

## 6. MODELADO DEL GENERADOR ELÉCTRICO ACOPLADO AL CONVERTIDOR DE ENERGÍA DE LAS OLAS

Para aplicaciones que envuelven movimiento lineal o recíproco es ventajoso usar máquinas eléctricas lineales en vez de las clásicas rotacionales dado que puede reducirse o incluso prescindirse de la interfaz mecánica. Si se usa un generador lineal acoplado directamente al convertidor como dispositivo de extracción de potencia, puede minimizarse tanto la estructura como los componentes mecánicos. Por estas razones se ha decidido trabajar con generadores lineales para el sistema basado en una boya oscilante en modo 3 (*heave*). Para el oscilador de columna de agua se ha decidido trabajar con un PTO del tipo generador síncrono ya que la turbina del sistema presenta un movimiento rotacional en un sólo sentido.

### 6.1 Modelado del Generador Lineal Acoplado al Convertidor de Energía de las Olas Oscilante

La generación lineal se está empleando en los convertidores de energía de las olas como una alternativa a los generadores rotativos con acoplamientos y multiplicadores de velocidad con el fin de evitar el mantenimiento y las pérdidas en estos dispositivos. Los generadores lineales extraen energía en forma de movimiento oscilante de vaivén a velocidad reducida. Con esta velocidad se puede crear energía eléctrica de baja frecuencia que necesitará ser procesada por dispositivos de electrónica de potencia para ser conectada a la red.

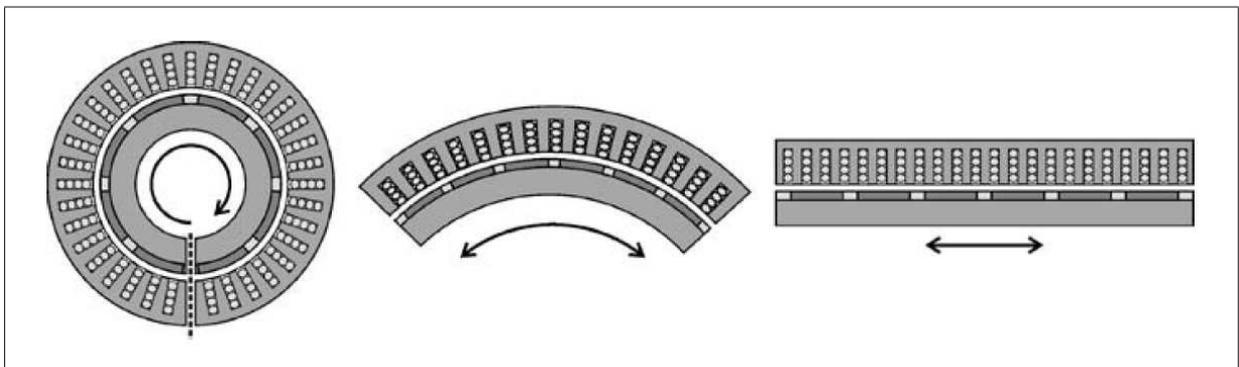


Fig. 6.1: Conversión de una máquina eléctrica rotativa a lineal  
(Cruz 2008)

Generalmente los generadores lineales se construyen con un magneto permanente consolidado a la parte móvil o *translator* de la máquina. Este magneto genera el campo necesario para la generación de electricidad. Las máquinas lineales se describen frecuentemente tomando una máquina rotativa seccionada y desenrollada sobre un plano como se muestra en la figura 6.1.

Por esta razón, se usan las mismas ecuaciones que gobiernan las máquinas rotativas para describir los fenómenos asociados a las máquinas lineales. La geometría de la máquina eléctrica lineal puede ser plana o tubular. Esta última tiene una sección circular o poligonal a lo largo del eje de movimiento como se muestra en la figura 6.2.

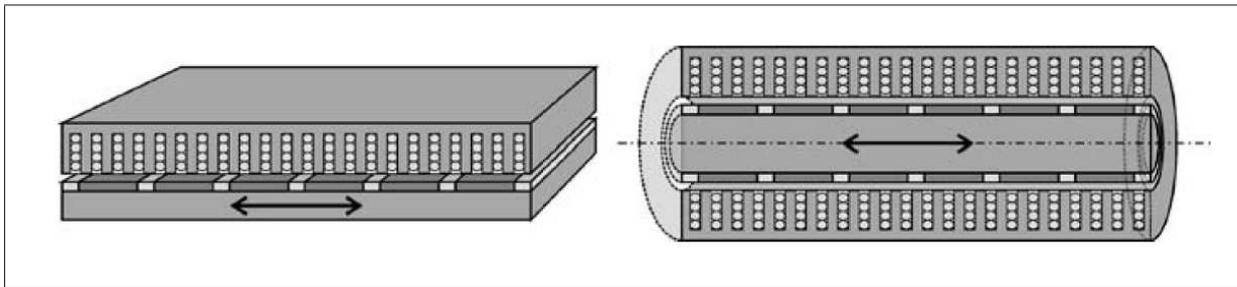


Fig. 6.2: Máquina eléctrica lineal plana y tubular  
(Cruz 2008)

### 6.1.1 Teoría básica del generador lineal

Las partes que conforman a un generador lineal se ilustran en la figura 1.12. El dispositivo está formado por una parte móvil llamada *translator* sobre el cual se montan los magnetos con polaridad alternante. El convertidor se mueve linealmente cerca de un estator estacionario que contiene bobinas formadas de espiras conductoras. Entre el *translator* y el estator existe un entrehierro que sirve de medio para que se induzca tensión en los arrollados estáticos debido al campo magnético que cambia con el movimiento del convertidor.

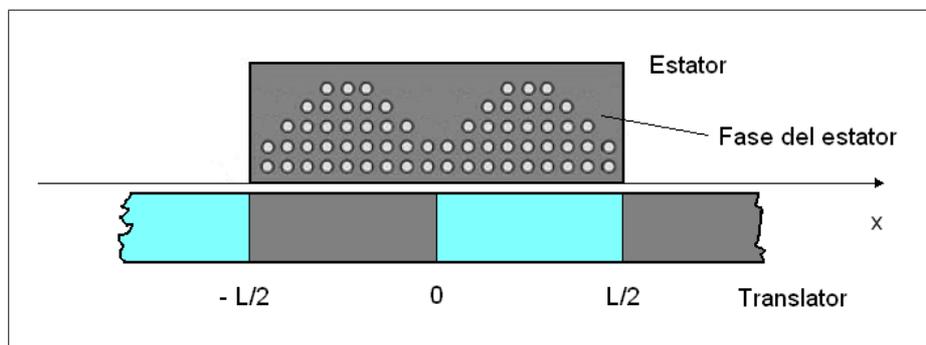


Fig. 6.3: Generador lineal

Cuando el magneto permanente sobre la parte móvil de la máquina se mueve respecto al

estator se induce una fuerza electromotriz en el arrollado de la armadura. Si este arrollado esta conectado a una carga, se genera una corriente que crea un flujo magnético que interactúa a su vez con el flujo del magneto permanente creando una fuerza sobre el *translator* de la máquina. De esta manera la energía mecánica aplicada al convertidor puede ser transformada en energía eléctrica para ser consumida en la carga.

Los magnetos permanentes sobre el *translator* se montan con polaridad alternante de manera que crean una onda de flujo magnético con dirección alternante. Cuando el *translator* se mueve, la onda de flujo magnético lo sigue en su trayectoria lineal.

Según la Ley de Inducción de Faraday la fuerza electromotriz inducida en un arrollamiento (devanado) estático por el movimiento del magneto puede calcularse mediante la ecuación 6.1:

$$E_s = -\frac{d}{dt}\Psi \quad (6.1)$$

donde  $\Psi$  es el flujo a través del arrollamiento estático.

Para un generador lineal de un par de polos, la distribución de espiras a lo largo de una fase del estator  $N_s(x)$  suele realizarse senoidalmente asumiendo un número máximo de espiras  $N$

$$\begin{aligned} N_s(x) &= N \cdot \text{sen}(2\pi x/L) \quad \text{si } 0 < x < L/2 \\ N_s(x) &= -N \cdot \text{sen}(2\pi x/L) \quad \text{si } -L/2 < x < 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Si el flujo constante del magneto permanente sobre una fase del estator en la posición inicial es

$$\begin{aligned} -\phi_{fd} \quad \text{si } 0 < x < L/2 \\ \phi_{fd} \quad \text{si } -L/2 < x < 0 \end{aligned} \quad (6.3)$$

el flujo en una fase del arrollado del estator debido al magneto permanente puede representarse mediante la ecuación:

$$\Psi(x) = -\Phi_{fd} \cdot \text{sen}(2\pi x/L) \quad (6.4)$$

donde  $\Phi_{fd} = N \cdot \phi_{fd}$  es el flujo máximo y  $x$  es el eje de referencia fijo sobre el estator (ver figura 6.3).

Si sustituimos la ecuación 6.4 en 6.1 tomando en cuenta que la posición  $x$  del *translator* varía con el tiempo, se obtiene la fuerza electromotriz inducida por el movimiento del magneto permanente sobre una fase.

$$E_s(t) = \frac{2\pi \cdot \Phi_{fd} \cdot v(t)}{L} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{L}x(t)\right) \quad (6.5)$$

La cantidad  $v(t)=dx(t)/dt$  en la ecuación 6.5 es la velocidad lineal del *translator*. Si el generador lineal tiene  $p$  pares de polos se suele definir el paso polar (distancia entre un polo positivo y otro polo positivo) como  $\lambda=L/p$ . En función de  $\lambda$  la ecuación 6.5 puede escribirse

$$E_s(t) = \frac{2\pi \cdot \Phi_{fd} \cdot v(t)}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x(t)\right) \quad (6.6)$$

El ángulo y la velocidad angular de la fuerza magnetomotriz inducida pueden representarse en función de la velocidad lineal y de la posición del convertidor mediante las ecuaciones siguientes:

$$\theta_e(t) = \frac{2\pi \cdot x(t)}{\lambda} \quad (6.7)$$

$$\omega_e(t) = \frac{2\pi \cdot v(t)}{\lambda} \quad (6.8)$$

Entonces, la fuerza electromotriz puede escribirse de la siguiente manera:

$$E_s(t) = \omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \cdot \cos(\theta_e(t)) \quad (6.9)$$

### 6.1.2 Transformación de Park aplicada al generador lineal

Para describir el comportamiento electromecánico de las máquinas se suele usar las transformaciones a nuevos sistemas de referencia. Esto es particularmente ventajoso para desacoplar variables, para simplificar ecuaciones que varían con el tiempo y para referir todas las variables a un sistema de referencia común. Algunas de las transformaciones mas ampliamente conocidas son la transformación de Clarke y de Park. En la transformación de Park el sistema trifásico estacionario se refiere al rotor transformándose en un sistema de referencia de dos ejes para sistemas balanceados. Este nuevo sistema  $dq0$  simplifica el análisis para sistemas trifásicos balanceados (Krause 2002).

En el modelo del generador lineal se usaron las ecuaciones de la transformación de Park con ángulo de referencia o transformación  $\theta_e$  (posición angular eléctrica de la tensión inducida en el estator) (Krause 2002).

$$\begin{bmatrix} f_{sq}(t) \\ f_{sd}(t) \\ f_{s0}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \text{sen}(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a(t) \\ f_b(t) \\ f_c(t) \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

donde la velocidad angular eléctrica del sistema trifásico es

$$\omega_e = \frac{d}{dt}\theta_e \quad (6.11)$$

Con estas ecuaciones podemos desarrollar el modelo de la máquina. Los enlaces de flujo  $dq0$  en el arrollado estático son:

$$\phi_{sq} = L_s i_{sq} \quad (6.12)$$

$$\phi_{sd} = L_s i_{sd} + \Phi_{fd} \quad (6.13)$$

$$\phi_{s0} = L_{ls} i_{s0} \quad (6.14)$$

donde  $L_s = L_{ls} + L_m$  es la inductancia estática por fase,  $L_{ls}$  es la inductancia de dispersión estática por fase,  $L_m$  es la inductancia de magnetización estática por fase,  $\Phi_{fd}$  es el enlace de flujo en la dirección  $d$  del arrollado estático debido al flujo producido por los magnetos del rotor y  $R_s$  es la resistencia estática por fase.

Las ecuaciones de los voltajes a la salida del generador son:

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d}{dt} \phi_{sq} + \omega_e \phi_{sd} \quad (6.15)$$

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d}{dt} \phi_{sd} - \omega_e \phi_{sq} \quad (6.16)$$

$$v_{s0} = R_s i_{s0} + \frac{d}{dt} \phi_{s0} \quad (6.17)$$

Sustituyendo las ecuaciones del flujo 6.13, 6.12 y 6.14 en 6.16, 6.15 y 6.17 se obtienen las siguientes ecuaciones con incógnitas las corrientes  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$  e  $i_{s0}$ .

Las ecuaciones de las corrientes en el arrollado estático son:

$$\frac{d}{dt} i_{sq} = -\frac{R_s}{L_s} i_{sq} - \omega_e i_{sd} - \frac{\omega_e}{L_s} \Phi_{fd} + \frac{1}{L_s} v_{sq} \quad (6.18)$$

$$\frac{d}{dt} i_{sd} = -\frac{R_s}{L_s} i_{sd} + \omega_e i_{sq} + \frac{1}{L_s} v_{sd} \quad (6.19)$$

$$\frac{d}{dt} i_{s0} = -\frac{R_s}{L_{ls}} i_{s0} + \frac{1}{L_{ls}} v_{s0} \quad (6.20)$$

Para un sistema trifásico balanceado de la forma

$$f_a = \sqrt{2} f_s \cos \theta_e \quad (6.21)$$

$$f_b = \sqrt{2} f_s \cos \left( \theta_e - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (6.22)$$

$$f_c = \sqrt{2} f_s \cos \left( \theta_e + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (6.23)$$

donde  $f_s = f_s(t)$  puede ser función del tiempo, la transformación de Park queda de la siguiente manera:

$$f_{qs} = \sqrt{2} f_s(t) \quad (6.24)$$

$$f_{ds} = 0 \quad (6.25)$$

$$f_{0s} = 0 \quad (6.26)$$

Para el generador lineal la fuerza electromotriz o tensión inducida en el arrollado estático  $E_{abc}$  es:

$$E_{as} = \omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \cdot \cos(\theta_e(t)) \quad (6.27)$$

$$E_{bs} = \omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \cdot \cos(\theta_e(t) - \frac{2\pi}{3}) \quad (6.28)$$

$$E_{cs} = \omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \cdot \cos(\theta_e(t) + \frac{2\pi}{3}) \quad (6.29)$$

En los nuevos ejes de referencia  $dq0$  estas tensiones son:

$$E_{qs} = \omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \quad (6.30)$$

$$E_{ds} = 0 \quad (6.31)$$

$$E_{0s} = 0 \quad (6.32)$$

La potencia instantánea de una maquina eléctrica trifásica en los ejes de referencia  $dq0$  es (Krause 2002):

$$P_{abcs} = v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} \quad (6.33)$$

$$P = P_{dq0s} = P_{abcs} = \frac{3}{2}(v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} + 2v_{0s}i_{0s}) \quad (6.34)$$

Para el caso de la máquina lineal y tomando en consideración las ecuaciones 6.30, 6.31 y 6.32, la potencia instantánea entregada al PTO es:

$$P_{PTO}(t) = \frac{3}{2}\omega_e(t) \cdot \Phi_{fd} \cdot i_{qs}(t) \quad (6.35)$$

La potencia de la ecuación 6.35 es la potencia eléctrica que entrega el generador eléctrico a la carga mas la que se consume en perdidas estáticas. La fuerza del dispositivo extractor de potencia sobre el *translator* es el cociente entre la potencia del PTO y la velocidad lineal del convertidor (ecuación 6.36).

$$f_{PTO}(t) = f_g(t) = \frac{P(t)}{v(t)} = \frac{3\pi \cdot \Phi_{fd} \cdot i_{qs}(t)}{\lambda} \quad (6.36)$$

## 6.2 Modelado del Generador Síncrono Acoplado al Oscilador de Columna de Agua OWC

Para el sistema OWC u oscilador de columna de agua se usó un generador síncrono acoplado a la turbina de bidireccional de aire. El modelo del generador es el  $dq0$  de la transformación de Park con velocidad de referencia la del rotor.

Las ecuaciones de Park de voltaje de la máquina sincrónica se escriben frecuentemente de la siguiente forma (Krause 2002):

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= -R_s i_{qs} + \omega_r \lambda_{ds} + d\lambda_{qs}/dt \\
 v_{ds} &= -R_s i_{ds} - \omega_r \lambda_{qs} + d\lambda_{ds}/dt \\
 v_{0s} &= -R_s i_{0s} + d\lambda_{0s}/dt \\
 v'_{kq1} &= R'_{kq1} i'_{kq1} + d\lambda'_{kq1}/dt \\
 v'_{kq2} &= R'_{kq2} i'_{kq2} + d\lambda'_{kq2}/dt \\
 v'_{fd} &= R'_{fd} i'_{fd} + d\lambda'_{fd}/dt \\
 v'_{kd} &= R'_{kd} i'_{kd} + d\lambda'_{kd}/dt
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

Adicionalmente, las ecuaciones de Park de los enlaces de flujo de la máquina sincrónica se presentan a continuación (Krause 2002):

$$\begin{aligned}
 \lambda_{qs} &= -L_{ls} i_{qs} + L_{mq} (-i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \\
 \lambda_{ds} &= -L_{ls} i_{ds} + L_{md} (-i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \\
 \lambda_{0s} &= -L_{ls} i_{0s} \\
 \lambda'_{kq1} &= L'_{lkq1} i'_{kq1} + L_{mq} (-i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \\
 \lambda'_{kq2} &= L'_{lkq2} i'_{kq2} + L_{mq} (-i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \\
 \lambda'_{fd} &= L'_{lfd} i'_{fd} + L_{md} (-i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \\
 \lambda'_{kd} &= L'_{lkd} i'_{kd} + L_{md} (-i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd})
 \end{aligned} \tag{6.38}$$

En las ecuaciones 6.37 y 6.38 los subíndices  $qs$ ,  $ds$  y  $0s$  refieren a los ejes  $q$ ,  $d$  y  $0$  de las variables del estator, los subíndices  $kq1$  y  $kq2$  refieren a los arrollados amortiguadores 1 y 2 en la dirección del eje  $q$ , el subíndice  $kd$  refiere al arrollado amortiguador en la dirección  $d$  y el subíndice  $fd$  refiere al devanado de campo. Así mismo los subíndices  $md$  y  $mq$  en las inductancias indican que son inductancias de magnetización en las direcciones  $d$  y  $q$  y el subíndice  $l$  indica que es una inductancia de dispersión. El apóstrofe ' indica que el valor rotórico está referido al estator mediante la relación de transformación de los arrollados involucrados.