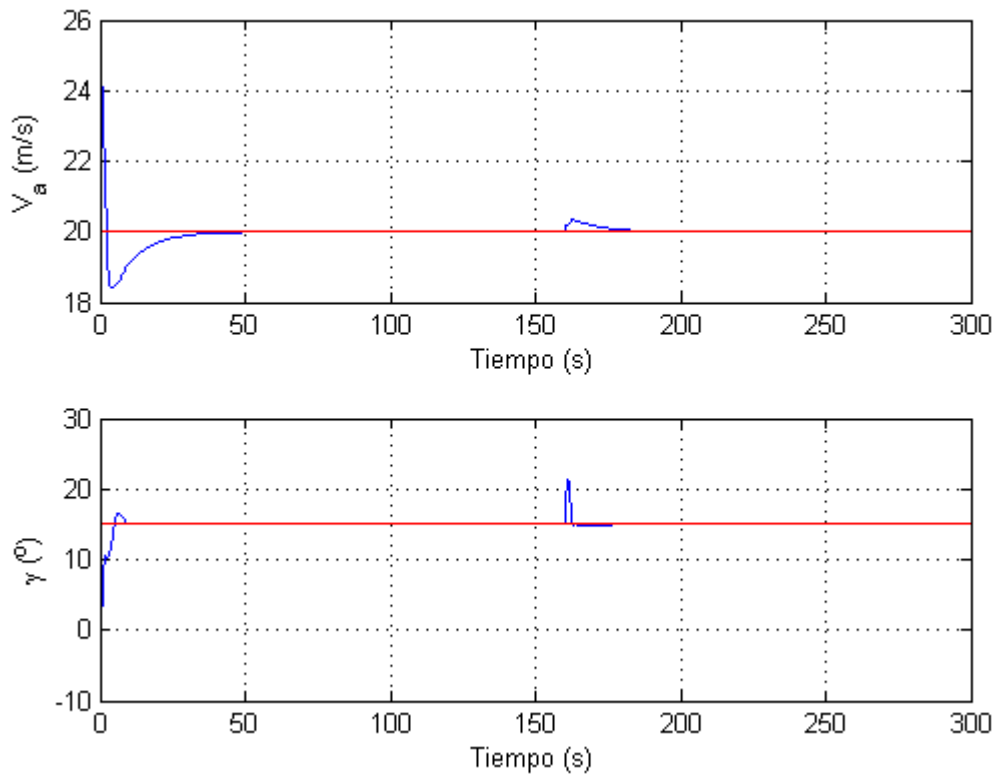


Figura 32: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria cuando se suelta la carga (control lineal)

La velocidad, como puede observarse en la *Figura 32*, se ve muy poco perturbada ante la suelta de la carga, apenas varía 0.5 m/s. Todo lo contrario ocurre para el ángulo de trayectoria que sufre un fuerte incremento de unos  $10^\circ$  en el momento de la pérdida de la carga.

La variación que sufren las variables de control para conseguir alcanzar las referencias dadas es la que se muestra en la *Figura 33*; donde puede contemplarse que el empuje sufre una saturación en su nivel mínimo (0 N) al inicio de la simulación (véase también la *Figura 34*). En cambio, la deflexión del timón de profundidad no llega a saturar, por este motivo coinciden las curvas de la segunda gráfica mostrada en la *Figura 33*.



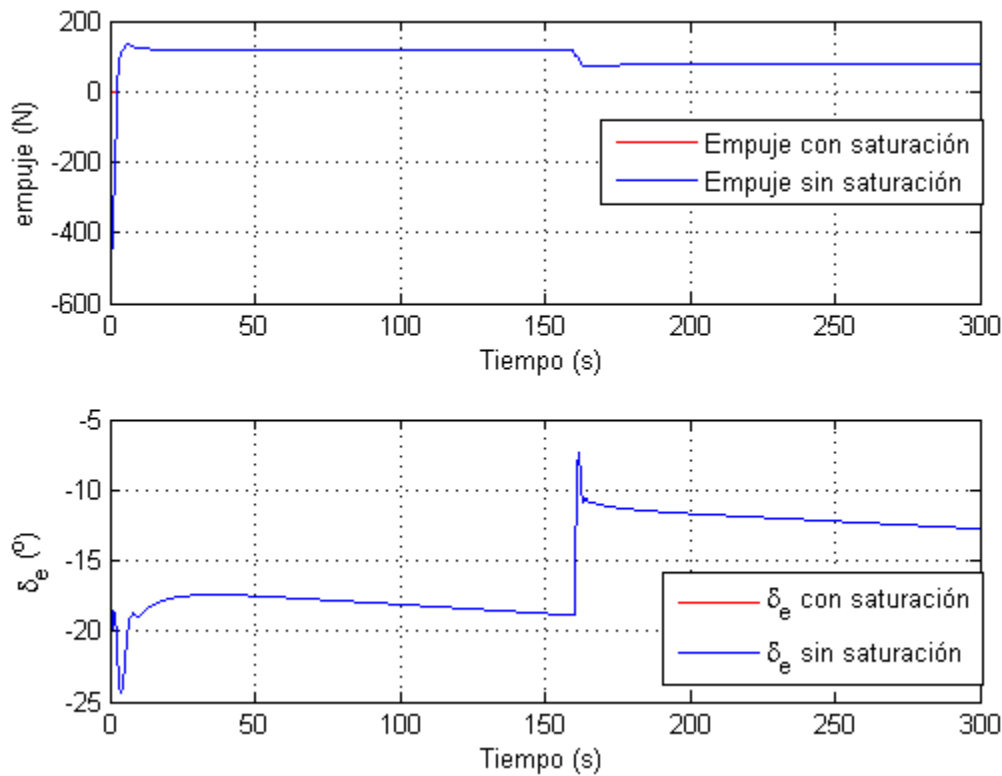


Figura 33: Evolución de las variables de control cuando se suelta la carga (control lineal)

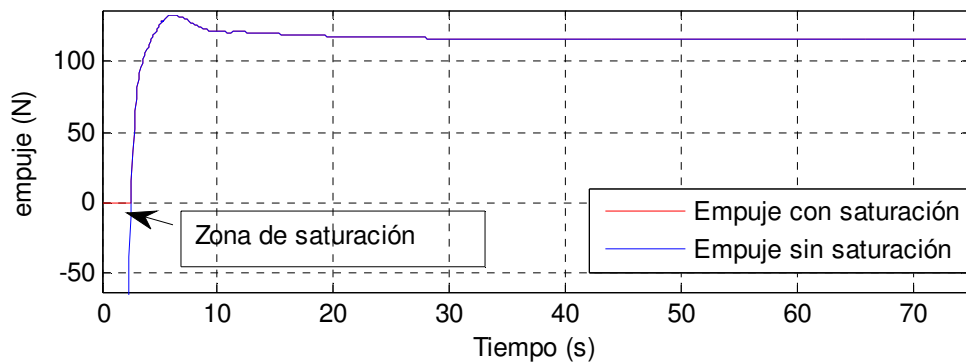


Figura 34: Detalle ampliado de la zona de saturación del empuje (control lineal)

Tras la simulación, haciendo uso de un control puramente lineal, se ha detectado que el ángulo de trayectoria necesita un control más sofisticado para poder alcanzar la referencia de forma exacta. Por este motivo, la siguiente mejora que se va a introducir es combinar un control lineal en la velocidad (PID) y un control no lineal en el ángulo de trayectoria.

Ates de introducir el siguiente tipo de control, se van a simular varias condiciones más, modificando la velocidad y el ángulo de trayectoria de referencia y por último la masa. Con esto se tendrá una visión completa de la eficacia del control.

**-Condición 2:**  $V_{ref} = 30 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = 15^\circ$

Los parámetros del controlador son:

*Velocidad*  $\rightarrow P = 100; I = 10$

*Ángulo de trayectoria*  $\rightarrow P = 1; I = 0.8$

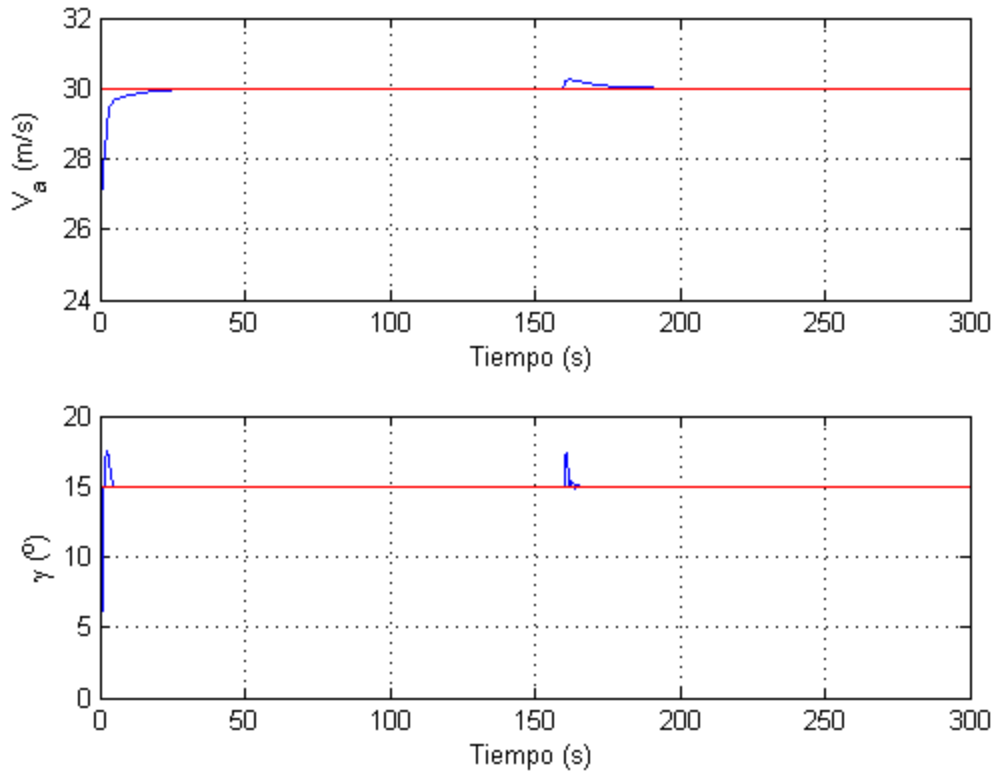


Figura 35: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 2

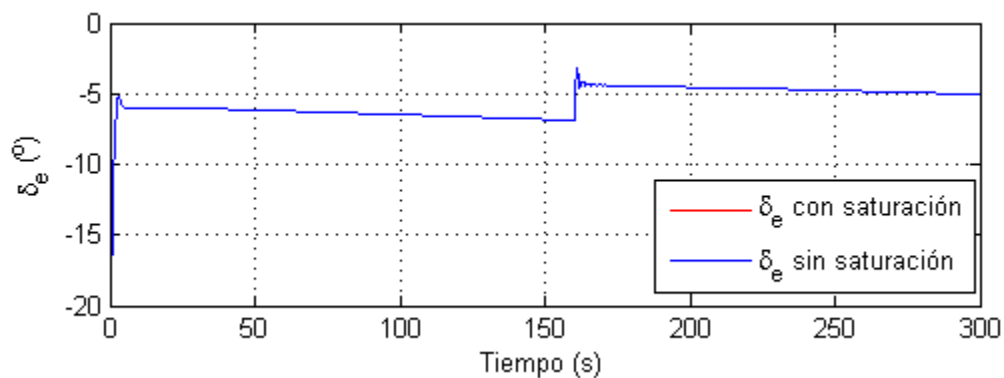


Figura 36: Evolución de la deflexión (control lineal). Simulación 2

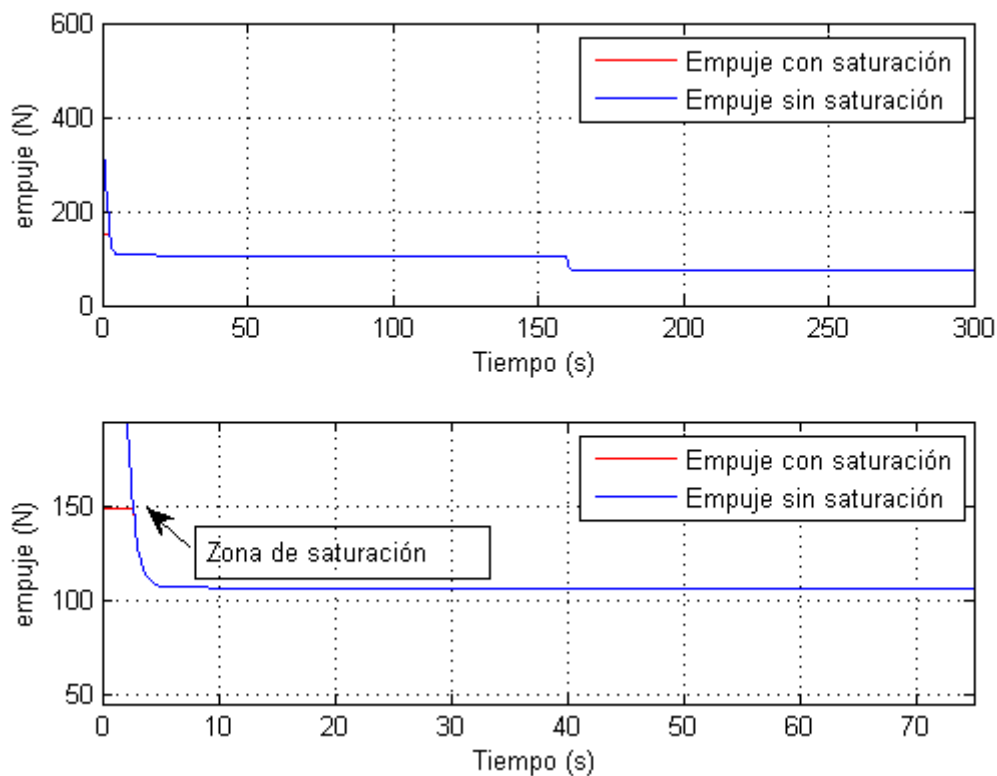


Figura 37: Evolución del empuje (control lineal). Simulación 2

La evolución de las variables controladas es muy parecida al caso anterior y las variaciones en el momento de la suelta son del mismo orden (véase *Figura 35*). Por otro lado, en la *Figura 37*, se vuelve a observar una saturación del empuje al inicio de la simulación. En cambio, la *Figura 36* muestra que no se produce saturación en la deflexión del timón de profundidad.

**-Condición 3:**  $V_{ref} = 20 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = -2.5^\circ$

Los parámetros del controlador son:

$$Velocidad \rightarrow P = 200; I = 10$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow P = 1; I = 1.1$$

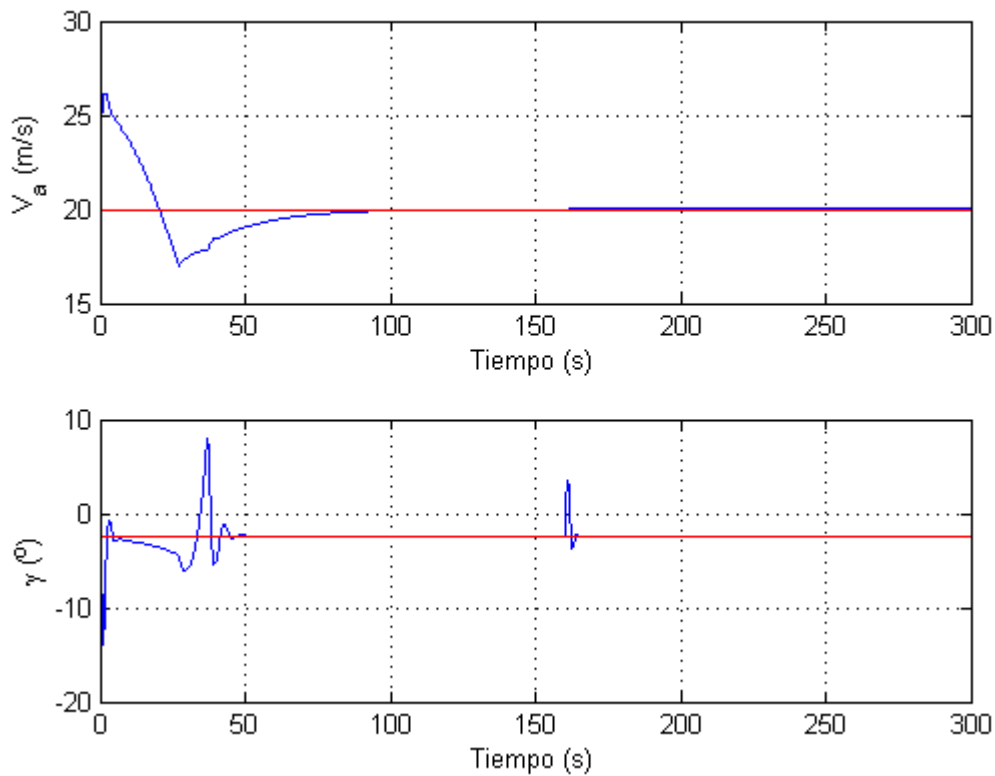


Figura 38: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 3

En la *Figura 38*, puede observarse una oscilación importante en el ángulo de trayectoria al inicio de la simulación. Esto está provocado por el hecho de que la deflexión del timón de profundidad se satura al inicio y no permite que el ángulo de trayectoria tienda rápidamente al valor deseado, lo cual afecta a su comportamiento (véase *Figura 39*). Además puede observarse que el empuje también satura al inicio de la simulación. Ambas saturaciones se producen en los límites inferiores, ya que para llegar de las condiciones iniciales (calculadas en el *Capítulo 7.1*) a la referencia hay que reducir tanto el valor de la velocidad como el del ángulo de trayectoria.

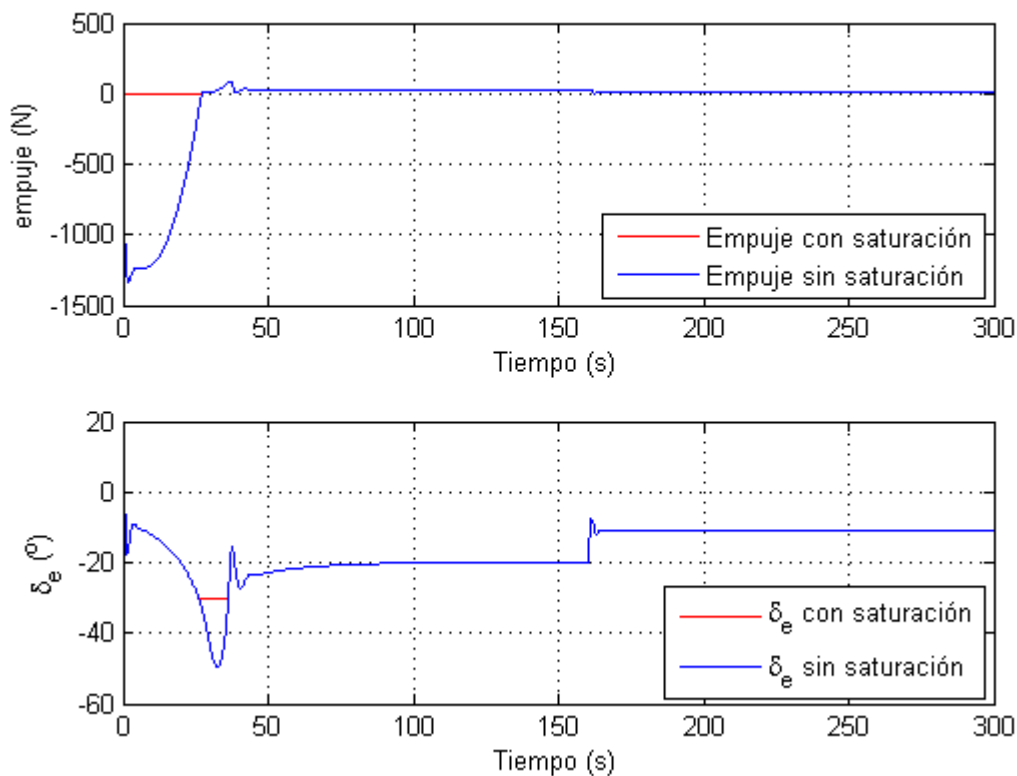


Figura 39: Evolución de las variables de control (control lineal). Simulación 3

**-Condición 4:**  $V_{ref} = 20 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = 15^{\circ}$  y  $m_{carga} = 17 \text{ kg}$

En este caso, como se ha incrementado la masa de la carga, hay que volver a calcular el punto de cruce de equilibrio.

Los parámetros del controlador para conseguir el equilibrio son:

$$\text{Velocidad} \rightarrow P = 100; I = 20$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow P = 0.8; I = 0.01$$

En este punto, aparece un problema con la saturación del empuje en el límite superior (véase *Figura 41*), el cual está establecido en 150 N. Como se ha incrementado la carga, la aeronave necesita un mayor empuje para alcanzar la condición de equilibrio dada y al estar el empuje limitado por una cota máxima, no es posible alcanzar la situación de equilibrio sino se aumenta este límite. De igual modo, la deflexión del timón de profundidad se satura en su cota inferior de  $-30^{\circ}$  (véase *Figura 41*). Con todo ello, en la *Figura 40* puede verse como se produce una fuerte oscilación en la velocidad y en el ángulo de trayectoria y no se consigue alcanzar el equilibrio.

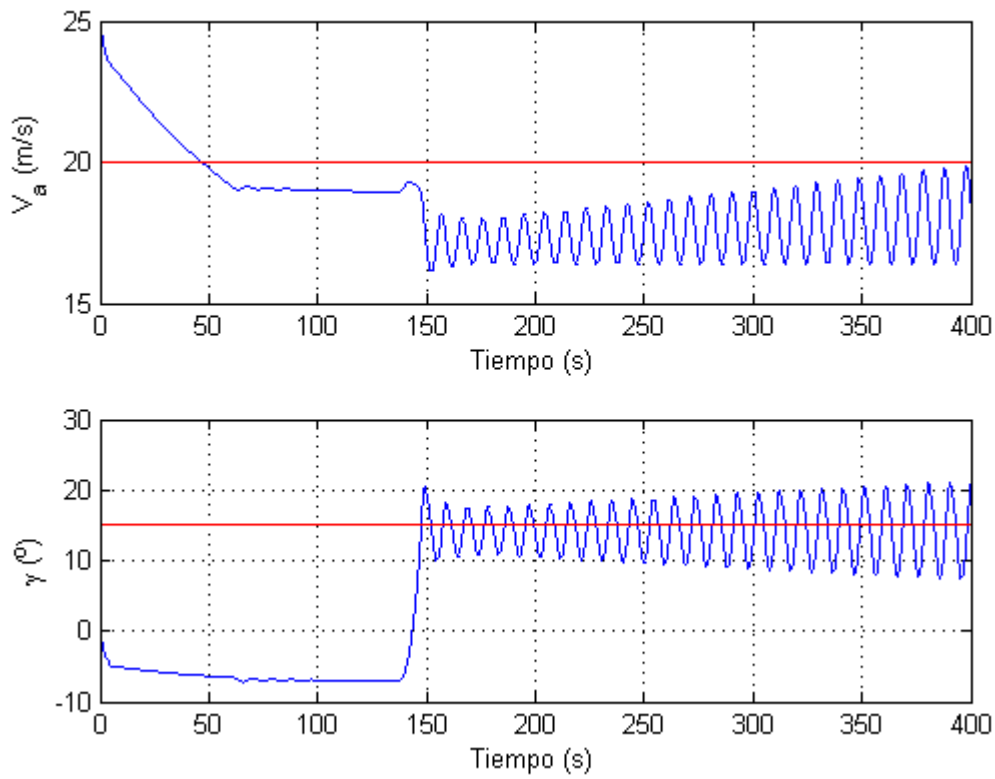


Figura 40: Evolución de la velocidad y ángulo de trayectoria (control lineal). Simulación 4

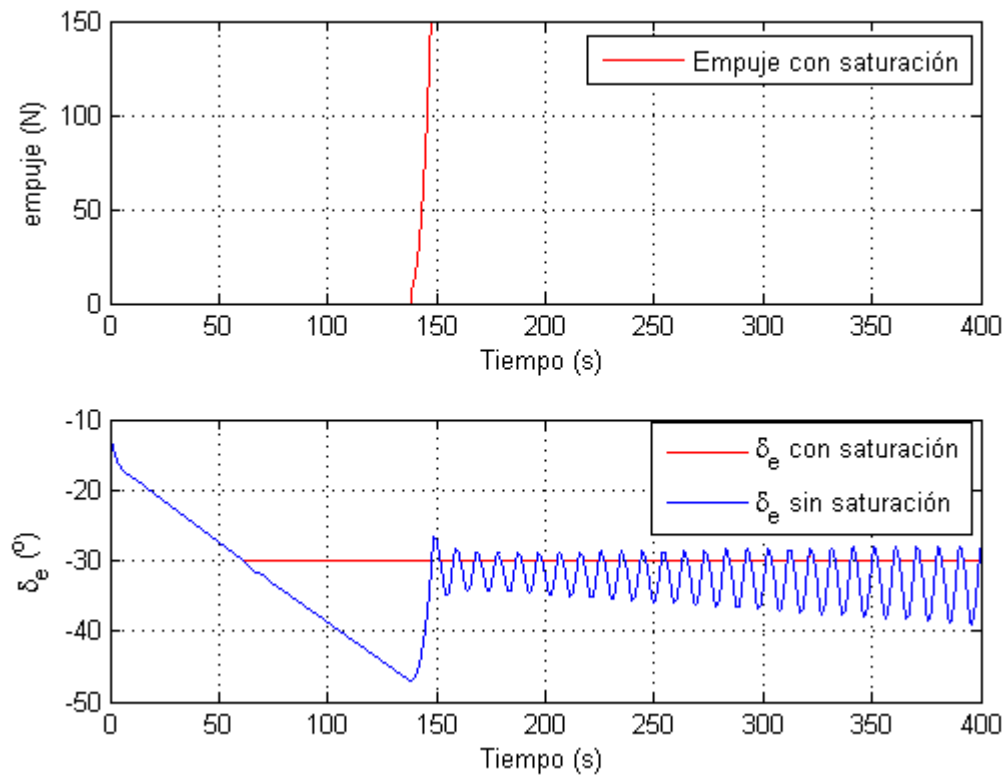


Figura 41: Evolución de las variables de control (control lineal). Simulación 4

**-Condición 5:  $V_{ref} = 20 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = -5^\circ$  y  $m_{carga} = 10 \text{ kg}$**

En este caso, si se intenta simular para que la aeronave alcance esta condición de referencia, se observa que no es posible, ya que con esta condición se ha comprobado que se necesitaría un valor de empuje negativo para hacer que las *ecuaciones* (4. 7) y (4. 8) sean iguales a 0 y se alcance el equilibrio.

### **7.3. Control lineal para velocidad y no lineal para el ángulo de trayectoria**

En este apartado se va a seguir usando un PID sencillo para el control de la velocidad a través del empuje, y para el ángulo de trayectoria se va a introducir el control no lineal basado en funciones de Lyapunov que se desarrolló en el *Capítulo 5.5*.

En este caso, puede observarse que el control no lineal consigue que el ángulo de trayectoria se adapte perfectamente al valor de referencia dado, y además la pérdida de masa afecta menos a la variación en grados que se produce en el momento de la suelta de la carga (véase *Figura 43*: Evolución del ángulo de trayectoria con control no lineal. En la *Figura 44* puede observarse como efectivamente, la deflexión del ángulo de trayectoria llega a alcanzar un régimen permanente.

Además se observa que es un control rápido, ya que en apenas 10 segundos, el ángulo de trayectoria es capaz de alcanzar la referencia dada; sin embargo, la *Figura 42* muestra que la velocidad necesita un poco más de tiempo para alcanzar el valor deseado. En definitiva, la simulación es más rápida que en el caso anterior.

Para las variables de entrada, mostradas en la *Figura 44*, puede observarse como ambos se saturan al inicio de la simulación, ya que tienden a tener valores muy negativos que sobrepasan los límites reales de la aeronave. Además la evolución de las variables de control es suave y no se producen saltos bruscos para conseguir que las variables alcancen el valor de referencia dado.

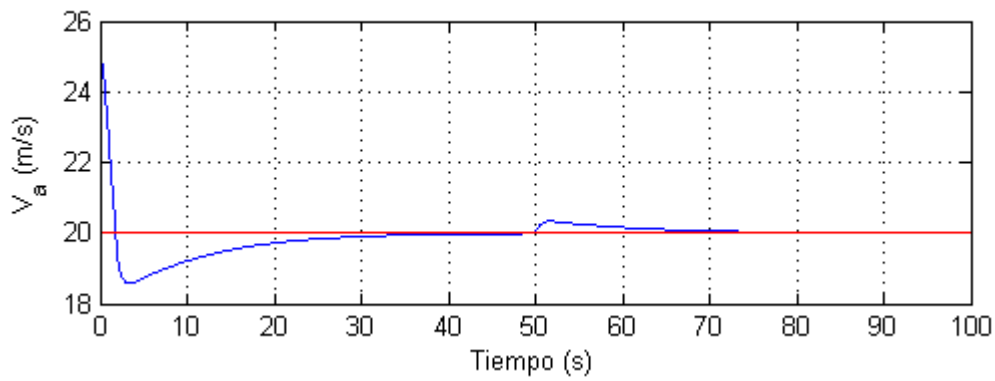


Figura 42: Evolución de la velocidad con control no lineal para el ángulo de trayectoria

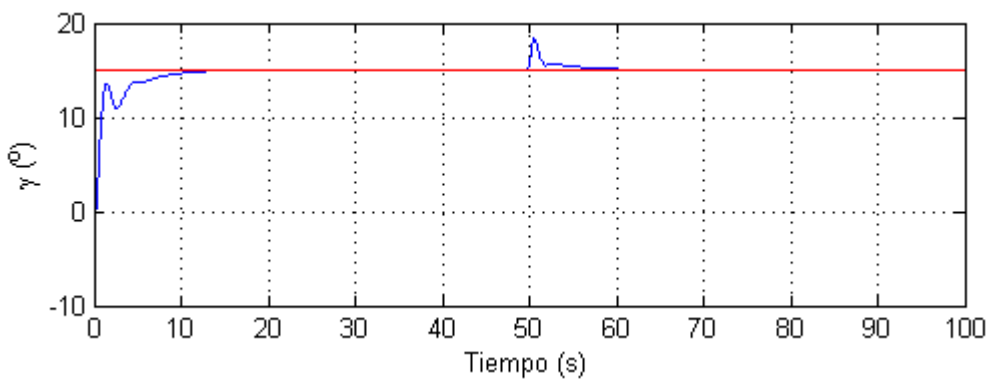


Figura 43: Evolución del ángulo de trayectoria con control no lineal

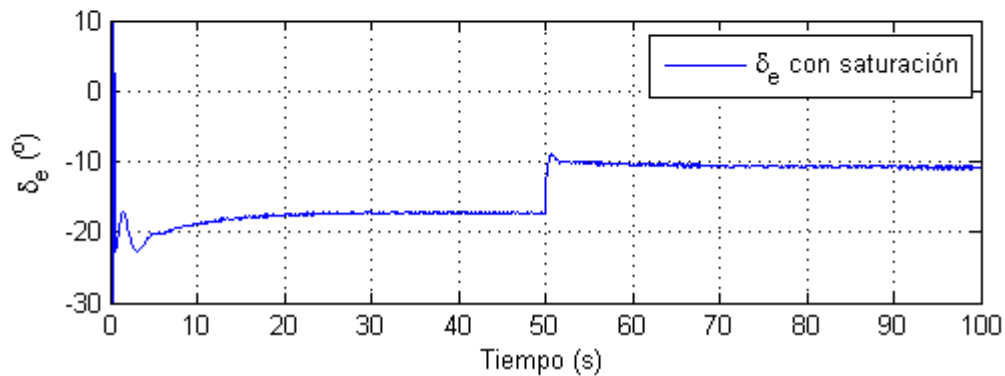
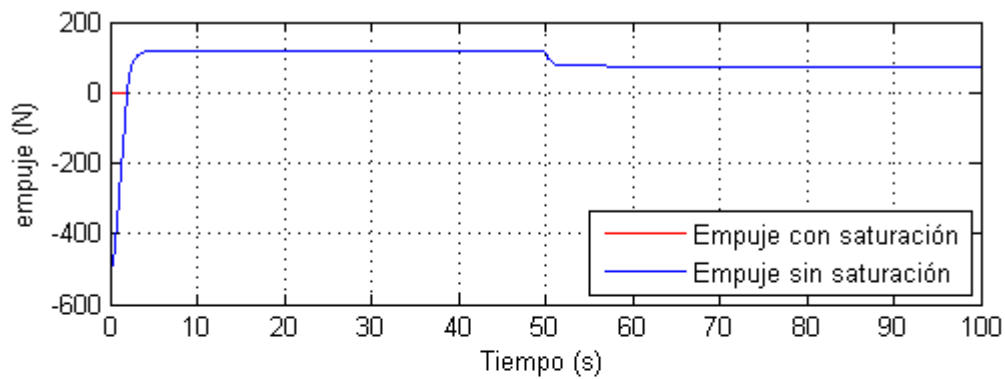


Figura 44: Evolución de las variables de entrada con control no lineal para el ángulo de trayectoria



Para esta simulación los parámetros de los controladores son:

$$\text{Velocidad} \rightarrow P = 100; I = 10$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow k = 1; c_1 = 1$$

$$\Gamma_\gamma = 0.5 \cdot [1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 20]$$

Y para los parámetros de estimación usados en el control del ángulo de trayectoria, la condición de inicial que se ha tomado es la siguiente, la cual se ha obtenido con ayuda del artículo de ( Gavilán, Vázquez, & Acosta, 2011a).

$$\hat{\theta}_\gamma(0) = [0.5, 0.5, 15, -0.3]$$

Una vez definido el control y realizada la simulación, para ver cómo se comporta este tipo de control se van a simular a continuación varias condiciones de referencia distintas.

**-Condición 2:**  $V_{ref} = 30 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = 15^\circ$

Los parámetros del controlador son los mismos que para el primer caso simulado. La evolución de las variables controladas mostrada en la *Figura 45* es muy similar a la de la simulación anterior. En la *Figura 46* y la *Figura 47* puede verse como tanto el empuje como la deflexión del timón de profundidad saturan en su límite inferior.

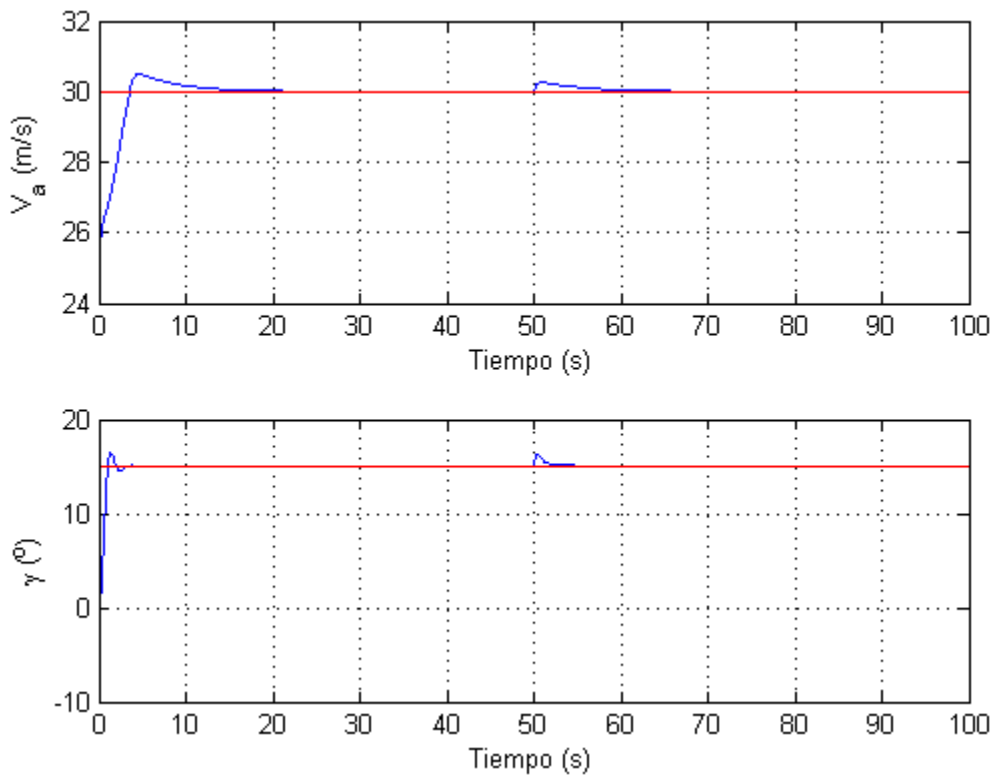


Figura 45: Evolución de las variables controladas (control no lineal para el ángulo de trayectoria).  
Simulación 2

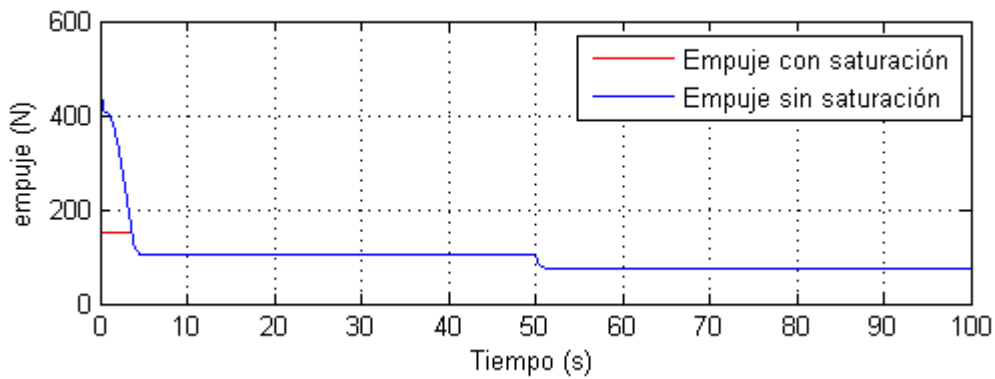


Figura 46: Evolución del empuje (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 2

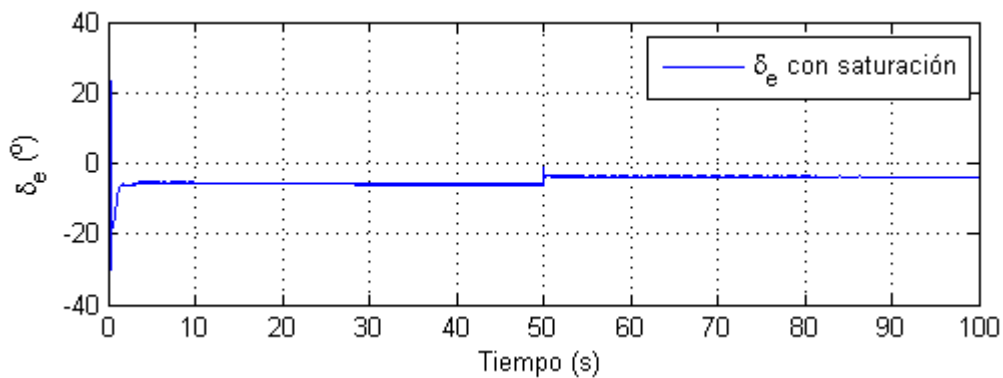


Figura 47: Evolución de la deflexión (control no lineal para el ángulo de trayectoria). Simulación 2

**-Condición 3:**  $V_{ref} = 20 \frac{m}{s}$ ;  $\gamma_{ref} = -2.5^\circ$

Los parámetros del controlador vuelven a ser los mismos para este caso.

La *Figura 49* muestra un tramo bastante importante de la simulación donde el empuje y la deflexión del timón de profundidad se encuentran en saturación, esto se debe a que se le está pidiendo que se estabilice en torno a un valor del ángulo de trayectoria negativo. Por este motivo, se observa en la *Figura 48* que al controlador le cuesta llevar el ángulo de trayectoria a la referencia dada.

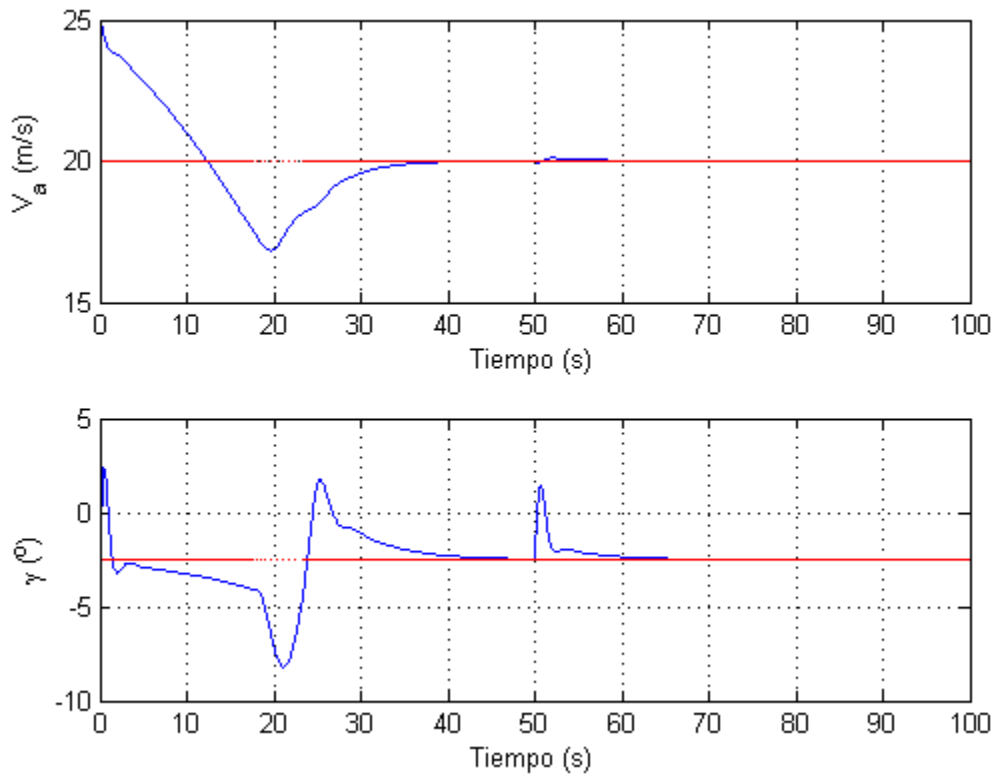


Figura 48: Evolución de las variables controladas (control no lineal para el ángulo de trayectoria).  
Simulación 3

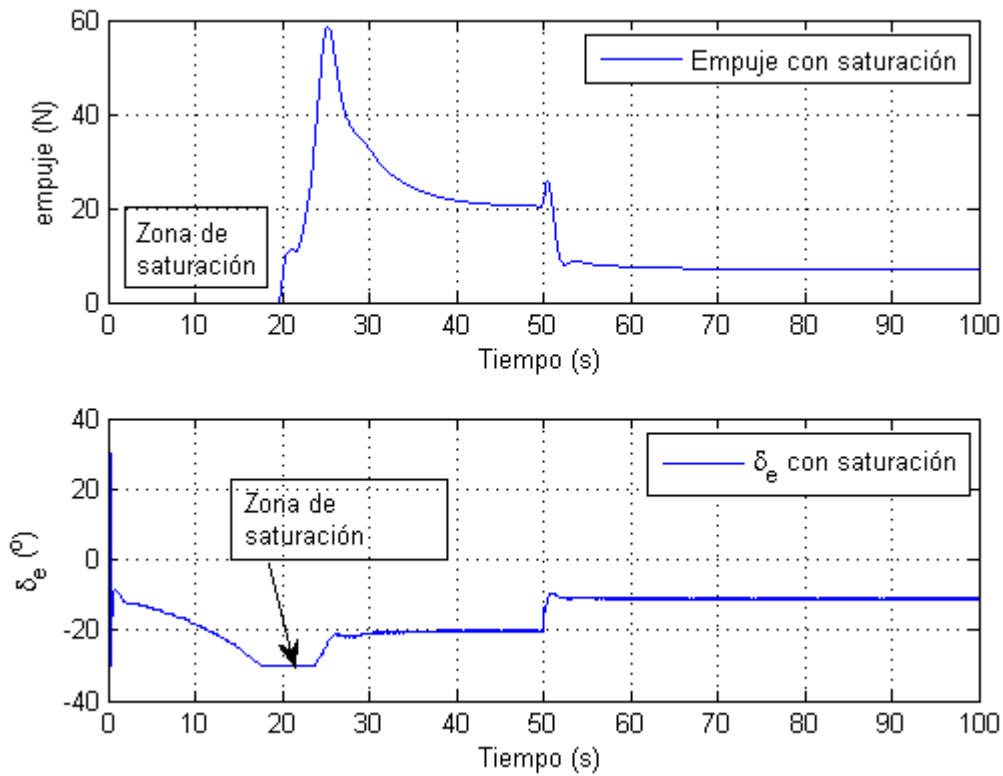


Figura 49: Evolución de las variables de entrada (control no lineal para el ángulo de trayectoria).  
Simulación 3

## 7.4. Control no lineal para velocidad y ángulo de trayectoria

En las simulaciones que siguen, se va a mantener el control descrito para el ángulo de trayectoria en el *Capítulo 5.5*. Para la velocidad, se van a ir probando los distintos controles no lineales que se han desarrollado a lo largo del *Capítulo 5*, para ir viendo las diferencias que existen entre ellos.

### Control no lineal con el modelo 1 de derivadas de estabilidad

Se va a comenzar simulando la pérdida de carga cuando usando el simulador basado en el primer modelo de derivadas de estabilidad propuesto en el *Capítulo 6.2*.

En primer lugar se va a observar el comportamiento de la aeronave cuando se usa para la velocidad la **ley de control 1** desarrollada anteriormente en el *Capítulo 5.1*, donde el control no estima el valor de la masa, sino que toma la masa como una constante dada.

Puede observarse como la mejora es considerable respecto al control lineal en la velocidad, esta tiende ahora al valor deseado en apenas unos 5s. Por otro lado, este control absorbe bien el cambio de masa de la aeronave en el momento que se deja caer la carga (50s), ya que como puede verse en la *Figura 50* apenas se ve perturbada.

Por otro lado, al tratarse de un control más exigente, las variables de entrada sufren una notable variación en el momento de la suelta, para corregir rápidamente las perturbaciones que la pérdida de masa pueda provocar en el UAV. Ambas saturan al inicio de la simulación, ya que tienden a valores demasiados negativos (véase *Figura 51*).

En cuanto a la deflexión del timón de profundidad se observa un poco de ruido el cual podría amortiguarse mediante el uso de un filtro de primer orden.

Para esta simulación los parámetros de los controladores son los mismos que en el apartado anterior para el ángulo de trayectoria; y para la velocidad:

$$\text{Velocidad} \rightarrow k_v = 40$$

$$\Gamma_v = 0.5 \cdot [1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

Por otro lado, las condiciones iniciales de los parámetros estimados para la velocidad:

$$\hat{\theta}_v(0) = [0, 0, 0.05]$$

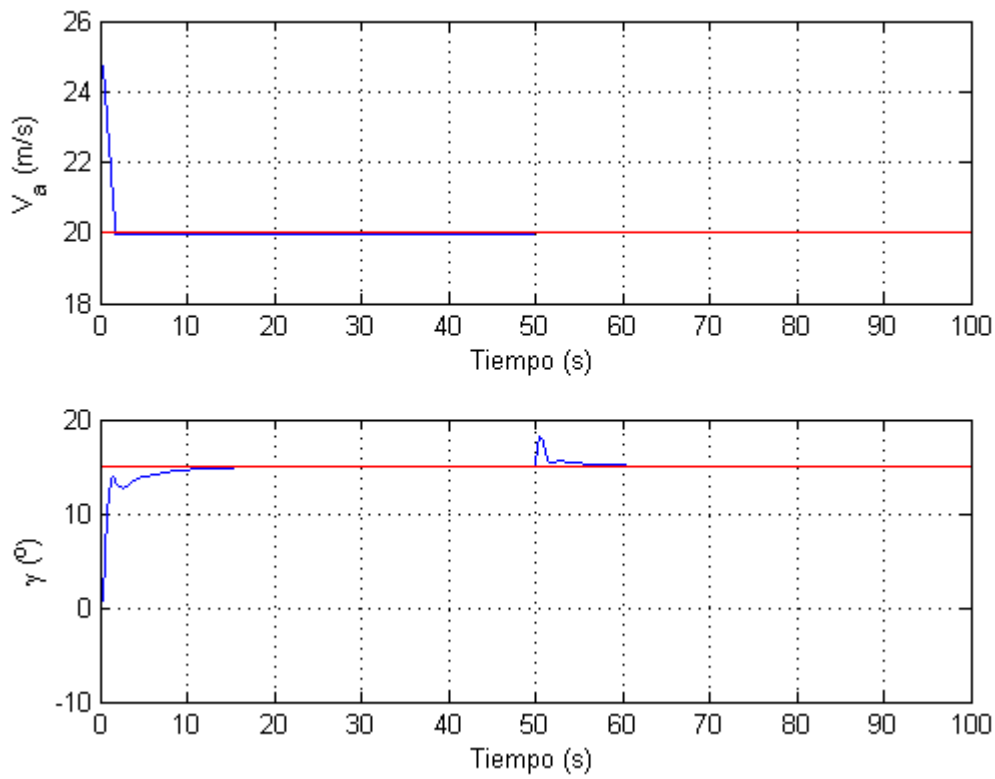


Figura 50: Evolución de las variables con control no lineal (ley de control 1)

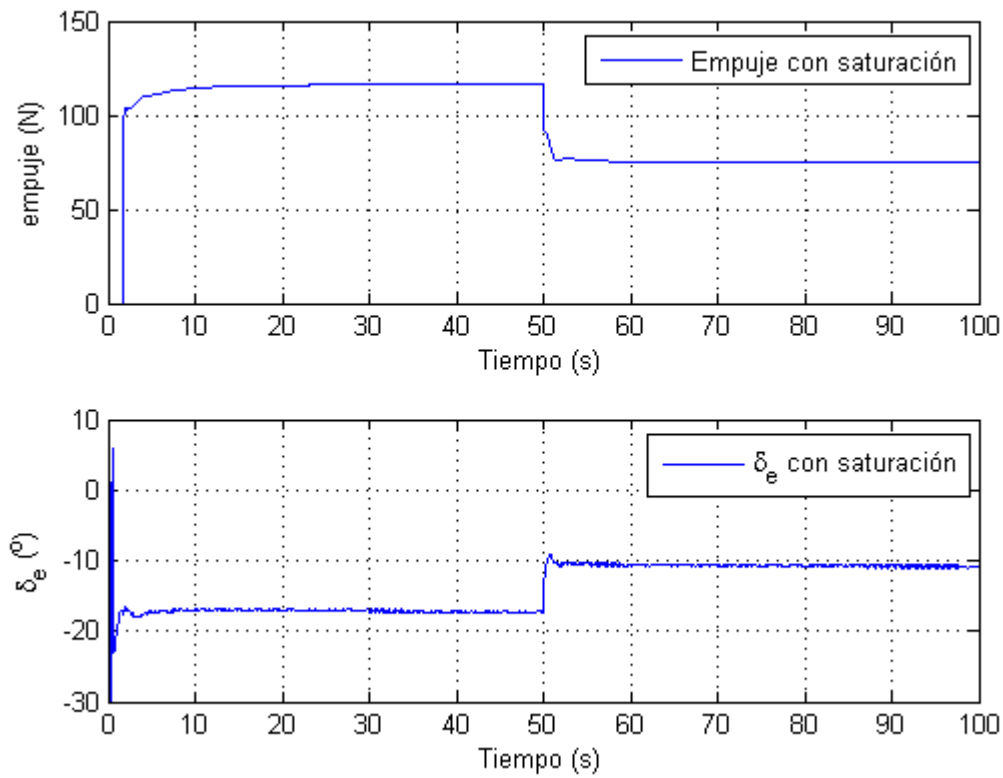


Figura 51: Evolución de las variables de control con control no lineal (ley de control 1)

Ahora se va a simular la **ley de control 2** del *Capítulo 5.2*, en la cual se supone la masa del UAV como un parámetro desconocido dado que cambia de valor cuando pierde la masa. Por tanto, la masa en este caso, es un parámetro estimado. Los parámetros del controlador son los mismos que para la simulación anterior pero con el añadido de la ganancia que multiplica a la estimación de la masa:  $\gamma_v = 10$

En este caso el comportamiento de las variables de entrada (empuje y deflexión del timón de profundidad) y del ángulo de trayectoria, dado que para este último se usa el mismo control no lineal, son muy parecido al caso anterior (véase *Figura 52* y *Figura 53*).

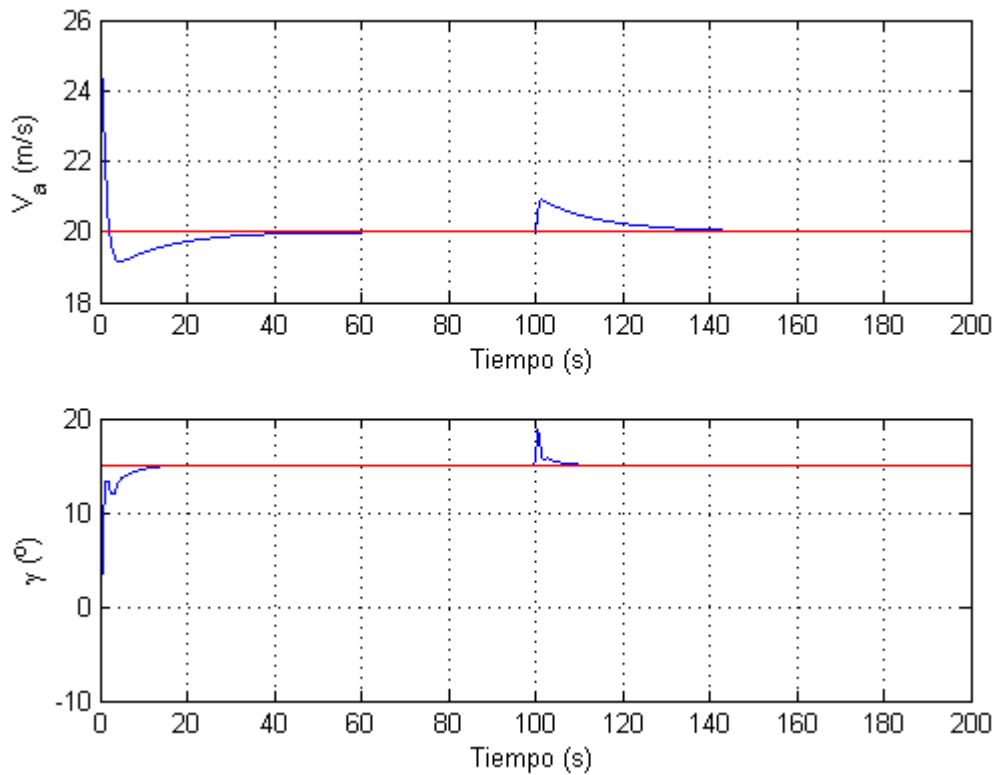


Figura 52: Evolución de las variables con control no lineal (ley de control 2)

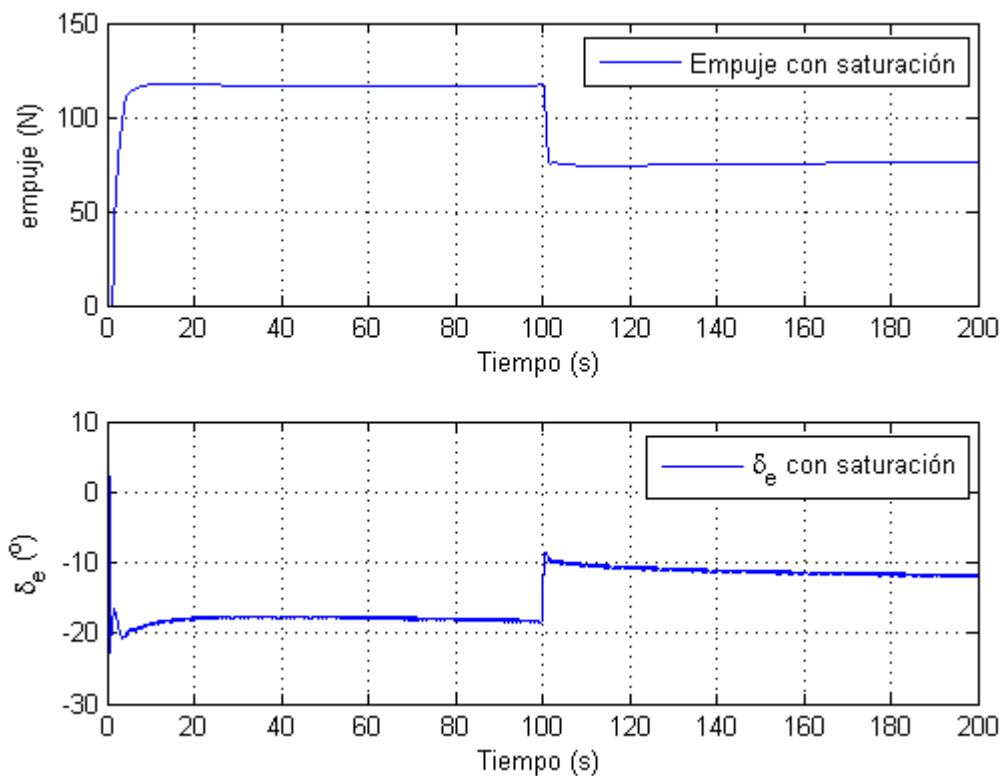


Figura 53: Evolución de las variables de control con control no lineal (ley de control 2)

Cabe destacar en esta simulación, las diferencias en la evolución de la velocidad respecto al caso anterior. Cuando se estima la masa, el valor estimado varía como consecuencia de la pérdida de masa y esto se traduce en un cambio en la velocidad. Por este motivo, la velocidad se ve perturbada ante la pérdida de carga, mientras en el caso anterior prácticamente no sufría variación en ese instante (véase *Figura 52*).

Por otro lado, en lo que se refiere a las variables de control, la *Figura 53* muestra una pequeña saturación al inicio de la simulación.

La siguiente figura (*Figura 54*) muestra una comparación entre la variación temporal de la masa real y la masa estimada, en la cual puede verse lo que se ha comentado. El parámetro estimado sigue una evolución parecida a la de la masa real y se ve afectado en el momento de la suelta.

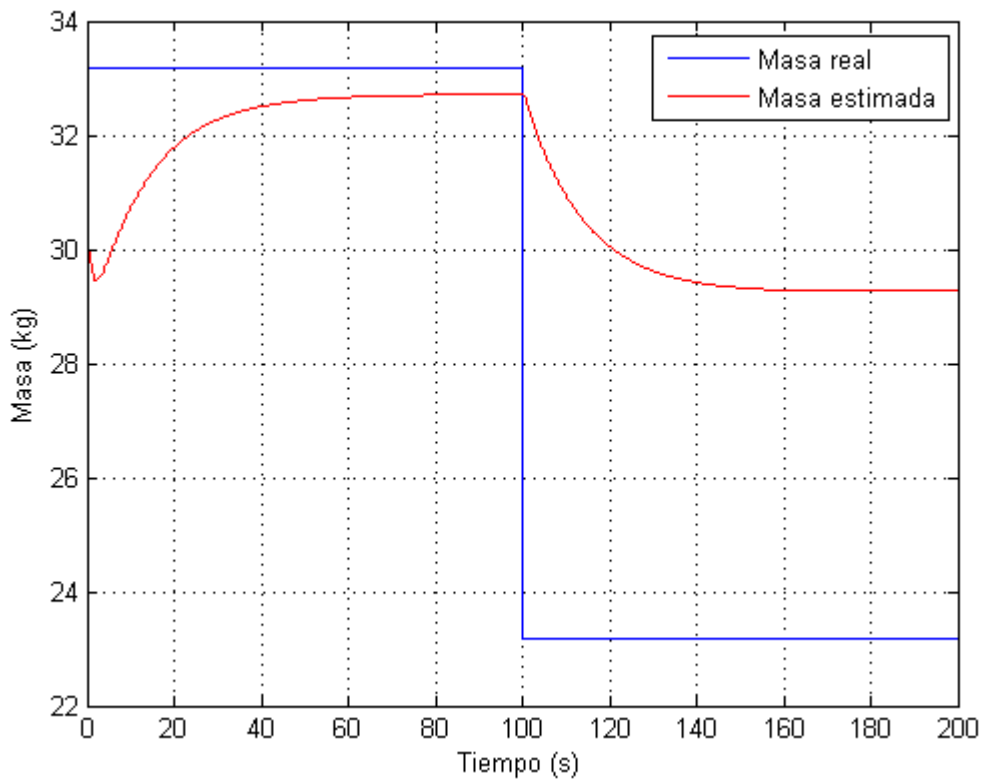


Figura 54: Comparación masa real-masa estimada (ley de control 2)

Si ahora se comparan las leyes de control 1 y 2 (*Capítulos 5.1y 0*) con las leyes de control 3 y 4 (*Capítulos 5.3 y 5.4*), las cuales tenían hecha una simplificación, se obtienen resultados muy similares. Por lo que se puede deducir que las segundas leyes presentan una ventaja frente a las anteriores debido a que son más simples.

Para el controlador que toma la masa como un parámetro constante, la comparación entre las leyes 1 y 3 puede observarse a continuación en las *Figura 55 y Figura 56*.



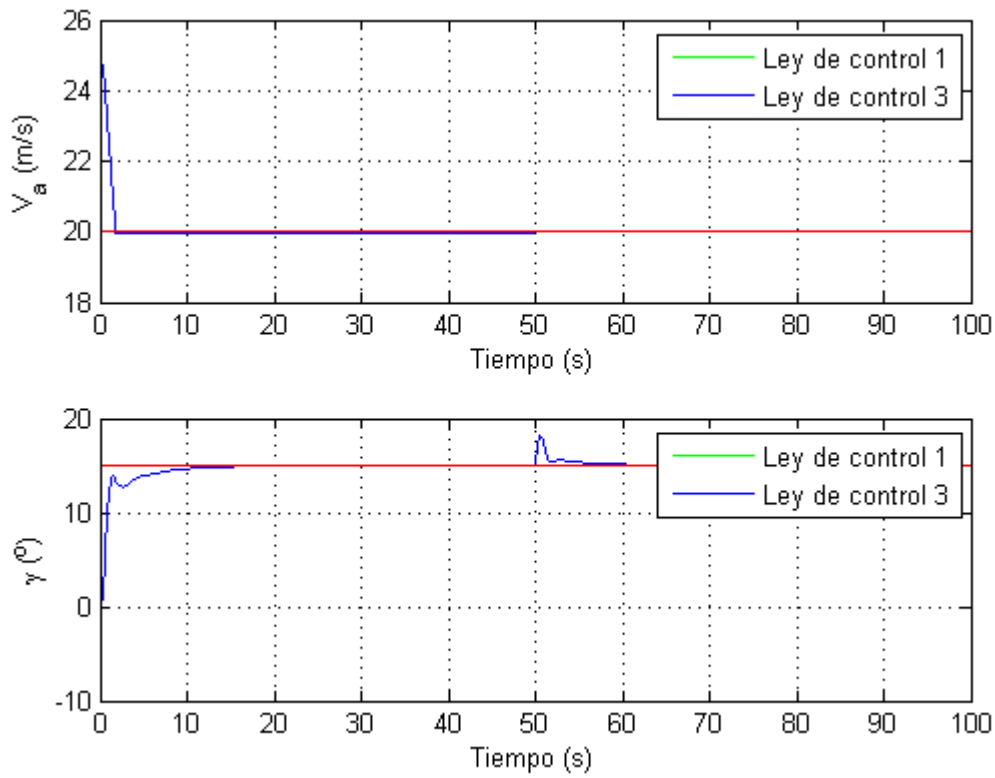


Figura 55: Comparación de las leyes de control 1 y 3 (variables controladas)

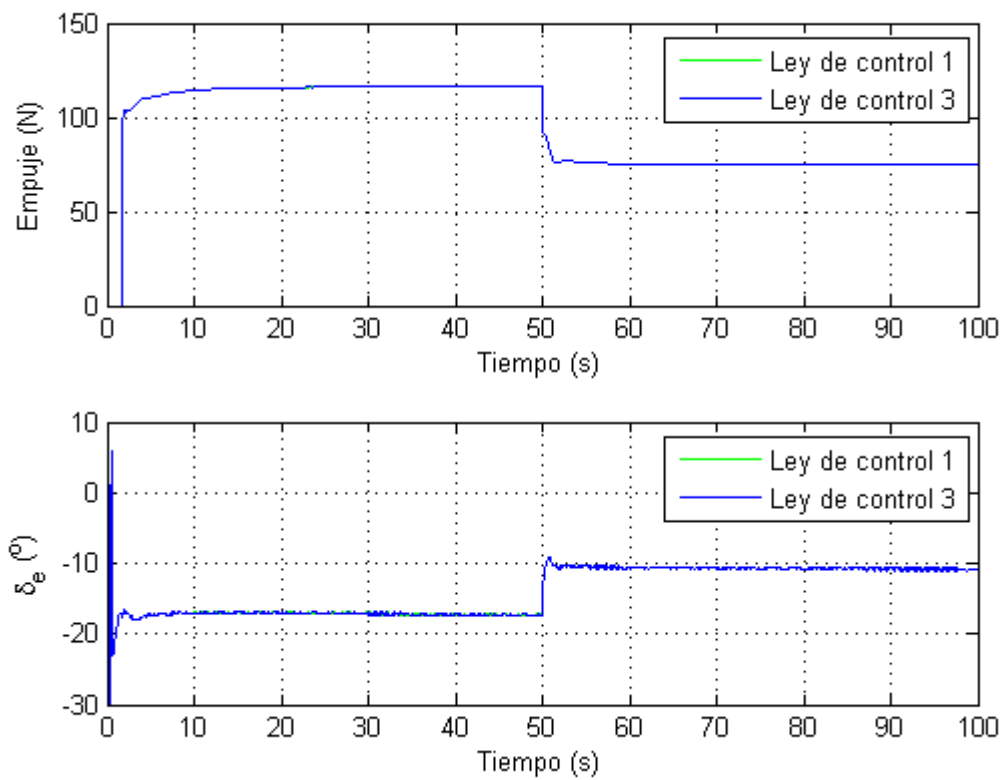


Figura 56: Comparación de las leyes de control 1 y 3 (variables de control)

Por otro lado para el controlador que toma la masa como un parámetro estimado, la comparación entre las leyes 2 y 4 puede observarse en las *Figura 57* y *Figura 58*.

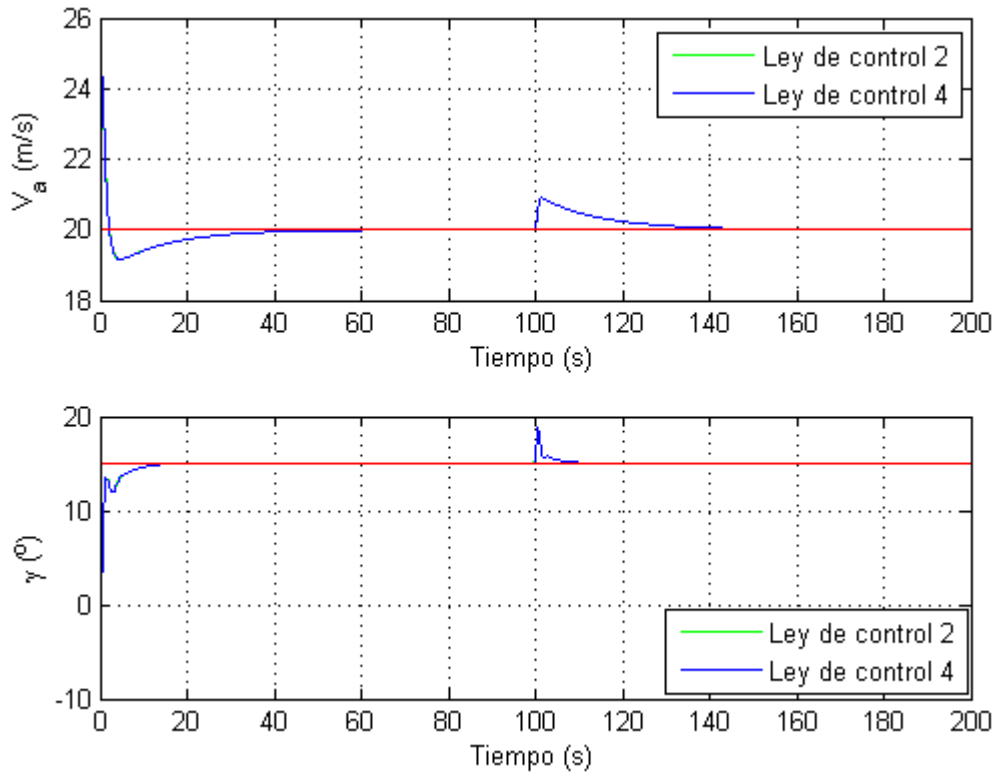


Figura 57: Comparación de las leyes de control 2 y 4 (variables controladas)

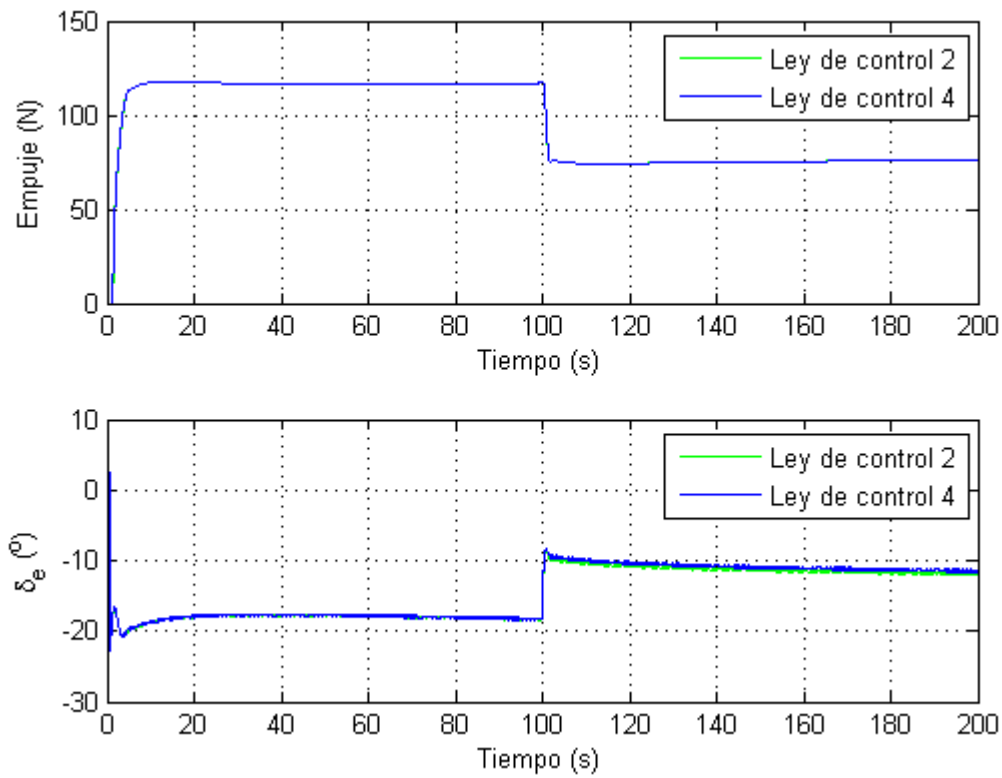


Figura 58: Comparación de las leyes de control 2 y 4 (variables de control)

La similitud entre estas leyes de control se debe al término  $z_v^2 + V_{ref}^2$ . Mientras el término de la referencia permanece constante, el valor del error ( $z_v$ ) va variando en el tiempo. Al inicio de la simulación el error alcanza su máximo valor ( $25-20=5$  m/s), sin embargo en este momento el empuje se encuentra saturado, con lo cual no hay diferencias entre ambas simulaciones. A medida que evoluciona en el tiempo la simulación, el error se hace más pequeño y por tanto, el valor del empuje no se ve apenas afectado, por ello la escasa diferencia que existe entre las parejas de leyes de control mostradas.

*Como conclusión de lo que se ha simulado hasta el momento, se ha encontrado que con el primer modelo de derivadas de estabilidad, debido a que no recoge el efecto de la posición del centro de gravedad sobre estas, la velocidad y el ángulo de trayectoria del la aeronave se ven poco afectados por la pérdida de carga: la velocidad apenas sufre una variación de 1 m/s en el peor de los caso, y el ángulo de trayectoria sufre una oscilación de unos  $10^\circ$ ).*

A continuación, se va a simular la pérdida de carga con el segundo modelo de derivadas de estabilidad (desarrollado en el *Capítulo 6.2*).

### **Control no lineal con el modelo 2 de derivadas de estabilidad**

En primer lugar, dado que el modelo de derivadas de estabilidad ha sufrido alguna modificación, la dinámica del avión se verá afectada. Por este motivo resulta necesario volver a calcular el punto de equilibrio del crucero anteriormente descrito. En este caso, no ha sido posible alcanzar el punto de equilibrio haciendo uso de un control lineal (PID) y se ha recurrido al uso de control no lineal.

En este caso, las condiciones iniciales de partida, para que el UAV llegue a estabilizarse en el crucero de equilibrio son:

$$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3028.8, 0.1, 0, 0, 0]$$

Y los valores en el punto de equilibrio son:

$$F_T = 23.8909 \text{ N}; \delta_e = -14.5718^\circ$$

$$\alpha = 10.6014^\circ \rightarrow C_L = 1.0394; C_D = 0.0760$$

La evolución que siguen las variables hasta el equilibrio, considerando una masa de 10 kg, puede verse en las *Figura 59, Figura 60 y Figura 61* :

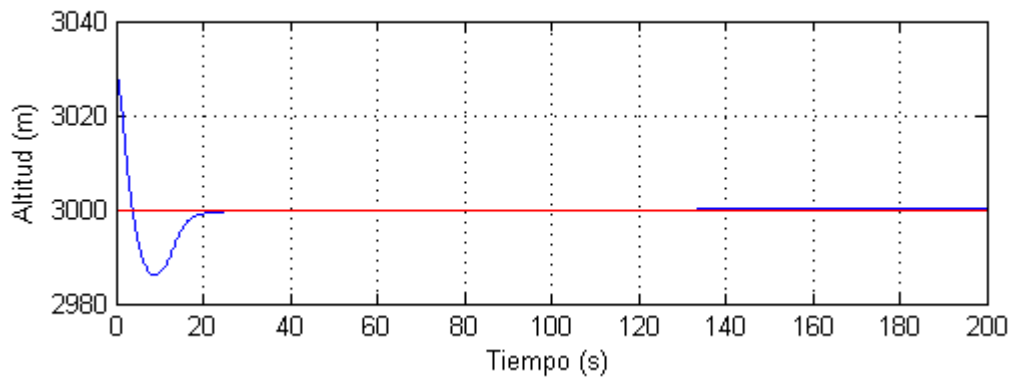


Figura 59: Evolución de la altitud hasta el crucero de equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2)

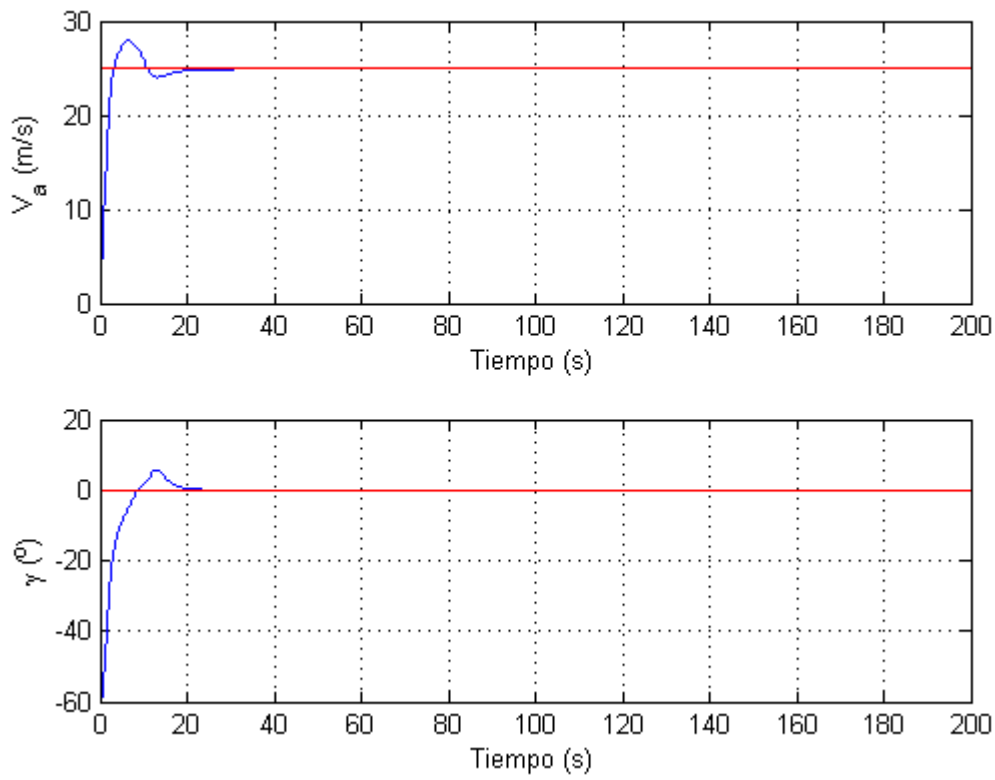


Figura 60: Evolución de las variables hasta el equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2)

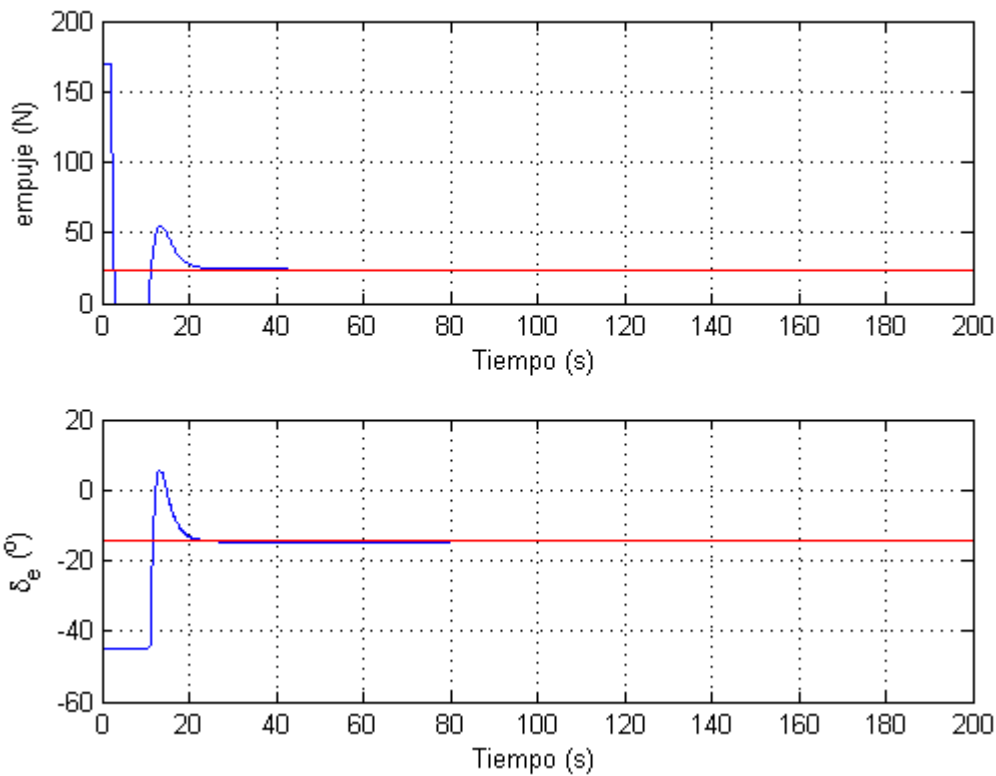


Figura 61: Evolución de las entradas hasta el equilibrio (Modelo de derivadas de estabilidad 2)

Como observaciones de la simulación anterior, se ha tenido problemas con el empuje, ya que este saturaba para valores bajos de unos 150 N, que era el límite superior de saturación que se había establecido hasta ahora en las anteriores simulaciones. Como consecuencia directa de la saturación la evolución la simulación era muy lenta y no se alcanzaba el valor de equilibrio con facilidad. Por este motivo, se ha tenido que incrementar el límite superior hasta los 170 N. El mismo problema de saturación se ha observado para la deflexión del timón de profundidad, para el cual inicialmente se había establecido unos límites de saturación de  $\pm 30^\circ$ . Finalmente se ha tenido que establecer en  $\pm 45^\circ$  (véase Figura 61).

Para esta simulación, dado que el modelo de derivadas de estabilidad es diferente, ha sido necesario ajustar de nuevo los parámetros de los controladores, obteniéndose los siguientes valores que se muestran a continuación. Se ha tomado para el control en velocidad la ley de control 2 por ser la más adecuada al problema de estudio, ya que la masa al variar no puede ser un parámetro conocido sino que debe estimarse.

$$\text{Velocidad} \rightarrow k_v = 40$$

$$\gamma_v = 10; \Gamma_v = 0.5 \cdot [1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

$$\text{Ángulo de trayectoria} \rightarrow k = 1; c_1 = 0.26$$

$$\Gamma_\gamma = 1 \cdot [1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 20]$$

Para este apartado se ha posicionado la masa de 10 kg a una distancia de 0.6 m desde el morro. Siendo la posición y masa del resto de elementos de la aeronave la siguiente:

$$X_{trendelantero}=0.535 \text{ m}; X_{trentrasero}=1.5 \text{ m}; X_{carga1}=0.6 \text{ m}; X_{deposito}=1.43 \text{ m}$$

$$W_{trendelantero}=3.046 \text{ kg}$$

$$W_{trentrasero1}=9.818 \text{ kg}; W_{trentrasero2}=9.622 \text{ kg}$$

$$W_{deposito}=0.7 \text{ kg}$$

Con ello puede calcularse el centro de gravedad del avión con las siguientes formulas, haciendo una media ponderada de los elementos:

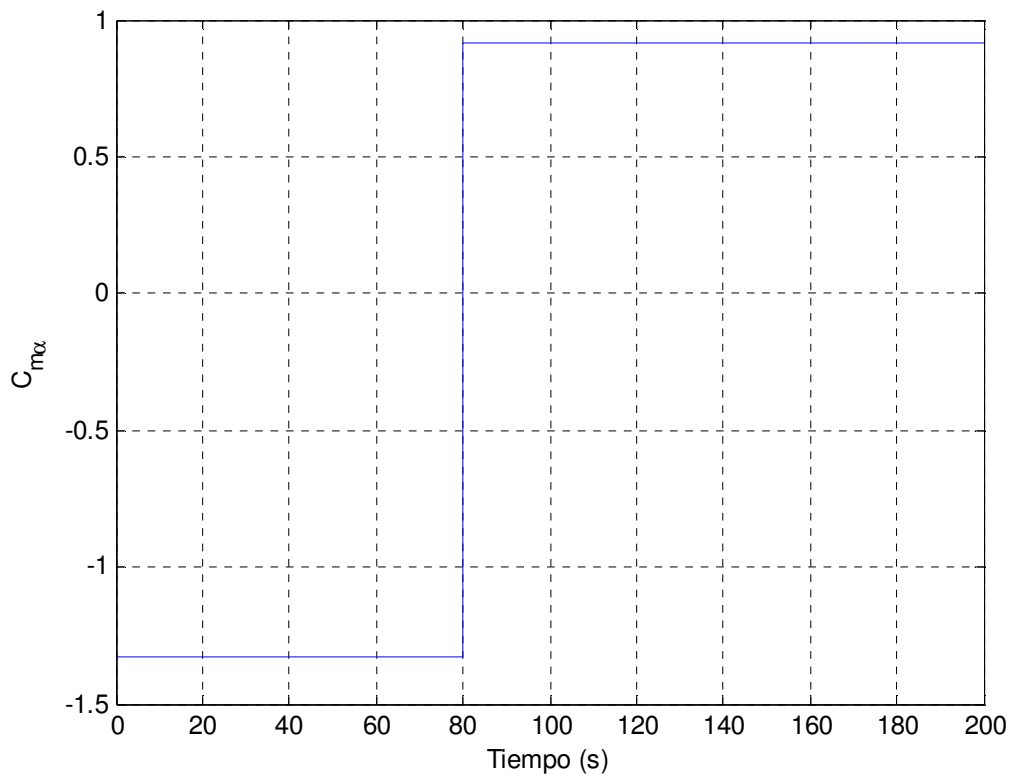
$$W_{avion} = W_{trendelantero} + W_{trentrasero1} + W_{trentrasero2} \quad (7.1)$$

$$X_{avion} = \frac{X_{trendelantero} \cdot W_{trendelantero} + X_{trentrasero} \cdot (W_{trentrasero1} + W_{trentrasero2})}{W_{avion}} \quad (7.2)$$

$$W_{total} = W_{avion} + W_{carga1} + W_{deposito} \quad (7.3)$$

$$X_{cg} = \frac{X_{avion} \cdot W_{avion} + X_{carga1} \cdot W_{carga1} + X_{deposito} \cdot W_{deposito}}{W} \quad (7.4)$$

Una vez calculado el punto de equilibrio en crucero se procede a simular la suelta de la carga. La posición de la masa y del tren trasero se han modificado un poco para conseguir que con carga 0, el índice de estabilidad estática longitudinal ( $C_{m\alpha}$ ) pase de ser favorable ( $<0$ ) a ser desfavorable. Por tanto, en el momento de la suelta de la carga esta derivada de estabilidad cambia de signo (véase *Figura 62*).



**Figura 62: Índice de estabilidad estática longitudinal**

Como puede verse en la *Figura 63*, la velocidad y el ángulo de ataque sufren un incremento ante la suelta de la masa, sin embargo, es del orden del que se obtenía con el modelo simplificado, aunque tarda un poco más en volver al valor de referencia. En este caso, una vez que se suelta la carga, el índice de estabilidad estática longitudinal se hace positivo; sin embargo, el controlador es capaz de absorber la pérdida de carga, porque este índice de estabilidad, aunque es positivo es muy cercano a cero.

En la *Figura 64*, se observa claramente tramos en los que saturan tanto el empuje y la deflexión del timón de profundidad, y puede verse que los picos en la velocidad y en el ángulo de trayectoria se dan justo en esos tramos de saturación (véase *Figura 63*). Esto es lógico, dado que en el momento de la saturación el control no está actuando de forma eficaz.

Por otro lado, en las diferentes simulaciones que se han ido probando, se ha observado que cuando el índice de estabilidad estática longitudinal es muy negativo (del orden de -2 o superior), es difícil ejercer control sobre el ángulo de trayectoria. La razón principal es que el UAV es demasiado estable y es muy difícil sacarlo de su situación actual para llevarla al valor deseado. Aquí se pone de manifiesto el problema de tener un índice de estabilidad demasiado negativo. En este caso, otra vez vuelve a observarse el problema de la saturación y deben aumentarse los límites hasta los valores indicados anteriormente.

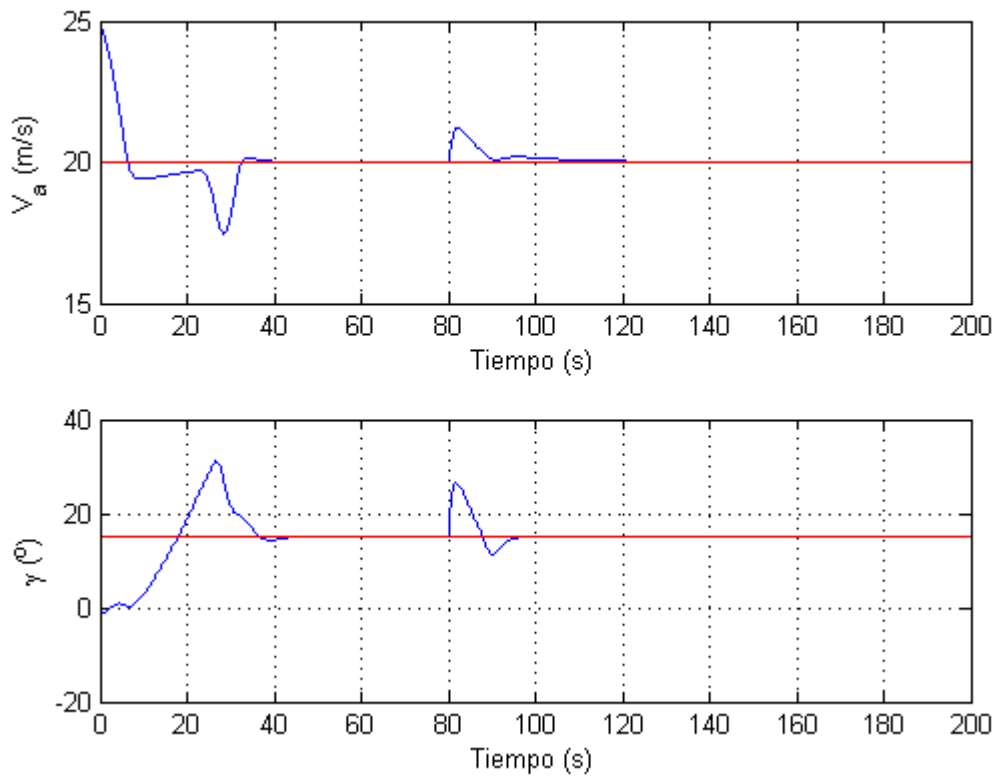


Figura 63: Evolución de las variables tras la suelta de la carga (Modelo de derivadas 2)

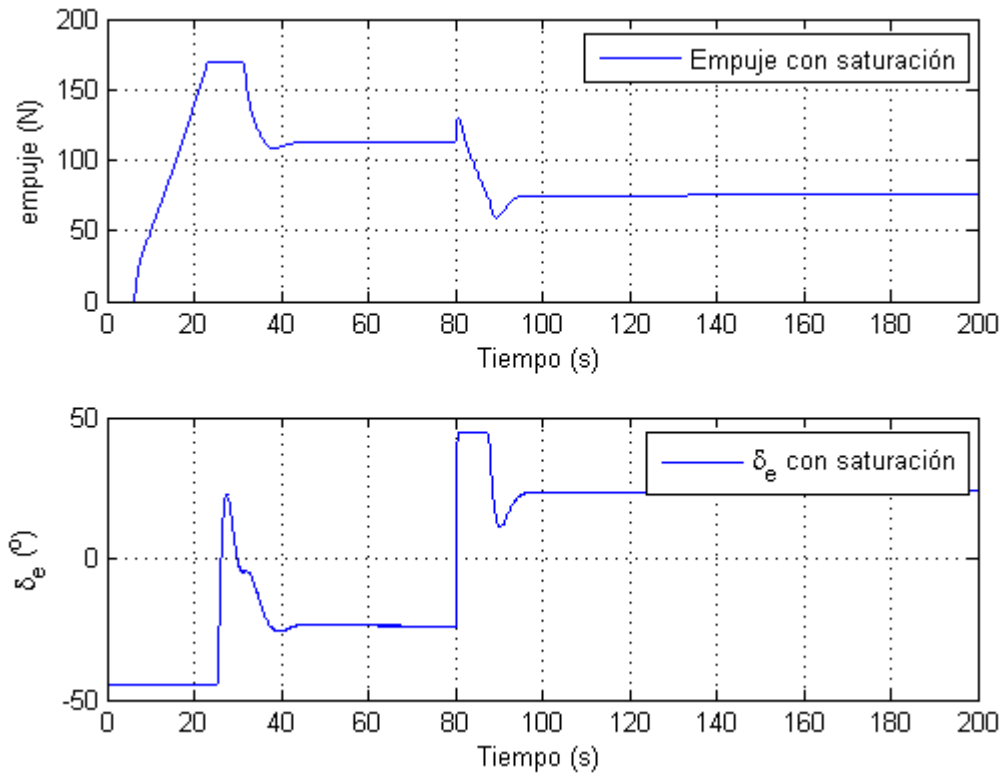


Figura 64: Evolución de las variables de control tras la suelta (Modelo de derivadas 2)



## 7.5. Tabla resumen de las simulaciones

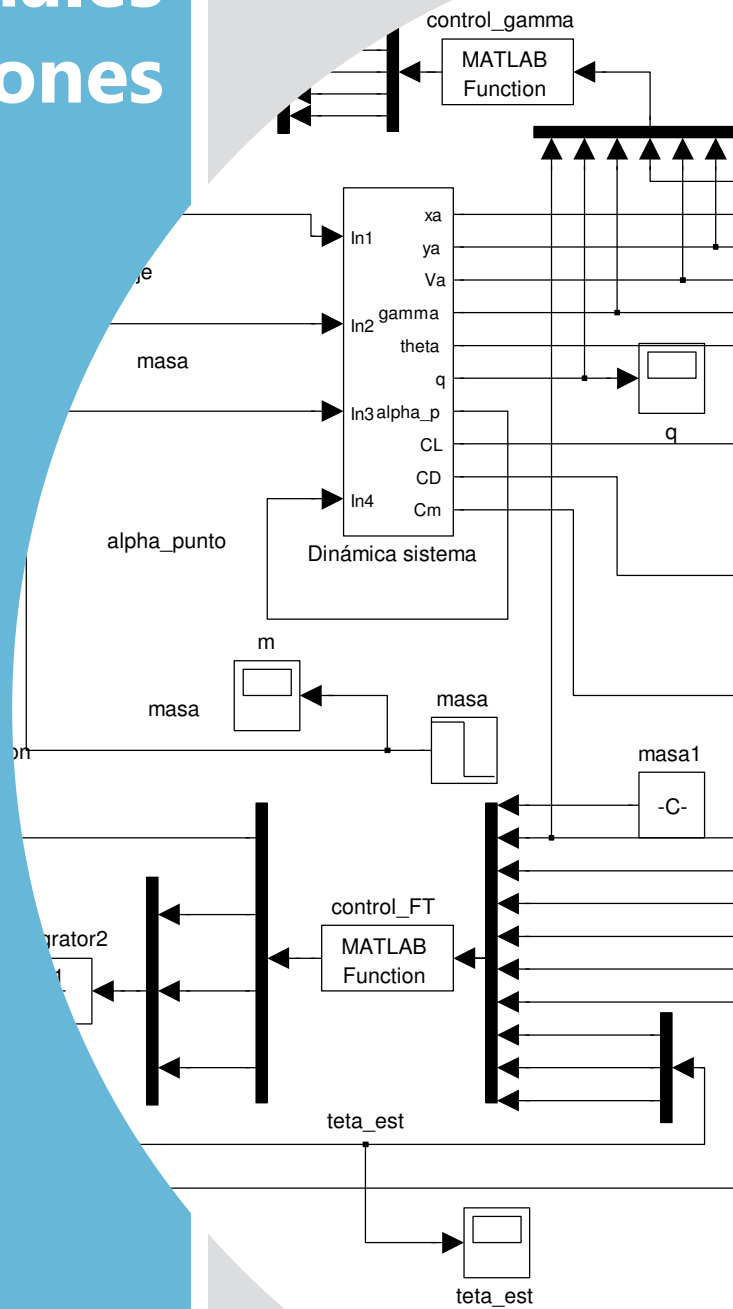
A continuación se recoge en una tabla los resultados obtenidos en cada simulación. Se indican tanto las condiciones iniciales como los valores de referencia, además del tipo de control usado. En esta tabla se muestra una columna que indica si se ha conseguido o no el objetivo perseguido: controlar el sistema.

Tipo de control	Condición inicial de equilibrio	Referencia	¿Objetivo?	Problemas	Saturación
<b>Control lineal en V y <math>\gamma</math>. Modelo 1 de derivadas</b>					
Control PID (Condición 1)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] =$ $= [0,3000,25,0,0.1644, -1.4939e^{-9}]$  $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$  $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI*	* $\gamma$ no llega a estabilizarse totalmente	Sat. del empuje (pequeña)
Control PID (Condición 2)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] =$ $= [0,3000,25,0,0.1644, -1.4939e^{-9}]$  $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 30 \text{ m/s}$  $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI*	* $\gamma$ no llega a estabilizarse totalmente	Sat. del empuje (pequeña)
Control PID (Condición 3)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] =$ $= [0,3000,25,0,0.1644, -1.4939e^{-9}]$  $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$  $\gamma_{ref} = -2.5^\circ$	SI*	* $\gamma$ no llega a estabilizarse totalmente	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria
Control PID (Condición 4)	No es posible alcanzar el punto de equilibrio.  $m = 17 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$  $\gamma_{ref} = 15^\circ$	NO	Fuerte saturación. No se alanza el equilibrio.	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria
Control PID (Condición 4)	No es posible alcanzar el punto de equilibrio.  $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$  $\gamma_{ref} = -5^\circ$	NO	No existe solución de equilibrio.	No aplica

Tipo de control	Condición inicial	Referencia	¿Objetivo?	Problemas	Saturación
<b>Control lineal en V y control no lineal <math>\gamma</math>. Modelo 1 de derivadas</b>					
Control PID en V y no lineal en $\gamma$ (Condición 1)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3000, 25, 0, 0.1644, -1.4939e^{-9}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI	-	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria (pequeña)
Control PID en V y no lineal en $\gamma$ (Condición 2)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3000, 25, 0, 0.1644, -1.4939e^{-9}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 30 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI	-	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria (pequeña)
Control PID en V y no lineal en $\gamma$ (Condición 3)	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3000, 25, 0, 0.1644, -1.4939e^{-9}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = -2.5^\circ$	SI	Fuerte saturación	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria
Tipo de control	Condición inicial	Referencia	¿Objetivo?	Problemas	Saturación
<b>Control lineal. Modelo 1 de derivadas</b>					
Ley de control 1 y 3 para V	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3000, 25, 0, 0.1644, -1.4939e^{-9}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI	-	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria (pequeña)
Ley de control 2 y 4 para V	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] = [0, 3000, 25, 0, 0.1644, -1.4939e^{-9}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI	-	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria (pequeña)

Tipo de control	Condición inicial	Referencia	¿Objetivo?	Problemas	Saturación
<b>Control lineal. Modelo 2 de derivadas</b>					
Ley de control 2 para V	$[x_a, y_a, V_a, \gamma, \theta, q] =$ $= [0, 3000, 25, 0, 0.1850, 1.7973e^{-6}]$ $m = 10 \text{ kg}$	$V_{ref} = 20 \text{ m/s}$ $\gamma_{ref} = 15^\circ$	SI	Fuerte saturación del empuje y del ángulo de trayectoria	Sat. del empuje y del ángulo de trayectoria

# Consideraciones finales y conclusiones



## 8. Consideraciones finales y conclusiones

### 8.1. Cumplimiento de los objetivos

El objetivo principal “Diseñar, desarrollar e implementar en el entorno de Matlab y Simulink un controlador aplicado al UAV de estudio, que sea capaz de absorber la pérdida de carga y devolver a la aeronave a su punto de operación inicial. A su vez este controlador, debe ser lo suficiente manejable como para poder ser usado como herramientas docentes dentro del campo de la Automática”, **se ha cumplido.**

Se ha conseguido implementar un controlador que sea capaz de devolver a la aeronave a su posición de equilibrio tras la suelta de la carga. Además, dado que se ha implementado en el entorno de Simulink, el simulador resulta fácil de manejar y los resultados son obtenidos con sencillez. Los datos de entrada, como pueden ser los valores de referencia de la velocidad y del ángulo de trayectoria son fácilmente modificables, facilitando el manejo del simulador.

En cuanto a los objetivos específicos que se definieron, se puede afirmar que se han cumplido por los siguientes motivos:

-El estudio detallado del problema y la definición de las ecuaciones se ha desarrollado de forma completa en el *Capítulo 4*. Si no se hubiera alcanzado este objetivo, hubiera sido imposible abarcar el resto de objetivos marcados.

-El simulador desarrollado, ha servido tanto para simular el comportamiento del UAV ante la suelta de la carga como para el estudio del efecto del controlador sobre la aeronave. Este objetivo se ha visto desarrollado en los *Capítulos 6 y 7*.

-Y por último, en el *Capítulo 7*, mediante el análisis de las diferentes simulaciones se ha puesto de manifiesto las ventajas e inconvenientes de cada tipo de control.

### 8.2. Conclusiones

Se exponen a continuación algunas conclusiones generales extraídas del desarrollo del proyecto.

-Una primera conclusión a destacar es el problema de la saturación. Se ha comprobado que la dinámica de la velocidad y del ángulo de trayectoria se vuelve demasiado lenta si el empuje y la deflexión del timón de profundidad se encuentran muy limitados. Este hecho se acentúa cuando se demanda un cambio brusco en velocidad o ángulo de trayectoria para adaptarse a la referencia, lo cual se llega a la saturación de las variables de control. Por este motivo, en algunos casos ha sido necesario aumentar un poco los límites de saturación establecidos permitiendo así que la simulación sea más rápida y no aparezcan problemas de oscilaciones en la respuesta. Por otro lado, cuando se incrementa el peso de la carga por encima de unos 15 kg, el

problema de la saturación aparece de forma acentuada, ya que al pesar más el UAV aumenta el empuje requerido para llevarlo a una determinada velocidad.

-Otro efecto que se ha puesto de manifiesto a lo largo de todo el desarrollo es el fuerte acoplamiento que existe entre las ecuaciones que rigen la dinámica del problema (ecuaciones (4. 7)-(4. 10)). Esto ha dificultado la sintonización del controlador de la velocidad y del ángulo de trayectoria y como consecuencia la determinación de los parámetros de los controladores se ha convertido en un proceso muy tedioso, ya que no hay no forma óptima de hacerlo, sino que debe hacerse por prueba y error.

-Por otro lado, se ha observado que para que el avión vuele a un ángulo de trayectoria constante negativo hay que estudiar previamente el problema. De la ecuación (4. 8), si  $\gamma$  es negativo, el último término se hace siempre positivo y el balance de este término con la sustentación pueda que no produzca una derivada del ángulo de trayectoria negativa, que dé lugar a la disminución de este ángulo. Por otro lado, si hay que reducir la velocidad respecto a la condición inicial, el empuje será cero y como resultado la derivada de la velocidad no puede ser negativa. Para que esto ocurra, inicialmente se deben compensar el término de  $D$  y de  $mg\sin\gamma$  y puede pasar que, dependiendo del valor de  $\gamma$ , el resultado sea positivo, por lo que la velocidad aumenta en vez de disminuir.

-Por último, hay que mencionar la necesidad de un conocimiento multidisciplinar para poder desarrollar un sistema de control de vuelo de una aeronave. En primer lugar es necesario conocer la física del problema para poder describir las ecuaciones. Estas ecuaciones se complementan con conocimientos aerodinámicos, los cuales han sido esenciales para definir los coeficientes aerodinámicos del problema. Por otro lado, es de vital importancia una base matemática para poder definir y deducir las leyes de control que se han implementado.

### **8.3. Recomendaciones para futuras investigaciones**

Conforme se ha ido desarrollando el trabajo, han ido apareciendo diversos problemas o simplemente nuevas ideas de mejora con el mismo hilo conductor de este trabajo, pero que se escapan del alcance de este proyecto. Entre otras:

-Para el fuerte acoplamiento que se ha observado, se propone seguir estudiando el fuerte acoplamiento y proponer una solución. Una solución a este problema es la construcción de un compensador que cancele las interacciones entre los lazos de control y luego llevar a cabo la sintonía de los controladores en los lazos de manera individual. El compensador que desarrolla la tarea de desacoplamiento se conoce con el nombre de desacoplador. La función de los desacopladores es la de descomponer el sistema multivariable en subsistemas de una variable. El esquema de control puede verse en la *Figura 65*:

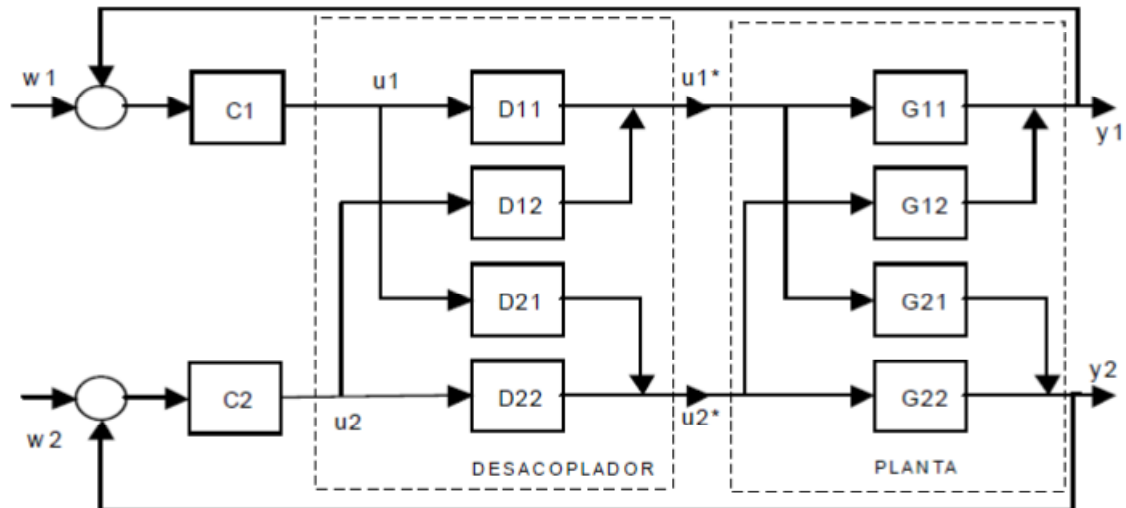


Figura 65: Modelo del desacoplador como solución al fuerte acoplamiento de las variables

En el modelo de la *Figura 65* pueden definirse las siguientes variables:

-y1, y2 son las salidas del sistema que se quieren controlar. Aplicado al caso de estudio se corresponderían con la velocidad y el ángulo de trayectoria.

-w1, w2 son los valores de referencia que deben ser alcanzados por las variables y1, y2.

-u1 y u2 son las entradas del sistema, las cuales son proporcionadas por los controladores C1 y C2 respectivamente. En el problema de estudio serían equivalentes al empuje y la deflexión del timón de profundidad.

-u1\*, u2\* son las entradas modificadas del sistema una vez aplicado el desacoplador.

En definitiva, el sistema planteado en el dominio de la frecuencia estaría descrito por las siguientes ecuaciones:

$$Y(s) = G(s)U^*(s) \quad (8.1)$$

$$U^*(s) = D(s)U(s) \quad (8.2)$$

$$U(s) = C(s)(W(s) - Y(s)) \quad (8.3)$$

$$Y(s) = G(s)D(s)U(s) = G(s)D(s)C(s)(W(s) - Y(s)) \quad (8.4)$$

Donde G(s), D(s) y C(s) son las funciones de transferencia del sistema.

Y finalmente, para que no existan interacciones entre las variables será necesario que la matriz G(s)D(s) sea diagonal.

-Otra línea de investigación sería la de la realización de un control LQR que controle tanto el ángulo de trayectoria como la velocidad. De esta forma se tendrá un nuevo tipo de control para compararlo con el PID inicialmente propuesto y con el control no lineal en el que se ha basado el proyecto.

-Por último, hay que decir que se está trabajando para desarrollar una nueva ley de control para el ángulo de trayectoria. La idea es partir de una función de Lyapunov de la forma:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e$$

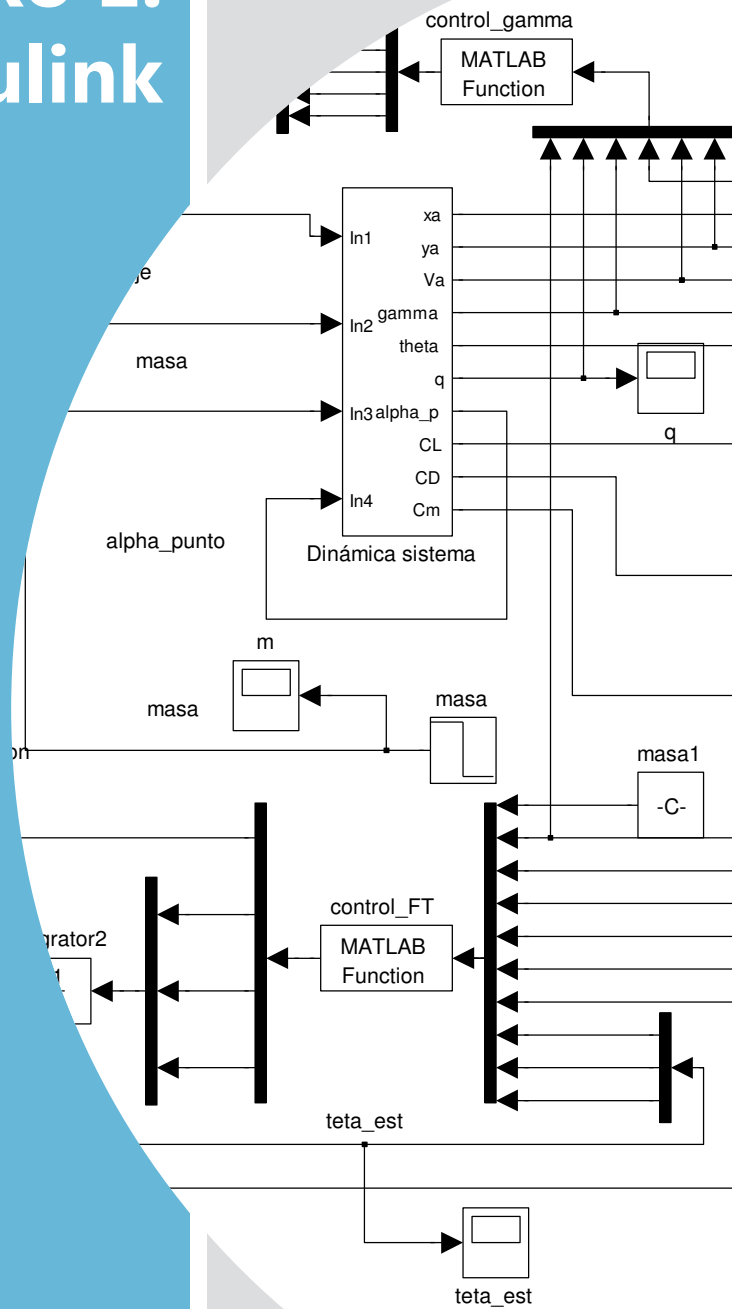
Donde “e” es el vector de errores expresado como:

$$e = \begin{bmatrix} \gamma - \gamma_{ref} \\ \theta - \gamma_{ref} - \alpha_0 \\ q \end{bmatrix}$$

A simple vista parece un problema sencillo, pero la dificultad reside en encontrar una matriz P que sea definida positiva y que haga que la derivada temporal de la función de Lyapunov propuesta sea negativa.



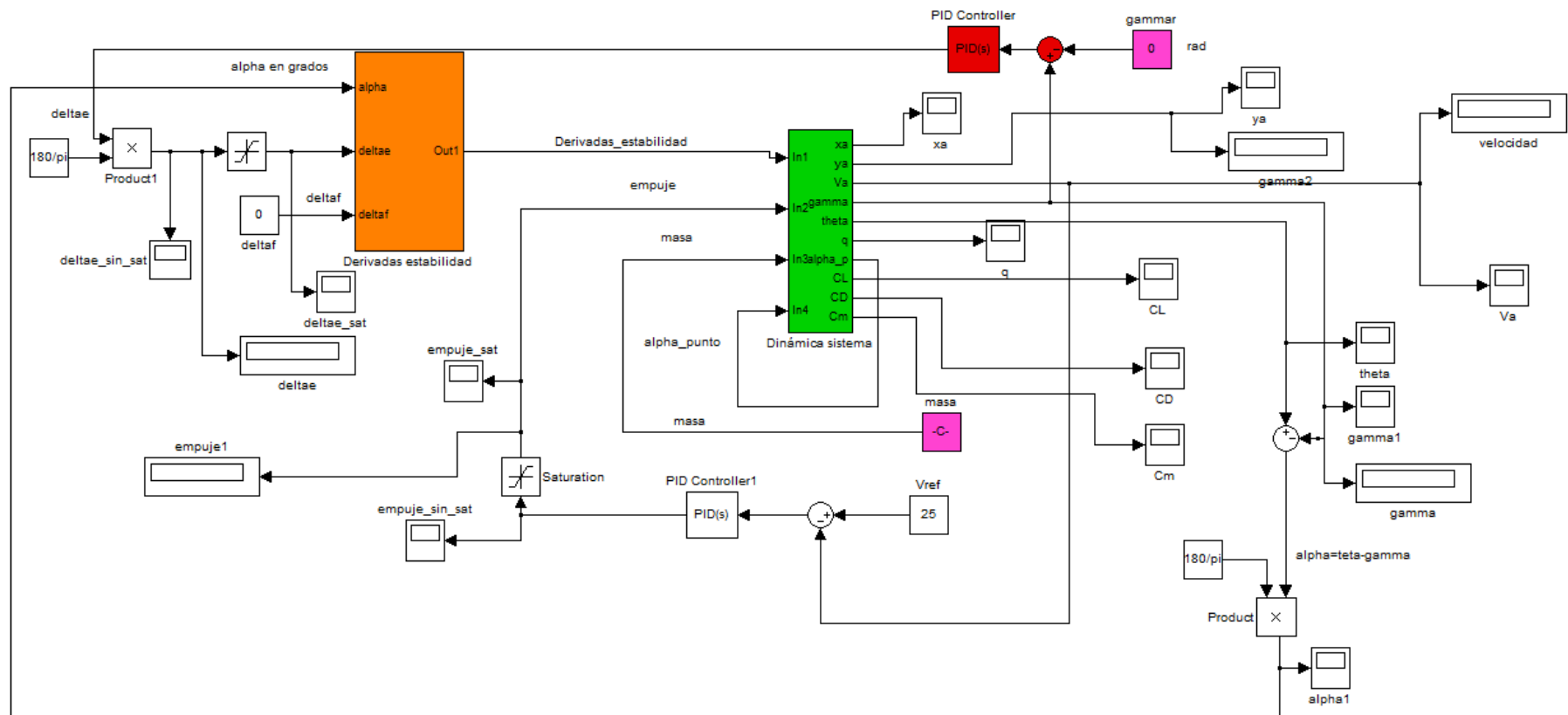
# Anexo 1: Modelos de Simulink



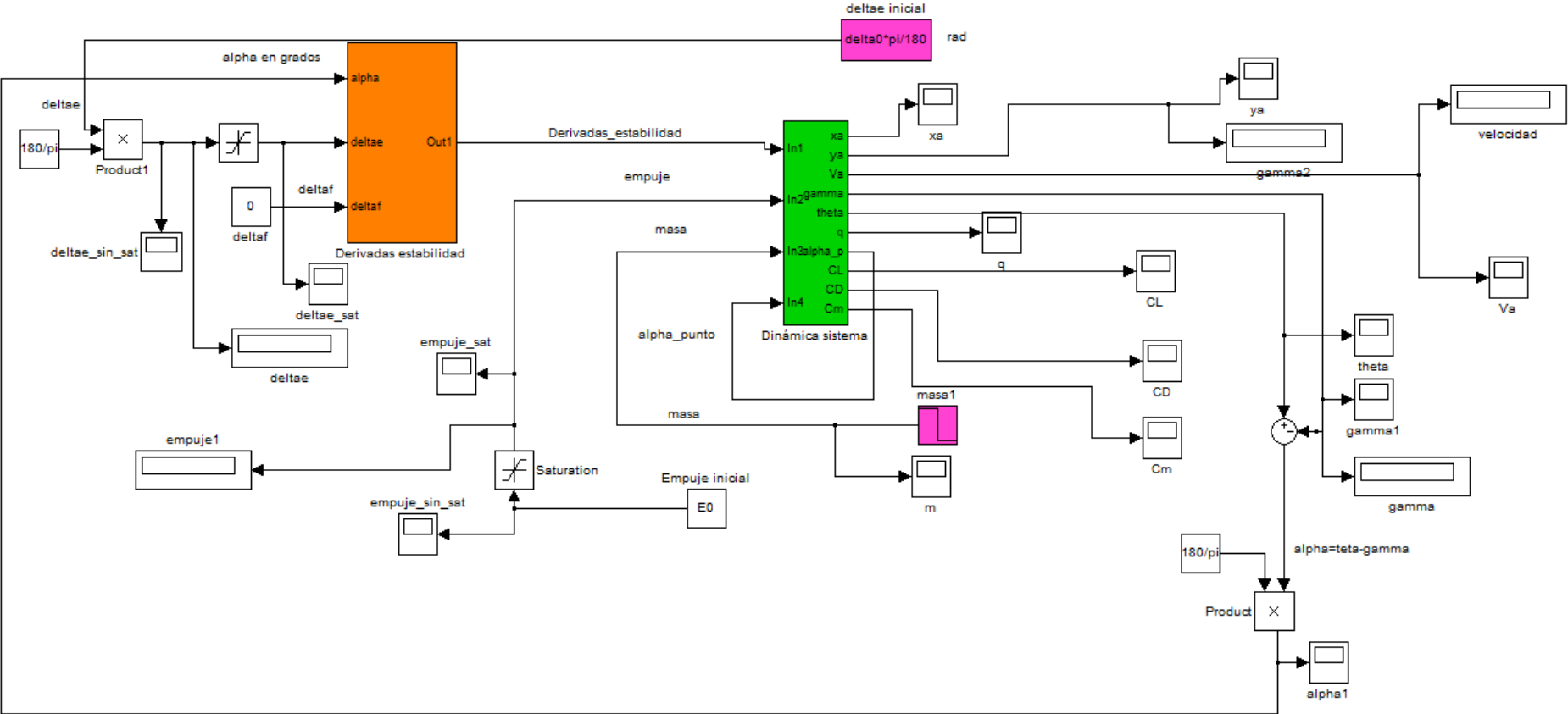
## 9. Anexo 1: Modelos de Simulink

En este anexo se recogen los diferentes modelos de Simulink que han sido utilizados para las simulaciones.

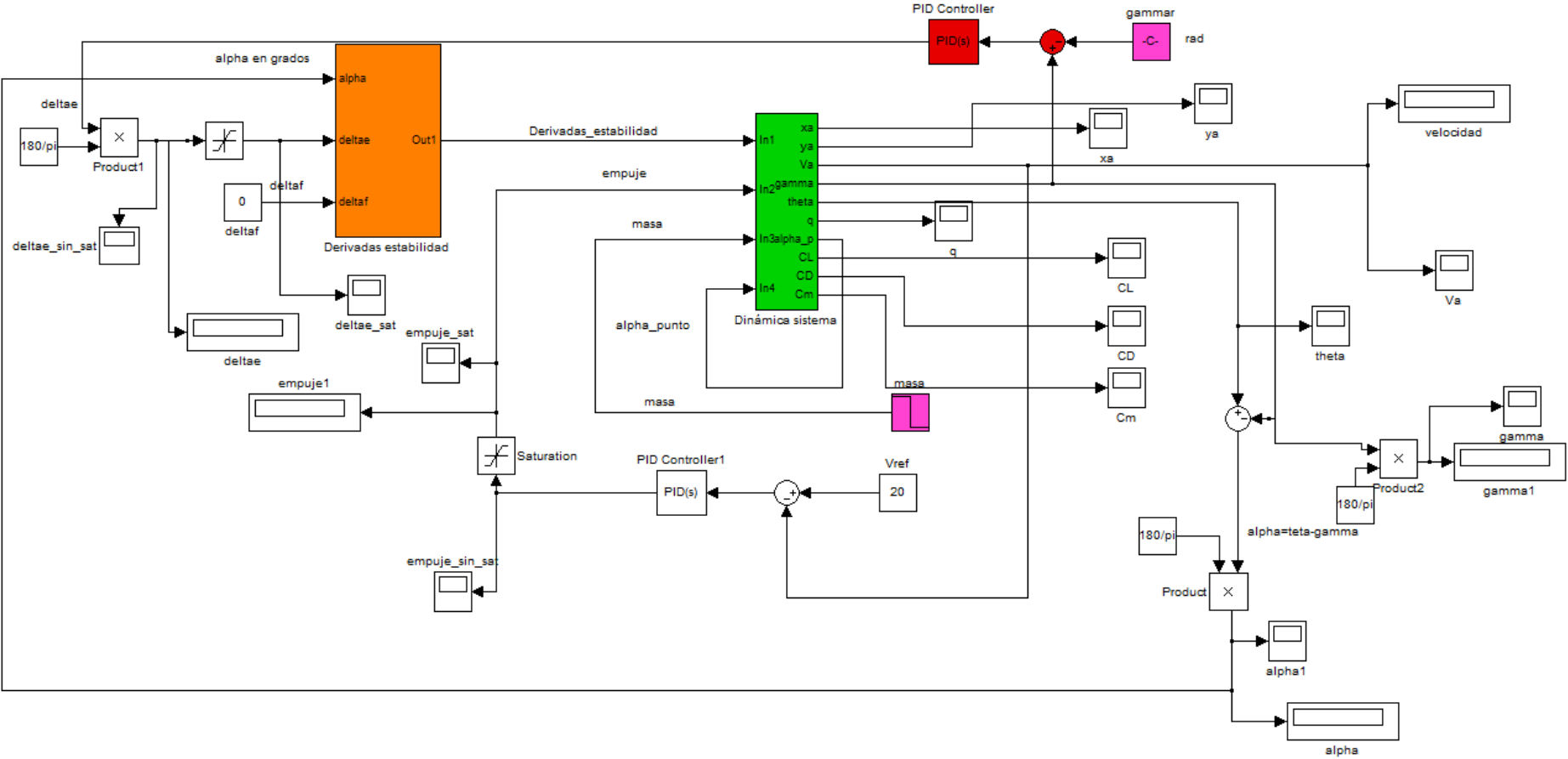
-Para la obtención del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad:



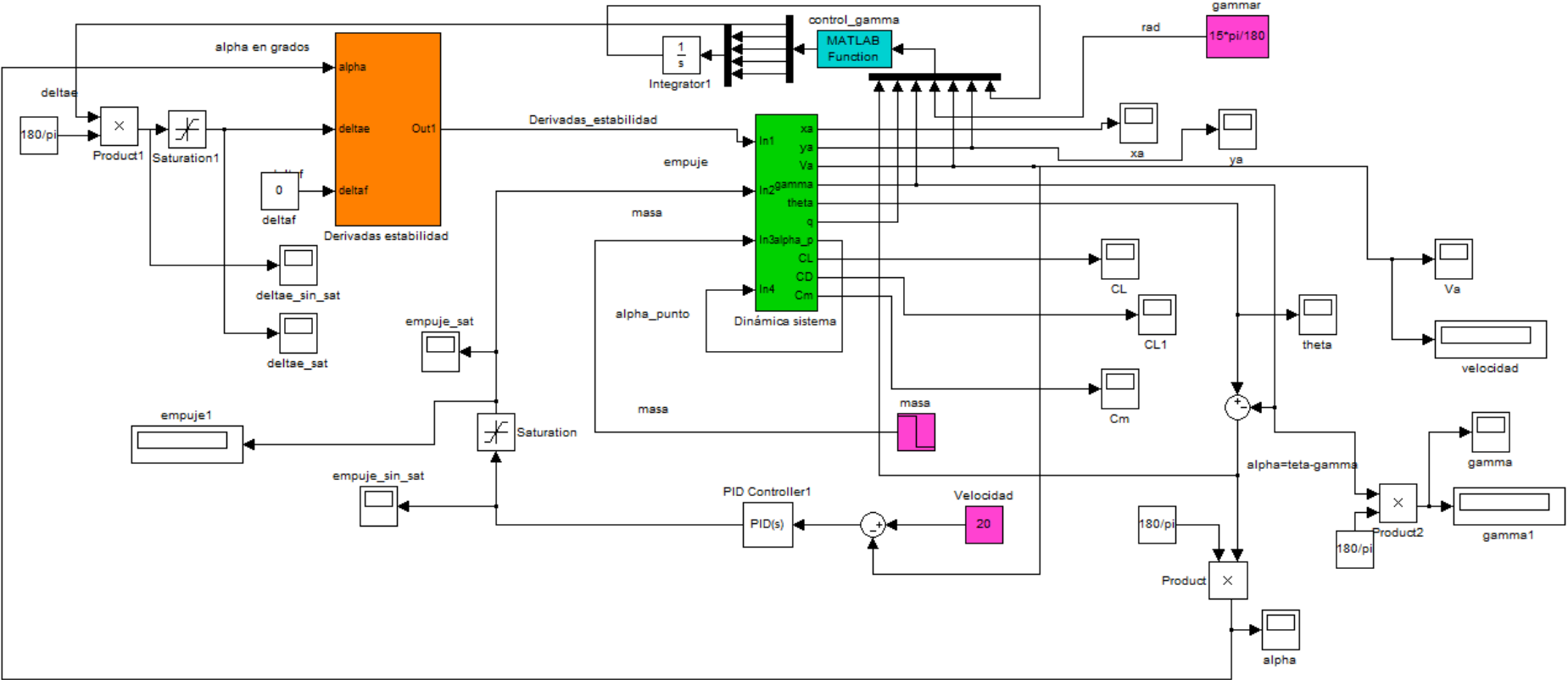
-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad:



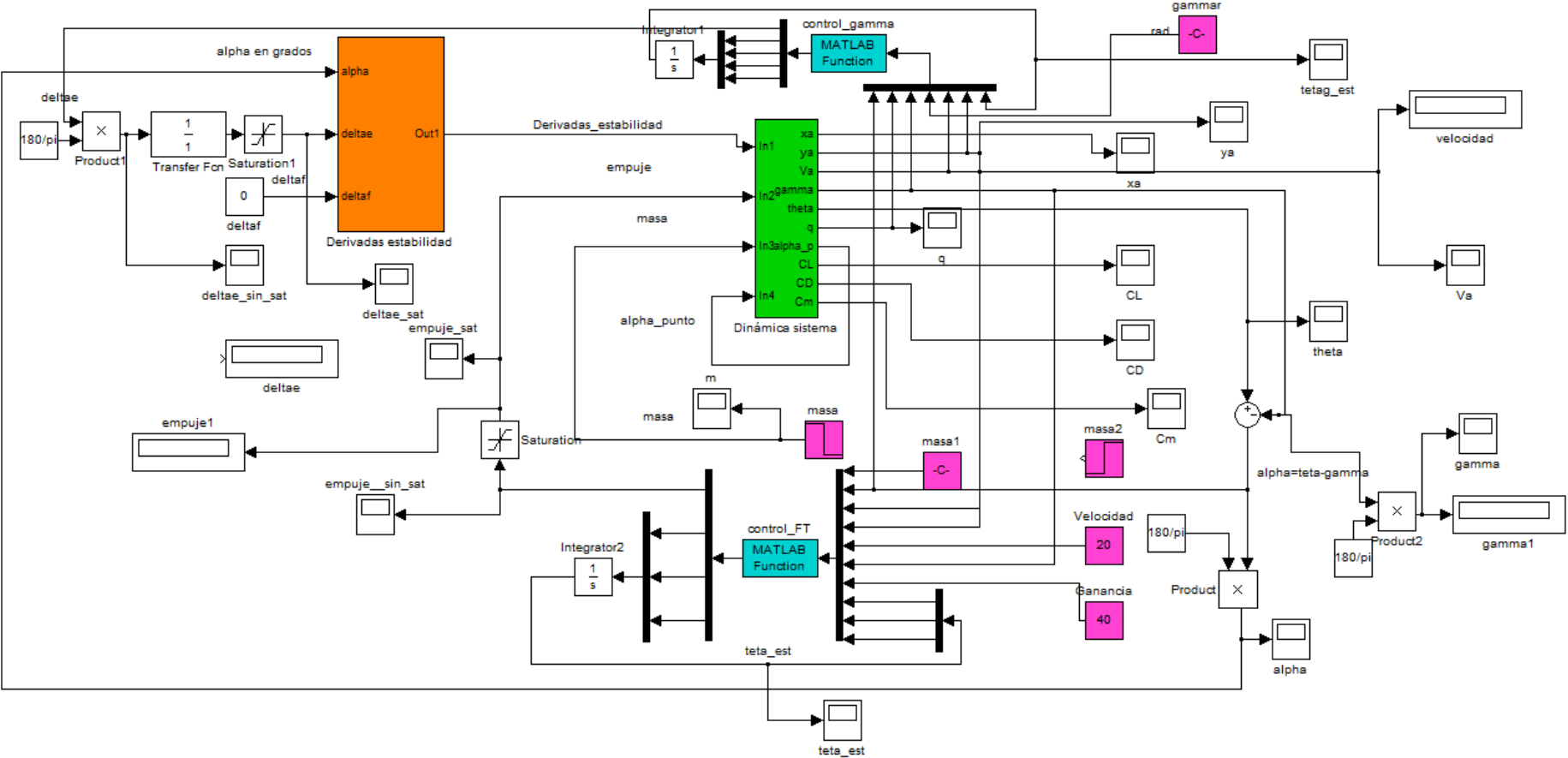
-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad. El modelo de control lineal tanto para la velocidad como para el ángulo de trayectoria es:



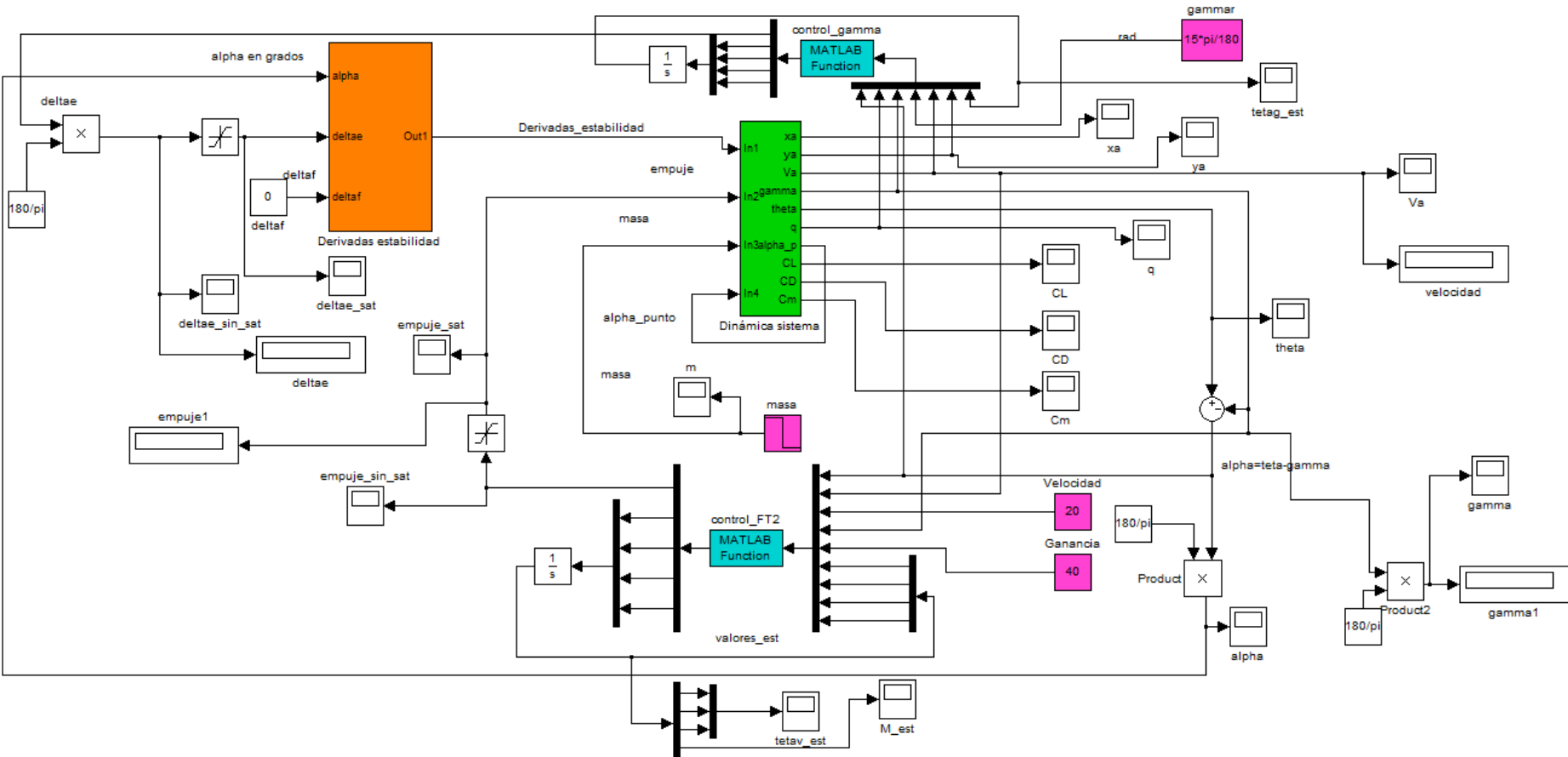
-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad. El modelo de Simulink con control lineal para la velocidad y no lineal para el ángulo de trayectoria es:



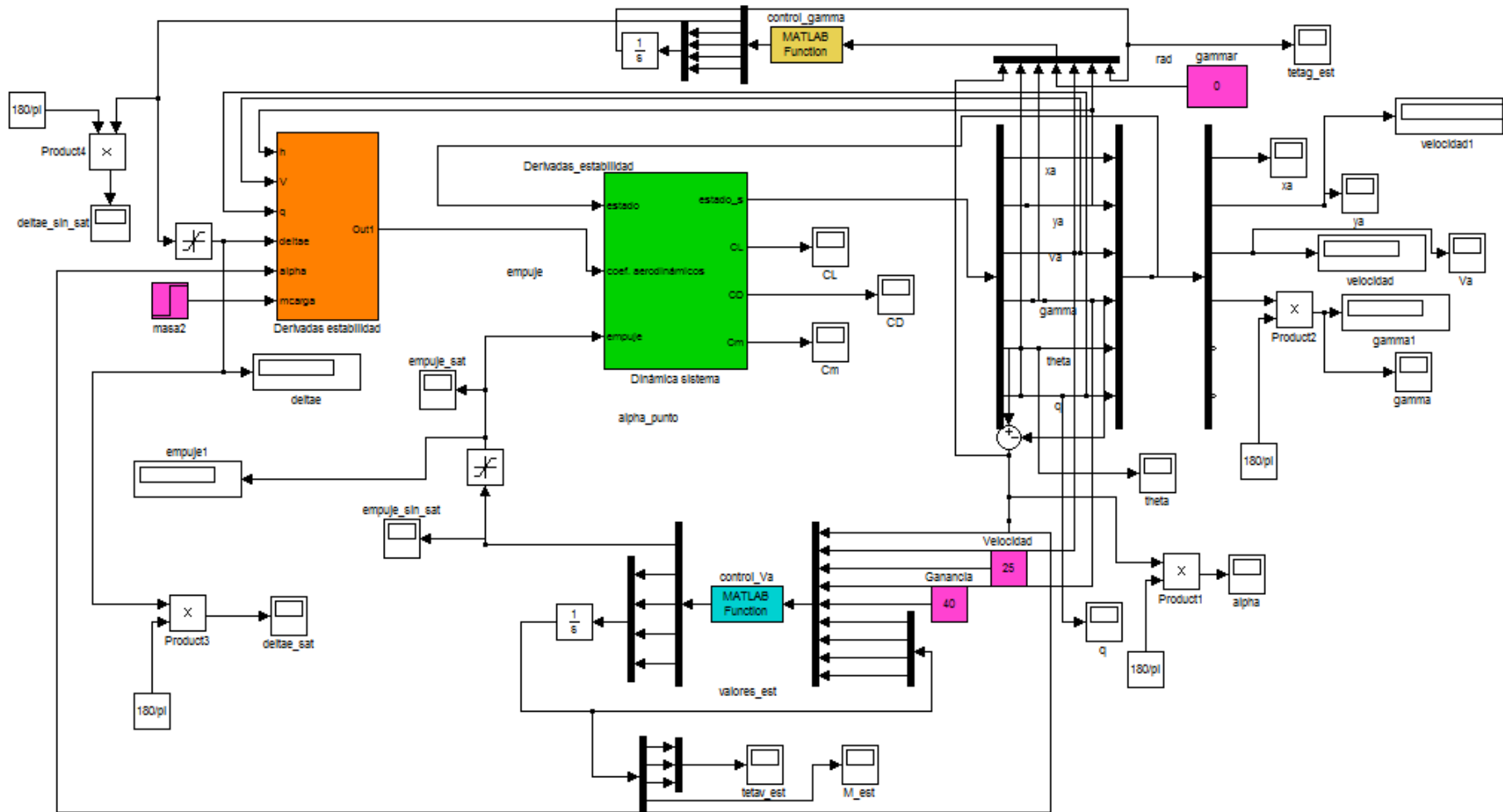
-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad. El modelo de Simulink con control no lineal para la velocidad (ley de control 1 ó 3) y no lineal para el ángulo de trayectoria es:



-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el primer modelo de derivadas de estabilidad. El modelo de Simulink con control no lineal para la velocidad (ley de control 2 ó 4) y no lineal para el ángulo de trayectoria es:

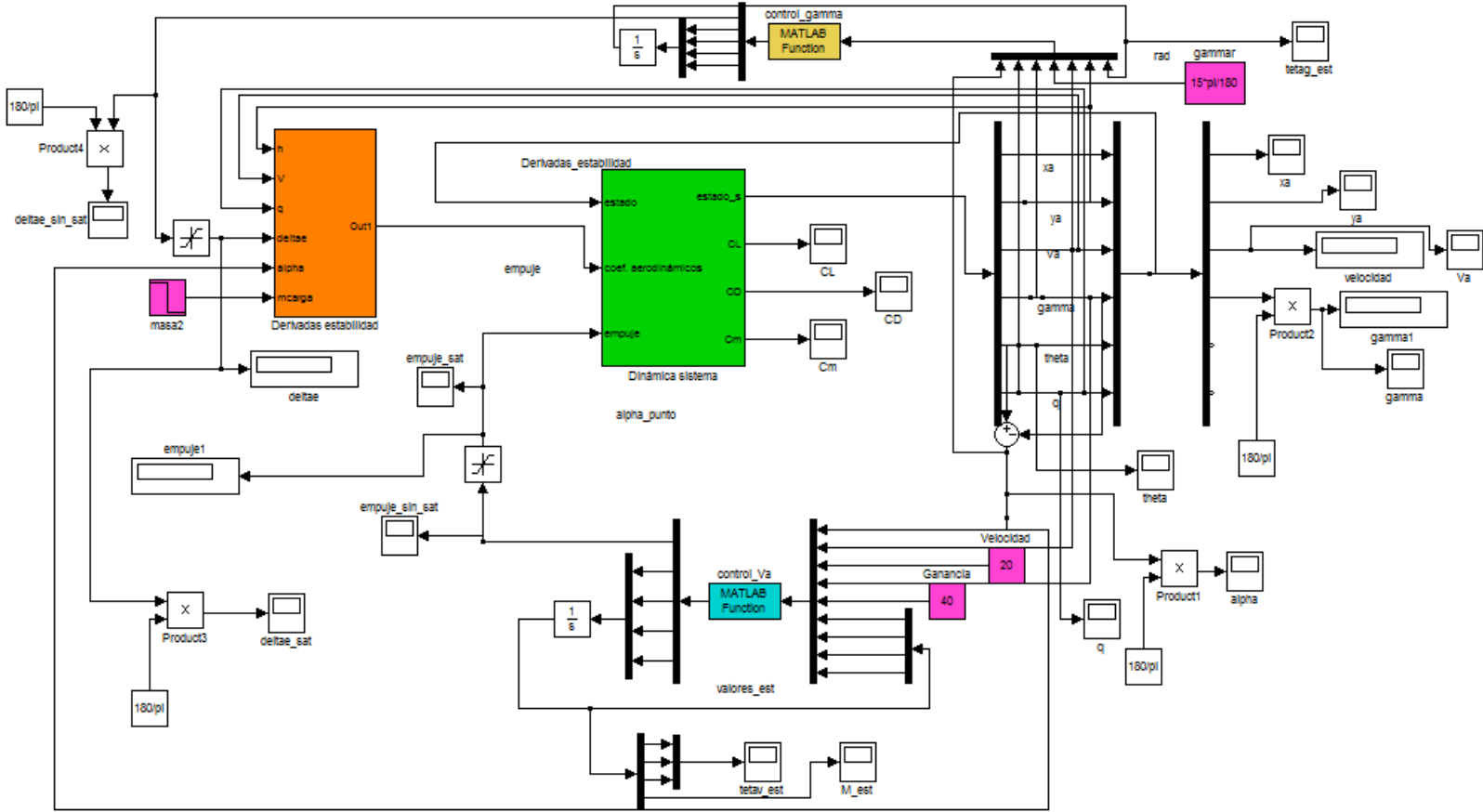


-Para la obtención del punto del cruce equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el segundo modelo de derivadas de estabilidad:

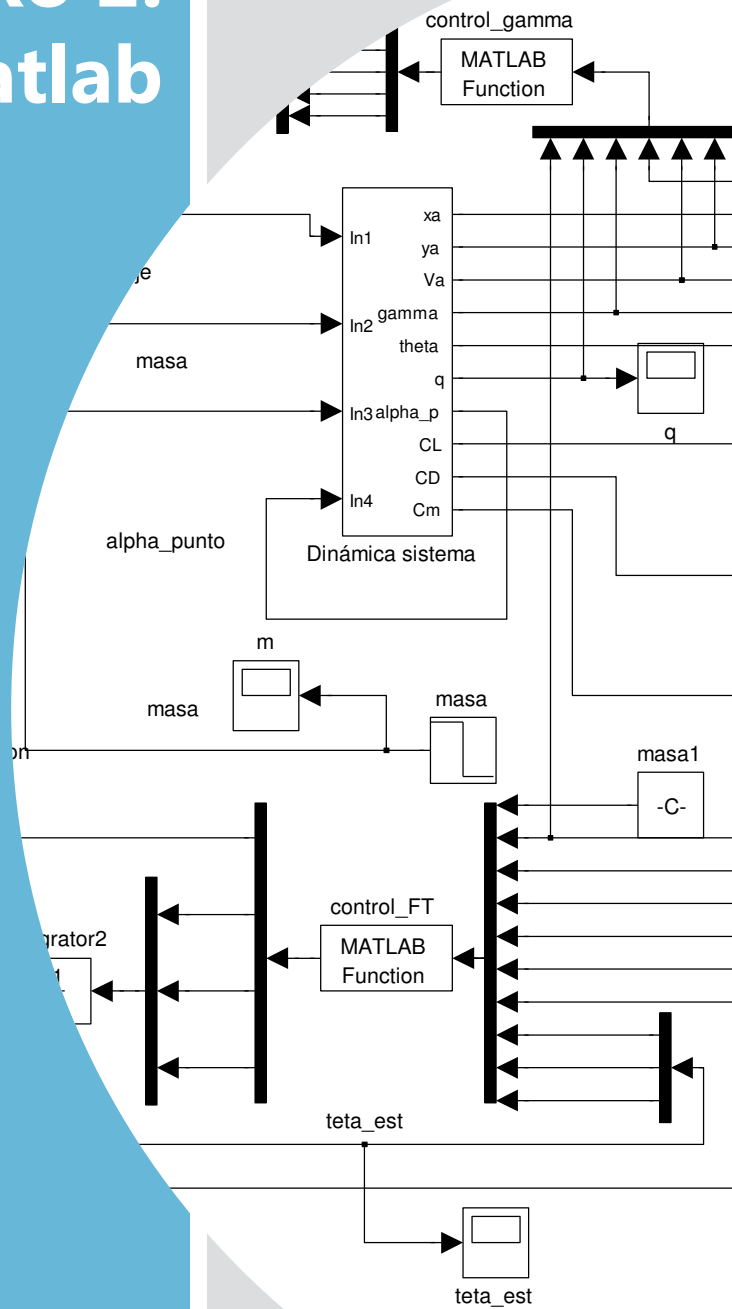




-Para la simulación de la suelta partiendo del punto del crucero equilibrio, considerando una masa de 10 kg y el segundo modelo de derivadas de estabilidad. El modelo de Simulink con control no lineal para la velocidad (ley de control 2 ó 4) y no lineal para el ángulo de trayectoria es:



## Anexo 2: Códigos de Matlab



## 10. Anexo 2: Códigos de Matlab

### Función 'movimiento'

1. Se definen los datos geométricos del céfiro y algunas constantes necesarias

```
function fsal=movimiento(entrada)
%Datos geométricos céfiro y constantes
S=1.088; %m^2
c=0.39299; %m
us=19; % m/s;
Iy=7.447; %kg/m2
g=9.81;
```

2. Se definen las variables de entrada de las que se alimenta la función

```
xa=entrada(1); ya=entrada(2);
Va=entrada(3); gamma=entrada(4);
teta=entrada(5); q=entrada(6);
CXa=entrada(7); CXe=entrada(8); CXf=entrada(9);
CZa=entrada(10); CZap=entrada(11); CZq=entrada(12);
CZe=entrada(13); CZf=entrada(14);
Cma=entrada(15); Cmap=entrada(16); Cmq=entrada(17);
Cme=entrada(18); Cmf=entrada(19);
FT=entrada(20);
ma=entrada(21);
alpha_p=entrada(22);
```

3. Se calcula la densidad del aire para cada valor de la altitud ( $y_a$ )

```
Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(ya);
rho=Data_ATM.rho;
```

Y la función `get_Atmospheric_Cefiro(ya)` se define como sigue:

```
function Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(h)

g_ATM=-9.81;%gravedad de la tierra
R_ATM=287;%constante de los gases
T0_ATM=288;%temperatura en Kelvin

if h<11000%altura de la tropopausa
    alpha_ATM=-6.5e-3; %baja la temperatura 6,5° cada km
    T0_H=T0_ATM + alpha_ATM*h;
    a=sqrt(1.4*R_ATM*T0_H);
```

```

rho=1.225*((T0_ATM+...
alpha_ATM*h)/T0_ATM)^(g_ATM/(R_ATM*alpha_ATM)-1);
else
deltaestrato=exp(g_ATM*(h_ATM-11000)/(R_ATM*216.5));
rho=0.3629*deltaestrato;
end

Data_ATM.rho = rho;
Data_ATM.a_speed = a;

```

4. Se calculan los coeficientes aerodinámicos y con ellos las fuerzas y momentos

```

CXs=CXa+CXe+CXf;
CZs=CZa+CZap*alpha_p*c/(2*us)+CZq*q*c/(2*us)+CZe+CZf;
Cms=Cma+Cmap*alpha_p*c/(2*us)+Cmq*q*c/(2*us)+Cme+Cmf;
CL=-CZs;
CD=-CXs;

L=0.5*rho*Va.^2*S*CL;
D=0.5*rho*Va.^2*S*CD;
M=0.5*rho*Va.^2*S*c*Cms;

```

5. Se calculan las derivadas de las variables que serán integradas

```

alpha=(teta-gamma);
dxa=Va*cos(gamma);dya=Va*sin(gamma);
dgamma=1./(ma*Va)*(L+FT*sin(alpha)-ma*g*cos(gamma));
dva=(-D+FT*cos(alpha)-ma*g*sin(gamma))/ma;
dteta=q;
dq=M/Iy;

```

6. Por último, se obtienen las variables de salidas (outputs del bloque verde)

```

fsal=[dxa dya dva dgamma dteta dq CL CD Cms];

```

## Función 'movimiento\_mod'

1. Se definen los datos geométricos del céfiro y algunas constantes necesarias

```
function fsal=movimiento_mod(entrada)
%Datos geométricos céfiro y constantes
S=1.088; %m^2
c=0.39299; %m
us=19; % m/s;
Iy=7.447; %kg/m2
g=9.81;
```

2. Se definen las variables de entrada de las que se alimenta la función

```
xa=entrada(1); ya=entrada(2);
Va=entrada(3); gamma=entrada(4);
teta=entrada(5); q=entrada(6);
CL=entrada(7); CD=entrada(8);
Cm=entrada(9);
ma=entrada(10);
FT=entrada(11);
```

3. Se calcula la densidad del aire para cada valor de la altitud ( $y_a$ )

```
Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(ya);
rho=Data_ATM.rho;
```

4. Se calculan las fuerzas y momentos aerodinámicos

```
L=0.5*rho*Va.^2*S*CL;
D=0.5*rho*Va.^2*S*CD;
M=0.5*rho*Va.^2*S*c*Cm;
```

5. Se calculan las derivadas de las variables que serán integradas

```
alpha=(teta-gamma);
dxa=Va*cos(gamma); dya=Va*sin(gamma);
dgamma=1./(ma*Va)*(L+FT*sin(alpha)-ma*g*cos(gamma));
dva=(-D+FT*cos(alpha)-ma*g*sin(gamma))/ma;
dteta=q;
dq=M/Iy;
```

6. Por último, se obtienen las variables de salidas (outputs del bloque verde)

```
fsal=[dxa dya dva dgamma dteta dq CL CD Cm];
```

## Función 'get\_derivatives\_Cefiro'

1. Se definen las variables de entrada y los datos atmosféricos

```
function salida = get_derivatives_Cefiro(entrada)
h=entrada(1);
V=entrada(2);
q=entrada(3);
alpha1=entrada(5);
delta1=entrada(4);
Wcargal=entrada(6);
% Data around the equilibrium point
Data_ATM= get_Atmospheric_Cefiro(h);
rho = Data_ATM.rho;
a_speed = Data_ATM.a_speed;
M = V/a_speed;
Q = 0.5*rho*V^2;
```

2. Se define la geometría completa de la aeronave

```
%longitudes en metros
anchot=0.6; %ancho de la cola
b=2.8124; %b es el wing span
bfmax=0.25; %máximo ancho del fuselaje OJO REVISAR DATO
bv=0.8; %envergadura cola vertical va multiplicada por 2
c=0.39299; %cuerda media del ala
ca=0.14; %cuerda alerón
ce=0.36675; %cuerda media efectiva
ch=0.28; %cuerda del estabilizador horizontal
ctip=0.295; %cuerda en la punta del ala
Df=0.2877; %diámetro del fuselaje en la raíz del ala
flecha=0; %ángulo de la flecha del ala
diedro=2; %ángulo de diedro del ala
lf=1.52; %longitud del fuselaje
ln=1.2; %distancia del morro a la raíz del ala OJO
lt=1.51; %distancia desde el cg del avión al cgt hori
lv=1.556; %distancia del cg del avión al cav
ltubo=1.2; %longitud del tailboom puramente circular
S=1.088; %superficie alar
Sbmax=0.066; %área máxima del fuselaje
Sbs=0.36; %área lateral del fuselaje
Se=0.988; %superficie expuesta
Sh=ch*anchot; %superficie estabilizador horizontal
S0=0.04908; %sección circular del fuselaje
Sr=0.03; %superficie del rudder
Sv=0.0763; %superficie de los dos timones verticales
Vb=0.073; %volumen del fuselaje
```

```

zw=0.090; %diferencia de cotas entre cg y c/4 del ala
zv=0.255; %diferencia de cotas entre cg y ca del vertical
zt=0; %diferencia de cotas entre cg y cg helice

```

### 3. Se calculan las derivadas de estabilidad debidas al down-wash y la eficiencia

```

hb=0; %altura de la cola
A=8.2569; %aspect ratio
% A = b^2/S;
Ae=7.64; %aspect ratio expuesto
lambda=ctip/c; %parámetro lambda
lb=ltubo+3*(c/4)+ch/4; %longitud corregida coge 3/4 de la cuerda
ala
kh=(1-hb/b)/(2*lb/b)^(1/3);
kl=(10-3*lambda)/7;
ka=1/A-1/(1+A^(1.7));
downwash=4.44*(kh*kl*ka)^1.19;
d=1-downwash;

hb=0;%altura de la cola
av=3.0477; %pendiente sustentación estab vertical
Clae=3.8658*(3.8804/4.8083); %sustentación del ala expuesta
Cdalp=0.13023; %resistencia a un alpha dado
etav=0.9; %eficiencia de las superficies de control
diedro=0; %diedro del ala
eficiencia=etav*(0.724+(3.06/(1+cos(flecha)))*(Sv/S)+ ...
0.4*(zw/Df)+0.0009*A);

```

### 4. Cálculo del centro de gravedad de la aeronave

```

%longitudes en metros
%pesos en kilogramos

Xcgwb=1.25; %centro de gravedad del ala 0.4
Xcgwb1=Xcgwb/c; %centro de gravedad del ala adimensional
Xcale=ce/4; %distancia del borde ataque al cg del alae
Xcgle=Xcale-0.0815; %distancia del borde ataque al cg del alae

Xcawb=Xcgwb-0.0815; %centro aerodinámico del ala
Xcawb1=Xcawb/c; %centro aerodinámico del ala adimensional

%OJO ese 0,0815 es la distancia entre centro de
%gravedad ala y centro aerodinámico ala recalculer si varia la
cuerda del
%ala

Xcgt = Xcgwb + 0.0806 + 0.0651 + ltubo; %0.091037
Xcgt1 = Xcgt/c; %0.1293

%OJO el 0,1293 es la distancia entre el
%borde de ataque y el cg de la cola en el estabilizador
horizontal
%recalculer si se varia la forma de la cola
Xcat = Xcgwb + 0.0651 + ltubo + ch/4;

```

```

%OJO ese 0,091037 es la long. entre el
%cg del ala y el enganche del tailboom,
%recalcularla si se cambia la cuerda del ala
Xcat1 = Xcat/c;

Xtrendelantero=0.535; %brazo del tren delantero
Xtrentrasero=1.32; %brazo del tren trasero
Xcargal=0.4323; %posición carga de pago delantera

Wtrendelantero=3.046; %peso del tren delantero
Wtrentrasero1=9.818; %peso del tren trasero 1
Wtrentrasero2=9.622; %peso del tren trasero 2

Xavion=(Xtrendelantero*Wtrendelantero+Xtrentrasero*...
(Wtrentrasero1+Wtrentrasero2))/(Wtrendelantero+...
Wtrentrasero1+Wtrentrasero2);

Xdeposito=1.43; %posición del depósito 0.7346 Ó 0.58
XbateriaNiMh=0.95; %posición batería NiMh
XbateriaLiPo=0.95; %posición batería LiPo

Wavion=Wtrendelantero+Wtrentrasero1+Wtrentrasero2;

Wdeposito=0.7; %peso del depósito 1.2
WbateriaNiMh=0; %peso batería NiMh 0.116
WbateriaLiPo=0; %peso batería LiPo 0.116

g= 9.81;
W=Wavion+Wcargal+Wdeposito+WbateriaNiMh+WbateriaLiPo;
Wl=W*9.81;
m= Wl/g;

Xcg=(Xavion*Wavion+Xcargal*Wcargal+Xdeposito*Wdeposito+...
XbateriaNiMh*WbateriaNiMh+XbateriaLiPo*WbateriaLiPo)/W;
Xcg1=Xcg/c;
%Xcg1=3.2422

Xcgsincarga=(Xcg*W-Xcargal*Wcargal)/(W-Wcargal);
Wcgsincarga=W-Wcargal;

```

## 5. Cálculo del modelo de helicóptero para la hélice

```

phi=0.4572; %diámetro de la hélice en metros, son 18 in

% Thrust
T=64*0.25;%17.46

%Se usa el modelo helicóptero movimiento axial ascendente

Sheli=(pi*(phi/2)^2); %superficie de la hélice
Safe=ch*phi/sqrt(2); %superficie de la cola afectada
Snoafe=(anchot-phi/sqrt(2))*ch; %superficie de la cola no
afectada
bafe=Safe/S; %adimensionalización superficie afect
bnoafe=Snoafe/S; %adimensionalización superficie no afect
vio=sqrt(T/(2*rho*Sheli));%velocidad inicial inducida por hélice

```



```

vi=-0.5*V+sqrt(0.25*V^2+vio^2); %velocidad real inducida por la
hélice
Vc=V+vi; %velocidad que afecta a la cola
qhafe=0.5*rho*Vc^2; %presion dinamica afectada
qhnoafe =0.9*Q; %presion dinamica no afectada
nhafe=qhafe/Q;
nhnoafe=qhnoafe/Q;
nhafe=0.95;
nhnoafe=0.95;

```

## 6. Se calculan los coeficientes de estabilidad estática longitudinal

```

%Cl0wb
Cl0wb=0.29927; %sust. ala a ángulo de ataque nulo
%se supone que sustenta cero el fuselaje

%Clawb
K1=0.98;%tabla del finnennes ratio
Kwb=0.1714*(bfmax/b)^2+0.8326*(bfmax/b)+0.9974;
Kbw=0.781*(bfmax/b)^2+1.1976*(bfmax/b)+0.0088;
ClaN=2*K1*Sbmax/S;
Clae=3.8804*(3.8804/4.8083);%varia área expuesta
KN=(ClaN/Clae)*(S/Se);
Clawb=(KN+Kwb+Kbw)*Clae*(Se/S);
Clabody=2*K1*S0/Vb^(2/3);
Clawbcomprobacion=Clae+Clabody;
% Clawb=Clawbcomprobacion;

%Clha
Clha=3.6814+2.27075*(anchot-1); %sustentación de la cola
%se ha realizado una interpolación para ver cuanto disminuye si
varia el ancho

%Clelev
Clelev=2.4614+1.312*(anchot-1); %sustentación del elevador
%se ha realizado una interpolación para ver cuanto disminuye si
varia el ancho

%Clh0
Clh0=0; %perfil simétrico a ángulo cero no sust.

%Cm0wb
%Cmof
Cmof=(K1/(36.6*S*c))*bfmax^2*lf;%momento de cabeceo del fuselaje
Cmow=-0.046; %momento de cabeceo del ala -0.046
Cm0wb=Cmow+Cmof; %del conjunto ala-fuselaje

%Cálculo del punto neutro y margen estático

%N01=(Clawb*Xcawb1+Clha*d*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe)*Xcat1)/(Cl
awb+Clha*d*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe));
N01=(Clawb*Xcawb1+Clha*d*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe)*Xcat1)/...
(Clawb+Clha*d*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe));
N0=N01*c;
Margenestatico=N01-Xcg1;

%Datos de incidencias para el trimado

```

```

iwgrados=2; %incidencia del ala en grados
itgrados=-2; %incidencia de la cola en grados
iw=iwgrados*(2*pi)/360;
it=itgrados*(2*pi)/360;
epsilon0=0;

%Cálculo de los coeficientes
CL0=Cl0wb+Clha*(it-epsilon0)*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe)+ ...
    Clawb*iw;
CLalpha=Clawb+Clha*d*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe);
CLdelta_e=Clelev*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe);

CM0=Cm0wb+(Xcg1-Xcawb1)*(Cl0wb+Clawb*iw)+ ...
    (nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe)*(Xcg1-Xcat1)*(Clh0+...
    Clha*(it-epsilon0));
CMalpha=CLalpha*(Xcg1-N01);
CMdelta_e=-Clelev*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe)*(Xcat1-Xcg1);

% Calculation of Oswald Efficiency
a1=0.0004;
a2=-0.008;
a3=0.0501;
a4=0.8642;
lambda1=A*lambda;
R=a1*lambda1^3+a2*lambda1^2+a3*lambda1+a4;
e=(1.1*CLalpha)/(R*CLalpha+(1-R)*pi*A);
k=1/(pi*A*e);

%MODELO DE LA POLAR VS. VELOCIDAD
Cd0=0.02866;%Cd0 inicial
k1=0.0012;%coeficiente lineal de la polar
k2=k;%coeficiente cuadrático de la polar
T=64*0.25;%17.46
%T=(q*S)*(Cd0+k1*Cl+k2*Cl^2)empuje que varía con la velocidad de
vuelo

alphagrados=alpha1*360/(2*pi);
deltagrados=delta1*360/(2*pi);

CL = CL0 + CLalpha*alpha1+CLdelta_e*delta1;
CD = Cd0 + k1*CL + k2*CL^2;
% CD = Cd0 + k2*CL^2;

```

## 7. Se calculan las derivadas de estabilidad dinámica longitudinal

```

Vh=(Sh*lt)/(S*c); %volumen ratio estabilizador horizontal
Iy=7.447; %inercia sin adimensionalizar Iy=7.447
Cdalp=0.13023; %resistencia del ala a ángulo trim
teta0=0;

Iy1=Iy/(0.5*rho*V^2*S*c); %adimensionalización de la inercia
cmed=c/(2*V); %adimensionalización de la cuerda
m1=2*W/(rho*S*V); %adimensionalización de la masa
%Iy1=899.0977;

%Cxalfa

```

```

Cdalfa=2*k2*CL*CLalpha;
Cxalfa=CL-Cdalfa;

%Czalfa
% Cd=Cd0+k*C1^2;
Czalfa=-CLalpha-CD;

%Cmalfa
Cmalfa=CMalpha;

%Cxu
Cdu=0;%para vuelo subsónico bajo
Cxu=-2*CD-Cdu;
Cxu=0;

%Czu
Clu=0; %para vuelo subsónico
q0=0; %OJO que no lo se
Czu=-2*CL-Clu-2*m1*q0;

%Cmu
Cmu=0; %0 para vuelo subsónico

%Cxq
Cxq=0;
%Czq

Cxalfapunto=0; %vale 0 para vuelo subsónico

%Clalfapuntoe
beta=sqrt(1-M^2);
tau=beta*Ae;
Clg=(-pi*Ae)/(2*beta^2)*(0.0013*tau^4-
0.0122*tau^3+0.0317*tau^2+0.0186*tau-0.0004);
Clalfapuntoe=1.5*(Xcawb/ce)*Clae+3*Clg;

%Clalfapuntob
Claprima=Clabody*(Vb^(2/3)/Sbmax); %anteriormente definido
Clalfapuntob=2*Claprima*(Vb/(Sbmax*lf)) ;

Clalfapuntowb=(Kwb+Kbw)*((Se*ce)/(S*c))*Clalfapuntoe +...
Clalfapuntob*((Sbmax*lf)/(S*c)) ;
Clalfapuntot=2*Clha*Vh*(nhafe*Safe+nhnoafe*Snoafe)/...
(Safe+Snoafe)*downwash;
Clalfapunto=Clalfapuntot;%+Clalfapuntowb

%Czalfapunto
Czalfapunto=-Clalfapunto; %OJO

Clab=2*K1*(Sbmax/Vb^(2/3));
Claprima=Clab*(Vb^(2/3)/Sbmax);
Clqb=2*Claprima*(1-Xcg/lf);
chi=(0.07054)/c;
Clqe=(0.5+2*chi)*Clae;
Clqwb=(Kwb+Kbw)*((Se*ce)/(S*c))*Clqe+Clqb*((Sbmax*lf)/(S*c));
Clqt=2*Clha*Vh*(nhafe*bafe+nhnoafe*bnoafe);
Czq=-(Clqwb+Clqt);
CLq = Clqwb+Clqt;
%Cmq

```

```

%Cmqe
B=sqrt(1-M^2*(cos(flecha))^2);
c1=A^3*(tan(flecha))^2;
c2=3/B;
c3=A*B+6*cos(flecha);
c4=A+6*cos(flecha);
c5=A+2*cos(flecha);
Cmqe02=-0.7*CLalpha*cos(flecha)*((A*(0.5*chi+2*chi^2))/(c5)+...
    c1/(24*c4)+1/8);
Cmqe=(c1/c3+c2)/(c1/c4+3)*Cmqe02;

%Cmqb
Cmab=2*K1/Vb*.7549739999999999999999999999999999999999999999999999999e-1;
Cmaprimab=Cmab*(Vb/Sbmax);
Xm1=Xcg/lf;
Xc=1/Vb*Sbmax*lf^2/2;
Xc1=Xc/lf;
Vb1=Vb/(Sbmax*lf);
Cmqb=2*Cmaprimab*(((1-Xm1)^2-Vb1*(Xc1-Xm1))/(1-Xm1-Vb1));

Cmqwb=(Kwb+Kbw)*(Se/S)*(ce/c)^2*Cmqe+Cmqb*(Sbmax/S)*(lf/c)^2;
Cmqt=-
2*Clha*Vh*(nhafe*Safe+nhnoafe*Snoafe)/(Safe+Snoafe)*(lt/c);

CMq=(Cmqwb+Cmqt);

%Cmalfapunto
%Cmalfapuntoe
Cm0g=(-pi*Ae)/(2*beta^2)*(0.0008*tau^4-0.0075*tau^3 +...
    0.0185*tau^2+0.0128*tau-0.0003);
Cmalfasegundae=-(81/32)*(Xcale/ce)^2*Clae+9/2*Cm0g;
Cmalfapuntoe=Cmalfasegundae+(Xcg/ce)*Clalfapuntoe;

%Cmalfapuntob
Cmalfapuntob=2*Cmaprimab*((Xc1-Xm1)/(1-Xm1-
Vb1))*(Vb/(Sbmax*lf));

Cmalfapuntowb=(Kwb+Kbw)*((Se*ce^2)/(S*c^2))*Cmalfapuntoe+...
    Cmalfapuntob*((Sbmax*(lf^2))/(S*(c^2)));
Cmalfapuntot=-
2*Clha*Vh*((nhafe*Safe+nhnoafe*Snoafe)/(Safe+Snoafe))*...
    downwash*(lt/c);
Cmalfapunto=Cmalfapuntot;%+Cmalfapuntowb

```

## 8. Se calculan las derivadas de estabilidad estática lateral

```

%Cyb

%Cybw
Cybw_grados=-0.0001*diedro;
Cybw=Cybw_grados*(360/(2*pi));
%radianes

%Cybv

```

```

Cybv=-2*av*eficiencia*(Sv/S);
%radianes

%Cybf
Ki=1.32;
Claf=2*K1*S0/Vb^(2/3);
Cybf=-Ki*Claf*Vb^(2/3)/S;
%radianes

Cyb=Cybw+Cybf+Cybv;
%radianes

%Clb

%Clbv
Clbv=-2*av*eficiencia*(Sv/S)*((zv*cos(alpha1)-...
    lv*sin(alpha1))/b);
%radianes

%Clbwb
Kf=0.98;
Kma=1;
ClbClflecha=-0.000;
ClbClaspect=-0.0005;
Clbdiedro=-0.00024;
Kmdiedro=1;
incremento_Clbdiedro=-0.0005*sqrt(A)*(Df/b)^2;
Clbwb_grados=CL*(ClbClflecha*Kma*Kf+ClbClaspect)+...
    diedro*(Clbdiedro*Kmdiedro+incremento_Clbdiedro)+...
    1.2*sqrt(A)/57.3*(zw/b)*(2*Df/b);
%grados

Clbwb=Clbwb_grados*(360/(2*pi));

Clb=Clbwb+Clbv;
%radianes

%Cnb

%Cnbdiedro
diedro_radianes=diedro*((2*pi)/360);
Cnbdiedro=-0.075*diedro_radianes*CL;
%radianes

%Cnbflecha
Cnbflecha=CL^2/(4*pi*Ae);
%radianes

%Cnbv
Cnbv=av*(lv/b)*(Sv/S)*eficiencia ;
%radianes
"3,0477 es la pendiente de sustentacion de la cola"

%Cnbw
Knn=0.0015; %de grafica de altura/bfmax
Kri=1.35; %sale del numero de reynolds
Cnbwb=-Knn*Kri*(Sbs/S)*(lf/b)*(360/(2*pi));
%radianes
Cnbw=Cnbdiedro+Cnbflecha+Cnbwb;

```

```

Cnb= (Cnbw+Cnbv) ;
%radianes

%Cydeltaa
Cydeltaa=0;
%radianes

%Cldeltaa
taudeltaa=0.55;
vardeltaatau=0.4;
Cldeltaa=taudeltaa*vardeltaatau;
%radianes

%Cndeltaa
K11=-0.13;
Cndeltaa=2*K11*CL*Cldeltaa;
%radianes

%Cydeltar
taul=0.6;
Cydeltar=taul*2*av*(Sv/S);
%radianes

%Cldeltar
Cldeltar=Cydeltar*(zv/b);
%radianes

%Cndeltar
Cndeltar=-Cydeltar*(lv/b)*etav;
%radianes

```

## 9. Se calculan las derivadas de estabilidad dinámica lateral

```

%Cyp
Cyp=0;
%grados

%Clp
%Clpv
z=zv*cos(alpha1)-lv*sin(alpha1);
Clpv=-2*(z/b)*((z-zv)/b)*Cybv;
%radianes

%Clpw
Clpw=-1/6*(CLalpha + CD);
%radianes

Clp=Clpv + Clpw;
%radianes

%Cnp
%Cnpv
Cnpv=-(2/b)*(lv*cos(alpha1) + zv*sin(alpha1))*((z-zv)/b)*Cybv;
%radianes

```

```

% Cnpw
Cdalfa=2*k2*CL*CLalpha;
Cnpw=-1/6*(CL-Cdalfa);
%radianes
Cnp=Cnpw + Cnpv;
%radianes

% Cyr
Cyr=0;
%grados

% Clr
% Clrv
Clrv=-(2/b^2)*(zv*sin(alpha1)+lv*cos(alpha1))*z*Cybv;
%radianes

% Clrw
Clrw=CL/3;
%radianes
Clr=Clrv+Clrw;
%radianes

% Cnr
% Cnrv
Cnrv=(2/b^2)*(zv*sin(alpha1)+lv*cos(alpha1))^2*Cybv;
%radianes

% Cnrw
Cnrw=-(1/3)*Cdalfa;
%radianes
Cnr=Cnrv+Cnrw;
%radianes

% Cybpunto
Cybpunto=0;
%grados

% Clbpunto
Clbpunto=0;
%grados

% Cnbpunto
Cnbpunto=0;
%grados

```

10. Se calculan las matrices del sistema para el cálculo de frecuencias y autovalores (esta parte del código no se usa en este pfc)

```

%inercias de catia
Ix=2.727; %inercia en eje x
Iz=9.95; %inercia eje z
Ixz=-0.002; %inercia eje xz

%inercias dimensionales
Ix1=Ix/(0.5*rho*V^2*S*b);

```

```

Iz1=Iz/(0.5*rho*V^2*S*b);
Ixz1=Ix/(0.5*rho*V^2*S*b);

%inercias de trabajo
Ix1prima=Ix1/(Ix1*Iz1-Ixz1^2);
Iz1prima=Iz1/(Ix1*Iz1-Ixz1^2);
Ixz1prima=Ixz1/(Ix1*Iz1-Ixz1^2);

mu=2*W/(rho*S*V); %adimensionalización de la masa
bmed=b/(2*V); %adimensionalización de la envergadura

chi1=Iz1prima*Clbpunto+Ixz1prima*Cnbpunto;
chi2=Ix1prima*Cnbpunto+Ixz1prima*Clbpunto;

%los coeficientes son por orden:
a11=Cyb/(mu-bmed*Cybpunto);
Cyphi=0.2;%0.003125
%esto es una hipótesis
a12=Cyphi/(mu-bmed*Cybpunto);
a13=(Cyp*bmed)/(mu-bmed*Cybpunto);
a14=0;
a15=-(mu-bmed*Cyr)/(mu-bmed*Cybpunto);
a21=0;
a22=0;
a23=1;
a24=0;
a25=0;
a31=Clb*Iz1prima+Cnb*Ixz1prima+chi1*bmed*a11;
a32=chi1*bmed*a12;
a33=Clp*bmed*Iz1prima+Cnp*Ixz1prima*bmed+chi1*bmed*a13;
a34=0;
a35=Clr*bmed*Iz1prima+Cnr*Ixz1prima*bmed+chi1*bmed*a15;
a41=0;
a42=0;
a43=0;
a44=0;
a45=1;
a51=Ix1prima*Cnb+Ixz1prima*Clb+bmed*chi2*a11;
a52=chi2*bmed*a22;
a53=bmed*(Cnp*Ix1prima+Clp*Ixz1prima+chi2*a13);
a54=0;
a55=bmed*(Cnr*Ix1prima+Clr*Ixz1prima+chi2*a15);

A=[a11 a12 a13 a14 a15;a21 a22 a23 a24 a25;a31 a32 a33 a34
a35;a41 a42 a43 a44 a45;a51 a52 a53 a54 a55];
autovalores=eig(A);

%para la matriz B los coeficientes son:
b11=Cydeltaa/(mu-bmed*Cybpunto);
b12=Cydeltar/(mu-bmed*Cybpunto);
b21=0;
b22=0;
b31=Cldeltaa*Iz1prima+Cndeltaa*Ixz1prima+chi1*bmed*b11;
b32=Cldeltar*Iz1prima+Cndeltar*Ixz1prima+chi1*bmed*b12;
b41=0;
b42=0;
b51=Cndeltaa*Ix1prima+Cldeltaa*Ixz1prima+chi2*bmed*b11;
b52=Cndeltar*Ix1prima+Cldeltar*Ixz1prima+chi2*bmed*b12;

B=[b11 b12;b21 b22;b31 b32;b41 b42;b51 b52];

```



```

frecuencia_balanceo=sqrt(imag(autovalores(3,1))^2+...
    real(autovalores(3,1))^2);
amortiguamiento_balanceo=-
real(autovalores(3,1))/frecuencia_balanceo;

frecuencia_convergencia=sqrt(imag(autovalores(5,1))^2+...
    real(autovalores(5,1))^2);
amortiguamiento_convergencia=-
real(autovalores(5,1))/frecuencia_convergencia;

frecuencia_espiral=sqrt(imag(autovalores(2,1))^2+...
    real(autovalores(2,1))^2);
amortiguamiento_espiral=-
real(autovalores(2,1))/frecuencia_espiral;

```

11. Finalmente se almacenan las derivadas de estabilidad y los valores de interés; y se obtienen las variables de salida

```

Data_Der.CL0 = CL0;
Data_Der.CM0 = CM0;
Data_Der.Cd0 = Cd0;
Data_Der.CLalpha = CLalpha;
Data_Der.CMalpha = CMalpha;
Data_Der.CLdelta_e = CLdelta_e;
Data_Der.CMdelta_e = CMdelta_e;
Data_Der.CMq = CMq;

Data_Der.alpha1 = alpha1;
Data_Der.delta1 = delta1;

Data_Der.k = k;
Data_Der.S = S;
Data_Der.c = c;
Data_Der.m = m;
Data_Der.g = g;
Data_Der.b = b;
Data_Der.Ix = Ix; %inercia en eje x
Data_Der.Iy = Iy; %inercia en eje y
Data_Der.Iz = Iz; %inercia eje z
Data_Der.Ixz = Ixz; %inercia eje xz

Data_Der.Cyb=Cyb;
Data_Der.Cnb=Cnb;
Data_Der.Clb=Clb;
Data_Der.Cydeltaa=Cydeltaa;
Data_Der.Cndeltaa=Cndeltaa;
Data_Der.Cldeltaa=Cldeltaa;
Data_Der.Cydeltar=Cydeltar;
Data_Der.Cndeltar=Cndeltar;
Data_Der.Cldeltar=Cldeltar;
Data_Der.Cyp=Cyp;
Data_Der.Clp=Clp;
Data_Der.Cnp=Cnp;
Data_Der.Cyr=Cyr;
Data_Der.Clr=Clr;

```

```

Data_Der.Cnr=Cnr;
Data_Der.Cybpunto=Cybpunto;
Data_Der.Clbpunto=Clbpunto;
Data_Der.Cnbpunto=Cnbpunto;
Data_Der.CL=CL;
Data_Der.CD=CD;

Cm = CM0+CMalpha*alpha1+CMdelta_e*delta1+CMq*q;

salida=[CL CD Cm m CMalpha];

```

## Función 'control\_FT' (Ley de control 1)

1. Se definen las variables de entrada de la función

```

function salida=control_FT(entrada)
persistent theta_est;
m=entrada(1); alpha=entrada(2); ya=entrada(3);
Va=entrada(4); Vref=entrada(5); gamma=entrada(6);
k=entrada(7); theta_est1=entrada(8);
theta_est2=entrada(9); theta_est3=entrada(10);

```

2. Se calcula la densidad a la altura en cada instante de tiempo

```

Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(ya);
rho=Data_ATM.rho;

```

3. Se definen algunas constantes necesarias

```

S=1.088; %m^2
g=9.81;
beta1=rho*S/(2*m);

```

4. Se define la ley de control 1

```

zv=Va-Vref;
Gammav=0.5*eye(3);

theta_est_fija=[theta_est1; theta_est2; theta_est3];
theta_est = theta_est_fija ;

aux=zv*(beta1*(zv^2+Vref^2)*Gammav\[1; alpha;alpha^2]);
Ft=(m/cos(alpha))*(g*sin(gamma)+...
    beta1*(zv^2+Vref^2)*[1 alpha alpha^2]*theta_est-k*zv);

```

```

if ((Ft>=100)&&(zv<=0)) || ((Ft<=0)&&(zv>=0))
    dteta_est=zeros(3,1);
else
    dteta_est=-aux;
end

```

5. Por último, se extraen las variables de salida necesarias

```

salida=[Ft dteta_est(1) dteta_est(2) dteta_est(3)];

```

## Función 'control\_FT2' (Ley de control 2)

1. Se definen las variables de entrada de la función

```

function salida=control_FT2(entrada)
persistent theta_est;
persistent Mest;
alpha=entrada(1);
Va=entrada(2); Vref=entrada(3); gamma=entrada(4);
k=entrada(5); theta_est1=entrada(6);
theta_est2=entrada(7); theta_est3=entrada(8);
Mest_fija=entrada(9);

```

2. Se define la ley de control 2

```

g=9.81;
gamav=10;
Gammav=0.5*eye(3);
zv=Va-Vref;

Mest=Mest_fija;
theta_est_fija=[theta_est1; theta_est2; theta_est3];
theta_est = theta_est_fija ;

aux=zv*((zv^2+Vref^2)*Gammav\ [1; alpha;alpha^2]);
Ft=(1/cos(alpha))*(Mest*g*sin(gamma)+...
    (zv^2+Vref^2)*[1 alpha alpha^2]*theta_est-k*zv);

dMest=-(1/gamav)*zv*g*sin(gamma);

if ((Ft>=150)&&(zv<=0)) || ((Ft<=0)&&(zv>=0))
    dteta_est=zeros(3,1);
else
    dteta_est=-aux;
end

```

3. Se obtienen las variables de salida de la función

```
salida=[Ft dteta_est(1) dteta_est(2) dteta_est(3) dMest];
```

## Función 'control\_FT3' (Ley de control 3)

1. Se definen las variables de entrada de la función

```
function salida=control_FT3(entrada)
persistent theta_est;
m=entrada(1); alpha=entrada(2); ya=entrada(3);
Va=entrada(4); Vref=entrada(5); gamma=entrada(6);
k=entrada(7); theta_est1=entrada(8);
theta_est2=entrada(9); theta_est3=entrada(10);
```

2. Se calcula la densidad a la altura en cada instante de tiempo

```
Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(ya);
rho=Data_ATM.rho;
```

3. Se definen algunas constantes necesarias

```
S=1.088; %m^2
g=9.81;
beta1=rho*S/(2*m);
```

4. Se define la ley de control 3

```
zv=Va-Vref;
Gammav=0.5*eye(3);

theta_est_fija=[theta_est1; theta_est2; theta_est3];
theta_est = theta_est_fija ;

aux=zv*(beta1*Vref^2*Gammav\[1; alpha;alpha^2]);
Ft=(m/cos(alpha))*(g*sin(gamma)+ ...
    beta1*Vref^2*[1 alpha alpha^2]*theta_est-k*zv);

if ((Ft>=100)&&(zv<=0)) || ((Ft<=0)&&(zv>=0))
    dteta_est=zeros(3,1);
else
    dteta_est=-aux;
end
```

5. Por último, se extraen las variables de salida necesarias

```
salida=[Ft dteta_est(1) dteta_est(2) dteta_est(3)];
```

## Función 'control\_FT4' (Ley de control 4)

1. Se definen las variables de entrada de la función

```
function salida=control_FT4(entrada)
persistent theta_est;
persistent Mest;
alpha=entrada(1);
Va=entrada(2); Vref=entrada(3); gamma=entrada(4);
k=entrada(5); theta_est1=entrada(6);
theta_est2=entrada(7); theta_est3=entrada(8);
Mest_fija=entrada(9);
```

2. Se define la ley de control 4

```
g=9.81;
gamav=10;
Gammav=0.5*eye(3);
zv=Va-Vref;

Mest=Mest_fija;
theta_est_fija=[theta_est1; theta_est2; theta_est3];
theta_est = theta_est_fija ;

aux=zv*((Vref^2)*Gammav\[1; alpha;alpha^2]);
Ft=(1/cos(alpha))*(Mest*g*sin(gamma)+ ...
    (Vref^2)*[1 alpha alpha^2]*theta_est-k*zv);

dMest=-(1/gamav)*zv*g*sin(gamma);

if ((Ft>=150)&&(zv<=0)) || ((Ft<=0)&&(zv>=0))
    dteta_est=zeros(3,1);
else
    dteta_est=-aux;
end
```

3. Se obtienen las variables de salida de la función

```
salida=[Ft dteta_est(1) dteta_est(2) dteta_est(3) dMest];
```

## Función 'control\_deltae'

1. Se definen las variables de entrada de la función

```
function salida=control_deltae(entrada)

alpha=entrada(1);
q=entrada(2); gamma=entrada(3);
gammaref=entrada(4); Va=entrada(5);
ya=entrada(6);
theta_est1=entrada(7);
theta_est2=entrada(8); theta_est3=entrada(9);
theta_est4=entrada(10);
```

2. Se calcula la densidad a la altura en cada instante de tiempo

```
Data_ATM = get_Atmospheric_Cefiro(ya);
rho=Data_ATM.rho;
```

3. Se definen las constantes necesarias

```
S=1.088; %m^2
c=0.39299; %m
Iy=7.447; %kg/m2
g=9.81;
beta2=rho*(Va^2)*S*c/(2*Iy);
```

4. Se define la ley de control

```
zg=gamma-gammaref;
theta_est=[theta_est1; theta_est2; theta_est3;theta_est4];

k=1; c1=1;
Gammag=0.5*[1 0 0 0; 0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 20];

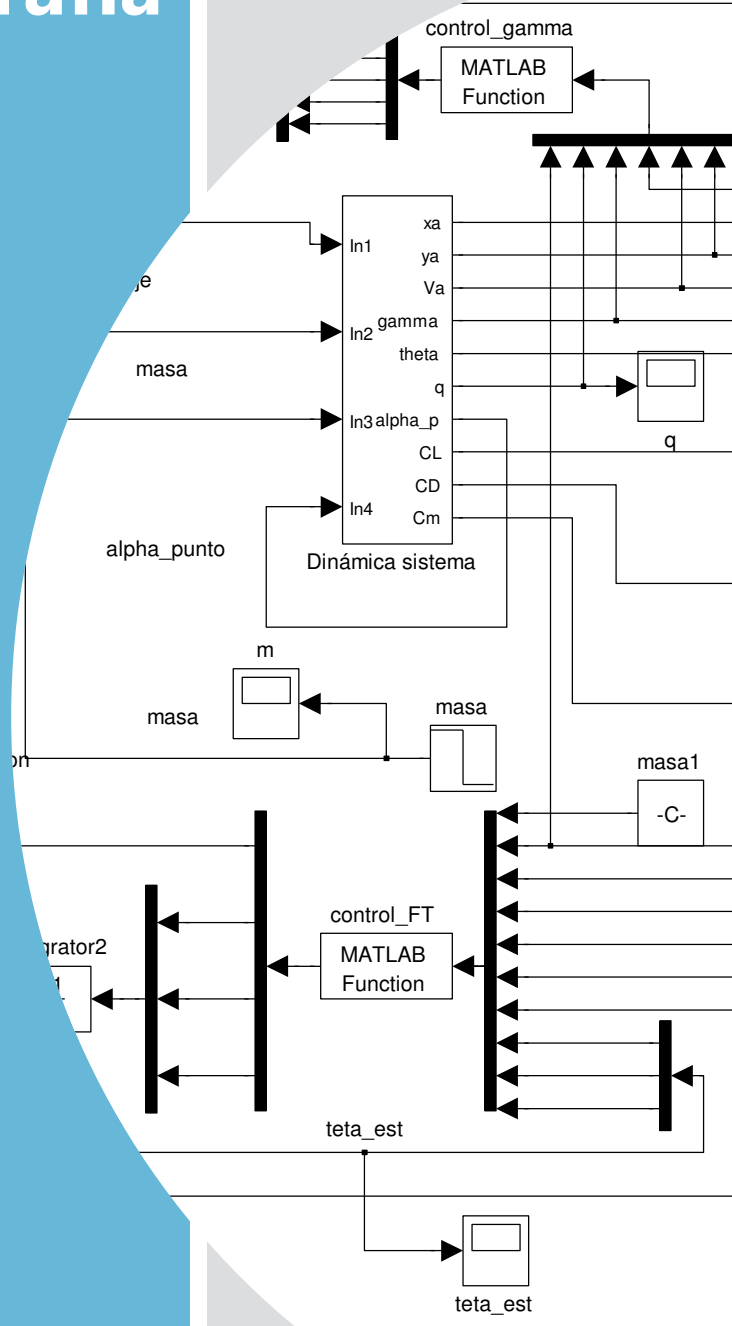
yg=q+c1*zg;
phi_g=[1;alpha;q;k*yg];

dtheta_est=-beta2/c1*yg*Gammag*phi_g;
deltae=-phi_g'*theta_est;
```

5. Finalmente, se extraen las variables de salida

```
salida=[deltae dtheta_est(1) dtheta_est(2) dtheta_est(3) dtheta_est(4)];
```

## Bibliografía



## 11. Bibliografía

- Baños, R., Asensio, J. L., Pérez, F., & Morán, P. (2008). *UAV's Beneficios y Límites* (pp. 1–5). Retrieved from <http://www.cursoleo.aulaleonardo.com/raul.banos/IASS/Dossier UAV-Spanish version -.pdf>
- Barrientos, A., Cerro, J., Gutiérrez, P., San Martín, R., Martínez, A., & Rossi, C. (2007). *Vehículos aéreos no tripulados para uso civil. Tecnología y aplicaciones. Grupo de Robótica y Cibernética* (p. 29).
- Cátedra D.S.F. (1996). *Análisis de la Estabilidad Interna de los Sistemas No Lineales* (pp. 1–8). Retrieved from [http://www.fceia.unr.edu.ar/dsf/files/A\\_EstSNL.PDF](http://www.fceia.unr.edu.ar/dsf/files/A_EstSNL.PDF)
- Esteban, S. (n.d.). *Apuntes de la asignatura de Cálculo de Aviones, Universidad de Sevilla*.
- Etkin, B., & Duff, L. (1959). *Dynamics of Flight: Stability and Control. Physics Today* (Vol. 12, p. 395). doi:10.1063/1.3060977
- Gavilán, F. (2012). *Sistemas de Control y Guiado para Vehículos Aéreos No Tripulados: Diseño de Algoritmos y Sistemas Embarcados*.
- Gavilán, F., Vázquez, R., & Acosta, J. A. (2011a). Output-feedback control of the longitudinal flight dynamics using adaptative backstepping. *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 6858–6863. doi:10.1109/CDC.2011.6161073
- Gavilán, F., Vázquez, R., & Acosta, J. A. (2011b). Control of the longitudinal flight dynamics of an UAV using adaptive backstepping. *IFAC World Congress (IFAC'11)*, 5–10.
- Gavilán, F., Vázquez, R., & Acosta, J. A. (2011c). Adaptive Control of Airplane Longitudinal Flight Dynamics. *Research Development and Education on Unmanned Aerial Systems*.
- Ministerio de Economía y Competitividad. (2010). *Vehículos aéreos no tripulados ( UAVs )* (p. 10). Retrieved from [http://www.investinspain.org/icex/cda/controller/interes/0,5464,5296169\\_6260979\\_6269605\\_4440127\\_0,00.html](http://www.investinspain.org/icex/cda/controller/interes/0,5464,5296169_6260979_6269605_4440127_0,00.html)



