

# Capítulo 5

## Controlador MPC

### 5.1 Control Predictivo.

Antes de comenzar a describir el controlador, se hace un pequeño resumen del concepto de Control Predictivo. Se trata de una estrategia de control, donde el controlador cumple[28]:

- ▷ Uso explícito de un modelo del sistema para predecir las salidas futuras del proceso.
- ▷ Cálculo de una secuencia de control, de manera que se minimice una función objetivo.
- ▷ Estrategia de horizonte deslizante: El horizonte de deslaza en cada instante de control. Se aplica únicamente la primera señal de control calculada.

Además, numerosas estrategias de control predictivo permiten la inclusión de restricciones al sistema, acotando no sólo las variables de control, sino también las de salida.

Un esquema básico de un controlador MPC se muestra en la figura 5.1.

### 5.2 Justificación del uso del controlador MPC.

El objetivo de la gestión de potencia es el de entregar al motor la potencia que el usuario requiere en cada momento, de la manera más efectiva y eficiente posible, teniendo en cuenta siempre las limitaciones de los dispositivos.

Este planteamiento cuadra muy bien con un sistema a controlar por un MPC, ya que la función objetivo se puede sintonizar de manera que se asegure la entrega de la potencia demandada, y, mediante una correcta sintonización de los pesos, se puede optimizar la eficiencia de los intercambios de energía. Por otra parte, las limitaciones de los dispositivos se tienen en cuenta de manera sencilla mediante las restricciones.

Además, frente a un *control óptimo*, no es necesario conocer las referencias de todo el proceso [1]. Aunque sí se deberían conocer las referencias que habrá en el horizonte de predicción. Y dado que las referencias las marca el usuario con el pedal del acelerador, resulta imposible conocerlas a ciencia cierta. No obstante, se pueden hacer extrapolaciones usando las referencias pasadas, o simplemente suponer que en el horizonte de control la referencia es constante.

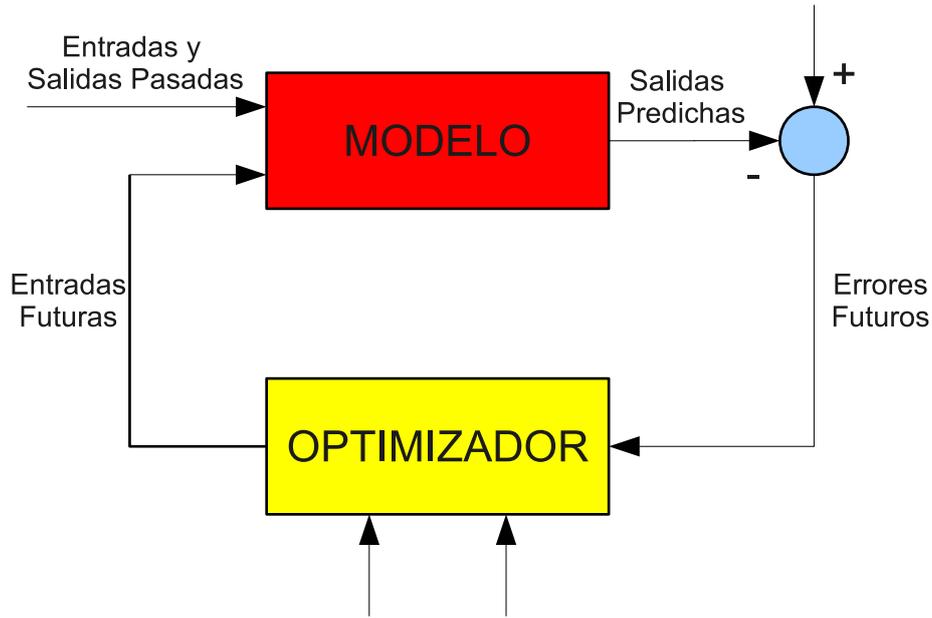


Figure 5.1: Esquema Básico MPC.

### 5.3 Implementación.

Para la implementación del controlador MPC se ha utilizado el toolbox de Matlab para controladores predictivos. Dicha herramienta facilita la labor de diseño y optimización del controlador, si bien su uso conlleva algunas limitaciones. La principales para este TM son la imposibilidad de utilizar funciones no lineales y la imposibilidad de cambiar las referencias en cada intervalo.

#### 5.3.1 Función objetivo.

La función objetivo que utiliza el bloque de predictivo de Matlab es la siguiente:

$$J = \min_{\Delta u(k|k), \dots, \Delta u(m-1+k|k), \varepsilon} \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} \left( \sum_{j=1}^{n_y} |w_{i+1,j}^y (y_j(k+i+1|k) - r_j(k+i-1))|^2 + \sum_{j=1}^{n_u} |w_{i,j}^{\Delta u} \Delta u_j(k+i|k)|^2 + \sum_{j=1}^{n_u} |w_{i,j}^u (u_j(k+i|k) - u_{j \text{ target}}(k+i))|^2 \right) + \rho_\varepsilon \varepsilon^2 \right\} \quad (5.1)$$

Donde el sufijo  $j$  denota la componente  $j$ -ésima de un vector,  $(k+i|k)$  denota el cálculo del parámetro en cuestión en el momento  $k+i$  a partir de la información conocida en el instante  $k$ ,  $r$  es la referencia,  $u$  la señal de control,  $w$  los pesos,  $n_y$  el número de salidas,  $n_u$  el número de entradas manipulables y  $p$  el horizonte de predicción. Se introduce, además, la variable  $\varepsilon \geq 0$ , que junto a su peso,  $\rho_\varepsilon$ , determina la dureza de las restricciones.

Expresada en términos menos matemáticos, queda:

$$J = \min \{ (w_{error} \cdot (y - r))^2 + (w_u \cdot (u - u_{nominal}))^2 + (w_{\Delta u} \cdot \Delta u)^2 \} \quad (5.2)$$

Donde se ha obviado el término que suaviza las restricciones. Se minimiza, por tanto, el error, así como la variación de las señales de control respecto a su valor nominal y las derivadas de las señales de control.

### 5.3.2 Variables.

#### 5.3.2.1 Variables manipuladas.

'Variables manipuladas' (Manipulated Variables (MV)) es el nombre que el *toolbox* de predictivo de Simulink da a las señales de control. En este caso se pretende controlar la potencia que se suministrar al motor eléctrico, o recibir del mismo. El aporte/recepción de esta potencia se repartirá entre los siguientes dispositivos:

- ▷ Pila de combustible (Sólo puede aportar potencia).
- ▷ Baterías/SC (Pueden tanto aportar como recibir potencia).
- ▷ Crowbar (Resistencia de frenado. Sólo puede recibir potencia).
- ▷ Freno hidráulico (entra fuera del sistema de gestión de potencia).

Las variables manipuladas que se utilizan en este proyecto son cuatro, si bien no se corresponden exactamente con los dispositivos de potencia que se han descrito previamente:

1. Pila de combustible.
2. Baterías/SC ( $P > 0$ ).
3. Baterías/SC ( $P \leq 0$ ).
4. Potencia de frenado.

La variable de la pila de combustible no necesita explicación. El sistema de almacenamiento de energía (Baterías o SC) ha tenido que dividirse en dos, ya que el rendimiento de los convertidores y de los propios sistemas de potencia tendrá un sentido u otro según la potencia sea positiva o negativa. Esto queda mejor explicado en el capítulo 4. Obviamente cuando se utilicen a la vez baterías y SC habrá seis MV, a saber:

1. Pila de combustible.
2. Baterías ( $P > 0$ ).
3. Baterías ( $P \leq 0$ ).
4. SC ( $P > 0$ ).
5. SC ( $P \leq 0$ ).
6. Potencia de frenado.

La potencia de frenado es la suma de la potencia del freno hidráulico más la del crowbar. El controlador no los distingue. Sin embargo se ha creado una función en Matlab que, aplicada a Simulink, permite calcular qué potencia absorben los frenos y cuál el crowbar. Este valor tiene su importancia, ya que el crowbar absorberá potencia eléctrica únicamente cuando el sistema de almacenamiento esté completo y no pueda hacerlo. La potencia máxima que puede absorber el crowbar es la misma que la que pueden captar las baterías, por lo que la energía disipada por esta resistencia se entenderá como energía perdida que se podría haber aprovechado, lo cual puede ayudar a la optimización del controlador.

### 5.3.2.2 Salidas.

En principio la única salida que debería tener el sistema es la potencia del motor, sea positiva o negativa. Y en efecto es, con diferencia, la salida más importante. Sin embargo hay otro parámetro a tener en cuenta, y es el SOC de los sistemas de almacenamiento. Y conviene tenerlos en cuenta por dos motivos: el primero, obviamente, porque es recomendable tenerlos controlados en un intervalo. De esta manera se evita que estén demasiado descargados, y en caso de necesitar potencia no puedan aportarla, y tampoco estarán demasiado cargados, de modo que siempre que haya frenada regenerativa puedan aprovechar esa energía. Sin embargo, como ya se verá, esta razón resulta poco importante, ya que al final el control del sistema no va a variar demasiado con el SOC, puesto que se le da mucha más importancia al seguimiento de la referencia de potencia que al SOC. La inclusión de este parámetro entre las salidas se debe más a la posibilidad que de esta manera se tiene de restringir el valor máximo y mínimo del SOC. Por lo tanto las salidas de los sistemas son:

Para un único dispositivo de almacenamiento:

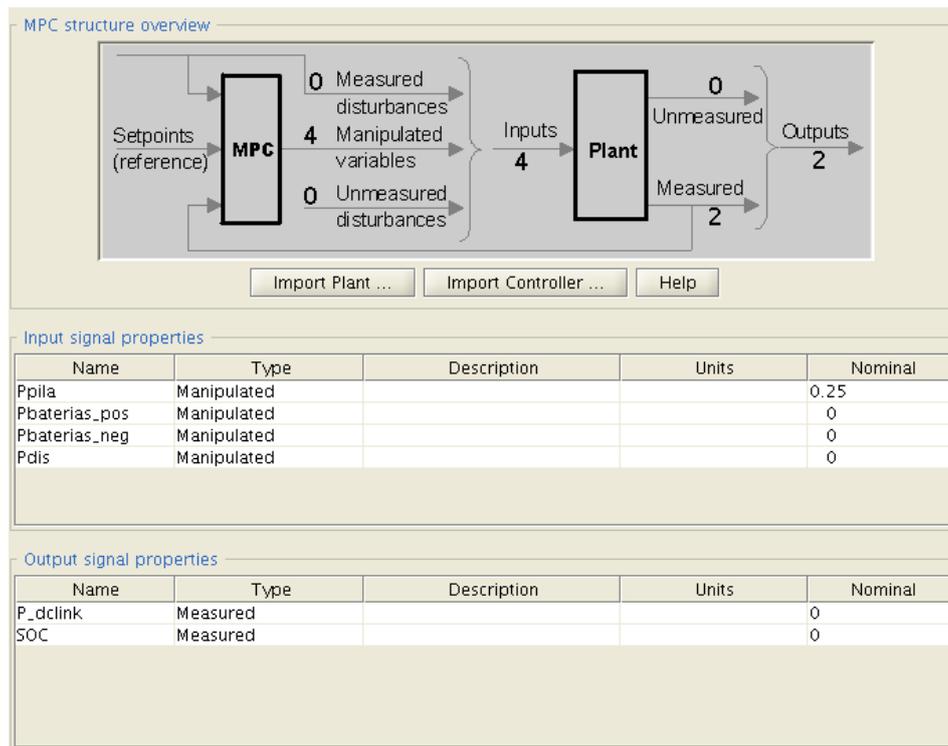
1. Potencia del motor.
2. SOC baterías/SC.

Para varios dispositivos de almacenamiento:

1. Potencia del motor.
2. SOC baterías.
3. SOC SC.

### 5.3.3 Modelo del Sistema.

Como se explicó en el apartado 5.1, todo controlador predictivo necesita un modelo del sistema con el que se hacen las predicciones. El toolbox de predictivo de Matlab impone que este modelo haya de ser del tipo Linear Time Invariant (LTI). Consecuentemente es necesario linealizar los modelos de la pila de combustible, las baterías y los SC, que se explicaron en el capítulo 4.

Figure 5.2: Pantalla de variables del *toolbox* de MPC.

### 5.3.3.1 Pila de Combustible.

El modelo de la pila que necesita el controlador tiene como entrada la potencia que se le pide, y como salida la potencia de los stacks. No es necesario calcular el caudal de hidrógeno, aunque sí las pérdidas. Éstas se entienden de dos tipos: las pérdidas en el convertidor, que, al igual que con el modelo no lineal del sistema, se implementan con una ganancia, y las pérdidas por la potencia consumida por los elementos auxiliares de la pila, que se restará a la potencia entregada por la pila. Este modelo aproxima la curva de potencia de los elementos auxiliares mostrada en la figura 4.3 de la siguiente manera:

$$P_{aux} = 1000 + 0'17 \cdot P_{stack} \quad (5.3)$$

### 5.3.3.2 Baterías.

Al contrario que sucede con la pila, para las baterías sí es necesario linealizar el estado de carga. Así que, además de tener en cuenta el rendimiento del convertidor (del modo descrito en 4.4.3), ha de calcularse el SOC de las mismas. Para ello se obviarán todas los efectos de la temperatura y la tensión sobre las curvas de descarga del fabricante, y se hallará el SOC a partir de la integración de la potencia, quedando el modelo como se muestra en la figura 5.3.

Queda por calcular la constante  $K$ , que relaciona la integral de la potencia con el SOC. Así, siendo  $CAP_{bat}$  la capacidad de almacenamiento de las baterías y  $q$  la carga, por definición:

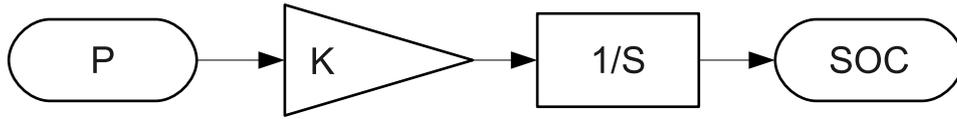


Figure 5.3: Esquema de la linealización del modelo de las baterías.

$$SOC = \frac{q}{CAP_{bat}} \quad (5.4)$$

Derivando:

$$dSOC = \frac{dq}{CAP_{bat}} \Rightarrow dq = dSOC \cdot CAP_{bat} \quad (5.5)$$

Definición de intensidad:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{CAP_{bat} dSOC}{dt} \quad (5.6)$$

Por otra parte:

$$P = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{V} \quad (5.7)$$

Igualando (5.6) y (5.7):

$$\frac{CAP_{bat} dSOC}{dt} = \frac{P}{V} \Rightarrow dSOC = \frac{P}{V \cdot CAP_{bat}} dt \quad (5.8)$$

En la ecuación (5.8)  $CAP_{bat}$  es una constante. No así el voltaje ( $V$ ), que variará según lo haga el SOC. Esta variación se refleja en las gráficas aportadas por el fabricante, figuras 5.4 y 5.5. En ambas se comprueba que el voltaje no cambia en exceso según lo hace el SOC, salvo que la batería esté muy descargada. El controlador tiene restringido el SOC, luego siempre se tendrá un valor medio o alto del mismo. Por otra parte, tampoco se comete un gran error al suponer el voltaje invariante respecto a la intensidad, ya que las curvas para distintas intensidades están relativamente cercanas. Tampoco respecto a la temperatura, ya que si ésta no es demasiado baja, las curvas prácticamente se solapan. Por otra parte, aunque fuese un poco más baja de lo deseable, a medida que pasara el tiempo iría subiendo, gracias a la disipación provocada por la resistencia interna de las baterías.

Por lo tanto, tomar la tensión como constante no conlleva un gran error. Tomando un valor medio de la misma  $V_{ref}$ , y la ecuación (5.8) se hace lineal. Integrando, queda:

$$SOC = SOC_0 + \frac{1}{V_{ref} \cdot CAP_{bat}} \int P \cdot dt \quad (5.9)$$

En este caso se ha tomado  $V_{ref} = 3'7V$ , que es la tensión nominal de las baterías. Teniendo en cuenta que esta cálculo se ha hecho para una única batería, que la capacidad de almacenamiento viene dada en  $1Ah = 3600As$  y el signo de la

- ❖ Charge : CC-CV, 1.0C, 4.2V, 0.05C cut-off @23 °C±2 °C
- ❖ Discharge : CC, 0.5 ~ 6.0C, 2.7V cut-off @23 °C±2 °C

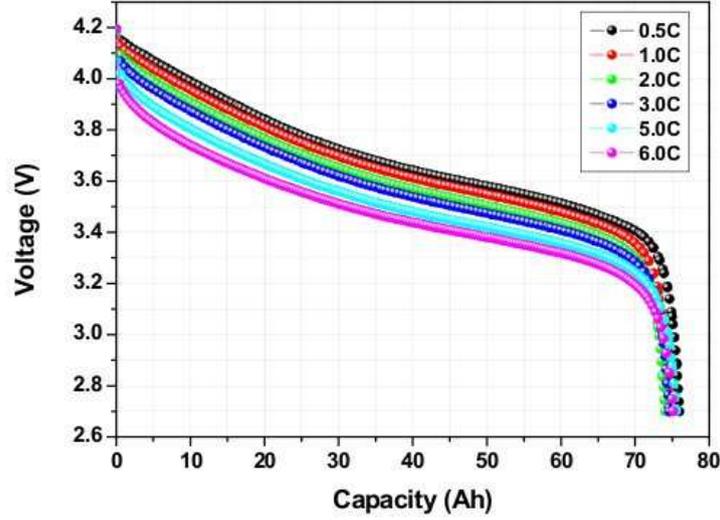


Figure 5.4: Curvas de Descarga a Distintas Intensidades.

potencia:

$$K = \frac{-1}{N_{bat} \cdot V_{ref} \cdot CAP_{bat} \cdot 3600} \quad (5.10)$$

### 5.3.3.3 Súper Condensadores.

Para los SC se procede de manera análoga a las baterías. La figura 5.3 es igualmente válida, si bien el cálculo de la constante difiere.

Por una parte se vuelve a hacer uso de la expresión (5.7):

$$P = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{V}$$

Por otra, la relación entre tensión e intensidad para un condensador:

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (5.11)$$

Igualando ambas expresiones:

$$C \frac{dV}{dt} = \frac{P}{V} \Rightarrow C \cdot V \cdot dV = P \cdot dt \quad (5.12)$$

Integrando:

$$\int C \cdot V \cdot dV = \int P \cdot dt \Rightarrow \frac{1}{2} C (V^2 - V_0^2) = \int P \cdot dt \quad (5.13)$$

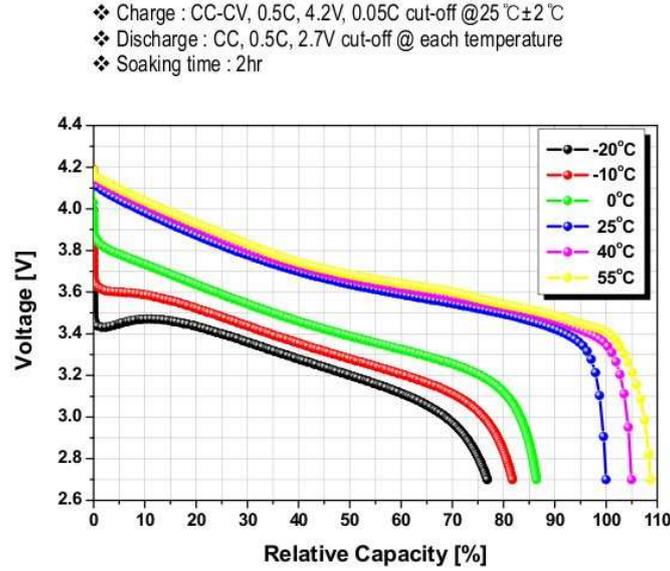


Figure 5.5: Curvas de Descarga a Distintas Temperaturas.

Donde  $V_0$  es la tensión inicial de los SC y  $C$  la capacidad equivalente de los mismos. Reordenando se tiene:

$$V^2 = V_0^2 + \frac{2}{C} \int P \cdot dt \quad (5.14)$$

La expresión resultante es un polinomio de segundo grado, y por lo tanto no lineal. Para linealizarla se tomará el desarrollo en serie de Taylor hasta el término de primer orden en torno a una tensión de referencia,  $V_{ref}$ . El mencionado desarrollo es:

$$f(x) \simeq f(x_{ref}) + f'(x_{ref}) \cdot (x - x_{ref}) \quad (5.15)$$

Siendo  $f(x) = V^2$ , se tiene:

$$V^2 \simeq V_{ref}^2 + 2V_0(V - V_{ref}) \quad (5.16)$$

Desarrollando y simplificando, queda:

$$V^2 \simeq V_{ref}(2V - V_{ref}) \quad (5.17)$$

Sustituyendo en la ecuación (5.14):

$$V_{ref}(2V - V_{ref}) \simeq V_0^2 + \frac{2}{C} \int P \cdot dt \quad (5.18)$$

Simplificando:

$$V \simeq \frac{1}{2} \left( V_{ref} + \frac{V_0^2}{V_{ref}} \right) + \frac{1}{C \cdot V_{ref}} \int P \cdot dt \quad (5.19)$$

El voltaje de referencia ha de estar entre los límites en los que opera el sistema. Se toma ( $V_{ref} = V_0$ ). La ecuación (5.19) queda:

$$V \simeq V_0 + \frac{1}{C \cdot V_{ref}} \int P \cdot dt \quad (5.20)$$

Teniendo en cuenta que para un SC el SOC se calcula mediante la expresión:

$$SOC = \frac{V}{V_{max}} \quad (5.21)$$

Donde  $V_{max}$  es la tensión máxima del SC, se tiene: Teniendo en cuenta que para un SC el SOC se calcula mediante la expresión:

$$SOC = \frac{V_0}{V_{max}} + \frac{1}{C \cdot V_{ref} \cdot V_{max}} \int P \cdot dt \quad (5.22)$$

Que, simplificando, queda:

$$SOC = SOC_0 + \frac{1}{C \cdot V_0 \cdot V_{max}} \int P \cdot dt \quad (5.23)$$

Por otra parte,  $V_0 = SOC_0 \cdot V_{max}$ , por lo que el valor de la constante resulta:

$$K = \frac{1}{SOC_0 \cdot C \cdot V_{max}^2} \quad (5.24)$$

### 5.3.4 Normalización de las variables.

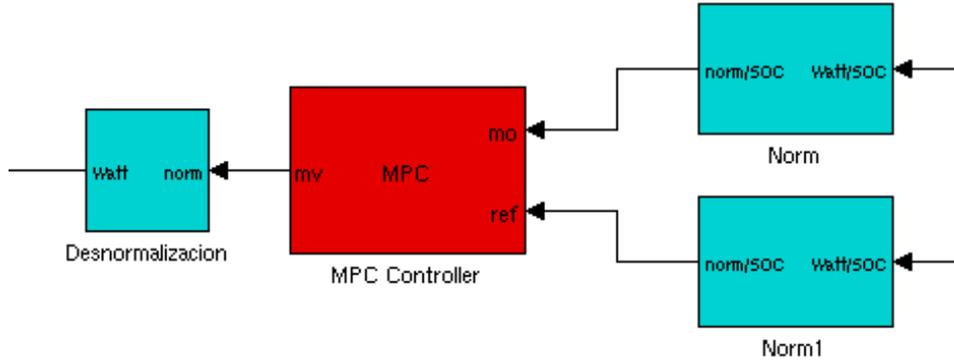
Como es sabido, un controlador multivariable, como el que se utiliza en este caso, usa distintos tipos de variables; y, aun siendo algunas del mismo tipo, tienen unos límites superior e inferior diferentes. Así, para el sistema en estudio, todas las variables son de potencia, a excepción del SOC, que no tiene unidad (tanto por uno). Esto puede resultar algo confuso a la hora de sintonizar los pesos. Por tanto, para dotar de un mayor sentido matemático a los mismos, aún a costa del sentido físico, todas las variables se normalizan. Para ello, sea cual sea su unidad de medida, el valor de la variable se divide entre su valor máximo. De esta manera todas las variables en el controlador serán adimensionales, y sus pesos tendrán un significado equivalente. Obviamente este cambio se deshace a la salida del controlador, puesto que al sistema real sólo pueden llegarle los valores reales.

Los valores entre los que se han dividido las variables han sido los mismos que marcan la restricción de potencia máxima para cada una de las variables de potencia, y que pueden verse en el apartado 5.3.5. En el caso del SOC, no ha hecho falta normalización alguna, ya que es de por sí un número adimensional que varía entre cero y uno.

### 5.3.5 Restricciones.

#### 5.3.5.1 Valores.

Las restricciones se aplican sobre todas las variables, sean manipuladas o salidas del sistema. Además, para las variables manipuladas también pueden imponerse

Figure 5.6: Bloques de normalización y desnormalización en *Matlab Simulink*.

restricciones a sus variaciones. Así, para los dispositivos simulados en este TM, las restricciones se muestran en la tabla 5.1, donde todas las unidades de las variables de potencia están expresadas en vatios, las de variación de potencia en vatios por segundo y las de SOC son adimensionales.

Variable	Min.	Max.	Var. min.	Var. max.
Pot. FC	4000	56000	-7000	7000
Pot. Bat.	-18000	18000	-10000	10000
Pot. SC	-50000	70000	-30000	30000
Pot. Disipada	-inf	0	-10000	inf
Pot. Motor	-65000	65000	-	-
SOC Bat.	0'4	0'9	-	-
SOC SC	0'5	0'95	-	-

Table 5.1: Restricciones de las variables del controlador.

### 5.3.5.2 Dureza.

Como ya se explicó previamente, el toolbox MPC permite '*ablandar*' las restricciones, mediante el parámetro  $\varepsilon$  que ya salió en la función objetivo (ecuación (5.1)), y que vuelve a aparecer en las ecuaciones de las restricciones que facilita el propio toolbox ((5.25) a (5.29)).

$$u_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^u(i) \leq u_j(k+i|k) \leq u_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^u(i) \quad (5.25)$$

$$\Delta u_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^{\Delta u}(i) \leq \Delta u_j(k+i|k) \leq \Delta u_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^{\Delta u}(i) \quad (5.26)$$

$$y_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^y(i) \leq y_j(k+i|k) \leq y_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^y(i) \quad (5.27)$$

$$\Delta u(k+h|k) = 0, h = m, \dots, p-1 \quad (5.28)$$

$$\varepsilon \geq 0 \quad (5.29)$$

En la práctica la dureza de las restricciones se implementa en el toolbox de dos maneras a la vez. La primera es una asignación global de la dureza para todas las variables. Ésta se pone a punto gracias a un *slider* del entorno gráfico del toolbox. La dureza de las restricciones será mayor cuanto más se acerque este valor a la unidad. En la figura 5.7 se muestra la pantalla donde se sintoniza este valor, que ha sido fijado en 0.75. De esta manera se evita tener alguna restricción completamente rígida, que podría dar problemas al sistema.

Por otra parte, el toolbox permite ajustar la dureza de cada restricción por separado. Para ello cada una cuenta con un parámetro propio de cada una, llamado Equal Concern for the Relaxation (ECR) . Al igual que sucedía con el *slider*, el ECR varía de cero a uno, si bien en este caso la restricción será más dura cuanto más se acerque su ECR a cero.

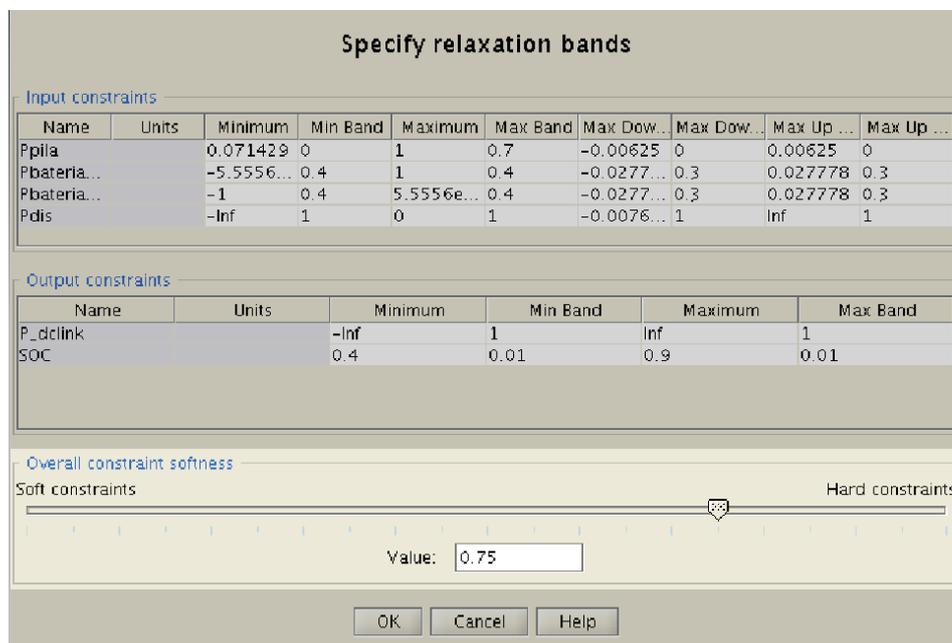


Figure 5.7: Pantalla de restricciones del toolbox MPC.

Los valores de los ECR para las restricciones vistas anteriormente son los que se muestran en la tabla 5.2

### 5.3.6 Opción Paro/Marcha.

Como se verá en los capítulos 6 y 7, para este TM se ha implementado un algoritmo que apaga o enciende la pila de combustible, según el estado de ciertas variables del vehículo, consiguiendo de esta manera un ahorro de hidrógeno. Para ello se ha creado un nuevo subsistema, que recibe como dato la potencia deseada, y tiene como salida la potencia aportada/absorbida por las baterías (o SC) y por los dispositivos de disipación, siempre teniendo en cuenta las restricciones.

De esta manera, hay dos bloques que calculan las potencias: el controlador MPC y el nuevo bloque, donde la pila no entra en juego. Para la elección de uno

Restricción	ECR
Pot. FC Min.	0
Pot. FC Max.	0'7
Pot. FC Var. Min.	0'1
Pot. FC Var. Max.	0'1
Pot. Bat. Min.	0'4
Pot. Bat. Max.	0'4
Pot. Bat. Var. Min.	0'3
Pot. Bat. Var. Max.	0'3
Pot. SC Min.	0'4
Pot. SC Max.	0'4
Pot. SC Var. Min.	0'3
Pot. SC Var. Max.	0'3
Pot. Disipación Min.	1
Pot. Disipación Max.	1
Pot. Disipación Var. Min.	1
Pot. Disipación Var. Max.	1
Pot. Motor Min.	1
Pot. Motor Max.	1
Pot. SOC Bat. Min.	0'01
Pot. SOC Bat. Max.	0'01
Pot. SOC SC Min.	0'1
Pot. SOC SC Max.	0'1

Table 5.2: Parámetro ECR para las restricciones.

u otro dispositivo se ha utilizado un *switch*, activado por un tercer bloque, que a su vez llama a la función de Matlab *selector.m*. Ésta implementa el algoritmo de encendido/apagado de la pila, según las reglas descritas en el apartado 6.2. Finalmente, para evitar un comportamiento indebido del sistema de gestión de potencia en el transitorio al conmutar el *switch*, se ha añadido un último bloque que limita las variaciones de las potencias, según las restricciones de las mismas. El conjunto de bloques puede verse en la figura 5.8.

## 5.4 Puesta a Punto.

A la hora de sintonizar el controlador, se han tenido en cuenta los siguientes principios:

- ▷ El peso del error de la potencia del motor (salida) debe ser mucho mayor que el resto, pues la labor más importante del controlador es la satisfacción de la referencia de potencia que exija el conductor.
- ▷ El peso de la potencia de disipación ha de ser mucho más grande que el de los sistemas de almacenamiento, de manera que cuando se esté frenando sólo se mande disipar la potencia que, bien por restricciones de potencia, bien por estar el dispositivo en carga completa, no se pueda almacenar.

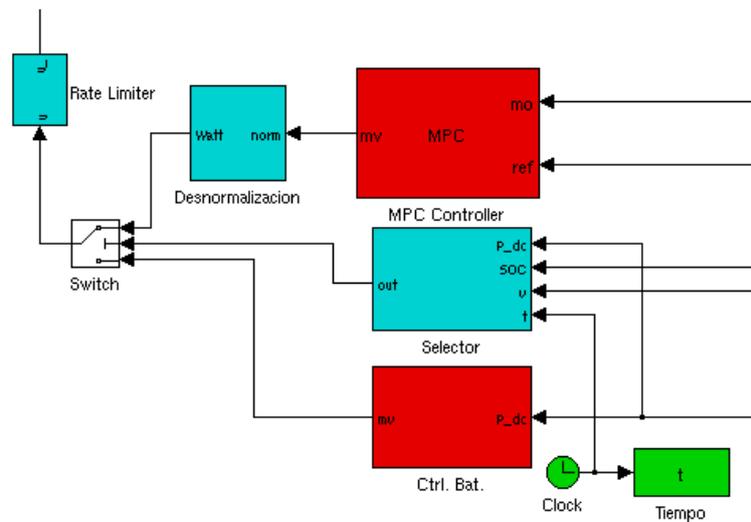


Figure 5.8: Bloques para Opción Paro/Marcha.

- ▷ La derivada de la potencia de disipación ha de tener un peso casi nulo, ya que se da por supuesto que el freno hidráulico podrá frenar todo lo que el ciclo requiera.
- ▷ El peso del estado de carga ha de tener un valor muy alto (del orden del que tiene la potencia de disipación, o incluso igual), ya que, en caso contrario el sistema se guía únicamente por la potencia deseada, y se optimiza poco el consumo.
- ▷ Para las variables de la potencia positiva y negativa de los sistemas de almacenamiento ambos pesos, así como el de sus derivadas se consideran iguales.

Así, los pesos, referencias y valores nominales con los que se ha configurado el sistema han sido los siguientes:

Parámetro	Tipo de variable	Variable	Baterías	SC
Pesos	Vbles. Manipuladas	Pot. Pila	10	20
		Pot. Sist. Alm.	5	5
		Pot. Dis.	500	200
	Deriv. Vbles. Manipuladas	Deriv. Pot. Pila	80	50
		Deriv. Pot. Sist. Alm.	10	5
		Deriv. Pot. Dis.	0'01	0'01
	Salidas	Pot. Motor	1000	500
SOC		500	100	
Valores Nominales	Vbles. Manipuladas	Pot. Pila (W)	8000	8000
		Pot. Sist. Alm.	0	0
		Pot. Dis.	0	0
Horizontes	Predicción	Horiz. Pred.	10	10
	Control	Horiz. Ctrl.	4	4

Table 5.3: Parámetros del controlador.