

1. Introducción	1
2. Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica	2
3. Red de Distribución de Energía Eléctrica	2
4. Diferencias Europa y Norte América.	4
5. Planteamiento del Problema	6
6. Planificación del Sistema de Distribución	6
7. Modelos de Diseño Según Planificación Temporal	7
8. Modelos de Planificación del Sistema de Distribución	8
8.1 Modelos Heurísticos de Optimización	9
8.1.1 Algoritmos Genéticos	9
8.1.2 Recocido Simulado	13
8.1.3 Sistema Colonia de Hormigas	16
8.1.4 Búsqueda Tabú	19
8.2 Modelos Matemáticos de Optimización	23
8.2.1 Branch & Bound para planificación Multi-etapa	23
8.2.2 Punto Interior	27
9. Tabla de Comparación	30
10. Conclusión	31
11. Bibliografía	32

1. Introducción

La planificación de un sistema de distribución eléctrico es uno de los problemas más importantes a los que se enfrenta la empresa distribuidora. Una buena planificación requiere resolver un problema difícil y con varias soluciones, de ahí los más de 40 años de historia de continuos esfuerzos y contribuciones para mejorar las soluciones. El continuo crecimiento de la demanda obliga al redimensionamiento y a la expansión de la red de distribución. Ésta tiene un perfil de demanda futura. La ya bien conocida desregularización del sector viene a complicar el problema debido a la mayor incertidumbre en la predicción del crecimiento. Desde la primera publicación en la década de los 60, varias técnicas heurísticas y matemáticas, algunas en las que se integraba la fiabilidad y otros objetivos, han sido propuestas para este problema.

Se ha prestado considerable atención a encontrar soluciones algorítmicas robustas para este tipo de problemas y a su aplicación a la industria de energía eléctrica. La motivación de considerar enfoques heurísticos para resolver el problema viene de la posibilidad de introducir funciones objetivo complicadas para el mejor balance posible entre los costes de inversión de la red, costes de pérdidas, y costes de fiabilidad. Es importante tratar apropiadamente la planificación de expansión del sistema de distribución para encontrar el balance económico entre los costes de inversión y los costes de fiabilidad por penalización, establecidos como compensaciones por interrupciones y de energía no suministrada.

Los algoritmos de optimización tienen la tarea de seleccionar una alternativa de entre un conjunto muy grande de posibles conexiones entre cargas, tamaños de conductores, y opciones de reconfiguración de redes, usando métodos computacionales para encontrar la mejor alternativa dentro de un proceso iterativo. Literalmente docenas de algoritmos están disponibles. Un algoritmo exitoso debe generar y examinar de manera automática, al menos implícitamente, todas estas alternativas de combinación que se estudian en el sistema, no solo una porción. También debe tener la habilidad de respetar restricciones propias del problema.

En este trabajo se presentan algunas de las técnicas más populares en publicaciones recientes para la planificación del sistema de distribución y algunos ejemplos de los resultados obtenidos por estas técnicas.

2. Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica

Un sistema de distribución de energía eléctrica es el conjunto de equipos que permiten energizar en forma segura y fiable un número determinado de cargas, en distintos niveles de tensión, ubicados generalmente en diferentes lugares.

Dependiendo de las características de las cargas, los volúmenes de energía involucrados, y las condiciones de fiabilidad y seguridad con que deban operar, los sistemas de distribución se clasifican en: Industriales, Comerciales, Urbanos, y Rurales.

Los sistemas de distribución industrial comprenden a los grandes consumidores de energía eléctrica, que generalmente reciben el suministro eléctrico en alta tensión. Es frecuente que la industria genere parte de su demanda de energía eléctrica mediante procesos a vapor, gas o diesel.

Los sistemas de distribución comerciales son un término colectivo para sistemas de energía existentes dentro de grandes complejos comerciales y municipales. Este tipo de sistemas tiene sus propias características como consecuencia de las exigencias especiales en cuanto a seguridad de las personas y de los bienes, por lo que generalmente requieren de importantes fuentes de respaldo en casos de emergencia.

Los sistemas de distribución urbanos alimentan la distribución de energía eléctrica a poblaciones y centros urbanos de gran consumo, pero con una densidad de cargas pequeña. Son sistemas en los cuales es muy importante la adecuada selección de los equipos y su correcto dimensionamiento.

Los sistemas de distribución rural se encargan del suministro eléctrico a zonas de menor densidad de cargas, por lo cual requiere de soluciones especiales en cuanto a equipos y a tipos de red. Debido a las distancias largas y las cargas pequeñas, es elevado el coste del KWh consumido. En algunos casos es incluso justificado, desde el punto de vista económico, la generación local en una fase inicial, y sólo en una fase posterior, puede resultar económica y práctica la interconexión para formar una red grande.

3. Red de Distribución de Energía Eléctrica

La red de distribución de la energía eléctrica es una parte del sistema de suministro eléctrico que es responsabilidad de las compañías distribuidoras de electricidad. La distribución de la energía eléctrica desde las subestaciones de transformación de la red de transporte se realiza en dos etapas.

La primera está constituida por la antiguamente denominada red de reparto que, partiendo de las subestaciones de transformación, reparte la energía, normalmente mediante anillos que rodean los grandes centros de consumo, hasta llegar a las estaciones transformadoras de distribución. Las tensiones utilizadas están comprendidas entre 25 KV y 132 kV. Intercaladas en estos anillos están las estaciones transformadoras de distribución, encargadas de reducir la tensión desde el nivel de reparto al de distribución en media tensión.

La segunda etapa la constituye la red de distribución propiamente dicha, comúnmente denominada red de media tensión, con tensiones de funcionamiento de 3 KV a 30 kV y mallada. Esta red cubre la superficie de los grandes centros de consumo (población, gran industria, etc.) uniendo las estaciones transformadoras de distribución con los centros de transformación, que son la última etapa del

suministro en media tensión, ya que las tensiones a la salida de estos centros es de baja tensión (230/400 V). En la fig.1 se muestra un sistema de distribución típico.

Las líneas que forman la red de distribución se operan de forma radial, sin que formen mallas, al contrario que las redes de transporte y de reparto. Cuando existe una avería un dispositivo de protección situado al principio de cada red lo detecta y abre el interruptor que alimenta esta red.

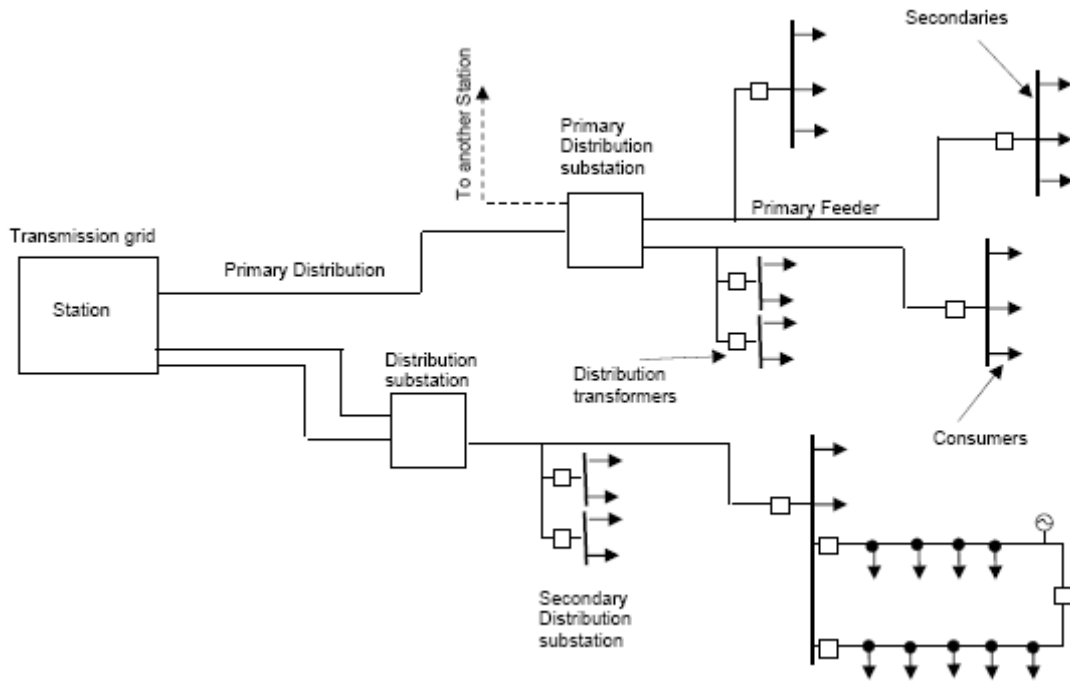


Fig. 1. Sistema de distribución típico y sus componentes.

Clasificación de redes por su configuración:

- 1) Red radial: Utiliza una sola línea de suministro, de manera que los consumidores solo tienen una sola posible vía de alimentación. Este tipo de red se utiliza principalmente en áreas rurales ya que es menor el coste de suministro al tratarse de grandes áreas geográficas con cargas dispersas y baja densidad. Fig. 2.

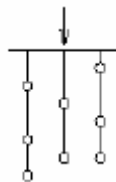


Fig. 2. Red radial.

- 2) Bucle abierto: Presenta dos posibles caminos de suministro, de forma que los consumidores pueden ser alimentados por cualquiera de ellos, pero solo una de estas vías de alimentación ésta activada en la operación normal. La otra vía es utilizada en caso de falta y suele estar abierta. Fig. 3.

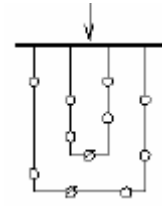


Fig. 3. Bucle abierto.

- 3) Red Mallada: El suministro de las salidas de línea puede estar respaldado por ramas o circuitos primarios adyacentes. (Se operan en bucle abierto la mayor parte del tiempo.) Fig. 4.

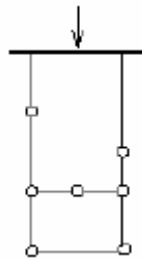


Fig. 4. Red Mallada.

Las redes bajo estudio en este trabajo tendrán las siguientes características:

- 1) Redes de media tensión, 20 Kv.
- 2) Redes equilibradas en topología y carga.
- 3) Redes urbanas, aunque las rurales serían un caso particular.
- 4) Se consideran redes malladas con operación radial
- 5) Estudio temporal
- 6) Se quiere incorporar al estudio la fiabilidad de la red.
- 7) Se consideran datos: la ubicación de posibles subestaciones, así como las posibles nuevas ramas.

4. Diferencias del Sistema en Europa y Norte América

Un sistema típico de distribución encontrado en los sistemas Americanos en general opera a 12.5 kV. La operación del sistema es habitualmente radial. La mayoría de los feeders constan de 4 cables (3 fases y un neutro) y las ramas son comúnmente monofásicas. Los transformadores están conectados estrella-estrella. La gran mayoría de los transformadores están conectados de forma monofásica de la fase al neutro a 7.2 kV, y bajan la tensión de 120/240 V (3-cables) para residencias y la mayoría de las cargas comerciales monofásicas.

El sistema Europeo de distribución opera a 11 o 12 KV, pero no tiene un neutro y por lo tanto los feeders constan de circuitos de 3 cables. Los transformadores están

conectados de manera trifásica triángulo-estrella, son más bien como subestaciones miniatura. Los secundarios operan a 400/230 V, con 2 o 3 tamaños de conductores y cubren extensas distancias.

Los sistemas americanos de distribución tienden a usar transformadores pequeños de 15 hasta 75 kVA, cada uno sirviendo alrededor de una docena de consumidores dentro de un radio de 30 hasta 80 metros de su ubicación. En contraste, el sistema europeo que utiliza un secundario de 250 V puede abarcar con cada transformador un promedio de seis veces más consumidores, por lo que los transformadores que se utilizan suelen ser de 1000 kVA o más. Los circuitos trifásicos secundarios cubren la función de distribución realizada por los laterales monofásicos en los sistemas americanos.

La diferencia de tensión entre el servicio del sistema europeo (250 V) y el americano (120 V) no es muy grande sin embargo se tiene lo siguiente:

- Los circuitos europeos pueden llegar cuatro veces más lejos dada una carga equivalente y limitación de caída de tensión.
- Un circuito trifásico equilibrado puede llegar dos veces más lejos que un circuito monofásico.
- El secundario puede llevar hasta ocho veces más carga, reemplazando el rol de los laterales primarios del sistema Americano.

En las fig. 5 se muestra un sistema Americano típico y en la fig.6 un sistema Europeo.

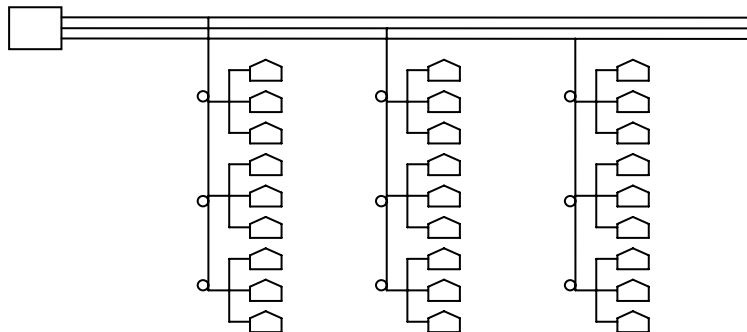


Fig. 5. Sistema de distribución "Americano"- laterales monofásicos suministran energía a muchos transformadores pequeños cerca de los consumidores

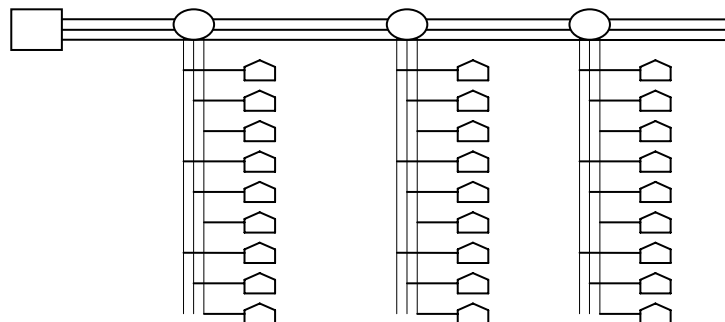


Fig. 6. Sistema de distribución "Europeo"- Pocos transformadores grandes alimentan consumidores monofásicos con líneas trifásicas sin laterales.

5. Planteamiento del Problema

La planificación de distribución es un proceso complicado de resolución, comúnmente formulado como un problema de optimización entero no-lineal cuyo objetivo es:

Minimizar el Coste total:

- Coste nueva instalación o redimensionamiento.
- Coste de pérdidas (líneas y subestaciones).
- Coste de fiabilidad.

Sujeto a las siguientes restricciones:

- Red radial en operación.
- No superar capacidad de elementos eléctricos.
- No superar caídas de tensión máximas.
- Ecuaciones de red. (Leyes de Kirchhoff)

6. Planificación del Sistema de Distribución

La planificación de la red de distribución es una de las actividades más importantes de los centros de planificación de distribución. Se evalúa el coste de instalación del nuevo equipo, fiabilidad del sistema de distribución que se desea obtener y minimización de pérdidas, considerando el crecimiento vegetativo y nuevos consumidores.

Minimizar el coste del sistema de distribución supone un gran reto. Simplemente un sistema con un solo feeder asociado presenta varias posibilidades de diseño al planificador. Encontrar pues un plan general de mínimo coste para un sistema de distribución implica una tarea difícil. Por estas razones, el uso de herramientas basadas en la asistencia computacional ha sido el enfoque principal de muchos investigadores durante las pasadas cuatro décadas, dando lugar así a programas de optimización que ayudan al planificador a encontrar el mejor diseño entre muchas posibilidades. Estos programas nunca consideran todos los aspectos del problema y la mayoría incluye aproximaciones que limitan ligeramente la exactitud. Sin embargo pueden ayudar a reducir los costes de distribución hasta un 10%, razón suficiente para utilizarlos.

La planificación del sistema de distribución requiere en líneas generales el cumplimiento de los siguientes requisitos mínimos:

- 1) Doble alimentación para cada una de las cargas a alimentar.
- 2) Cumplimiento de los requisitos electrotécnicos mínimos de caída de tensión.
- 3) Adecuado dimensionamiento de líneas y transformadores evitando sobrecargas o limitando éstas en caso de falta.

El problema se complica cuando los requisitos anteriores se desean cumplir minimizando los costes de la inversión y operación. Esto implica, entre otras

cuestiones, dar respuesta a cual debe ser el camino radial óptimo de operación del sistema. Este problema, frecuentemente no lineal, es el comúnmente denominado "reconfiguración de redes" y que ha sido y es profundo objeto de estudio en el área.

Una gran variedad de algoritmos eficaces e innovadores han sido presentados para aplicaciones en la planificación del sistema de distribución. Una posible clasificación atiende al punto de partida de la red a diseñar. Existen tres posibles necesidades:

- 1) Planificación de un nuevo sistema.
- 2) Expansión de un sistema ya existente.
- 3) Planificación de operación.

La planificación de un nuevo sistema requiere de una fuerte inversión, pero en contra de lo que pueda parecer, es la planificación más fácil de las tres. El planificador empieza desde cero y planifica un nuevo sistema en una región dada. El principal reto de esta planificación es escoger el mejor diseño dentro de los muchos tipos existentes. Desafortunadamente este tipo de planificación es la menos habitual. Mucho más común es la necesidad de expandir una red existente donde lentamente ha ido creciendo la carga o aparecen nuevos consumidores y se puede esperar una sobrecarga. Este tipo de planificación es más complicado debido a dos razones: Primero que las nuevas rutas, las nuevas ubicaciones de equipo y las actualizaciones del equipo, están limitados por razones prácticas, operacionales, ambientales y sociales. La segunda razón es que cuando se parte de un sistema ya existente las opciones de actualización son muy variadas. Se han desarrollado varios algoritmos para resolver problemas no-lineales en esta área. La planificación operacional determina el patrón de configuración para la operación de un sistema ya construido, con la finalidad de que el sistema cumpla los requerimientos de caída de tensión y carga, mientras se tienen las mínimas pérdidas. La tarea principal en este tipo de planificación es minimizar las pérdidas cumpliendo las restricciones de carga y operación.

Los algoritmos de resolución del problema de la planificación de redes de media tensión han de trabajar a sistemas de muy elevada dimensión. Reducir los costes es sin duda la principal justificación para aplicar estos algoritmos, pero también, el reducir el tiempo y el esfuerzo requerido para desarrollar un plan de distribución se beneficia con la optimización.

7. Modelos de Diseño Según Planificación Temporal

Básicamente se pueden distinguir dos modelos de diseño óptimo generales según la planificación temporal abordada:

- 1) Modelos Mono-etapa:

Se considera que el diseño óptimo se realiza con los datos de las demandas de potencias de los centros de consumo al final del período de tiempo considerado en la planificación.

La configuración del sistema de distribución que se obtendrá con este método será válida dentro de ese período, en el que se conocen los parámetros que pueden influir en las variables del problema de optimización.

- 2) Modelos Multi-etapa:

Se consideran diferentes etapas de tiempo en las cuales se tiene una estimación del consumo eléctrico desde los centros de demanda y de las otras variables del sistema bajo estudio.

Este modelo puede plantearse mediante una descomposición del mismo en sucesivas optimizaciones mono-etapa y aplicar una metodología pseudodinámica en la cual se resolverá una primera optimización para el año horizonte. Por ejemplo si el horizonte es de cinco años esta primera optimización se resuelve para el año cinco. Posteriormente, se realizarán sucesivas optimizaciones mono-etapa para los años intermedios ($t=1$, $t=2\dots$), donde los posibles tamaños y localización de las subestaciones y líneas futuras son obtenidos de la optimización realizada en el horizonte.

Así, sucesivamente, se irán obteniendo diseños óptimos para cada una de las etapas y se habrá alcanzado el horizonte fijado, utilizando varios procesos mono-etapa. Otra posibilidad es la de aplicar una metodología de programación dinámica alcanzando mediante una única optimización las configuraciones de la red correspondientes a todas las etapas en estudio de forma simultánea.

El modelo multi-etapa, debido a la interdependencia entre etapas, es mucho más complicado de formular, si bien la solución que se obtiene ofrece mejores resultados. A pesar de esto, la mayoría de las investigaciones han dirigido el problema con un enfoque mono-etapa debido a la dificultad del multi-etapa.

8. Métodos de Planificación del Sistema de Distribución

Según la técnica de resolución se puede hablar de algoritmos matemáticos o heurísticos.

- 1) Los modelos matemáticos de optimización utilizan un procedimiento de cálculo para resolver la formulación matemática exacta del problema. Estas metodologías deben abordar las siguientes dificultades:
 - La fuerte no-linealidad.
 - La incertidumbre que la carga demanda.
 - El uso de variables discretas.
- 2) Los métodos heurísticos son la alternativa actual a los modelos matemáticos de optimización. Estos métodos generan, evalúan, y seleccionan las opciones de expansión, haciendo búsquedas locales siguiendo reglas empíricas y/o sensibilidades usadas para generar y para clasificar las opciones durante la búsqueda. El proceso se detiene cuando el algoritmo ya no es capaz de encontrar un plan mejor. El método heurístico puede considerar los costes de inversión, sobrecargas, y energía no suministrada. El único inconveniente es que estos modelos no pueden garantizar de manera absoluta obtener el óptimo plan de expansión de distribución.

En los grandes problemas combinatorios, el dominio factible en donde puede estar la solución óptima es extremadamente grande, y el esfuerzo de cómputo para encontrarla pueden exigir el visitar cada solución posible, un proceso que puede ser prohibitivo computacionalmente. Sin embargo, si el

énfasis se pone en encontrar una buena solución en vez de la mejor solución, los algoritmos heurísticos pueden reducir perceptiblemente el esfuerzo de cómputo.

8.1 Métodos Heurísticos de Optimización

8.1.1 Algoritmos Genéticos

Los algoritmos evolutivos son un sistema heurístico moderno, usados con éxito en muchas aplicaciones de gran complejidad. Los más populares son los Algoritmos Genéticos (GAs) [2-8]. La diferencia más importante entre GAs y otros métodos es que trabajan con una población de soluciones posibles, mientras que otros métodos heurísticos utilizan una sola solución en sus iteraciones. Otra diferencia es que son estocásticos, no deterministas. Los Algoritmos Genéticos son llamados así porque se inspiran en la evolución biológica. Estos algoritmos hacen evolucionar una población de individuos sometiéndola a acciones aleatorias semejantes a las que actúan en la evolución biológica (mutaciones y recombinaciones genéticas), así como también a una selección de acuerdo con algún criterio, en función del cual se decide cuáles son los individuos más adaptados, que sobreviven, y cuáles los menos aptos, que son descartados.

El comportamiento de Algoritmos Genéticos en el diseño de la red de distribución se ha investigado en muchas publicaciones, divulgando características muy útiles tales como el modelar adecuadamente los problemas de planificación de la distribución, eficacia computacional para las redes de tamaño real, y fácil interfase con problemas multi-objetivo. El enfoque de los Algoritmos Genéticos en el problema de planificación dinámico multi-etapa ha demostrado ser factible y ventajoso sobre otros enfoques propuestos, al ser lo suficientemente flexible para tomar en cuenta características reales.

Ejemplo de aplicación de Algoritmos Genéticos:

En [2] se presenta un enfoque multi-objetivo para el diseño de las redes de distribución eléctrica. Se emplea un algoritmo genético multi-objetivo con operadores específicos de mutación y cruce y un esquema de codificación variable eficiente para encontrar las soluciones óptimas. Ambos casos, el diseño de nuevas redes y el diseño de la expansión de redes existentes, son tratados por el algoritmo propuesto.

El problema de optimización multi-objetivo en lugar de buscar una sola solución óptima, busca un conjunto de soluciones óptimas (conjunto Pareto-óptimo) para un problema con más de una función objetivo. Si se considera la minimización de la

función vector $f(\cdot) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix}$, por lo general no existe una sola solución x en la que $f(\cdot)$ alcance el mínimo valor para todos sus componentes. De esta manera, la información proporcionada por el conjunto óptimo es más valiosa que las tradicionales soluciones óptimas mono-objetivo.

El la fig.7 se considera un problema de variables discretas de optimización con un número finito de posibles valores. Todas las posibles instancias de los parámetros de optimización del problema multi-objetivo tienen sus dos objetivos $f_1(\cdot)$ y $f_2(\cdot)$ evaluados. Cada evaluación corresponde a un punto en el plano $f_1 \times f_2$, como se muestra en la figura. Los puntos marcados con círculos (puntos I a IV) son las llamadas "soluciones eficientes", y los puntos marcados con un cuadro con los

llamados "puntos dominados". Por ejemplo, el punto I domina al punto VI, con ambos objetivos $f_1(\cdot)$ y $f_2(\cdot)$ siendo menores que los del VI. El punto III también domina el punto IV, teniendo solo el objetivo $f_2(\cdot)$ menor, y el objetivo $f_1(\cdot)$ igual al del punto IV. Se puede notar que a pesar de que el punto V domina al punto IV también, el punto V no es una "solución eficiente", ya que el punto V es también dominada por el punto I. También, a pesar de que el punto IV es una solución eficiente, no domina al punto VI: a pesar de que su objetivo $f_2(\cdot)$ es menor, su objetivo $f_1(\cdot)$ es mayor que el punto VI. Las soluciones I a IV son eficientes por que no son dominadas por ninguna otra solución, mientras que las otras soluciones son dominadas al ser peores o iguales, en todos los objetivos, que al menos una solución del conjunto Pareto (I a IV).

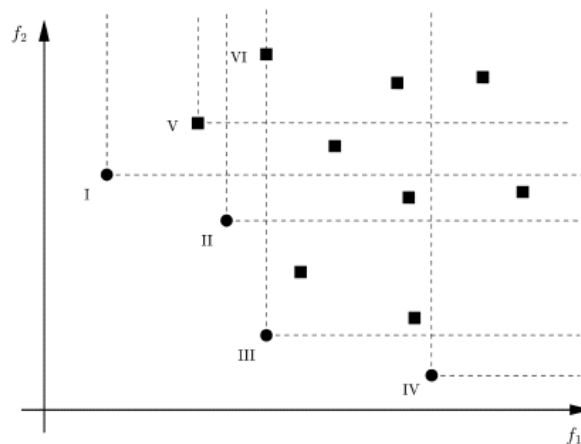


Fig. 7. Conjunto de soluciones Pareto-óptimas

En [2] se pretende minimizar dos funciones objetivo:

- La primera incluye los costes de inversión y de las pérdidas de energía.
- La segunda asociada a la fiabilidad del sistema a través del coste de ocurrencia de faltas (proporcional al número de faltas) y el coste asociado a la energía no suministrada (proporcional a la duración de las faltas).

Considerando las siguientes restricciones:

- Capacidad de la línea;
- Límites de tensión;
- Radialidad;
- Índice de fiabilidad.

El algoritmo genético propuesto en éste artículo se ha ejecutado en las pruebas a continuación descritas con los siguientes parámetros:

- Tamaño de población $N_{pop} = 50$;
- Generaciones $N_{ger} = 300$;

- Probabilidad de cruce $P_{cr} = 0.80$;
- Probabilidad de mutación $P_{mt} = 0.03$.

Se presentan dos casos: un caso de expansión del sistema, con 21 nudos, y el diseño de un nuevo sistema con 100 nudos.

Caso A. La red de 21 nudos:

Los resultados para este sistema están presentados para un periodo de un año. El algoritmo genético ha encontrado 137 soluciones óptimas como se muestra en la Fig. 8. La red A es red más fiable, y se muestra en la Fig. 9(a). Se debe hacer notar que hasta siete ramas de reserva han sido permitidas en la red A, para fortalecer la fiabilidad del sistema. La red C en la Fig. 9(c) es la de coste mínimo y la red B en la Fig. 9(b) representa una solución intermedia que es probablemente mejor que A y C, desde el punto de vista del diseñador. Se debe notar que B tiene un coste de inversión menor que la red A y mayor que la red C. El coste de fiabilidad (coste de tener el sistema en falta) de B es mayor que la red de A, y es menor que la red de C. Las redes A y B tienen todos los conductores de las ramas ya existentes reemplazadas por otras con mayor fiabilidad. La red C tiene solo 2 conductores ya existentes que también fueron reemplazados por otros de menores pérdidas.

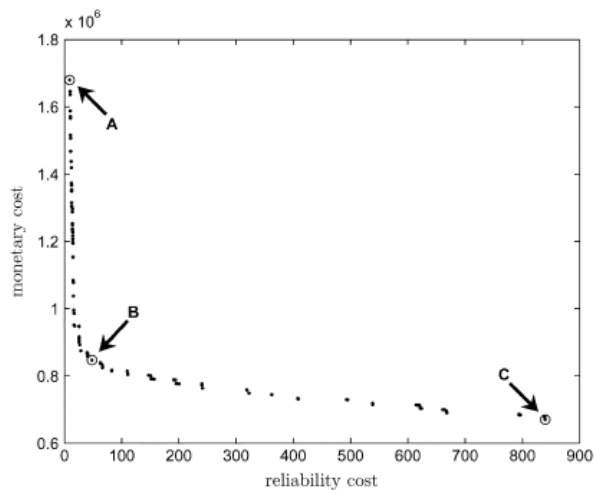


Fig. 8. Soluciones óptimas- red 21 barras- 1 año

Caso B. La red de 100 nudos:

En la Fig. 10 se muestra un sistema de 100 barras el cual es una solución que se ha encontrado por medio de GA, considerando un año como tiempo horizonte para coste de cómputo y sin conexiones ya existentes. El GA ha encontrado 132 soluciones óptimas como se muestra en Fig. 11. La red de Fig. 10 corresponde a la solución marcada con A en Fig. 11, la cual representa una solución intermedia.

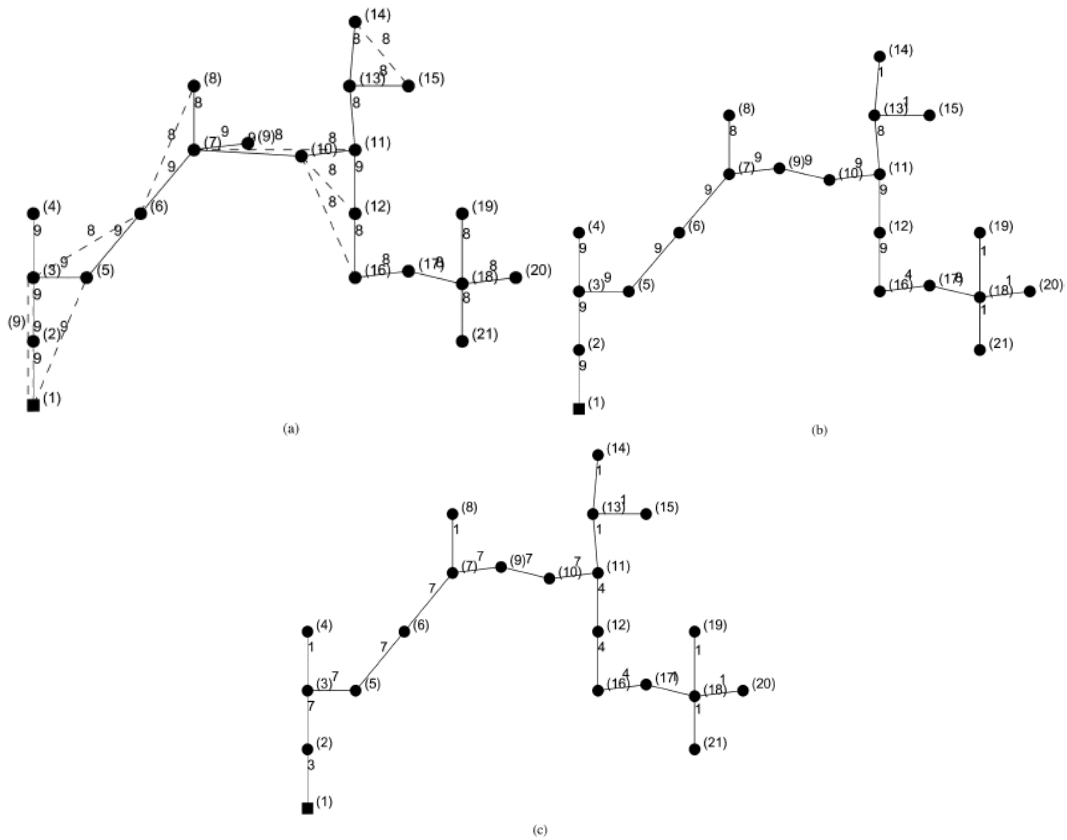


Fig. 9. Redes 21 barras- 1 año. La línea punteada en la red A representa las ramas del sistema que se han utilizado para reforzar el sistema. (a) La red A es la solución más fiable. (b) La red B es una solución balanceada. (c) La red C es la de menor coste.

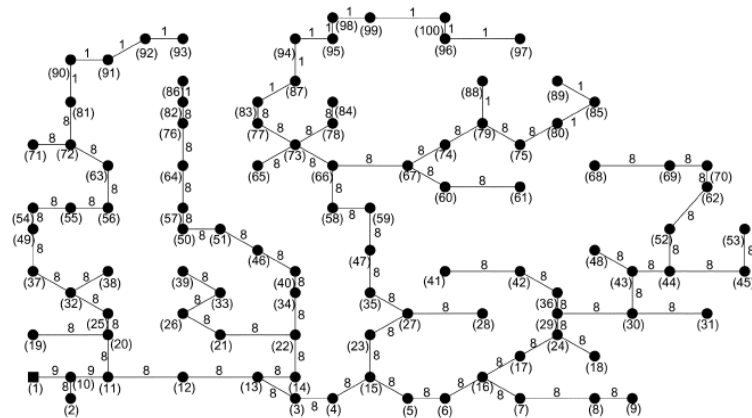


Fig. 10. Red de 100 nudos- 1 año. Red solución intermedia.

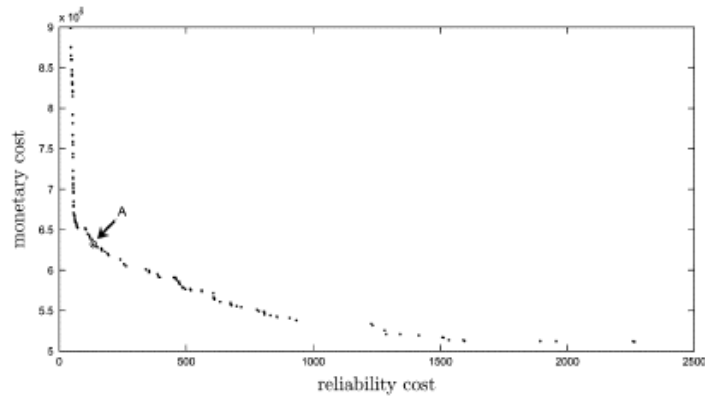


Fig. 11. Soluciones óptimas. Red de 100 barras-1 año.

8.1.2 Recocido Simulado

El algoritmo de Recocido Simulado (SA) es un algoritmo meta-heurístico para determinar una solución óptima o sub-óptima de los problemas de optimización [13-15]. Como los Algoritmos Genéticos, ésta técnica realiza una búsqueda al azar sobre el espacio de la solución. Los algoritmos de SA se han utilizado en vez de los (GAs) en problemas de gran dimensión al requerir menos memoria en cada iteración y disminuir así el tiempo de solución [13].

El algoritmo se basa en el proceso del recocido, donde los sólidos primero son hechos líquido al levantar su masa a niveles de alta temperatura. El nivel de temperatura entonces se baja lentamente, para permitir que los estados del equilibrio sean alcanzados en cada nivel. Esto da lugar a las estructuras cristalinas, estables y de poca energía del sólido durante el proceso. Si la temperatura se baja demasiado rápido, podría resultar en estructuras "vidrio". De acuerdo con la analogía del proceso de recocido, un algoritmo se diseña de forma que el sistema a ser optimizado es primero "derretido" empezando a una alta temperatura eficaz y después lentamente se va bajando la temperatura hasta que se encuentra una buena solución. En cada temperatura, la simulación debe permanecer el tiempo suficiente para que el sistema alcance un estado constante. La simulación consiste en un proceso de reconfiguración para cada temperatura (T). El número de iteraciones para cada T y el conjunto de temperaturas caracterizan un programa del recocido.

El enfriamiento geométrico puede servir como una función adecuada para derivar el conjunto de temperaturas requeridas por el horario. Esta función está dada por $T(t+1) = \alpha T(t)$, donde la temperatura $T(t)$ es una función del tiempo y α es una constante que generalmente cae en el rango $0 \leq \alpha \leq 1$. La temperatura inicial $T(0)$ y el número de iteraciones a realizar para cada temperatura (T), pueden ser empíricamente determinados. El procedimiento se detiene cuando la temperatura alcanza un valor límite inferior T_{min} , o cuando la solución no es mejorada en temperaturas consecutivas. Para usar el algoritmo SA para resolver el problema de distribución eléctrica, se ha de introducir primero un procedimiento para determinar la solución inicial, después los procedimientos para especificar las soluciones vecinas a una solución actual, y la forma de evaluar el coste de la función objetivo. La temperatura inicial es comúnmente establecida en un valor donde la probabilidad inicial de aceptar la solución vecina es alta.

Ejemplo de aplicación de Recocido Simulado:

En [13] se propone un algoritmo Recocido Simulado (Simulated Annealing) (SA) para el problema de distribución de energía eléctrica, donde el objetivo es minimizar la suma del coste total de inversión y del coste total de la energía-pérdida.

Como se ha comentado el algoritmo SA tiene 4 parámetros:

- Temperatura inicial $T(0)$;
- Constante α utilizada en el proceso de enfriamiento geométrico [$T(t+1) = \alpha T(t)$]; $0 \leq \alpha \leq 1$.
- ITER número de iteraciones hechas en cada temperatura;
- RPT número máximo de temperaturas consecutivas donde la mejor solución actual no es superada antes de que el procedimiento se detenga.

En [13] se muestran dos tipos de prueba. La primera orientada a ilustrar sobre la influencia de los parámetros del algoritmo SA en la solución y coste de ejecución, y una segunda que busca analizar el comportamiento de método de resolución SA ante el tamaño del problema a resolver. En todas estas pruebas se utilizan problemas generados al azar. La primera prueba usa una red con $m=5$ subestaciones y $n=55$ nudos consumidores.

Para estudiar como influye el valor del parámetro ITER se realiza una serie de 10 pruebas donde ITER varia de 5 a 50 en incrementos de 5. El resto de los parámetros quedan fijados a: $\alpha = 0.5$; $T(0)=80$ y $RPT=2$. En las figuras 12 y 13 se representa el coste final (Mill \$) y el tiempo(s) invertido en obtener la solución. Como era de esperarse, el coste promedio de la mejor solución decrece cuando ITER aumenta, mientras que el tiempo promedio de la solución se incrementa con ITER.

Merece la pena resaltar que el coste promedio de la mejor solución es prácticamente constante para los valores de ITER entre 10 y 40 (en realidad ligeramente decreciendo). Sin embargo, en este rango de valores de ITER, el aumento del tiempo medio de la solución es elevado. En consecuencia, adoptar un valor de ITER igual a 10 parece bastante apropiado. Para cualquier otro valor entre 15 y 40, la mejora de la calidad de la solución no se justifica dado el incremento tan elevado en el tiempo de ejecución. La tendencia del comportamiento del tiempo de ejecución y del coste se rompe cuando $ITER=40$ y 45 , pero se recupera en $ITER=50$. Los dos casos detectados fuera de la tendencia habitual ($ITER=40$ y 45) quedan justificados por el carácter aleatorio del algoritmo.

Para sincronizar el valor de α , el problema se resuelve diez veces con los siguientes valores: $\alpha = 0.3, 0.5, 0.55, 0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.8, 0.9, 0.95, \text{ y } 0.99$. El resto de parámetros valen: $ITER=10$, $T(0)=80$, y $RPT=2$. Las gráficas del coste promedio de la solución y del tiempo promedio de ejecución se muestran en la Fig. 9. Soluciones con los costes más bajos se obtienen con $\alpha = 0.5$. El tiempo de ejecución crece muy levemente conforme α aumenta entre 0.3 y 0.9. Para valores de α mayores a 0.9 el tiempo de ejecución crece exponencialmente. Un rango aceptable para los valores de alfa es pues entre 0.5–0.9 y, en este caso en particular, el valor más adecuado parece ser 0.5 dado que corresponde a la solución de menor coste.

La segunda serie de pruebas analizan la influencia del tamaño del problema. Los siguientes valores de los parámetros son adaptados en este caso: $\alpha = 0.8$, $T(0) = 100000$, $ITER = 45$, $RPT = 2$. Para cada problema, el coste promedio de la mejor solución, el número promedio de las iteraciones y el tiempo promedio de ejecución se evalúan tras 5 ejecuciones del SA. Los resultados indican que el número de iteraciones es muy estable para cada uno de los valores de $(m+n)$. Un promedio de diez iteraciones/nudo, considerando subestación y nudos consumidores, se han requerido para resolver cada problema. Por otra parte, el tiempo promedio de solución por nudo aumenta cuando lo hace el tamaño $(m+n)$ del problema, concretamente entre 187 y 5515 s se requirieron para resolver cada caso. El comportamiento del algoritmo de flujo de carga se refleja debido a que cuanto más grande es el número de subestaciones, mayor es el número de ejecuciones para éste algoritmo; por otro lado, cuanto más consumidores, mayor es el esfuerzo iterativo para alcanzar la convergencia. Como promedio, 8.62 s/nudo se requiere para resolver cada problema.

Los resultados numéricos indican que:

- La calidad de la solución aumenta con el número de iteraciones realizadas en cada temperatura.
- Aumenta el tiempo de ejecución de manera constante.
- El tiempo de solución es estable para los valores de α dentro del rango de 0.3 a 0.9, y aumenta exponencialmente para valores más grandes.
- Aunque el número medio de iteraciones no parezca ser sensible al tamaño del problema, el tiempo medio de solución sí aumenta con la dimensión del sistema a resolver.

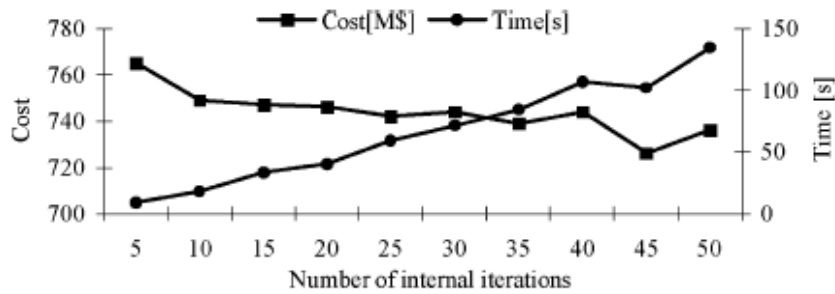


Fig. 12. Tamaño del ciclo interno e ITER.

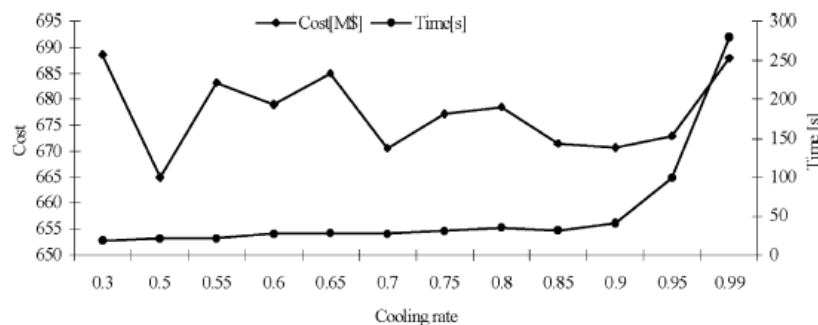


Fig. 13. Coste y tiempo para diferentes valores alfa.

8.1.3 Sistema Colonia de Hormigas

El algoritmo de Sistema de Colonia de Hormigas (ACS) se deriva de los algoritmos Sistema de Hormigas (AS) o Colonia de Hormigas (AC), que son un tipo de enfoques de optimización caja-negra cuyo objetivo es maximizar una función objetivo, conforme a un sistema de restricciones no lineales [9]. Los algoritmos AC o AS se basan en el comportamiento de estos insectos con capacidades excepcionales de encontrar las trayectorias más cortas a sus fuentes de alimento sin ayuda visual, usando una sustancia química llamada feromona que depositan mientras caminan, para marcar sus caminos. Inicialmente, un grupo de individuos explora la superficie sin una dirección predeterminada. Después de que se encuentra el alimento, los individuos regresan a la colonia. Mientras que todos los individuos viajan aproximadamente a la misma velocidad, las trayectorias más cortas tienen una tendencia a contener un alto nivel de feromona porque más individuos lo han utilizado. Después de un período a corto plazo, las diferencias entre los depósitos de feromona en las rutas son bastante grandes para influenciar la decisión de los nuevos individuos, que se decidirán por las trayectorias más cortas, produciendo una regeneración al sistema que contribuye y promueve el uso de las mejores trayectorias.

El uso del algoritmo ACS en la planificación de los sistemas de distribución [9-12] requiere la definición de la función objetivo a ser maximizada, así como una función heurística de la guía.

1) Función objetivo:

La función objetivo del problema queda definida como la inversa de los costes totales, considerando los costes de equipo y las pérdidas de operación requeridas para cada alternativa, que se calculan con la información disponible del flujo de carga.

2) Función heurística de guía:

La función heurística de guía desempeña un papel primordial durante las primeras etapas del proceso de la optimización, debido al hecho de que permite la generación de redes de bajo coste con un buen comportamiento de tensión. Por contra, conforme el algoritmo evoluciona, el abrir ramas y la decisión de cual rama tomar es menos dependiente de la función heurística.

En AS la función de guía suele estar definida como la inversa de la distancia, dando preferencia a la selección de caminos más cortos. Cuando se aplica ACS en la planificación del sistema de distribución se incluyen las siguientes variables: La distancia, el coste incremental de la red y la magnitud de carga al final del camino. Se definió como la suma ponderada de dos términos. El primer término está relacionado con los kilovolts-ampereios (kVA) multiplicado por la distancia (kVA \cdot m). El segundo término relacionado con el coste incremental de sumar la nueva rama de la red en unidades monetarias (\$/kVA).

3) Selección de rama:

El proceso de selección también se adapta al problema de planificación del sistema de distribución. En concreto, para la selección de cada nueva rama que se agregará a la red, se realiza una evaluación de todas las ramas que estén conectadas desde los nudos de la frontera creciente de la red hasta los nudos que quedan por ser alimentados.

La formulación matemática del algoritmo ACS quedaría de la siguiente manera:

AS básicamente utiliza dos funciones para dirigir la búsqueda hacia la solución óptima del problema.

- 1) Una función que es proporcional a la cantidad de feromona depositada;
- 2) Una función heurística de la guía, también denominada como la función de coste incremental, y definida generalmente como la inversa de la distancia, que constituye una función auxiliar que ayuda a generar redes mejores.

El algoritmo funciona como sigue:

Inicialmente un nivel de feromona al azar es depositado en cada rama de la red inicial. Después, las hormigas llevan a cabo exploraciones independientes a través de la red, guiadas por la función heurística de guía y por la cantidad de feromona depositada en las ramas, de acuerdo con las reglas de probabilidad de transición, hasta que todos los nudos son alimentados cumpliendo así una expedición de la colonia de hormigas.

La regla de probabilidad de transición es llamada regla proporcional al azar y define la probabilidad de que las hormigas de una colonia, localizadas en un conjunto de nudos frontera, decidan moverse hacia un nudo u otro.

Después de que se ha cumplido un número predeterminado de expediciones, los niveles de feromona son actualizados.

La regla local de revisión de feromona se implementa para variar los depósitos de feromona. Una fracción de la feromona se evapora y se asume que cada colonia de hormigas contribuye a incrementar el nivel de feromona de los caminos transitados en proporción del coste total de la red resultante.

La regla global de revisión de feromona simula el efecto de la adición de nuevos depósitos de las colonias de hormigas que transitan a través de la red, así como también la evaporación de feromona; la feromona de cada uno de los caminos es actualizada considerando todas las redes que fueron construidas por todas las colonias de hormigas.

La feromona juega un rol muy importante de memoria a largo plazo de las colonias de hormigas, siendo distribuidas en diferentes caminos de la red, permitiendo comunicación indirecta entre las diferentes colonias de hormigas.

Ejemplo de aplicación de Sistema Colonia de Hormigas:

En el artículo [10] se propone una nueva metodología basada en el algoritmo de ACS para la planificación de los sistemas de distribución de energía eléctrica. La metodología es muy flexible y calcula la localización y las características de los circuitos reduciendo al mínimo los costes de inversión y de operación y cumpliendo al mismo tiempo las restricciones técnicas tales como las capacidades de transmisión y los límites de tensión, permitiendo por tanto la consideración de un modelo muy completo y detallado para el sistema eléctrico. Particularmente, se utilizó un modelo de programación mono-objetivo entero-mixto no-lineal. La metodología se probó para dos casos: un sistema de distribución de 23 nudos y otro de 201 nudos, demostrándose así la viabilidad la metodología propuesta, presentando una reducción significativa del esfuerzo de cómputo requerido cuando se compara a un GA de alto rendimiento.

Caso prueba 1:

Un sistema de distribución de 34.5 kV con una subestación de 10-MVA para alimentar un área de producción se escogió como caso 1. En [10] presentan las

coordenadas del plano de la subestación, y de los nudos de carga, correspondientes al consumidor. Las rutas factibles propuestas, definidas de acuerdo a la geografía y a la topología, se muestran en Fig. 15. Los datos económicos requeridos para el análisis se presentan en [10].

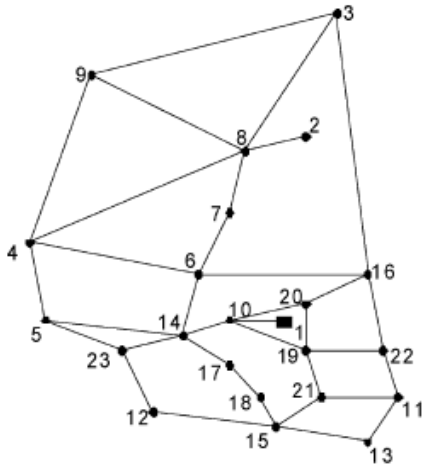


Fig. 15. Rutas factibles propuestas.

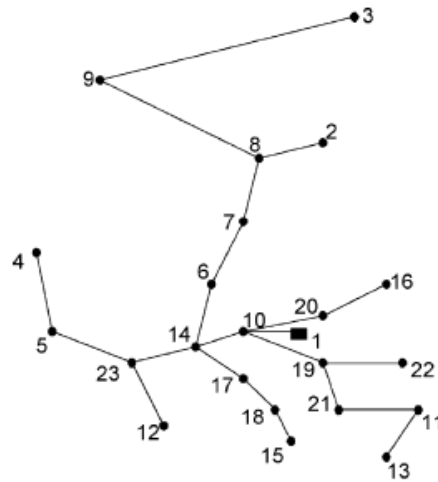


Fig. 16. Red óptima encontrada por ACS.

ACS Resultados:

Después de 6 conjuntos de expediciones (colonias de hormigas), el algoritmo propuesto llegó a la red presentada en Fig. 16. Los resultados se muestran en [10]. La red resultante es ligeramente mejor a la red presentada en [22] usando GA. La diferencia en el coste total está en el orden de 0.03%. Esto representa una mejora leve mejora del coste del algoritmo ACS con respecto a GA, pero el esfuerzo de cómputo es considerablemente reducido. El algoritmo se ejecutó 1000 veces para evaluar su funcionamiento. Los resultados se presentan en la Fig. 17, donde los costes mínimos, promedio, y los máximos son presentados frente al número de expediciones.

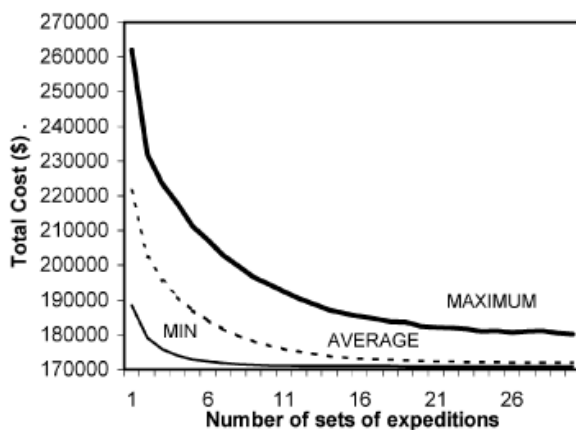


Fig. 17. Coste de la red vs. Número de ejecuciones.

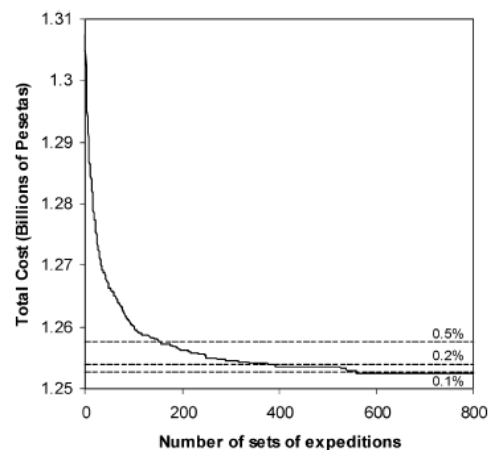


Fig. 18. Resultados promedio de ACS en caso prueba 2.

Caso prueba 2:

Un gran sistema de distribución complejo de 10-kV con una subestación de 10-MVA para alimentar un área urbana se escogió como caso 2 [23], [5]. Las características del sistema se dan en [23]. La solución presentada en [23] y [5] se obtuvo por medio de un elaborado AG de alto rendimiento, después de 1200 generaciones de 150 individuos (alrededor de 200000 casos evaluados). El funcionamiento promedio en el caso 2 para 20 ejecuciones del algoritmo ACS con un conjunto de 150 ACs se muestra en la Fig. 18. Se puede observar que el algoritmo requirió de 156 conjuntos de expediciones (23400 evaluaciones) para alcanzar el 0.5% de tolerancia, 392 conjuntos de expediciones (58800 evaluaciones) para el 0.2%, y 562 expediciones (84300 evaluaciones) para alcanzar el 0.1% tolerancia, requiriendo 26 min., 1 h, 5 min., y 1 h, 33 min., respectivamente, para llegar a la solución en una PC con un procesador 800-MHz con 128-MB de memoria RAM en Microsoft Windows 98. Como muchos enfoques heurísticos, el algoritmo mostró ser muy eficiente al principio de la búsqueda, obteniendo importantes reducciones en el coste de la red en muy pocas iteraciones; sin embargo, la búsqueda de una solución de mayor precisión requiere un número de pruebas elevado y por tanto esto implica un funcionamiento más lento. Una de las redes resultantes se encuentra en la Fig. 19.

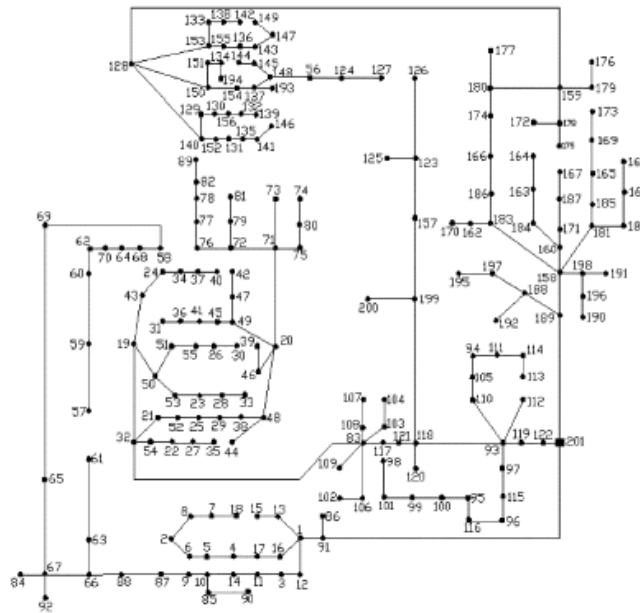


Fig. 19. Red resultante para el caso prueba 2.

8.1.4 Búsqueda Tabú

La Búsqueda Tabú, a diferencia de otros algoritmos basados en técnicas aleatorias de búsqueda de soluciones cercanas, se caracteriza porque utiliza una estrategia basada en el uso de estructuras de memoria para escapar de los óptimos locales, en los que se puede caer al "moverse" de una solución a otra por el espacio de soluciones. Este algoritmo se dota, por tanto, de una "memoria" donde se almacenan los últimos movimientos realizados, y que puede ser utilizada para "recordar" aquellos movimientos que hacen caer de nuevo en soluciones ya exploradas. Esta "memoria" serviría para impedir la evolución hacia esas soluciones.

Las bases de esta técnica, aplicada a la planificación del sistema de distribución [16-21] son las siguientes:

Evaluación de una solución de planificación:

El algoritmo de Búsqueda Tabú utiliza variables enteras. Para una solución de planificación dada se pueden determinar los flujos de potencia radiales, así como las tensiones en los nudos y el coste económico de la planificación. Esta posible solución se puede obtener considerando las restricciones habituales del problema (caídas de tensión, capacidad de líneas y subestaciones) e incluso restricciones de fiabilidad (energía no suministrada).

Movimientos para la búsqueda de una nueva solución de planificación:

Se define una solución cuando se determinan líneas y las subestaciones que deben ser construidos. Podemos obtener una nueva solución a partir de la una solución dada aplicando ciertos cambios a su topología. Para encontrar nuevas soluciones se permiten los siguientes cambios en la topología:

- Quitar un feeder introduciendo uno nuevo con garantía de un estado de funcionamiento radial de la red de energía.
- Cambiar el tamaño de un feeder seleccionado.
- Quitar o incluir una subestación.
- Cambiar el tamaño de una subestación dada.

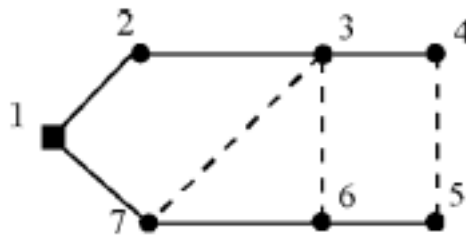


Fig. 20 Ejemplo ilustrativo

Estos cambios llamados "movimientos" mantienen la radialidad de las nuevas redes. Por ejemplo en la Fig. 20 se explican los movimientos 1) y 2) arriba mencionados. La red eléctrica elemental representada en la Fig. 20 posee una sola subestación en el nudo 1 y seis nudos de demanda (nudos 2-7). Los segmentos continuos son los feeders que componen la solución radial actual y los segmentos punteados son las rutas de feeder adicionales que pueden formar parte de la nueva solución. La búsqueda de una nueva solución empieza con la anterior solución. El proceso de búsqueda selecciona entonces un nudo cualquiera, por ejemplo el nudo 3 en la solución actual. Como este proceso solo permite realizar movimientos que mantienen la radialidad, los movimientos permitidos asociados al nudo 3 son: cambiar el tamaño del feeder en la ruta (2,3), o quitar el el tramo (2,3) e introducir una nueva línea (manteniendo el estado de operación radial) que suministra potencia al nudo 3 (línea [7,3] o línea [6,3]).

Lista Tabú:

Los elementos de la red de potencia asociados con los movimientos en las últimas m iteraciones son almacenados en la lista tabú. Además, los movimientos en estos elementos están "prohibidos" para asegurar que la búsqueda está diversificada.

Región vecina de una solución de planificación:

El conjunto de soluciones que pueden ser obtenidas de una solución dada al aplicar movimientos son la "región vecina" de la solución. Como la región vecina esta comúnmente compuesta de un gran conjunto de soluciones con un gran coste computacional para evaluarlas, un subconjunto de movimientos es seleccionado para obtener algunas soluciones ("candidatos elite") de esta región vecina que parecen ser mejores que la actual solución (sin una previa evolución de estos "candidatos elite"). Los movimientos que llevan a los "candidatos elite" se seleccionan utilizando un enfoque local para mejorar los objetivos de optimización. Naturalmente, los movimientos de los elementos pertenecientes a la lista tabú están prohibidos.

Ejemplo de aplicación de Búsqueda Tabú:

En [19] se propone un método eficiente para la planificación de expansión de una red de distribución. El método propuesto optimiza la planificación de expansión con Búsqueda Tabú, considerando la generación distribuida y el coste de falta de suministro en los sistemas de distribución. El método propuesto es Búsqueda Tabú Dos-capas que trata la localización óptima de la generación distribuida en la capa 1 y la de los feeders y subestaciones en capa 2. La técnica permite a Búsqueda Tabú manejar diferentes tipos de variables enteras.

Los datos del sistema a analizar y las características del algoritmo son:

El método propuesto se aplica a un sistema de distribución radial de 69 nudos y 3 subestaciones de distribución. El coste de la instalación de subestaciones es \$100 y el coste de instalación de los feeders se determina de manera proporcional a la longitud de los mismos. La resistencia y reactancia de los feeders es considerada. Se asume que cada unidad DG es de 300 kVA (hay un total de 7) y factor de potencia de 0.8. El coste de instalación de una unidad DG es \$40. Hay 100 feeders y se utiliza una variable binaria, asignado 1 cuando un feeder es instalado y en caso contrario 0.

Búsqueda Tabú Dos-capas, para crear el área vecina a una dada emplea la distancia Hamming de uno y dos en las capas 1 y 2 respectivamente. La codificación usada es de 8 bits en la capa 1 y en 100 bits en la capa 2. El número de combinaciones resultantes es de 1.7×10^{28} .

Se emplean dos tipos de costes de falta de suministro según el consumidor, sea residencial o comercial. Los valores específicos se encuentran en [14]. El tiempo de planificación es a un horizonte de 3 años.

Se analizan tres casos:

Caso A: sistema existente con las cargas originales.

Caso B: sistema existente con crecimiento de carga.

Caso C: sistema con crecimiento de carga y nuevas instalaciones.

Para los casos B y C, las redes en uno, dos y tres años incrementan su carga un 5%, 9% y 12% respectivamente.

El método propuesto es comparado con SA y GA. Para examinar la influencia de la red de partida en cada método, cincuenta soluciones iniciales se utilizan para optimizar la red ejemplo.

Resultados de la simulación:

La Fig. 21 muestra los resultados de cada método con 50 soluciones iniciales, donde se muestran la mejor, la promedio y la peor función de coste. Se puede ver como el método propuesto da mejores resultados que SA y GA. En la mejor función de coste, el método Tabú mejoró 10.0% y 9.1% de las mejores funciones de coste de SA y GA respectivamente. En lo que respecta a la función de coste promedio, el método propuesto mejora 15.2% y 9.1% de la mejor función de coste de SA y GA, respectivamente. Esto implica que SA y GA fallaron al evaluar una mejor solución debido a la utilización de probabilidad en el proceso de búsqueda de la solución.

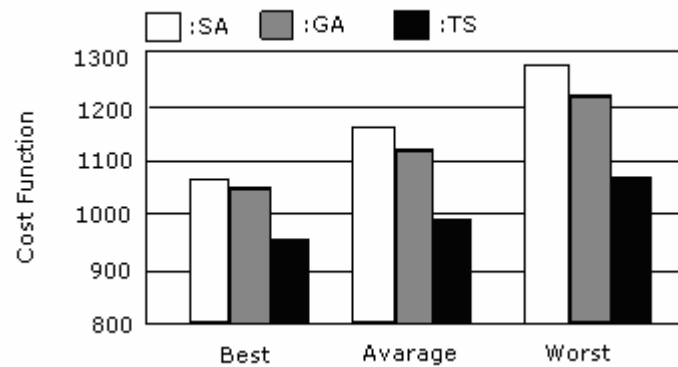


Fig. 21. Función de coste para cada método.

La Fig. 12 muestra la desviación estándar de las funciones de coste para cada método con las 50 soluciones iniciales. El método Tabú ganó al reducir en un 74.4% y 56.5% la desviación estándar de SA y GA respectivamente. La Fig. 23 muestra el tiempo de cómputo promedio de cada método. El método propuesto es 1.22 y 1.11 veces más rápido que SA y GA respectivamente. Es por esto que los resultados de la simulación son concluyentes en cuanto a que el método Tabú es mejor que el SA y GA en términos de calidad de solución y tiempo de cómputo.

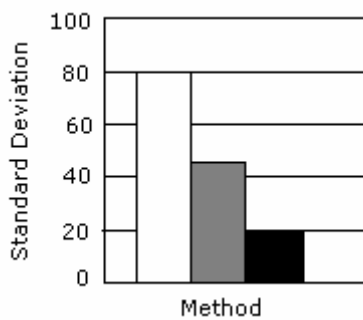


Fig. 22. Desviación estándar.

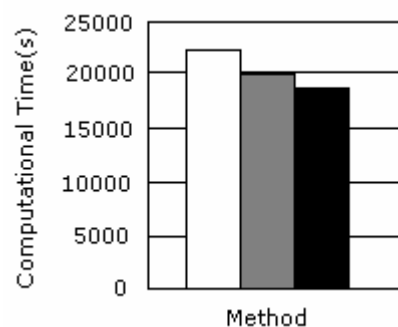


Fig. 23. Tiempo de cómputo.

Case	Feeder Installation Cost	Substation Installation Cost	Substation Capacity Cost	Network Loss	Outage Cost	DG Installation Cost	Total Cost
A	0.00	0.00	490.76	625.99	214.96	0.00	1331.71
		490.76					
B	0.00	0.00	525.37	722.71	244.25	0.00	1492.33
		525.37					
C	50.35	100.00	253.97	258.76	134.52	160.00	957.60
		353.97					

Tabla 1. Comparación de cada caso.

La tabla 1 muestra la comparación de los costes totales para los casos A, B y C. En los casos A y B, no se tiene en cuenta el coste de nuevas instalaciones de feeders, subestaciones y DG puesto que se utiliza solo la red existente. Comparado con el caso A, el caso B considera el crecimiento de carga y coste de falta de suministro. Obviamente, el caso B da mayor coste que el A. El caso C resuelve el caso B permitiendo nuevas instalaciones. Podría esperarse que aún cuando el uso de nuevas instalaciones implica una inversión dada, la reducción en pérdidas y fiabilidad la recompensen o incluso la readuzcan respecto al caso B. De hecho ocurre así. El caso C añade una nueva subestación, 11 nuevos feeders y 4 nuevas localizaciones DG. Se tiene un coste de instalación en el caso C de \$ 310.35, pero se reducen las pérdidas en las subestaciones, de las pérdidas en la red y el coste de la falta de suministro. Comparado con el caso B, el caso C reduce 64% las pérdidas de la red, un 45% el coste de la falta de suministro y un 36% el coste total.

8.2 Modelos Matemáticos de Optimización

8.2.1 Branch & Bound

El algoritmo de branch-and-bound (B&B) emplea básicamente dos estrategias: relajación y separación para resolver un problema complejo. Se utiliza principalmente para los problemas entero-mixtos que presentan espacios grandes de búsqueda. Básicamente, el método explora un árbol de búsqueda binario comenzando con un solo nudo raíz (nudo-0). La idea principal es relajar las variables enteras y solucionar el problema candidato actual (CCP), que significa la resolución de un programa lineal o de un programa no lineal. Si la solución de CCP es entera, es la solución óptima global. Si no, el problema es separado en dos sub-problemas (operación de ramificación) seleccionando una variable de número entero con valores actuales no enteros. Los sub-problemas creados recientemente se agregan a una lista de problemas "vivos".

El siguiente paso en el proceso es definir el siguiente problema a solucionar de la lista "vivos". Hay varios enfoques: uno de ellos consiste en seleccionar el problema por la estimación más baja de la función objetivo de los candidatos en la lista cuando las variables se hacen enteras y otra estrategia de la selección es seleccionar el último sub-problema creado. Cuando el problema candidato se selecciona y se soluciona, el árbol entero se explora para verificar cual problema candidato no puede proporcionar soluciones mejores que la mejor en la iteración actual. Este paso se llama poda del árbol y cada solución no prometedor se cae de la lista. Nótese que este proceso elimina partes del espacio de búsqueda. La búsqueda termina cuando la lista "vivos" esta vacía, siendo la solución bajo análisis la solución óptima global.

Algunos inconvenientes de esta metodología son:

- 1) Dependiendo de la complejidad del problema la convergencia del algoritmo de B&B es demasiado lenta.
- 2) Puede haber problemas de memoria cuando hay un bajo índice de poda de los problemas candidatos actuales.
- 3) Una buena programación debe tener en cuenta los siguientes aspectos:
 - Las pruebas de poda.
 - La selección de la variable para la separación (operación de ramificación).
 - La selección del sub-problema siguiente.

Todo ello complica la eficiencia de la metodología.

A. La prueba de poda:

La prueba de penetración verifica si hay soluciones más prometedoras (soluciones mejores que la solución en cuestión) en la región factible del espacio de la búsqueda. Las soluciones que son peores que la solución en cuestión y no conducirán a ninguna solución mejor se eliminan de la lista de los problemas candidatos.

Para un problema entero-mixto lineal, las tres pruebas de poda más relevantes son:

- 1) La solución actual es un número entero, lo que indica que la solución actual es la mejor de la región actual;
- 2) La solución actual es peor que la solución en cuestión, lo que indica que ninguna solución entera obtenida de la actual será mejor que la en cuestión actual;
- 3) La solución óptima del sub-problema es irrealizable, demostrando que las soluciones del número entero no existen en la región factible del sub-problema.

B. La operación de ramificación:

La selección de la variable de ramificación determina el tamaño del árbol de búsqueda, y por lo tanto la cantidad de esfuerzo y de memoria de cómputo requeridos. De cada sub-problema está la variable más adecuada para ramificar, sin embargo no hay métodos exactos para su selección. La estrategia que presentó los mejores resultados se basa en el cálculo de los costes.

C. La selección del problema candidato:

Una selección adecuada del problema candidato puede conducir a la solución óptima con menos cálculos. La selección se puede hacer basada en valores de los costes. Permite estimar el límite inferior de cada sub-problema, en el cual los problemas con el valor óptimo más bajo de la función objetivo tienen más probabilidad de presentar soluciones enteras con buena calidad en la región vecina actual.

Ejemplo de aplicación de Branch & Bound:

En [24] se propone una nueva metodología para resolver el problema de expansión del sistema de distribución, el cual es formulado como un modelo de programación no lineal entera mixta. El modelo matemático considera los costes fijos y variables para subestaciones y feeders, el coste de pérdidas (modeladas como una función cuadrática) y el coste del nuevo conexionado. La función objetivo busca minimizar el coste total de expansión con horizonte de un año. Se utiliza el algoritmo de Branch & Bound combinado con procedimientos heurísticos para resolver problemas de gran escala dentro de un tiempo de cómputo razonable. Las restricciones de radialidad y caída de voltaje no se consideran explícitamente en el modelo ya que introducen variables binarias adicionales lo que complicaría la aplicación del método a redes reales. En lugar de esto, se utilizan procedimientos heurísticos para asegurar estos aspectos de operación. En concreto, las restricciones de radialidad se obtienen aplicando la heurística que trata con los costes reales de expansión, mientras que las restricciones de caída de voltaje se revisan en la solución radial final y se llevan a cabo acciones correctivas en caso de no ser satisfechas.

Los algoritmos de optimización utilizados se implementaron en lenguaje C y todas las pruebas se realizaron en una microcomputadora con un coprocesador aritmético. La metodología completa se ha probado en una red real de distribución que sirve a una población Brasileña con una población de 300000, caracterizada por una demanda rápida de crecimiento. Primero, el proceso de optimización es utilizado para alcanzar una solución estática para cumplir la demanda requerida en el año 2000. Después, el modelo mono-etapa es aplicado sucesivamente a 1993 (año actual) y 1996, escogiendo elementos del conjunto de equipo que pertenece al plan del año 2000. En éste artículo solo se muestran los resultados para la planificación de un año horizonte. La planificación completa en el tiempo se encuentra en [25].

En la fig. 24 se encuentra representada la red. Los arcos punteados representan posibles rutas de feeders para servir futuros puntos de carga. Hay 155 arcos punteados. La red completa tiene 301 nudos y 438 arcos. Habían cuatro subestaciones de 25 MVA en 1990, año considerado como base para del periodo de planificación.

Tres de las cuatro subestaciones se pueden expandir (subestaciones 1, 2 y 3) lo que significa que el modelo de localización que resuelve el problema de localización de subestación y conexionado de feeders tiene 170 variables binarias (15 nudos candidatos para subestación mas 155 arcos candidatos). Se asume que las subestaciones disponibles son de 25 MVA y los conductores están disponibles en 5 diferentes tamaños.

El algoritmo Branch & Bound se aplicó para encontrar el nuevo plan de distribución de subestaciones y feeders. La red que dio como resultado de este algoritmo fue la mostrada en la fig. 25 Se pusieron tres nuevas subestaciones (5, 6 y 7) de 25 MVA y la subestación 2 se expandió a 50 MVA. Cabe resaltar que ésta solución óptima es una red mallada debido a la función objetivo no-lineal y a que aún no se han introducido las restricciones de radialidad. La principal característica de ésta solución es que el flujo de potencia ésta equilibrado.

La solución obtenida por el procedimiento heurístico que transforma la red mallada en un sistema radial se muestra en la fig. 26 Las subestaciones 1, 4 y 5 tienen excedida su capacidad en ésta solución radial. Una solución radial factible se obtuvo después al intercambiar solo cuatro puntos de carga localizados en los extremos del área de servicio.

Se aplicó otro procedimiento heurístico de transferencia de carga para mejorar la solución radial factible. La figura. 27 muestra la red equilibrada donde los nuevos arcos introducidos por los dos procedimientos heurísticos están marcados en negrita y los arcos que fueron eliminados están marcados con segmentos punteados. Está se considera la configuración final de solución para un año de horizonte. Se calcularon las caídas de voltaje para los nudos del sistema final y no se encontró ninguno bajo los límites especificados. La tabla 2 muestra el valor de la función objetivo y los tiempos de ejecución para cada problema resuelto en la metodología propuesta. El valor de la función objetivo el coste equivalente anual expresado en 10^6 US\$.

Problem	Objective Function Value	Running Time (s)
Branch & Bound	1.322	580
Radial Solution	1.382	0.94
Feasible Solution	1.385	0.22
Balanced Solution	1.355	0.66

Tabla 2. Resultados computacionales.

La tabla 2. muestra en porcentajes las partes que constituyen el coste de la solución final. Si se compara la solución encontrada por la metodología propuesta con la obtenida de manera lineal, es decir con los costes como funciones lineales, se puede observar que el enfoque lineal es 8% más costoso que el propuesto.



Fig. 24. ● Subestaciones existentes,
▲ Nudos candidatos para nuevas subestaciones.



Fig. 25. Sistema mallasado obtenido por Branch & Bound.



Fig. 26. Sistema radial no factible

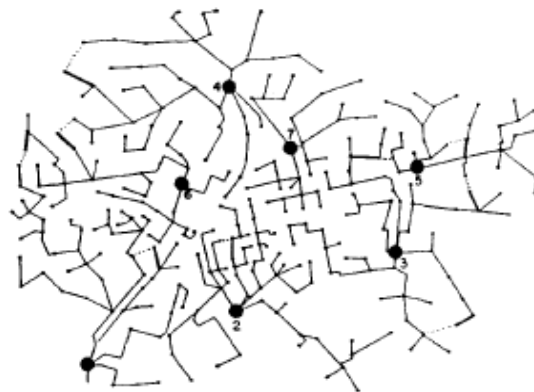


Fig. 27. Sistema radial equilibrado final.

8.2.2 Punto Interior

Los métodos de Punto Interior constituyen una familia de técnicas no-simplex para programación lineal. De hecho, puede decirse que se basan en la aplicación a problemas lineales de métodos que clásicamente habían sido considerados de programación no lineal. Por ello la mayoría de trabajos recientes de programación no lineal incluyen este tipo de técnicas [8].

El método del Punto Interior implica que el progreso a las soluciones se hace a través del interior de la región factible y no a través de los vértices de la misma. Por su parte, el algoritmo simplex se mueve de un vértice del politopo hacia otro, buscando un mejor valor para la función objetivo. La estrategia del algoritmo es implementar, en el espacio original en el que se encuentra el politopo, una serie de transformaciones en el mismo. El politopo original es transformado en cada iteración en otro politopo, en cada paso es transformado y se regresa a su forma original al final del paso. Una vez dado el sistema y un punto inicial, el cual debe ser factible e interior se busca una manera de movernos en una dirección decreciente hacia el próximo punto, el cual debe ser de igual forma factible e interior. Este proceso debe ser repetido hasta que no pueda haber mayor reducción en el valor de la función objetivo.

Se denominan métodos de Punto Interior precisamente porque los puntos generados por estos algoritmos se hallan en el interior de la región factible. Esta es una clara diferencia respecto al método del simplex, el cual avanza por la frontera de dicha región moviéndose de un punto extremo a otro. La Fig. 28 muestra gráficamente ambos comportamientos. Puede comprobarse como el método de Punto Interior requiere que el punto inicial x_0 sea también un Punto Interior a la región factible.

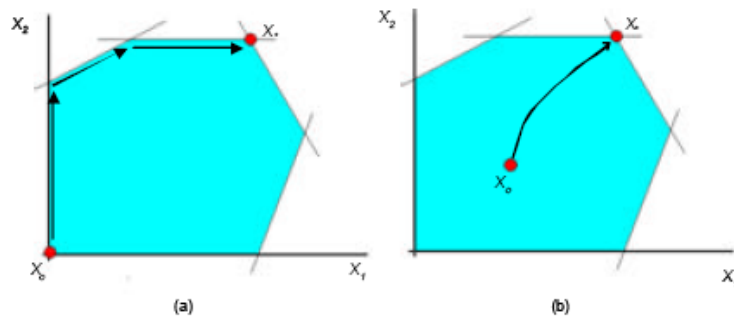


Fig. 28. Se muestra la trayectoria seguida para alcanzar el punto óptimo x^* desde el punto inicial x_0 por a) el método del simplex; b) un método de Punto Interior.

Otra de las diferencias fundamentales respecto al método del simplex es que existen algoritmos de Punto Interior polinómicos. Esto significa que obtienen el punto óptimo en un número de iteraciones que es función polinómica del tamaño del problema. El método del simplex, en el peor de los casos, tiene un coste exponencial. En la actualidad los métodos de Punto Interior más eficientes tienen una complejidad de $O(\sqrt{NL})$, donde N es el número de variables del problema y L una medida del tamaño del problema (a saber, el número de bits necesarios para representar los datos del problema).

Ejemplo de aplicación de Punto Interior:

En [26] se presenta una metodología de Punto Interior para la resolución de reconfiguración no de planificación. Analiza un problema multi-objetivo que abarca

la reconfiguración y fiabilidad utilizando el método de programación entera que incorpora la técnica de Branch & Bound con la técnica Punto Interior de programación lineal. La evaluación de la fiabilidad se realiza a través de índices de fiabilidad basados en energía esperada no suministrada y el número de clientes afectados. Se estudian varios casos para diferentes localizaciones de falta en ramas para un sistema de distribución de 32 barras.

Caso 1: Este caso estudia faltas en tres feeders importantes del sistema, lo que causa un corte del 60% de la carga.

Caso 2: Este caso estudia una falta localizada en el feeder principal del sistema que afecta a otros feeders principales causando una falta del 66% de los puntos de carga del sistema.

Caso 3: Esta contingencia fue seleccionada en el feeder localizado como entrada a un feeder principal del sistema de distribución que contiene las cargas más grandes del sistema. La pérdida de éste feeder impactaría severamente sobre la tensión y flujos del sistema.

Caso 4: Se simulan dos faltas simultáneas. Una que implica la entrada de un feeder mayor del sistema y otra que implica la pérdida de una línea, provocando ambas el corte de suministro a dos de los puntos de carga más alejados de la subestación. La configuración óptima para este caso se obtiene después de múltiples cambios para la restauración del servicio. Esta contingencia fue seleccionada para demostrar la capacidad del algoritmo para controlar faltas en los dos feeders principales del sistema que causarían un deslastre de las cargas más grandes.

Los resultados de los diferentes casos estudiados han demostrado que el esquema propuesto es capaz de manejar múltiples condiciones de emergencia que afectan la reconfiguración del sistema de distribución.

El algoritmo de Punto Interior ha sido comparado con otros enfoques estándar de programación entera. En [26] al algoritmo Punto Interior es comparado con los métodos de Branch & Bound y Simplex. La ventaja del algoritmo Punto Interior se mostró en la velocidad de proceso de solución. Estos resultados están resumidos en las tablas 3 y 4.

Optimization Approach	Tolerance	Av. no. of Iterations per sub problem	Total Solution Time (seconds)
Branch & Bound Simplex Approach	None	6	0.729
Integer Interior Point Approach	0.0001	5	0.914

Tabla 3. Comparaciones de algoritmos de programación entera 5-barras.

Optimization Approach	Tolerance	Av. no. of Iterations per sub problem	Total Solution Time (seconds)
Branch & Bound Simplex Approach	None	35	24.328
Integer Interior Point Approach	0.0001	7	8.254

Tabla. 4 Comparaciones de algoritmos de programación entera 32-barras.

La metodología presentada muestra las siguientes cualidades:

- La técnica de programación lineal de Punto Interior es muy rápida y exacta comparada con otros métodos para la reconfiguración del sistema de distribución.
- El sistema es capaz de manejar una o múltiples fallas en el sistema de distribución.
- Debido al control basado en reconfiguración, la localización del feeder en falta no afecta el sistema de capacidad de manejar el servicio de restauración y balance de carga.
- El esquema es robusto al manejar faltas y sobrecargas en varias locaciones en el sistema dependiendo de la disponibilidad de las líneas adyacentes e interruptores normalmente abiertos.

9. Tabla comparativa

Metodología	Pérdidas Líneas Exactas/ Aproximadas	Caída de Tensión Exactas/ Aproximadas	Pérdidas Transformador Subestación en Carga	Matemático/ Heurístico	Domino Temporal Mono-etapa/ Multi-etapa	Fiabilidad	Red real/ Simulada
Algoritmos Genéticos [2]	Aproximadas: Cuadráticas	Aproximadas: Ecuación Blondel	Exactas: Cuadráticas	Heurístico	Multi-etapa	Sí	Simulada: 100 nudos
Simulated Annealing [13]	Exactas: Flujo de carga	Exactas: Flujo de carga	Exactas: Cuadráticas	Heurístico	Mono-etapa	No	Simulada: 55 nudos
Sist. Colonia Hormigas [10]	Aproximadas: Cuadráticas	Exactas: Flujo de carga	Exactas: Cuadráticas	Heurístico	Mono-etapa	No	Real: 201 nudos
Búsqueda Tabú [19]	Exactas: Flujo de carga	Exactas: Flujo de carga	Exactas: Cuadráticas	Heurístico	Multi-etapa	Sí	Simulada: 69 nudos
Branch & Bound [24]	Aproximadas: Cuadráticas	No	Aproximadas: Lineales	Matemático y Heurístico	Multi-etapa	No	Real: 301 nudos

10. Conclusión

Los problemas relacionados al sistema de distribución han estado atrayendo la atención en los últimos años. La desregulación de la industria de suministro de electricidad ha motivado los estudios en la reducción de coste para mejorar la eficiencia del sistema. Por otro lado, los clientes están demandando más fiabilidad y calidad en el suministro de energía. Muchos aspectos en la planificación y operación de sistemas de distribución involucran resolver problemas de optimización. Varias técnicas de programación matemática han sido aplicadas pero los enfoques más recientes han estado en técnicas heurísticas modernas. Las ventajas de los métodos heurísticos son:

- Pueden encontrar la solución óptima;
- Pueden producir un número de soluciones alternativas;
- No hay restricciones matemáticas en la formulación del problema;
- Relativamente fáciles de programar y numéricamente robustos.

Para encontrar un plan óptimo de diseño para el sistema de distribución se deben considerar muchos aspectos que interactúan entre sí, como por ejemplo las posibles conexiones entre cargas, tamaños de conductores, y opciones de configuración. En situaciones reales el número de posibles combinaciones entre estos aspectos es tan grande, que la posibilidad de encontrar la configuración óptima por sí sola es casi remota.

Los métodos de optimización que analizan simultáneamente estos aspectos para minimizar el coste, pueden proporcionar un beneficio real. Pero no hay método de optimización aún que abarque todos los aspectos del diseño de distribución, no hay método que esté libre de aproximaciones y limitaciones. Simplemente hay herramientas que pueden proporcionar gran ayuda en el diseño de distribución cuando son aplicadas apropiadamente.

La aplicación adecuada de los métodos de optimización en el sistema de distribución puede reducir el tiempo requerido en diseño y mejorar la calidad y el coste de la solución. Existe una gran variedad de métodos que poseen diferentes competencias y características. El punto más importante es que la optimización puede hacer una diferencia sustancial en la calidad de diseño y reducir el trabajo, pero que el éxito en general está en la manera adecuada de modelar correctamente el problema y las restricciones al momento de aplicar el algoritmo.

11. Bibliografía

- [1] M. Vaziri, K. Tomsovic, and A. Bose, "A Directed Graph Formulation of the Multistage Distribution Expansion Problem," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 19, no. 3, pp. 1335 – 1340, Julio 2004.
- [2] E.G. Carrano, L.A.E. Soares, R.H.C. Takahashi, R.R. Saldanha, and O.M. Neto, "Electric distribution network multiobjective design using a problem-specific genetic algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 2, pp. 995 – 1005, April 2006.
- [3] E. Romero, A. Gómez, J. Riquelme, and F. Llorens, "Path-Based Distribution Network Modeling: Application to Reconfiguration for Loss Reduction," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 20, No. 2, pp.556 – 564, Mayo 2005.
- [4] G. Levitin, "Multistate Series-Parallel System Expansion-Scheduling Subject to Availability Constraints," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 49, No. 1, pp. 71 – 79, Marzo 2000.
- [5] I.J. Ramírez, and J.L. Bernal, "Genetic Algorithms Applied to the Design of Large Distribution Systems," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 13, No. 2, pp. 696 – 703, May 1998
- [6] V. Miranda, and L.M. Proenca, "Probabilistic Choice vs. Risk Analysis - Conflicts and Synthesis in Power System Planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 13, No. 3, pp. 1038 – 1043, Agosto 1998.
- [7] E.C. Yeh, S.S. Venkata, and Z. Sumic, "Improved Distribution System Planning Using Computational Evolution," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 11, No. 2, pp. 668 -674, Mayo 1996.
- [8] V. Miranda, J.V. Ramito, and L.M. Proenca "Genetic Algorithms in Optimal Multistage Distribution Network Planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No. 4, pp. 1927 – 1933, November 1994
- [9] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colorni, "The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents," *IEEE Trans. Syst.*, vol. 26, pp. 29–41, Feb. 1996.
- [10] J. F. Gómez, H. M. Khodr, P. M. De Oliveira, L. Ocque, J. M. Yusta, R. Villasana, and A. J. Urdaneta, "Ant Colony System Algorithm for the Planning of Primary Distribution Circuits," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 19, No. 2, pp. 996 – 1004, Mayo 2004.
- [11] Jen-Hao Teng, and Yi-Hwa Liu, "A Novel ACS-Based Optimum Switch Relocation Method," *IEEE Trans Power Syst.*, Vol. 18, No. 1, pp. 113 - 120 Feb. 2003
- [12] Jen-Hao Teng, and Yi-Hwa Liu, "Application of the Ant Colony System for Optimum Switch Adjustment," *IEEE Trans Power Syst.*, Vol. 2, 6-10 pp. 751 – 756, Oct. 2002.
- [13] V. Parada, J. A. Ferland, M. Arias, and K. Daniels, "Optimization of Electrical Distribution Feeders Using Simulated Annealing," *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 19, No. 3, pp. 1135 – 1141, Julio 2004.

- [14] S. Jonnavithula, R. Billinton, "Minimum Cost Analysis of Feeder Routing in Distribution System Planning," IEEE Trans. Power Syst., Vol. 11, No. 4, pp. 1935 – 1940, Oct. 1996
- [15] C.W. Hasselfield, P. Wilson, L. Penner, M. Lau, A.M. Gole, "An Automated Method for Least Cost Distribution Planning," IEEE Trans. Power Syst., Vol. 5, No. 2, pp. 1188 – 1194, April 1990
- [16] I. J. Ramírez, and J.A. Domínguez, "New Multiobjective Tabu Search Algorithm for Fuzzy Optimal Planning of Power Distribution Systems," IEEE Trans. Power Syst., Vol. 21, No. 1, pp. 224 – 233, Feb 2006
- [17] I. J. Ramírez, and J. A. Domínguez, "Possibilistic Model Based on Fuzzy Sets for the Multiobjective Optimal Planning of Electric Power Distribution Networks," IEEE Trans. Power Syst., Vol. 19, No. 4, pp. 1801 – 1810, Nov. 2004
- [18] H. Mori, Y. Yamada, "Two-Layered Neighborhood Tabu Search for Multiobjective Distribution Network Expansion Planning," IEEE Circuits and Systems, pp. 21-24, Mayo 2006.
- [19] H. Mori, Y. Yamada, "An improved Tabu Search Approach to Distribution Network Expansion Planning Under New Environment," IEEE Power Syst. Tech., pp. 981-986, Nov. 2004
- [20] I. J. Ramírez, J. A. Domínguez, and J.M. Yusta-Loyo, "A New Model for Optimal Electricity Distribution Planning Based on Fussy Set Techniques," IEEE, Power Engineering Society Summer Meeting, vol.2 Vol. 2, pp. 1048 – 1054, Julio 1999.
- [21] M. Blanchard, L. Delorme, and C. Simard, "Experience with Optimization Software for Distribution System Planning," IEEE Trans. Power Syst., Vol. 11, No. 4, pp. 1891 – 1898, Nov. 1996.
- [22] Y. Da Silva, J. Di Girolano, and A. Ferreira, "Optimización de circuitos aéreos de distribución en campos petroleros" (in Spanish), in Proc. I IEEE Andean Region Conf., vol. II, 1999, pp. 967–972.
- [23] J. L. Bernal-Agustín, "Aplicación de Algoritmos Genéticos al Diseño Optimo de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica," Ph.D. dissertation, Universidad de Zaragoza, España, 1998.
- [24] M. Carneiro S, P. M. França and P. D. Silveira, "Long-range planning of power distribution systems: primary networks" Electric Power Syst. Research, Volume 27, No. 3, pp. 223-231, August 1993.
- [25] M. Carneiro S., Long-term power distribution system planning, Dr. Eng. Dissertation, State Univ. Campinas, Brazil, 1990 (in Portuguese).
- [26] J.A. Momoh, A.C. Caven, "Distribution System Reconfiguration Scheme Using Integer Interior Point Programming Technique," Trans. and Distribution Conf. and Exposition Vol. 1, Page(s):234 – 241, Sept. 2003.
- [27] H.L. Willis, H. Tram, M.V. Engel, L. Finley, "Optimization Applications to Power Distribution" IEEE Computer Applications in Power, Vol. 8, No. 4, pp. 12–17, October 1995.

- [28] S. Toune et al., "Comparative study of modern heuristic algorithms to service restoration in distribution systems," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 17, pp. 173–181, Jan. 2002.
- [29] H. Lee Willis, Power Distribution Planning Reference Book, Marcel Dekker INC., Nueva York, 1997.