

Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Aeronáutica

Resolución óptima del problema de rendezvous de vehículos espaciales en órbitas excéntricas considerando impulsos mínimos

Autor: Fernando Bravo Rey

Tutor: Prof. Dr. D. Rafael Vázquez Valenzuela

**Dep. Ingeniería Aeroespacial y
Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**
Sevilla, 2015



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Aeronáutica

Resolución óptima del problema de rendezvous de vehículos espaciales en órbitas excéntricas considerando impulsos mínimos

Autor:

Fernando Bravo Rey

Tutor:

Prof. Dr. D Rafael Vázquez Valenzuela

Departamento de Ingeniería Aeroespacial
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015

Proyecto Fin de Carrera: Resolución óptima del problema de rendezvous de vehículos espaciales en órbitas excéntricas considerando impulsos mínimos

Autor: Fernando Bravo Rey

Tutor: Prof. Dr. D. Rafael Vázquez Valenzuela

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2015

El Secretario del Tribunal

A mis profesores y amigos

A mis padres, hermana y perros

A Elena

Agradecimientos

Y finalmente me encuentro aquí sentado, escribiendo esta página. Y cómo no puede ser de otra manera, mientras lo estoy escribiendo no hago nada más que pensar en aquel chico, que con 18 años, se fue a Madrid para empezar lo que hoy está por concluir, es decir, su aventura en la carrera de Ingeniería Aeronáutica.

He de señalar, que durante este tiempo, en el que he crecido como persona, no he tenido un camino fácil, sin embargo, si de algo puedo estar contento, es de las personas que, en mayor o menor medida me han acompañado durante el mismo, y me han ayudado a no abandonarlo. Es por esta razón por lo que me siento en la obligación de agradecerle, ese fantástico premio que me han dado, y que es su compañía y ayuda:

- En primer lugar, he de agradecer a todos mis profesores, desde los que tuve cuando aún era un crío, y estaba aprendiendo a leer, a mis profesores durante la experiencia más dura de mi vida desde el punto de vista académico, que ha sido la carrera de Ingeniería. Es gracias a ellos, a que me han dado la motivación suficiente durante mi vida, por lo que puedo estar escribiendo estas líneas
- En segundo lugar he de agradecer a mi tutor de proyecto Rafael Vázquez Valenzuela, porque aún sin conocerme me acogió como alumno, me permitió realizar este fantástico proyecto con él, y ha sido la clave para que los resultados aquí desarrollados, hayan tenido lugar. He de señalar, su fantástica labor como docente, pero también su buen trato, ya que ha entendido perfectamente mi situación académica y personal y me ha permitido la realización del proyecto a distancia, basando su seguimiento a correos, en todo tipo de horario y día, y que siempre eran fuente de inspiración y ayuda para la realización del proyecto
- También a todos mis compañeros de carrera, pues son los que han sufrido conmigo en primera persona, las dificultades que se afrontan durante esta etapa. Gracias a todos, porque sin vuestra compañía, las largas noches de estudio, los suspensos tras horas y horas de dedicación, la constante implicación que la carrera necesita, hubiesen sido piedras en el camino suficientemente grandes para no poder continuar.

Sin embargo, y aun sabiendo que es egoísta por mi parte, tengo que destacar a uno por encima de todos ellos. Este es Miguel Ángel Caracuel Jiménez, compañero de carrera, hermano de corazón, y con el que he compartido la totalidad de mis vivencias durante estos años de estudio. Gracias por estar siempre, día tras día, apoyándome cuando las cosas no salían del todo bien, o siendo el primero en compartir las alegrías cuando por el contrario conseguía el éxito.

- He de agradecer a toda mi familia el apoyo que siempre he recibido de ellos. Dentro de esta he de destacar también a mis perros, cinco compañeros, Jacky, Balto, Bady, Sultán y Lucky (en su día seis, porque de ti Dady nunca me olvidaré) que siempre han estado a mi lado cuando lo he necesitado, que para ellos no había malos días y siempre han sido fuentes de alegría cuando las cosas se torcían.
- Le doy las gracias de todo corazón a mis padres y hermana, quienes entendieron desde primera hora mi elección a la hora de estudiar, primero en Madrid y posteriormente en Sevilla, y quienes han dedicado la exclusividad de sus horas y esfuerzo, a que hoy me encuentre aquí escribiendo estas líneas en las que agradeceré. Me siento muy orgulloso de tener unos padres, que no han privado ni una hora de esfuerzo por conseguir que sus hijos consigan su sueño, y que han sabido sufrir conmigo y entenderme durante estos años. Mi hermana, desde pequeño ha sido una motivación y un espejo donde mirarse, y lo único que le puedo decir es “Gracias por tener la suerte de tenerte como hermana”
- Finalmente, he de agradecerle a Elena Velasco Barbancho, todo lo que me ha dado durante estos años. Pues como bien sabe, sin ella, todo esto hubiese sido imposible. Cuanto más duro ha sido el camino,

más fuerte ha sido su apoyo. Siempre ha luchado y siempre ha estado empujándome para que esto fuera posible. Sé que has sufrido cuando yo he sufrido, y te has alegrado de mis éxitos como si fueran tuyos. Que hoy me encuentre aquí escribiendo lo que son los agradecimientos de mi proyecto, se deben en gran parte a ti. No has negado nunca una gota de esfuerzo, ni has tenido un momento de debilidad durante este camino. Siempre has sido la que ha tirado de los dos. Por lo que quiero que sientas, que este camino, la consecución de mi carrera, es un éxito tanto tuyo como mío.

Por supuesto, he de agradecer al resto de personas que me han acompañado en estos veintitrés años de vida, y que si me olvido de alguno de ellos, con humildad pedirle perdón, pues no es mi intención.

Fernando Bravo Rey, Sevilla 25/01/2015

Resumen

El objetivo de este proyecto es el estudiar diferentes métodos de resolución para el problema de rendezvous cuando el vehículo objetivo se encuentra en una órbita excéntrica, y se tiene tanto un límite superior, como inferior, para el valor absoluto de los impulsos que se pueden dar para cumplir la totalidad de la maniobra.

Para el problema en cuestión se considerará que el vehículo objetivo tiene un comportamiento pasivo, mientras que el vehículo perseguidor, que se encuentra relativamente cerca del blanco posee seis toberas, cada una de ellas orientada según un sentido y una dirección de un triedro de ejes, para realizar la aproximación final hacia el blanco.

Dentro de los métodos estudiados, se hará una primera división, entre aquellos que calculan la trayectoria óptima desde el punto de vista de suma de impulsos, a partir de la condición inicial y final del problema, con una única optimización. Estos métodos, conocidos como procedimientos de bucle abierto, serán de diferentes tipos, partiendo de la solución exacta que combina variables continuas y variables auxiliares enteras, y procedimientos que para tener en cuenta todas las restricciones de la potencia de control requieren de dos resoluciones.

Una vez desarrollados dichos métodos se expondrán diferentes resultados, en los que se comparará que método de los no exactos se acerca a la solución exacta (hay que tener en cuenta que el óptimo en todos los casos considerados será el método exacto), en base a varios criterios, como el consumo de combustible, o la precisión final, y se sacarán conclusiones respecto a la idoneidad de cada uno de ellos.

Los segundos métodos a estudiar, serán métodos de replanificación, los cuales, a diferencia de los anteriores, calculan la trayectoria óptima en función de la posición anterior, permitiendo así al vehículo perseguidor el adaptarse a posibles situaciones anómalas en el desarrollo de la maniobra.

Una vez explicados dichos métodos, se representarán los resultados obtenidos para diferentes situaciones, tanto de condiciones iniciales de vehículo objetivo, como de interferencias durante la trayectoria, y se analizarán los métodos más idóneos.

Finalmente se tendrá en cuenta, la posibilidad de que el vehículo perseguidor tenga un fallo en el sistema propulsor durante el acercamiento al blanco, por lo que se crearán trayectorias de seguridad, que garanticen que los dos vehículos no colisionarán durante un tiempo determinado.

Índice

Agradecimientos	viii
Resumen	x
Índice	xi
índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xvi
Notación	xx
1 Introducción	21
1.1 <i>Rendezvous Espacial</i>	21
1.2 <i>Alcance del Proyecto</i>	22
1.3 <i>Estructura del Proyecto</i>	22
2 Misión Rosetta y relación con el rendezvous	24
2.1 <i>Misión Rosetta</i>	24
2.1.1. <i>Razón Principal de la Misión</i>	24
2.1.2. <i>Elección del cometa y desarrollo inicial de la misión</i>	25
2.1.3. <i>Aproximación al cometa</i>	26
2.1.4. <i>Desacoplamiento de Philae y Aterrizaje</i>	27
2.1.5. <i>Resultados de la misión</i>	27
2.2. <i>Maniobra de rendezvous de la misión Rosetta</i>	28
2.2.1. <i>Maniobra alrededor de 67P</i>	28
2.2.2. <i>Aterrizaje</i>	29
2.3. <i>Relación con el proyecto</i>	30
3 Órbita del blanco Circular	31
3.1. <i>Hipótesis</i>	31
3.2. <i>Ecuaciones del movimiento</i>	32
3.3. <i>Modelo Discreto</i>	35
3.3.1. <i>Métodos de Optimización</i>	36
3.3.2. <i>Optimización Cuadrática</i>	37
3.3.3. <i>Optimización Lineal con LPsolve</i>	40
3.4. <i>Resolución del problema circular y comparación de resultados, entre el modelo discreto y el modelo continuo</i>	42
3.4.1. <i>Impulsos constantes para cada intervalo</i>	42
3.4.2. <i>Impulsos instantáneos para cada intervalo</i>	44
3.4.3. <i>Conclusiones</i>	45
4 Órbita del blanco excéntrica	46
4.1 <i>Hipótesis adicionales</i>	46
4.2 <i>Ecuaciones del movimiento</i>	46
4.3 <i>Modelo Discreto</i>	47
4.4 <i>Métodos de optimización</i>	50
4.4.1 <i>Optimización lineal con LPsolve</i>	51

4.4.2	<i>Formulación Milp</i>	52
4.4.3	<i>Algoritmos heurísticos de Resolución</i>	55
4.5	<i>Resultados de los métodos de Optimización en bucle abierto</i>	58
4.5.1	<i>Caso Particular</i>	58
4.5.2	<i>Caso General</i>	70
4.6.	<i>Conclusiones sobre algoritmos heurísticos en bucle abierto</i>	87
4.7.	<i>Control Predictivo y presencia de ruido en la trayectoria</i>	88
4.7.1.	<i>Control Predictivo</i>	89
4.7.2.	<i>Ruidos considerados en las trayectorias</i>	94
4.8.	<i>Resultados del Control Predictivo</i>	95
4.8.1.	<i>Comparativa entre Control con replanificación y métodos de bucle abierto</i>	96
4.8.2.	<i>Control Predictivo con criterio de elección de impulsos tras la optimización</i>	99
4.8.3.	<i>Control Predictivo con algoritmos heurísticos de resolución</i>	119
4.9.	<i>Conclusiones sobre el control Predictivo</i>	138
4.9.1.	<i>Conclusiones para el control predictivo con criterio de elección de impulsos</i>	138
4.9.2.	<i>Conclusiones para el control predictivo con algoritmos heurísticos de resolución</i>	139
5	Trayectorias de seguridad	140
5.1.	<i>Condición $y \geq 0$</i>	140
5.2.	<i>Condiciones de Invariabilidad</i>	142
5.3.	<i>Resultados y conclusiones para el caso de trayectorias de seguridad</i>	143
5.3.1.	<i>Resultados y conclusiones para la condición $y \geq 0$</i>	143
5.3.2.	<i>Resultados y conclusiones para la condición de invarianza</i>	151
6	Conclusiones y trabajo futuro	155
6.1.	<i>Resumen de conclusiones métodos en bucle abierto</i>	155
6.2.	<i>Resumen de conclusiones control predictivo</i>	156
6.3.	<i>Resumen de conclusiones del problema con trayectorias de seguridad</i>	157
6.4.	<i>Trabajo Futuro</i>	158
	Referencias	159

INDICE DE TABLAS

4 ÓRBITA DEL BLANCO EXCÉNTRICA

Tabla 4.1. Criterios de elección de algoritmos idóneos para el caso particular	70
Tabla 4.2. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas al blanco	72
Tabla 4.3. Categoría de la posición final, para condiciones iniciales cercanas al blanco	73
Tabla 4.4. Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias cercanas al blanco	73
Tabla 4.5. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias lejanas al blanco	74
Tabla 4.6. Categoría de la posición final, para distancias más lejanas al blanco	75
Tabla 4.7. Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias más lejanas al blanco	75
Tabla 4.8. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias lejanas y tiempo total mayor	77
Tabla 4.9. Categoría de la posición final, para distancias lejanas y tiempo total mayor	77
Tabla 4.10. Veces que falla cada algoritmo para distancias lejanas y tiempo total mayor	78
Tabla 4.11. Porcentajes de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias más cercanas y tiempo total mayor	79
Tabla 4.12. Categoría de soluciones finales para distancias más cercanas y tiempo total mayor	80
Tabla 4.13. Veces que ha fallado cada uno de los algoritmos para distancias más cercanas y tiempo total mayor	80
Tabla 4.14. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total menor	81
Tabla 4.15. Categoría de las soluciones para distancias cercanas y tiempo total menor	81
Tabla 4.16. Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total menor	81
Tabla 4.17. Comparación de resultados caso 1 sin ruido	100
Tabla 4.18. Resultados control predictivo con ruido caso 1	109
Tabla 4.19. Categoría de soluciones control predictivo caso 1	110
Tabla 4.20. Valores medios de control predictivo con ruido aleatorio caso 1	111
Tabla 4.21. Categoría de las soluciones de control predictivo para ruido aleatorio caso 1	111
Tabla 4.22. Resultados para el control predictivo con variación aleatoria de la excentricidad caso 1	112
Tabla 4.23. Categoría de las soluciones del control predictivo con variación aleatoria de excentricidad	113

caso 1

Tabla 4.24. Resultados para control predictivo caso 2	114
Tabla 4.25. Categoría de las soluciones de control predictivo caso 2	115
Tabla 4.26. Resultados control predictivo sin ruido caso 3	116
Tabla 4.27. Resultados de control predictivo con ruido para el caso 3	118
Tabla 4.28. Categoría de soluciones de control predictivo con ruido caso 3	119
Tabla 4.29. Resultados control predictivo algoritmo 1 sin ruido caso 1	121
Tabla 4.30. Resultados control predictivo algoritmo 1 con ruido caso 1	122
Tabla 4.31. Resultados medios de ruido aleatorio para control predictivo algoritmo 1 caso 1	123
Tabla 4.32. Categoría de las soluciones control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 1 caso 1	123
Tabla 4.33. Resultados medios control predictivo con variación aleatoria de la excentricidad algoritmo 1 caso 1	124
Tabla 4.34. Categoría de soluciones control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 1 caso 1	124
Tabla 4.35. Resultados control predictivo sin ruido algoritmo 2 caso 1	125
Tabla 4.36. Resultados control predictivo con ruido algoritmo 2 caso 1	126
Tabla 4.37. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 2 caso 1	127
Tabla 4.38. Resultados medios control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 2 caso 1	128
Tabla 4.39. Resultados control predictivo sin ruido algoritmo 3 caso 1	129
Tabla 4.40. Resultados control predictivo con ruido algoritmo 3 caso 1	131
Tabla 4.41. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 3 caso 1	131
Tabla 4.42. Resultados control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 3 caso 1	132
Tabla 4.43. Resultados control predictivo con algoritmos sin ruido caso 2	134
Tabla 4.44. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio para algoritmos caso 2	135
Tabla 4.45. Porcentaje de error control predictivo con ruido aleatorio algoritmos caso 2	135
Tabla 4.46. Categoría de soluciones control predictivo con algoritmos con ruido aleatorio	136
Tabla 4.47. Resultados medios para control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2	137
Tabla 4.48. Porcentaje de error control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2	137

Tabla 4.49. Categoría de soluciones control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2	138
---	-----

5 TRAYECTORIAS DE SEGURIDAD

Tabla 5.1. Resultados métodos bucle abierto sin seguridad caso 1	144
Tabla 5.2. Resultados métodos bucle abierto con seguridad caso 1	144
Tabla 5.3. Resultados para el caso 2 de trayectorias de seguridad	145
Tabla 5.4. Resultados control predictivo con condición de seguridad $y > 0$	149
Tabla 5.5. Categoría de soluciones para control predictivo con condición $y > 0$	150
Tabla 5.6. Resultados para condición de invarianza bucle abierto	152
Tabla 5.7. Resultados para el caso 1 con condición de invarianza control predictivo	153
Tabla 5.8. Resultados para el caso 2 condición de invarianza control predictivo	154

INDICE DE FIGURAS

2 MISIÓN ROSETTA Y RELACIÓN CON EL RENDEZVOUS

Figura 2.1. Sonda Rosetta y sus diferentes instrumentos	24
Figura 2.2. Módulo de aterrizaje Philae	25
Figura 2.3. Órbita de la sonda Rosetta	26
Figura 2.4. Acantilado de 67P, de unos 900 metros de alto	27
Figura 2.5. Trayectoria de aproximación de la sonda al cometa	28
Figura 2.6. Módulo Philae tras separarse de la sonda	29

3 ÓRBITA DEL BLANCO CIRCULAR

Figura 3.1. Sistema de referencia LVLH	32
Figura 3.2. Trayectoria del perseguidor para optimización cuadrática e impulsos constantes	43
Figura 3.3. Trayectoria del perseguidor para optimización lineal e impulsos constantes	43
Figura 3.4. Trayectoria del perseguidor para optimización cuadrática e impulsos instantáneos	44
Figura 3.5. Trayectoria del perseguidor para optimización lineal e impulsos instantáneos	44
Figura 3.6. Comparativa de la suma total de los impulsos	45

4 ÓRBITA DEL BLANCO EXCÉNTRICA

Figura 4. 1. Relación entre anomalía excéntrica y anomalía verdadera	48
Figura 4.2. Trayectoria del perseguidor para los métodos de optimización de bucle abierto	59
Figura 4.3. Trayectoria del perseguidor para los métodos en bucle abierto frente al tiempo	60
Figura 4.4. Trayectoria del perseguidor algoritmo 1 y F. Milp	61
Figura 4.5. Trayectoria del perseguidor algoritmo 2 y F. Milp	61
Figura 4.6. Trayectoria del perseguidor algoritmo 3 y F. Milp	62
Figura 4.7. Trayectoria del perseguidor algoritmo 4 y F. Milp	62
Figura 4.8. Trayectoria del perseguidor algoritmo 5 y F. Milp	63
Figura 4.9. Trayectoria del perseguidor algoritmo 6 y F. Milp	63
Figura 4.10. Trayectoria del perseguidor algoritmo 44 y F. Milp	64

Figura 4.11. Trayectoria del perseguidor algoritmo 55 y F. Milp	64
Figura 4.12. Trayectoria del perseguidor algoritmo 1 y optimización lineal	65
Figura 4.13. Trayectoria del perseguidor algoritmo 2 y optimización lineal	66
Figura 4.14. Trayectoria del perseguidor algoritmo 3 y optimización lineal	66
Figura 4.15. Trayectoria del perseguidor algoritmo 4 y optimización lineal	67
Figura 4.16. Trayectoria del perseguidor algoritmo 5 y optimización lineal	67
Figura 4.17. Trayectoria del perseguidor algoritmo 6 y optimización lineal	68
Figura 4.18. Trayectoria del perseguidor algoritmo 44 y optimización lineal	68
Figura 4.19. Trayectoria del perseguidor algoritmo 55 y optimización lineal	69
Figura 4.20. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas al blanco	72
Figura 4.21. Representación de las categorías para los diferentes algoritmo en distancias cercanas al blanco	73
Figura 4.22. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias más lejanas al blanco	75
Figura 4.23. Categorías de la posición final para distancias más lejanas al blanco	76
Figura 4.24. Categoría de la posición final para distancias lejanas y tiempo total mayor	78
Figura 4.25. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total mayor	79
Figura 4.26. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 1	82
Figura 4.27. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 2	82
Figura 4.28. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 3	83
Figura 4.29. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 4	83
Figura 4.30. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 5	83
Figura 4.31. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 6	84
Figura 4.32. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 44	84
Figura 4.33. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 55	84
Figura 4.34. Tendencia del consumo de combustible para x constante y variación en y	85
Figura 4.35. Tendencia del consumo de combustible para y constante y variación en x	85
Figura 4.36. Porcentaje de aumento de suma de los impulsos para u_{max} mayor	86
Figura 4.37. Porcentaje de aumento de suma de los impulsos para u_{max} menor	87
Figura 4.38. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido aleatorio	96

Figura 4.39. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para excentricidad del 98% respecto a la teórica	96
Figura 4.40. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido aleatorio y excentricidad del 98%	97
Figura 4.41. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido constante	97
Figura 4.42. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido constante y aleatorio	97
Figura 4.43. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para rendimiento de tobera del 95%	98
Figura 4.44. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para rendimiento de tobera y excentricidad del 98%	98
Figura 4.45. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para excentricidad aleatoria	98
Figura 4.46. Control predictivo caso 1 sin ruido	99
Figura 4.47. Trayectoria y control ruido aleatorio caso 1	101
Figura 4.48. Trayectoria y control excentricidad del 98% caso 1	102
Figura 4.49. Trayectoria y control ambos efectos caso 1	103
Figura 4.50. Trayectoria y control ruido constante caso 1	104
Figura 4.51. Trayectoria y control ruido constante y ruido aleatoria caso 1	105
Figura 4.52. Trayectoria y control rendimiento de tobera caso 1	106
Figura 4.53. Trayectoria y control rendimiento de tobera y excentricidad del 98% caso 1	107
Figura 4.54. Trayectoria y control excentricidad aleatoria caso 1	108
Figura 4.55. Suma de los impulsos de control predictivo caso 1	109
Figura 4.56. Categoría de las soluciones de control predictivo para ruido aleatoria caso 1	112
Figura 4.57. Trayectoria de control predictivo sin ruido caso 3	116
Figura 4.58. Trayectorias de control predictivo con ruido caso 3	117
Figura 4.59. Suma de los impulsos de control predictivo caso 3	118
Figura 4.60. Trayectoria control predictivo algoritmo 1 caso 1	120
Figura 4.61. Trayectoria control predictivo sin ruido algoritmo 2 caso 1	125
Figura 4.62. Categoría de soluciones control predictivo ruido aleatorio algoritmo 2 caso 1	127
Figura 4.63. Categoría de soluciones control predictivo con variación aleat. de la excentricidad algoritmo 2 caso 1	128
Figura 4.64. Trayectoria control predictivo sin ruido algoritmo 3 caso 1	129
Figura 4.65. Comparación de los impulsos para los algoritmos caso 1	130

Figura 4.66. Categoría de soluciones control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 3 caso 1	132
Figura 4.67. Categoría de las soluciones control predictivo con variación aleat. de la excentricidad algoritmo 3 caso 1	133
Figura 4.68. Comparación de suma de impulsos control predictivo sin ruido caso 2	134
Figura 4.69. Porcentaje de error control predictivo algoritmos con ruido aleatorio	136
Figura 4.70. Porcentaje de error control predictivo con algoritmos variación aleatoria de excentricidad	137

5 TRAYECTORIAS DE SEGURIDAD

Figura 5.1. Porcentaje de aumento de impulsos al introducir seguridad métodos bucle abierto	146
Figura 5.2. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para formulación Milp	146
Figura 5.3. Trayectoria de fallo en distintos estados formulación Milp	147
Figura 5.4. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 1	147
Figura 5.5. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 2	148
Figura 5.6. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 3	148
Figura 5.7. Trayectoria de control predictivo fallo en $N_t + 1$ para condición $y > 0$	150
Figura 5.8. Trayectorias método de bucle abierto y condición de invarianza	152
Figura 5.9. Suma de los impulsos control predictivo con condición de invarianza	154

Notación

μ	Parámetro másico de la Tierra
e	Excentricidad de la órbita / vector de signos en el formato LPsolve
\cos	Función coseno
tg	Función tangente
arctg	Función arco tangente
sen	Función seno
N	Número total de estados para realizar la maniobra de rendezvous
N_t	Estado a partir del cual se considera el margen seguro de trayectoria
N_s	Número de estados adicionales para los que se prolonga el problema
Sgn	Función signo
\dot{x}	Derivada con respecto al tiempo
\ddot{x}	Segunda derivada respecto del tiempo
x°	Notación de grado, x grados.
θ	Anomalía verdadera
E	Anomalía excéntrica
u_{\max}	Límite superior del rango de impulsos
u_{\min}	Límite inferior del rango de impulsos

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Rendezvous Espacial

El rendezvous, o encuentro controlado entre dos vehículos espaciales, tal como se va a desarrollar a lo largo del siguiente texto, consta de un vehículo pasivo, el cual se encuentra en una órbita, alrededor de la Tierra, y el cual será el Blanco de la misión, y un segundo vehículo, éste con un comportamiento activo, ya que realiza diferentes maniobras con el fin de conseguir encontrarse con el primero de ellos.

El interés de este problema, de encuentro espacial es diverso. Puede ser motivo de estudio para misiones de reabastecimiento de vehículos espaciales, por ejemplo La Estación Espacial Internacional, así como otro tipo de misiones; misiones de reparación de satélites, de recogida de otro vehículo espacial, como parte de una misión interplanetaria o de salvamento.

Típicamente el problema de rendezvous consta de cuatro fases:

-Fase Orbital: el vehículo perseguidor, se encuentra en Tierra, o en una órbita diferente a la del blanco, con lo que hay que realizar una serie de maniobras para llevarlo a las proximidades del mismo.

-Acercamiento inicial: el interceptor se encuentra a una distancia de 10-100 km, y se ha de llevar hasta una distancia del objetivo del orden de metros, 10-1000 m.

-Acercamiento final: se realizan maniobras con el objetivo de colocar al vehículo perseguidor, muy próximo al blanco, menos de un metro, con velocidades relativas finales de centímetros por segundo. Será esta la fase a estudiar a lo largo del proyecto.

-Acoplamiento: se busca que los dos vehículos entren en contacto de una forma suave, sin producir ningún daño, y de forma que sea permanente el acoplamiento entre ambos. Aunque no siempre sucede así, pues por ejemplo el Shuttle realiza una maniobra de acoplamiento temporal.

Debido a la proximidad entre ambos vehículos durante el encuentro espacial, ha de considerarse una serie de restricciones:

- Evitar que el blanco y el vehículo perseguidor, colisionen durante alguna de las fases de la maniobra.
- El perseguidor debe acercarse por un corredor previamente designado. Este corredor, consistirá en un cono de visión desde el blanco, el cual debe delimitar la zona por la que el vehículo perseguidor ha de acercarse.

Además se pueden considerar otras restricciones, como:

- Aun produciéndose el fallo de alguno de los motores del vehículo perseguidor, se ha de garantizar la realización del encuentro espacial
- Si la actitud del blanco cambia con el tiempo, el interceptor debe acoplarse a dicho movimiento.
- En caso de fallo total, la posibilidad de impacto debe ser mínima

Todas las restricciones se han de cumplir de forma que se optimice el combustible, consumiéndose la menor cantidad posible del mismo durante la realización del total de la maniobra.

Será este el principal marco de estudio y desarrollo del proyecto. El entrar a valorar diferentes casos de rendezvous y encontrar los métodos que más se acerquen al óptimo desde varios puntos de vista, que cumplan con el total de restricciones y alguna más que se irá añadiendo según el caso estudiado.

1.2 Alcance del Proyecto

El objetivo fundamental del Proyecto es el poder encontrar un método de resolución óptimo que cumpla con el problema de rendezvous en órbitas excéntricas, teniendo en cuenta una limitación tanto superior como inferior para los valores absolutos de los impulsos de control. Señalar que la introducción de esta segunda limitación, no es usual, y por tanto va a ser importante comprobar los resultados que se obtienen, y cómo modifica el problema.

Para la ejecución de la maniobra, se tendrá en cuenta que la nave encargada de realizarla, se encuentra en posesión de seis toberas orientadas según un sentido y un eje de un triedro de referencia.

Para la resolución de la maniobra se tendrán en cuenta diferentes métodos, los cuales se pueden dividir, en métodos de bucle abierto, que obtienen la trayectoria con una única resolución del problema de optimización. y métodos de replanificación, que realizan el problema de optimización en línea en cada uno de los pasos de los que se compone el total de la maniobra.

Dentro de estos métodos de bucle abierto, se encuentra la solución exacta, basada en formulación del tipo Milp, la cual se probará en el desarrollo del proyecto.

Explicar que debido a la alta complejidad computacional de dicha solución, se buscarán otros métodos, que aunque no sean tan buenos desde el punto de vista de consumo de combustible, permitan la realización de la maniobra. Dentro de los métodos estudiados, se buscará en base a diferentes criterios, cuál de ellos es el más adecuado para la totalidad de la maniobra de aproximación.

Además, y puesto que ante ruido e interferencias las soluciones obtenidas por estos métodos no son válidas se va a estudiar los métodos de control predictivo. Estos se combinarán con los anteriores, con el fin de encontrar la mejor solución, sin tener en cuenta la solución exacta, para realizar la maniobra de solución en base a las condiciones indicadas.

Finalmente se tendrá en cuenta la posibilidad de que las toberas del vehículo perseguidor fallen durante las maniobras, por lo que se analizarán trayectorias de seguridad que eviten la colisión de los dos vehículos.

Para la totalidad del proyecto, se considerarán los impulsos de carácter instantáneo (a excepción de que se indique lo contrario).

Se desarrollará inicialmente el modelo de rendezvous para el caso circular. Este servirá de base para explicar el modelo excéntrico, el cual es más complejo. Los resultados que se obtengan para este segundo modelo, serán para el caso plano, aunque la extensión de los métodos al caso tridimensional es trivial.

A partir de estos, se extraerán las diferentes conclusiones, que permitan cumplir el objetivo del proyecto, es decir, analizar la validez de los métodos desarrollados.

1.3 Estructura del Proyecto

Tras una primera introducción (apartado 2) en la que se analiza una de las misiones más recientes de rendezvous sobre órbitas excéntricas, la estructura del proyecto se compondrá de tres bloques principales:

- El primero de ellos (apartado 3) será el basado en la maniobra de aproximación entre dos vehículos para órbitas circulares. Dicho modelo, aunque no sea de estudio del proyecto, será la base para explicar la maniobra, las restricciones de las que se compone, y el modelo del problema.
- El segundo bloque (apartado 4) será el principal del proyecto. En él se estudiará todo lo relacionado con el problema excéntrico. Dentro de éste se podrá encontrar una segunda división:
 - o Métodos de optimización de bucle abierto, donde se analizarán varios métodos de este tipo:
 - Método basado en formulación Milp, método exacto, pero con un alto nivel de complejidad, debido a la inclusión de variables y restricciones adicionales
 - Métodos basados en algoritmos heurísticos de resolución, los cuales constarán de dos resoluciones, una general, y una segunda resolución que dependerá de los criterios de

activación de los impulsos para resolver el problema

Tras explicar dichos métodos, se analizarán para varios casos, con el fin de extraer las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

- Métodos de optimización de bucle cerrado, que se compondrán de un método iterativo de resoluciones basados en diferentes métodos:
 - Control predictivo con Formulación Milp
 - Control predictivo con criterio de clasificación de impulsos
 - Control predictivo con algoritmos heurísticos de resolución

Dentro de este segundo caso, se evaluarán los resultados, tanto para trayectorias perfectas, como para trayectorias con interferencias y presencia de ruidos.

- El tercer bloque (apartado 5) será el bloque basado en trayectorias de seguridad, donde para los métodos diseñados a lo largo del proyecto, se añadan restricciones que garanticen la no colisión entre los dos vehículos en caso de fallo del vehículo propulsor en la aproximación hacia el blanco. Se analizarán dos tipos de restricciones
 - Restricción de $y > 0$ para un margen de tiempo
 - Restricción de invariabilidad, que garantiza la no colisión durante un tiempo, en teoría, infinito, haciendo que el perseguidor, entre en una trayectoria que se repite cada órbita respecto del blanco.

Finalmente, se cerrará el proyecto con las conclusiones finales, extraídas del análisis de los diferentes métodos y el abanico de simulaciones.

2 MISIÓN ROSETTA Y RELACIÓN CON EL RENDEZVOUZ

El objetivo principal del proyecto, el buscar trayectorias de rendezvous sobre órbitas excéntricas, tiene una importante aplicación espacial. Ya en el pasado la maniobra de rendezvous fue una de las partes fundamentales, por ejemplo del viaje a la Luna por el hombre. Como en otros proyectos se ha estudiado el rendezvous desde el punto de vista histórico, se presenta un ejemplo de actualidad, el llevado a cabo por la sonda Rosetta y el módulo de aterrizaje Philae, misión que consiguió realizar el posicionamiento sobre la superficie del cometa 67P/Churiúmov-Guerasiménko el día 12 de Noviembre de 2014, tras más de 10 años de misión.

2.1. Misión Rosetta

Para el desarrollo de este apartado, se ha extraído la información necesaria de las referencias [8] , [9] y [12] del documento.

Esta misión, llevada a cabo por la Agencia Espacial Europea (ESA), tiene como objetivo principal el poder observar minuciosamente el cometa y sus características, llegando a colocar un módulo sobre la superficie del mismo, que permita la exploración in situ, hecho que no se había producido hasta ahora.

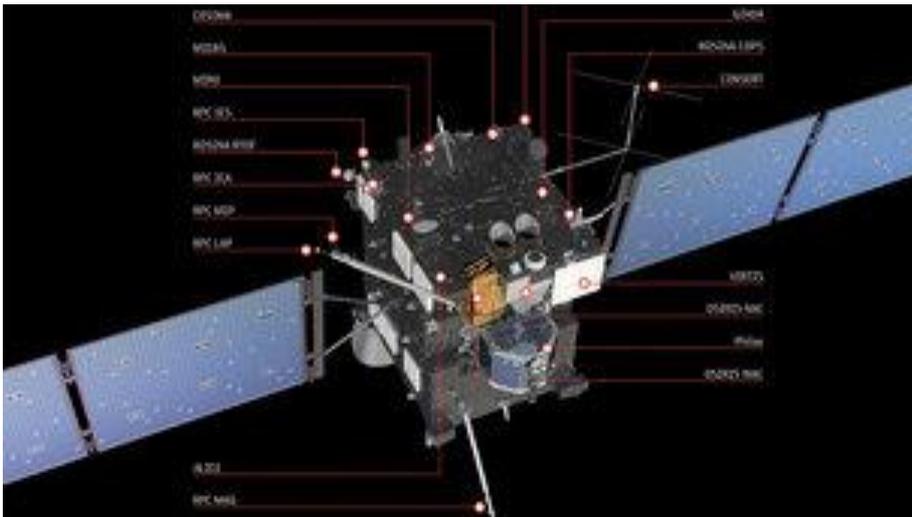


Figura 2.1. Sonda Rosetta y sus diferentes instrumentos

2.1.1. Razón Principal de la Misión

El motivo principal, que lleva al estudio de la superficie del cometa, así como de su comportamiento orbital, es que los cometas reflejan la forma más primitiva del sistema solar, ya que han sufrido pocas modificaciones. El conocer el material, el comportamiento del núcleo, o su evolución, es de vital importancia para la humanidad.

Hasta la aparición de la misión Rosetta, simplemente se había sobrevolado los cometas, siendo ésta la primera misión capaz de realizar un observación de la superficie del cometa de forma coordinada entre sus dos componentes principales, la sonda madre Rosetta, y el módulo de aterrizaje Philae.

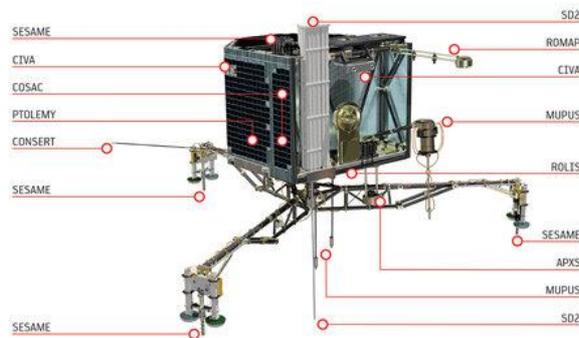


Figura 2.2. Módulo de aterrizaje Philae

2.1.2. Elección del cometa y desarrollo inicial de la misión

La misión Rosetta, fue propuesta inicialmente para que la observación de la misma fuera sobre el cometa, 46 P/Wirtanen. Sin embargo, el retraso en el lanzamiento, debido a la cancelación de la misión (hasta dos veces) llevó a la elección del cometa 67P/Churiomov-Guerasimenko, como sustituto para la finalidad de observación.

Durante el tiempo que Rosetta se quede orbitando el cometa, éste pasará por su punto más cercano al sol, el perihelio de su órbita, por lo que uno de los objetivos principales de la misión, es la observación del cometa, durante ese periodo, para estudiar la evolución que supone en él.

Una vez elegido el objetivo final de la misión, se produce el lanzamiento de la sonda Rosetta el día 2 de Marzo de 2004 (tras haberse retrasado su lanzamiento inicial el día 26 de Febrero). Este se realizó desde la base de Korou en la Guayana Francesa, por un cohete Ariane 5. El cohete colocó de forma exitosa su etapa superior y carga en una órbita elíptica de aparcamiento de 200x4000 km, desde la cual y tras dos horas, comenzó la maniobra de escape de la atracción de la Tierra. Tras esta maniobra, la sonda Rosetta fue liberada.

Para poder realizar la misión, sin que el consumo de combustible total se disparara, la sonda Rosetta tuvo que realizar diferentes maniobras de asistencia gravitacional, con la que se aceleraba:

- Marzo de 2005 se llevó a cabo la primera de las misiones de asistencia sobre la Tierra
- Febrero de 2007 se realiza dicha maniobra sobre Marte
- Noviembre de 2007 segunda maniobra de asistencia gravitacional sobre la Tierra
- Noviembre de 2009 tercera y última maniobra de asistencia sobre la Tierra

Además y aprovechando la complejidad de la trayectoria de la sonda, se realizaron diferentes elecciones, para observar algunos asteroides del cinturón de asteroides:

- Septiembre de 2008: sobrevuelo de la sonda del asteroide Steins
- Julio de 2010: encuentro con el asteroide 21 Lutecia

También hay que decir, que debido a lo largo de la misión, la sonda, alternó periodos de hibernación con periodos activos.

De hecho el 8 de Junio de 2011, se apagaron todos sus instrumentos, para entrar en un periodo de hibernación

completa que duraría un total de 957 días, en los cuales se acercó definitivamente a la órbita de intersección con el cometa objetivo.

El 20 de Enero de 2014, y tras encontrarse a una distancia aproximada de 880 000 000 km de la Tierra, se activó de nuevo la sonda, y tras comprobar que todos los sistemas se encontraban en los parámetros aceptables, y recibir dicha señal en el centro de investigación de la Tierra, se inició la aproximación la misión de aproximación al cometa, la cual tendría una duración de aproximadamente 6 meses.



Figura 2.3. Órbita de la sonda Rosetta

2.1.3. Aproximación al cometa

Durante Mayo- Agosto de 2014, Rosetta realizó un total de 10 maniobras de correcciones orbitales con las que se acercaría al cometa.

Sería en Agosto de dicho año, cuando Rosetta comenzaría a acompañar al núcleo del cometa, para producir un detallado mapa, con el que seleccionar el emplazamiento del módulo de aterrizaje Philae.

Además durante este periodo, se realizaría diferentes maniobras de acercamiento, de la sonda al cometa, partiendo de una distancia inicial de unos 100 km, y llegando a distancias del orden de 30 km, que dependiendo de la actividad del cometa, pudo verse reducida.

Tras la observación de dos semanas por la sonda, y elegir cinco posibles emplazamientos para el módulo de aterrizaje, se acabó eligiendo el que tendría por nombre inicial "J" en el lóbulo menor del cometa. Tras un concurso, y para seguir con la referencia de la cultura egipcia, dicho lugar pasó a llamarse "Agilkia" el día 5 de Noviembre de 2014.

2.1.4. Desacoplamiento de Philae y Aterrizaje

El 12 de Noviembre de 2014, y como punto álgido de la misión, se realizó la liberación de Philae de la sonda madre. Este descendió hacia la superficie del cometa en el emplazamiento designado como “Agilkia”, en una de las misiones más complejas realizadas, con una duración prevista de 7 horas.

Tras su descenso hacia la superficie y el consiguiente impacto en la misma (Gerhard Schwehm, científico del proyecto Rosetta, llegó a decir, que sería “como darte un coscorrón contra un muro mientras andas despacito”) se lanzaron unos arpones para que el módulo quedara anclado. Sin embargo, el despliegue de los mismos no ha funcionado, quedando el módulo anclado solamente por tornillos.

Finalmente y una vez completado el total de la misión, se espera que el módulo y la sonda madre Rosetta, continúen sus observaciones del cometa hasta Diciembre de 2015, teniendo un lugar privilegiado cuando el cometa se encuentre en su perihelio.

2.1.5. Resultados de la misión

Señalar que hasta ahora, la misión total de Rosetta se ha podido considerar un éxito, ya que se ha desvelado una gran cantidad de resultados. Uno de los más importantes es que la sonda ha descubierto que el interior del cometa está vacío en un 80%, habiendo sido la primera vez que se ha podido calcular la densidad del objeto, así como la composición y actividad, en base a pruebas sobre la superficie.

También se han conseguido las imágenes más detalladas sobre un cometa, obtenidas hasta ahora por la humanidad, consiguiendo clasificar de forma detallada los diferentes terrenos, en 19 regiones bautizadas según nombres de dioses egipcios, que se encuentran sobre la superficie del cometa. Se han encontrado zonas con cráteres y zonas abruptas, frente a zonas que recuerdan a los desiertos de la Tierra.



Figura 2.4. Acantilado de 67P, de unos 900 metros de alto

Por último se recoge una de las declaraciones del jefe científico de la misión Rosetta, Matt Taylor:

“Estos cuerpos son fósiles del Sistema Solar. Están hechos de los materiales primordiales que, hace más de

4.500 millones de años, sirvieron para formar los planetas, incluida la Tierra. Entre estos materiales primigenios, muestra ahora Rosetta, hay abundantes compuestos orgánicos hechos de carbono, hidrógeno y oxígeno. “La superficie del cometa parece no tener nada de hielo, pero está cargada de material orgánico y esto sugiere que se formó a bajas temperaturas, lejos del Sol”

2.2. Maniobra de rendezvous de la misión Rosetta

La maniobra de rendezvous comenzará tras un primer acercamiento de la sonda Rosetta al cometa en Agosto de 2014, donde tras una serie de 8 impulsos de tobera, la velocidad relativa de la sonda respecto al cometa 67P se vería reducida de 775 m/s a unos 7,9 m/s

2.2.1. Maniobra alrededor de 67P

La maniobra de acercamiento final de la sonda al cometa, consistirá en una serie de maniobras, recogidas en dos trayectorias de forma triangular sucesivas, la cual se puede apreciar en la figura 2.5.

La primera de ellas, a una media de unos 100 km de distancia del núcleo del cometa, y la segunda a una media de 50 km del mismo. Ambas alternarían, segmentos de órbitas hiperbólicas de escape, con impulsos de toberas.

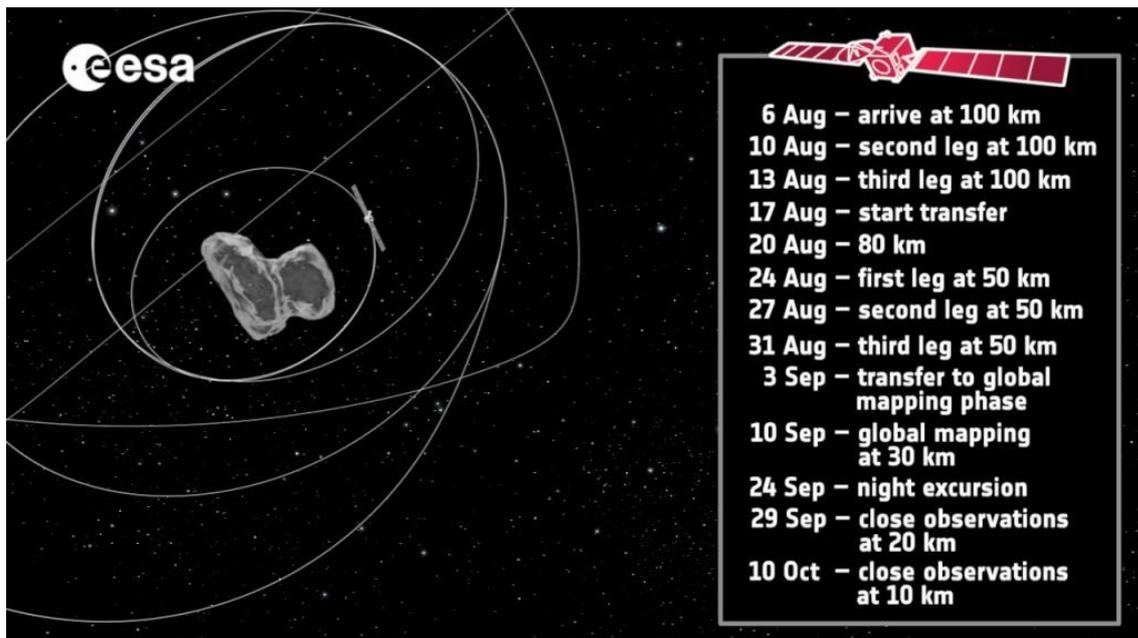


Figura 2.5. Trayectoria de aproximación de la sonda al cometa

La composición de ambas trayectorias se divide en el tiempo de la siguiente forma:

- 6 de Agosto, primera llegada a 100 km del núcleo del cometa
- 10 de Agosto, segunda llegada a 100 km del cometa
- 13 de Agosto, tercera llegada a 100 km del cometa
- 17 de Agosto, comienza la maniobra de transferencia a una órbita inferior
- 20 de Agosto, la distancia entre la sonda, y el cometa es de unos 80 km de distancia
- 24 de Agosto, primera llegada a unos 50 km del cometa

- 27 de Agosto, segunda parada a 50 km del cometa
- 31 de Agosto, tercera y última llegada a 50 km del cometa. Tras esta tercera llegada, se produce una maniobra de transferencia a una órbita inferior
- 10 de Septiembre, la distancia relativa entre ambos vehículos se ha reducido a unos 30 km
- 29 de Septiembre, la distancia se reduce de nuevo, a unos 20 km
- 10 de Octubre, la sonda se encuentra a unos 10 km de distancia

Tras una serie de maniobras la sonda se ha introducido en una órbita de 18,6 x9,8 km cuyo periodo alrededor del cometa es de unos 5 días. Desde allí, se aplicarían los impulsos correspondientes para conseguir que la órbita sea circular, y con un período de unas 66 horas. Esto tendría lugar, el 15 de Octubre de 2014, quedando así hasta el 28 de Octubre, cuando se realizaría una segunda de maniobra de transferencia que lleve a la sonda a una órbita elíptica de unos 30 km de distancia al núcleo del cometa.

Finalmente y tras otra maniobra, la sonda se colocaría a una distancia de 22,5 km del centro del cometa, y a una velocidad relativa de centímetros por segundo, consiguiéndose de esta forma el rendezvous de la sonda Rosetta (en este caso el objetivo final no es llegar a estar en contacto con el cuerpo, sino el colocarse a una distancia adecuada, a escasa velocidad relativa), lista para que el día 12 de Noviembre se pueda comenzar el despliegue del módulo Philae.

2.2.2. Aterrizaje

El módulo Philae realiza una maniobra de aterrizaje de una duración de unas 7 horas, donde los impulsos dados para conseguirlos, llevarán a alcanzar velocidades relativas menores de un metro por segundo.

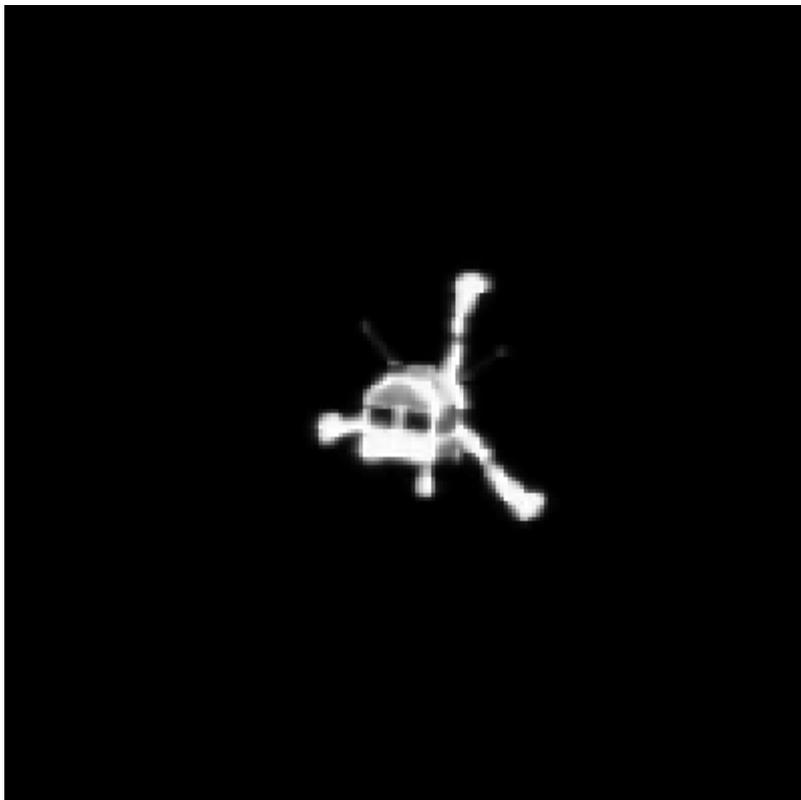


Figura 2.6. Módulo Philae tras separarse de la sonda Rosetta

Finalmente debido a la poca atracción que ejercía el cometa sobre el módulo, se estimó que la velocidad de escape era lo suficientemente baja, del orden de metros por segundo, para que el módulo saliera despedido tras

el aterrizaje, por lo que se incluyeron unos arpones que le permitieran anclarse a la superficie, para la realización de las diferentes medidas.

2.3. Relación con el proyecto

Decir, que como se puede ver en este campo introductorio de la maniobra de Rosetta, la maniobra de rendezvous, tiene asociada una alta precisión, donde las velocidades relativas respecto al blanco son del orden de centímetros por segundo o incluso inferiores, así como las distancias son pequeñas. Esto introduce una alta cantidad de restricciones, como se verá en el desarrollo del proyecto, y llevará asociado una alta complejidad, pues al encontrarse dos vehículos muy próximos, hay que garantizar la integridad de ambos vehículos, y evitar el impacto, ya que esto llevaría la pérdida de años de trabajo, para conseguir realizar el rendezvous.

Además se puede ver de igual forma, como los impulsos que se dan durante esta maniobra tienen un valor superior de metros por segundo en el mayor de los casos, algo que dicta del resto de la maniobra, donde los impulsos son del orden de km/s. Esto permite decir, que desde el punto de vista de combustible, la maniobra de rendezvous no es tan crítica como el resto de las maniobras (lo importante es llegar con el combustible suficiente, más que reducir la cantidad de consumo de esta maniobra, aunque este aspecto siempre es importante, pues se dispondrá de mayor margen en el caso de que el combustible con el que se ha llegado sea poco)

También se puede ver, como a diferencia del orden total de tiempo de la misión Rosetta, que es de años, 10 en total, la maniobra de rendezvous, o de aterrizaje del módulo, es del orden de días, e incluso horas.

.Es por tanto, una situación crítica, que pone en juego el total de la misión, ya que el no éxito de ésta, lleva asociada la pérdida de una alta cantidad de tiempo, consumo de combustible, y recursos invertidos.

Finalmente señalar que la inclusión de esta misión en el proyecto, tiene como principal objetivo, el poner de manifiesto la importancia de la maniobra a estudiar, pudiéndose ejemplificar en un caso de actualidad como ha sido la misión de la sonda Rosetta. Es quizás por el hecho de ser una misión de alta actualidad, por lo que aún no se han podido encontrar más datos sobre la maniobra de rendezvous de la misma, que pudieran completar la explicación de la misión.

Si bien, quedan claro las principales conclusiones que se comprobarán en el proyecto:

- Se requiere alta precisión para conseguir el objetivo de la misión, y evitar el impacto que se encuentran a distancias tan cercanas, del orden de 100 km al principio, y metros al final.
- Los impulsos, que se aplicarán mediante toberas generalmente, así como las velocidades relativas, son de máximo metros por segundo
- Los tiempos de la misión, así como el consumo de combustible (esto se puede relacionar con la suma de los impulsos dados) respecto al total, son de menor orden de magnitud. Lo que hace que la garantía de éxito en esta maniobra sea de vital importancia.

3 ÓRBITA DEL BLANCO CIRCULAR

Para la elaboración del problema en órbitas circulares que se comentará a continuación se ha usado la información necesaria de [1] y [2]

EL caso circular es un caso dentro del problema de rendezvous, donde se considera que el blanco (que para el problema considerado es de comportamiento pasivo) se encuentra en una órbita sin excentricidad. Esto simplifica el problema notablemente, ya que desaparece de las ecuaciones la variable del tiempo.

En primer lugar se van a considerar las hipótesis relativas a este problema, para posteriormente hacer un estudio más detallado de los diferentes métodos de optimización que se han llevado a cabo, y que servirán como botón de muestra, para el posterior caso y objeto real del proyecto, el problema excéntrico.

3.1. Hipótesis

La primera hipótesis a considerar, y puesto que le da el nombre al problema que se va a estudiar en este apartado es:

- La órbita del blanco, es una órbita circular alrededor de la Tierra

Aunque como se ha indicado, éste no es el tema principal del proyecto, sirve como punto de inicio, para desarrollar el problema del rendezvous, además la base del problema de optimización se mantendrá para el caso excéntrico, sufriendo únicamente las modificaciones relativas al cambio de órbita, o diferentes métodos de resolución. Como principal diferencia entre los dos casos, es mencionar que mientras que para el caso circular el problema a resolver es un problema lineal, invariante en el tiempo ($\ddot{x} = Ax + Bu$), el problema para el caso excéntrico, es un problema lineal variante en el tiempo, es decir, que la variable tiempo, aparece de forma implícita en las ecuación diferencial del problema, $\ddot{x} = A(t)x + B(t)u$.

- El blanco tiene un comportamiento pasivo en el problema

Los impulsos dados, afectarán únicamente al vehículo perseguidor, el cual será el encargado de toda la parte activa a estudiar en el proyecto. Existen precedentes donde el blanco ha tenido un comportamiento activo, donde existía una comunicación con el vehículo perseguidor¹, pero no será tema de estudio en el proyecto considerado.

- No se consideran perturbaciones orbitales

Esto será para prácticamente la totalidad del proyecto. Se considerará que el problema es perfecto, y la evolución de los cuerpos dentro del espacio, no sufre alteraciones. El proceso de ruido, o de interferencias en el control del vehículo perseguidor, será estudiado en este texto en el apartado que hace referencia al control predictivo para el problema excéntrico.

- Ambos cuerpos se encuentra próximos entre sí

Se tendrá en cuenta únicamente la parte final del problema de rendezvous espacial, considerándose que el vehículo perseguidor se encuentra a una distancia menor a 1 kilómetro del blanco (generalmente dicha distancia, será del orden de 100 metros). No se hace referencia a la forma en la que dicho vehículo ha llegado hasta el punto en cuestión, ya que no es motivo de estudio y no afecta al resto del documento.

- El tiempo total para realizar la maniobra de rendezvous será pequeño, de valor inferior al periodo

¹ Más información sobre el comportamiento activo del blanco en Misión Soyuz, referencia [1]

orbital del blanco.

3.2. Ecuaciones del movimiento

En primer lugar se definirá el Sistema de referencia que se va a utilizar en el desarrollo del proyecto. Este sistema es conocido como LVLH (Local vertical, local horizontal). Está centrado en el blanco y los ejes se definen según las siguientes direcciones:

- La dirección “x” tiene la dirección del vector \vec{R} (vector que conecta el centro de la Tierra, con el blanco en su posición orbital)
- La dirección “y” tendrá la misma dirección que el vector velocidad del blanco
- La dirección “z” será perpendicular a las dos anteriores, completando un triedro a derechas.

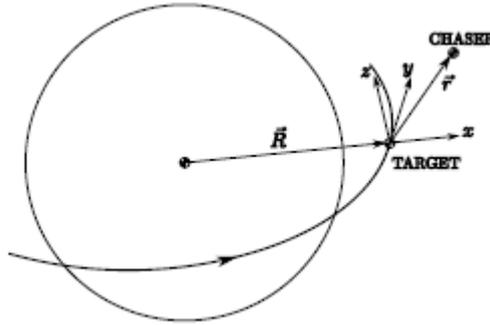


Fig 3.1. Sistema de referencia LVLH

Bajo las hipótesis anteriores, las ecuaciones de Hill-Clohesy-Wiltshire (HCW) describen el movimiento relativo del perseguidor respecto al blanco en el sistema de referencia LVLH

En un sistema de referencia inercial, la dinámica del blanco $\ddot{\vec{R}}$ y la dinámica del perseguidor ($\ddot{\vec{R}} + \ddot{\vec{r}}$) vienen dada por las siguientes expresiones:

$$\ddot{\vec{R}} = -\mu \frac{\vec{R}}{R^3} \quad (3.1)$$

$$\ddot{\vec{R}} + \ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} \quad (3.2)$$

Si despejamos de la ecuación (3.2) la aceleración del perseguidor, y sustituimos el valor de $\ddot{\vec{R}}$ obtenemos:

$$\ddot{\vec{r}} = \mu \frac{\vec{R}}{R^3} - \mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} \quad (3.3)$$

Puesto que el sistema de referencia LVLH rota respecto a la Tierra, es necesario aplicar la ecuación de Coriolis:

$$\dot{\vec{r}}|_{IN} = \dot{\vec{r}}|_{LVLH} + \omega \times \vec{r} \quad (3.4)$$

Que aplicada dos veces es:

$$\ddot{\vec{r}}|_{IN} = \ddot{\vec{r}}|_{LVLH} + 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} + \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (3.5)$$

Se despeja de la ecuación (3.5) el término $\ddot{\vec{r}}|_{LVLH}$ y se combina con la ecuación (3.3):

$$\ddot{\vec{r}}|_{LVLH} = \mu \frac{\vec{R}}{R^3} - \mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} - 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} - \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) permite conocer la dinámica del vehículo perseguidor de forma exacta respecto al sistema LVLH, a partir de unas condiciones iniciales.

Sin embargo, se va a linealizar algunos términos de la misma, con el fin de simplificar el problema:

$$\mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} \approx \mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{R^3} - 3\mu \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^5}, \text{ válido por } |\vec{r}| \ll |\vec{R}| \quad (3.7)$$

Al sustituir en la ecuación (3.6) se simplifica la expresión:

$$\ddot{\vec{r}}|_{LVLH} \approx -\mu \frac{\vec{r}}{R^3} + 3\mu \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^5} - 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} - \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (3.8)$$

Según el sistema de referencia LVLH, se tiene lo siguiente:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{R} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ n \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Donde n, es la velocidad orbital media:

$$n = \sqrt{\mu/R^3} \quad (3.10)$$

Se expresa la ecuación (3.8) en cada uno de los ejes del sistema de referencia LVLH:

$$\ddot{x} = 3n^2x + 2n\dot{y} \quad (3.11)$$

$$\ddot{y} = -2n\dot{x} \quad (3.12)$$

$$\ddot{z} = -n^2z \quad (3.13)$$

Las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13) son las ecuaciones HCW, ecuaciones linealizadas que permiten obtener la dinámica del vehículo perseguidor en una maniobra de rendezvous, respecto al blanco en el sistema de referencia LVLH.

La solución a dichas ecuaciones es fácil de obtener, pues que las ecuaciones son lineales y sencillas.

Se puede apreciar de las ecuaciones, como la dinámica de la coordenada “z”, está desacoplada del problema, por lo tanto la solución a la ecuación dependerá únicamente de dicha coordenada, y de sus propias condiciones iniciales.

$$z = z_0 \cos(nt) + \frac{\dot{z}_0}{n} \text{sen}(nt) \quad (3.14)$$

$$\dot{z} = -nz_0 \text{sen}(nt) + \dot{z}_0 \cos(nt) \quad (3.15)$$

Para resolver las ecuaciones en las coordenadas x-y, se deriva la ecuación en la coordenada x (3.11) y se sustituye la ecuación (3.12) de la coordenada en y:

$$\ddot{x} = 3n^2\dot{x} + 2n\dot{y} \quad (3.16)$$

$$\ddot{x} = -n^2\dot{x} \quad (3.17)$$

Por tanto, la solución de dicha ecuación (3.17) es:

$$x = A \cos(nt) + B \text{sen}(nt) + C \quad (3.18)$$

Para obtener la solución en la coordenada “y” se despeja \dot{y} de la ecuación (3.11) quedando como solución:

$$y = -2A \text{sen}(nt) + 2B \cos(nt) - \frac{3Cnt}{2} + D \quad (3.19)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (3.18) y (3.19) el valor de las condiciones iniciales se obtiene:

$$x_0 = A + C, \quad y_0 = 2B + D, \quad \dot{x}_0 = nB, \quad \dot{y}_0 = -\frac{n(4A + 3C)}{2} \quad (3.20)$$

Poniendo las constantes en función de las condiciones iniciales, se obtiene:

$$x = x_0(4 - 3 \cos nt) + \dot{x}_0 \frac{\text{sen} nt}{n} + 2 \frac{\dot{y}_0}{n} (1 - \cos nt) \quad (3.21)$$

$$y = x_0(6 \text{sen} nt - 6nt) + y_0 + 2\dot{x}_0 \frac{\cos nt - 1}{n} + \dot{y}_0 \left(\frac{4 \text{sen} nt - 3nt}{n} \right) \quad (3.22)$$

$$\dot{x} = 3x_0 n \text{sen} nt + \dot{x}_0 \cos nt + 2\dot{y}_0 \text{sen} nt \quad (3.23)$$

$$\dot{y} = x_0 n (6 \cos nt - 6) - 2\dot{x}_0 \text{sen} nt + \dot{y}_0 (4 \cos nt - 3) \quad (3.24)$$

Las ecuaciones (3.21-3-24) se pueden utilizar para diseñar maniobras 2D impulsivas que permitan ir desde una posición inicial hasta otra posición en un tiempo prefijado.

Sin embargo, se puede tomar otros métodos, como introducir términos de control en las ecuaciones HCW:

$$\ddot{x} = 3n^2x + 2n\dot{y} + u_x \quad (3.25)$$

$$\ddot{y} = -2n\dot{x} + u_y \quad (3.26)$$

$$\ddot{z} = -n^2z + u_z \quad (3.27)$$

3.3. Modelo Discreto

Para el problema discreto, se va a considerar que el tiempo total del rendezvous, se dividirá en un número N de intervalos de tiempo, de tal forma que para cada intervalo el valor del tiempo es de ΔT :

$$T_{total} = N\Delta T \quad (3.28)$$

Una primera posible solución, es que para cada intervalo de tiempo, se considere constante la aplicación de una señal de control, de tal forma que la solución obtenida para cada intervalo sea:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 3C & 0 & 0 & S/n & 2(1 - C)/n & 0 \\ 6S - 6n\Delta T & 1 & 0 & (2C - 2)/n & (4S - 3n\Delta T)/n & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 & 0 & S/n \\ 3nS & 0 & 0 & C & 2S & 0 \\ 6nC - 6n & 0 & 0 & -2S & 4C - 3 & 0 \\ 0 & 0 & -Sn & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 - C)/n^2 & (2n\Delta T - 2S)/n^2 & 0 \\ 2(S - n\Delta T)/n^2 & -\frac{3(\Delta T)^2}{2} + \frac{4(1 - C)}{n^2} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - C)/n^2 \\ S/n & 2(1 - C)/n & 0 \\ 2(C - 1)/n & -3\Delta T + \frac{4S}{n} & 0 \\ 0 & 0 & S/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Donde $C = \cos(\Delta T)$, y $S = \text{sen}(\Delta T)$.

Una segunda solución puede ser la de aplicar al final de cada intervalo un impulso de carácter instantáneo de tal forma que la solución obtenida atienda al siguiente comportamiento:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 3C & 0 & 0 & S/n & 2(1 - C)/n & 0 \\ 6S - 6n\Delta T & 1 & 0 & (2C - 2)/n & (4S - 3n\Delta T)/n & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 & 0 & S/n \\ 3nS & 0 & 0 & C & 2S & 0 \\ 6nC - 6n & 0 & 0 & -2S & 4C - 3 & 0 \\ 0 & 0 & -Sn & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \\ \Delta V_z \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Los términos ΔV_x , ΔV_y y ΔV_z representan la propulsión que ejerce en los tres ejes seis toberas instaladas en el vehículo perseguidor. Cada una de las toberas corresponde a la dirección y uno de los sentidos de cada eje.

Si ahora para cada instante ΔT se define el vector de estado como \vec{x}_k , y la señal de control como \vec{u}_k (o como $\vec{\Delta V}_k$ dependiendo del tipo de control) se tiene que:

$$\vec{x}_{k+1} = A\vec{x}_k + B\vec{u}_k \quad (3.31)$$

De forma que si se conoce la condición inicial \vec{x}_0 y las señales de control durante un número de instantes, hasta j , se puede obtener el vector de estado para el instante $j+1$ con la ecuación recurrente:

$$\vec{x}_{j+1} = A^{j+1}\vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{j} A^{j-i}B\vec{u}_i \quad (3.32)$$

En conclusión el estado $j+1$ es función del estado en el instante 0, y de todas las señales de control desde 0 hasta j .

Por tanto partiendo de este modelo se puede realizar una planificación óptima, fijándose los objetivos y las restricciones pertinentes.

3.3.1. Métodos de Optimización

Para la resolución del problema circular, se han realizado diferentes formas, tanto de optimización como de tipo de impulsos. Para la explicación se utilizará la misma nomenclatura, sin entrar a valorar el tipo de impulso utilizado, y que se ha explicado anteriormente.

En cuanto a las diferentes formas de resolución utilizadas para este caso, nos van a servir de introducción para entender mejor el problema del rendezvous espacial, y para desarrollar posteriormente el caso de ecuaciones con excentricidad.

Sin embargo, aunque se utilicen diferentes métodos, todos ellos tienen en común algunos aspectos.

Uno de ellos, es que en todos ellos, se busca como objetivo la realización del rendezvous para el instante N de tiempo, es decir, para dicho instante se ha de conseguir que el vector de estados \vec{x}_N sea igual a cero (tanto en posición como en velocidad). Esta condición se refleja como:

$$\vec{x}_N = A^N \vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{i=N-1} A^{N-1-i} B \vec{u}_i = 0_6 \quad (3.33)$$

En cuanto a las restricciones adicionales, en todos los casos que se van a estudiar, se van a tener en cuenta las siguientes:

- La potencia de control estará acotada entre un máximo y un mínimo en módulo, pudiéndose dar impulsos que pertenezcan a los siguientes grupos:

$$|\vec{u}_i| \in [u_{min}, u_{max}] \cup \{0\}, i = 0 \dots N - 1 \quad (3.34)$$

A pesar de que esta hipótesis, es la principal en el desarrollo del proyecto, se puede considerar en algunos casos, una variante de la misma (bien por simplicidad, para explicar el problema en cuestión, bien para realizar unos cálculos previos de impulsos, para posteriormente aplicar la hipótesis recogida en la ecuación (3.34)) que será que los impulsos, en valor absoluto, están acotados superiormente por “umax”, eliminándose la cota inferior “umin”.

- Se evitará el impacto con el blanco para todo el trayecto. Esta condición se puede tener en cuenta de varias formas.
 - La forma más sencilla, sería teniendo en cuenta que la coordenada “y” sea positiva para todo el trayecto del rendezvous.

Para ello, se crea un vector c, $c = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, de tal forma que $c\vec{x}_j \geq 0$.

$$c\vec{x}_j = cA^j \vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{i=j-1} cA^{j-1-i} B \vec{u}_i \geq 0 \quad (3.35)$$

- Pero también se puede considerar un cono de visión, obligando al vehículo perseguidor a acercarse al blanco por dentro de dicho cono únicamente. La forma de resolverlo sería prácticamente igual, teniendo en cuenta que la restricción ya no es solo que la coordenada “y” sea mayor que cero, sino que se cumpla una determinada pendiente.

Ahora la condición sería de la forma de que $c\vec{x}_j + p0 \geq 0$, donde el vector c, ahora viene definido de la forma $c = [\pm p \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, donde p define la pendiente del cono de visión (si p es mayor, más estrecho será el cono). El signo \pm sirve para definir las dos rectas que forma el cono, la de valor positivo, es la recta de la parte positiva del eje de coordenadas “x”, mientras que la de valor negativo es la de la parte negativa de dicho eje.

Es fácil ver, como al considerar el cono de visión existe el triple de restricciones que para el caso anterior.

3.3.2. Optimización Cuadrática

El objetivo que diferencia a esta optimización con las que se van a desarrollar a continuación es que se busca minimizar el cuadrado de cada una de las componentes del vector de impulsos, lo que se traduce en minimizar la energía de control ($|u_i|^2$). Matemáticamente esto se escribe como:

$$\min J = \sum_{i=0}^{i=N-1} |u_i|^2 \quad (3.36)$$

Para la optimización cuadrática, se utilizará la orden de Matlab quadprog, la cual tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \min & 0.5 * x' * H * x + f' * x \\ \text{s. a.} & \\ & A_q * x \leq b_q \\ & Aeq * x = beq \end{aligned} \quad (3.37)$$

Y donde la forma de llamar a dicha función es:

$$X = \text{quadprog}(H, f, A, b) \quad (3.38)$$

Donde el vector X es el vector solución de la optimización, que en el caso a considerar, será el vector de impulsos.

Para ajustar el problema de rendezvous a esta orden, se va a crear dos vectores, un vector \vec{X} de estados, donde se apilan todos los vectores de estado para cada instante, y un vector \vec{U} para los impulsos. De esta forma ahora los estados se pueden obtener con una única ecuación:

$$X = F\vec{x}_0 + G\vec{U} \quad (3.39)$$

Donde las matrices F y G vienen definidas por bloques:

$$F = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{N-1} \\ A^N \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ AB & B & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A^{N-2}B & A^{N-3}B & \dots & B & 0 \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & AB & B \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Por tanto el problema de optimización cuadrática, para el caso de rendezvous considerado, será:

- La función de coste quedará como:

$$J = \frac{1}{2} \vec{U}^T \vec{U} \quad (3.41)$$

Por lo que la matriz H de la función quadprog, será la matriz identidad, y el vector f, será un vector de ceros.

- La restricción de igualdad, una vez creados los vectores \vec{X} y \vec{U} se consigue haciendo que las últimas seis componentes del vector \vec{X} sean igual a cero. Para ello se multiplicará dicho vector por una matriz G_1 de tal forma que:

$$G_1 \vec{X} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.42)$$

Donde la matriz G_1 tiene que tener la siguiente estructura:

$$G_1 = [0_{6 \times 6} \ 0_{6 \times 6} \ \dots \ 0_{6 \times 6} \ Id_{6 \times 6}] \quad (3.43)$$

Si se sustituye el vector \vec{X} por la expresión de la ecuación (3.39), la ecuación (3.42) queda como:

$$G_1 F \vec{x}_0 + G_1 G \vec{U} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.44)$$

De tal forma que la matriz A_{eq} de la función de optimización es igual a $G_1 G$ y el vector b_{eq} es igual a $F \vec{x}_0$.

- Restricciones de desigualdad, donde se diferencian dos, la relativa al rango válido para los impulsos, y la condición de cono, para evitar trayectorias con posibilidad de impacto, y también para que el vehículo perseguidor se acerque al blanco, por una zona concreta.

Ambo conjunto de restricciones será recogido, en una misma matriz, A_q para la función de optimización y un mismo vector b_q .

Haciendo uso de los vectores de vectores, dichas restricciones quedan de la siguiente forma:

$$\vec{U} \leq \vec{U}_{max}, -\vec{U} \leq -\vec{U}_{max} \quad (3.45)^2$$

Donde el vector de vectores \vec{U}_{max} es:

$$\vec{U}_{max} = \begin{bmatrix} u_{max} \\ u_{max} \\ \vdots \\ u_{max} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Y la restricción de cono, sería, sustituyendo el vector \vec{X} por su expresión:

$$C(F \vec{x}_0 + G \vec{U}) - \begin{bmatrix} 0_N \\ P_{2N} \end{bmatrix} \leq 0_{3N} \quad (3.47)$$

Donde la matriz C, y el vector P tienen la estructura:

$$C = \begin{bmatrix} C0 \\ C1 \\ C2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_1 \\ \vdots \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} c_0 [0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ c_1 = [-p \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ c_2 = [p \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \end{matrix} \quad (3.48)$$

$$P_{2N} = \begin{bmatrix} p_0 \\ \vdots \\ p_0 \end{bmatrix}$$

De tal forma que, uniendo todas las restricciones, se tiene:

$$A_q = \begin{bmatrix} I_{d_{3N \times 3N}} \\ I_{d_{3N \times 3N}} \\ CG \end{bmatrix}, b_q = \begin{bmatrix} \vec{U}_{max} \\ -\vec{U}_{max} \\ -CF \vec{x}_0 + P \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Con el procedimiento explicado, se puede obtener un vector de impulsos, que permite llegar de forma

² Para este caso, se va a utilizar únicamente la cota superior de los impulsos, con el fin de facilitar el desarrollo del mismo. Posteriormente, para el caso del problema excéntrico, se añadirá la cota inferior para los impulsos.

óptima, desde las condiciones iniciales, hasta el vehículo objetivo, cumpliendo las restricciones.

El principal problema de este método, y que será también del método explicado a continuación, es que trabaja en bucle abierto, por lo que ante la presencia de desviaciones respecto al problema ideal, la solución obtenida, no realiza el problema de rendezvous. Es por esta razón por lo que en el desarrollo del proyecto, se va a estudiar el control predictivo, el cual tras realizar una primera optimización, solo aplica el primero de los impulsos, y vuelve a realizar otra optimización, con un estado menos, y cuya nueva condición inicial, coincide con el vector estado del instante concreto.

3.3.3. Optimización Lineal con LPsolve

Para el desarrollo de la optimización lineal, se mantiene prácticamente las mismas restricciones y condiciones que para el caso de la optimización cuadrática, por lo que únicamente se comentarán en detalle, las variaciones con respecto al anterior método.

En primer lugar, indicar que el programa utilizado para la resolución de este problema, es el LPsolve³, el cual consta de la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
 \max v &= f' x \\
 Ax &<> b \\
 v_{lb} &\leq x \leq v_{ub} \\
 x_{int} & \text{ are integer}
 \end{aligned}
 \tag{3.50}$$

Donde los argumentos de la función son los siguientes:

$$[obj, x, duals] = lp_solve(f, A, b, e, v_{lb}, v_{ub}, x_{int} \dots) \tag{3.51}$$

- f = vector de coeficientes de la función objetivo
- A = matriz de restricciones lineales
- b = vector del lado derecho de las restricciones lineales
- e = vector que determina el signo de las restricciones, donde -1 significa “menor que”, 0 significa “igual que”, y 1 significa “mayor que”
- v_{lb} = vector de cota inferior para las variables, que en el caso a estudiar, va a ser omitido
- v_{ub} = vector de cota superior para las variables, que en el caso a estudiar va a ser omitido
- x_{int} = vector que indica que variables son enteras, que será omitido para todos los casos estudiados a lo largo del proyecto, menos para la Formulación Milp.

Y las salidas son:

- obj = valor óptimo de la función objetivo
- x = valor óptimo que alcanza cada una de las variables del problema, en el caso a estudiar, sería el valor que alcanza cada uno de los impulsos.
- $duals$ = solución del problema dual, que no se tendrá en cuenta.

³ La información necesaria para el uso de la herramienta LPsolve en la elaboración del proyecto ha sido extraída de [7] y [10]

Con lo que ahora hay que escribir el problema de rendezvous, con este nuevo formato.

En cuanto a la función objetivo, puesto que ahora la optimización es lineal, lo que se busca en el problema de optimización es minimizar el valor absoluto de cada uno de los impulsos considerados en el problema de rendezvous, es decir:

$$\min J = \sum_{i=0}^{i=N-1} |u_i| \quad (3.52)$$

Puesto que el LPsolve, no trabaja con variables negativas, ahora el vector de vectores para los impulsos, se va a componer de dos vectores, \vec{U}^+ que sería la parte positiva de cada uno de los impulsos, y \vec{U}^- , que sería la parte negativa. De esta forma, el vector \vec{U} queda como un vector de $6N$ componentes:

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} \vec{U}^+ \\ \vec{U}^- \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Y la función objetivo escrita en formato del LPsolve es:

$$\max J = -\vec{U} \quad (3.54)$$

Con lo que se tiene que el vector f es un vector de “-1” de $6N$ componentes.

$$f = -ones(6 * N, 1) \quad (3.55)$$

En cuanto a las restricciones, al igual que para el caso anterior, se va a dividir entre las restricciones de igualdad, y las restricciones de desigualdad, donde dentro de estas últimas se encuentran las restricciones para los impulsos, como las restricciones de cono de visión. Sin embargo dichas restricciones se mantienen igual, con la única salvedad, que ahora el vector de impulsos en lugar de $3N$ componentes, tiene el doble.

Para ello, se creará una matriz G_{com} que tenga la siguiente estructura:

$$G_{com} = [G, -G] \quad (3.56)$$

Con lo que ahora en lugar de aparecer la matriz G en las restricciones, aparece esta nueva matriz.

El problema de optimización queda por tanto de la siguiente forma, en lo que a restricciones se refiere:

- Restricción de igualdad:

$$A_{eq} = G_1 G_{com}, \quad b_{eq} = -G_1 F \vec{x}_0 \quad (3.57)$$

- Restricción de impulsos:

$$A_{q1} = \begin{bmatrix} Id_{3N \times 3N} & 0_{3N \times 3N} \\ 0_{3N \times 3N} & Id_{3N \times 3N} \end{bmatrix}, b_{q1} = \begin{bmatrix} u_{max} \\ u_{max} \\ \vdots \\ u_{max} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

- Restricción de cono de visión:

$$A_q = C G_{com}, \quad b_q = -C F \vec{x}_0 + P \quad (3.59)$$

Una vez reunidas todas en una misma matriz y vector de restricciones, para poder definir el problema con LPsolve, queda:

$$A = \begin{bmatrix} A_{eq} \\ A_q \\ A_{q1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_{eq} \\ b_q \\ b_{q1} \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} 0_6 \\ -1_{3N+6N} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Por tanto con esta nueva configuración y una vez resuelto el problema de optimización, se puede obtener el vector de vectores de estados, con la siguiente expresión:

$$X = F\vec{x}_0 + G_{com}\vec{U} \quad (3.61)$$

Al igual que para la optimización cuadrática, la resolución de este problema es en bucle abierto, por lo que cualquier imperfección del problema, lleva a que la solución obtenida, no cumpla el rendezvous.

3.4. Resolución del problema circular y comparación de resultados, entre el modelo discreto y el modelo continuo

Una vez desarrollados, los dos modos de optimización para el caso de rendezvous circular, se va a mostrar un ejemplo con las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} T_{total} &= 60 \text{ [min]} \\ \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\ \vec{x}_0 &= [0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ [km/s]} \\ u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Este caso, se va a resolver, tanto para impulsos constantes en cada uno de los intervalos de tiempo, como para impulsos instantáneos, y además se compararán las soluciones, con las obtenidas por el modelo continuo, el cual viene definido por las ecuaciones (3.11-3-13), para ver como de buena es la aproximación que se ha obtenido con el modelo discreto.

3.4.1. Impulsos constantes para cada intervalo

Los resultados obtenidos para este modelo discreto, para el caso (modelo recogido según la ecuación (3.29)) se dividirán en dos casos:

- Optimización cuadrática, y comparativa con el modelo continuo, que será representado en la figura 3.2:

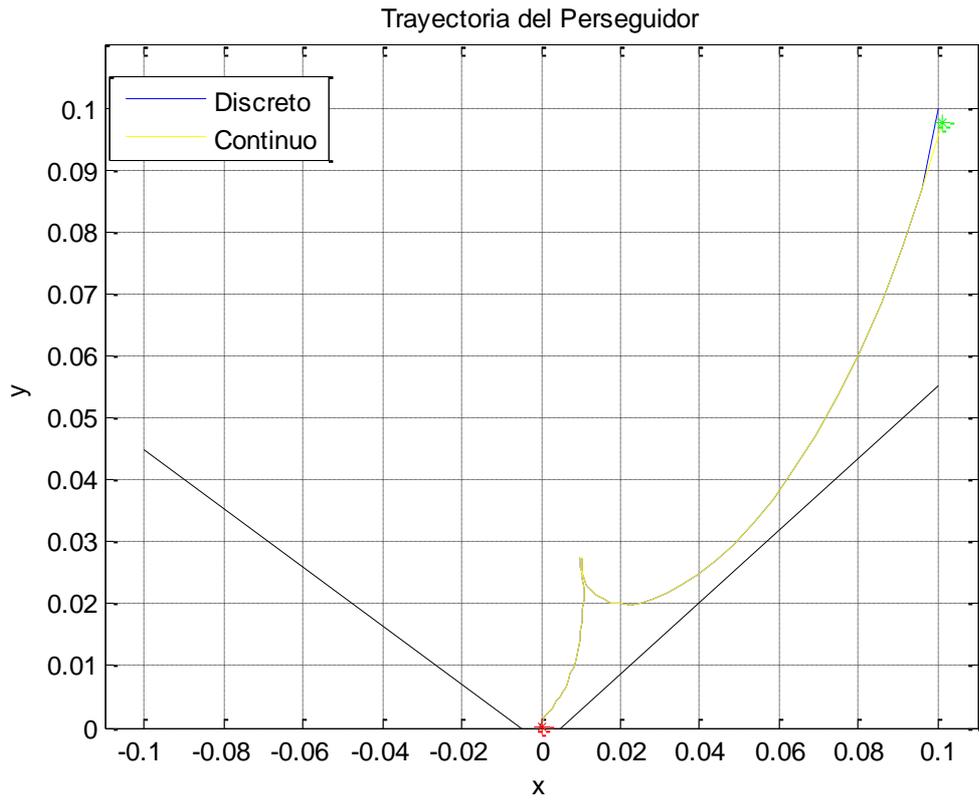


Figura 3.2. Trayectoria del perseguidor para optimización cuadrática e impulsos constantes

- Optimización lineal, y comparativa con el modelo continuo, representado en la figura 3.3:

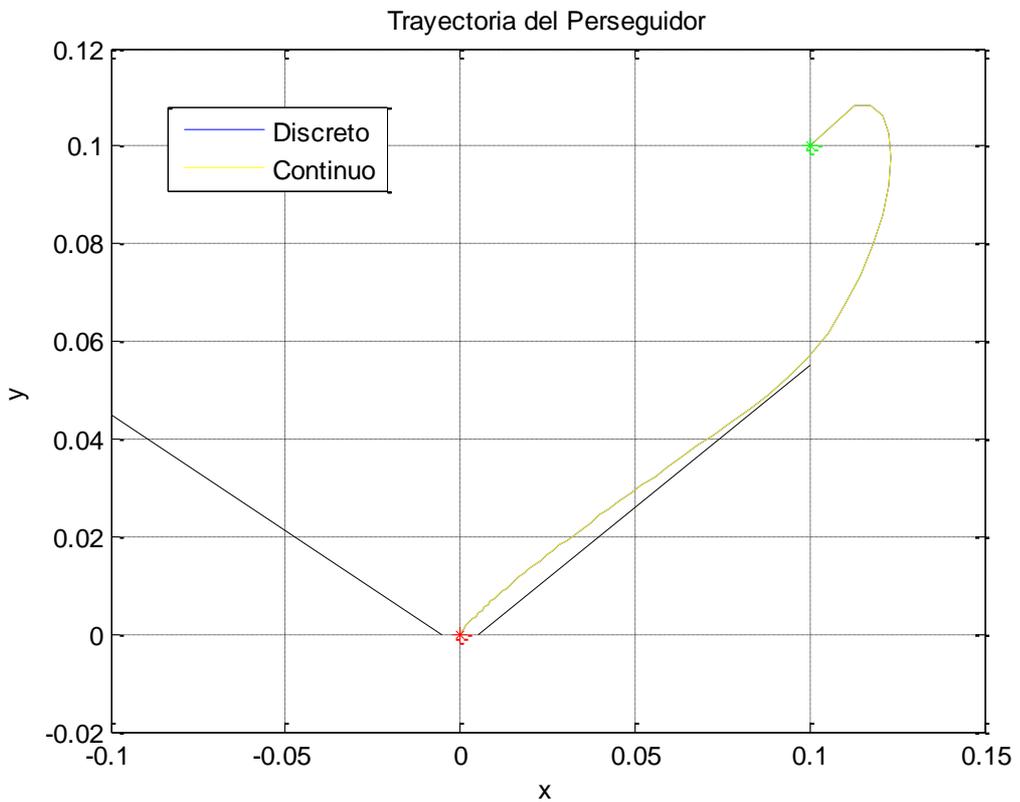


Figura 3.3. Trayectoria del perseguidor para optimización lineal e impulsos constantes

3.4.2. Impulsos instantáneos para cada intervalo

Al igual que para el modelo, se analizará ahora el caso, de impulsos instantáneos (modelo recogido por la ecuación 3.30, y que con las respectivas variaciones para el caso de problema excéntrico, será el modelo a estudiar en el posterior desarrollo del proyecto). Se volverá a hacer la división anterior:

- Optimización cuadrática y modelo continuo, figura 3.4:

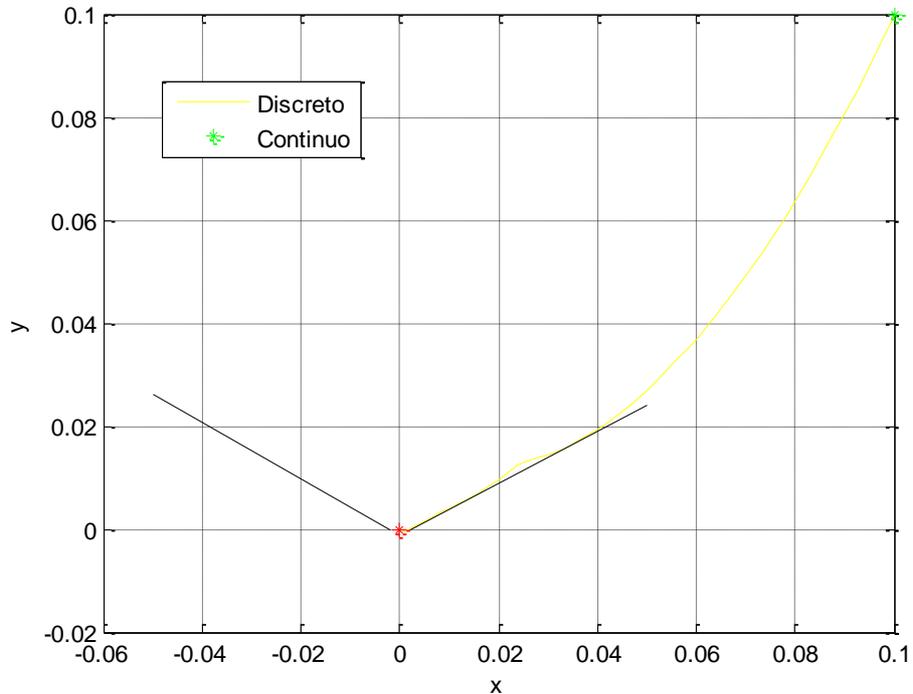


Figura 3.4. Trayectoria del seguidor para optimización cuadrática e impulsos instantáneos

- Optimización lineal y comparativa con el modelo continuo, figura 3.5

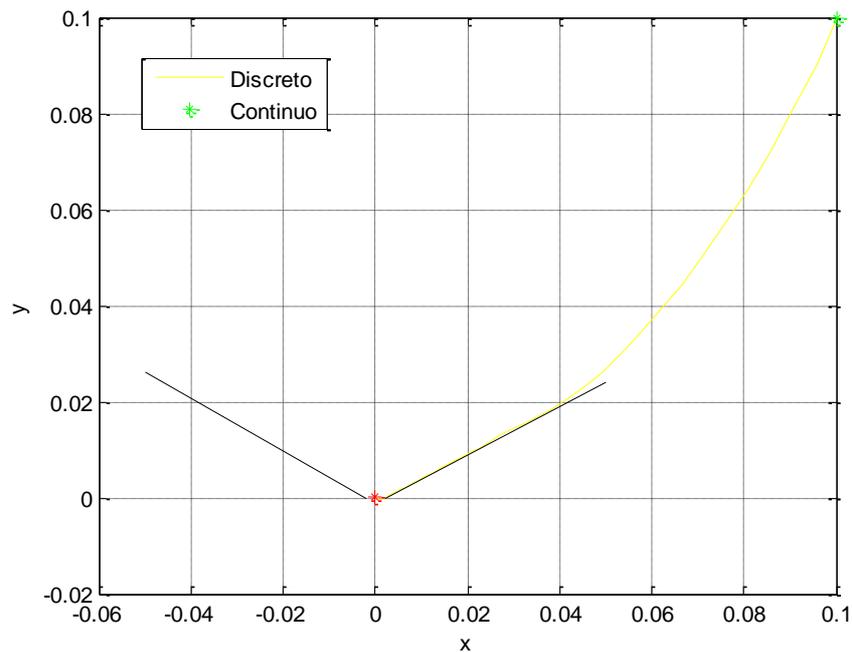


Figura 3.5. Trayectoria del perseguidor para optimización lineal e impulsos instantáneos

3.4.3. Conclusiones

De estos resultados, se pretenden sacar algunas conclusiones, para la posterior aplicación en el problema excéntrico.

Quizás como conclusión principal se puede extraer, que tanto para el caso de impulsos constantes, como de impulsos instantáneos, la aproximación dada por el modelo discreto se asemeja mucho a la dada por el modelo continuo, y donde mayor error se puede apreciar, es en la parte inicial del problema, puesto que es donde los intervalos cubren un mayor espacio.

Además y puesto que el problema circular solo sirve de apoyo para el posterior desarrollo del proyecto no se entra a valorar cuál de las optimizaciones, de forma general, obtiene un menor valor de la suma de los impulsos, pero para el caso analizado, se puede ver como la optimización lineal, tanto para el caso de suma de impulsos constantes como para el caso de impulsos instantáneos, da un menor valor.

Para ello, se ha sacado un gráfico, donde se aprecia esta comparativa de forma más clara:

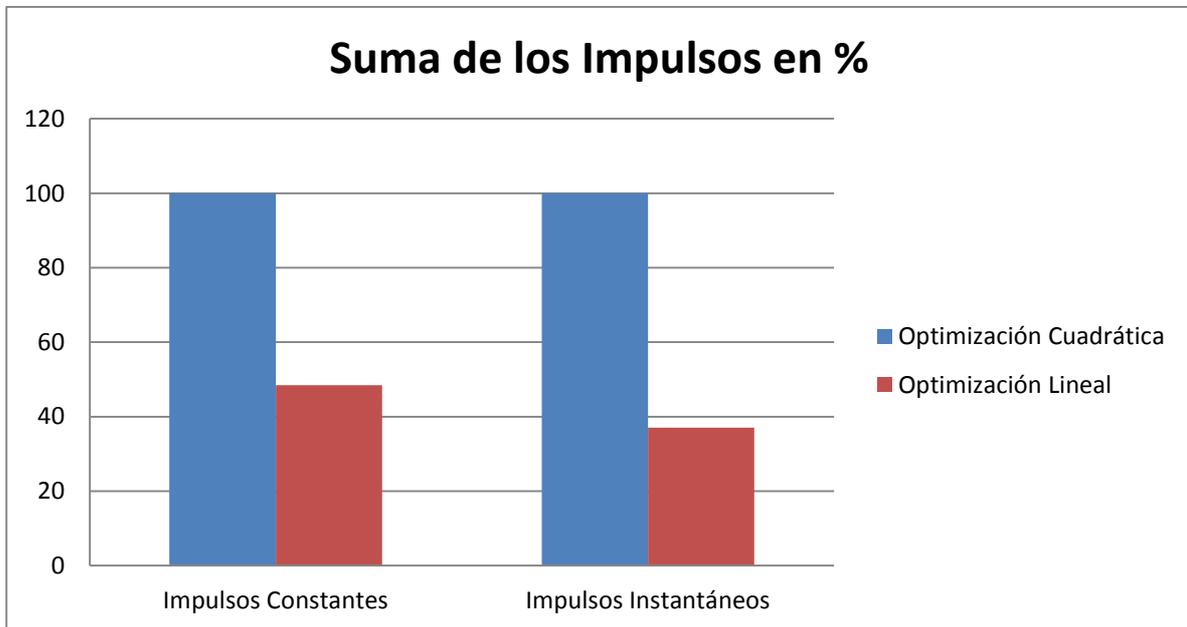


Figura 3.6. Comparativa de la suma total de los impulsos

De la gráfica se puede sacar las siguientes relaciones. Mientras que el optimizar según el método lineal, se puede traducir en una reducción del consumo de combustible, ya que existe una relación que liga la suma de los impulsos dados con el mismo, la optimización cuadrática no está relacionada de forma directa con dicha magnitud, sino que está referida a la limitación de la energía de control. Por lo que de ambas gráficas se puede extraer, que el uso de la limitación lineal, por su relación con el consumo de combustible, supone un menor gasto a la hora de realizar la maniobra, que si el problema se resolviese según la optimización cuadrática.

4 ÓRBITA DEL BLANCO EXCÉNTRICA

Esta sección está basada en la información extraída de [3], [4], [5] y [6]

El problema excéntrico, problema principal de estudio del proyecto, consiste en la consideración de que el vehículo objetivo, ya no se encuentra en una órbita circular, sino que ésta posee excentricidad. Esto, complica notablemente el problema, pues si en el caso circular la variable tiempo carecía de importancia en lo que respectaba a la posición del blanco, en la órbita excéntrica es fundamental, ya que dependiendo de la posición en la que se encuentre el blanco, la velocidad orbital del mismo, así como la variación de ésta tomará un valor. Esto lleva a que el problema pierda ese carácter de invarianza temporal, con lo que se complica tanto las ecuaciones de movimiento, del modelo continuo, como la posterior modelización discreta.

4.1 Hipótesis adicionales

Puesto que la mayoría de hipótesis corresponden a las consideradas para el problema circular, simplemente se añadirán las hipótesis del problema excéntrico.

- El vehículo objetivo se encuentra en una órbita con excentricidad, cuyo valor e es conocido, y el valor de la anomalía verdadera inicial θ , también es conocida.

Es la única hipótesis adicional, pero es fundamental, ya que es la que define el total del problema. Esta consideración como ya se ha mencionado variará las ecuaciones del movimiento del sistema, apareciendo términos con dependencia temporal. Además aunque el sistema de referencia que se va a seguir utilizando es el LVLH, la definición de los ejes, no será la misma que para el caso circular.

4.2 Ecuaciones del movimiento

En primer lugar se va a volver a definir el sistema de referencia LVLH, pero esta vez, considerando que la órbita es excéntrica:

- El eje “x”, se define según la dirección que une el centro del planeta respecto del cual el blanco está orbitando, en este caso, sería la Tierra, y el propio vehículo
- La dirección “z”, viene definida por el momento cinético del movimiento, el vector \vec{h} .
- Finalmente el eje “y”, completa el triedro a derechas.

Las ecuaciones que definen respecto de un sistema inercial la dinámica del vehículo objetivo como del perseguidor, no varían respecto al caso circular, por lo que el problema se mantiene invariante, pudiéndose utilizar la expresión (3.3) para definir la dinámica del vehículo perseguidor, respecto del sistema inercial.

Pero puesto que el sistema LVLH rota respecto de la tierra, para expresar dicha ecuación en este sistema, se ha de utilizar la ecuación de Coriolis, ecuación (3.4).

Aplicada dos veces, y teniendo en cuenta que la velocidad con la que rota el sistema respecto de la Tierra, ya no es constante como en el caso circular, se tiene que:

$$\ddot{\vec{r}}|_{IN} = \ddot{\vec{r}}|_{LVLH} + \dot{\omega} \times \vec{r} + 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} + \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (4.1)$$

Si se despeja el término $\ddot{\vec{r}}|_{LVLH}$ de la ecuación (4.1) y se combina con la expresión de (3.3), se obtiene la ecuación que define la dinámica del vehículo perseguidor de forma exacta respecto del sistema de referencia LVLH, a partir de unas condiciones iniciales.

$$\ddot{\vec{r}}|_{LVLH} = \mu \frac{\vec{R}}{R^3} - \mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} - \dot{\omega} \times \vec{r} - 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} - \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (4.2)$$

Para simplificar el problema se procederá a la linealización de algunos términos de la expresión (4.2).

$$\mu \frac{\vec{R} + \vec{r}}{|\vec{R} + \vec{r}|^3} \approx \mu \frac{\vec{R}}{R^3} - 3\mu \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^5} \quad (4.3)$$

Con lo que sustituyendo en la ecuación (4.2), se tiene:

$$\ddot{\vec{r}}|_{LVLH} \approx -\mu \frac{\vec{r}}{R^3} + 3\mu \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^5} - \dot{\omega} \times \vec{r} - 2\omega \times \dot{\vec{r}}|_{LVLH} - \omega \times \omega \times \vec{r} \quad (4.4)$$

Donde según el sistema de referencia utilizado se tiene:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{R} = \begin{bmatrix} R = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\theta)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_v = \frac{n(1+e \cos(\theta))^2}{(1-e^2)^{3/2}} \end{bmatrix}, \dot{\vec{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_a = -2n \frac{e \sin(\theta) (1+e \cos(\theta))^2}{(1-e^2)^2 (1+e \cos(\theta))} \end{bmatrix}$$

Donde $\vec{\omega}$ y $\dot{\vec{\omega}}$ muestra la variación de la anomalía verdadera con el paso del tiempo.⁴

Sustituyendo cada término por su expresión correspondiente (según ecuación 4.5), se obtiene:

$$\ddot{x} = x \left(\frac{2\mu}{R^3} + \theta_v^2 \right) + 2\theta_v \dot{y} + \theta_a y \quad (4.6)$$

$$\ddot{y} = y \left(-\frac{\mu}{R^3} + \theta_v^2 \right) - 2\theta_v^2 \dot{x} - \theta_a x \quad (4.7)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu}{R^3} z \quad (4.8)$$

Las ecuaciones (4.6),(4.7) y (4.8) son las ecuaciones linealizadas que permiten obtener la dinámica del vehículo perseguidor respecto del blanco en la maniobra de rendezvous para el caso de órbitas excéntricas a partir de unas condiciones iniciales.

4.3 Modelo Discreto

Como se puede comprobar en las ecuaciones de movimiento, es necesario conocer el valor además de la posición del vehículo perseguidor respecto del blanco para la resolución del problema, el valor inicial de la

⁴ Anomalía verdadera (θ) se define como el ángulo que forma el radio-vector que une la Tierra con el blanco, con el radio-vector que une la Tierra con el perigeo de la órbita del mismo.

anomalía verdadera del blanco.

Para el desarrollo del problema de rendezvous se va a considerar dicho dato conocido, y de valor θ_0 .

Este valor va a permitir conocer el valor de la anomalía excéntrica “E”, en el momento inicial, E_0 , a través de la siguiente relación:

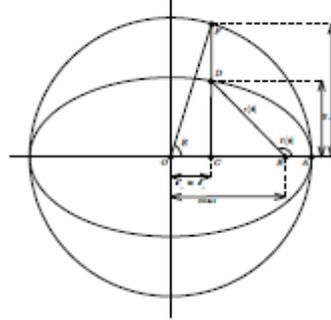


Figura 4.1. Relación entre anomalía excéntrica y anomalía verdadera⁵

$$\cos \theta = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad (4.9)$$

Y utilizando las leyes horarias, se puede obtener el valor de t_0 , que se define como el tiempo que hay desde el perigeo hasta la posición del blanco en la órbita.

$$nt_0 = E_0 - e \operatorname{sen} E_0 \quad (4.10)$$

Si se vuelve a dividir el total de la misión en N intervalos, y teniendo en cuenta la posición del blanco, se tiene que cada instante de tiempo viene definido de la siguiente forma:

$$t_i = t_0 + \frac{T_{total}}{N} i, \quad i = 1, 2, 3 \dots N \quad (4.11)$$

Y usando la ecuación (4.10) se puede obtener el valor de E_i (valor de la anomalía excéntrica para cada instante).

Si para cada instante de tiempo, se define el vector de estado como \vec{x}_k , y la señal de control como \vec{u}_k se tiene que, el vector de estados para el instante siguiente es:

$$\vec{x}_{k+1} = A(t_{k+1}, t_k) \vec{x}_k + B(t_{k+1}, t_k) \vec{u}_k \quad (4.12)$$

Si se conoce la condición inicial (el vector de estados \vec{x}_0 y la anomalía verdadera θ_0) se puede obtener el vector de estados para todo instante $j+1$:

$$\vec{x}_{j+1} = A(t_{j+1}, t_0) \vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{i=j} A(t_{j+1}, t_{i+1}) B(t_{i+1}, t_i) \vec{u}_i \quad (4.13)$$

Donde ahora las matrices A y B ya no son constantes, sino que dependen del tiempo (o del valor de la anomalía verdadera para cada instante de tiempo) y vienen definidas como:

- Matriz A:

⁵ Imagen extraída de [2]

$$A(t_{j+1}, t_j) = Y_{ek}(t_{j+1})Y_{ek}^{-1}(t_j) \quad (4.14)$$

Donde a su vez las matrices Y_{ek} e Y_{ek}^{-1} tienen la siguiente estructura:

$$Y_{ek} = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 & \frac{2}{\rho} - 3esJ & -c & 0 \\ c\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) & \frac{1}{\rho} & 0 & -3\rho J & s\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c}{\rho} & 0 & 0 & \frac{s}{\rho} \\ \alpha\rho^2c & 0 & 0 & \alpha(-es - 3e\rho^2J - 3) & \alpha(c + e + c\rho^2) & 0 \\ \alpha s(-1 - \rho^2) & \alpha es & 0 & \alpha\rho(3es\rho J - 3) & \alpha(c + e + c\rho^2) & 0 \\ 0 & 0 & -s\alpha & 0 & 0 & (c + e)\alpha \end{bmatrix} \quad (4.15)^6$$

$$Y_{ek}^{-1} = \frac{1}{1 - e^2} \begin{bmatrix} -s(\rho^2 + 2\rho + e^2) & es^2(1 + \rho) & 0 & \frac{c - \frac{2e}{\rho}}{\alpha} & -\frac{s\left(1 + \frac{1}{\rho}\right)}{\alpha} & 0 \\ -es(1 + \rho) & \rho^2(1 - ce) + e^2s^2 & 0 & \frac{ec - \frac{2}{\rho}}{\alpha} & -\frac{es}{\alpha}\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) & 0 \\ 0 & 0 & (c + e)(1 - e^2) & 0 & 0 & \frac{-s(1 - e^2)}{\alpha\rho} \\ \rho^2(1 + \rho) & -es\rho^2 & 0 & \frac{es}{\alpha} & \frac{\rho}{\alpha} & 0 \\ 3\rho(c + e) - e\rho s^2 - esc(1 + \rho) - e^2s & -esc(1 + \rho) - e^2s & 0 & \frac{s}{\alpha} & \frac{c}{\alpha}\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) + \frac{e}{\alpha\rho} & 0 \\ 0 & 0 & -s(1 - e^2) & 0 & 0 & \frac{c(1 - e^2)}{\alpha\rho} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Y donde los parámetros utilizados vienen definidos por:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1 - e^2}{1 - e\cos E_j}, & J &= \frac{n(t_j - t_{j-1})}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \\ s &= \frac{(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \sin E_j}{1 - e\cos E_j}, & \alpha &= \frac{n}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \\ c &= \frac{\cos E_j - e}{1 - e\cos E_j} \end{aligned} \quad (4.17)$$

- Matriz B: que vendrá definida teniendo en cuenta que los impulsos que se usarán para el desarrollo del Proyecto son impulsos instantáneos.

$$B(t_{j+1}, t_j) = A(t_{j+1}, t_j) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

⁶ Ecuación (4.15) y (4.16) extraídas de [4]

4.4 Métodos de optimización

Para el caso excéntrico se va a analizar únicamente métodos de optimización lineal, es decir, donde se minimizará la suma de los valores absolutos de cada una de las componentes del vector de impulsos. Además como ya se ve en la ecuación (4.18), se va a tener en cuenta que los impulsos son de carácter instantáneo.

Además todos los métodos desarrollados van a mantener algunos aspectos en común:

- La formulación de los métodos seguirá siendo en bucle abierto, por lo que se mantiene que la solución es solamente válida cuando el problema es perfecto. En cuanto aparezca alguna desviación respecto al problema considerado, la solución obtenida no podrá garantizar el rendezvous
- Además todos los métodos, seguirán manteniendo la condición de realizar el rendezvous en un tiempo total “ T_{total} ” (o lo que es lo mismo, en N instantes de tiempo). Esto se traduce en que el vector de estados \vec{x}_N , ha de ser igual a cero. Esto se refleja como:

$$\vec{x}_N = A(t_N, t_0)\vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{i=N} A(t_N, t_{i+1})B(t_{i+1}, t_i)\vec{u}_i = \mathbf{0}_6 \quad (4.19)$$

Sin embargo, existen casos en los que debido a la complejidad del problema dicha condición no se puede cumplir, por lo que se establece un cierto margen respecto a la posición inicial, considerándose que:

$$|\vec{x}_N| = \left| A(t_N, t_0)\vec{x}_0 + \sum_{i=0}^{i=N} A(t_N, t_{i+1})B(t_{i+1}, t_i)\vec{u}_i \right| \leq x_{tol} \quad (4.20)$$

Donde x_{tol} sea definido como:

$$x_{tol} = [10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-7} \ 10^{-7} \ 10^{-7}] \ [km/s] \quad (4.21)$$

También se puede elegir una tercera opción, la cual se conoce como “Formulación Blanda”. Dicha formulación, no introduce directamente la restricción de igualdad, sino que lo que se utiliza es la función objetivo para conseguir que el estado \vec{x}_N sea igual a cero.

En esta variante, la función objetivo tiene la siguiente estructura:

$$\min J = \sum_{i=0}^{i=N-1} |u_i| + K \sum_{i=6N-5}^{i=6N} |x_i| \quad (4.22)$$

Donde K se define como un peso, y típicamente tomará un valor alto, con el fin de que el optimizador tenga un especial interés en hacer que los términos asociados, en este caso el valor absoluto de las componentes del vector \vec{x}_N igual a cero, lo que se busca con esta formulación es penalizar el estado final. Al valor absoluto de las componentes del vector estado \vec{x}_N se les asocia a cada una, una variable δ_i , puesto que la función valor absoluto no es lineal, de tal forma que la ecuación (4.22) queda como:

$$\min J = \sum_{i=0}^{i=N-1} |u_i| + K \sum_{i=1}^{i=6} \delta_i \quad (4.23)$$

Y se añaden las siguientes restricciones:

$$x_{Ni} \leq \delta_i, \quad -x_{Ni} \leq \delta_i \quad (4.24)$$

Donde las variables del vector estado \vec{x}_N se escriben en función de los impulsos u_i .

De esta manera, la restricción de igualdad es una restricción blanda, ya que no se obliga a que el estado final sea cero, simplemente se consigue porque bonifica fuertemente la solución final.

Esta formulación aunque presenta peores precisiones que la restricción dura de igualdad, permite que cuando el problema es muy difícil y no se pueda resolver, debido al alto número de restricciones, se pueda encontrar una solución.

- Restricción de cono de visión: la cual será igual que la considerada en el problema circular
- Restricción de impulsos:
 - o Para el primer caso, “Optimización lineal con LPSolve”, solamente se tendrá en cuenta la cota superior para todos los impulsos (es decir, los impulsos podrán valer desde 0 hasta u_{max} cualquier valor)

$$|\vec{u}_i| \leq u_{max} \quad (4.25)$$

- o Para el resto de casos, se tendrá en cuenta directa o indirectamente que los impulsos solamente podrán pertenecer al grupo definido por la ecuación (3.34).

4.4.1 Optimización lineal con LPSolve

Este problema será igual que para el caso circular, con la diferencia en cuanto al modelo utilizado.

Se vuelve a considerar los vectores de vectores \vec{X} y \vec{U} . Puesto que el problema considerado es de optimización lineal, el vector \vec{U} se volverá a componer en dos partes, \vec{U}^+ y \vec{U}^- .

El vector de estados \vec{X} viene definido, por la expresión (3.61):

$$X = F\vec{x}_0 + G_{com}\vec{U} \quad (4.61)$$

Sin embargo ahora las matrices F y G, puesto que $G_{com} = [G, -G]$, tienen las siguientes estructuras:

$$F = \begin{bmatrix} A(t_1, t_0) \\ A(t_2, t_0) \\ \vdots \\ A(t_N, t_0) \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

$$G = \begin{bmatrix} B(t_1, t_0) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A(t_2, t_1)B(t_1, t_0) & B(t_2, t_1) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A(t_{N-1}, t_1)B(t_1, t_0) & A(t_{N-1}, t_2)B(t_2, t_1) & \dots & B(t_{N-1}, t_{N-2}) & 0 \\ A(t_N, t_1)B(t_1, t_0) & A(t_N, t_2)B(t_2, t_1) & \dots & A(t_N, t_{N-1})B(t_{N-1}, t_{N-2}) & B(t_N, t_{N-1}) \end{bmatrix}$$

A modo de resumen, el problema de optimización no varía y queda como:

$$U = lp_solve(f, A, b, e, \dots) \quad (4.27)$$

$$f = -ones(6 * N, 1)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{eq} \\ A_q \\ A_{q1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_{eq} \\ b_q \\ b_{q1} \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} 0_6 \\ -1_{3N+6N} \end{bmatrix}$$

Indicar que en la ecuación (4.27) y en las que siguen en el total del proyecto, se puede utilizar nomenclatura Matlab, para definir vectores con tal de reducir el uso de subíndices en el desarrollo de la explicación.

Como se puede ver, y como se ha indicado, en este caso aún no se considera el límite inferior para los impulsos.

La explicación de este método de optimización, se justifica, teniendo en cuenta que para los algoritmos heurísticos que se explicarán posteriormente, (así como para el caso predictivo, aunque este tendrá algunas variaciones), y que constan de la resolución de dos problema de optimización, en la primera de ellas, se resuelve el problema según este método, para posteriormente introducir la cota inferior para la segunda resolución en los impulsos que se mantengan activos.

4.4.2 Formulación Milp

Antes del desarrollo total del apartado, se va a decir que el método empleado para la resolución del problema de rendezvous, la Formulación Milp, “Mixed Integer Linear Programming”, consiste en un método de resolución, el cual se basa en la combinación de variables enteras y continuas. En este caso, las variables continuas servirán para poder activar o desactivar diferentes restricciones, según el valor que tomen, y que se detallará con más detenimiento en el apartado. Además señalar, que para una mayor información sobre este procedimiento de resolución de problemas de optimización, utilizar la referencia [11].

A partir de este punto, y una vez presentado el problema excéntrico, se va a añadir una nueva limitación al problema de control. Esta nueva limitación consiste en la hipótesis comentada al principio del proyecto, en la que se indicaba como el rango de impulsos válidos, ya no sería un intervalo continuo desde cero hasta un valor “umax” en valor absoluto. Ahora, el intervalo válido, es el recogido en la expresión (3.34):

$$|\vec{u}_i| \in [u_{min}, u_{max}] \cup \{0\}, i = 0 \dots N - 1 \quad (4.34)$$

Esta nueva condición complica mucho el problema de optimización, ya que los impulsos ahora solo pueden tomar un valor dentro de un rango, o cero. Es esta la principal causa por la que se van a tomar diferentes métodos de optimización, con el fin de poder buscar una solución aceptable.

La primera que se va a estudiar, es la solución exacta. La forma de hacer que una variable pueda tener o bien el valor cero o bien un valor dentro de un intervalo (hablando siempre en valor absoluto) es mediante una Formulación Milp.

Esta formulación es una ampliación al problema de optimización lineal, donde además de seguir utilizando las variables continuas hasta ahora consideradas, se utilizarán unas variables enteras, binarias en este caso, y que para la formulación del problema se llamarán “w”.

Se tiene por tanto, que para cada variable u_i del problema habrá una variable w_i asociada, y que puede tomar el valor 0 o 1.

Con esta condición se construyen los nuevos vectores de vectores que definen el problema, donde por un lado,

el vector de estado \vec{X} no varía (sigue teniendo 6N componentes) mientras que el vector de control \vec{U} se va a componer ahora de las siguientes partes:

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ \vec{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{U}^+ \\ \vec{U}^- \\ \vec{w} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Puesto que la función objetivo, sigue siendo la función de optimización lineal para la suma de los valores absolutos de las componentes de los diferentes impulsos, ecuación (3.52):

$$\min J = \sum_{i=0}^{i=N-1} |u_i| \quad (4.52)$$

Se tiene que el vector f tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \max J &= -\vec{U} \\ f &= [-ones(6 * N, 1); zeros(6 * N, 1)] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Vector de 12N componentes, donde las 6N primeras componentes siguen haciendo referencia a la parte de control, mientras que las 6N segundas componentes, hacen referencia a las nuevas variables binarias.

En cuanto a las diferentes restricciones del problema de optimización lineal con LPsolve, siguen siendo válidas, con la misma salvedad de que ahora hay que tener en cuenta que existen 6N variables más, las variables w_i

- Restricción de igualdad: esta restricción sigue obligando a que el vector de estados, en su vector componente \vec{x}_N sea igual a cero, (ecuación (4.19) o sus variantes, ecuación (4.20) donde se aceptan ciertos márgenes respecto al 0_6 o ecuaciones (4.22-4.24) donde se establece la restricción blanda de igualdad)

Escrito en formato LPsolve, y manteniendo la nomenclatura del problema anterior, para el caso de la ecuación (4.19), pero teniendo en cuenta las nuevas variables binarias, queda:

$$A_{eq} = [G_1 G_{com}, zeros(6, 6N)] \quad b_{eq} = -G_1 F \vec{x}_0 \quad (4.30)$$

- Restricción de cono de visión: al igual que en el caso de la restricción de igualdad, al tener en cuenta las nuevas variables binarias, hay que modificar la matriz A_q :

$$A_q = [CG_{com}, zeros(3N, 6N)] \quad b_q = -CF \vec{x}_0 + P \quad (4.31)$$

- Restricción de potencia de control: a diferencia del resto del problema, que se ha mantenido igual que los casos anteriormente estudiados, con la salvedad de adaptar las dimensiones para tener en cuenta las nuevas variables binarias, ésta restricción si varía, ya que varía la condición de la misma.

Ahora, para conseguir que el valor de u_i cumpla con (3.34):

$$|\vec{u}_i| \in [u_{min}, u_{max}] \cup \{0\}, i = 0 \dots N - 1 \quad (4.34)$$

Se añaden nuevas restricciones:

- En primer lugar, cada una de las variables w_i , como ya se ha indicado anteriormente, será una variable entera y binaria, que solo podrá tomar valor 0 o 1.

$$w_i \in \{0,1\} \quad (4.32)$$

- En segundo lugar, las restricciones de control para cumplir con (3.34) toman la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} 0 \leq u_i \leq w_i * u_{max} \\ w_i * u_{min} \leq u_i \end{aligned} \quad (4.33)$$

Se puede ver como si w_i vale cero para la primera condición, la de cota superior, el valor de u_i está obligado a ser 0, mientras que si w_i vale 1, la cota superior es u_{max} . De igual modo, para la segunda condición si w_i vale 0, se verifica que u_i , mientras que si w_i vale 1, se establece el límite inferior en u_{min} .

Otra condición adicional que se extrae de este tipo de formulación es que si se suman todas las w_i se tiene que el valor obtenido coincide con el número de impulsos utilizados (distintos de cero) en el problema de rendezvous, lo cual aunque no es necesario para la formulación del problema, es un buen método para verificar que el problema de optimización se ha formulado correctamente, además de una forma rápida de obtener el número de impulsos dados en el total de la maniobra.

Ahora estas restricciones escritas en el formato LPsolve, quedarían de la siguiente forma:

En primer lugar, se van a escribir las referentes a w_i . Teniendo en cuenta la nueva estructura del vector de vectores de control, la matriz y vector que define estas restricciones sería:

$$\begin{aligned} A_{q1} = [0_{6N \times 6N} \quad I_{d_{6N \times 6N}}], \quad b_{q1} = \text{ones}(6 * N, 1), \\ x_{int} = [\text{zeros}(6N, 1), \text{ones}(6N, 1)] \end{aligned} \quad (4.34)$$

Como se puede ver se ha tenido en cuenta que el LPsolve solamente trabaja con variables positivas

En cuanto a las restricciones para los impulsos u_i quedaría como:

- Cota superior, $0 \leq u_i \leq w_i * u_{max}$:

$$\begin{aligned} A_{q2} = \begin{bmatrix} I_{d_{3N \times 3N}} & 0_{3N \times 3N} & -u_{max}[I_{d_{3N \times 3N}}] & 0_{3N \times 3N} \\ 0_{3N \times 3N} & I_{d_{3N \times 3N}} & 0_{3N \times 3N} & -u_{max}[I_{d_{3N \times 3N}}] \end{bmatrix} \\ b_{q2} = \text{zeros}(6N, 1) \end{aligned} \quad (4.35)$$

- Cota inferior, $w_i * u_{min} \leq u_i$:

$$\begin{aligned} A_{q3} = \begin{bmatrix} -I_{d_{3N \times 3N}} & 0_{3N \times 3N} & u_{min}[I_{d_{3N \times 3N}}] & 0_{3N \times 3N} \\ 0_{3N \times 3N} & -I_{d_{3N \times 3N}} & 0_{3N \times 3N} & u_{min}[I_{d_{3N \times 3N}}] \end{bmatrix} \\ b_{q3} = \text{zeros}(6N, 1) \end{aligned} \quad (4.36)$$

De tal forma, que el problema completo en LPsolve queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\max v &= f' x \\
Ax &<> b, \\
e &= \pm 1 \cup 0 \\
v_{lb} &\leq x \leq v_{ub} \\
x_{int} &\text{ are integer}
\end{aligned}$$

$$U = lp_solve(f, A, b, e, x_{int} \dots) \quad (4.37)$$

$$f = [-ones(6 * N, 1); zeros(6 * N, 1)]$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{eq} \\ A_q \\ A_{q1} \\ A_{q2} \\ A_{q3} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_{eq} \\ b_q \\ b_{q1} \\ b_{q2} \\ b_{q3} \end{bmatrix},$$

$$e = \begin{bmatrix} zeros(6, 1) \\ -ones(3N + 6N + 6N + 6N, 1) \end{bmatrix}, \quad x_{int} = \begin{bmatrix} zeros(6N, 1) \\ ones(6N, 1) \end{bmatrix}$$

Como se puede ver, ahora el problema presenta un mayor número tanto de variables, como de restricciones, lo que complica mucho la computación del problema, haciéndolo más pesado, y también más difícil de cumplir. Esto añadido a que es un método de optimización en bucle abierto, hace que se busquen diferentes alternativas, que aunque peores desde el punto de vista de suma de todos los impulsos (es decir, desde el consumo de combustible), más sencillas de resolver, y de con menor coste computacional. Además señalar que la formulación Milp sería un método de resolución difícil de certificar, debido a que es un método que requiere de mayores tiempos de resolución, cosa que en la realidad, se carece de tiempo adicional para el cálculo de la trayectoria. Este cómputo de razones justifica la necesidad de estudiar otros posibles métodos para resolver el problema de rendezvous.

4.4.3 Algoritmos heurísticos de Resolución

Con el fin de simplificar la resolución del problema de rendezvous respecto a la solución exacta y su alto número de restricciones, se van a desarrollar diferentes algoritmos heurísticos de resolución.

Decir que antes de seguir con el desarrollo del documento, y con el fin de simplificar el mismo, se hará referencia indistintamente a algoritmos de resolución, como algoritmos heurísticos de resolución, entendiéndose ambas definiciones para considerar el mismo concepto.

Todos ellos se componen de dos resoluciones del problema de optimización, donde la primera de ellas, correspondería con la ya explicada, optimización lineal con LPSolve:

1º Resolución:

- Como hipótesis fundamental de esta primera resolución, es que no se considerará el límite inferior en valor absoluto para los impulsos, a diferencia de la formulación Milp. Será posteriormente, en la segunda resolución, tras la clasificación de los impulsos dados en la maniobra, cuando se introducirá esta restricción al problema.
- Optimización Lineal: minimizar la suma de los valores absolutos de cada una de las componentes del vector de control, ecuación (3.52).
- Restricciones de igualdad: establecer que para el instante final, las componentes del vector estado, es decir, la posición y velocidad del perseguidor respecto del blanco, sean igual a cero (ecuación

(4.19) o sus variantes (4.20) y (4.22-4.24)).

- Restricciones de cono de visión: es decir, que el perseguidor solamente se pueda acercar al blanco, por una zona determinada, ecuación (3.59)
- Restricciones de control: donde solamente se tendrá en cuenta que los impulsos deberán ser menor en valor absoluto que u_{max} , $|u_i| \leq u_{max}$

Tras esta primera resolución, se clasifican los impulsos en tres tipos, dependiendo de en qué intervalo se encuentren:

- Los impulsos I1, los cuales serán los impulsos que se encuentran dentro del rango válido, es decir:

$$I1_j = u_i \in [u_{min}, u_{max}] \quad (4.38)$$

- Los impulsos I2, serán los impulsos que no son nulos, pero que no se encuentran dentro del rango válido:

$$I2_j = u_i \in (0, u_{min}) \quad (4.39)$$

- Finalmente estarán los impulsos I3, que serán todos los impulsos nulos:

$$I3_j = u_i \in \{0\} \quad (4.40)$$

Una vez definidos los diferentes tipos de impulsos, se definen los diferentes algoritmos, los cuales tienen como elemento diferenciador, los impulsos que mantienen activos para la segunda resolución. Los impulsos que se consideran activos en esta segunda resolución, serán los impulsos propios del problema, es decir, serán aquellos a los que se les permitirá tomar un valor distinto de cero, para realizar la maniobra, mientras que los impulsos que no estén activos, tendrán su valor fijado a cero.

- Algoritmo 1: solo mantiene activos para la segunda resolución, los impulsos de tipo I1, es decir, todos los impulsos que no se encuentran dentro del rango, los I2 e I3, no se tendrán en cuenta para la segunda resolución. Este algoritmo es el que menor número de impulsos mantiene activos, a la hora de resolver el problema de rendezvous.
- Algoritmo 2: se mantendrán activos, tanto los impulsos tipo I1, como los impulsos tipo I2. Este segundo algoritmo es el que mayor número de impulsos mantiene activos para la segunda resolución.
- Algoritmo 3: Se mantendrá activos todos los impulsos tipo I1, y de los impulsos I2, el de mayor y menor valor absoluto. Es decir, se mantienen activos dos impulsos más, los dos de tipo I2, que para el algoritmo 1.
- Algoritmo 4: se mantienen activos todos los impulsos tipo I1, y dos impulsos I2, los dos máximos en valor absoluto
- Algoritmo 44: es una variante del algoritmo anterior, donde en lugar de mantener activos dos impulsos I2, se mantiene únicamente el mayor de los dos. Se siguen considerando activos todos los impulsos I1
- Algoritmo 5: Se mantendrán activos todos los impulsos tipo I1, y los dos mínimos en valor absoluto de los impulsos I2
- Algoritmo 55: al igual que el algoritmo 44 es una variante del algoritmo anterior, el algoritmo 55, donde únicamente se mantiene activo, el impulso de menor valor absoluto dentro de los del tipo I2.
- Algoritmo 6: se mantienen activos los impulsos tipo I1, y dos impulsos tipo I2, elegidos al azar. Puesto que este algoritmo tiene un carácter aleatorio, se repite un total de 5 veces la segunda

resolución del problema de rendezvous, y se elige la solución más óptima de todas, es decir, la que tiene por resultado un menor valor de la suma total de los impulsos, lo que se traduce en un menor consumo de combustible. La elección de repetir la resolución cinco veces es una solución de compromiso, entre realizarla la cantidad suficiente para encontrar soluciones que se diferencien entre sí, pudiendo elegir la mejor de ellas, y no tardar mucho en resolver el problema total.

Finalmente se realiza la segunda resolución:

Para ello, se crea antes un vector, el cual pone 0 en los impulsos que se encuentra no activos, y 1 en los que si se mantienen activos.

$$f_{aux_i} = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \text{ activo} \\ 0 & \text{si } u_i \text{ no activo} \end{cases}, \quad i = 1 \dots 6N \quad (4.41)$$

2ª Resolución:

- Optimización lineal: puesto que ya no hay 6N impulsos activos, la función objetivo varía para solamente minimizar la suma de los valores absolutos de los impulsos considerados activos en cada uno de los algoritmos. Escrito en formato LPsolve queda lo siguiente:

$$\begin{aligned} \max J &= -\vec{U}_{activos} \\ f &= -f_{aux} \end{aligned} \quad (4.42)$$

- En cuanto a las restricciones de igualdad y de cono de visión se mantienen igual, con la salvedad de que hay que eliminar de ellas, todos los impulsos que no se encuentran activos.
 - Restricción de igualdad: cada una de las filas de la matriz de equilibrio se multiplicará por el vector f_{aux} componente a componente.

$$A_{eq}^*(i, j) = A_{eq}(i, j) * f_{aux}(j), \quad j = 1 \dots 6N, \quad i = 1, \dots, 6 \quad (4.43)$$

- Restricción de cono de visión: se realizará el mismo método que en la restricción de igualdad, con el fin de eliminar del problema de optimización todos los impulsos no activos.

$$A_q^*(i, j) = A_q(i, j) * f_{aux}(j), \quad j = 1 \dots 6N, \quad i = 1, \dots, 3N \quad (4.44)$$

- Restricciones de control: para esta segunda resolución hay que añadir la condición de que todos los impulsos activos se han de encontrar dentro del rango válido. Si la matriz que definía las restricciones de control para la optimización lineal era A_{q1} , ahora esta matriz se ve modificada para introducir la nueva condición:

$$A_{q1}^*(i, j) = A_{q1}(i, j) * f_{aux}(j), \quad j = 1 \dots 6N, \quad i = 1, \dots, 6N \quad (4.45)$$

Y el vector, b_{q1} también se ve modificado:

$$b_{q1}^* = u_{max} f_{aux} \quad (4.46)$$

Además es necesario crear un nuevo vector para la condición inferior del rango de impulsos:

$$b_{q11}^* = u_{min} f_{aux} \quad (4.47)$$

De esta forma el problema de optimización para esta segunda resolución queda:

$$\begin{aligned}
 U &= lp_solve(f, A, b, e, \dots) \\
 f &= -f_{aux} \\
 A &= \begin{bmatrix} A_{eq}^* \\ A_q^* \\ A_{q1}^* \\ A_{q1}^* \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_{eq} \\ b_q \\ b_{q1} \\ b_{q11} \end{bmatrix}, \\
 e &= \begin{bmatrix} zeros(6,1) \\ -ones(3N) \\ -f_{aux} \\ f_{aux} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.48)$$

La razón de utilizar estos algoritmos, es la de simplificar el problema de rendezvous, respecto de la solución exacta o formulación Milp. Con la primera resolución, se puede obtener una buena aproximación del problema, y de los impulsos válidos para realizar el rendezvous, manteniendo un menor número de restricciones, y de variables. Con la segunda resolución, aunque se introduce la limitación para el rango de control, el número de variables del problema se reduce a los impulsos activos.

Estos algoritmos en contrapartida, obtienen una peor solución que la formulación Milp desde el punto de vista de optimización, ya que trabajan a posteriori con la condición de limitación de control, lo que se penaliza en un mayor consumo.

Dentro de los algoritmos, se va a analizar el comportamiento de cada uno de ellos, para poder comprobar cuáles de las soluciones aproximadas, se comporta mejor.

4.5 Resultados de los métodos de Optimización en bucle abierto

En este apartado se van a representar diferentes trayectorias, para una serie de condiciones iniciales para todos los casos explicados en bucle abierto. En primer lugar, se realizará la simulación para un caso particular, del cual se extraerán algunas conclusiones, y se podrán comprobar algunos juicios emitidos anteriormente, como la mejor optimización de la formulación Milp frente a los diferentes algoritmos.

Posteriormente, se realizará una simulación general, para un amplio número de condiciones iniciales, con el fin de ver el comportamiento de los algoritmos, y poder intentar emitir cuál de ellos tiene un mejor comportamiento. Esto se realizará para diferentes criterios de clasificación, como pueden ser, el consumo de combustible, la precisión final en la coordenada x, o la precisión final en la coordenada y.

Para simplificar el problema, solamente se considerará el problema plano.

4.5.1 Caso Particular

El caso particular que se va a estudiar, tiene las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 45 [min] \\
 Altura\ del\ blanco &= 500 [km]
 \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\vec{x}_0 = [0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] [km/s]$$

$$u_{max} = 10^{-3} [km/s]$$

$$u_{min} = 10^{-6} [km/s]$$

$$e = 0,3$$

$$\theta_0 = 45^0$$

En primer lugar se representará la trayectoria del problema de rendezvous para todos los casos de bucle abierto. Se hará de dos formas:

- La primera de ellas, es en el plano “xy” sin tener en cuenta la componente temporal:

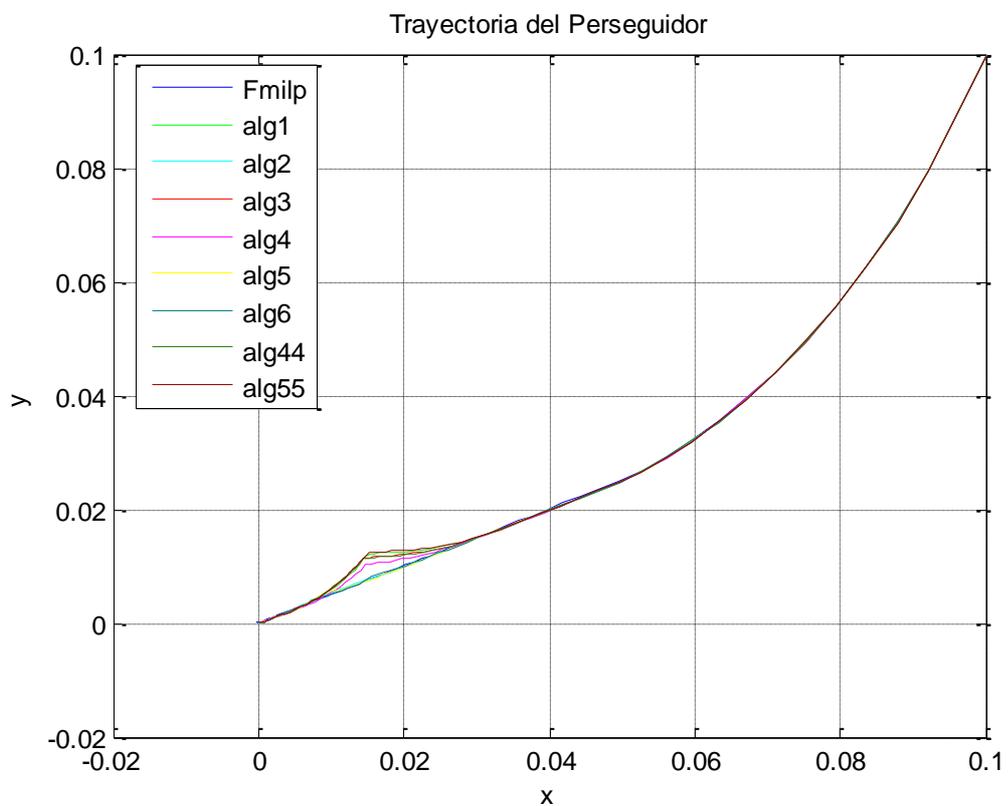


Figura 4.2 Trayectoria del perseguidor para los métodos de optimización de bucle abierto

- La segunda, se representará cada una de las coordenadas, frente a la componente temporal:

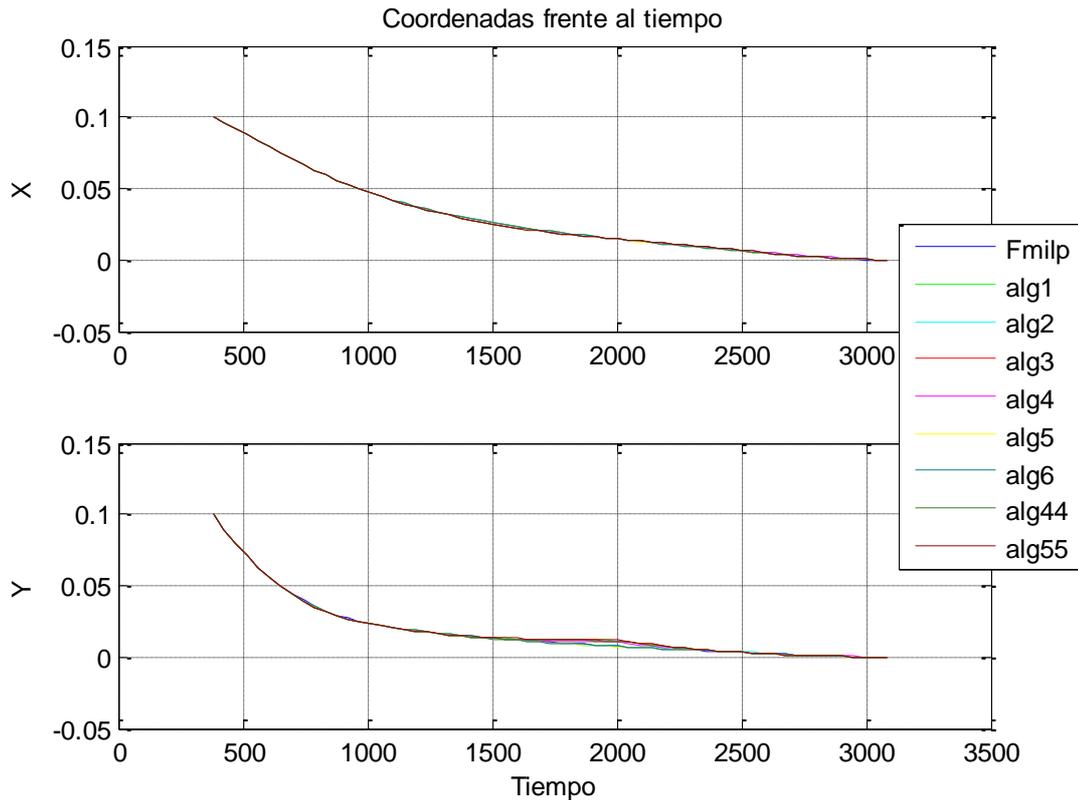


Figura 4.3 Trayectoria del perseguidor para los métodos en bucle abierto frente al tiempo

En las gráficas anteriores, se puede ver como al mantener activos diferentes impulsos, las trayectorias obtenidas para los diferentes impulsos se desvían en mayor o menor medida de la trayectoria obtenida con la solución exacta.

A continuación se analizará la solución obtenida por cada uno de los algoritmos de forma separada. Además en las gráficas se distinguirán las posiciones donde se dan impulsos, con el fin de poder ver el comportamiento del problema de rendezvous.

Los impulsos que corresponden a la dirección “x” vienen representados por un círculo, mientras que los que corresponden a la dirección “y”, están representados con una cruz:

- Impulsos según la dirección “x”
- + Impulsos según la dirección “y”

- Algoritmo 1:

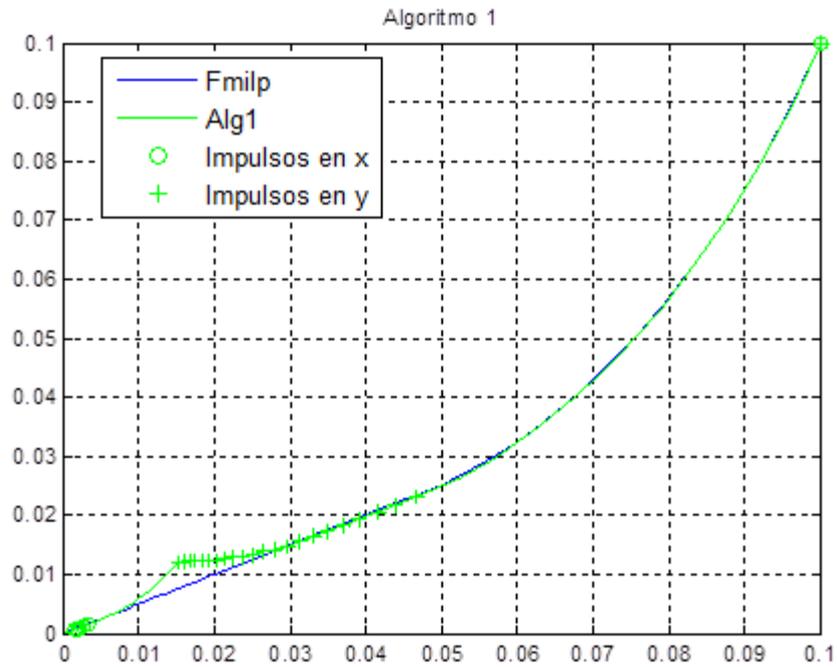


Figura 4.4. Trayectoria del perseguidor algoritmo 1 y F. Milp

- Algoritmo 2:

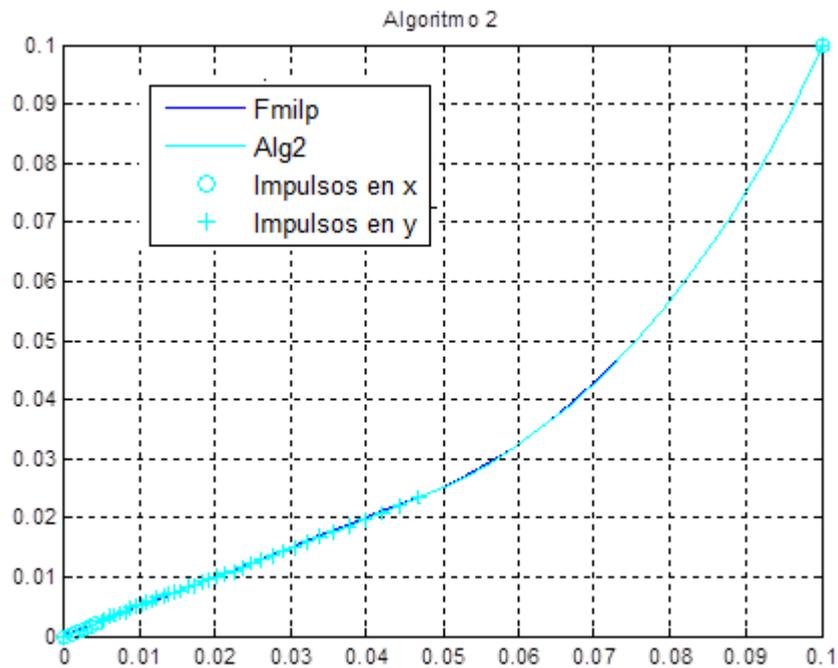


Figura 4.5. Trayectoria del perseguidor algoritmo 2 y F. Milp

- Algoritmo 3:

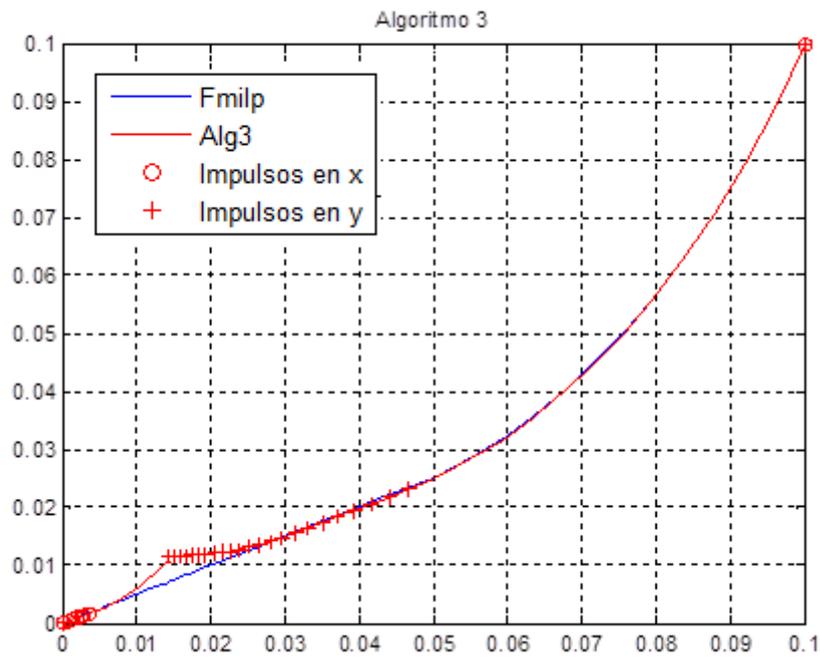


Figura 4.6. Trayectoria del perseguidor algoritmo 3 y F.Milp

- Algoritmo 4:

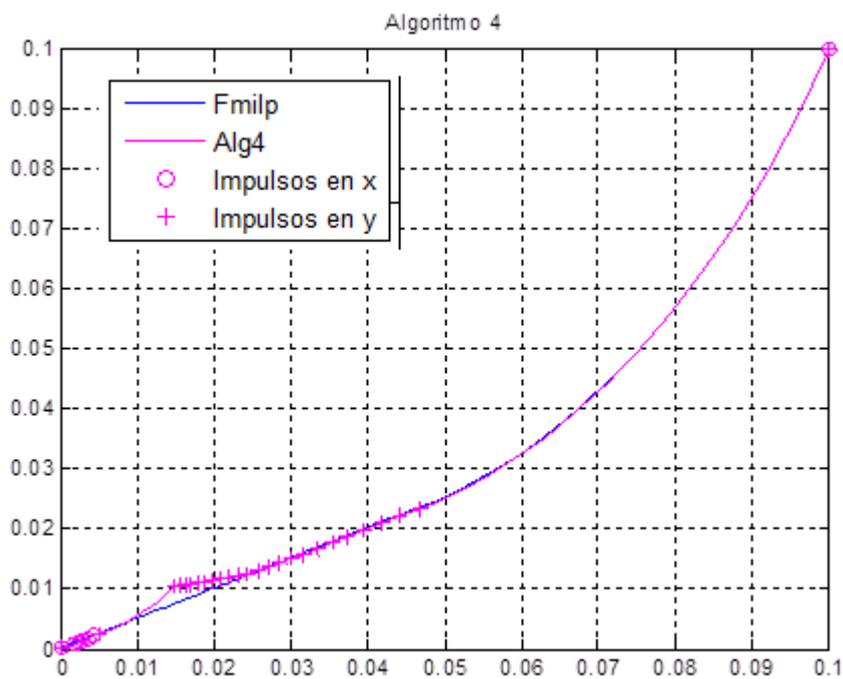


Figura 4.7. Trayectoria del perseguidor algoritmo 4 y F.Milp

- Algoritmo 5:

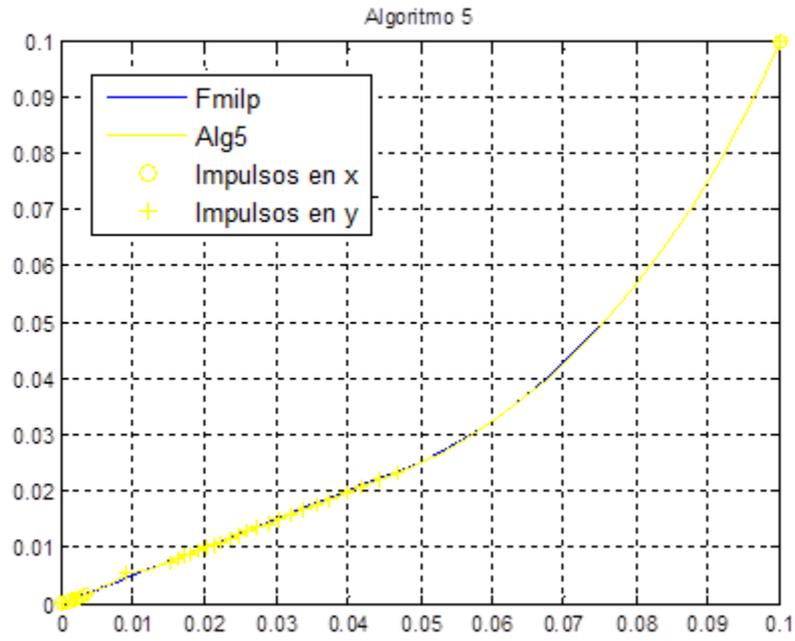


Figura 4.8. Trayectoria del perseguidor algoritmo 5 y F.Milp

- Algoritmo 6:

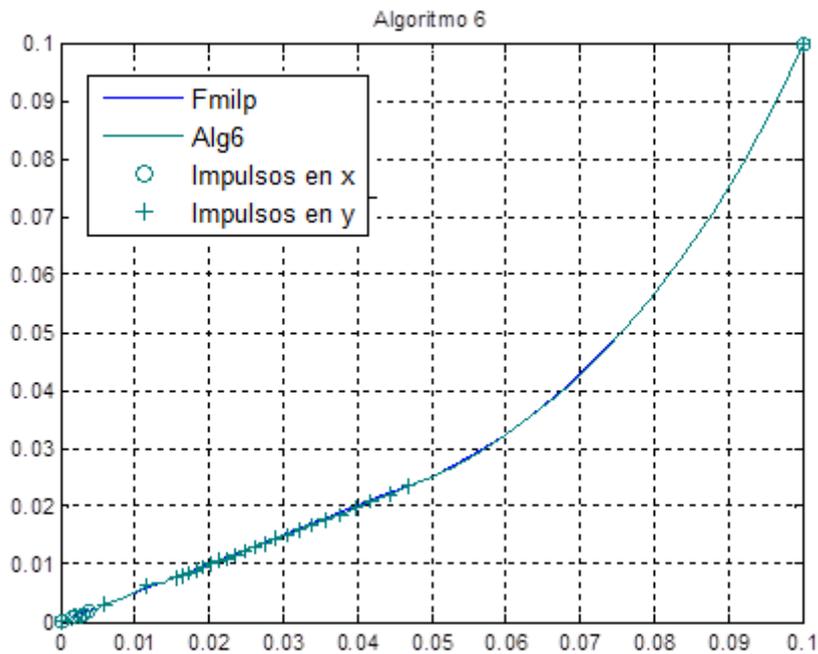


Figura 4.9. Trayectoria del perseguidor algoritmo 6 y F.Milp

- Algoritmo 44:

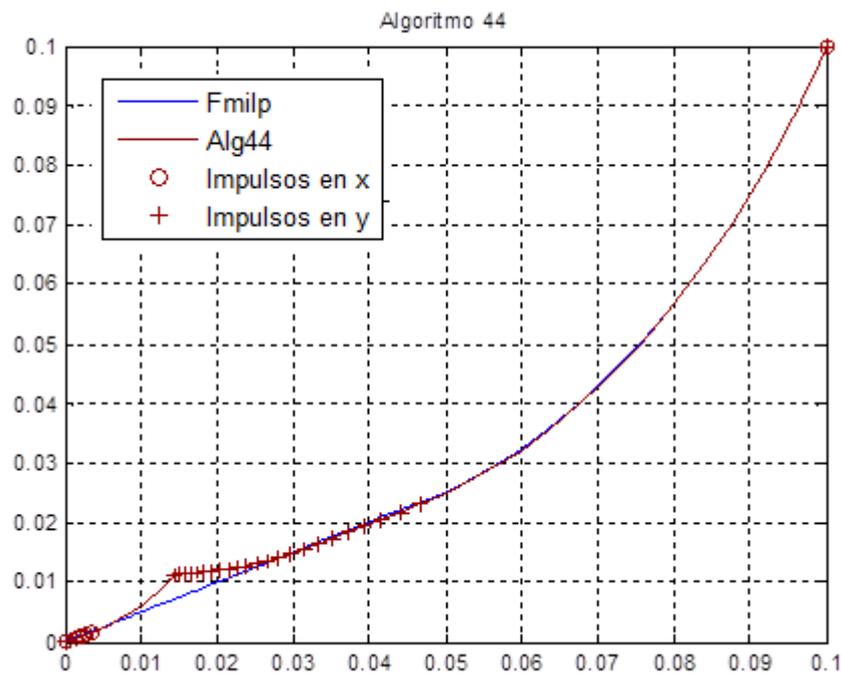


Figura 4.10. Trayectoria del perseguidor algoritmo 44 y F.Milp

- Algoritmo 55:

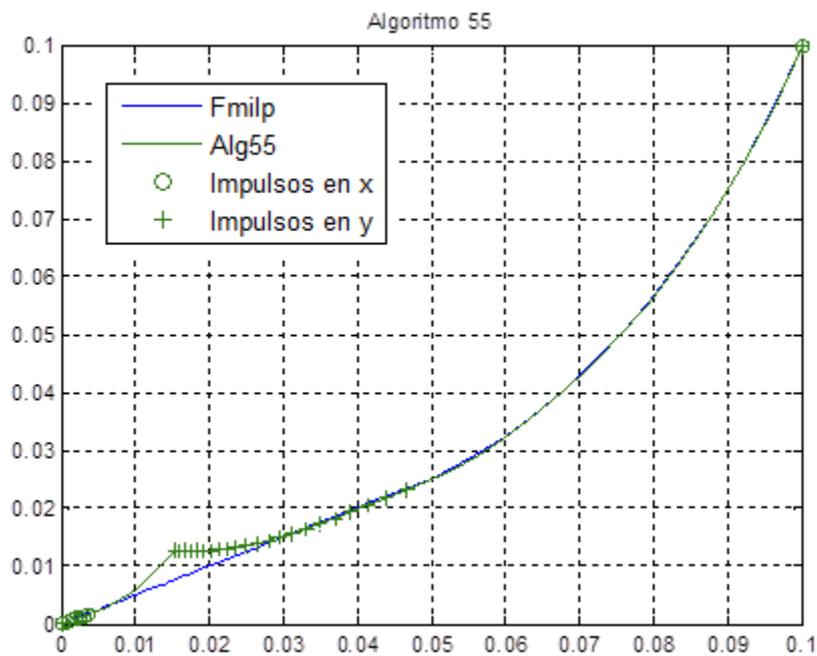


Figura 4.11. Trayectoria del perseguidor algoritmo 55 y F.Milp

Se puede ver como en todas las gráficas, el comportamiento es similar:

Aparecen unos primeros impulsos, al principio de la trayectoria, estos impulsos suelen ser los de mayor orden

de magnitud, es más, en la mayoría de los casos, el máximo impulso, se encuentra en esta primera posición.

Posteriormente aparecen impulsos a partir de la mitad de la trayectoria, y finalmente el grueso del número de impulsos se encuentra al final de la trayectoria, para garantizar la alta precisión que requiere la maniobra de rendezvous.

Además también se aprecia que la mayoría de impulsos que se dan, son según la dirección “y”, dirección con una componente de carácter inestable, de ahí dicho comportamiento.

Sin embargo, con las gráficas presentes no se puede apreciar la reducción del número de impulsos, al mantenerse solamente los activos, respecto al total de los impulsos obtenidos en la primera resolución de las dos de las que se componen los algoritmos. Para ello, se incluirán nuevas gráficas, donde se representen los dos comportamientos:

- Los impulsos del problema original, antes de añadir la restricción de limitación inferior de la potencia de control
- Los impulsos finales para cada uno de los algoritmos.

- Algoritmo 1:

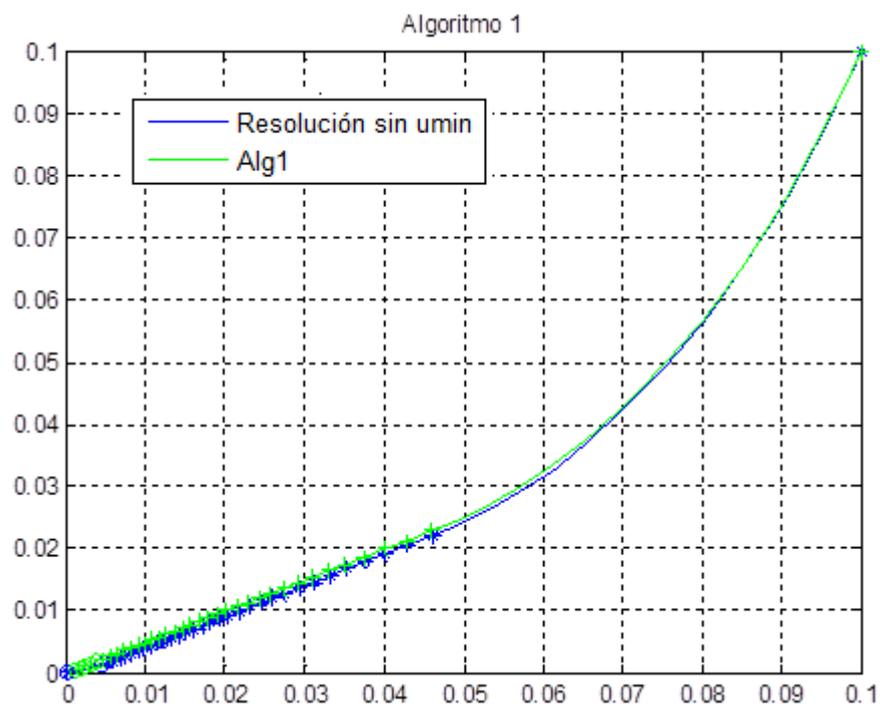


Figura 4.12. Trayectoria del perseguidor algoritmo 1 y optimización lineal

- Algoritmo 2:

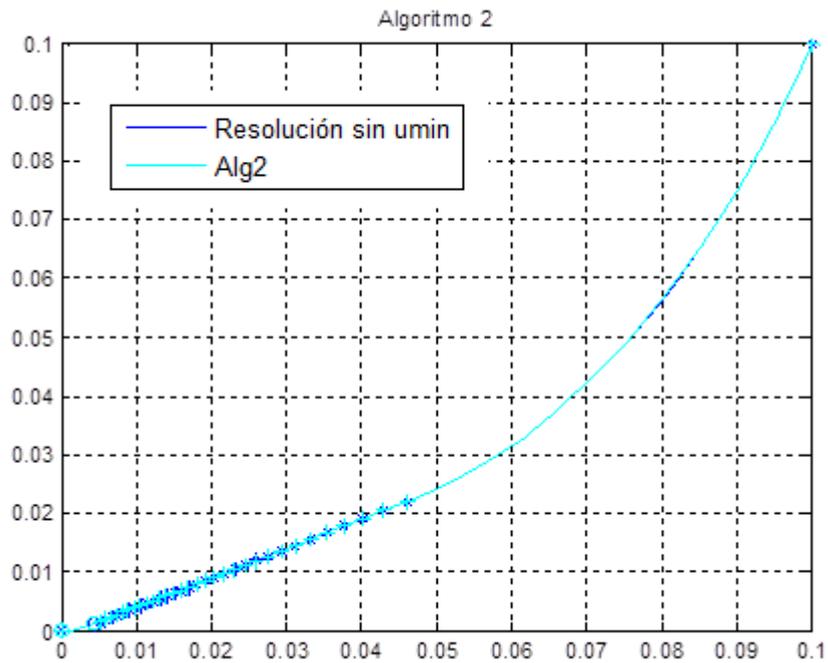


Figura 4.13. Trayectoria del perseguidor algoritmo 2 y optimización lineal

- Algoritmo 3:

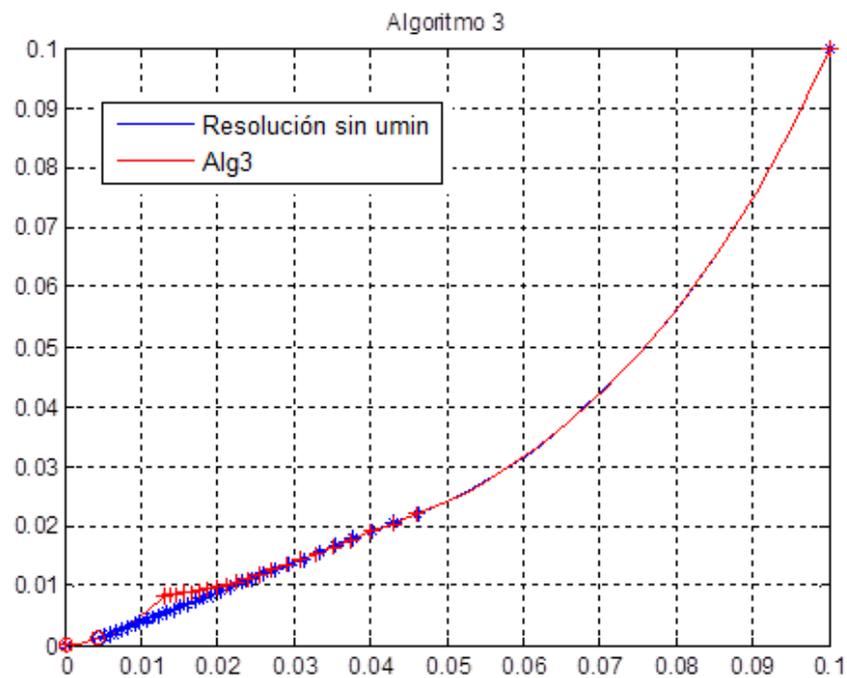


Figura 4.14. Trayectoria del perseguidor algoritmo 3 y optimización lineal

- Algoritmo 4:

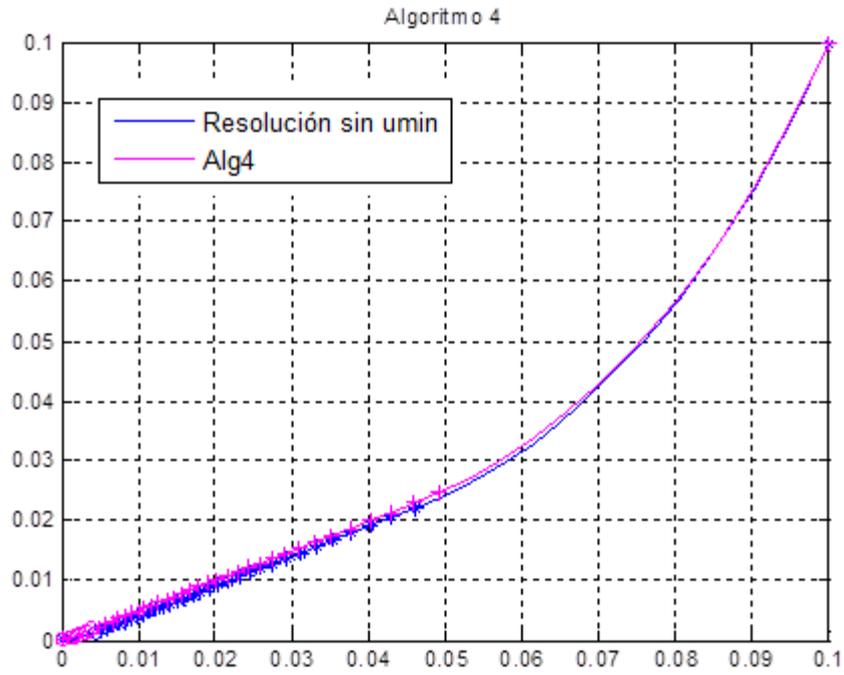


Figura 4.15. Trayectoria del perseguidor algoritmo 4 y optimización lineal

- Algoritmo 5:

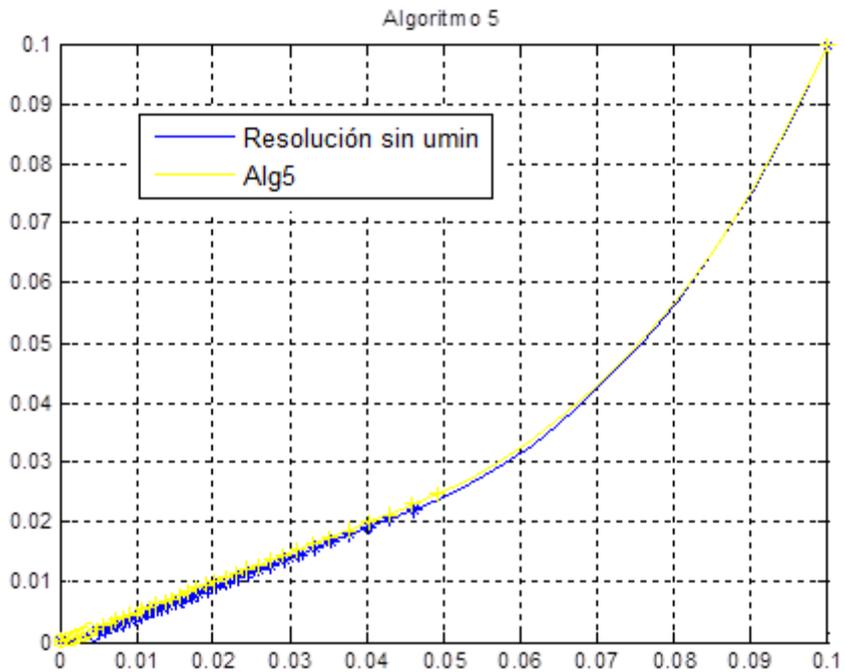


Figura 4.16. Trayectoria del perseguidor algoritmo 5 y optimización lineal

- Algoritmo 6:

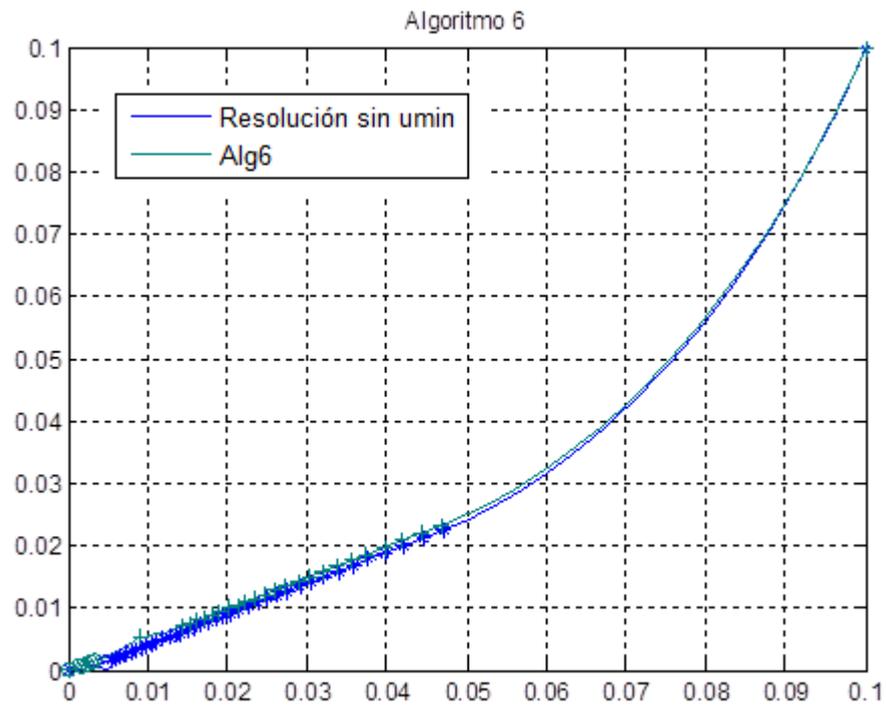


Figura 4.17. Trayectoria del perseguidor algoritmo 6 y optimización lineal

- Algoritmo 44:

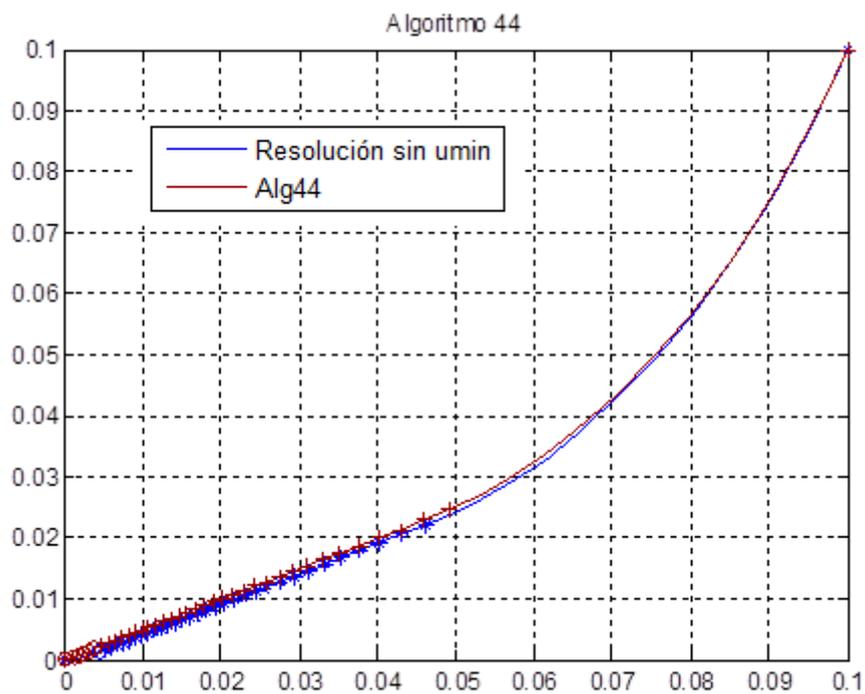


Figura 4.18. Trayectoria del perseguidor algoritmo 44 y optimización lineal

- Algoritmo 55:

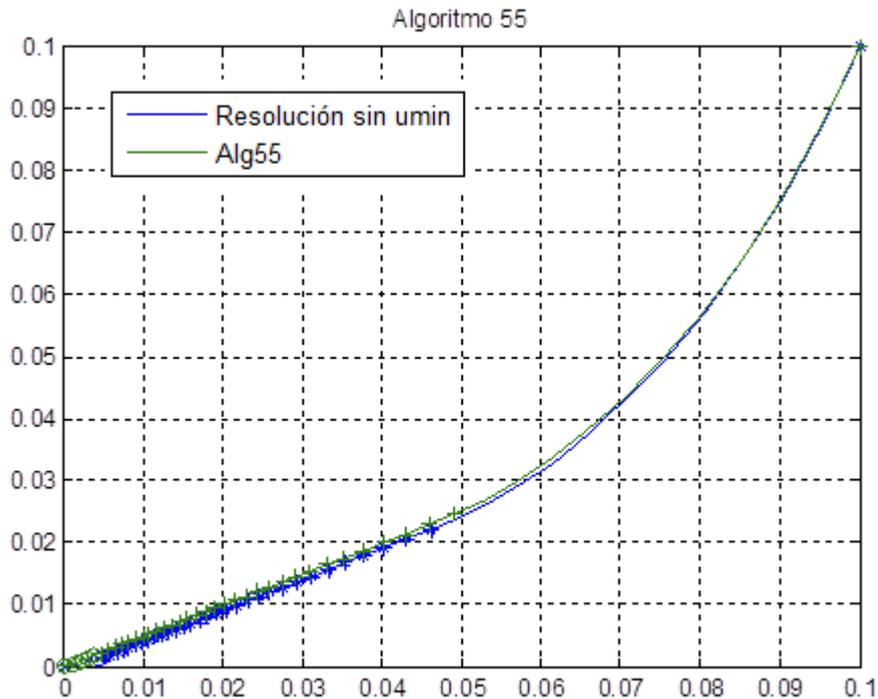


Figura 4.19. Trayectoria del perseguidor algoritmo 55 y optimización lineal

En todos ellos, excepto en el caso del algoritmo 2 (obvio ya que se mantienen activos, todos los impulsos distintos de cero) se aprecia claramente como el número de impulsos para los algoritmos es menor que el número de impulsos del problema original. Además se aprecia como dicha desaparición de impulsos se concentra en la parte final de la trayectoria, donde se presupone el mayor número de impulsos de tipo I2.

Finalmente, y como ya se ha comentado, se va a establecer una serie de criterios de comparación para ver el algoritmo que presenta mejor comportamiento. Los criterios elegidos, son los siguientes:

- Mínimo valor de la suma de los valores absolutos de las distintas componentes del vector impulso.
- Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “x”: Se elegirá al algoritmo que presente menor error medio, respecto a la solución exacta en la coordenada “x”. Para ello se calculará el error para todas las posiciones de la trayectoria del perseguidor.
- Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “y”: Se elegirá al algoritmo que presente menor error medio, respecto a la solución exacta en la coordenada “y”. Para ello se calculará el error para todas las posiciones de la trayectoria del perseguidor.
- Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “x”: se elegirá el algoritmo que menor error máximo tenga en la coordenada “x”, respecto de la solución exacta, para todas las posiciones de la trayectoria del perseguidor.
- Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “y”: se elegirá al algoritmo que menor error máximo tenga en la coordenada “y” respecto a la solución exacta.
- Mínimo impulso Máximo: se elegirá el algoritmo cuyo impulso máximo sea el menor de todos los impulsos máximos.
- Mínimo Número de impulsos, distintos de cero.

Según estos criterios, se tiene para el caso considerado los siguientes algoritmos:

Mínimo valor de la suma de los valores absolutos de los impulsos u_i	6
Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “x”	6
Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “y”	6
Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “x”	5
Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “y”	6
Mínimo impulso Máximo	2
Mínimo Número de impulsos	1

Tabla 4.1 Criterios de elección de algoritmos idóneos para el caso particular

De estos resultados, algo que probablemente se repita para diferentes condiciones iniciales, es que el algoritmo 1, sea el que mejor resultados presenta en lo que a número de impulsos se refiera, ya que parte de la condición de que mantiene un menor número de impulsos activos, que el resto de algoritmos.

Sin embargo, no se pueden extraer conclusiones respecto a estas soluciones, pues se considera únicamente un caso particular. Para ello, se va a realizar un caso general, donde se tenga en cuenta un mayor número de condiciones iniciales, y así poder obtener las conclusiones.

4.5.2 Caso General

Dentro del caso general, se van a distinguir varias situaciones.

En primer lugar se va a considerar distancias más cercanas al blanco, por tanto las condiciones que definen el problema son:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 y_0 &= [0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Con estas condiciones se obtiene un total, de 50 simulaciones del problema de rendezvous.

Además a los criterios utilizados anteriormente se van a añadir dos más:

- Mínimo error en la posición final, respecto a la coordenada “x”: es decir, que solución se acerca más a la posición cero en la coordenada “x”, para el estado \vec{x}_N

- Mínimo error en la posición final, respecto a la coordenada “y”: es decir, que solución se acerca más a la posición cero en la coordenada “y”, para el estado \vec{x}_N

Para poder introducir todos los datos en una tabla, se va a definir un número para cada uno de los criterios:

1. Mínimo valor de la suma de los valores absolutos de los impulsos u_i
2. Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “x”
3. Mínimo error medio en el total de la trayectoria, en la coordenada “y”
4. Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “x”
5. Mínimo error máximo en el total de la trayectoria, respecto a la coordenada “y”
6. Mínimo impulso Máximo
7. Mínimo Número de impulsos
8. Mínimo error en la posición final, respecto a la coordenada “x”
9. Mínimo error en la posición final, respecto a la coordenada “y”

Además, puesto que pueden existir condiciones iniciales, con las que el algoritmo no consiga hacer el rendezvous, ya que no es capaz de cumplir el total de restricciones del problema, se ha creado, un contador.

- Alg_{error} : este contador, señala los casos, en los que ninguno de los algoritmos utilizados, ha sido capaz de realizar el rendezvous, para la combinación de condiciones iniciales en cuestión.

También se va a considerar una clasificación respecto a la posición final, para los diferentes algoritmos. Esta clasificación se va a componer de tres categorías:

- Categoría A: la distancia respecto al blanco en el estado final tanto en la coordenada “x” como en la coordenada “y”, es menor que 10^{-12} km en posición y $10^{-12} \frac{km}{s}$ en velocidad. Esta categoría sería la categoría de alta precisión.
- Categoría B: la distancia respecto al blanco en el estado final, en las dos coordenadas del problema plano, se encuentra dentro del rango $[10^{-6}, 10^{-12}]$ km en posición y km/s en velocidad.
- Categoría C: sería la categoría de baja precisión, donde la solución obtenida se encuentra fuera de los rangos considerados en las categorías B y A.

Además se establecerá un nuevo contador, para cada algoritmo, el cual señala las veces que dicho algoritmo no ha tenido éxito.

Se realiza el problema de rendezvous para las cincuenta posibilidades que dan las condiciones iniciales consideradas en este apartado y se recoge el porcentaje una vez descontado los casos en los que ninguno de los algoritmos ha tenido éxito, de las veces que ha sido óptimo cada algoritmo para los diferentes criterios.

En este caso, para el total de las simulaciones se encuentra que $Alg_{error} = 0$, lo que se traduce en que en todas las combinaciones al menos uno de los algoritmos ha tenido éxito.

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
1	30,00	28,00	6,00	2,00	16,00	12,00	6,00	0,00
2	32,00	24,00	2,00	0,00	20,00	16,00	4,00	2,00
3	24,00	34,00	4,00	2,00	18,00	12,00	2,00	4,00
4	38,00	20,00	2,00	2,00	14,00	16,00	6,00	2,00
5	24,00	38,00	2,00	2,00	16,00	14,00	4,00	0,00
6	36,00	38,00	2,00	0,00	8,00	2,00	8,00	6,00
7	96,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00
8	26,00	32,00	14,00	8,00	6,00	6,00	4,00	4,00
9	38,00	20,00	4,00	8,00	2,00	14,00	4,00	10,00

Tabla 4.2. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas al blanco

Para ver más gráficamente las veces que ha sido óptimo cada algoritmo, se va a extraer algunos gráficos de la tabla, con los criterios más importantes.

- Suma de los valores absolutos de las componentes del vector impulsos
- Mínimo error en la posición final en la coordenada “x”
- Mínimo error en la posición final en la coordenada “y”

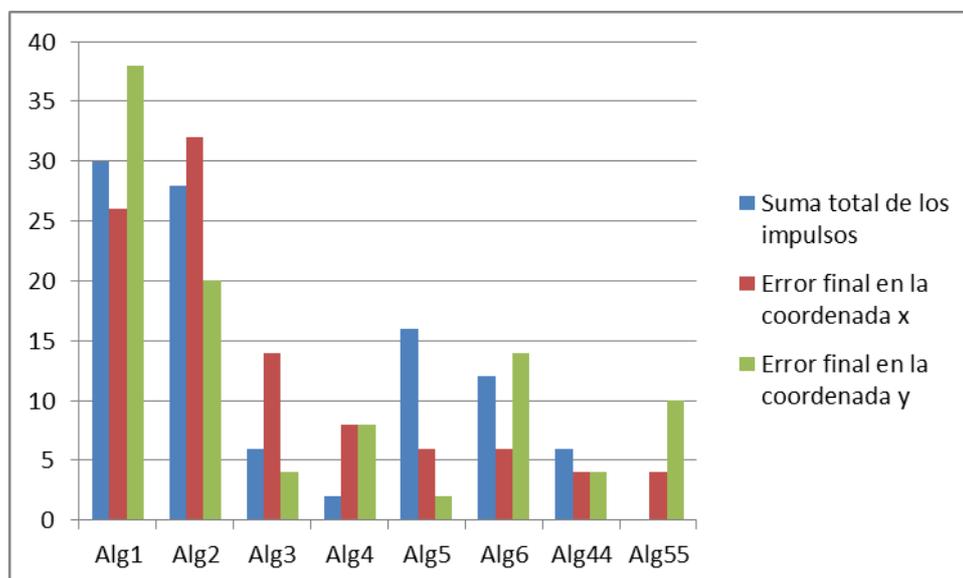


Figura 4.20. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas al blanco

Se puede ver, como para los tres criterios elegidos, el algoritmo que más veces ha sido mejor es el algoritmo 1, y posteriormente el algoritmo 2. En cuanto al tercer algoritmo que mejor resultados presenta de los estudiados, depende de los criterios, por ejemplo, para la suma total de los impulsos, el tercero sería el algoritmo 5, mientras que para el error final en la coordenada “x” sería el algoritmo 3, o para el error final en la coordenada

“y” sería el 6.

Además en la tabla se puede ver lo que se indicó para el caso particular, y es que atendiendo al menor número de impulsos, el algoritmo 1, casi siempre (un 96% de las veces, es decir, 48 de 50 veces simuladas) es el mejor.

En cuanto a la categoría de las soluciones obtenidas para cada uno de los algoritmos se tienen los siguientes resultados:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
A	49	49	49	49	50	50	49	50
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0	1	0

Tabla 4.3 Categoría de la posición final, para condiciones iniciales cercanas al blanco

Y en cuanto a las veces que no ha tenido éxito el algoritmo se tiene:

	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
Nº unfeasible	1	0	0	0	0	0	1	0

Tabla 4.4 Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias cercanas al blanco

De la combinación de ambas tablas se puede ver, como en los casos del algoritmo 1, y del algoritmo 44 la solución tipo C ha sido una solución de no éxito en el rendezvous.

Al igual que para la tabla anterior, se va a sacar un gráfico, con el fin de poder ver, de forma más clara el tipo de solución que ha obtenido cada uno de los algoritmos.

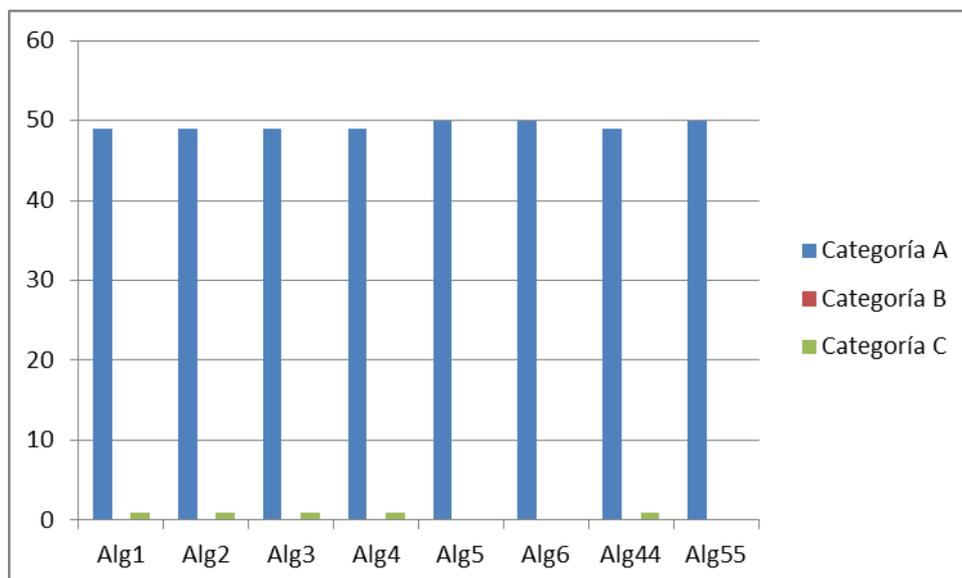


Figura 4.21. Representación de las categorías para los diferentes algoritmos en distancias cercanas al blanco

De la figura 4.21 se puede apreciar como para los algoritmos considerados, y para las condiciones que se han simulado, las soluciones que se han conseguido en la mayoría de los casos, han sido de alta precisión. Ha habido incluso algunos algoritmos que han obtenido soluciones de alta precisión para todos los casos simulados (en el resto de los casos, solo una vez no se ha obtenido este tipo de solución).

Para continuar con el caso general, se va a representar ahora un segundo caso, en el que se consideran soluciones más lejanas al blanco.

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 y_0 &= [0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5] \text{ [km/s]} \\
 x_0 &= [-0.1, -0.09, -0.08, \dots, 0, 0.01, 0.02, \dots, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^\circ
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Para las distancias más lejanas se tiene en total 210 simulaciones, cuyos resultados se muestran a continuación:

Del total de las simulaciones se tiene que $Alg_{error} = 1$, por lo que existe un caso de las 210 combinaciones en las que el rendezvous no ha podido realizarse con ninguno de los algoritmos utilizados.

Por lo que hay que descontar dicho caso del total de las simulaciones, y calcular los porcentajes para un total de 209 simulaciones.

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
1	87,08	7,66	0,96	0,00	0,96	2,39	0,96	0,00
2	85,17	11,48	1,44	0,00	0,96	0,48	0,00	0,48
3	86,12	9,57	0,48	0,00	1,44	1,44	0,00	0,96
4	85,65	9,09	0,96	0,00	1,44	1,91	0,00	0,96
5	87,56	8,61	0,96	0,00	1,44	0,48	0,48	0,48
6	89,00	7,18	0,96	0,00	1,91	0,96	0,00	0,00
7	99,52	0,00	0,00	0,00	0,00	0,48	0,00	0,00
8	89,00	7,18	0,00	0,96	0,00	1,44	0,48	0,96
9	88,04	8,61	0,48	0,96	0,48	0,96	0,00	0,48

Tabla 4.5. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias lejanas al blanco

De la tabla se vuelve a extraer un gráfico, para ver de forma más clara como de bueno es cada uno de los algoritmos en función de los criterios más importantes:

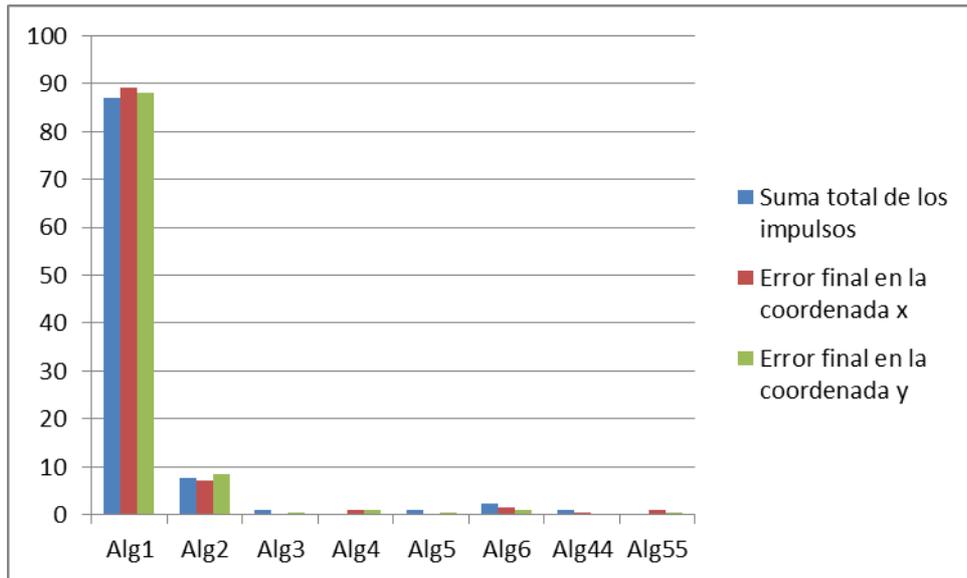


Figura 4.22. Porcentajes de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias más lejanas al blanco

De la figura 4.22 y la tabla 4.5 se puede ver como el algoritmo 1, presenta un comportamiento mejor que el resto de los algoritmos para el total de los criterios. Su porcentaje para todos los criterios se encuentra por encima del 85%, lo que señala de forma clara este algoritmo como el que mejor se comporta de los estudiados, para distancias lejanas. En cuanto al segundo, se vuelve a ver que es el algoritmo 2 aunque muy alejado del algoritmo 1.

En cuanto al tipo de solución que se obtiene con estos algoritmos para distancias más lejanas al blanco se ha obtenido lo siguiente: criterios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
A	207	207	207	207	206	206	205	206
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	3	3	3	3	4	4	5	4

Tabla 4.6. Categoría de la posición final, para distancias más lejanas al blanco

Y las veces que ha fallado cada algoritmo:

	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
Nº unfeasible	2	1	1	2	1	1	2	1

Tabla 4.7. Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias más lejanas al blanco

Se puede ver cómo algunas de las soluciones tipo C, son casos en los que los algoritmos no han tenido éxito, cosa que se ha producido para todos los algoritmos al menos una vez.

Finalmente para ver gráficamente el tipo de solución obtenida por cada algoritmo se representan en un gráfico:

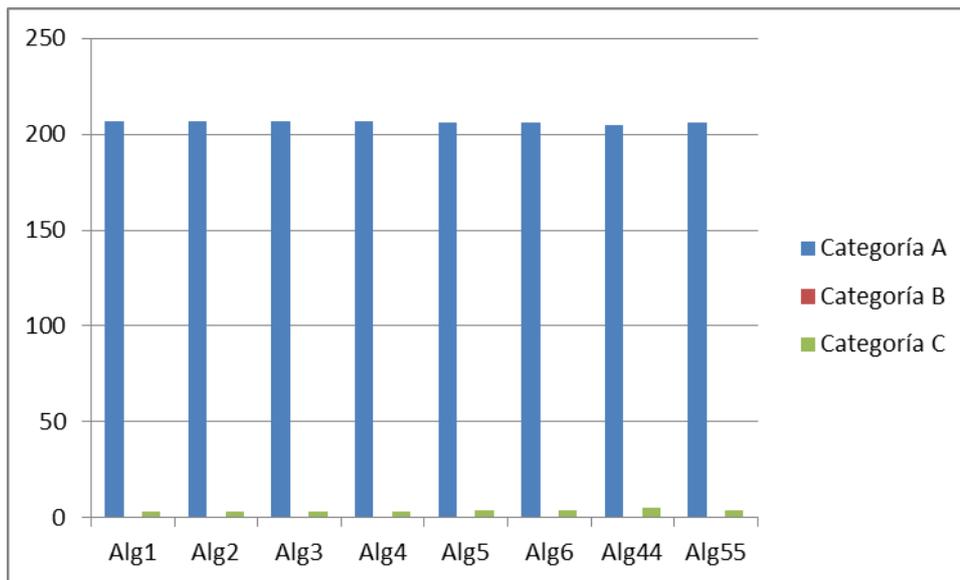


Figura 4.23. Categorías de la posición final para distancias más lejanas al blanco

Al igual que ocurría para distancias cercanas, se vuelve a producir una gran cantidad de soluciones de alta precisión, para todos los algoritmos. Sin embargo, se han producido algunos casos en los que los algoritmos han fallado, e incluso ha habido alguna combinación donde ninguno ha tenido éxito.

A continuación, se van a variar de nuevo las condiciones iniciales. En este caso la variable tiempo, para ver el comportamiento de los diferentes algoritmos ante dicha variación. Para ello se repetirá el proceso para un amplio número de condiciones iniciales, tanto para un tiempo mayor, como para un tiempo menor al considerado.

Distancias lejanas para un tiempo mayor:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 55 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 y_0 &= [0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5] \text{ [km/s]} \\
 x_0 &= [-0.1, -0.09, \dots, -0.01, 0, 0.01, 0.02, \dots, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^\circ
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Con estas condiciones se obtiene un total de 189 simulaciones, cuyos resultados para los criterios de optimización son:

De nuevo del total de las simulaciones se obtiene que al menos alguno de los métodos ha tenido éxito, para cada una de ellas, es decir, $Alg_{error} = 0$

En cuanto a los resultados para cada algoritmo en base a los criterios se tiene:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
1	91,01	3,17	2,12	0,53	1,59	1,59	0,00	0,00
2	87,83	6,35	2,12	1,06	2,12	0,00	0,00	0,53
3	88,89	5,29	2,65	0,00	1,59	0,53	0,00	1,06
4	87,83	6,35	1,59	0,00	2,65	0,53	0,00	1,06
5	88,36	6,88	1,59	0,00	1,06	0,53	0,53	1,06
6	89,95	5,82	0,53	1,06	1,59	1,06	0,00	0,00
7	98,41	0,00	0,00	0,00	0,00	1,06	0,00	0,53
8	91,53	3,70	0,00	1,06	0,53	1,59	0,53	1,06
9	89,42	6,88	0,53	0,00	1,06	1,06	0,00	1,06

Tabla 4.8. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias lejanas y tiempo total mayor

Se vuelve a repetir los resultados hasta ahora obtenidos, es decir, el algoritmo que es más veces tiene mejores resultados para todos los criterios considerados es el algoritmo 1, seguido del algoritmo 2. Puesto que las distancias son lejanas se ve como la diferencia entre el algoritmo 1 y el resto es muy grande, siendo su porcentaje siempre mayor del 85%. De igual forma el porcentaje del algoritmo 2 respecto al resto, también es muy superior, para la gran mayoría de los criterios (del orden de 2 a 4 veces superior excepto para el caso de menor número de impulsos).

Se analizan a continuación el tipo de soluciones que se ha obtenido para la simulación de mayor tiempo:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
A	104	104	104	104	104	103	104	103
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	85	85	85	85	85	86	85	86

Tabla 4.9. Categoría de la posición final, para distancias lejanas y tiempo total mayor

Extrayendo la gráfica para este caso:

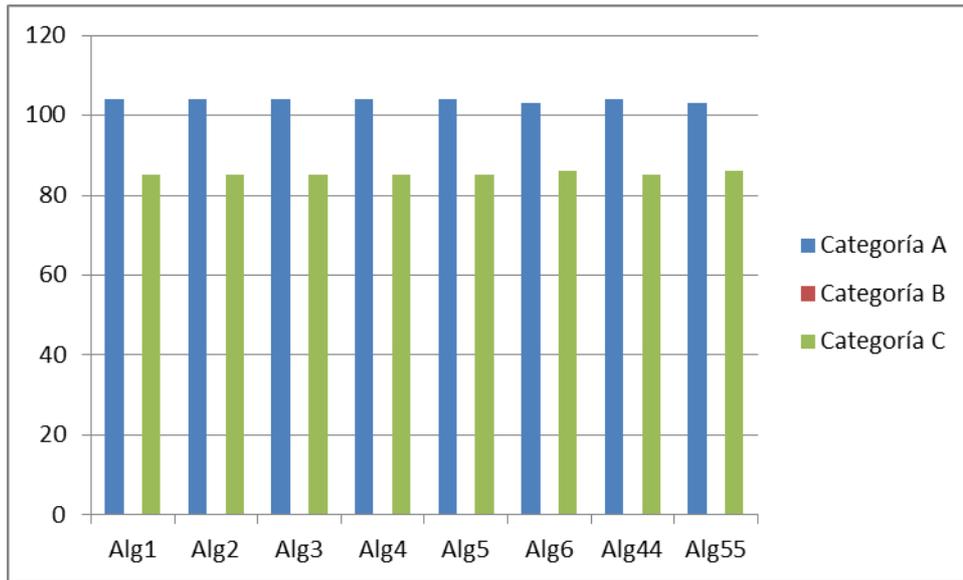


Figura 4.24. Categoría de la posición final para distancias lejanas y tiempo total mayor

Se puede ver como el aumentar el tiempo total de la misión lleva a que se pierdan soluciones de alta precisión, dándose un mayor número de soluciones tipo C (en torno a un 40 % para los algoritmos). Esta pérdida de precisión se puede traducir en que ahora cada instante de tiempo cubre una mayor distancia temporal, puesto que el número de estados totales N se mantiene. Con esto se entiende que el aumentar el tiempo tiene el mismo comportamiento que disminuir el número total de estados.

En cuanto a las veces que falla cada algoritmo para este nuevo tiempo total se incluye en la siguiente tabla:

	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
Nº unfeasible	3	0	0	0	0	1	1	1

Tabla 4.10. Veces que falla cada algoritmo para distancias lejanas y tiempo total mayor

Algo que se puede extraer, de todos los casos considerados hasta ahora, y que en este se ve de mejor forma, es que a pesar de que el algoritmo 1 es el que mejor resultados está dando, también es el que más veces ha fallado en el total de las simulaciones. Esto se puede deber, a qué puesto que es el que menor número de impulsos mantiene activos, pueden existir condiciones en los que con los impulsos que tiene activos, no sea suficiente.

Al igual que se han analizado las distancias más lejanas al blanco, se analizan ahora las condiciones iniciales en posición más cercanas al blanco para un tiempo mayor.

Distancias más cercanas para un tiempo total mayor:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 55 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 y_0 &= [0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^\circ
 \end{aligned}
 \tag{4.52}$$

Con las condiciones iniciales indicadas, se ha obtenido un total de 50 simulaciones, que presentan los siguientes resultados:

Para una de las simulaciones, ningún algoritmo tuvo éxito, $Alg_{error} = 1$

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
1	20,00	6,00	26,00	4,00	26,00	14,00	0,00	4,00
2	24,00	4,00	28,00	2,00	22,00	10,00	2,00	8,00
3	18,00	6,00	28,00	0,00	28,00	14,00	0,00	6,00
4	18,00	12,00	30,00	6,00	26,00	4,00	0,00	4,00
5	22,00	14,00	22,00	2,00	16,00	12,00	6,00	6,00
6	28,00	10,00	16,00	8,00	16,00	16,00	6,00	0,00
7	80,00	0,00	2,00	0,00	0,00	16,00	0,00	2,00
8	34,00	20,00	10,00	12,00	4,00	4,00	12,00	4,00
9	30,00	26,00	8,00	2,00	18,00	12,00	4,00	0,00

Tabla 4.11. Porcentajes de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias más cercanas y tiempo total mayor

Para ver de forma más clara los resultados, se vuelve a extraer el gráfico, para los criterios más importantes:

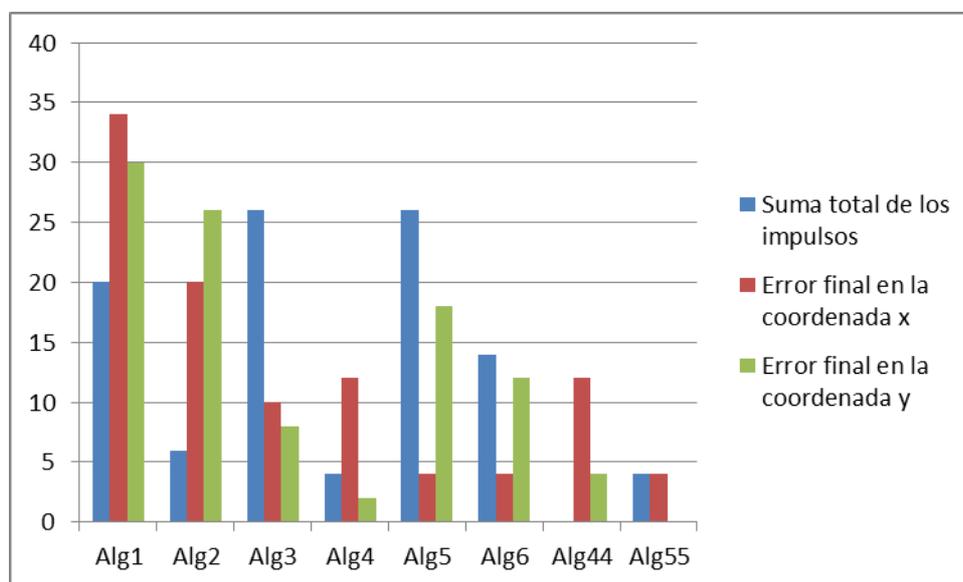


Figura 4.25. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total mayor

De la tabla 4.11, y la figura 4.25, se puede ver como se repite el comportamiento para distancias más cercanas. De nuevo, aunque el algoritmo 1, es el algoritmo que es más veces mejor que el resto para el total de los criterios, la diferencia con el resto de algoritmos se ve reducida que para cuando las distancias son más lejanas. Esto se puede deber, a que al ser las distancias más cercanas, los impulsos del problema original, se encuentran más cerca de pertenecer al rango de los impulsos tipo I2, con lo que el algoritmo 1, puede dar lugar a más

situaciones de fallo, puesto que con los impulsos I1, no sea suficiente para realizar el rendezvous. El algoritmo 2 vuelve a ser el que sigue al algoritmo 1 (aunque se ve como ninguno de los dos es el mejor en el criterio de suma de impulsos).

En resumen, para distancias más cercanas y tiempos mayores, el comportamiento del algoritmo que mejor funciona no queda muy claro, y depende mucho del criterio que se priorice. Además se ve como el al disminuir la distancia y aumentar el tiempo, el rango limitante del control afecta más, apareciendo incluso un caso en el que ninguno de los algoritmos ha conseguido obtener una solución al problema de rendezvous.

Se analizan las soluciones finales para los algoritmos y se tiene los siguientes:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
A	23	23	22	22	22	22	19	21
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	27	27	28	28	28	28	31	29

Tabla 4.12. Categoría de soluciones finales para distancias más cercanas y tiempo total mayor

	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
Nº unfeasible	10	1	3	4	5	7	9	4

Tabla 4.13. Veces que ha fallado cada uno de los algoritmos para distancias más cercanas y tiempo total mayor

Se puede apreciar claramente como se ha perdido la precisión al aumentar el tiempo, obteniéndose no solo un mayor caso de soluciones tipo C, para todos los algoritmos, sino que además se ha aumentado el fallo de los mismos a la hora de completar el rendezvous. Esto pone de manifiesto lo comentado anteriormente, donde al disminuir la distancia y aumentar el tiempo, el efecto limitante de la potencia de control aumenta, e impide que se pueda llevar a cabo con éxito el rendezvous en un mayor número de casos.

Finalmente se analizará un tercer caso, en el cual se han considerado las distancias más cercanas al blanco y un tiempo menor al tiempo inicial del problema

Distancias cercanas y tiempo total menor

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 30 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 y_0 &= [0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1] \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^\circ
 \end{aligned}
 \tag{4.53}$$

Los resultados obtenidos para este caso son:

Se obtiene que al menos uno de los algoritmos tuvo éxito en cada simulación, es decir, $Alg_{error} = 0$.

Además los valores en base a los criterios de preferencia son:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
1	82,00	12,00	0,00	0,00	0,00	2,00	4,00	0,00
2	64,00	34,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,00	0,00
3	60,00	34,00	0,00	0,00	0,00	4,00	2,00	0,00
4	60,00	32,00	0,00	0,00	0,00	4,00	2,00	2,00
5	68,00	28,00	0,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00
6	72,00	24,00	0,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00
7	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	80,00	16,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	0,00
9	72,00	20,00	0,00	0,00	0,00	4,00	2,00	2,00

Tabla 4.14. Porcentaje de veces que ha sido mejor cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total menor

De la tabla 4.14, se puede ver como el disminuir el tiempo, ha tenido un efecto similar al que se tenía al aumentar la distancia con el tiempo total original. Es decir, se aleja el problema del rendezvous de la limitación inferior de control, y se vuelve a ver un comportamiento más claro en lo que respecta al algoritmo que mejor resultados presenta, donde vuelve a repetirse la tendencia de que el algoritmo 1 y algoritmo 2, son los dos mejores algoritmos de los considerados.

De igual modo, al estudiar la categoría de las soluciones, se debe aumentar de nuevo en la precisión, dando lugar a soluciones de tipo A en un mayor número de casos. Y en lo que respecta al fallo de los algoritmos se debe haber disminuido.

Esto se ve en las siguientes tablas:

critérios	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
A	50	50	50	50	50	50	50	50
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.15. Categoría de las soluciones para distancias cercanas y tiempo total menor

	Alg1	Alg2	Alg3	Alg4	Alg5	Alg6	Alg44	Alg55
Nº unfeasible	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.16. Veces que ha fallado cada algoritmo para distancias cercanas y tiempo total menor

Tras considerar el efecto del tiempo y la distancia en las soluciones, se va a estudiar la variación de la suma total de los valores absolutos de las componentes del vector impulso, o lo que es lo mismo el consumo de combustible, con la variación en “x” y en “y” de las condiciones iniciales del problema.

Para ello, se van a incluir diferentes gráficas, para las siguientes condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= [0,0.01,0.02,0.03,0.04,0.05,0.06,0.07,0.08,0.09,0.1][\text{km/s}] \\
 y_0 &= [0.06,0.07,0.08,0.09,0.1][\text{km/s}] \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

- Algoritmo 1:

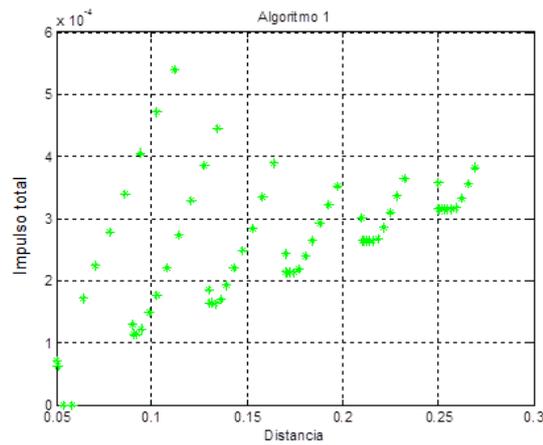


Figura 4.26. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 1

- Algoritmo 2:

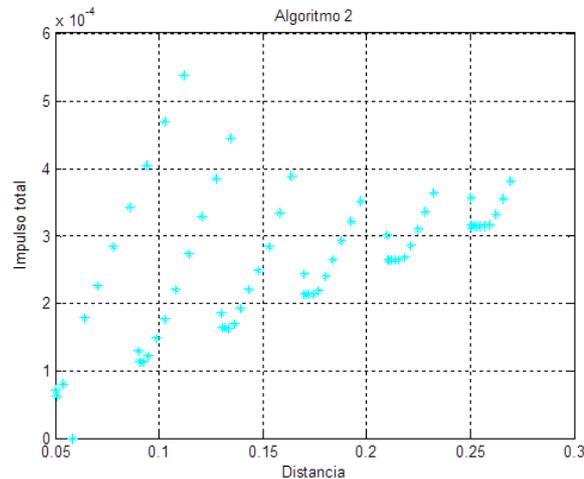


Figura 4.27. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 2

- Algoritmo 3:

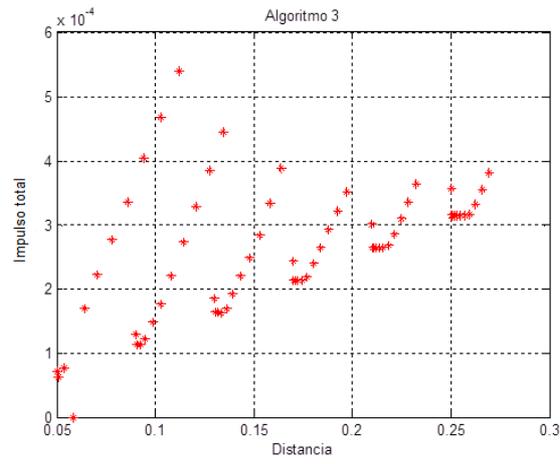


Figura 4.28. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 3

- Algoritmo 4:

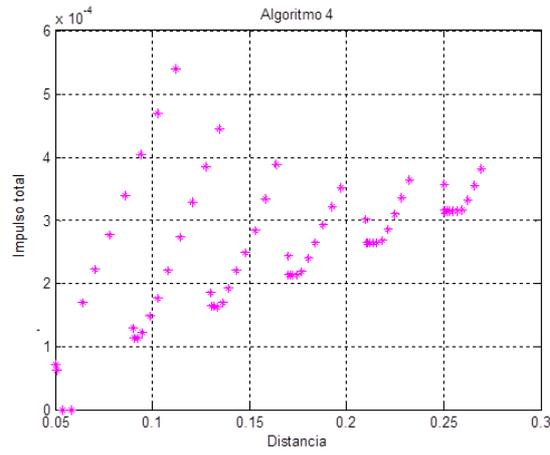


Figura 4.29. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 4

- Algoritmo 5:

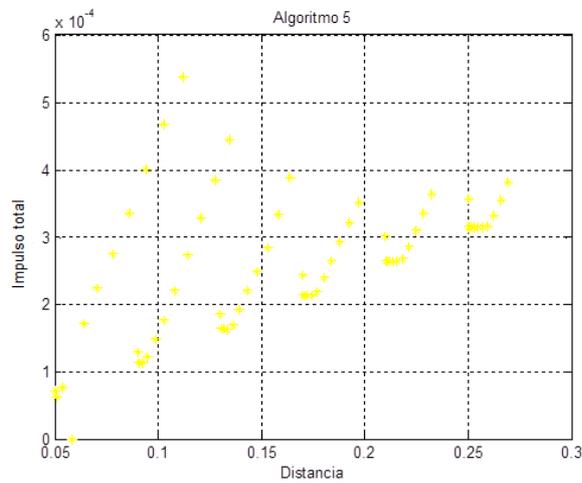


Figura 4.30. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 5

- Algoritmo 6:

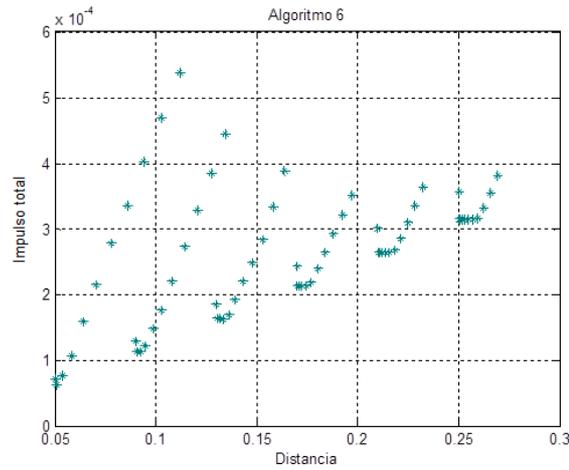


Figura 4.31. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 6

- Algoritmo 44:

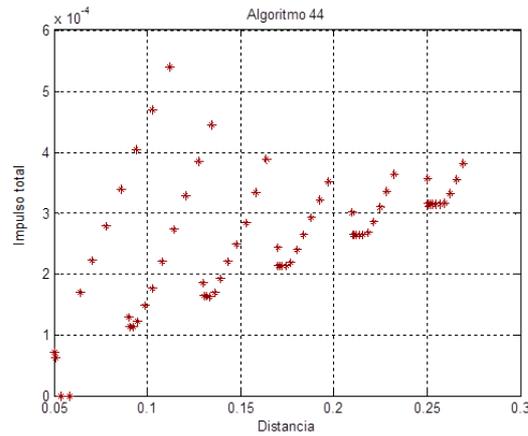


Figura 4.32. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 44

- Algoritmo 55:

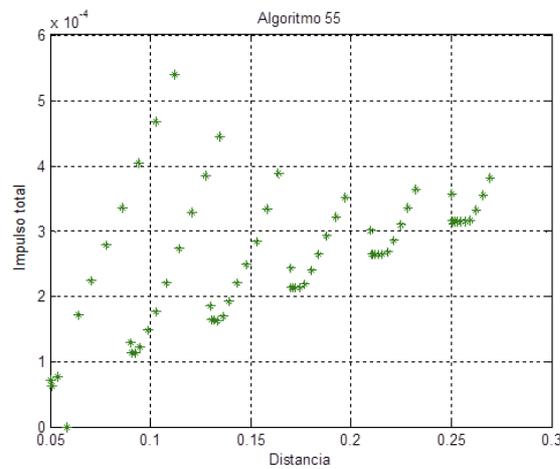


Figura 4.33. Tendencia del consumo de combustible en algoritmo 55

Para ver mejor la tendencia con cada una de las coordenadas y teniendo en cuenta que el comportamiento es similar para todos los algoritmos estudiados, se va a extraer dos casos, uno de ellos para una coordenada “x”

constante, se realizará la simulación para el rango de “y” estudiados en el problema. El segundo caso será el contrario, donde la coordenada “y” será la constante y la coordenada “x” la que variará. Todo ello se reproducirá únicamente para el algoritmo 1, y se extrapolarán los resultados para el resto de casos:

Tendencia del consumo de combustible con la variación de la coordenada “y”. Los resultados serán para $x = 0.1$, y todo el rango de “y”:

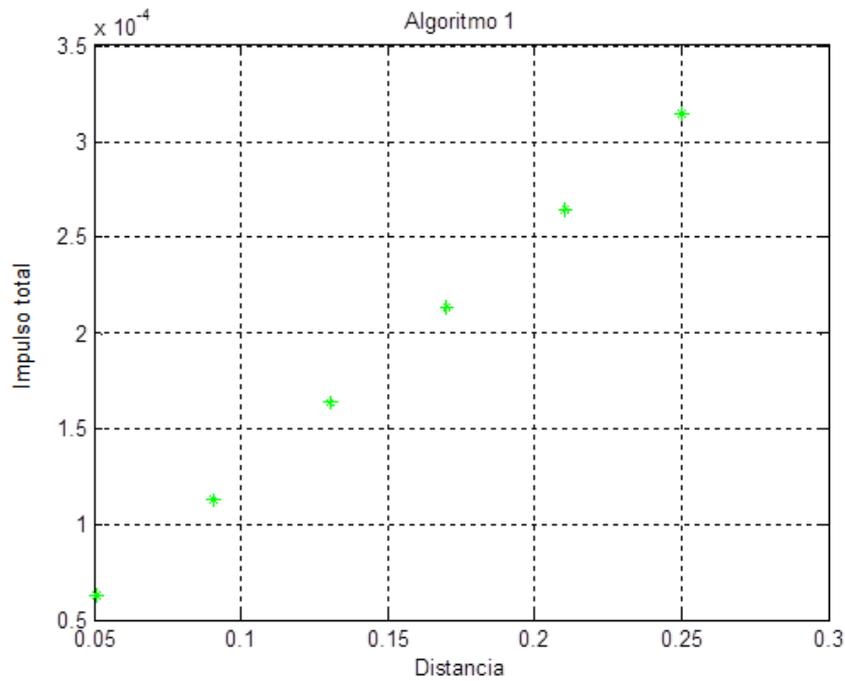


Figura 4.34. Tendencia del combustible para x constante y variación en y

Tendencia del consumo de combustible con la variación de la coordenada “x”. Los resultados serán para $y = 0.1$ y todo el rango de “x”:

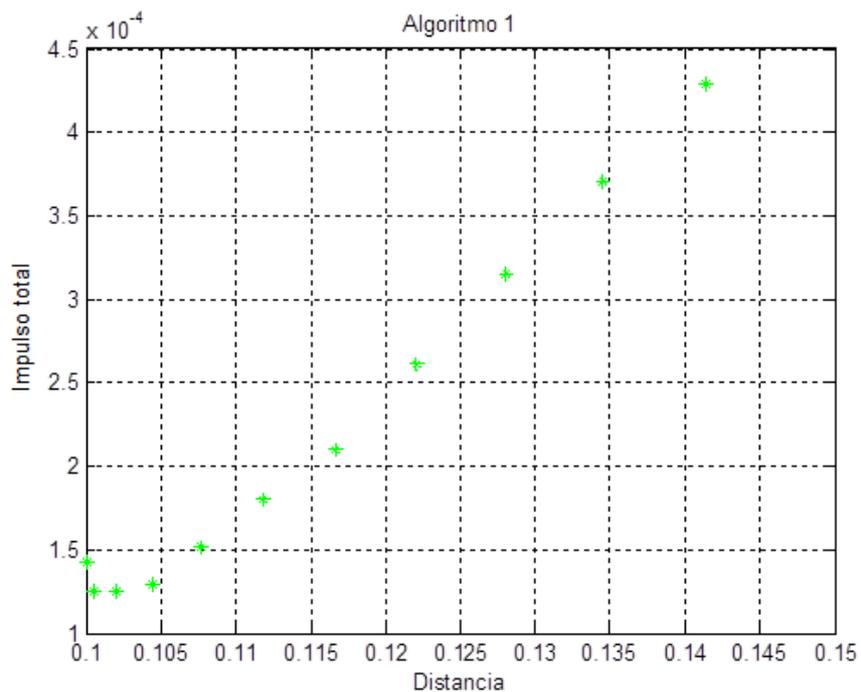


Figura 4.35. Tendencia del combustible para y constante y variación en x

Se puede ver como la tendencia del consumo de combustible es creciente con la distancia (excepto para los casos iniciales, que se puede apreciar quizás un comportamiento decreciente) Se ve una tendencia que aumenta con la coordenada “y” para igual “x”, es decir, mientras mayor es la condición inicial en “y”, mayor es el consumo de combustible de igual forma se ve una tendencia creciente con la coordenada “x” para igual “y”.

Finalmente para terminar de ver el funcionamiento de los algoritmos, y en base a todos los resultados sacados, se va a analizar el porcentaje de aumento de consumo de combustible, que suponen en media, para un global de simulaciones, el utilizarlos, frente al caso ideal, para distancias cercanas, que requieren de un mayor requisito de precisión, y viendo los resultados, se pueden considerar unas situaciones más limite, donde el efecto introducido por la restricción inferior para los impulsos se ve de forma más clara.

Para ello, se va a realizar la simulación, según las condiciones con las que se ha estudiado la tendencia de consumo de combustible, según la ecuación (4.54).

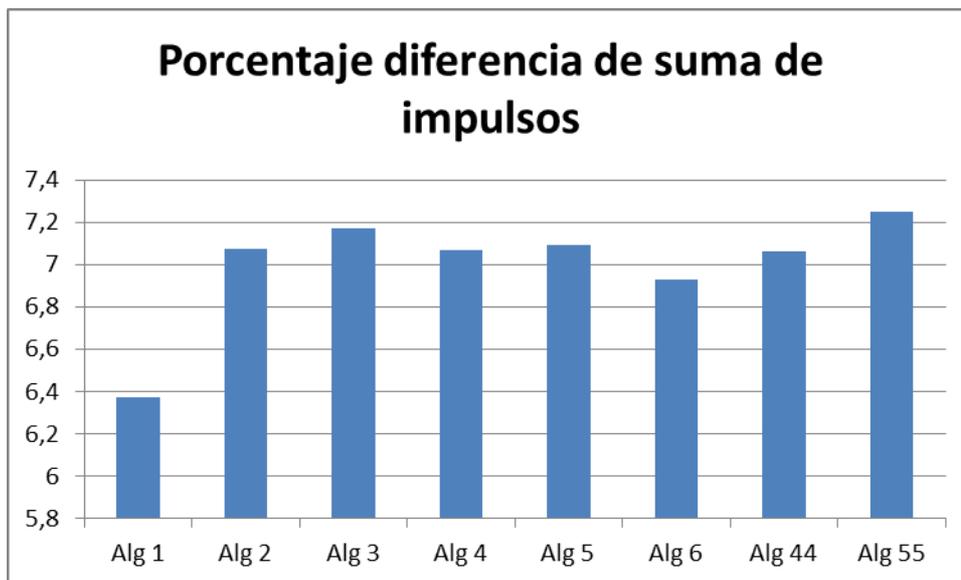


Figura 4.36. Porcentaje de aumento de suma de los impulsos umax mayor

Se puede ver como el precio medio a pagar es similar para todos los algoritmos, en torno al 6-7%. Además se puede ver como el algoritmo 1, es en media el que menor consumo de combustible requiere para realizar la maniobra de rendezvous, por lo que se confirman las conclusiones anteriores, que lo señalaban como el algoritmo que mejores resultados presentaba respecto al resto de los algoritmos considerados. Además se ve que la diferencia con el resto es de mayor orden, que la que hay entre ellos

Además, se va a realizar una segunda simulación, con las mismas condiciones, pero disminuyendo el valor de “umax”, para ver el efecto de reducir el rango de impulsos en el consumo de combustible (efecto que posteriormente se estudiará en más profundidad)

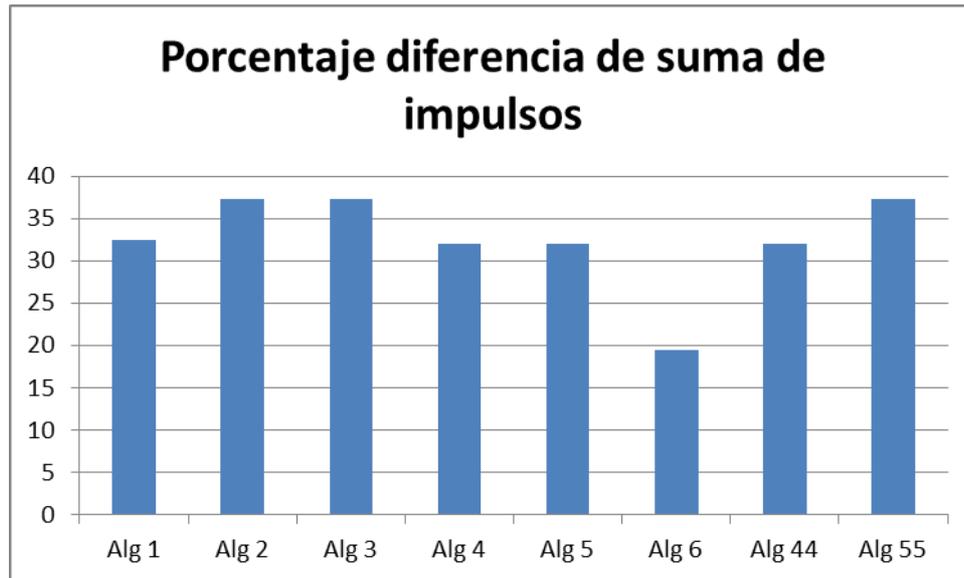


Figura 4.37. Porcentaje de aumento de suma de los impulsos umax menor

Como se puede ver en la figura 4.36, y posteriormente se verá en los resultados del control predictivo, el reducir el rango de impulsos válidos, lleva asociado un aumento del consumo de combustible respecto al caso ideal. Es decir, al reducir el rango de impulsos, se pone de manifiesto la importante diferencia que existe entre la solución ideal, y las soluciones aproximadas. Este comportamiento como se ha indicado será una constante a lo largo del proyecto.

Por último señalar que mientras todos los algoritmos han crecido cerca de un 25-30% el algoritmo 6, basado en la elección aleatoria de dos impulsos de I2, ha crecido un 20%, respecto al caso ideal. Esto se puede deber a que al ser un algoritmo al azar, se elige la mejor solución de un total de 5 simulaciones, lo que da mayor oportunidad a elegir una mejor solución, que en el resto de casos donde esta viene fijada.

4.6. Conclusiones sobre algoritmos heurísticos en bucle abierto

En este apartado se va a resumir algunas de las principales conclusiones que se han extraído de los diferentes resultados:

- En primer lugar, hay que indicar que el método que obtiene una mejor solución desde el punto de vista de minimización de consumo de combustible es la solución exacta, es decir la formulación Milp. Esto es algo obvio, pues es la solución referencia y que servirá de base para comparar el resto de métodos. Sin embargo esta solución, lleva consigo una mayor complejidad del problema de rendezvous, ya que hay que añadir nuevas variables enteras, y con ellas nuevas restricciones para conseguir limitar inferiormente la potencia de control. Esto lleva a que exista un mayor coste computacional, pudiendo a llegar a producirse casos, en los que el software utilizado, el LPSolve no sea capaz de obtener una solución. Además de que existe una alta dificultad a la hora de certificar dicho método, por ser un método que usa una combinación de variables enteras y continuas, y requiere un alto tiempo para cada resolución. Por lo tanto se buscan nuevas soluciones, que aunque penalicen en el consumo de combustible puesto que trabajan a posteriori, no compliquen demasiado el problema de rendezvous.
- Dentro de estas nuevas soluciones, se han creado una serie de algoritmos heurísticos de resolución, los cuales requieren de dos resoluciones del problema de optimización, una de ellas común, y que en el proyecto se ha nombrado como optimización lineal con LPSolve, y una segunda, sobre los impulsos activos para cada uno de los algoritmos creados. De estos algoritmos, se ha llegado a la conclusión que el que más veces ha sido el algoritmo que mejor resultado ha presentado de entre ellos, según diferentes criterios, dentro de dichos criterios, el de consumo de combustible, es el algoritmo 1, el cual solamente mantiene activo los impulsos tipo II (dentro del

rango válido de impulsos). Tras este algoritmo se ha encontrado el algoritmo 2, el cual mantiene activos todos los impulsos distintos de cero.

- Aunque el algoritmo 1 y el algoritmo 2 han sido los que más veces han sido el algoritmo con mejores resultados, en el total de las simulaciones, se ve un comportamiento claro con la distancia y el tiempo. Se tiene que para mayores distancias a iguales tiempos o menores tiempos a iguales distancias, el comportamiento de estos algoritmos es mucho más claro, siendo el algoritmo 1, el mejor de todos.
- Por otro lado, hay que considerar, que aunque el algoritmo 1 es el que mejor comportamiento ha presentado desde el punto de vista de minimizar los criterios estudiados, también es el algoritmo que más veces ha fallado, cuestión que se puede deber a que es el algoritmo que mantiene un menor número de impulsos activos, lo que hace que existan ocasiones en que los que tiene activos no sean suficientes (situaciones límite para el algoritmo)
- En cuanto al comportamiento en precisión de los algoritmos se ve como se obtienen soluciones de alta precisión en un amplio número de casos. Sin embargo, cuando el tiempo aumenta para iguales distancias, o las distancias disminuyen para iguales tiempos, esta precisión se ve afectada, por el factor limitante inferior de la potencia de control. Por otro lado, cuando el tiempo aumenta demasiado, también puede verse una pérdida de precisión debido a que el tiempo entre estados es mayor, siendo más difícil el control del vehículo. El comportamiento del tiempo, puede ser similar al comportamiento de aumentar el número de estados totales, N .
- Se puede ver cómo las soluciones aproximadas por los algoritmos de resolución, llevan un aumento del consumo de combustible asociado respecto al caso ideal, el cual se ve incrementado a medida que las condiciones para hacer el rendezvous se vuelven más extremas, principalmente, cuando el valor de los impulsos realizables se ve más acotado.
- Finalmente hay que señalar que todos los casos estudiados son casos en bucle abierto, por lo que ante cualquier presencia de ruido, la solución obtenida no es válida, y no garantiza el cumplimiento de rendezvous. Es por esto que se va a estudiar el caso predictivo, y diferentes evoluciones del mismo, combinando los métodos de resolución aquí estudiados, con el mismo.

4.7. Control Predictivo y presencia de ruido en la trayectoria

En este apartado se va a estudiar el control predictivo, el cual a diferencia de los casos estudiados, es un método de optimización en bucle cerrado. El método de resolución que se aplicaría en el control predictivo, sería un método en línea. Al comenzar el rendezvous, se resuelve el problema de rendezvous para los N estados del problema. Sin embargo, en lugar de aplicar el total de los impulsos, solo se aplican los impulsos asociados al instante de tiempo. La condición que se alcanza tras aplicar este primer impulso, sería la nueva condición inicial del control predictivo para el segundo instante de tiempo. Además, ahora el problema consta de un estado menos, el ya aplicado, por lo que se vuelve a resolver el problema de rendezvous, pero para $N-1$ estados. Esto se repite hasta alcanzar el estado final.

Como se puede intuir del propio proceso, es un proceso que requiere el resolver el problema de rendezvous en cada uno de los N instantes de tiempo en los que se divide la trayectoria, para alcanzar el estado final, a diferencia de los procesos de bucle abierto, donde con una única resolución del problema se obtiene la solución para el estado final.

Sin embargo, puesto que a cada paso que se avanza en el proceso, se vuelve a calcular el problema con nuevas condiciones iniciales, en concreto la velocidad y posición del vehículo perseguidor en el instante del cálculo, se puede absorber las posibles desviaciones debidas a ruido, respecto a la solución ideal, consiguiendo que la solución final sea muy próxima con la posición del blanco. Esto no se podría conseguir en los métodos de bucle abierto, y cualquier ruido presente en la trayectoria implica el no éxito de la trayectoria del perseguidor, ya que no son capaces de corregir errores no modelados.

Dentro del apartado, y una vez definido en qué consiste el control predictivo, se van a hacer varias distinciones.

En primer lugar, se va a explicar de una forma más amplia, el propio control predictivo, y cómo se introduce la restricción de limitación de impulsos a un rango válido. Además se explicarán posibles variantes dentro del control predictivo, ya que los métodos de optimización para resolver el problema en cada uno de los instantes pueden ser distintos. En concreto se han utilizado:

- Optimización lineal con LPSolve
- Formulación Milp
- Y algoritmos heurísticos de resolución, dentro de los cuales se han usado:
 - Algoritmo 1: algoritmo con los mejores resultados en los casos de bucle abierto, y que solamente mantiene activos los impulsos de tipo I1.
 - Algoritmo 2: segundo algoritmo en cuanto a los criterios de comparación, de los algoritmos creados, en el total de los casos de bucle abierto, y que mantiene activos todos los impulsos distintos de cero, es decir, los impulsos tipo I1 y tipo I2.
 - Algoritmo 3: algoritmo que mantiene activo todos los impulsos del tipo I1, y dos impulsos de tipo I2, el máximo y el mínimo. La elección de este algoritmo se basa, en qué se entiende el algoritmo intermedio, del resto de los algoritmos considerados en el proyecto.

Posteriormente, se explicarán algunos casos de ruidos considerados en el análisis del proyecto. En el caso de ruidos aleatorios, se tendrá en cuenta dicho efecto, y los resultados obtenidos, serán resultados medios de un número alto de simulaciones.

4.7.1. Control Predictivo

Para poder explicar el control predictivo, se va a nombrar con la letra “k”, al instante en el que se encuentra el vehículo en cada una de las resoluciones de la maniobra de rendezvous:

$$k = 0, \dots, N - 1 \quad (4.55)$$

Como se puede ver, este se compone de los N instantes en los que se divide el total del problema.

Se tiene que en cada resolución se resuelve el problema de rendezvous, pero para un estado menos que el anterior. De tal forma que, si se mantiene la nomenclatura utilizada para los casos de bucle abierto, en cada una de los casos, el problema de rendezvous sería de la siguiente forma:

- Los vectores de vectores que definen el problema de rendezvous, serían de tal forma, que en cada resolución, verían reducida su dimensión en un estado:

$$\vec{X}_{k+1} = \begin{bmatrix} \vec{x}_{k+1} \\ \vdots \\ \vec{x}_N \end{bmatrix}, \quad \vec{U}_k = \begin{bmatrix} \vec{u}_k^+ \\ \vdots \\ \vec{u}_{N-1}^+ \\ \vec{u}_k^- \\ \vdots \\ \vec{u}_{N-1}^- \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Y la ecuación que relaciona dichos vectores queda como:

$$\vec{X}_{k+1} = F_k \vec{x}_{0_k} + G_{com_k} \vec{U}_k \quad (4.57)$$

Donde

- \vec{x}_{0_k} es la condición inicial para cada instante posterior al de la resolución, de forma que se cumple que la condición inicial del instante $k+1$ es el primer vector estado calculado en el instante k , y a su vez este primer estado es el vector solución del caso predictivo.

$$\vec{x}_{0_{k+1}} = \vec{x}_{1_k} = F(t_{k+1}, t_k)\vec{x}_{0_k} + [G(t_{k+1}, t_k), -G(t_{k+1}, t_k)] \begin{bmatrix} \vec{u}_k^+ \\ \vec{u}_k^- \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\vec{x}_{sol_{k+1}} = \vec{x}_{1_k}$$

- F_k es la matriz F para cada una de las resoluciones, es decir F desde el instante k , hasta el estado N

$$F_k = F(t_{k+1:N}, t_k) \quad (4.59)$$

- G_{com_k} es la matriz G_{com} para cada vez que se resuelve el problema, al igual que la matriz F :

$$G_{com_k} = G_{com}(t_{k+1:N}, t_k) \quad (4.60)$$

- Función Objetivo: puesto que en todos los casos considerados, la optimización es lineal, la función objetivo, sigue teniendo la misma fórmula que para los casos anteriores, pero con la variación de que en cada instante el número de variables a minimizar se ha reducido en un estado:

$$\min J = \sum_{i=k}^{i=N-1} |u_i| \quad (4.61)$$

Esto escrito en formato LPsolve, quedaría como:

$$\max J = -\vec{U}_{k+1} \quad (4.62)$$

$$f = -ones(6 * (N - k), 1)$$

- En cuanto a las restricciones de cono de visión y de igualdad, quedarían de igual forma que para el caso de bucle abierto, pero en lugar de construirlas a partir de las matrices, G_{com} y F , ahora se construyen con sus variantes para el caso predictivo, es decir G_{com_k} y F_k :

$$A_{eq_k} = G_1 G_{com_k}, \quad b_{eq_k} = -G_1 F_k \vec{x}_{0_k} \quad (4.63)$$

$$A_{q_k} = C G_{com_k}, \quad b_{q_k} = -C F_k \vec{x}_{0_k} + P$$

Hay que tener en cuenta, que tanto la matriz C , como el vector P , como la matriz G_1 van a cambiar en cuanto a dimensiones para cada vez que se resuelva el problema. El número de filas y columnas será proporcional a $(N-k)$.

Finalmente para completar el problema de rendezvous para el caso predictivo, habría que incluir las restricciones de potencia de control. Sin embargo dependiendo el método de resolución que se utilice dicha restricción irá introducida de una forma. Es esta la razón, por la cual, se va a analizar de forma separada.

4.7.1.1 Optimización lineal con LPsolve

En este caso el problema de rendezvous se va a resolver, como en el caso de bucle abierto, es decir, la restricción de impulsos solamente tendrá en cuenta la cota superior “umax”.

Por tanto, quedaría la restricción de la siguiente forma, para cada resolución:

$$A_{q1_k} = \begin{bmatrix} I_{d_{3(N-k)}} & 0_{3(N-k)} \\ 0_{3(N-k)} & I_{d_{3(N-k)}} \end{bmatrix}, b_{q1_k} = \begin{bmatrix} u_{max} \\ u_{max} \\ \vdots \\ u_{max} \end{bmatrix}_{(N-k) \times 1} \quad (4.64)^7$$

Una vez consideradas el total de las restricciones del problema se realiza la resolución del mismo para cada uno de los instantes en los que se ha dividido el total de la maniobra.

Sin embargo, antes de aplicar el primero de los impulsos, se realiza un criterio de elección. Si las componentes del primer vector impulso se encuentran dentro del rango de validez del problema, es decir, entre “umax” y “umin”, el impulso se da para obtener el vector estado solución. Si dichas componentes no se encuentran dentro del rango de validez, el vector impulso no se aplica para calcular la solución, y por tanto la nueva condición inicial.

$$\begin{aligned} \text{si } u_{min} \leq |u_{k_i}^{\pm}| \leq u_{max}, \quad i = 1,2,3 \\ u_{k_i}^{\pm} = u_{k_i}^{\pm} \\ \text{si } u_{min} \geq |u_{k_i}^{\pm}| \cup |u_{k_i}^{\pm}| \geq u_{max} \\ u_{k_i}^{\pm} = 0 \end{aligned} \quad (4.65)$$

La condición inicial para el siguiente instante k+1, y por tanto la solución para dicho estado, se calcula con la ecuación (4.58).

Se puede ver cómo aunque el impulso óptimo calculado no esté dentro del rango, al calcular de nuevo el problema de rendezvous, con una nueva condición inicial, se puede completar la trayectoria del perseguidor con éxito, puesto que solamente se está aplicando (o no) un vector impulso por cada estado, para luego recalculer la trayectoria. Es decir, el control predictivo permite trabajar a posteriori, aunque esto se verá penalizado en el consumo de combustible.

4.7.1.2 Control Predictivo y Formulación Milp

Para este caso, igual que para el caso de bucle abierto, se introducirán las restricciones de impulsos dentro del propio método de optimización. Este método combinaría lo óptimo de ser la solución exacta y por tanto ser la solución más óptima desde el punto de vista del consumo de combustible, con la posibilidad de replanificación del control predictivo ante la posibilidad de perturbaciones o ruido en la trayectoria.

Sin embargo, este método requiere de un mayor tiempo de resolución, por lo que al estar resolviéndose en línea, puede darse el caso de que no se disponga del tiempo suficiente para recalculer el problema, es decir, para cada instante se tiene que recalculer de nuevo la trayectoria lo más rápido posible, para poder aplicar el problema, por lo que se han de encontrar métodos que a diferencia de éste, requieran un menor tiempo para obtener los impulsos a dar.

Estos otros métodos, aunque penalicen en el combustible, permitirán el poder obtener la solución en el tiempo adecuado.

⁷ Las matrices al solamente tener un subíndice, se consideran matrices cuadradas, donde el subíndice hace referencia tanto a la dimensión fila, como a la dimensión columna

Puesto que en este caso, a la hora de resolver el problema de optimización para cada trayectoria, hay que tener en cuenta, además de que se reduce el número de estados, las nuevas variables “w”, las matrices y vectores que definen el problema, tanto la función objetivo como las restricciones, se verán modificadas.

Desde el punto de vista de restricciones de control, se tiene:

$$w_i \in \{0,1\} \quad (4.32)$$

Donde ahora el número de variables, w_i , puesto que va asociado al número de variables de control del problema, se va reduciendo con cada uno de las instantes en los que se resuelve el problema, quedando que el vector \vec{W} tiene (N-k) vectores por cada una de las resoluciones que lo forman.

Además para cada variable de control u_i habrá que tener en cuenta:

$$\begin{aligned} 0 \leq u_i \leq w_i * u_{max} \\ w_i * u_{min} \leq u_i \end{aligned} \quad (4.33)$$

Igual que para el problema en bucle cerrado.

Escrito en formato LPsolve, dichas restricciones quedan para cada resolución como:

- Restricciones de w_i :

$$\begin{aligned} A_{q1_k} &= [0_{6(N-k)} \quad I_{d_{6(N-k)}}], \quad b_{q1_k} = \text{ones}(6 * (N - k), 1), \\ x_{int_k} &= [\text{zeros}(6(N - k), 1), \text{ones}(6(N - k), 1)] \end{aligned} \quad (4.66)$$

- Cota superior, $0 \leq u_i \leq w_i * u_{max}$:

$$\begin{aligned} A_{q2_k} &= \begin{bmatrix} I_{d_{3(N-k)}} & 0_{3(N-k)} & -u_{max}[I_{d_{3(N-k)}}] & 0_{3(N-k)} \\ 0_{3(N-k)} & I_{d_{3(N-k)}} & 0_{3(N-k)} & -u_{max}[I_{d_{3(N-k)}}] \end{bmatrix} \\ b_{q2_k} &= \text{zeros}(6(N - k), 1) \end{aligned} \quad (4.67)$$

- Cota inferior, $w_i * u_{min} \leq u_i$:

$$\begin{aligned} A_{q3_k} &= \begin{bmatrix} -I_{d_{3(N-k)}} & 0_{3(N-k)} & u_{min}[I_{d_{3(N-k)}}] & 0_{3(N-k)} \\ 0_{3(N-k)} & -I_{d_{3(N-k)}} & 0_{3(N-k)} & u_{min}[I_{d_{3(N-k)}}] \end{bmatrix} \\ b_{q3_k} &= \text{zeros}(6(N - k), 1) \end{aligned} \quad (4.68)$$

En cuanto a las matrices que definen el resto de restricciones habrá que aumentar las dimensiones en filas y columnas de ceros, para tener en cuenta las variables w_i igual que se hizo para el caso en bucle abierto.

$$\begin{aligned} U &= \text{lp_solve}(f, A, b, e, x_{int} \dots) \\ f &= [-\text{ones}(6(N - k), 1), \text{zeros}(6(N - k), 1)] \\ A_{eq_k} &= [G_1 G_{com_k}, \text{zeros}(6, 6(N - k))] \quad b_{eq_k} = -G_1 F_k \vec{x}_0 \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$A_{q_k} = [CG_{com_k}, \text{zeros}(3(N-k), 6(N-k))] \quad b_{q_k} = -CF_k \bar{x}_0 + P$$

$$A_k = \begin{bmatrix} A_{eq} \\ A_q \\ A_{q1} \\ A_{q2} \\ A_{q3} \end{bmatrix}, \quad b_k = \begin{bmatrix} b_{eq} \\ b_q \\ b_{q1} \\ b_{q2} \\ b_{q3} \end{bmatrix}$$

$$e_k = \begin{bmatrix} \text{zeros}(6,1) \\ -\text{ones}(3(N-k) + 6(N-k) + 6(N-k) + 6(N-k), 1) \end{bmatrix}$$

$$x_{int_k} = \begin{bmatrix} \text{zeros}(6(N-k), 1) \\ \text{ones}(6(N-k), 1) \end{bmatrix}$$

Finalmente la solución que se obtiene para cada una de las soluciones del problema de optimización será la nueva condición inicial, para la siguiente. La ecuación que la define, es la ecuación (4.58). Dicha ecuación es válida ya que no tiene en cuenta las variables enteras de la formulación Milp, solamente los impulsos propios del control.

Se puede ver como en este caso no se aplican criterios de elección a posteriori sobre los impulsos, como en el caso anterior, sino que la restricción de limitación inferior del control se añade dentro del problema de optimización para cada vez que se resuelve.

4.7.1.3 Control Predictivo con algoritmos heurísticos de resolución

Por cada una de las resoluciones se resuelve el problema de optimización dos veces:

Primera resolución

Se resuelve el problema con el caso de control predictivo con optimización lineal con LPSolve. Sin embargo, en lugar de aplicar un criterio de elección sobre los impulsos antes de aplicarlos, se realiza el proceso de clasificación propia de los algoritmos de resolución. Es decir, se clasifican los impulsos obtenidos, en categoría I1, si están dentro del rango aceptable; I2, si son distintos de cero, pero no se encuentran dentro del rango; y finalmente I3, si son impulsos nulos.

Tras esta clasificación, y dependiendo del algoritmo se mantienen activos un número de impulsos. Para los casos considerados serían:

- Algoritmo 1: activos los impulsos I1, solamente
- Algoritmo 2: activos los impulsos I1 e I2, es decir todos los impulsos distintos de cero
- Algoritmo 3: activos los impulsos I1, y el máximo y el mínimo de los impulsos I2

Se procede a la segunda resolución del problema de optimización para el mismo instante.

Segunda resolución.

Dentro de esta segunda resolución, ya si se tiene en cuenta, como se hacía en los algoritmos heurísticos de resolución para el bucle abierto, la condición de “umin” para los impulsos, pero únicamente para los impulsos activos.

Siguiendo la nomenclatura de los otros problemas, el problema de optimización para cada una de las veces que se resuelve queda como:

$$(4.70)^8$$

⁸ Las matrices X* son las matrices X, donde cada una de las filas ha sido multiplicada componente a componente por el vector f_{aux_k}

$$\begin{aligned}
 U &= lp_solve(f, A, b, e, \dots) \\
 f &= -f_{aux_k} \\
 size\ f_{aux_k} &= [6(N - k), 1] \\
 A_k &= \begin{bmatrix} A_{eq_k}^* \\ A_{q_k}^* \\ A_{q1_k}^* \\ A_{q1_k}^* \end{bmatrix}, \quad b_k = \begin{bmatrix} b_{eq_k} \\ b_{q_k} \\ b_{q1_k} \\ b_{q1_k} \end{bmatrix}, \\
 e_k &= \begin{bmatrix} zeros(6,1) \\ -ones(3(N - k)) \\ -f_{aux} \\ f_{aux} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

La ecuación que proporciona el vector estado solución para cada instante del control predictivo, vuelve a ser la ecuación (4.58)

Al igual que en el caso anterior, de la formulación Milp, en este caso, no se realiza un criterio de elección antes de dar los impulsos, tras la segunda resolución. Sin embargo, si se realiza dicho criterio tras la primera resolución. Además con este método hay que tener en cuenta que aunque el número de variables y restricciones es menor que para el caso de la formulación Milp, y aunque en la segunda resolución este número disminuya aún más, al solamente tener en cuenta los impulsos activos, el problema de optimización se resuelve dos veces por cada uno de los instantes, con el coste computacional que esto conlleva. Sería la solución intermedia entre el control predictivo y formulación Milp, y el control predictivo con optimización lineal, donde los impulsos se eligen tras realizar la optimización.

4.7.2. Ruidos considerados en las trayectorias

Para dar mayor realismo al problema, se va a analizar diferentes situaciones de ruido durante la trayectoria del vehículo perseguidor. Se verá cómo, mientras la solución final para el caso predictivo llega al blanco, la solución calculada para los métodos sin replanificación no realizan el rendezvous, y en muchos casos ni cumplen las restricciones de cono de visión.

En cuanto a los diferentes casos de ruido que se han creado, se tiene:

- Ruido aleatorio: se introduce un parámetro de ruido de valor $10^{-5} km/s$ en la trayectoria del vehículo perseguidor. La aparición de dicho parámetro en un estado, es totalmente aleatoria. El valor de la perturbación es un valor grande, incluso mayor que el valor de “ u_{min} ”, para poder ver de forma clara, como afecta dicho ruido a la replanificación del problema de rendezvous.
- Excentricidad real del 98% de la excentricidad teórica: se considerará que el valor de la excentricidad con el que se calcula el problema de optimización en cada resolución, y el valor con el que se simula los resultados, son distintos. En concreto, el segundo será un 98% de la excentricidad teórica.
- Suma de ambos efectos: se tendrá en cuenta tanto el ruido aleatorio, como la variación de la excentricidad, siendo la real un 98% de la teórica.
- Ruido constante: se sumará en todos los instantes, una constante de valor $u_{min}/5$ a los impulsos. A diferencia del primer caso de ruido, la presencia de este no es aleatorio, sino que como se ha indicado, será constante para todas las resoluciones, de forma que el valor real del impulso siempre dicte del valor del óptimo calculado, obligando a que en todos los estados sea necesaria una replanificación del

problema.

- Ruido aleatorio y ruido constante: se tendrá en cuenta los dos tipos de ruido en la simulación.
- Rendimiento de tobera del 95%: se considerará que las toberas del vehículo perseguidor, tendrán un rendimiento del 95%. De esta forma cuando dichas toberas emitan un impulso, éste dictará del óptimo, siendo un 95% su valor, y por tanto, la condición alcanzada no será la condición óptima, siendo necesaria una nueva planificación.
- Rendimiento de tobera, y excentricidad real del 98% de la excentricidad teórica
- Excentricidad real con valor aleatorio sobre la teórica: para cada simulación, problema completo del rendezvous, se establecerá que el valor de la excentricidad real, puede ser un valor respecto al teórico del 90 hasta el 110%. De esta forma, se puede comprobar de una mejor forma como afecta la diferencia de valor entre las dos excentricidades, ampliando los casos respecto al considerado anteriormente del 98%.

Como se ha indicado anteriormente, para los casos de ruido aleatorio, se tendrán en cuenta valores medios.

Además dentro de estos casos, se estudiarán principalmente dos de ellos, para un número amplio de simulaciones:

- El de ruido aleatorio
- El de excentricidad real de valor aleatorio respecto a la teórica

En cuanto a los procedimientos con los que se tendrá en cuenta el ruido, serán:

- Optimización lineal con LPsolve y posterior criterio de selección de impulsos
- Control predictivo con algoritmos heurísticos de resolución

El caso del control predictivo con formulación Milp no se resuelve con ruido, ya que tras su simulación los resultados obtenidos bien fueron incongruentes, bien no pudieron ser obtenidos, debido al fallo del software utilizado, el LPsolve. Una posible solución es utilizar “Gurobi”, software del tipo comercial. Sin embargo esto requeriría el análisis de una importante cantidad de datos y situaciones para poder contrastar el valor tanto del software como los resultados del método. Es por esto por lo que se propone dicho caso como trabajo futuro.

4.8. Resultados del Control Predictivo

En este apartado se van a analizar diferentes casos, para poder evaluar el comportamiento del control predictivo, con y sin ruido.

En primer lugar, se van a comparar las soluciones obtenidas para los diferentes tipos de ruido, para el problema con replanificación, y para el problema sin replanificación (independiente del método de resolución del problema de optimización) con el fin de poder comprobar cómo al introducir interferencias en la trayectoria, los resultados de bucle abierto dejan de ser válidos, siendo además peligrosos, ya que no se garantiza ninguna de las restricciones de seguridad del problema real.

Posteriormente se va a analizar el control predictivo con criterio de elección de impulsos posterior a la optimización. Este método se tendrá en cuenta para varios casos, donde se varíen variables tanto de control, restringiendo el rango de impulsos válido, como de tiempo. Esto se realizará para el caso ideal, y para todos los casos de ruido. Además se repetirá la simulación un número alto de veces para los casos de ruido aleatorio y variación aleatoria de excentricidad, con el fin de poder obtener mejores conclusiones del procedimiento.

Finalmente, se repetirá la simulación, para tres algoritmos heurísticos de resolución. Se volverá a analizar el caso sin ruido, y los casos con ruido. Dentro de los casos aleatorios, se repetirá el proceso un alto número de veces.

4.8.1. Comparativa entre Control con replanificación y métodos de bucle abierto

Se consideran las siguientes condiciones iniciales para el problema:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 y_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^\circ
 \end{aligned}
 \tag{4.71}$$

Y se analizarán para todos los casos de ruido, tanto para el control predictivo, como para la formulación Milp en bucle abierto. Lo importante de este apartado no es evaluar el método de resolución, sino ver cómo cuando el problema no es perfecto, el método en bucle abierto deja de ser válido, mientras que el método de replanificación consigue encontrar una solución al problema de rendezvous.

- Ruido aleatorio:

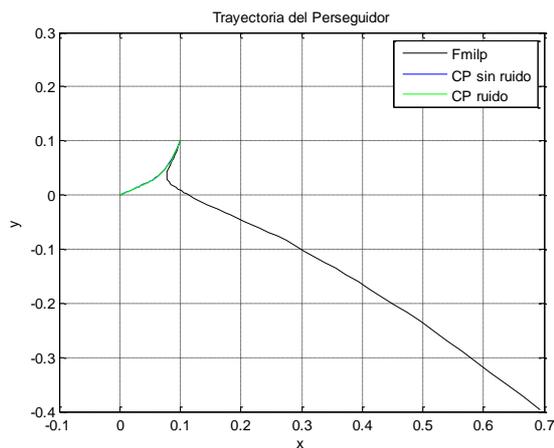


Figura 4.38. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido aleatorio

- Excentricidad real del 98% del valor teórico:

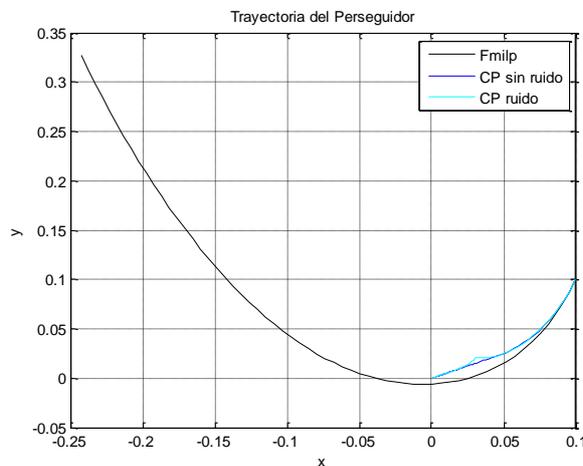


Figura 4.39. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para excentricidad del 98% respecto a la teórica

- Ambos efectos:

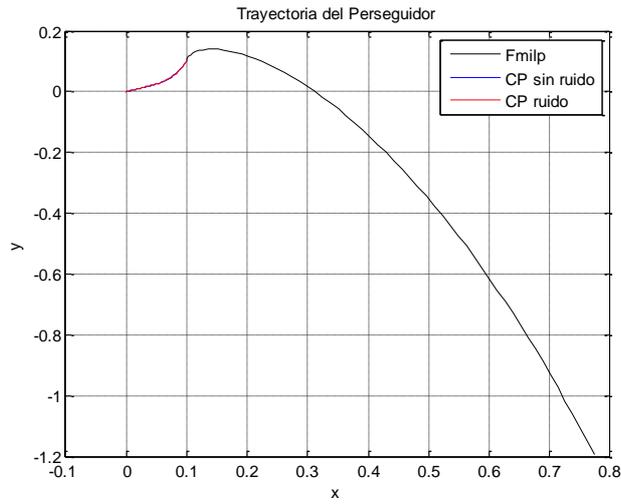


Figura 4.40. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido aleatorio y excentricidad del 98%

- Ruido constante:

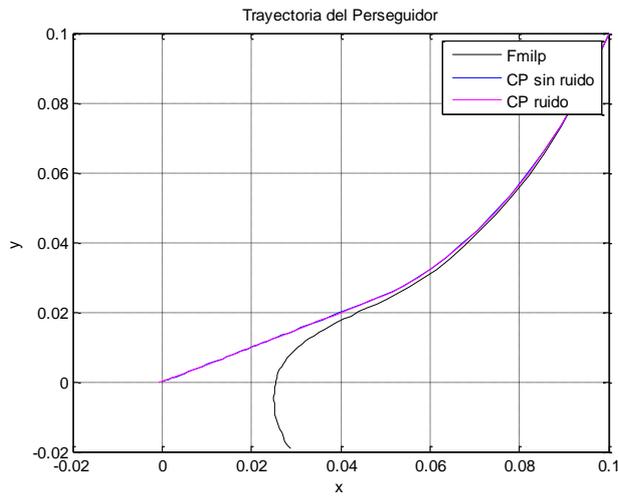


Figura 4.41. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido constante

- Ruido constante y ruido aleatorio:

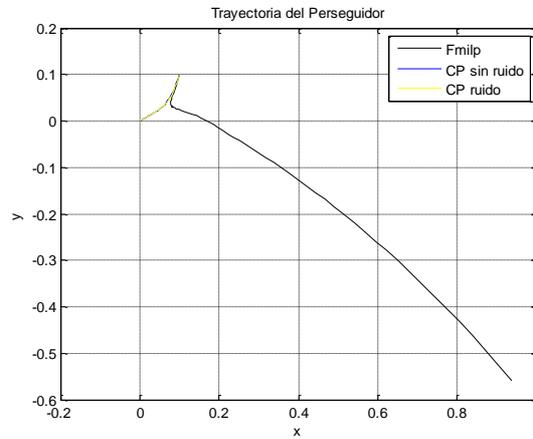


Figura 4.42. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para ruido constante y aleatorio

- Rendimiento del 95% en las toberas:

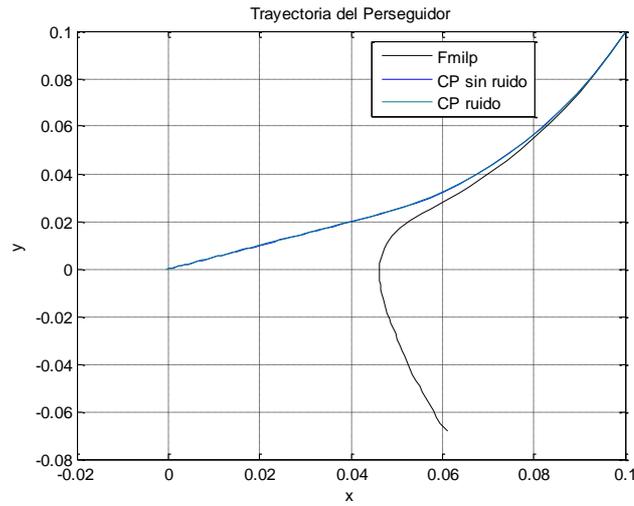


Figura 4.43. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para rendimiento de tobera del 95%

- Rendimiento de tobera y variación de excentricidad del 98% sobre el valor teórico

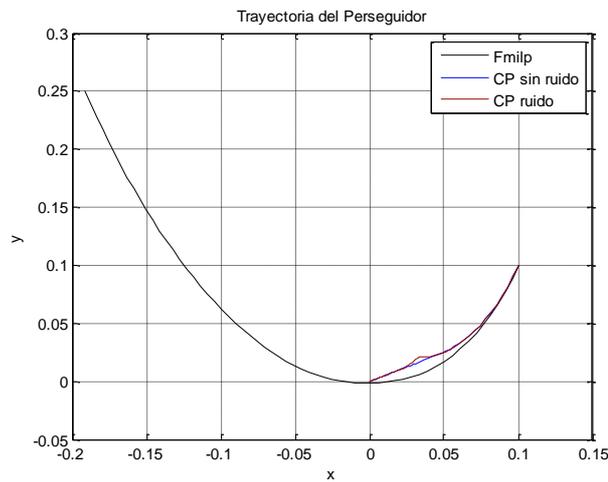


Figura 4.44. Comparación entre bucle abierto y control predictivo para rendimiento de tobera y excentricidad del 98%

- Valor aleatorio de la excentricidad real (90-110%) respecto a la teórica:

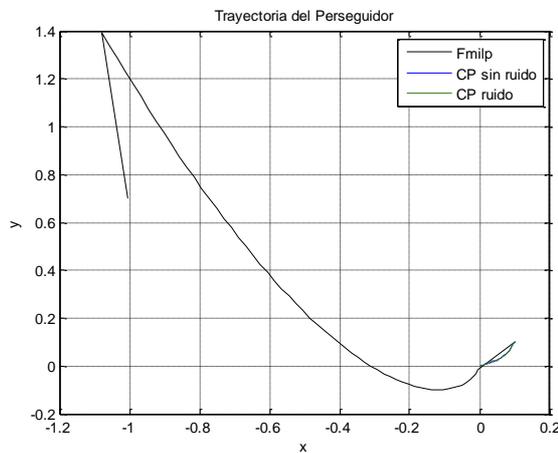


Figura 4.45 Comparación entre bucle abierto y control predictivo para excentricidad aleatoria

En todos los casos se aprecia el comportamiento indicado anteriormente. Es decir, mientras el control predictivo realiza el rendezvous incluso con ruido, la solución para la formulación Milp no cumple las restricciones, y por supuesto, no consigue realizar el rendezvous. Es por esta razón, por la que es fundamental estudiar el caso de replanificación, ya que el problema real, dicta mucho de ser un problema ideal en ausencia de ruido.

4.8.2. Control Predictivo con criterio de elección de impulsos tras la optimización

En este apartado, se van a resolver para el caso de control predictivo, con criterio de elección de impulsos tras la optimización diferentes casos. Los resultados se obtendrán en primer lugar para los casos sin ruido, donde se comparará dicho método con el procedimiento de control predictivo con Formulación Milp, el método ideal, para ver cuán de alejado se encuentra este método del óptimo. Posteriormente se resolverá para los casos con ruido, y se compararán entre ellos, y con el caso de ruido, para ver qué consecuencias tiene el introducir ruido en las trayectorias. Este análisis será más amplio para los dos casos de ruido aleatorio comentado.

Finalmente, se variarán algunas variables con el fin de ver el comportamiento del método de optimización ante estos cambios.

Por tanto, se dividirá el apartado en varios casos.

CASO 1

Se resolverá el problema de rendezvous para las condiciones iniciales que vienen recogidas en la ecuación (4.71), condiciones con las que se han comparado los casos de bucle abierto con ruido.

Dentro de este caso, lo primero es comparar el caso sin ruido, es decir, el algoritmo ideal:

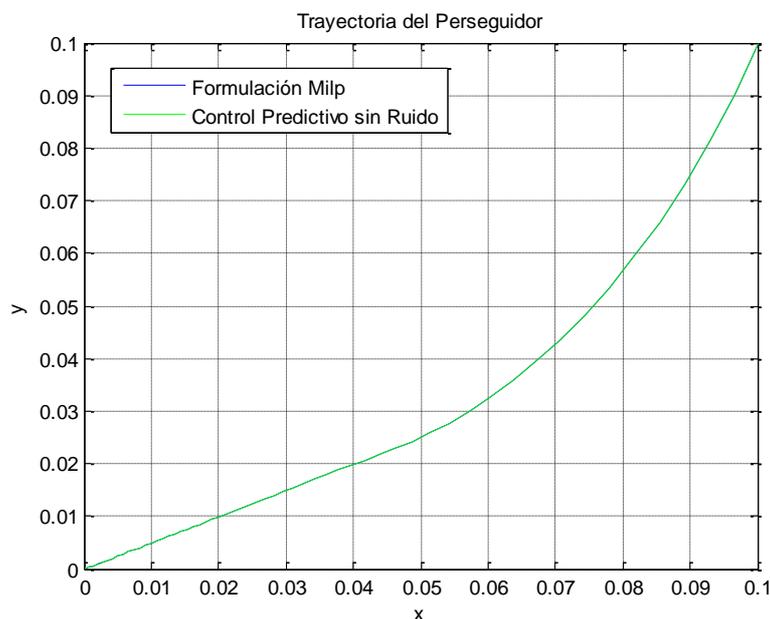


Figura 4.46. Control predictivo caso 1 sin ruido

Se puede ver cómo la formulación Milp y el control predictivo con criterio de elección obtienen unas trayectorias muy similares. Estas trayectorias se irán distanciando a medida que se vayan variando algunas variables del problema, por ejemplo, cuando se estreche el rango válido de impulsos, que se analizará posteriormente.

Además se eligen algunos criterios de comparación:

- Suma de los valores absolutos de todas las componentes de los impulsos (lo que se traduce directamente en el consumo de combustible de la operación de rendezvous)

- Número de impulsos dados durante la maniobra
- Máximo Impulso dado durante la maniobra
- Mínimo Impulso dado
- Error final en la coordenada “x”
- Error final en la coordenada “y”

Estos dos últimos criterios van a servir para posteriormente hacer la clasificación de las soluciones según la precisión de éstas.

Los resultados para este primer caso, se recogen en la siguiente tabla:

	Formulación MILP	Control Predictivo
Número de Impulsos	45	45
Máximo Impulso	0,00025126	0,00025126
Mínimo Impulso	1,00E-06	1,13E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00042846	0,00042848
Error final en x	8,16E-13	2,73E-16
Error final en y	9,34E-13	1,59E-05

Tabla 4.17. Comparación de resultados caso 1 sin ruido

Se puede ver, cómo la solución más óptima es la dada por la formulación Milp (caso ideal). Esta mejora es tanto en combustible cómo en precisión de la solución (sobre todo en la coordenada “y”. Sin embargo, cómo se aprecia en la gráfica, las diferencias son muy pequeñas, ya que el rango de impulsos válido es todavía muy amplio.

Se analizan ahora los casos con ruido. Para este primer caso, los resultados se presentarán de forma desglosada. Mostrando las trayectorias para cada uno de los casos de ruido considerado. Para los siguientes casos, se presentarán todos los resultados de forma resumida, y se extraerán las conclusiones finales.

- Ruido Aleatorio

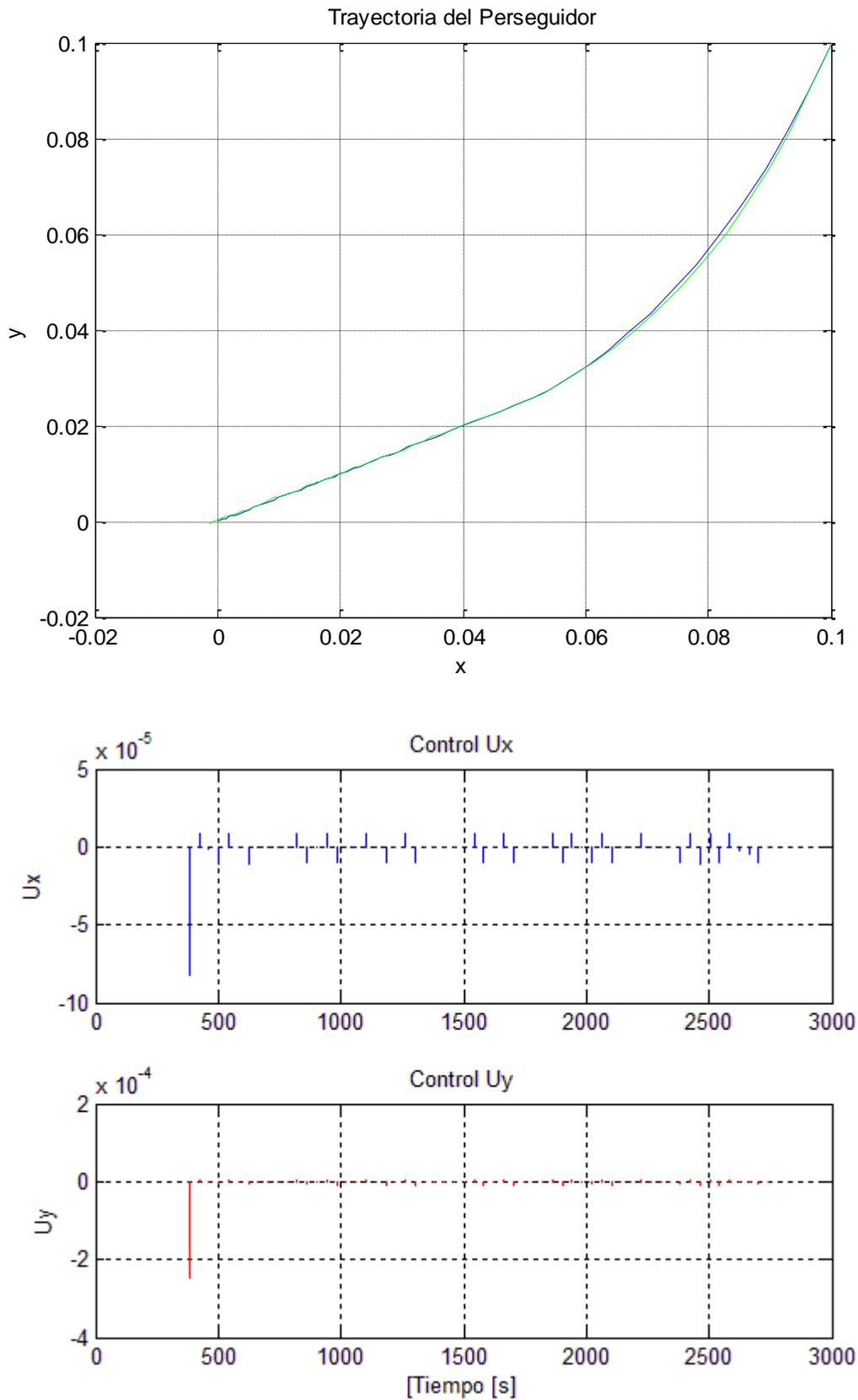


Figura 4.47. Trayectoria y control ruido aleatorio caso 1

- Excentricidad del 98% del valor teórico

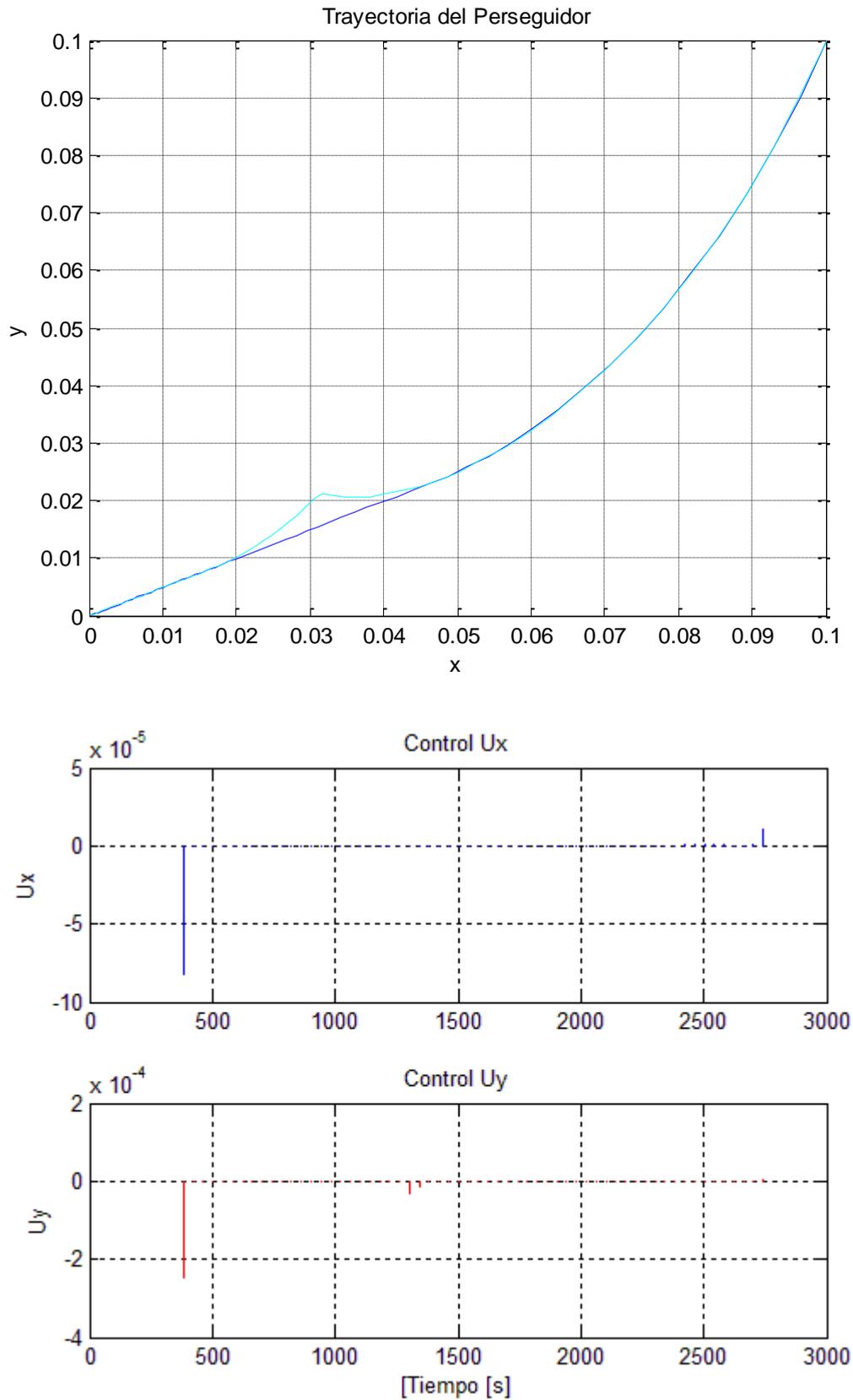


Figura 4.48. Trayectoria y control excentricidad del 98% caso 1

- Ambos efectos

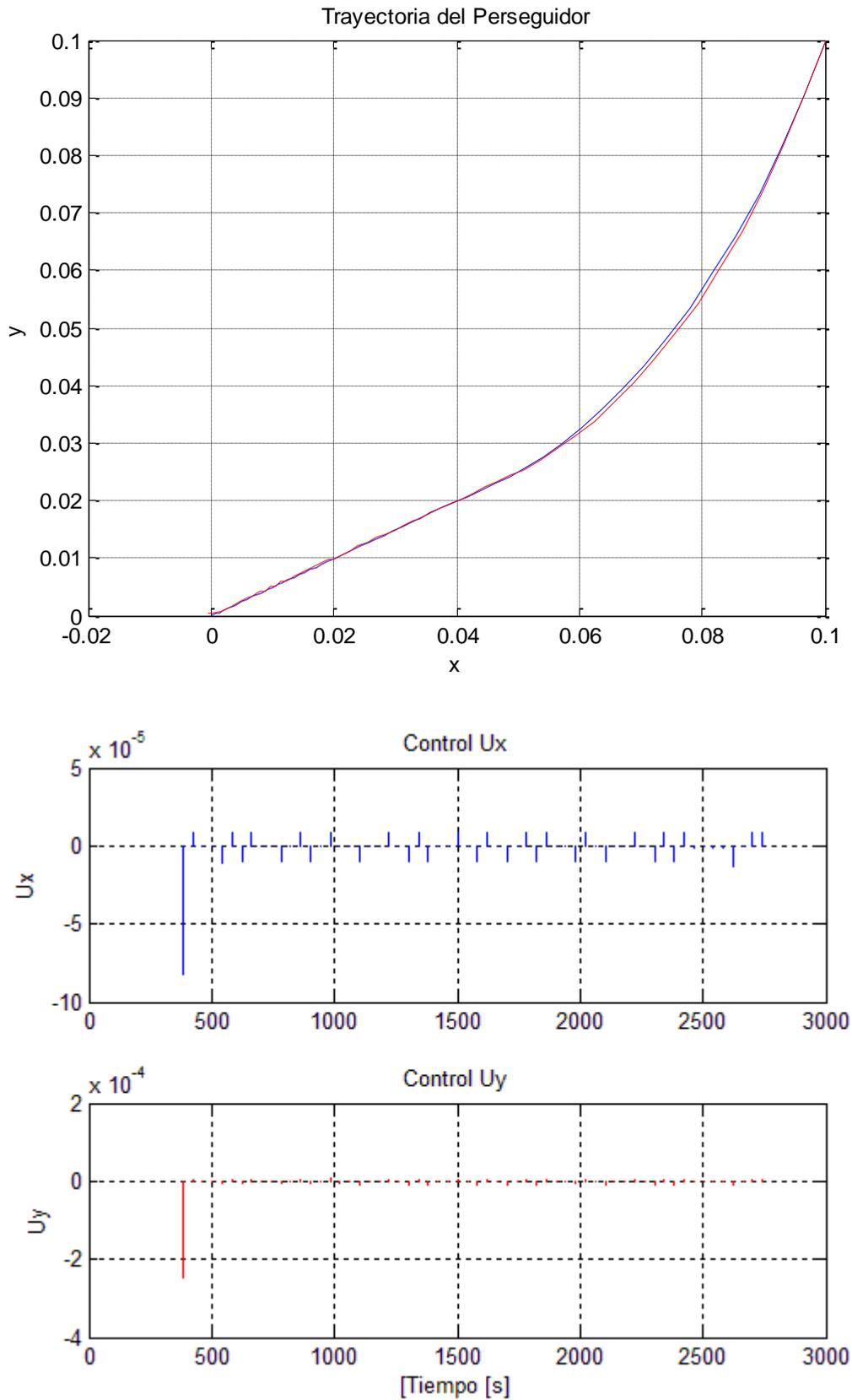


Figura 4.49. Trayectoria y control ambos efectos caso 1

- Ruido constante

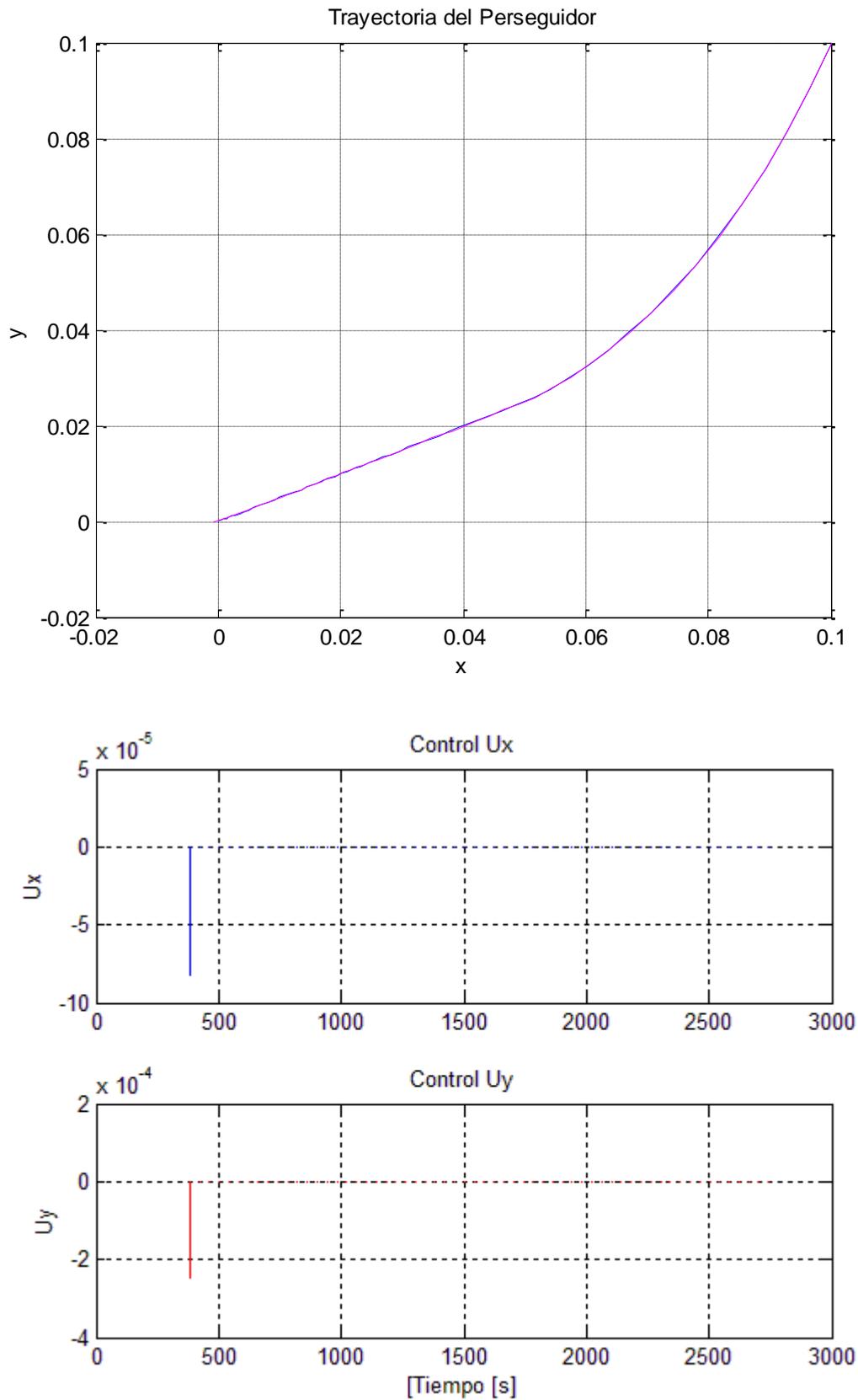


Figura 4.50. Trayectoria y control ruido constante caso 1

- Ruido constante y aleatorio

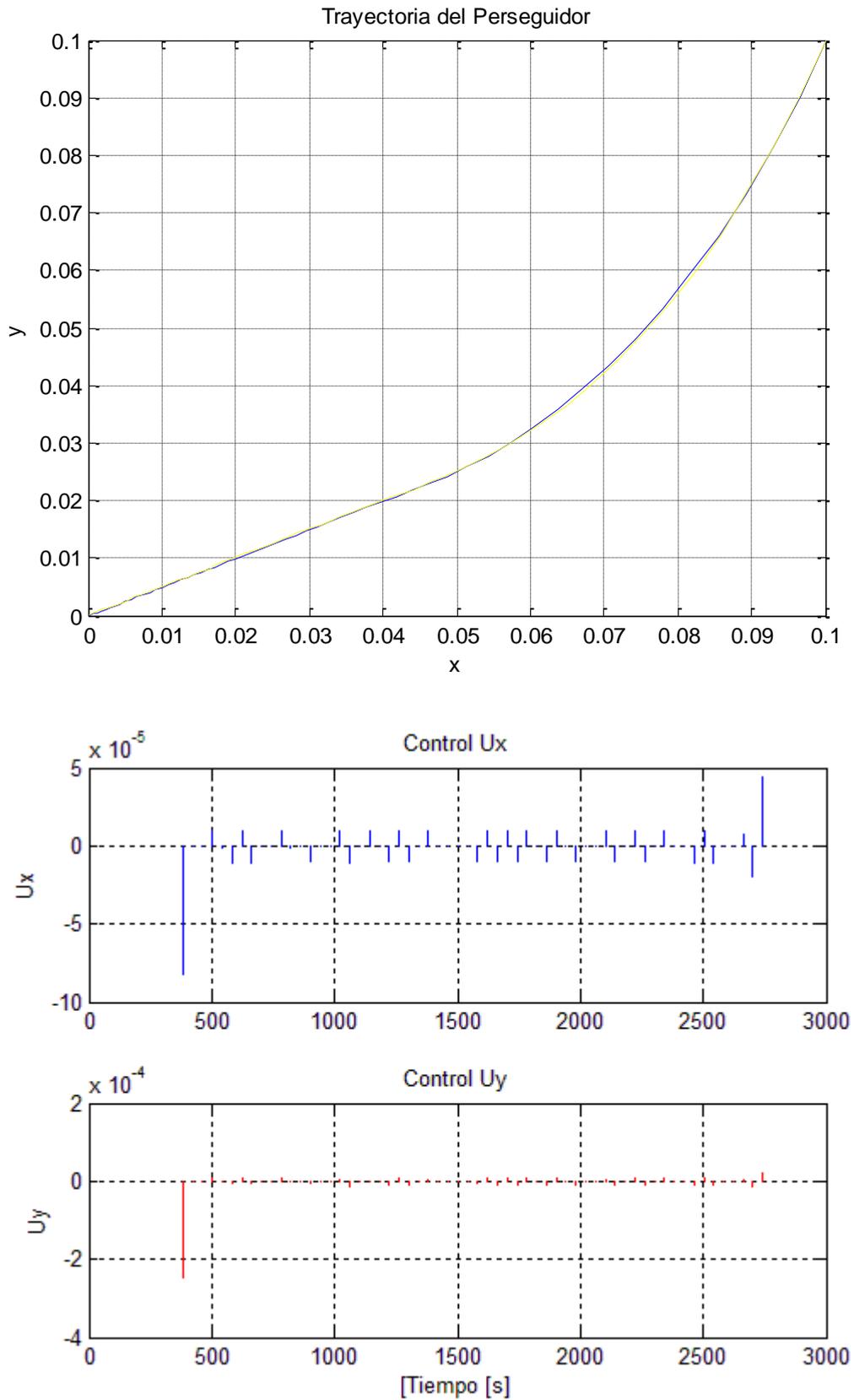


Figura 4.51. Trayectoria y control ruido constante y ruido aleatorio caso 1

- Rendimiento de tobera del 95%

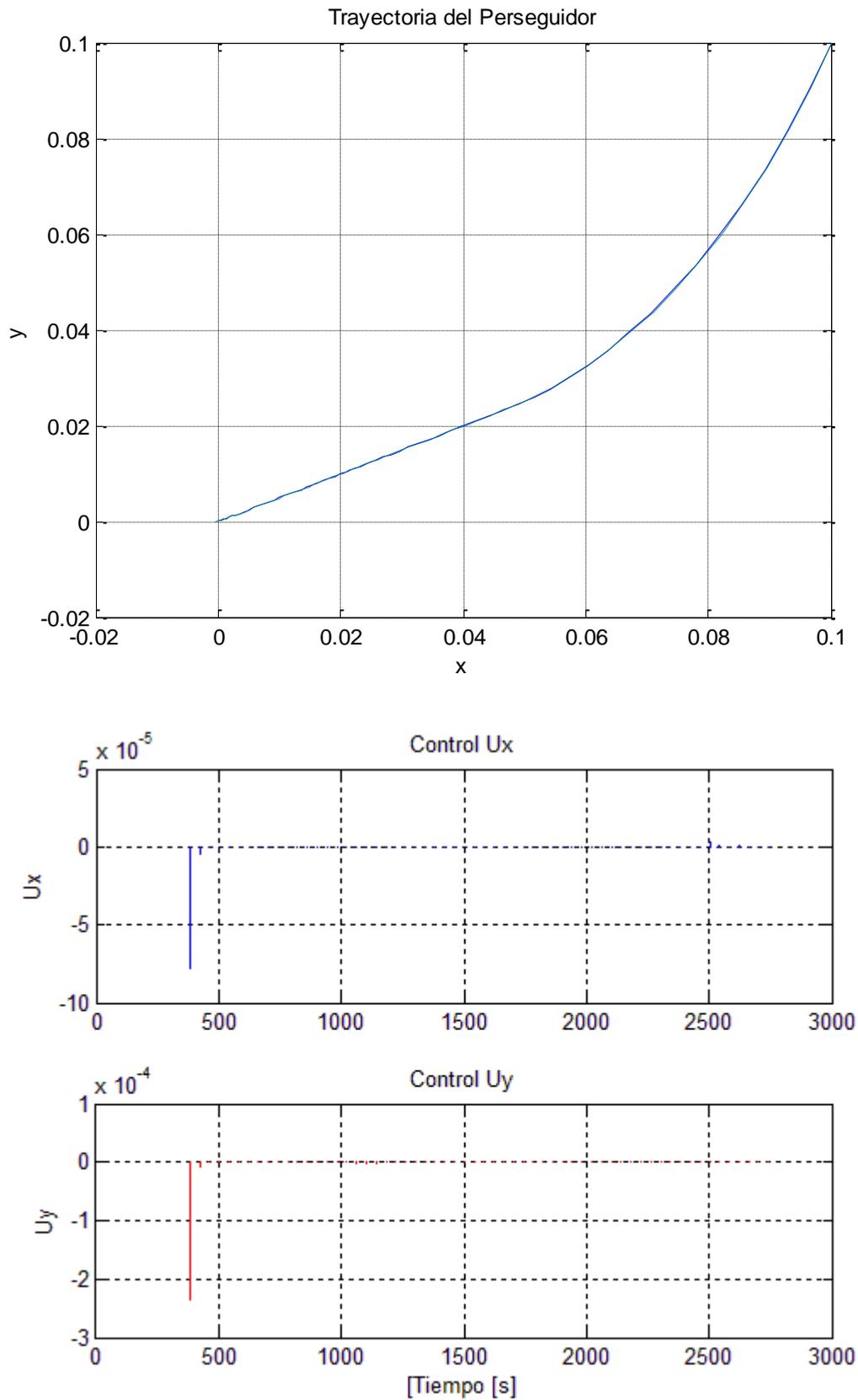


Figura 4.52. Trayectoria y control rendimiento de tobera caso 1

- Rendimiento de tobera y excentricidad del 98%

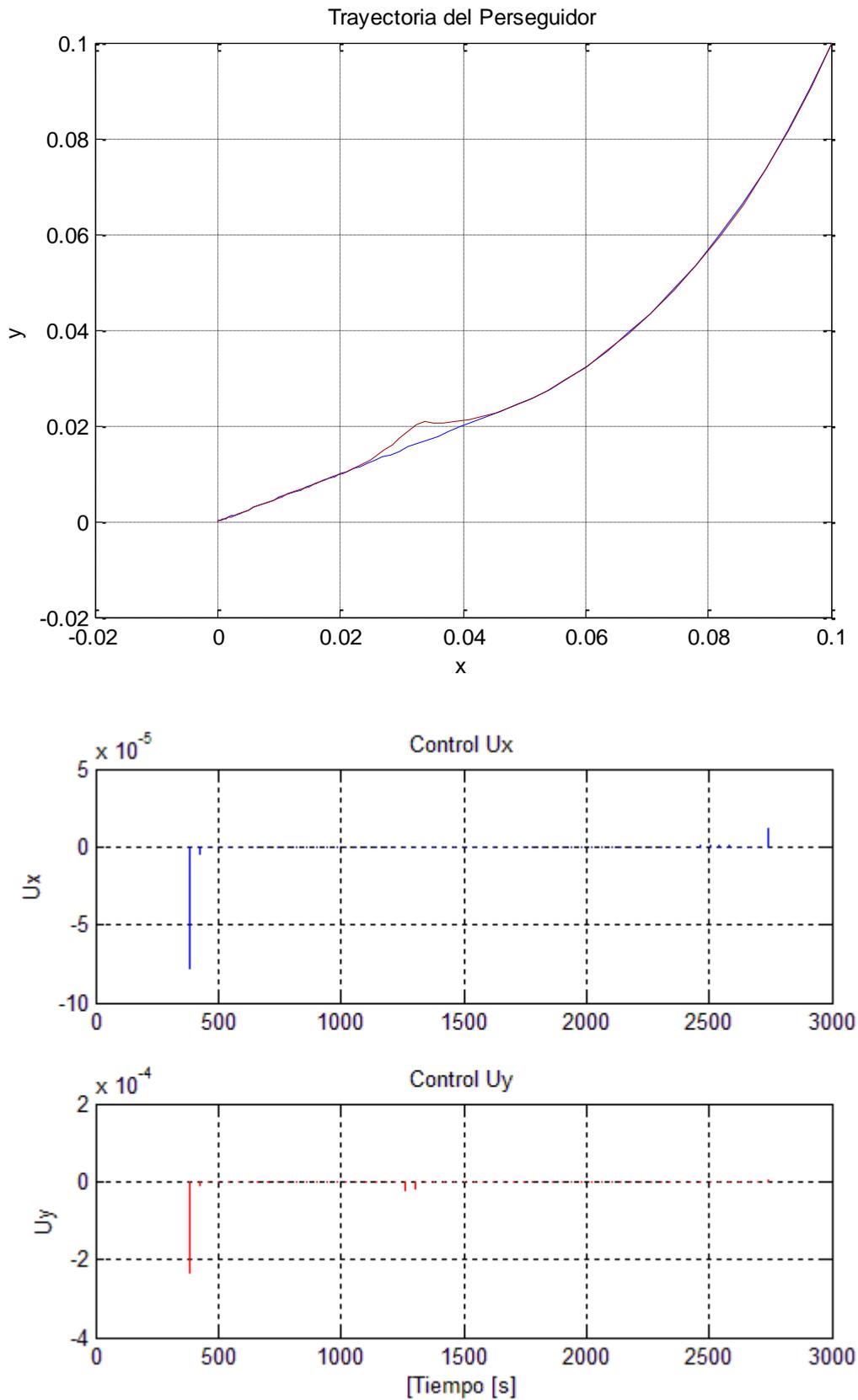


Figura 4.53. Trayectoria y control rendimiento de tobera y excentricidad del 98% caso 1

- Excentricidad de valor aleatorio respecto al valor teórico

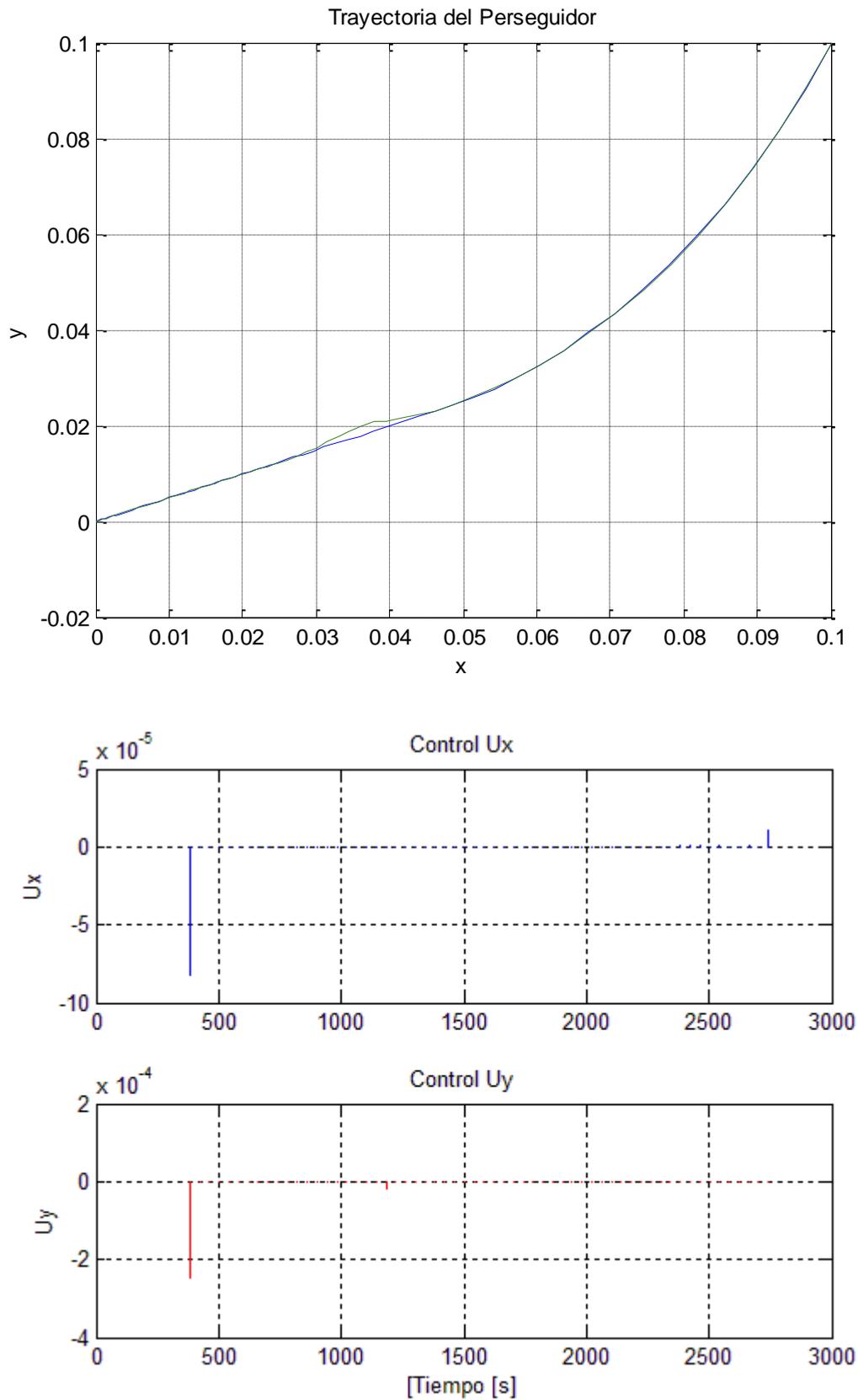


Figura 4.54. Trayectoria y control excentricidad aleatoria caso 1

En todos los casos se puede ver en mayor o menor medida, cómo al introducirse ruido, las trayectorias obtenidas se separan de la trayectoria ideal. Además si se analizan las gráficas de control, sobre todo las de los

casos con ruido aleatorio, se puede apreciar cómo el ruido mete una oscilación en los impulsos, durante toda la maniobra.

Utilizando los mismos criterios de comparación que para el caso sin ruido, se tiene los siguientes resultados para el caso 1 con ruido:

	Nº de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y
C. Predictivo Exa.	45	0,00025126	1,13E-06	0,00042848	2,73E-16	1,59E-05
Ruido Aleatorio	60	0,00025126	1,16E-06	0,00094703	0,00122631	0,0003579
Var. Excentricidad	31	0,00025126	1,11E-06	0,0004401	1,05E-08	5,55E-06
Ambos Efectos	70	0,00025126	1,41E-06	0,00109373	0,00039989	0,00049125
Ruido Constante	51	0,00025126	45	0,00043092	0,00086636	0,00027328
Ruido Al. y Const.	66	0,00025126	1,13E-06	0,00111127	8,20E-06	1,54E-05
Rendimiento Tob.	46	0,00025126	1,05E-06	0,00043364	0,0005987	0,00017798
Rend. y Var. Exc.	37	0,00025126	1,04E-06	0,00046138	2,74E-05	1,93E-06
Excent. Aleatoria	32	0,00025126	1,01E-06	0,00043289	2,71E-09	1,74E-06

Tabla 4.18. Resultados control predictivo con ruido caso 1

Para ver la suma de los impulsos, criterio principal a valorar de la tabla, de forma más clara se extraerá una gráfica:

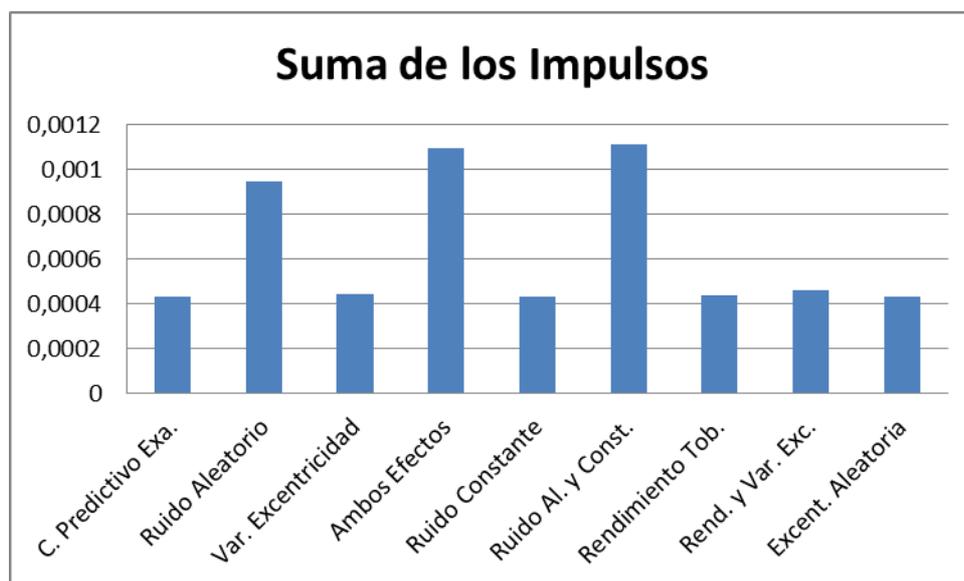


Figura 4.55. Suma de los impulsos de control predictivo caso 1

De la tabla 4.18 se aprecia de una forma más clara, cómo el ruido lleva a un aumento de consumo de

combustible respecto al caso sin ruido. En los casos con ruido aleatorio, este valor puede ser en media del doble del caso ideal. Además el ruido también afecta en la precisión de la solución. Y en el número de impulsos, donde puede llevar a un incremento importante de la cantidad de éstos. E incluso para los casos donde el número de impulsos es más bajo, el consumo de combustible sigue siendo más alto debido a la presencia del ruido, y desviarse del caso ideal.

Si se dividen las soluciones en categorías:

- Categoría A: categoría de alta precisión. Tanto la coordenada “x” final, como la coordenada “y”, tienen que ser menores que 10^{-12} km
- Categoría B: la distancia final en ambas coordenadas tiene que ser menor que 10^{-4} km y mayor que 10^{-12} km . Esta categoría B es más amplia que la considerada anteriormente en el proyecto, pero esto se debe principalmente a que los casos ahora considerados tienen ruido, con lo que es más difícil cumplir las restricciones en precisión.
- Categoría C: son soluciones de baja precisión. Se consideran los casos que aunque se haya realizado el rendezvous, los errores en distancia son del orden de decímetros-metros

Para el caso 1, los resultados según esta clasificación son:

	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
Formulación Milp	8,16E-13	9,34E-13	A
C. Predictivo Exa.	2,73E-16	1,59E-05	B
Ruido Aleatorio	0,00122631	0,0003579	C
Var. Excentricidad	1,05E-08	5,55E-06	B
Ambos Efectos	0,00039989	0,00049125	C
Ruido Constante	0,00086636	0,00027328	C
Ruido Al. y Const.	8,20E-06	1,54E-05	B
Rendimiento Tob.	0,0005987	0,00017798	C
Rend. y Var. Exc.	2,74E-05	1,93E-06	B
Excent. Aleatoria	2,71E-09	1,74E-06	B

Tabla 4.19. Categoría de soluciones control predictivo caso 1

Se puede ver, cómo a diferencia de las soluciones que se obtenían en los apartados anteriores, donde eran mayoritariamente del tipo A, en los casos con ruido, las soluciones son del tipo B y C, considerando además que la categoría B es una categoría más amplia ahora.

Sin embargo para poder sacar conclusiones en base al ruido aleatorio, hay que hacer un mayor número de simulaciones.

En todos los casos considerados, se va a estudiar las siguientes magnitudes:

- La suma media de Impulsos, para ver dicho aumento frente al caso sin ruido
- El número medio de Impulsos
- Los errores medios alrededor de la posición origen (el blanco)
- El porcentaje de cada uno de los tipos de solución obtenidos en la simulación (y los posibles casos en los que el rendezvous no haya sido posible, en caso de que esto ocurriera).

CONTROL PREDICTIVO CON RUIDO ALEATORIO

Se realiza la simulación un total de 150 veces, con el fin de obtener el comportamiento del método de control con replanificación frente a este tipo de ruido. Los datos obtenidos son los siguientes:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	64,86
Máximo Impulso	0,00025126
Mínimo Impulso	1,4172E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00104321
Error final en x	0,00046415
Error final en y	0,00022707
Valores de la desviación Típica	
Suma de los Impulsos	0,00010499
Error en x	0,00037183
Error en y	0,00018409

Tabla 4.20. Valores medios de control predictivo con ruido aleatorio caso 1

Se puede ver que el comportamiento que se obtuvo de qué el consumo de combustible aumentaba en más del doble, se mantiene en el total de las simulaciones. Además se ve también la pérdida de precisión de las soluciones obtenidas para este caso.

Para ver mejor las veces que se obtienen los diferentes tipos de soluciones, con este tipo de ruido, se clasifican las soluciones obtenidas para cada simulación en las diferentes categorías. Los porcentajes obtenidos son:

Solución Tipo	Porcentaje	Nº de veces
A (alta precisión)	22,67	34
B (márgenes de error del orden de centímetros)	1,33	2
C (fuera de los márgenes anteriores)	76,00	114

Tabla 4.21. Categorías de las soluciones de control predictivo para ruido aleatorio caso 1

Para ver de forma más gráfica los resultados obtenidos, se extraen en el siguiente gráfico:

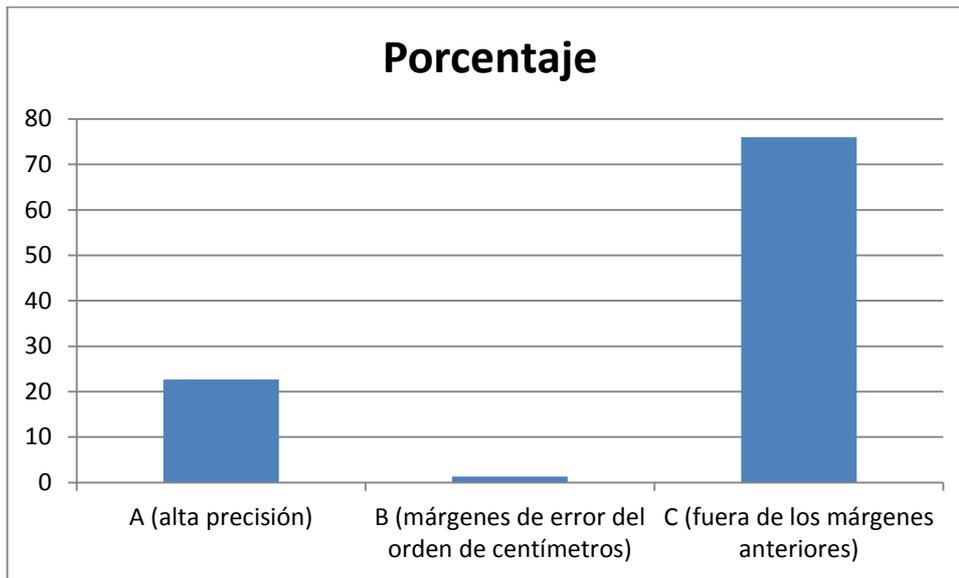


Figura 4.56. Categoría de las soluciones de control predictivo para ruido aleatorio caso 1

Las soluciones que más veces se repiten son las soluciones tipo C, es decir soluciones de baja precisión. Esto se traduce en que aunque el método de optimización es capaz de realizar el rendezvous, el precio a pagar ante la presencia de este tipo de ruido, es una pérdida de precisión, en media, a la hora de obtener la solución final, así como un importante aumento en el consumo de combustible.

CONTROL PREDICTIVO CON VARIACIÓN ALEATORIA DE LA EXCENRICIDAD

En este caso, el número de veces que se va a repetir la simulación es de 100 veces. Como ya se ha indicado, el valor de la excentricidad real, podrá tomar un valor de entre el 90% y el 110% del valor teórico.

Los resultados que se extraen son los mismos que para el caso anterior. Estos vienen reflejados en la siguiente tabla:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	32,45
Máximo Impulso	0,00025126
Mínimo Impulso	1,0519E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00043236
Error final en x	0,00025827
Error final en y	9,9079E-05
Valores de la desviación Típica	
Suma de los Impulsos	6,1873E-06
Error en x	0,00022527
Error en y	7,8691E-05

Tabla 4.22. Resultados para el control predictivo con variación aleatoria de excentricidad caso 1

En este caso, se vuelve a ver una pérdida en precisión, en media, aunque se volverá a hacer el análisis anterior, para ver de mejor forma las veces que se obtienen las soluciones de alta, media y baja precisión. Además también se puede apreciar el aumento de consumo de combustible respecto al caso sin ruido. En este caso es significativo este aumento, ya que el número de impulsos que se da para conseguir realizar la trayectoria es menor, sin embargo no conllevan un ahorro de combustible.

En cuanto al tipo de solución obtenido en este caso:

Solución Tipo	Porcentaje y N° de veces
A (alta precisión)	0
B (márgenes de error del orden de centímetros)	42
C (fuera de los márgenes anteriores)	58

Tabla 4.23 Categoría de las soluciones del control predictivo con variación aleatoria de excentricidad caso 1

En este caso, no es necesario sacar un gráfico. De forma clara se obtiene que las soluciones son de baja y media precisión. Se vuelve a ver que el algoritmo realiza el rendezvous, pero el precio a pagar ante el ruido es un mayor consumo de combustible (aunque el número de impulsos sea más bajo) y una pérdida de precisión en la solución final, es decir, a la hora de obtener el rendezvous.

CASO 2

Se va a analizar el comportamiento de variar el tiempo en el problema. Por lo que las condiciones iniciales que se van a utilizar en este caso son:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 55 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= 0,1 \text{ km/s} \\
 y_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned}
 \tag{4.72}$$

Se analizan todos los casos de ruido, para estas nuevas condiciones:

	Nº de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y
For. Milp	38	0,00025073	1,00E-06	0,00040847	9,91E-13	1,72E-12
C. Predictivo Exa.	33	0,00025073	1,05E-06	0,00040854	1,03E-16	7,24E-06
Ruido Aleatorio	68	0,00025073	1,24E-06	0,00107529	0,00059912	0,0003271
Var. Excentricidad	21	0,00025073	1,00E-06	0,00041619	3,37E-08	3,21E-06
Ambos Efectos	58	0,00025073	1,22E-06	0,00094599	0,00034182	0,00094922
Ruido Constante	47	0,00025073	1,01E-06	0,00042577	0,00049607	5,87E-05
Ruido Al. y Const.	68	0,00025073	1,03E-06	0,00103525	0,0015783	0,00051565
Rendimiento Tob.	39	0,00025073	1,02E-06	0,00043439	1,77E-05	1,67E-05
Rend. y Var. Exc.	22	0,00025073	1,01E-06	0,00043587	1,80E-05	4,57E-05
Excent. Aleatoria	22	0,00025073	1,14E-06	0,00041461	1,02E-07	9,41E-06

Tabla 4.24. Resultados para control predictivo caso 2

El aumentar el tiempo ha llevado a disminuir el número de impulsos para realizar el rendezvous. De nuevo la solución óptima es la solución obtenida por la formulación Milp, seguida de la solución sin ruido. Puesto que el rango de impulsos sigue siendo amplio, la diferencia entre ambas soluciones sigue siendo pequeña, aunque algo mayor que para el caso anterior. En cuanto a los resultados en precisión para este caso no ha variado con el tiempo, siendo mejor de nuevo para la formulación Milp.

Otra vez, el ruido significa una pérdida tanto en precisión, como un aumento en el consumo de combustible, a pesar de que puedan darse menos impulsos para realizar el rendezvous.

Si se clasifican las soluciones según categorías como en el caso anterior se tiene:

	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
For. Milp	9,91E-13	1,72E-12	A
C. Predictivo Exa.	1,03E-16	7,24E-06	B
Ruido Aleatorio	0,00059912	0,0003271	C
Var. Excentricidad	3,37E-08	3,21E-06	B
Ambos Efectos	0,00034182	0,00094922	C
Ruido Constante	0,00049607	5,87E-05	C
Ruido Al. y Const.	0,0015783	0,00051565	C
Rendimiento Tob.	1,77E-05	1,67E-05	B
Rend. y Var. Exc.	1,80E-05	4,57E-05	B
Excent. Aleatoria	1,02E-07	9,41E-06	B

Tabla 4.25. Categorías de las soluciones de control predictivo caso 2

Se vuelve a repetir el comportamiento del caso 1. Mientras que la solución de alta precisión corresponde para el caso ideal, cualquier tipo de ruido lleva a soluciones de tipo B y C, es decir, soluciones de baja precisión

CASO 3

En este caso, se va a reducir el rango aceptable de impulsos. Se espera, según los resultados obtenidos hasta ahora, que exista una mayor diferencia entre la solución ideal, es decir, control predictivo sin ruido, y con el método de optimización basado en la formulación Milp; y la solución con control predictivo y posterior criterio de clasificación de impulsos. Además se estudiará el comportamiento del ruido para este nuevo caso, y ver cómo afecta el reducir el rango de impulsos a las trayectorias con interferencias.

Las condiciones del problema son:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= 0,1 \text{ km/s} \\
 y_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-4} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 2 * 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned}
 \tag{4.73}$$

Se puede ver una importante reducción del rango. Si se representan las soluciones para los casos ideales, se obtiene:

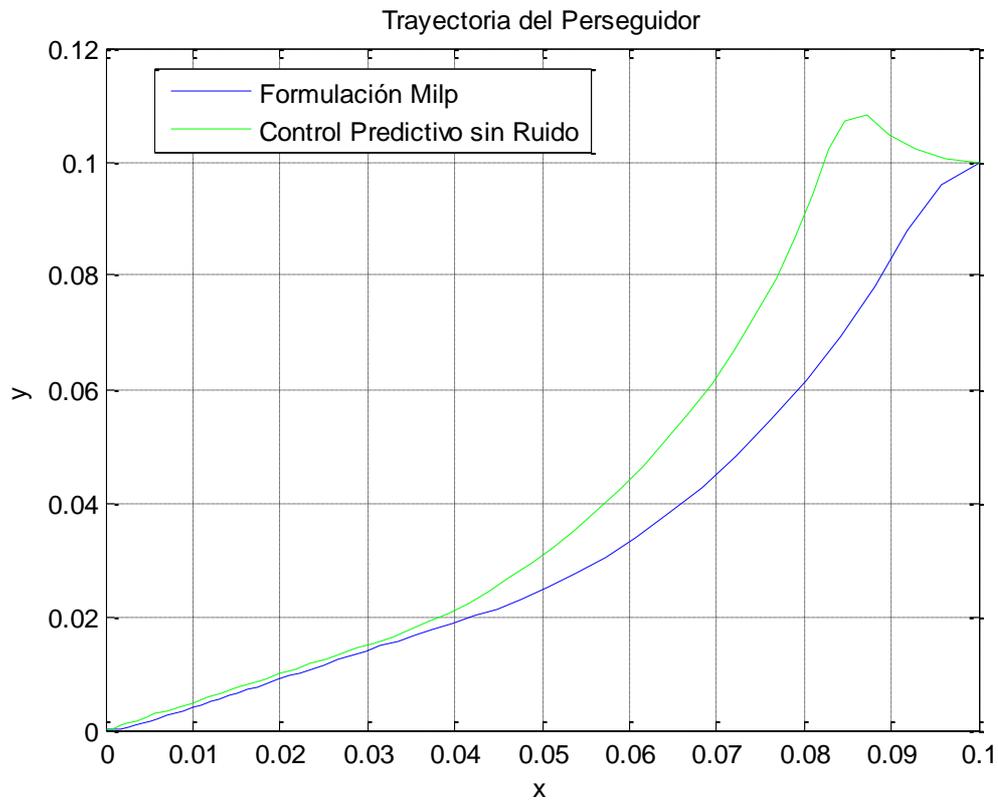


Figura 4.57. Trayectoria de control predictivo sin ruido caso 3

A diferencia de lo visto en el caso 1, donde prácticamente se obtenía la misma solución para ambos casos, se puede apreciar una importante diferencia, entre el caso ideal, y el control predictivo con elección a posteriori.

Para poder cuantificar dicha diferencia se extraen los resultados:

	Formulación MILP	Control Predictivo
Número de Impulsos	26	23
Máximo Impulso	1,00E-04	1,00E-04
Mínimo Impulso	2,00E-06	2,07E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00044144	0,000566278
Error final en x	3,89E-14	1,23E-16
Error final en y	4,23E-13	4,85E-06

Tabla 4.26. Resultados control predictivo sin ruido caso 3

De nuevo, desde el punto de vista de la solución final, se ve como el error obtenido para el caso ideal es menor

que para el control predictivo con elección de impulsos.

Además pese a que el caso predictivo más clasificación de impulsos da un menor número de impulsos, la suma de todos es mayor que para la formulación Milp, apareciendo una diferencia mucho mayor que para el caso 1, donde al igual que la trayectoria, el consumo de combustible era muy similar

Se analizan ahora los casos con ruido, con el fin de estudiar el hecho de reducir el rango. Se representan todas las soluciones de la trayectoria del rendezvous, en una misma gráfica:

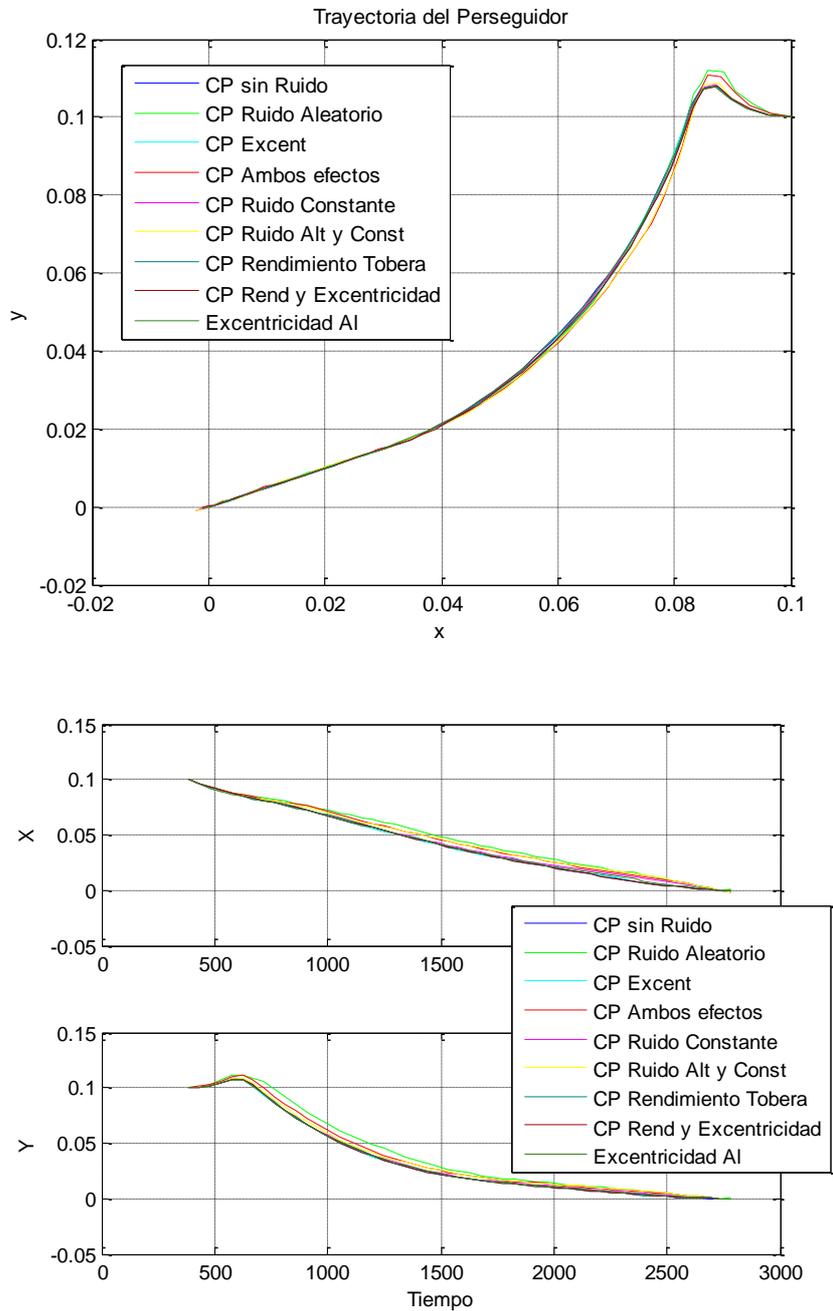


Figura 4.58. Trayectorias de control predictivo con ruido caso 3

Se aprecia la desviación respecto al caso sin ruido, debido a las interferencias. Sin embargo, pese a que el rango se ha reducido, se vuelve a ver que el control predictivo es capaz de adaptarse y replanificar la trayectoria para realizar el rendezvous.

De nuevo, se extraen los datos para cuantificar el hecho de introducir desviaciones en las trayectorias:

	Nº de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y
For. Milp	26	0,0001	2,00E-06	0,00044144	3,89E-14	4,23E-13
C. Predictivo Exa.	23	0,0001	2,07E-06	0,000566278	1,23E-16	4,85E-06
Ruido Aleatorio	64	0,0001	2,38E-06	0,001220158	4,94E-04	4,65E-04
Var. Excentricidad	31	0,0001	2,00E-06	0,00056686	2,29E-08	4,13E-05
Ambos Efectos	62	0,0001	2,05E-06	0,00111923	0,002598135	0,001179172
Ruido Constante	37	0,0001	2,02E-06	5,70E-04	0,001675136	0,000470758
Ruido Al. y Const.	40	0,0001	2,09E-06	0,00085075	0,000996861	0,0002769
Rendimiento Tob.	32	0,0001	2,02E-06	0,000603272	4,13E-05	1,05E-05
Rend. y Var. Exc.	29	0,0001	2,01E-06	0,000572926	9,52E-04	1,96E-04
Excent. Aleatoria	23	0,0001	2,14E-06	0,000577288	7,64E-08	3,47E-06

Tabla 4.27. Resultados de control predictivo con ruido para el caso 3

De nuevo, se extraerá la gráfica referente al consumo de combustible, para hacer un mejor análisis de los resultados:

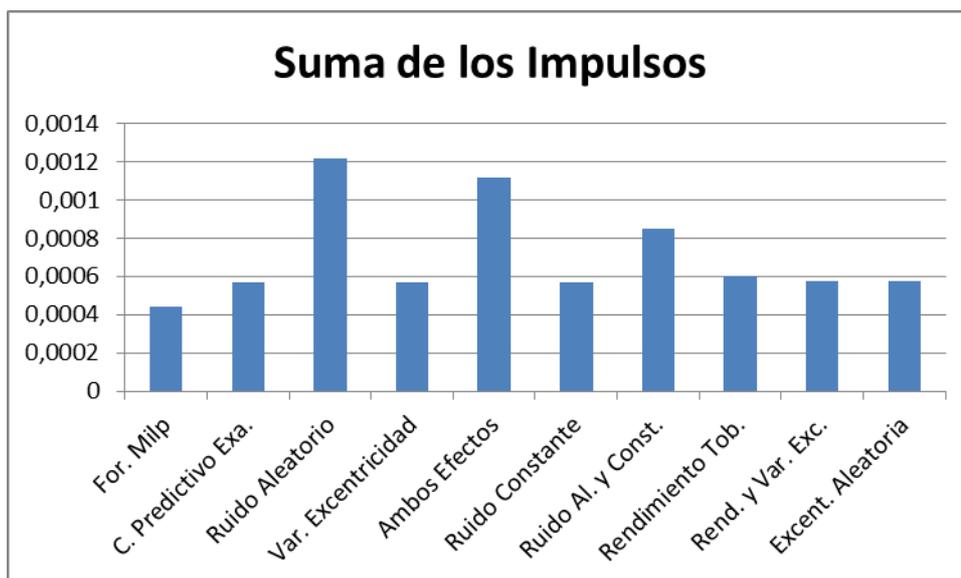


Figura 4.59. Suma de los impulsos de control predictivo caso 3

Centrándose en los aspectos que se han considerado principales hasta ahora, es decir el consumo de combustible y la precisión final del método, se obtienen las siguientes valoraciones. En primer lugar, el consumo de combustible se ve aumentado respecto al caso 1, es decir, el reducir el rango ha llevado a un aumento de combustible, tanto para los casos sin ruido, como para los casos con él. La precisión vuelve a repetir el comportamiento de disminuir al introducir ruido en las trayectorias. Este aspecto se verá de forma más clara con la clasificación de soluciones.

Si bien hay que destacar otros aspectos de la tabla 4.27. Se observa a diferencia de los casos anteriores, como el máximo y el mínimo impulso se acerca a los límites permitidos, cosa que hasta ahora no se había producido (si en el límite inferior, para cumplir la restricción de que la solución final sea igual a cero, pero no en el superior, donde el máximo impulso quedaba lejos del límite). Se puede ver, por tanto, que el reducir el rango es la restricción más limitante a la hora de realizar el rendezvous, pues a diferencia del caso 2, donde los resultados no habían variado en un importante valor respecto al caso 1, al variar el tiempo, sí se ve como los resultados para este caso, implican un cambio importante. Tanto desde el punto de vista de los impulsos dados y su valor, como de la trayectoria obtenida y el consumo de combustible necesario para realizar el rendezvous.

En cuanto a la clasificación para este caso, se presenta en la siguiente tabla:

	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
Formulación Milp	3,89E-14	4,23E-13	A
C. Predictivo Exa.	1,23E-16	4,85E-06	B
Ruido Aleatorio	4,94E-04	4,65E-04	C
Var. Excentricidad	2,29E-08	4,13E-05	B
Ambos Efectos	0,002598135	0,001179172	C
Ruido Constante	0,001675136	0,000470758	C
Ruido Al. y Const.	0,000996861	0,0002769	C
Rendimiento Tob.	4,13E-05	1,05E-05	B
Rend. y Var. Exc.	9,52E-04	1,96E-04	C
Excent. Aleatoria	7,64E-08	3,47E-06	B

Tabla 4.28. Categoría de soluciones de control predictivo con ruido caso 3

Se vuelve a repetir el comportamiento de los casos anteriores. Esto se debe a que los principales factores limitantes desde el punto de vista de precisión son, la inclusión de ruido en las trayectorias. El límite inferior del rango de impulsos, el cual impide que se den impulsos muy cercanos a cero y que garanticen que la solución final sea prácticamente nula.

4.8.3. Control Predictivo con algoritmos heurísticos de resolución

En este apartado, se va a realizar el problema de rendezvous, pero con el método de resolución de control predictivo, con algoritmos heurísticos de resolución. Los algoritmos que se utilizarán para resolver el problema y obtener las diferentes soluciones serán:

- Algoritmo 1, donde solamente se mantienen activos los impulsos I1
- Algoritmo 2, donde se mantienen activos todos los impulsos distintos de cero
- Algoritmo 3, que tiene los impulsos I1 activos, y dos de los impulsos I2, el máximo de ellos, y el mínimo

En primer lugar, se realizará el proceso de forma independiente para cada algoritmo, para unas condiciones de resolución. Además para los casos de ruido aleatorio y variación aleatoria de la excentricidad se repetirán las simulaciones, con el fin de obtener algunas conclusiones.

Posteriormente se repetirá el proceso, pero de forma conjunta, es decir, los tres algoritmos se analizarán a la vez, para un rango de impulsos más estrecho.

CASO 1

Las condiciones que se van a analizar en este primer caso, para cada uno de los algoritmos son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 [min] \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 [km] \\
 x_0 &= 0,1 km/s \\
 y_0 &= 0,1 [km/s] \\
 u_{max} &= 10^{-4} [km/s] \\
 u_{min} &= 10^{-6} [km/s] \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned}
 \tag{4.73}$$

• **Algoritmo 1**

En primer lugar, se comparará los resultados obtenidos por el método exacto de control predictivo con formulación Milp, con el método basado en este algoritmo

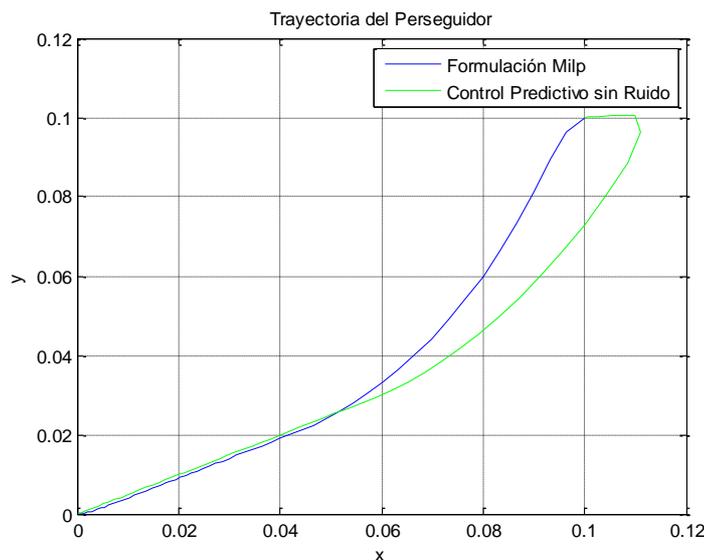


Figura 4.60. Trayectoria control predictivo algoritmo 1 caso 1

Se puede ver como al igual que ocurría en el caso 3, el estrechar el rango de impulsos lleva a un aumento entre las soluciones obtenidas por ambos métodos.

Para cuantificarlos se sacan los resultados en la tabla que se presenta a continuación:

	Formulación MILP	Control Predictivo
Número de Impulsos	40	45
Máximo Impulso	1,00E-04	1,00E-04
Mínimo Impulso	1,10E-06	1,68E-06
Suma de todos los Impulsos	0,000437631	0,000582791
Error final en x	1,55E-13	3,98E-16
Error final en y	1,97E-13	1,69E-16

Tabla 4.29. Resultados control predictivo algoritmo 1 sin ruido caso 1

Como era de esperar viendo la trayectoria, el algoritmo 1, no mejora la solución ideal, y por tanto, existe un mayor consumo de combustible. Sin embargo, se puede ver un aumento en la precisión, siendo ambas soluciones, la ideal y la obtenida por el algoritmo 1, soluciones de tipo A. Esto no se había producido hasta ahora, en los casos estudiados para el otro método de optimización.

Una vez resuelto los casos sin interferencias, se analizan los casos con ellas. Los resultados, se recogen en la siguiente tabla:

	Nº de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
For. Milp	40	0,0001	1,10E-06	0,00043763	1,55E-13	1,97E-13	A
C. Predictivo Exa.	45	0,0001	1,68E-06	0,00058279	3,98E-16	1,69E-16	A
Ruido Aleatorio	61	0,0001	1,43E-06	0,0012205	1,04E-15	5,17E-16	A
Var. Excentricidad	29	0,0001	1,02E-06	0,0005732	0,0004433	0,0002353	C
Ambos Efectos	68	0,0001	1,77E-06	0,0012634	0,00140156	0,00037069	C
Ruido Constante	-	-	-	-	-	-	Error
Ruido Al. y Const.	67	0,0001	1,05E-06	0,0012777	0,00128191	0,00014177	C
Rendimiento Tob.	46	0,0001	1,04E-06	0,0006182	2,88E-05	6,94E-06	B
Rend. y Var. Exc.	38	0,0001	1,16E-06	0,00062744	1,97E-05	6,31E-06	B
Excent. Aleatoria	30	0,0001	1,00E-06	0,00059223	7,89E-08	7,91E-06	B

Tabla 4.30. Resultados control predictivo algoritmo 1 con ruido caso 1

De la tabla, y comparando de nuevo el consumo de combustible, o su equivalente, la suma de los valores absolutos de las componentes de los impulsos, se tiene que el ruido lleva a un incremento, es decir, el comportamiento que se había obtenido anteriormente se mantiene.

Si bien se pueden observar dos diferencias. La primera de ellas, es que existe un caso, el de ruido constante, que no ha sido capaz de realizar el rendezvous, cosa que no había ocurrido en el procedimiento anterior. La segunda diferencia importante, es que las soluciones de alta precisión, se han producido incluso para los casos con ruido. Por lo que el algoritmo 1, puede mejorar en precisión al control predictivo con criterio de elección de impulsos, con el coste de que también puede fallar en algunas condiciones.

ALGORITMO 1 CON RUIDO ALEATORIO

Se repite un total de 50 veces la simulación para el caso de ruido aleatorio, para obtener unas mejores conclusiones respecto a los resultados.

Los resultados medios que se obtienen son:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	64,1288888
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	1,2934E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00118777
Error final en x	0,00065459
Error final en y	0,00022112

Tabla 4.31. Resultados medios de ruido aleatorio para control predictivo algoritmo 1 caso 1

Donde se ve como el consumo de combustible medio, vuelve a ser de más del doble del que se obtiene para el caso ideal, y la precisión media es de clase C.

Además se ha obtenido que el algoritmo 1, en el total de las 50 simulaciones ha fallado en 4 ocasiones, con lo que ha obtenido un porcentaje de error del 8% (a diferencia del método con clasificación de impulsos que no había fallado).

Finalmente dentro del caso del ruido aleatorio, se analizarán las veces que se han obtenido soluciones de cada una de las categorías:

Solución Tipo	Porcentaje	Nº de veces
A (alta precisión)	21,74	10
B (márgenes de error del orden de centímetros)	0,00	0
C (fuera de los márgenes anteriores)	78,26	36

Tabla 4.32. Categoría de las soluciones control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 1 caso 1

Se observa, en base a la tabla, que las soluciones son del tipo C, por lo que se puede llegar a la conclusión de que el factor limitante principal es el ruido aleatorio y no el método de resolución, ya que las soluciones obtenidas para este caso son similares en porcentajes a las obtenidas para el método anterior.

ALGORITMO 1 CON VARIACIÓN ALEATORIA DE EXCENRICIDAD

Al igual que para el caso anterior, el número de veces que se repetirá la simulación es de 50 simulaciones, en las que se obtendrá el valor medio de diferentes magnitudes, el porcentaje de soluciones tipo que se obtienen, así como el porcentaje de fallo del propio algoritmo.

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	36,33531746
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	1,05449E-06
Suma de todos los Impulsos	0,022689015
Error final en x	0,00187419
Error final en y	0,001048944

Tabla 4.33. Resultados medios control predictivo con variación aleatoria de la excentricidad algoritmo 1 caso 1

Se vuelve a apreciar el comportamiento en cuanto al consumo de combustible, y la precisión final de la solución, es decir, el ruido en media, implica un aumento del combustible consumido para realizar la misión, y una disminución de las soluciones obtenidas.

Además el porcentaje de error para este caso ha sido del 24% en las 50 simulaciones que se han realizado, un porcentaje mayor que para el tipo de ruido considerado anteriormente. Esto dice que de cada 4 simulaciones el método de resolución falla una, lo que hace que el algoritmo poco efectivo ante la posibilidad de que aparezcan interferencias.

En cuanto a las categorías de soluciones:

Solución Tipo	Porcentaje	Nº de veces
A (alta precisión)	5,26	2
B (márgenes de error del orden de centímetros)	2,63	1
C (fuera de los márgenes anteriores)	92,11	35

Tabla 4.34. Categoría de soluciones control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 1 caso 1

Las soluciones que predominan son las soluciones de baja precisión, por lo que se vuelve a llegar a la conclusión de que el factor limitante es el propio ruido, y no el algoritmo de resolución.

- **Algoritmo 2**

Los resultados para el control predictivo sin ruido, y con el algoritmo 2 como método de optimización, son:

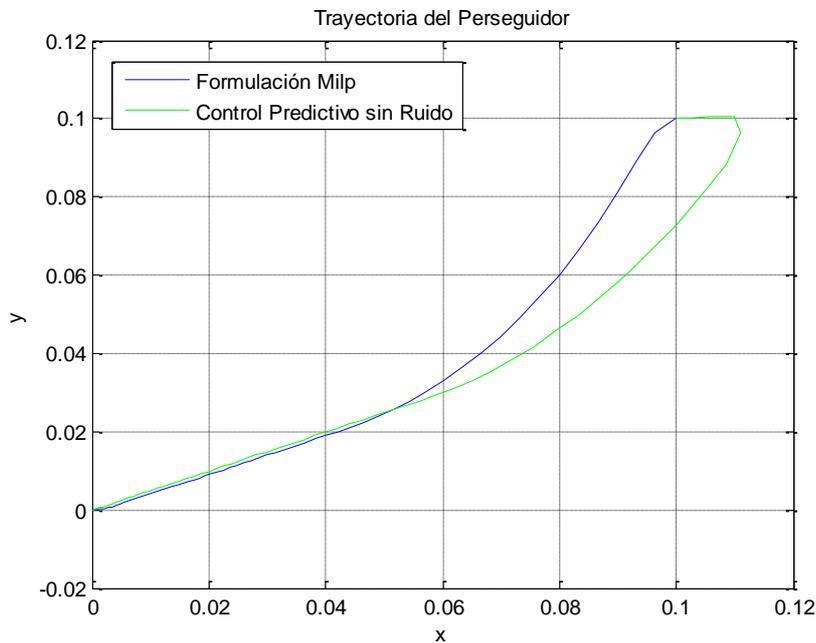


Figura 4.61. Trayectoria control predictivo sin ruido algoritmo 2 caso 1

Se señala como resultado principal, de nuevo la diferencia entre ambas soluciones. Esta diferencia se sabe que se debe a la disminución del rango aceptable de impulsos.

Los principales resultados para este algoritmo sin considerar ruido, se recogen en la siguiente tabla:

	Formulación MILP	Control Predictivo
Número de Impulsos	40	45
Máximo Impulso	1,00E-04	1,00E-04
Mínimo Impulso	1,10E-06	1,00E-06
Suma de todos los Impulsos	0,000437631	0,000589578
Error final en x	1,55E-13	3,64E-16
Error final en y	1,97E-13	2,71E-16

Tabla 4.35. Resultados control predictivo sin ruido algoritmo 2 caso 1

Se obtienen resultados muy similares a los obtenidos para el algoritmo 1. De nuevo no se mejora la solución óptima, pero los valores en precisión son muy similares, siendo de nuevo la solución obtenida por el algoritmo de alta precisión.

En cuanto a los casos con ruido, el algoritmo 2, obtiene:

	Nº de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
For. Milp	40	0,0001	1,10E-06	0,000437631	1,55E-13	1,97E-13	A
C. Predictivo Exa.	45	0,0001	1,00E-06	0,000589578	3,64E-16	2,71E-16	A
Ruido Aleatorio	59	0,0001	1,00E-06	0,001115509	6,70E-04	3,20E-04	C
Var. Excentricidad	27	0,0001	1,00E-06	0,000583174	3,74E-08	5,84E-07	B
Ambos Efectos	85	0,0001	1,00E-06	0,001165497	0,001827844	0,000694774	C
Ruido Constante	-	-	-	-	-	-	Error
Ruido Al. y Const.	86	0,0001	1,00E-06	0,001426164	0,000418199	0,000405198	C
Rendimiento Tob.	33	0,0001	1,00E-06	0,000600715	5,04E-04	3,54E-04	C
Rend. y Var. Exc.	37	0,0001	1,00E-06	0,000618842	2,41E-05	1,40E-05	B
Excent. Aleatoria	30	0,0001	1,00E-06	0,000606776	9,73E-17	2,26E-16	A

Tabla 4.36. Resultados control predictivo con ruido algoritmo 2 caso 1

De los resultados obtenidos se pueden sacar las mismas conclusiones que para el algoritmo 1.

Para ver finalmente el comportamiento de este algoritmo frente a las dos situaciones principales de aleatoriedad, se repiten las simulaciones un total de 50 veces (como en el caso del algoritmo 1)

Se representarán los valores medios obtenidos para los dos casos considerados, el porcentaje de error del método de optimización, es decir las veces que no se ha realizado el rendezvous, y el porcentaje de veces que se ha obtenido cada tipo de solución en la posición final.

ALGORITMO 2 CON RUIDO ALEATORIO

Los valores medios obtenidos para el total de simulaciones son:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	67,9638889
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	1E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00123165
Error final en x	0,00064353
Error final en y	0,00022493

Tabla 4.37. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 2 caso 1

Desde el punto de vista de consumo de combustible y número de impulsos se puede ver un incremento importante respecto al caso sin ruido. Esto es algo que se ha visto en todos los casos estudiados, y que se debe principalmente a que el tipo de ruido considerado es del orden de los impulsos aceptables, con lo que es normal que las perturbaciones que introduce al sistema, haga que el aumento sea tan grande. Además se ve que la precisión media es de tipo C, por la misma razón. Y que se emplea el total de rango de impulsos, llevando al vehículo perseguidor a su límite de control para realizar el rendezvous.

En cuanto al algoritmo de error, se tiene que es de 12%, siendo 6 veces de las 50 simuladas, las que no se ha podido realizar la maniobra completa. Del resto de simulaciones, se ha obtenido las siguientes soluciones finales en porcentaje:

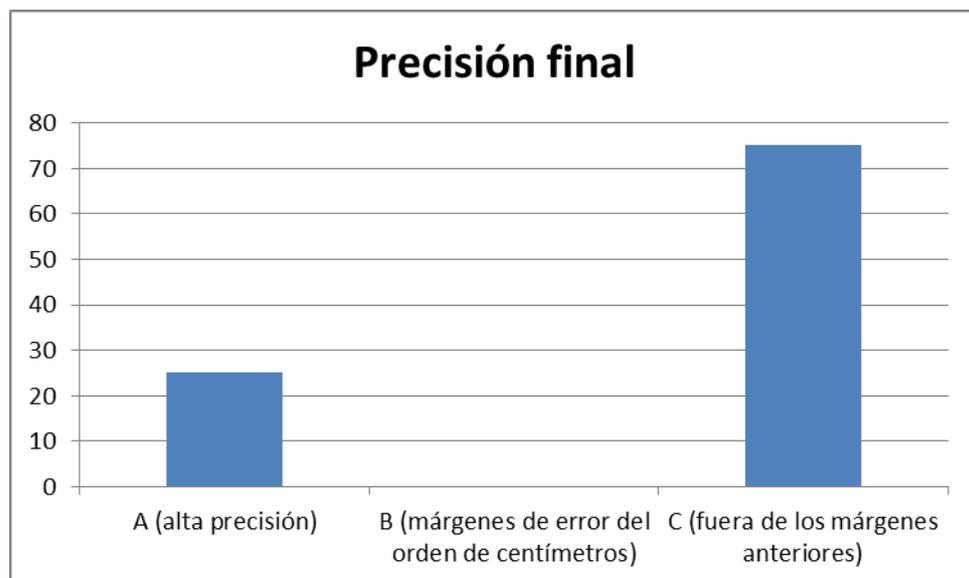


Figura 4.62. Categoría de soluciones control predictivo ruido aleatorio algoritmo 2 caso 1

La gráfica 4.60. pone una vez más de manifiesto cómo el ruido aleatorio tiene un efecto importante en la precisión de la solución final, siendo de nuevo mayoritario los casos de soluciones tipo C.

ALGORITMO 2 CON VARIACIÓN ALEATORIA DE LA EXCENTRICIDAD

El rango de excentricidad aceptado es del 90% al 110% de la excentricidad teórica. Los resultados para el control predictivo con el algoritmo 2 como procedimiento de optimización para las condiciones del problema son:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	35,9003089
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	0,000001
Suma de todos los Impulsos	0,00059704
Error final en x	0,00010131
Error final en y	9,7941E-05

Tabla 4.38. Resultados medios control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 2 caso 1

Las conclusiones sacadas para el algoritmo 1, en este apartado se pueden extrapolar para el algoritmo 2. En cuanto al porcentaje de fallo, se ha obtenido un 18% menor que para el anterior algoritmo. En total, teniendo en cuenta todas las simulaciones, el porcentaje de error obtenido en este caso es menor, lo que se puede deber a que este algoritmo mantiene un número mayor de impulsos activos.

Desde el punto de vista de la precisión de las soluciones se ha obtenido para este caso:

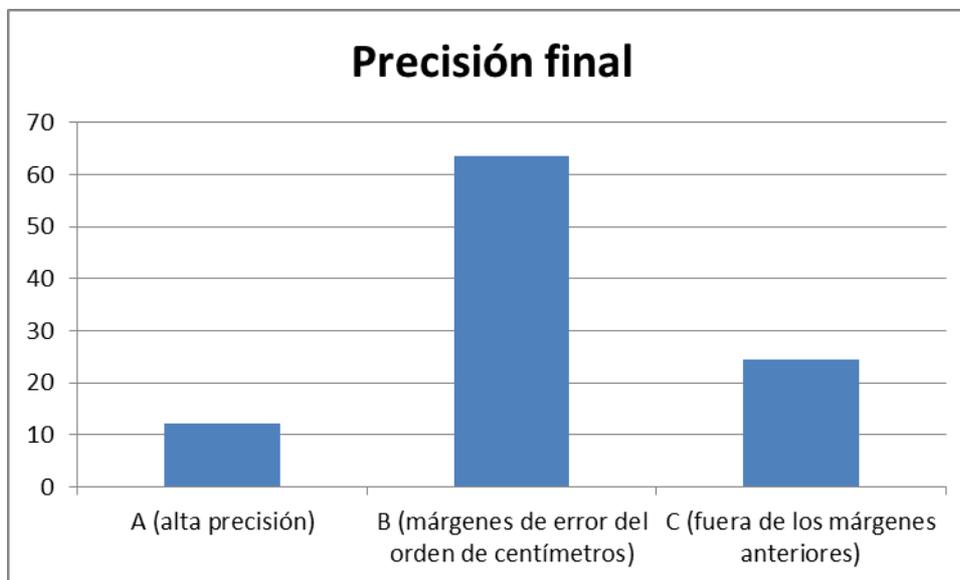


Figura 4.63 Categoría de soluciones control predictivo con variación aleat. de la excentricidad algoritmo 2 caso 1

Se puede ver un mayor número de soluciones tipo B para este caso, y un descenso importante de las soluciones tipo C respecto al algoritmo 1. Este aumento en precisión se puede deber de nuevo al mayor número de impulsos activos que mantiene el algoritmo 2 respecto al algoritmo 1.

- **Algoritmo 3**

Se comienza, presentando la trayectoria para el caso sin ruido, comparado con la solución ideal

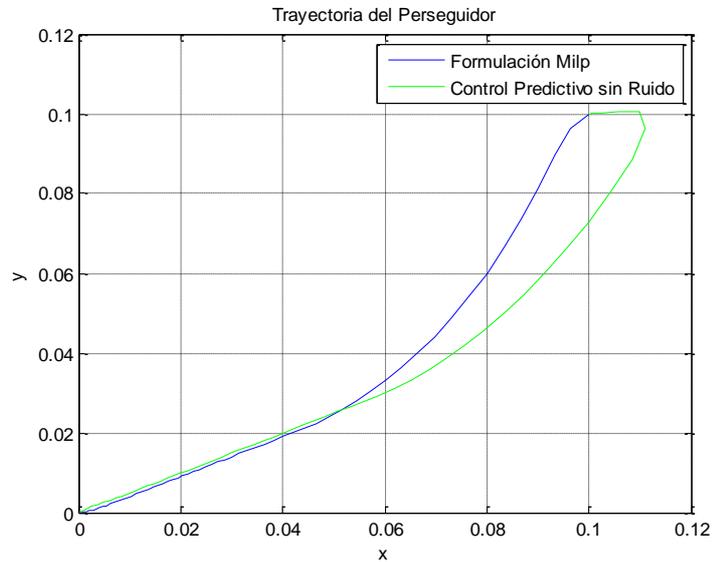


Figura 4.64. Trayectoria control predictivo sin ruido algoritmo 3 caso 1

Como en los dos algoritmos anteriores, el rango no permite que las trayectorias sean más próximas, haciendo que los resultados se alejen de los ideales, los obtenidos por la formulación Milp.

	Formulación MILP	Control Predictivo
Número de Impulsos	40	43
Máximo Impulso	1,00E-04	1,00E-04
Mínimo Impulso	1,10E-06	1,00E-06
Suma de todos los Impulsos	0,000437631	0,000585057
Error final en x	1,55E-13	3,16E-16
Error final en y	1,97E-13	1,21E-16

Tabla 4.39. Resultados control predictivo sin ruido algoritmo 3 caso 1

Una vez resuelto los tres casos, se puede ver de forma comparativa los resultados obtenidos en cuanto a la suma de todos los impulsos. Se representan dichos resultados a continuación:

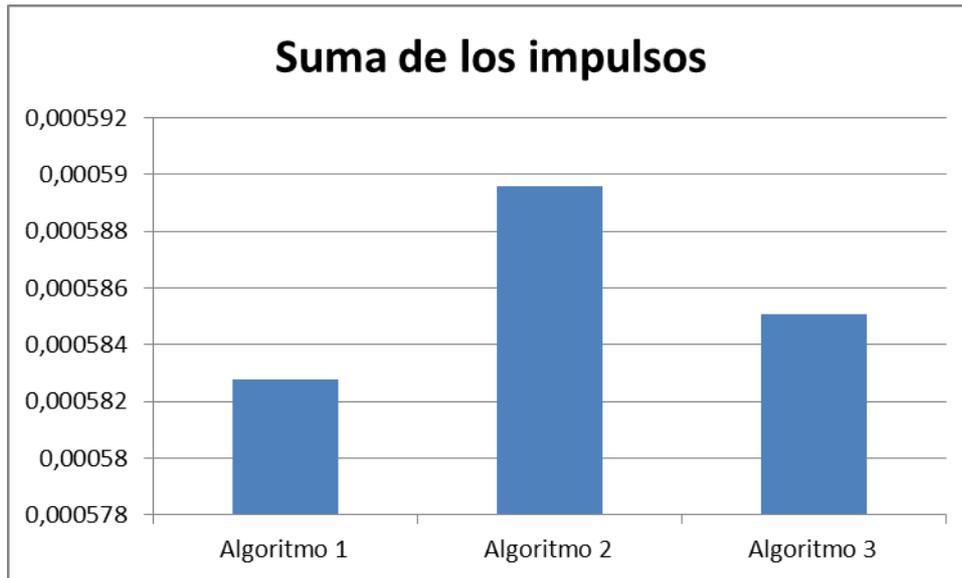


Figura 4.65. Comparación de los impulsos para los tres algoritmos caso 1

Se puede ver que el comportamiento es similar al obtenido para los casos de bucle abierto. De nuevo el algoritmo 1 vuelve a ser el que mejor resultados presenta desde el punto de vista de consumo de combustible. En cuanto al segundo lugar, se encuentra el algoritmo 3, y aunque normalmente este fuera ocupado por el algoritmo 2, se pudo comprobar como la diferencia entre el algoritmo 2 y el resto no estaba tan clara, y dependía mucho de las condiciones para ser mejor desde este punto de vista.

En cuanto a los resultados con ruido, se repite el mismo comportamiento que para los otros dos algoritmos, por lo que se usarán las mismas conclusiones:

	N° de Imp.	Max. Imp. (km/s)	Min. Imp. (km/s)	Suma Imp. (km/s)	Error final en x	Error final en y	Solución Tipo
For. Milp	40	0,0001	1,10E-06	0,000437631	1,55E-13	1,97E-13	A
C. Predictivo Exa.	43	0,0001	1,00E-06	0,000585057	3,16E-16	1,21E-16	A
Ruido Aleatorio	-	-	-	-	-	-	Error
Var. Excentricidad	32	0,0001	1,00E-06	0,000596838	1,41E-08	2,74E-05	B
Ambos Efectos	78	0,0001	1,00E-06	0,001305213	0,001933637	0,000714799	C
Ruido Constante	51	1,00E-04	1,00E-06	6,07E-04	8,20E-06	1,54E-05	B
Ruido Al. y Const.	75	0,0001	1,00E-06	0,001186961	0,00099597	4,24E-05	C
Rendimiento Tob.	30	0,0001	1,00E-06	0,000602146	5,10E-04	3,55E-04	C
Rend. y Var. Exc.	-	-	-	-	-	-	Error
Excent. Aleatoria	22	0,0001	1,00E-06	0,000578977	4,45E-04	2,89E-04	C

Tabla 4.40. Resultados control predictivo con ruido algoritmo 3 caso 1

ALGORITMO 3 CON RUIDO ALEATORIO

Tanto para este caso, como para el de variación aleatoria de excentricidad se tendrá un total de 50 simulaciones.

De las cincuenta simulaciones, se ha obtenido un total de 8 fallos, es decir el porcentaje de error para el algoritmo 3 con ruido aleatorio es del 16%. Mayor que para los otros dos algoritmos

En cuanto a los resultados en valores medios, para el caso de ruido aleatorio:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	67,9333333
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	1,0105E-06
Suma de todos los Impulsos	0,0012097
Error final en x	0,00083258
Error final en y	0,00019978

Tabla 4.41. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 3 caso 1

Desde el punto de vista de combustible y precisión este algoritmo no mejora a los otros dos, obteniendo resultados similares en todas las variables. Se vuelve a ver una precisión media de categoría C, y un consumo de más del doble que el caso sin ruido.

Finalmente, se estudiará el tipo de solución obtenido, en porcentaje, para el algoritmo 3:

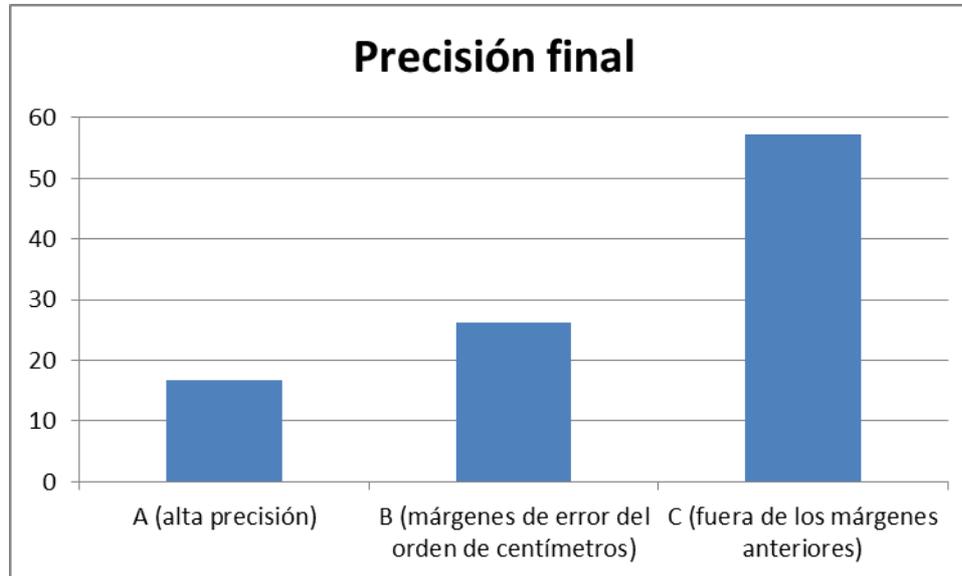


Figura 4.66. Categoría de soluciones control predictivo con ruido aleatorio algoritmo 3 caso 1

Como era de esperar, pues el algoritmo 3 es un algoritmo intermedio de los dos anteriores, se obtiene que la precisión de la solución final es una precisión intermedia en cuanto a las veces que se obtiene cada tipo de solución.

ALGORITMO 3 CON VARIACIÓN ALEATORIA DE EXCENRICIDAD

El algoritmo de error para el algoritmo 3, en cuanto a este tipo de ruido es del 18%. Si se vuelven a analizar los dos casos completos, se tiene que el algoritmo 3, tiene un porcentaje de error menor que el algoritmo 1, pero mayor que el algoritmo 2, por lo que se puede seguir manteniendo la conclusión de que la garantía de éxito está relacionada con la cantidad de impulsos que se mantienen activos en cada iteración.

Los resultados medios son:

Valores Medios	Control Predictivo con ruido aleatorio
Número de Impulsos	35,0698413
Máximo Impulso	0,0001
Mínimo Impulso	0,000001
Suma de todos los Impulsos	0,00059109
Error final en x	0,00018599
Error final en y	0,00011594

Tabla 4.42. Resultados control predictivo con variación aleatoria de excentricidad algoritmo 3 caso 1

Donde se repite un comportamiento similar, no mejorando a los dos algoritmos de forma general en los resultados.

Para ver las finalmente la precisión ante este tipo de ruido, se vuelve a considerar la clasificación de categorías:

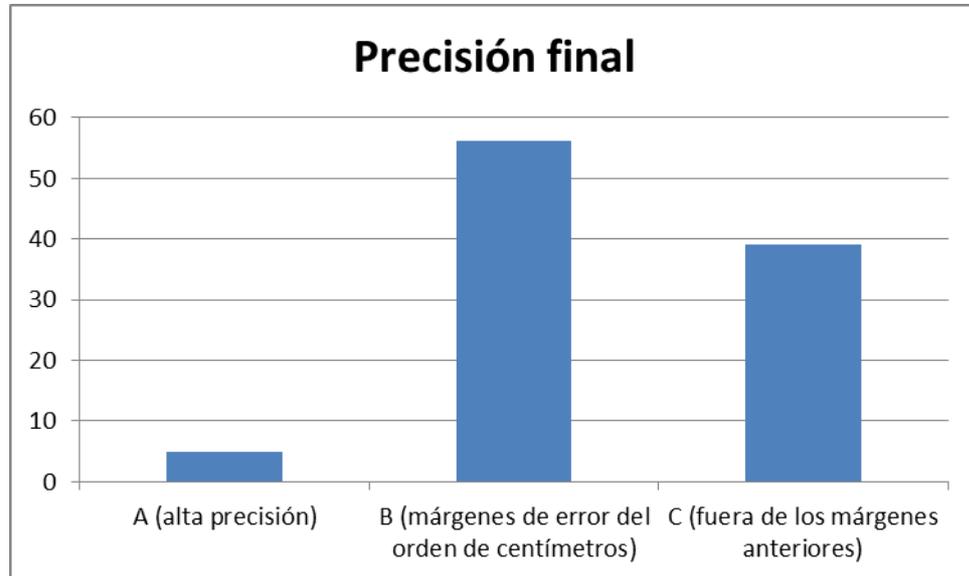


Figura 4.67. Categoría de las soluciones control predictivo con variación aleat. de la excentricidad algoritmo 3 caso 1

De nuevo, se obtiene que las soluciones son intermedias respecto a los dos algoritmos. Se obtiene desde el punto de vista de categorías unas soluciones mejores que el algoritmo 1, habiendo un menor porcentaje categoría C. Pero las soluciones empeoran respecto a las del algoritmo 2.

CASO 2

En este caso, se va a analizar las mismas condiciones, que para el caso 3 de control predictivo con criterio de elección de impulsos. De esta forma, se van a poder comparar todos los métodos de control predictivo entre sí y poder sacar algunas valoraciones finales.

Las condiciones consideradas son las recogidas por la ecuación (4.73). Estas condiciones son las más exigentes que se han simulado en el desarrollo de este apartado, donde se ha elegido un tiempo menor, y el rango de impulsos más estrecho.

Como en el resto de apartados, en primer lugar se extraen los resultados para todos los algoritmos sin ruido:

	Formulación MILP	CP Más criterio	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Algoritmo 3
Número de Impulsos	26	23	31	23	28
Máximo Impulso	1,00E-04	0,0001	1,00E-04	1,00E-04	1,00E-04
Mínimo Impulso	2,00E-06	2,07E-06	2,00E-06	2,00E-06	2,00E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00044144	0,000566278	0,000580376	0,000620311	0,000649402
Error final en x	3,89E-14	1,23E-16	1,37E-16	1,40E-16	2,35E-16
Error final en y	4,23E-13	4,85E-06	4,08E-17	4,55E-17	5,62E-17

Tabla 4.43. Resultados control predictivo con algoritmos sin ruido caso 2

Para ver de forma más clara el valor tomado por cada uno de los procedimientos en lo que a consumo de combustible se refiere, se va a representar dicha magnitud en una gráfica:

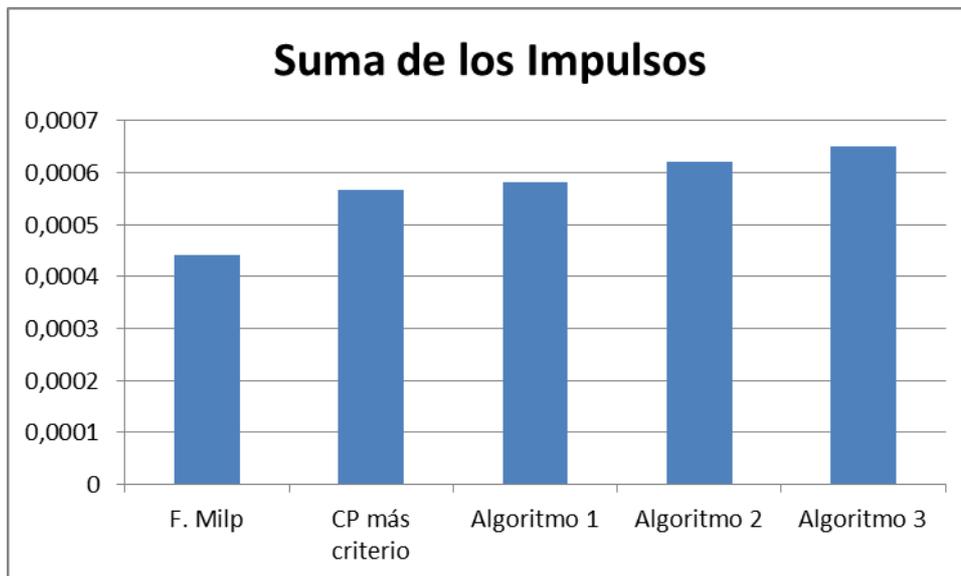


Figura 4.68. Comparación de suma de impulsos para control predictivo sin ruido caso 2

Se puede ver como desde el punto de vista de consumo de combustible, tanto la formulación Milp, como el control predictivo con criterio de elección de impulsos obtienen una mejor solución que los algoritmos. Dentro de los algoritmos, el algoritmo 1 es el que mejor solución obtiene, algo que ya se vio en el caso de los métodos en bucle abierto y para el caso anterior, y que se repite. Posteriormente el algoritmo 2, el cual en cómputo, también fue el segundo mejora algoritmo desde este punto de vista en los casos de bucle abierto.

En cuanto a la precisión, se aprecia de nuevo como mientras el control predictivo con clasificación posterior de impulsos, no consigue obtener una solución del tipo A, los algoritmos sí que lo consiguen.

Puesto que los resultados de los algoritmos con ruido, han sido analizados en el apartado anterior, y las

Conclusiones no cambian, no se van a incluir las tablas de resultados, solamente se va a mencionar el comportamiento encontrado. El consumo de combustible aumenta al introducir cualquier tipo de ruido, y también al reducir aún más el rango de impulsos. La precisión tiene el mismo comportamiento. Es decir, disminuye la solución en precisión al introducir ruido y/ o estrechar el rango.

Lo que sí se va a incluir es el tipo de solución, así como las veces que falla cada algoritmo, y los valores medios, para los dos principales casos de ruido con carácter aleatorio.

CONTROL PREDICTIVO CON ALGORITMOS CON RUIDO ALEATORIO

Los resultados medios, para los tres algoritmos, para un total de 50 simulaciones son:

Valores Medios	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Algoritmo 3
Número de Impulsos	51,1190476	53,7003968	53,8692308
Máximo Impulso	0,0001	0,0001	0,0001
Mínimo Impulso	3,5772E-06	2E-06	2E-06
Suma de todos los Impulsos	0,00112078	0,0011077	0,00110606
Error final en x	0,00079624	0,00053928	0,00090044
Error final en y	0,00028358	0,00039259	0,00030353

Tabla 4.44. Resultados medios control predictivo con ruido aleatorio para algoritmos caso 2

La precisión de los tres algoritmos en la solución final es del tipo C. Además se vuelve a ver como para realizar el rendezvous, se ha tenido que utilizar todo el rango de impulsos. Desde el punto de vista de consumo de combustible se repite que para el caso de ruido aleatorio, el consumo es más del doble que para el caso perfecto, y generalmente mayor que para todos los casos de ruido considerados.

En cuanto al porcentaje de error de cada uno de los algoritmos:

N=50 simulaciones	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Algoritmo 3
Alg_error (%)	14	20	22

Tabla 4.45. Porcentaje de error control predictivo con ruido aleatorio algoritmos caso 2

Se ve como al disminuir el rango aceptable, el porcentaje de error ha aumentado. Si se comparan los resultados obtenidos para cada algoritmo, para los dos casos considerados se obtiene:

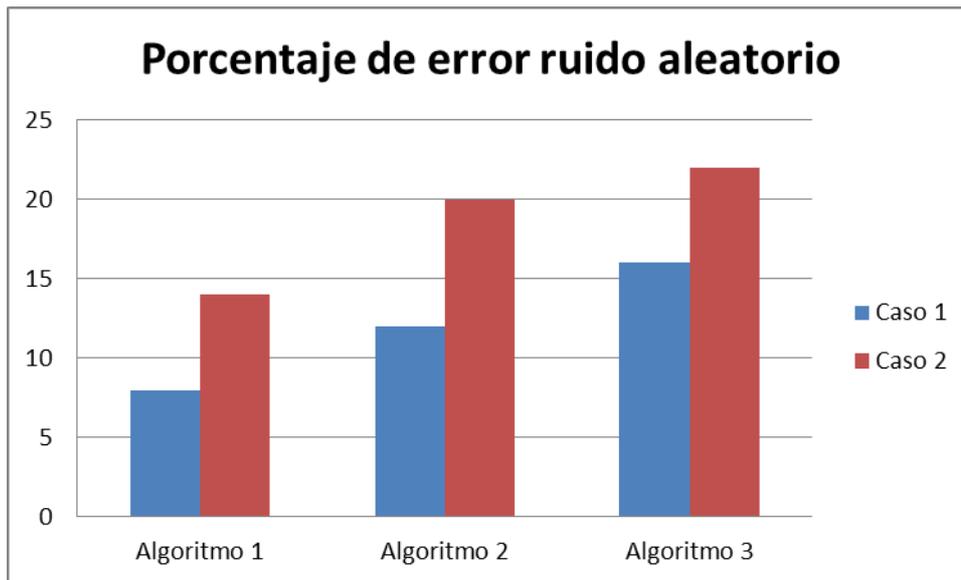


Figura 4.69. Porcentaje de error control predictivo algoritmos con ruido aleatorio

Estos resultados son totalmente coherentes, pues al estrechar el rango, se vuelve el problema más restrictivo, llevándose las condiciones para realizar el rendezvous más cerca de su límite.

Finalmente las categorías de las soluciones obtenidas para cada algoritmo, son:

Solución Tipo	Algoritmo 1 (%)	Algoritmo 2 (%)	Algoritmo 3 (%)
A (alta precisión)	20,93	25,00	20,51
B (márgenes de error del orden de centímetros)	13,95	5,00	0,00
C (fuera de los márgenes anteriores)	65,12	70,00	79,49

Tabla 4.46. Categoría de soluciones control predictivo con algoritmos con ruido aleatorio

Con los tres algoritmos, se tiene que el tipo de solución predominante es de tipo C. se puede ver como para este caso, el comportamiento en cuanto a precisión de los algoritmos se invierte. Esto se puede deber a que el carácter más restrictivo para este caso es el límite inferior de los impulsos.

Además se puede señalar que aunque los algoritmos presenten un mayor porcentaje de error, que el control predictivo con criterio de elección, siguen manteniendo ese comportamiento en precisión que les permite obtener soluciones de alta precisión incluso en condiciones de ruido, aunque siempre considerando casos aislados, pues se ha podido comprobar que en el caso de ruido, este es el factor más limitante en cuanto a la precisión y no el método utilizado.

ALGORITMOS CON VARIACIÓN ALEATORIA DE LA EXCENRICIDAD

Los resultados medios, obtenidos para este tipo de ruido, con estas nuevas condiciones iniciales, son:

Valores Medios	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Algoritmo 3
Número de Impulsos	19,8645833	24,7083333	23,8583333
Máximo Impulso	0,0001	0,0001	0,0001
Mínimo Impulso	2,031E-06	0,000002	0,000002
Suma de todos los Impulsos	0,000581	0,0005806	0,00058824
Error final en x	0,00100726	0,00113176	0,00075556
Error final en y	0,00024859	0,00026602	0,00023145

Tabla 4.47. Resultados medios para control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2

Puesto que los resultados se repiten en comportamiento a los analizados hasta ahora, se pueden extrapolar las conclusiones obtenidas a lo largo del proyecto.

Desde el punto de vista de fallo de los algoritmos se obtiene:

N=50 simulaciones	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Algoritmo 3
Alg_error (%)	30	32	40

Tabla 4.48. Porcentaje de error control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2

Al acercar “umin” y “umax”, se ve la tendencia a que los algoritmos tengan un mayor fallo, de hecho en media para los tres algoritmos, se falla una de cada 3 simulaciones. Para ver cómo ha aumentado el porcentaje de fallo con esta condición, se extraen los porcentajes de los dos casos en una misma gráfica:

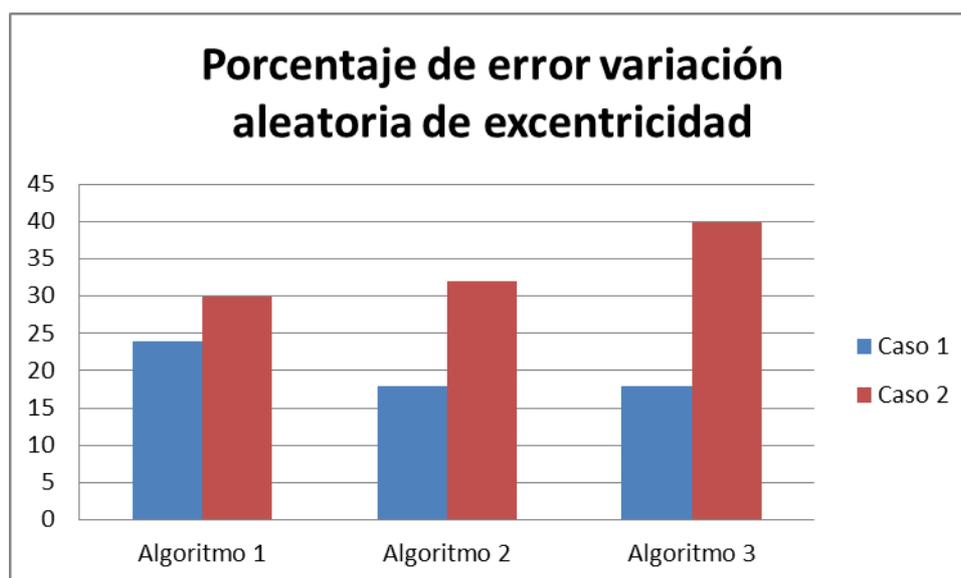


Figura 4.70. Porcentaje de error control predictivo con algoritmos variación aleatoria de excentricidad

Finalmente se analizan el tipo de solución para este nuevo caso:

Solución Tipo	Algoritmo 1 (%)	Algoritmo 2 (%)	Algoritmo 3 (%)
A (alta precisión)	2,86	0,00	0,00
B (márgenes de error del orden de centímetros)	22,86	23,53	40,00
C (fuera de los márgenes anteriores)	74,29	76,47	60,00

Tabla 4.49. Categoría de soluciones control predictivo con algoritmos con variación aleatoria de excentricidad caso 2

Se aprecia un comportamiento similar. Las soluciones mayoritarias son de tipo C, pero los algoritmos siguen manteniendo esa capacidad de obtener soluciones de alta-media precisión (aunque ante este tipo de ruido ha disminuido), la cual no se vio de forma tan clara para el caso de control predictivo con posterior clasificación de impulsos.

Se puede llegar a la conclusión finalmente de que aunque los algoritmos no mejoren los métodos anteriores en consumo de combustible, tienen una alta capacidad de obtener soluciones de alta precisión, tanto para los casos sin ruido, como para los casos con desviaciones respecto al problema perfecto.

Sin embargo, el principal problema que se observa de estos métodos, es que presentan un porcentaje de error, que el método de control predictivo con evaluación de impulsos no ha presentado. Además este porcentaje de error tiene un comportamiento creciente a medida que se reduce el rango de impulsos aceptable.

4.9. Conclusiones sobre el control Predictivo

4.9.1. Conclusiones para el control predictivo con criterio de elección de impulsos

En función de los resultados obtenidos, se pueden extraer algunas conclusiones:

- La solución óptima como era de esperar es la solución obtenida por la Formulación Milp. Teóricamente esto debe ocurrir, ya que el control predictivo con criterio de elección ha de recalcular las trayectorias en función de que los impulsos se encuentren dentro del rango aceptable o no.
- El caso sin ruido, es también el que menor valor total de impulsos necesita, lo cual es coherente, ya que cualquier ruido, empuja a la solución a alejarse de la situación óptima
- Además se ve como al estrechar el rango aceptable de impulsos, la diferencia entre ambos métodos, los dos algoritmos de optimización sin ruido, es aún mayor. También se ve como el reducir el rango de impulsos lleva a un aumento de la suma total de los impulsos en los casos con ruido.
- Existen casos, en los que el número de impulsos diferentes de cero, pueden ser menor que para el caso de la Formulación Milp, o el caso de control predictivo sin ruido, sin embargo, la suma de todos esos impulsos, es mayor que para los dos casos considerados anteriormente. Esto sirve de muestra, de la conclusión anterior.
- En cuanto al ruido aleatorio en el control predictivo, tras realizar un mayor número de soluciones, se llega a la conclusión, que es el efecto que mayor repercusión tiene en el control predictivo (esto era de esperar, ya que el valor del ruido aleatorio, es del orden de los impulsos aceptados)
- Mientras que la solución obtenida para la formulación Milp, es del tipo A, es decir, de alta precisión, las soluciones obtenidas por el control predictivo, no suelen encontrarse dentro de este rango. Siendo

las soluciones predominantes, aquellas soluciones del tipo B (solución con unos márgenes en precisión del orden de centímetros), y las soluciones tipo C, las cuales aparecen en un mayor número de casos.

Esto nos lleva a la conclusión final de que aunque el control predictivo, es capaz de realizar el rendezvous, incluso en el caso de tener que adaptarse a un rango de impulsos válido y de presencia de perturbaciones, la solución obtenida se ve comprometida por una peor precisión final, y/o un aumento del consumo de combustible necesario para realizar la misión completa. Esto es totalmente coherente, ya que la elección de los impulsos se hace tras haber realizado la optimización. Esto implica, que al no tener en cuenta la limitación inferior en la optimización, el impulso calculado en la última iteración puede que no se encuentre dentro del rango, por tanto en la posterior clasificación dicho impulso no se ejecute, y por tanto, se pierda precisión en la maniobra.

4.9.2. Conclusiones para el control predictivo con algoritmos heurísticos de resolución

- En conclusión, ninguno de los tres algoritmos utilizados mejora al control predictivo inicial, ya que tanto en consumo de combustible, como en garantía de éxito, dicho control prevalece sobre los algoritmos. Aunque si es verdad, que tanto en casos de no ruido, como de que si exista éste, pueden llegar a tener una mejor precisión respecto a la solución final (en caso de ruido siempre considerando soluciones aisladas, pues en el caso medio, se ve cómo el ruido es el factor que prevalece), también existe una mayor posibilidad de que el rendezvous no se realice, no teniendo éxito el total de la misión. Esto se puede deber a la solución de compromiso que se encuentra en los algoritmos, ya que por un lado, puesto que los impulsos que se pueden elegir solo son los impulsos activos en cada instante de tiempo, existe una mayor posibilidad de que dichos impulsos no sean válidos para realizar la maniobra, llegando a una situación de fallo. Por otro lado, puesto que dichos impulsos se eligen antes de realizar la segunda optimización de cada resolución del problema, estos se eligen teniendo en cuenta la restricción de igualdad, alcanzando por tanto en más ocasiones soluciones de mejor precisión.
- Al estrechar el rango de impulsos en el caso sin ruido, se ve como lleva a un incremento de la suma de los valores de los impulsos, cosa que ya se había producido, para el control predictivo con criterio de clasificación de impulsos.
- En lo que respecta a los casos de ruido, también se ve una disminución en el número de impulsos dados al acercar los valores límite de impulsos. Esto es entendible, ya que al disminuir el rango de impulsos se disminuye la posibilidad de encontrar impulsos válidos para realizar la maniobra (este efecto también es apreciado en el caso sin ruido). Esto se traduce, en un aumento en cuanto a el error medio en la posición final, tanto en la coordenada “x”, como en la coordenada “y”. Y también se traduce en un aumento del porcentaje de error de los algoritmos.

5 TRAYECTORIAS DE SEGURIDAD

La información necesaria para poder completar el desarrollo total de la sección Trayectorias de seguridad está reflejada en la referencia [6] del documento

En este apartado se considerarán condiciones de seguridad al problema de rendezvous, ya que se puede dar el caso, que durante la maniobra, el sistema propulsor encargado de realizarla falle. Para que ante esta situación se limite lo máximo posible la posibilidad de impacto entre los dos vehículos, se establecerá un rango de instantes que será el rango de instantes de margen seguro. Una vez que el vehículo perseguidor se encuentra dentro de ese rango, se establecerán unas restricciones adicionales, que serán las restricciones de seguridad, y que garantizarán que si el fallo se produce dentro de dicho rango, la colisión entre las dos naves no sea posible, al menos un tiempo determinado.

Estas condiciones, implicarán un mayor consumo de combustible, sin embargo debido a la proximidad entre las dos naves durante la maniobra de rendezvous es importante tenerlas en cuenta.

Dentro de estas restricciones se tendrán en cuenta dos casos:

- Se establecerá un margen de tiempo adicional al de rendezvous, en el que el vehículo perseguidor haya de cumplir la restricción de $y \geq 0$. Esta restricción, permite dar un margen de maniobra, para actuar en caso de fallo, sin embargo una vez superado el tiempo de margen, T_s , no se puede garantizar la no colisión de los dos vehículos, ya que el vehículo perseguidor, tendrá un movimiento libre a partir de dicho instante.
- Se establecerán unas restricciones de seguridad que permitan al vehículo perseguidor, entrar en una órbita cercana al blanco, ante la posibilidad de fallo. Estas restricciones se conocen como restricciones de invariabilidad, y aunque garantizan la no colisión de los dos vehículos para todo instante, el tiempo entre cada resolución, es decir, el tiempo de paso, que hay entre cada vez que se aplica cada uno de los impulsos en el problema de rendezvous, ha de ser un múltiplo del periodo orbital del blanco, para garantizar que cuando se propague la trayectoria de seguridad, al cumplirse el total de la misma, se haya dado una órbita completa del blanco.

A continuación se explicará de forma más detallada ambos casos, para posteriormente realizar las simulaciones y obtener los resultados pertinentes.

5.1. Condición $y \geq 0$

Para explicar el problema se van a definir los diferentes tiempos para este problema con trayectorias de seguridad:

- T : tiempo total para realizar el rendezvous
- T_t : instante a partir del cual comienza el margen de seguridad, y por tanto se empieza a tener en cuenta el cumplimiento de las nuevas restricciones $y \geq 0$. Este tiempo ha de ser menor que el tiempo total de rendezvous.
- T_s : tiempo adicional que se prolonga la trayectoria de seguridad. Es decir, a partir del instante $T+T_s$ se dejará de tener en cuenta las condiciones de seguridad, y por tanto no se podrá garantizar el no impacto entre los dos vehículos.

Las nuevas restricciones de seguridad, se muestran de la siguiente forma:

Se supone el instante $j=T_t$ instante en el que comienza el margen de seguridad. Para todos los instantes siguientes hasta $j=T+T_s$ se ha de suponer que no hay impulsos, y que el movimiento del vehículo durante ese

rango de tiempos ha de cumplir con la restricción $y \geq 0$. Se supone ahora el instante $j=T_{t+1}$. De igual forma, se ha de verificar las restricciones de seguridad para todos los estados hasta el instante $j=T+T_s$ considerando que los impulsos ahora son cero pero desde el nuevo punto T_{t+1} .

Por lo tanto, teniendo en cuenta esto, el problema de rendezvous, ha de cumplir todas las restricciones del propio problema, es decir, las restricciones de limitación de impulsos, las restricciones de cono de visión y las restricciones de igualdad para la solución final en posición y velocidad a la del blanco, más el conjunto de estas nuevas restricciones de seguridad.

Si se define un nuevo vector de estados \vec{X}_s :

- los primeros N estados son los que definen el problema de rendezvous original
- Los siguientes estados vienen definidos por la siguiente expresión

$$\vec{X}_{s_j} = F(t_{N+N_s}, t_j) x_j \quad j = N_t, \dots, N - 1 \quad (5.1)$$

Donde j define el estado en el que se produce el fallo, es decir, para el caso que el fallo se produzca en T, los siguientes estados corresponden a la propagación del vector estado a partir del último instante en el que se ha producido un impulso.

Para encontrar el nuevo vector estado completo \vec{X}_s se han de modificar las matrices del problema de rendezvous original.

Utilizando la nomenclatura del problema original, la nueva matriz F queda como:

$$F = [F_{ant}; F1; F1(2: N + N_s); \dots; F1(N - T, N + N_s)] \quad (5.2)$$

Donde la matriz F1 tiene la siguiente estructura:

$$F1 = \begin{bmatrix} A(t_{N_t+1}, t_0) \\ \vdots \\ A(t_{N+N_s}, t_0) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Matriz que permite propagar la condición inicial del problema a los estados que definen el rango de seguridad.

La nueva matriz G tendrá la misma estructura:

Primero se ha de construir una matriz G1, que sirve para propagar los controles dados en el estado j, estado donde se da el último impulso antes del fallo, hasta el estado N+N_s:

$$G1_k = A(t_{N+k}, t_{N+N_s}) * G_{ant}(t_N), \quad k = 1, 2, 3, \dots, N_s \quad (5.4)$$

$$G1 = [G1_1, G1_2, \dots, G1_{N_s}]$$

La matriz G completa será:

$$G = [G_{ant}; G_{N_t}; \dots; G_{N-1}] \quad (5.5)$$

Donde estas matrices G_j vienen definidas de la siguiente forma:

$$G_j = \begin{bmatrix} G_{ant}((t_{j+1}, t_N), N_j), \text{zeros}((t_j, t_N), (N - N_j)) \\ G1(:, N_j), \text{zeros}(t_{N_s}, (N - N_j)) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Es decir, la primera parte de la matriz G_j se corresponde a los estados que van desde el fallo en el estado j hasta el estado N teniendo en cuenta el instante en el que se produce el fallo (es decir a partir del instante j, los impulsos se considerarán cero). La segunda parte es la que propaga los impulsos para los estados mayores que

N , y que van hasta el instante N_s .

Para mejor claridad decir que los índices en tiempo, t_j se refieren a los estados, y los índices en número, es decir, N_j se refieren a los impulsos.

Con esta nueva nomenclatura, se tiene que para todos los estados que van a partir del instante N se ha de verificar la restricción de seguridad $y \geq 0$.

Finalmente las soluciones para cada instante de fallo vendrán dados por los estados que del vector \vec{X}_s que se definen a continuación:

Hasta el instante j :

$$X_{sol} = \vec{X}_{1:j}$$

(desde la primera componente hasta la componente del fallo)

Para los instantes después de j :

$$X_{sol} = \vec{X}_{Sj}$$

(definido en la ecuación 5.1)

(5.7)

5.2. Condiciones de Invariabilidad

Ahora la manera de plantear el problema es similar al considerado en el apartado anterior. Por lo que solamente se comentarán las diferencias entre ambos métodos.

- En primer lugar las nuevas condiciones de seguridad son que para un estado $j+N_s$ la solución del vector estado sea igual a la obtenida para el estado j
- Por otro lado ahora el tiempo de paso de rendezvous no se puede elegir libremente, sino que para garantizar el cumplimiento de la condición anterior, debe ser un múltiplo del periodo orbital del blanco, de tal forma, que al producirse una órbita completa, se hayan dado N_s estados distintos, y el vehículo perseguidor se encuentre en las mismas condiciones que se encontraba en la revolución anterior.
- Ahora la propagación del problema es de una órbita completa, es decir los N_s estados de propagación del problema anterior eran elegidos libremente, mientras que para el nuevo caso no.

Con estas variantes, la formulación del problema es igual que para el caso anterior, respecto a la construcción de las matrices. Las nuevas restricciones o restricciones de invariabilidad vienen definidas por la siguiente expresión:

$$\vec{x}_j = \vec{x}_{j+N_s} \quad (5.8)$$

Donde j es de nuevo el instante en el que se produce el fallo.

De los dos métodos de seguridad indicar que:

- Aumenta considerablemente el número de restricciones del problema, por lo que a la ya muchas restricciones del problema original, se suman todas las restricciones que se han de cumplir en caso de fallo en cada uno de los instantes que forman el rango de seguridad. Es decir por cada instante que va desde j hasta $N-1$ se añaden todas las restricciones de seguridad que van desde j hasta el estado final de propagación

- Puesto que se complica el problema, al aumentar el número de restricciones, se espera que el consumo de combustible sea más elevado. Es el precio a pagar por tener garantía de no impacto entre las dos naves durante un tiempo determinado (en el caso de invariabilidad tiempo infinito, para el problema perfecto). Este precio, en un caso real es totalmente asumible, pues se ha de evitar en cualquier caso el impacto entre los dos vehículos, ya que si por ejemplo se trata de una misión de reabastecimiento de la estación espacial internacional, la colisión entre ambas naves puede tener consecuencias desastrosas (en caso de que sea una misión de recogida de basura espacial, dicho impacto no supone un precio tan importante, con lo que se puede elegir entre maniobras con seguridad, o maniobras óptimas de consumo de combustible).

5.3. Resultados y conclusiones para el caso de trayectorias de seguridad

Una vez explicados los dos métodos que se van a considerar en el desarrollo del proyecto, se van a presentar algunos casos, para varios procedimientos de resolución.

En primer lugar se van a presentar todos los casos para la primera de las condiciones de seguridad.

Dentro de estas condiciones se va a resolver el problema de rendezvous para los métodos de bucle abierto, la formulación Milp, o solución ideal, y los tres algoritmos considerados en la totalidad del proyecto. Se presentarán resultados para diferentes rangos aceptables de impulsos.

Posteriormente, se evaluará el caso de control predictivo, con criterio de elección de impulsos, que ha funcionado mejor que el resto de casos de control predictivo analizados. Se estudiará el proceso para todos los ruidos explicados en el documento, donde los resultados para los casos con componente aleatoria, serán valores medios, de un número finito de soluciones.

De igual forma, se estudiará la condición de invariabilidad. Primero se analizarán los métodos de control en bucle abierto para diferentes condiciones iniciales. Posteriormente se estudiará el control predictivo, pero para los casos de ruido aleatorio más importantes. En este caso señalar que las condiciones de tiempo para realizar el rendezvous han cambiado, pues se ha de cumplir que tras N_s estados, se haya completado una órbita del blanco completa.

5.3.1. Resultados y conclusiones para la condición $y \geq 0$

Puesto que se van a considerar diferentes casos, y diferentes procedimientos, se va a dividir este apartado en más subapartados.

Para todos ellos se va a tener que el valor de los índices que definen tanto el rango de seguridad como el rango de propagación son:

- $N_t = N/2$ (a partir de la mitad de la maniobra se comienza a considerar condiciones de no impacto entre los dos vehículos)
- $N_s = 10$ (se extiende en 10 instantes la garantía de no impacto para el problema)

5.3.1.1 Resultados para los métodos de bucle abierto

Para los modelos de bucle abierto, se van a presentar los resultados de las trayectorias con seguridad, como los resultados de los casos sin seguridad, con el fin de compararlos, y poder ver cómo afecta el introducir nuevas restricciones en el problema. Los métodos que se van a estudiar son:

- La formulación Milp
- Algoritmos heurísticos de resolución
 - o Algoritmo 1
 - o Algoritmo 2
 - o Algoritmo 3

Además se tendrán en cuenta problemas con diferentes condiciones de rango de impulsos aceptable

CASO 1

El primero de los casos que se va a analizar para los métodos de bucle abierto, viene determinado por las siguientes condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= 0,1 \text{ km/s} \\
 y_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-3} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned}
 \tag{5.9}$$

Con estas condiciones, los resultados para el caso sin seguridad, es decir, el caso considerado hasta ahora en el desarrollo del proyecto, son:

SIN SAFE	Num Impulsos	Suma U	MaxU	minU	x_final	y_final
Formulación Milp	33	0,000394912	0,000251808	1,11E-06	4,21E-04	0
Alg 1	34	0,000420742	0,000251908	1,00E-06	1,64E-12	4,95E-13
Alg 2	39	0,000421228	0,000251912	1,00E-06	8,24E-13	9,42E-13
Alg 3	39	0,000421228	0,000251912	1,00E-06	8,24E-13	9,42E-13

Tabla 5.1 Resultados métodos bucle abierto sin seguridad caso 1

Al introducir las condiciones de seguridad para el mismo caso, se tiene:

SAFE	Num Impulsos	Suma U	MaxU	minU	x_final	y_final
Formulación Milp	33	0,000418507	0,000251859	1,00E-06	1,00E-11	2,22E-16
Alg 1	29	0,00044614	0,000252641	1,00E-06	4,07E-13	4,92E-13
Alg 2	34	0,000443416	0,000252161	1,00E-06	4,09E-13	4,92E-13
Alg 3	34	0,000443416	0,000252161	1,00E-06	4,09E-13	4,92E-13

Tabla 5.2 Resultados métodos bucle abierto con seguridad caso 1

De los dos resultados se puede ver como al introducir las condiciones de seguridad la suma de todos los impulsos se ve incrementada. Para cuantificar este aumento, posteriormente y una vez analizados todos los casos en bucle abierto, se va a extraer una gráfica de los resultados, mostrando el porcentaje de aumento debido a las condiciones de seguridad. En cuanto al resto de parámetros, se puede ver una continuidad, y pese a que el número de restricciones es mayor, la precisión no se ve altamente afectada. Es por esta razón por la que para el resto de casos, tanto en bucle abierto como en bucle cerrado, se va a estudiar únicamente el aumento de los impulsos al introducir la seguridad.

CASO 2

En este caso se va a analizar los métodos de bucle abierto pero para un rango más estrecho de impulsos. Se espera, que al igual que para el caso sin seguridad, se ve aumentado el consumo de combustible total al estrechar el rango.

Las condiciones del problema son:

$$\begin{aligned}
 T_{total} &= 40 \text{ [min]} \\
 \text{Altura del blanco} &= 500 \text{ [km]} \\
 x_0 &= 0,1 \text{ km/s} \\
 y_0 &= 0,1 \text{ [km/s]} \\
 u_{max} &= 10^{-4} \text{ [km/s]} \\
 u_{min} &= 10^{-6} \text{ [km/s]} \\
 e &= 0,3 \\
 \theta_0 &= 45^0
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

Los resultados relacionados con el consumo de combustible son:

	Suma U (SIN SAFE)	Suma U (SAFE)
Formulación Milp	0,00041723	0,00043832
Alg 1	0,00043902	0,00048417
Alg 2	0,00043904	0,00046705
Alg 3	0,00043904	0,00046705

Tabla 5.3. Resultados para el caso 2 de trayectorias de seguridad

De nuevo se ve que el introducir la componente de seguridad lleva en un aumento del consumo total de combustible, como era de esperar. Pero lo principal que se puede apreciar es que al reducir el rango de impulsos se mantiene la tendencia de que el consumo de combustible aumenta.

Ahora para cuantificar el aumento que conlleva el introducir trayectorias de seguridad, se analizará para cada caso y cada método el porcentaje de aumento respecto al caso sin seguridad. Esto se representa en la siguiente gráfica:

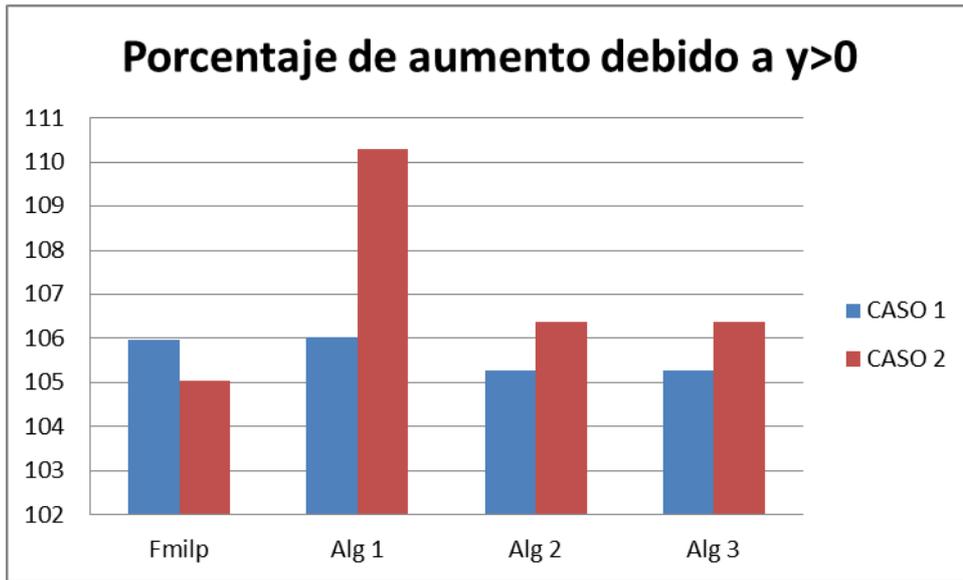


Figura 5.1 Porcentaje de aumento de impulsos al introducir seguridad métodos bucle abierto

De la gráfica 5.1 se pueden sacar varias conclusiones:

En primer lugar se puede ver como en todos los casos el introducir las restricciones de seguridad llevan un aumento de consumo de combustible, o de suma de todos los impulsos. En media y para la condición de seguridad considerada, el incremento está en torno de un 5% respecto al caso sin seguridad.

Además se puede ver como generalmente (excepto para el caso ideal) el estrechar el rango lleva a un mayor aumento del porcentaje, por lo que a la conclusión de que al estrechar el rango se aumenta el combustible, se le suma el hecho de que estrechar el rango, también aumenta el combustible para garantizar la seguridad.

Para poder ver cómo funcionaría dicha condición de seguridad, se van a añadir algunas gráficas⁹, para cada uno de los métodos, en los que se ha considerado el fallo, en el instante $N_t + 1$.

- Formulación Milp

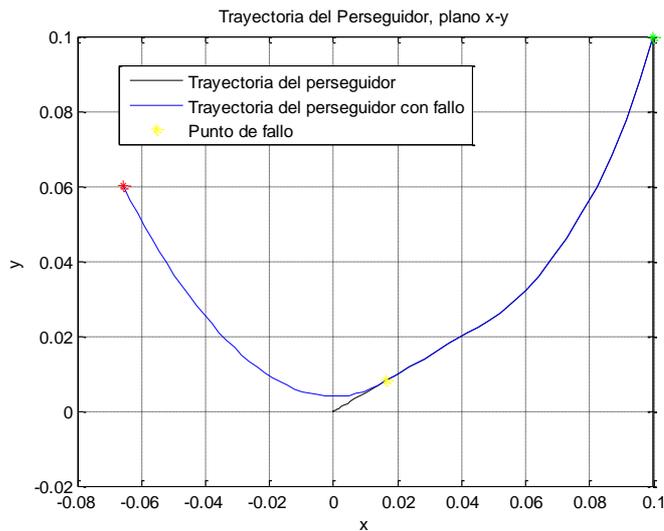


Figura 5.2 Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para formulación Milp

Para este método, se ha sacado una segunda gráfica, con fallos en distintos puntos, viendo la alternativa de trayectorias que se toman, dependiendo de dónde se produce el fallo:

⁹ Las gráficas que se van a incluir para el algoritmo llevan además la trayectoria obtenida para la formulación Milp, sin fallo

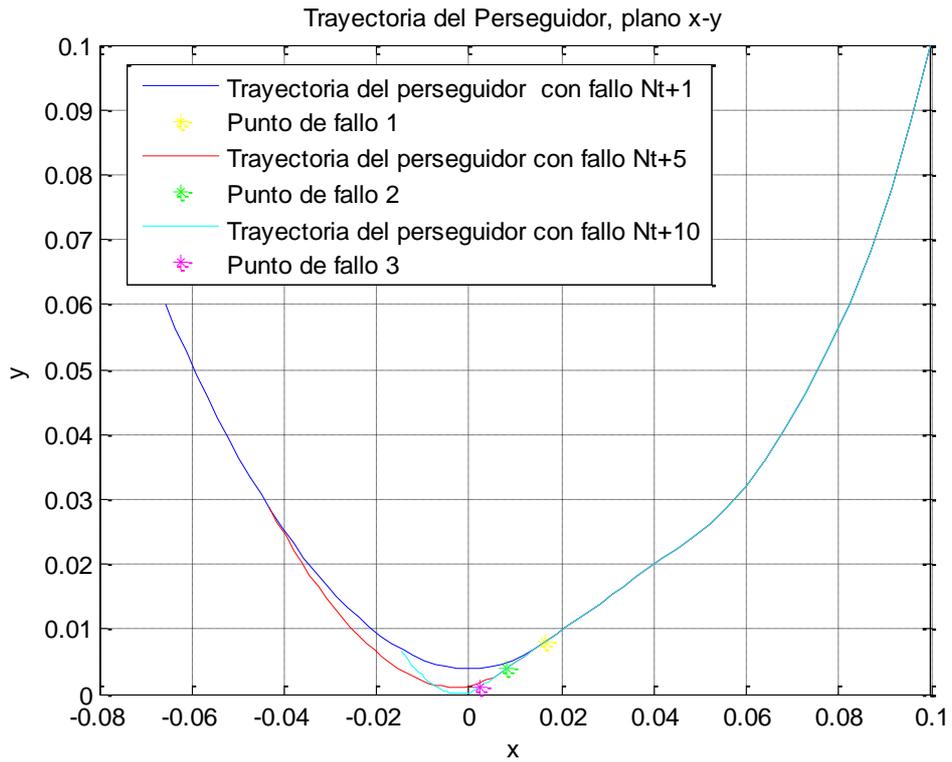


Figura 5.3. Trayectoria de fallo en distintos estados formulación Milp

- Algoritmo 1

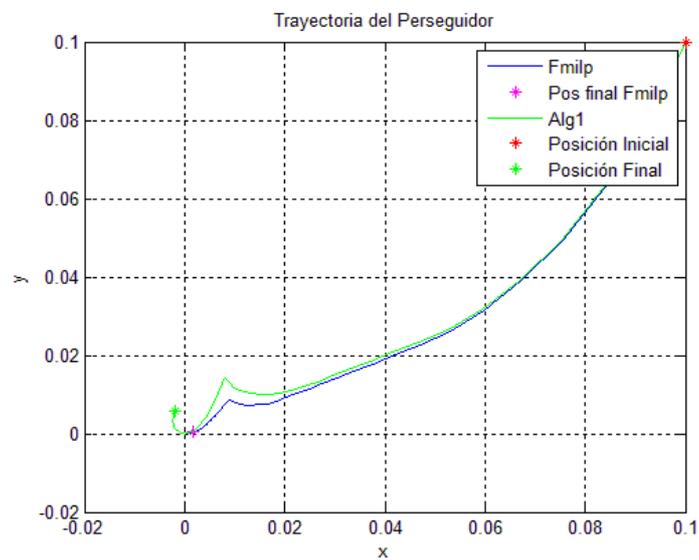


Figura 5.4. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 1

- Algoritmo 2

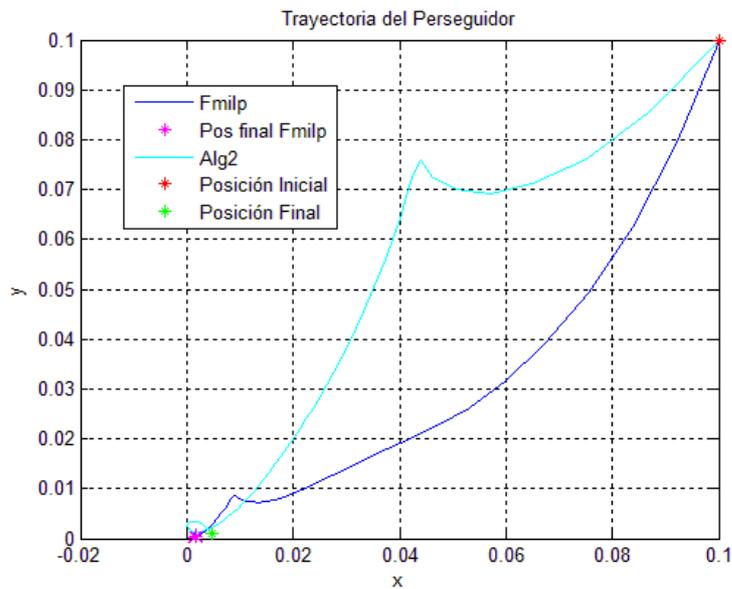


Figura 5.5. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 2

- Algoritmo 3

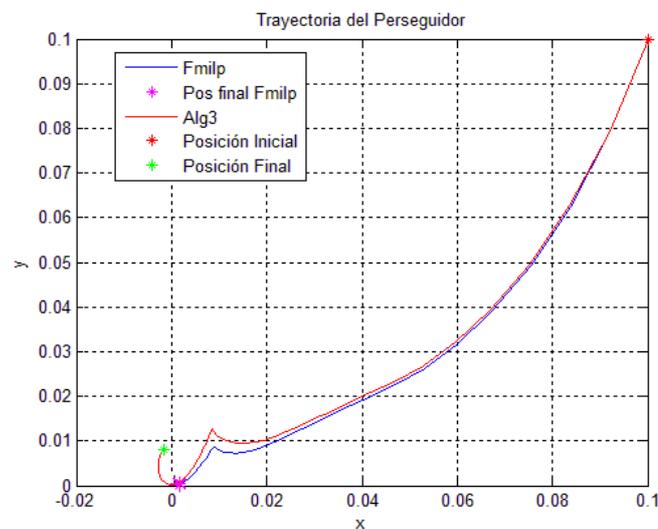


Figura 5.6. Trayectoria de fallo en $N_t + 1$ para algoritmo 3

En todos los resultados se puede ver como ante el fallo la trayectoria obtenida garantiza la condición de seguridad, hasta el instante $N + N_s$. Sin embargo, se puede ver también como dicha condición no se va a garantizar para estados próximos. Es más en alguna de las gráficas se ve como el movimiento natural del vehículo perseguidor, es hacia una órbita inferior a la del blanco, pudiéndose producir el impacto.

5.3.1.2 Resultados y conclusiones para control predictivo

En este apartado, se va a analizar el caso de control predictivo, con ruido y sin ruido. En el caso que se va a estudiar, se va a extraer:

- La suma total de los impulsos, para el caso con seguridad y para el caso sin seguridad

- El porcentaje de aumento que lleva el introducir condiciones de seguridad en el problema
- La categoría de las soluciones obtenidas al introducir las condiciones de seguridad

Las condiciones que definen el problema de control predictivo, son las condiciones del caso 2 de los métodos de bucle abierto, es decir, las recogidas en la ecuación (5.10).

Para los casos con componente aleatoria, los resultados que se muestran son resultados medios, de un total de 10 simulaciones.

Con dichas condiciones, los resultados que se obtienen, para la suma de los impulsos son:

	Suma Imp. (km/s) (SIN SAFE)	Suma Imp. (km/s) (SAFE)	Porcentaje de aumento
C. Predictivo Exa.	0,00048296	0,00059775	123,77
Ruido Aleatorio	0,0012101	0,00118127	97,62 ¹⁰
Var. Excentricidad	0,00045417	0,00057473	126,55
Ambos Efectos	0,00099269	0,00103701	104,46
Ruido Constante	0,00047786	0,00056666	118,58
Ruido Al. y Const.	0,00098898	0,0011524	116,52
Rendimiento Tob.	0,00051069	0,00060741	118,94
Rend. y Var. Exc.	0,00051781	0,00060877	117,57
Excent. Aleatoria	0,00045133	0,00058151	128,84

Tabla 5.4. Resultados control predictivo con condición de seguridad $y > 0$

De la tabla se puede ver, que el introducir el control predictivo, y el introducir diferentes casos de ruido, llevan a un incremento medio del 117% de la suma total de los impulsos respecto al caso sin seguridad. Este incremento se ve que es mayor que para el caso de los métodos de bucle abierto, pero tiene la ventaja de que es capaz de realizar el rendezvous, en caso de que existan interferencias y desviaciones respecto al caso ideal. Además también las condiciones de seguridad son calculadas en base a dichas interferencias, cosa que justifica que el incremento sea mayor.

En cuanto a la precisión, se obtiene los siguientes resultados:

¹⁰ Para el caso de ruido aleatorio se ve una disminución (que se tendría que estudiar en mayor detenimiento, para ver el motivo de esta situación)

	Categoría de solución (SIN SAFE)	Categoría de solución (SAFE)
C. Predictivo Exa.	B	B
Ruido Aleatorio	B	C
Var. Excentricidad	C	B
Ambos Efectos	C	C
Ruido Constante	C	C
Ruido Al. y Const.	C	C
Rendimiento Tob.	B	B
Rend. y Var. Exc.	B	B
Excentricidad Aleatoria	C	B

Tabla 5.5 Categoría de soluciones para control predictivo con condición $y>0$

Se ve como la precisión no se ve afectada por las nuevas restricciones de seguridad, siendo el factor limitante de nuevo, la presencia de “ u_{min} ”, y los diferentes casos de ruido que se contemplan.

De igual modo, para ver que el método funciona, se introduce una gráfica donde se considera el fallo en $N_T + 1$ para el caso sin ruido:

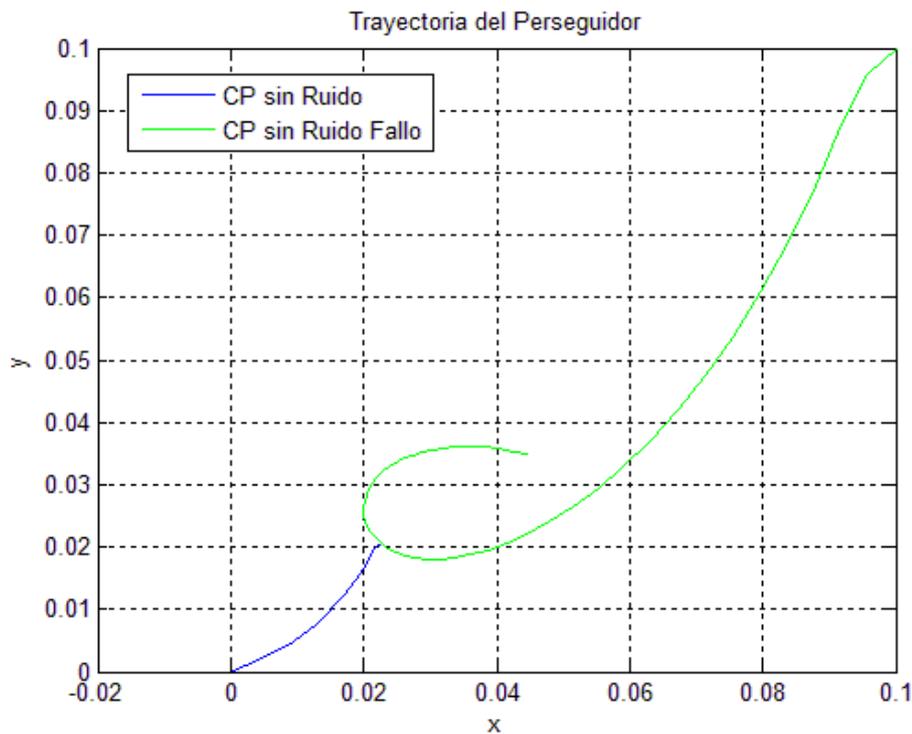


Figura 5.7. Trayectoria de control predictivo fallo en $N_t + 1$ para condición $y>0$

De nuevo se aprecia que una vez se produce el fallo, los impulsos dados hasta entonces son capaces de garantizar la condición $y > 0$ para todo el rango de instantes considerados, es decir, los N estados, y los N_s estados adicionales. Pero se vuelve a ver como ese cumplimiento a posterior no se puede garantizar, dando la posibilidad al vehículo perseguidor de que impacte para tiempos mayores con el blanco.

5.3.2. Resultados y conclusiones para la condición de invarianza

El estudio de la invarianza se debe principalmente a poder extender en mayor medida el margen de seguridad, y que a diferencia de los resultados que se han obtenido para el caso anterior donde la garantía de no impacto no era infinita, en este caso, sí que lo sea.

Para ello, hay que señalar que la condición de tiempo del problema ha variado, siendo ahora el tiempo de paso, un múltiplo de la órbita del blanco.

Dentro de este apartado, se vuelve a hacer una subdivisión. Se tendrá en cuenta los resultados para los métodos en bucle abierto:

- Formulación Milp
- Algoritmos heurísticos de resolución:
 - o Algoritmo 1
 - o Algoritmo 2
 - o Algoritmo 3

Para los casos de control predictivo, se va a analizar la solución perfecta, sin ruido, y los dos casos de ruido aleatorio. Los resultados para estos casos de ruido, volverán a ser resultados medios.

5.3.2.1. Resultados de invarianza para métodos de bucle abierto

Las condiciones que definen este caso de estudio son las relativas a la ecuación (5.9), es decir, las condiciones que tienen un rango de impulsos más grande, excepto para el caso de tiempo.

De nuevo, para los resultados de invarianza se considerará un margen de seguridad de $N/2$, por lo que dicha condición se tendrá en cuenta desde la mitad de la maniobra. En este caso, los resultados se extienden durante una órbita completa, por lo que el número de restricciones que se ha de incluir, es un número mayor que para la otra condición de seguridad.

Puesto que lo que mayor interés, es el incremento de las nuevas condiciones de invarianza se va a analizar únicamente el total de la suma de los impulsos, y el porcentaje de aumento respecto al caso sin seguridad.

Para ello, se ha tenido que volver a analizar los resultados para trayectorias sin seguridad, debido a que las condiciones de tiempo han variado. Los resultados que se han obtenido son:

	sumU (km/s) (SIN SAFE)	sumU (k m/s) (SAFE)	Porcentaje
FMilp	0,00025418	0,00025165	106,599116
Alg1	0,00040895	0,00043383	106,085804
Alg2	0,00041171	0,00043383	105,374675
Alg3	0,0004084	0,00043383	106,22787

Tabla 5.6 Resultados para condición de invarianza bucle abierto

Se vuelve a ver, el incremento que supone las condiciones de seguridad. Este incremento es en media de un 5-6% para todos los casos considerados. Si bien el incremento no es mayor que para las otras restricciones de seguridad, el precio a pagar es que el problema de rendezvous se tiene que hacer en un tiempo prefijado, que no se puede elegir libremente sino que viene fijado por el tiempo de paso. A cambio las trayectorias obtenidas en caso de fallo, garantizan que los dos vehículos no impacten, pudiéndose así recoger la nave en caso de que se necesite, ya que se dispone del tiempo suficiente.

Se supone ahora el fallo en varios puntos, para ver el comportamiento del vehículo perseguidor, y las diferentes órbitas que toma, dependiendo de en qué instante sea el fallo:

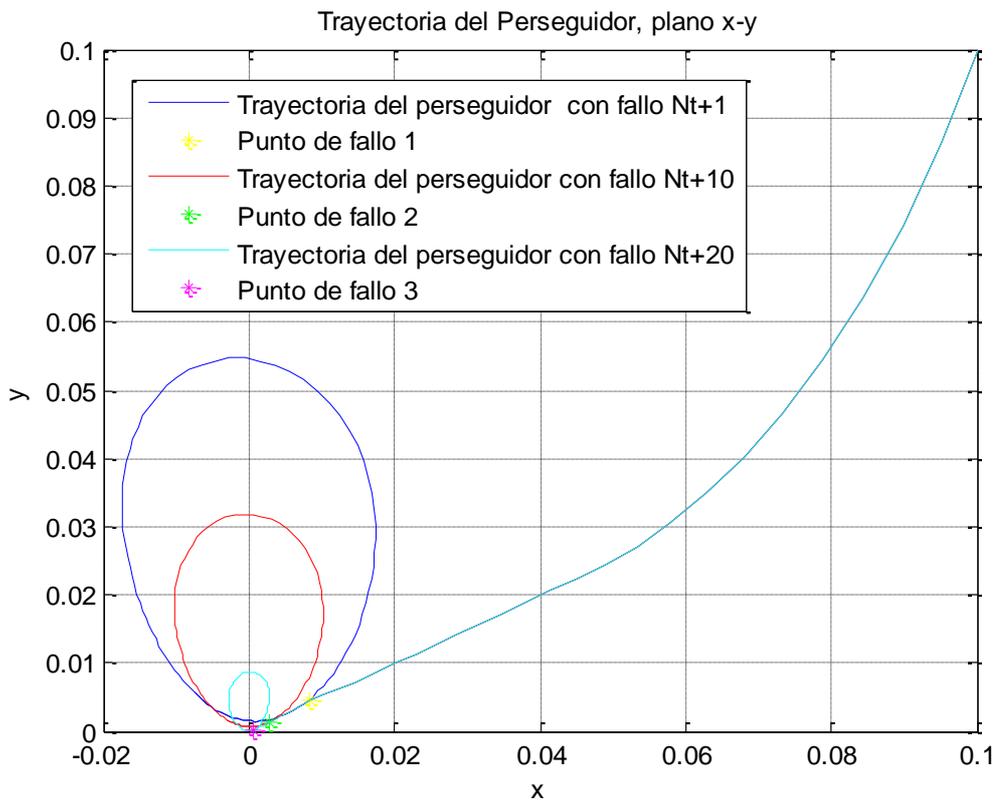


Figura 5.8. Trayectorias método de bucle abierto y condición de invarianza

Al aumentar el instante en el que se produce el fallo, se aprecia como la trayectoria que se genera cerca del blanco es de menor longitud. Sin embargo, en todos los casos se ve como se cumple la condición de invarianza, aunque las trayectorias generadas solamente sean válidas para el caso perfecto.

5.3.2.2. Resultados de invarianza para control predictivo

Dentro de este apartado, se van a presentar los resultados referentes a dos casos. El primero de ellos será el de las condiciones de la ecuación (5.9) con la variación temporal necesaria para poder tener en cuenta la condición de invarianza.

El segundo será con el rango de impulsos más estrecho, las condiciones de la ecuación (5.10) con la misma variación temporal.

CASO 1

Se presentan los resultados para el control predictivo, para el caso sin ruido, y los resultados medios para un número de 10 simulaciones para los casos de ruido aleatorio:

- Ruido aleatorio de 10^{-5} km/s
- Variación aleatoria de excentricidad de un 90-110% respecto a la excentricidad teórica.

Los resultados que se van a presentar, son:

- La suma total de los impulsos
- El porcentaje de aumento al tener en cuenta las trayectorias con seguridad

Los cuales para este primer caso se recogen en la siguiente tabla:

	Sum U (km/s) (SIN SAFE)	Sum U(km/s) (SAFE)	Porcentaje de aumento
CP Exacto	0,00041875	0,00046432	110,88
CP Ruido Aleatorio	0,00091794	0,00111684	121,67
CP var. Excentricidad	0,00042054	0,00046885	111,49

Tabla 5.7. Resultados para el caso 1 condición de invarianza control predictivo

Una vez más el resultado se ve incrementado al considerar las condiciones de seguridad. Y además al igual que ocurrió para el control predictivo en la condición $y > 0$, se tiene que para la condición de invarianza el aumento de combustible es mayor.

CASO 2

En el segundo caso, como se ha indicado, lo único que varía es el valor de u_{max} , que disminuye su valor en 10 unidades. Los resultados para este segundo caso son:

	Sum U (km/s) (SIN SAFE)	Sum U(km/s) (SAFE)	Porcentaje de aumento
CP Exacto	0,00050483	0,00056953	112,82
CP Ruido Aleatorio	0,00104716	0,00117573	112,28
CP var. Excentricidad	0,0005261	0,00058141	110,51

Tabla 5.8. Resultados para el caso 2 condición de invarianza control predictivo

De las dos tablas se pueden extraer varias conclusiones, pero para poder ver de forma más clara algunos comportamientos se va a sacar una gráfica donde se vea la suma de los impulsos para los casos considerados:

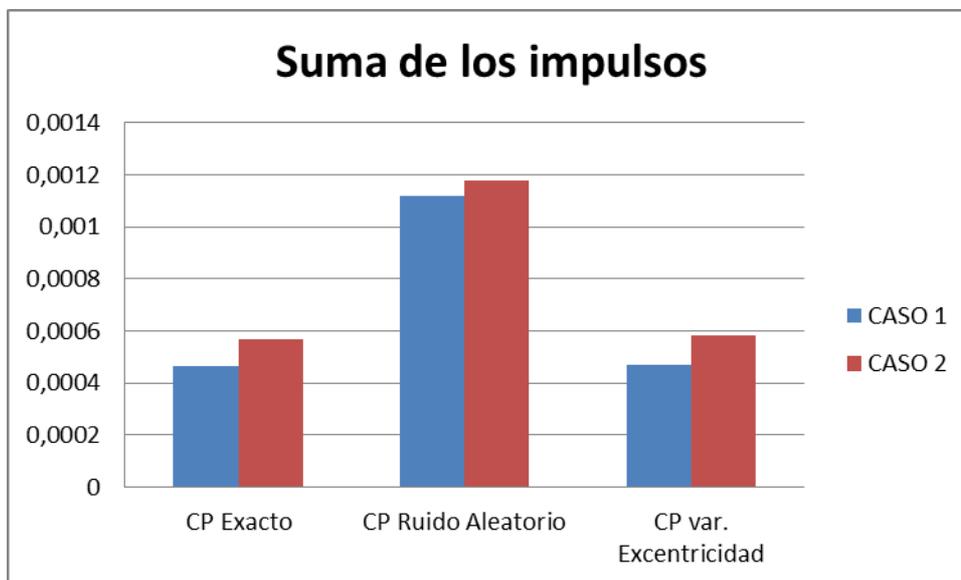


Figura 5.9. Suma de los impulsos control predictivo con condición de invarianza

Con la figura 5.8. se ve de forma clara el comportamiento que tiene el reducir el rango de impulsos, y que se ha ido repitiendo a lo largo de todo el proyecto. Es decir, el estrechar el rango lleva a un aumento de consumo de combustible.

Por otro lado, si se analizan los porcentajes de aumento se puede distinguir dos casos:

- El caso sin ruido, muestra un comportamiento similar al encontrado para la condición $y > 0$, es decir, el estrechar el intervalo de impulsos, lleva a que al considerar las trayectorias de seguridad el incremento de la suma de los impulsos respecto al caso que no considera las condiciones de seguridad sea mayor, en particular un 12% frente a un 10% para el caso con un intervalo mayor.
- Por otro lado, en los casos con ruido este comportamiento no se aprecia. Esto se puede deber a que en dichos casos, el factor dominante es el propio ruido, por lo que el aumento, que si se produce será mayor o menor en función del ruido considerado, y no se verá el doble efecto de estrechar el rango en el aumento.

6 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Todas las conclusiones que se van a resumir en este apartado final hacen referencia a los resultados obtenidos para el caso del problema excéntrico. Hay que tener en cuenta que la inclusión del problema con órbita del blanco circular en el documento del proyecto, ha sido, para poder presentar de forma más clara el problema de rendezvous, y los métodos de resolución básicos empleados. Una vez expuesto dicho problema, se van presentando las diferentes modificaciones del problema con órbita del blanco excéntrica, así como los métodos más complejos utilizados, que son los que realmente se han estudiado

6.1. Resumen de conclusiones métodos en bucle abierto

Dentro de los métodos de bucle abierto, se han estudiado varios casos.

En primer lugar se ha estudiado el caso de optimización lineal con LPSolve. Este caso, simplemente ha servido para introducir los algoritmos heurísticos de resolución siendo el método de resolución empleado en la primera de las dos optimizaciones necesarias para cada uno. La causa de que no haya sido un método válido para el objeto del proyecto, es que carecía de la limitación inferior para el rango de impulsos.

De los métodos válidos, se tienen principalmente dos:

- Formulación Milp: este método, es el caso ideal, y por tanto el que mejor solución desde el punto de vista de minimización de impulsos ha obtenido dentro de los métodos de bucle abierto. Sin embargo, pese a ser el método más óptimo ha presentado varios inconvenientes:
 - o Uno de ellos, es que es un método que necesita tanto de variables continuas, los propios impulsos, como de variables auxiliares enteras, que activan o no, las restricciones de los impulsos según tomen un valor cero o uno.
 - o Estas nuevas variables enteras, además suponen un mayor número de restricciones, lo que complica la resolución del problema, y lleva a que en muchas ocasiones y dependiendo de las condiciones consideradas, la solución desde el punto de vista computacional, no fuera obtenible, o que se necesitará de restricciones más “blandas” para cumplir el problema de rendezvous
 - o También la difícil certificación de este método de resolución, pues como se ha dicho el tiempo de resolución que requiere es mayor que el resto, por lo que en la realidad puede darse el caso de que no se disponga de dicho tiempo para poder calcular los impulsos, poniendo en peligro el total de la misión. Esto unido al uso combinado de variables enteras y mixtas hacen que no sea viable en la actualidad el método.

Es por estos inconvenientes lo que dentro de los métodos de bucle abierto se ha tenido que estudiar otros procedimientos de resolución, que aunque no sean tan buenos desde el punto de vista de suma de impulsos, no necesiten de variables auxiliares, y de las complicaciones que éstas introducen

- Algoritmos heurísticos de resolución: dentro de estos, se debe señalar en primer lugar, que son métodos que necesitan de dos resoluciones del problema de rendezvous para poder realizarlo con todas las restricciones, en particular la restricción de rango aceptable para la potencia de control.

Los algoritmos que se han creado han sido varios, dependiendo de los impulsos que mantengan para realizar la segunda optimización:

- o Algoritmo 1: mantiene activos los impulsos tipo I1 de la primera optimización
- o Algoritmo 2: mantiene activos todos los impulsos distintos de cero
- o Algoritmo 3: mantiene activos los impulsos I1, y el máximo y el mínimo de los impulsos I2
- o Algoritmo 4: mantiene activos los impulsos I1, y los dos máximos de los I2
- o Algoritmo 44: en lugar de dos, solamente mantiene activo el máximo de los I2

- Algoritmo 5: mantiene activo los impulsos I1, y los dos mínimos de los I2
- Algoritmo 55: igual que el 44, pero con el mínimo de los I2
- Algoritmo 6: todos los impulsos I1, y dos elegidos al azar de los I2. Esto se repite cinco veces y se elige la mejor solución obtenida

Puesto que se han presentado diferentes algoritmos, se ha tenido que realizar una serie de simulaciones, con diferentes condiciones iniciales, para poder ver cuál de ellos es el que mejores resultados presenta.

Tras elegir varios criterios de comparación, como la precisión de la solución final y el consumo de combustible, se ha tenido, que el algoritmo que ha sido más veces mejor que el resto de los estudiados, ha sido el algoritmo 1. Su mejor comportamiento, ha sido mucho más claro para las distancias lejanas al blanco, que para las distancias cercanas, como condiciones iniciales.

Pese a que ha sido el algoritmo que más veces ha sido mejor que el resto, también se debe señalar que ha sido el algoritmo que más veces ha fallado en el total de las simulaciones.

Tras este algoritmo se ha encontrado el algoritmo 2, aunque su carácter de mejor algoritmo, no se ha visto de forma tan clara, y dependiendo de las condiciones ha habido casos, en los que los otros algoritmos han sido superiores a él. Al igual que el algoritmo 1, su mejor comportamiento se veía de forma más clara para condiciones iniciales lejanas al blanco.

Dentro de los casos de bucle abierto, y en particular de los algoritmos se estudió la tendencia de la suma de los impulsos, con el aumento de la distancia inicial del vehículo perseguidor respecto al blanco. Se ve de forma clara, excepto para algunas condiciones iniciales, como al aumentar tanto en la coordenada “x” para “y” constante, como en la coordenada “y” para “x” constante, que la suma de los impulsos, y por tanto el consumo de combustible aumenta

Si bien la principal conclusión que se puede extraer de los casos estudiados, es que, ante cualquier desviación del problema ideal, cosa más que probable en la realidad, las soluciones obtenidas no son válidas. De hecho, se analizan dichas soluciones para diferentes situaciones de ruido, y se ve cómo los métodos en bucle abierto, que obtienen todos los impulsos a partir de la condición inicial y final, no completan el rendezvous, ni garantizan las condiciones de seguridad.

Es por esto, que se han estudiado los casos de replanificación.

6.2. Resumen de conclusiones control predictivo

Para los casos de replanificación, al igual que para los métodos de bucle abierto se han analizado diferentes situaciones.

Dentro de los procedimientos analizados se va a diferenciar entre los casos ideales, casos sin ruido, donde se encuentran:

- Control Predictivo con formulación Milp: es el método ideal por excelencia, pues consigue sumarle a la optimización de ser la solución exacta, el poder replanificarse ante desviaciones de la solución ideal. Sin embargo, debido a la alta complejidad del método, no se pudieron obtener resultados para los casos con ruido, basándose su análisis únicamente al caso ideal.
- Control predictivo con elección de impulsos: se resuelve el problema de optimización para cada iteración sin tener en consideración, el valor de “umin”, y posteriormente se aplican los impulsos dependiendo de si son válidos, es decir del tipo I1, o no.

Este método presenta la inconveniencia de ser un método con aplicación de los impulsos a posteriori de la optimización, lo que supone como se ha podido comprobar unas peores soluciones desde el punto de vista de precisión, y en muchos casos, en todos si consideramos la solución ideal, un mayor consumo de combustible. Como ventaja respecto a los otros métodos con los algoritmos heurísticos

de resolución es su bajo porcentaje de fallo, y la baja complejidad computacional, ya que ni presenta un mayor número de variables como la solución exacta, ni un mayor número de restricciones (no tiene en cuenta para la optimización las restricciones que introduce “umin”), ni requiere de un mayor número de resoluciones, como si lo hacen los algoritmos de resolución

- Control predictivo con algoritmos heurísticos de resolución: dentro de estos se han valorado los tres primeros, y se han sacado varias conclusiones. Como ventaja se puede señalar su alta precisión, mayor que para el caso anterior, ya que a la hora de optimizar sí tienen en cuenta el valor de “umin”. Pero a diferencia, y para el caso sin ruido, no consiguen mejorar respecto al consumo de combustible a los casos anteriores. Dentro de los algoritmos se vuelve a repetir aunque no para todas las situaciones el mejor comportamiento del algoritmo 1.

Para los casos con ruido hay que señalar que no se ha utilizado la formulación Milp, por lo que las conclusiones se han obtenido para el resto de métodos:

- El método de control predictivo más clasificación de impulsos: al igual que para los casos sin ruido, es un método que por su carácter de aplicación posterior de los impulsos, tras haber realizado la optimización, no garantiza soluciones de alta precisión. A cambio, presenta un buen comportamiento para todos los tipos de ruido y para todas las simulaciones realizadas, no se ha presentado ningún caso de error.
- Los algoritmos heurísticos de resolución: mantienen su capacidad de conseguir soluciones de alta precisión, incluso con la presencia de interferencias, pero sin embargo, también presentan altos porcentajes de error. Esto implica que en presencia de ruido, pueden existir situaciones donde los algoritmos, para las condiciones de impulso consideradas no sean capaces de realizar el rendezvous, poniendo en peligro la totalidad de la misión, y la integridad de los vehículos. Decir que este porcentaje de error aumenta cuando la restricción de los impulsos se hace más dura.
- Además es necesario destacar dentro de los casos con ruido, que cualquier interferencia que se introduzca respecto a la solución ideal, lleva asociado un aumento en la suma total de los impulsos, y también una pérdida de la precisión de la solución final, pudiendo aparecer errores en posición del orden de decímetros.

Finalmente se puede decir, que el aumentar el valor de “umin” manteniendo “umax”, o el disminuir el valor de “umax” manteniendo “umin”, se traduce en el mismo comportamiento que el introducir interferencias, es decir, un mayor consumo de combustible, y una pérdida de precisión. Para los casos en los que se producen ambas situaciones, se pueden llegar a condiciones límites, donde o bien los algoritmos no sean capaces de realizar el rendezvous, aumentando el porcentaje de fallo, o bien, aun realizándolo el consumo de combustible sea muy elevado, y la precisión final se vea fuertemente afectada.

6.3. Resumen de conclusiones del problema con trayectorias de seguridad

Finalmente, se han tenido en cuenta condiciones de seguridad, para que en caso de fallo del sistema propulsor, se pueda garantizar que las dos naves, no impactarán, al menos durante un margen de tiempo.

Para ello se han analizado dos situaciones:

- Condición $y > 0$ para un margen de tiempo, pero que tras superarse el margen no garantiza que no haya colisión.
- Condición de invarianza o invariabilidad, donde al producirse el fallo, el vehículo entra en una especie de órbita respecto del blanco, de tal forma que se repite constantemente su vector estado. Esto permite, garantizar durante un mayor tiempo, en teoría infinito, el no impacto de los dos vehículos, y el poder recoger el vehículo en otra misión de rendezvous, pues se conoce su estado en todo instante de tiempo.

De las dos condiciones consideradas, se pueden sacar como conclusiones principales, que para tenerlas en cuenta a la hora de realizar la misión, hay que pagar un precio en cuanto a combustible, que puede

considerarse alrededor de un 110% respecto a la misión sin trayectorias de seguridad. Por lo que dependiendo de la misión, puede ser de reabastecimiento o reparación de un satélite, o de recogida de basura espacial es importante tenerlas en cuenta o no.

Por otro lado, la condición de invariabilidad, si bien garantiza durante mayor tiempo la no colisión, introduce una restricción adicional respecto al tiempo de la maniobra de rendezvous, por lo que dicho espacio temporal no se puede elegir libremente y queda fijado por el tiempo de paso, que ha de ser proporcional al periodo orbital del blanco.

Desde el punto de vista de restricciones, también se debe señalar que ambos métodos, introducen un mayor grado de complejidad, al ya de por sí complicado problema de rendezvous, por lo que para situaciones límite, se puede llegar a que la complejidad total del problema sea demasiado elevada para su total resolución, requiriendo de un sistema de mayor potencia computacional.

Finalmente se ha de señalar que el reducir el rango de impulsos, tiene generalmente un doble efecto en el consumo de combustible al considerar las trayectorias de seguridad, y que el aumento respecto a las trayectorias sin restricciones de seguridad es mayor que para el caso con un rango de impulsos más amplio.

6.4. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro, que tenga como base lo desarrollado en este proyecto:

- Uno de ellos es dejar de considerar los impulsos como instantáneos, y comenzar a considerarlos magnitudes que se producen durante un periodo temporal. Además se deberá estudiar los efectos de encendido y apagado del motor, que no se han tenido en cuenta en este proyecto
- Además se deben dejar de considerar los impulsos dentro de un rango aceptable. Traducir por tanto este intervalo a toberas ON/OFF con una potencia determinada, donde el valor total del empuje dependa del tiempo que se mantenga encendida la tobera y no de la potencia que ésta emita, que será fija.
- Además se puede realizar el estudio de control predictivo con formulación Milp, para el caso en el que existan interferencias en la solución. Para ello, se requerirá de un potente programa de resolución, ya que el grado de complejidad del problema aumenta en gran cantidad.
- También se puede resolver dicho método pero para el caso de trayectorias de seguridad, ya que en el desarrollo de este documento, se ha encontrado la misma limitación, la necesidad de un potente programa de optimización.
- Finalmente, y una vez considerado dicho caso, se pueden realizar las simulaciones para el problema de tres dimensiones.

REFERENCIAS

- [1] Rafael Vázquez Valenzuela, Apuntes de la asignatura: Vehículos Espaciales y Misiles, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Sevilla. Extraídos de <http://www.aero.us.es/vem/desc.html>
- [2] Rafael Vázquez Valenzuela, Apuntes de la asignatura: Astronáutica y Aeronaves diversas, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Sevilla. Extraídos de <http://www.aero.us.es/astro/>
- [3] Koji Yamakana-Finn Ankersen, "New State Transition Matrix for Relative Motion on an Arbitrary Elliptical Orbit", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 25. No. 1, Enero-Febrero 2002
- [4] Rafael Vazquez-Francisco Gavilán-Eduardo F. Camacho, "Trajectory Planning for Spacecraft Rendezvous in Elliptical Orbits with On/Off Thrusters"
- [5] Rafael Vazquez-Francisco Gavilán-Eduardo F. Camacho, "Trajectory Planning for Spacecraft Rendezvous with On/Off Thrusters"
- [6] Louis Breger and Jonathan P. How, "Safe Trajectories for Autonomous Rendezvous of Spacecraft", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.31, No. 5, Septiembre-Octubre 2008
- [7] Jorge Vázquez Ballesteros, "Formulación del problema. La función LP SOLVE"
- [8] Rosetta, extraído el 26/12/2014 de http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Rosetta
- [9] Conociendo al cometa de Rosetta, extraído el 20/01/2014 de http://www.esa.int/esl/ESA_in_your_country/Spain/Conociendo_al_cometa_de_Rosetta
- [10] Using LPSolve from Matlab, extraído el 15/03/2014 de <http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>
- [11] Mixed-Integer Linear Programming (MILP): Model Formulation, extraído el 15/08/2014 de http://macc.mcmaster.ca/maccfiles/chachuatnotes/07-MILP-I_handout.pdf
- [12] Go for 10 km, extraído el 26/01/2015 de <http://blogs.esa.int/rosetta/2014/10/08/go-for-10-km/>

