Trabajo Fin de Master
Organización Industrial y Gestión de Empresas

Localización Óptima de Routers de una Red de Comunicación Inalámbrica de Contadores de Agua

Autor: Salvador Caro Jiménez
Tutor: Pedro L. González Rodríguez

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2014

Trabajo Fin de Master
Organización Industrial y Gestión de empresas.

Localización Óptima de Routers de una Red de Comunicación Inalámbrica de Contadores de Agua.

Autor:
Salvador Caro Jiménez

Tutor:
Pedro L. González Rodríguez
Profesor titular

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2014

Trabajo Fin de Master: Localización Óptima de Routers de una Red de Comunicación Inalámbrica de Contadores de Agua.

Autor: Salvador Caro Jiménez

Tutor: Pedro L. González Rodríguez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2014

El Secretario del Tribunal

A mi padre.

Agradecimientos

A lo largo de la vida una constante es comenzar y finalizar proyectos profesionales y/o personales y suele uno mirar hacia atrás y recordar lo vivido, lo sufrido, lo disfrutado….y entre todo eso, también lo agradecido. Por eso quiero agradecer:

A Mª Eugenia, por dos razones; la primera es que no es fácil tener un marido durante todo el día trabajando y "para complementarlo" continuar la jornada y fines de semana con el Master, la segunda de las razones es por lo valiente que se ha sido en los últimos meses arriesgando su salud a cambio de la de sus hijos, por todo ello gracias por la infinita paciencia, cariño, cuidado, y fuerza para continuar.

A mis hijos, Lucia y Salva, que desde su mas que adelantado nacimiento no lo han tenido fácil y están peleando dia a dia por salir adelante, demostrando que son muy fuertes como su madre, y que estoy seguro habrán oído alguna conversación que otra en la barriga de su madre sobre este Master y programación lineal,

A mi familia, Papa desde el cielo, mi madre siempre cariñosa, y mis dos hermanos Yolanda y Jose Manuel, por estar desde la distancia siempre ahí en las duras y en las maduras.

Y por último a Pedro, mi tutor, que sin sus constantes consejos, apoyo y ánimo no hubiera llevado este trabajo a buen término.

Resumen

En el ámbito de servicios de energía eléctrica y gas las políticas europeas están impulsando la implantación de medidores que contribuyan a la participación activa de los consumidores en el mercado, es por ello que se están aprobando Normativas Europeas donde se obligan a los suministradores de energía a que su sistema de lectura final al cliente se realice mediante sistemas telegestionados.

En el sector del agua se prevé que a corto plazo se sumen a estas políticas, y es por ello que las compañías suministradoras de aguas están comenzando a adaptarse a estas nuevas exigencias; para lo cual están desarrollando y valorando diferentes soluciones técnicas para abordar esta cuestión, entre las que se encuentra la implementación de una red inalámbrica que transmita los datos recogidos en los contadores de agua hasta la sede local o principal de la compañía de agua, mediante como detallaremos dispositivos Terminales, Routers y Concentradores.

El elemento Router es el único elemento de la red del que previamente no conocemos su ubicación ni su número, por lo que es crítico por criterios de calidad de funcionamiento de la red como por criterios económicos que el número de routers sea el mínimo, además el número de Concentradores no lo conocemos por adelantado. Por lo tanto el problema aborda la minimización de los costos de implementación.

En este Trabajo Fin de Master, modelamos el problema y se prueba en una zona piloto que cuenta con 1.415 contadores de agua instalados, que contienen 400 Terminales de lectura de datos. La localización de estos elementos (Router y Concentrador) es proporcionada por el modelo, asi como los costes de implementación finales.

Abstract

Services in the electricity field and European gas policies are driving the implementation of meters that contribute to the active participation of consumers in the market, that is reason we are adopting European Standards where energy suppliers are forced to work with data reading made by tele-managed systems.

In the water field is expected to join in short term these policies, and that is why the water supply companies are beginning to adapt to these new demands; that´s why they are developing and evaluating different technical solutions to solve this issue, among all the solutions the implementation of a wireless network to transmit data collected from water meters to local or headquarters of the water company, using as we will see Terminals, Routers and Hubs devices.

Router is the only element of the network that we previously don´t know the location or number, so it is critical for quality criteria for network performance and also economic criteria that the number of router is minimal, besides the number of concentrators is not know in advance. Therefore the problem is addressed minimizing the implementation costs.

In this Master Thesis, we model the problem and test in a pilot area with 1,415 water meters installed, containing 400 terminals for data reading. Location of each hub (Router and Concentrator) is provided by the model as well as the final deployment costs.

Índice

Agradecimientos i

Resumen iii

Abstract iv

Índice v

Índice de Tablas vii

Índice de Figuras ix

1 Justificacion y objetivos 11
1.1 Objetivo General. 12
1.2 Objetivos Específicos (O.E) y estructura del documento. 12
1.2.1 O.E.1 Conocer problema en profundidad. 12
1.2.2 O.E.2 Realizar una revisión o estado del Arte. 12
1.2.3 O.E.3 Modelar y resolver el problema planteado. 12
1.2.4 O.E.4 Discutir las implicaciones prácticas de los resultados obtenidos. 13

2 Descripción del problema 14
2.1 Redes de Comunicación Inalámbricas. 14
2.2 Tipos de redes inalámbricas. 14
2.3 Arquitectura de redes inalámbricas 14
2.2.1 Redes inalámbricas centralizadas 14
2.2.2 Redes inalámbricas distribuidas. 15
2.4 Tipo y arquitectura de red. Descripción del problema. 16
2.5 Elementos y Características. 17
2.6 Descripción de la Zona Piloto objeto de estudio. 19

3 Estado del arte 22
3.1 Introducción 22
3.2 Clasificación Hub Location Problem. 23
3.3 Caracterización del problema objeto de estudio. 25

4 Modelo 0 y resolución 31
4.1 Definición del Grafo. Nodos. 31
4.2 Definición de arcos. 33
4.3 Parámetros y variables. 34
4.4 Función Objetivo y Restricciones. 35
4.5 Formulación general del Modelo 0. 36
4.6 Resolución Modelo 0. 37
4.6.1 Conjuntos, parámetros y variables. 37
4.6.2 Función objetivo y restricciones. 40
4.6.3 Resultados. 41

5 Modelo 1 y resolución 45
4.1 Modificaciones del Modelo 45
4.2 Formulación general del Modelo 1. 45

4.3 Resolución Modelo 1. *46*
4.3.1 Resultados. 47

6 Modelo 2 y resolución **51**
4.4 Modificaciones del modelo. *51*
4.5 Resolución Modelo 2. *53*
4.5.1 Resultados. 54

7 Modelo 3 y resolución **58**
7.1 Características Router GPRS. *58*
7.2 Gráfo Modelo_3. *58*
7.3 Variables, parámetros y restricciones modelo 3. *59*
7.4 Resolución Modelo 3. *63*
7.4.1 Resultados. 64

8 Discusión y conclusión **67**

Referencias **70**

Anexo i Datos **71**

Anexo ii, Modelos 0,1, 2 y 3_gmpl(ampl) **88**

Anexo iii, Resultado modelo 0 **92**

Anexo iv, Resultado modelo 1 **99**

Anexo v, Resultado modelo 2 **106**

Anexo vi, Tutorial y resultado modelo 3 **113**

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2–1. Distancia de transmisión según tipo de terminal. 17
Tabla 2–2. Distancia router-router y router-concentrador. 18
Tabla 2–3. Número máximo de terminales por router. 18
Tabla 2–4. Coste Router inalámbrico. 18
Tabla 2–5. Número máximo de Terminales y Routers por Concentrador. 19
Tabla 2–6. Coste Concentrador. 19
Tabla 3–1. Resumen Estado del Arte (Elaboración propia). 29
Tabla 4–1. Costes Modelo_0. 41
Tabla 5–1. Costes Modelo_1. 47
Tabla 6–1. Costes Modelo_2. 54
Tabla 7–1. Número máximo de terminales por router GPRS. 58
Tabla 7–2. Coste Router GPRS. 58
Tabla 7–3. Costes Modelo_3. 64

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Red Centralizada. 15
Figura 2-2. Red Distribuida. 15
Figura 2-3. Arquitectura de red del problema. 16
Figura 2-4. Área, Terminales de Lectura y Sede Local. 20
Figura 2-5. Ubicaciones Candidatas. 21
Figura 3-1. Ejemplo básico HLP 22
Figura 4-1. Conjuntos de nodos. 32
Figura 4-2. Conjunto de arcos. 33
Figura 4-3. Grafo completo. 34
Figura 4-4. Asociación Terminales-Router Modelo 0. 42
Figura 4-5. Flujos Modelo 0. 43
Figura 4-6. Ejemplo problema detectado. Modelo 0. 44
Figura 5-1. Solución problema detectado. Modelo_1. 48
Figura 5-2. Asociación Terminales-Router Modelo 1. 48
Figura 5-3. Flujos Modelo 1. 49
Figura 5-4. Asociaciones incorrectas Modelo 1. 50
Figura 6-1. Asociación Terminales-Router Modelo 2. 55
Figura 6-2. Flujos Modelo 2. 56
Figura 6-3. Asociaciones incorrectas resueltas Modelo 2. 57
Figura 7-1. Asociación Terminales-Router Modelo 3. 65
Figura 7-2. Flujos Modelo 3. 66

1 JUSTIFICACION Y OBJETIVOS

No podemos resolver problemas pensando de la misma manera que cuando los creamos.

- Albert Einstein (1879-1955) -

En un mundo con cada vez mayor tendencia a la globalización, paulatinamente con menos recursos energéticos y con la aparición de una importante competencia de las nuevas potencias económicas emergentes, en los mercados de bienes y servicios cada día tiene más importancia las redes de distribución y transporte, por lo que surge la necesidad de optimizar dichas redes para minimizar costes y maximizar beneficios.

La distribución y transporte de energía y agua, recursos cada vez más escasos y costosos, necesita de redes de gestión donde se pueda conocer en tiempo real todos los parámetros que influyen en el funcionamiento de esta redes, con el objeto de hacerlas cada día más eficaces y fiables. Además, la tendencia de las redes de distribución de transporte de energía y agua, es que estás se integren con otras redes (alumbrado, semáforos, parkings…etc.) con el objeto de que todos los servicios en una ciudad estén telegestionados desde un único centro de control.

En el ámbito de servicios de energía eléctrica y gas las políticas europeas están impulsando la implantación de contadores que contribuyan a la participación activa de los consumidores en el mercado, es por ello que se están aprobando Normativas Europeas donde se obligan a los suministradores de energía a que su sistema de lectura final al cliente se realice mediante sistemas telegestionados.

En cuanto al sector del agua se prevé que a corto plazo se sumen a estas políticas de sistemas de lectura telegestionados, y es por ello que las compañías suministradoras de aguas están comenzando a adaptarse a estas nuevas exigencias; para lo cual están desarrollando y valorando diferentes soluciones técnicas para abordar esta cuestión.

Por otro lado tradicionalmente el parque de contadores de agua era del tipo analógico, y en los últimos años se ha renovado dicho parque para pasar, en su gran mayoría, a ser del tipo digital. La lectura de estos contadores se realiza típicamente de forma manual, aun siendo digitales, mediante rutas de operarios que miden puntos de lectura instalados en el exterior del edificio de lectura mediante un TPL (Terminal de Punto de Lectura), sistema Walk-By.

Para las compañías suministradoras de agua y para los usuarios finales se plantean las siguientes mejoras con la implementación de sistemas de Telelectura:

- Ahorro para la compañía en costes de recogida de datos al ser un sistema totalmente automatizado y de forma remota, centralizando estos datos en las oficinas centrales e integrándolos en sus sistemas de gestión.

- El sistema permite disponer en tiempo real de lecturas.

- La gestión y monitorización de la red de comunicaciones está totalmente centralizada, así como los contadores. Esto permite disponer de un mantenimiento predictivo.

- Debido a poder disponer de las lecturas de consumo en tiempo real posibilita por ejemplo la detección de fugas, gestión de políticas de ahorro de agua, detección de fraudes...etc.

- Las ciudades están evolucionando hacia la gestión centralizada de sus servicios, Smart City, integrando servicios de gestión de alumbrado público, monitorización ambiental, control de semáforos, parkings, paneles informativos...etc.

Nuestro Trabajo de Fin de Master (TFM) estudiará la topología de estas redes inalámbrica de telelectura de contadores de agua y se obtendrán soluciones a problemas derivados de implementación de las mismas.

1.1 Objetivo General.

El objetivo general del Trabajo Fin de Master es el de estudiar y aportar soluciones a la implementación de redes inalámbricas para la gestión del parque de contadores de las empresas de agua, centrándonos en la localización de hubs (routers y concentradores) necesarios para la telelectura.

1.2 Objetivos Específicos (O.E) y estructura del documento.

A continuación describimos brevemente los objetivos específicos que vamos a perseguir en el estudio y resolución del problema.

1.2.1 O.E.1 Conocer problema en profundidad.

En el capítulo número 2 se describirá la topología de Red planteada para la gestión de la Telelectura de contadores de agua, también se describirán las características de todos los elementos que integran la Red, con sus restricciones técnicas y económicas, por último surgirá de la topología de red planteada y del detalle de los elementos que integran la red el alcance especifico de nuestro problema.

En la red de comunicación propuesta el único elemento con ubicación no conocida y determinada de antemano, como veremos más adelante, es el Router, nuestro problema pues, trata de ubicar de forma óptima y eficiente estos Routers en las emplazamientos definidos a tal efecto, además de resolver el numero de Concentradores a instalar cuya ubicación esta definida de antemano, atendiendo a criterios económicos y a las restricciones que se detallaran de visión directa, distancia y capacidad de transporte de todos los elementos que conforman la Red.

1.2.2 O.E.2 Realizar una revisión o estado del Arte.

En este capítulo 3 realizaremos una revisión bibliográfica de los estudios más importantes respecto a la resolución de problemas similares al que planteamos en este TFM. Se han estudiado varios artículos de autores especializados en la localización y asignación de centros de distribución, ya que tradicionalmente como veremos este tipo de problemas, denominados *Hub Location Problem* (HLP de aquí en adelante), el comienzo de estos estudios estuvo relacionado con la resolución de problemas de líneas aérea y empresas de logística.

1.2.3 O.E.3 Modelar y resolver el problema planteado.

Una vez conocido el alcance de nuestro problema y el estado del arte para el tipo de problema que estamos estudiando, procederemos en el capítulo 4 a modelarlo de forma matemática, definiendo los conjuntos de todos los elementos que conforman la red inalámbrica (nodos y arcos), además de los parámetros y variables de forma detallada.

Con toda esta información plantearemos en el modelo matemático la función objetivo, atendiendo a las restricciones que nos han surgido en el estudio del problema, algunas de ellas previamente establecidas.

A partir de este modelo matemático, mediante técnicas de programación lineal, lo escribiremos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) que nos permitirá su resolución de forma óptima.

La zona elegida para realizar el piloto, extensible a toda la ciudad de Sevilla, es una de las áreas dentro del barrio de la Buhaira y San Bernardo, combinación de casas unifamiliares y bloques de pisos, la cual contiene 1.415 contadores de aguar instalados, y requerirá 400 Terminales de lectura, ubicados en 20 calles y/o avenidas, con más de 218 farolas donde tendremos que definir la óptima ubicación y mínimo número del elementos Routers a instalar.

1.2.4 O.E.4 Discutir las implicaciones prácticas de los resultados obtenidos.

Por último analizaremos, en el capítulo 6, si la solución es la óptima o si existe alguna mejora que podamos realizar al modelo propuesto, mejora que desarrollaremos en el capítulo 7. En el capítulo 8, *Discusión y conclusión,* compararemos y discutiremos las posibles soluciones adoptadas desde un punto de vista técnico y económico, así como las soluciones con menor impacto para la ciudadanía, abordando el problema con la resolución y discusión de diferentes modelos, entre los que consideramos añadir un Router de tipo GPRS, de mayor coste que el propuesto inicialmente, pero planteando una solución mixta entre Routers inalámbricos y Routers del tipo GPRS.

El documento contiene además una apartado con las referencias bibliográficas que se han empleado para la elaboración del mismo y varios anexos donde se recogen los datos de partida del proyecto, los diferentes modelos a desarrollar y los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo realizaremos una breve introducción a las redes inalámbricas para posteriormente mostrar la red tipo planteada donde se desarrolla nuestro problema, y finalmente describir el alcance con detalle del problema.

2.1 Redes de Comunicación Inalámbricas.

Las comunicaciones inalámbricas consisten en la transmisión y recepción de datos / información a través de ondas electromagnéticas que se propagan utilizando el aire como canal de comunicación. Al conjunto de equipos y dispositivos que utilizan estas comunicaciones inalámbricas forman la llamada red Wireless o sin cables.

Las ventajas de las redes de comunicación inalámbricas con respecto a las redes que utilizan como medio de transporte diferentes tipo de cables, son que la ausencia de cableado ofrece movilidad a los usuarios, flexibilidad en la topología de red y escalabilidad. Pero por otro lado también presentan algunos inconvenientes como son el menor ancho de banda respecto a las redes cableadas, la dificultad de añadir seguridad y garantizar ciertos niveles de calidad del servicio.

2.2 Tipos de redes inalámbricas.

Existen diferentes tipos de redes inalámbricas que pueden clasificarse en función del radio de alcance de transmisión:

WPAN (Wireless Personal Área Network) o redes inalámbricas de área personal. Cubren distancias menores de 10 metros y se utilizan para interconectar diferentes dispositivos de uso personal, como por ejemplo teléfono conexión entre móvil y portátil, o portátil y PDA.

WLAN (Wireless Local Área Network) o también llamadas redes inalámbricas de área local. Cubren alrededor de 100 metros y suelen ser utilizadas para crear redes de ámbito local entre ordenadores o terminales ubicados en un mismo lugar. También pueden ser utilizadas para proporcionar conectividad entre las redes WPAN.

WMAN (Wireless Metropolitan Area Network) o redes inalámbricas metropolitanas. Concebidas para que el área de cobertura cubra una ciudad o población.

Redes globales. Tienen el objetivo de cubrir todo una región o país, como cualquier red de telefonía móvil.

2.3 Arquitectura de redes inalámbricas

La arquitectura de una red determina cómo se realiza la estructura de la red y dónde reside su centro de inteligencia, es decir que elemento gobierna la red. Según la tipología de la red y su utilidad, se pueden diferenciar entre dos tipos de arquitectura: centralizada y distribuida.

2.2.1 Redes inalámbricas centralizadas

Esta arquitectura es la utilizada en redes del tipo WMAN, en redes globales y en redes WLAN normalmente como extensión de las redes cableadas. Está formada por dispositivos inalámbricos y un equipo que funciona como punto de acceso o estación base (ver figura 1). Este último coordina y controla todas las transmisiones que se realizan dentro de su área de cobertura y actúa como interfaz entre las redes inalámbricas y cableadas. Este punto de acceso o estación base es el único elemento de la red que tiene acceso al canal de bajada, mientras que el canal de subida está compartido por todos los demás dispositivos.

En este tipo de arquitectura de red el elemento principal que gobierna dicha red se concentra en la estación base o punto de acceso por lo que el resto de dispositivos son más simples.

Además para extender el área de cobertura de la red se pueden interconectar varias estaciones base o puntos de acceso tanto con cableado como de forma inalámbrica.

2.2.2 Redes inalámbricas distribuidas.

Esta arquitectura es la utilizada en las redes de tipo WPAN y WLAN y la falta de infraestructura es su principal característica. En esta configuración la red consta de dispositivos inalámbricos que se comunican unos con otros directamente sin una administración central. Estos dispositivos tienen el control de la red y actúan como enrutadores para facilitar la comunicación entre nodos alejados. La figura 2 muestra un ejemplo de una red inalámbrica distribuida.

Este tipo de redes presentan un rápido desarrollo en la actualidad y una reconfiguración muy flexible ya que al no existir un punto de acceso o estación base, la red puede adoptar múltiples formas sin afectar a su funcionalidad, lo que la hace ser más robusta ya que el fallo de un dispositivo no afecta a los servicios de la red. Además, todos funcionan en la misma banda de frecuencias puesto que no existe ningún dispositivo especial que traduzca la transmisión de una frecuencia a otra.

Tal y como hemos comentado existen diferentes tipos de redes inalámbricas que pueden clasificarse dependiendo de si su estructura es centralizada o distribuida, las cuales de forma básica las representamos en siguientes figuras:

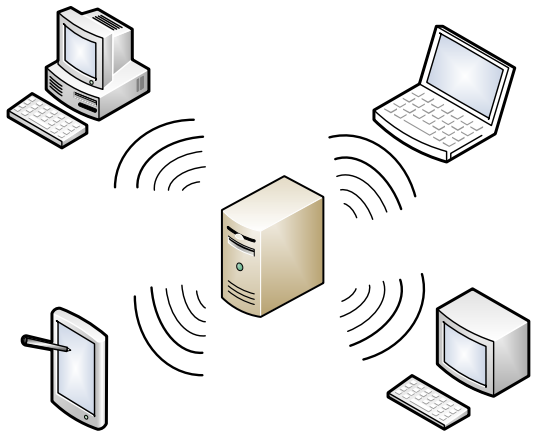


Figura 2-1. Red Centralizada.

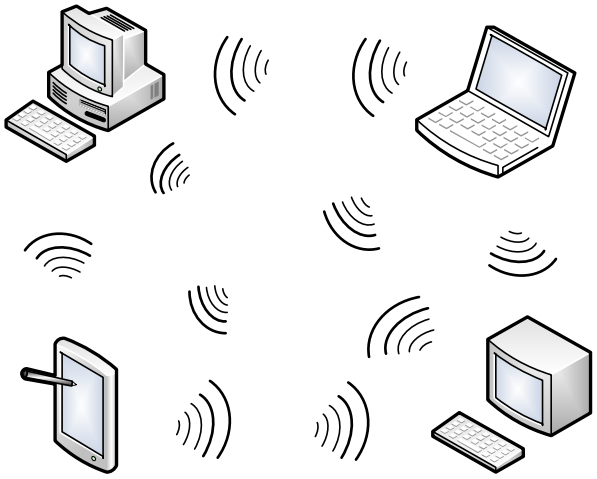


Figura 2-2. Red Distribuida.

2.4 Tipo y arquitectura de red. Descripción del problema.

Una vez mostradas de forma básica los tipos y arquitecturas de redes que nos podemos encontrar el tipo de red en la que desarrollaremos nuestro problema debido al protocolo utilizado de transmisión denominado ZigBee que es el nombre de la especificación de un conjunto de protocolos de alto nivel de comunicación inalámbrica para su utilización con radiodifusión digital de bajo consumo, basada en el estándar IEEE 802.15.4 de redes inalámbricas de área ,siendo el tipo de red de este estándar el descrito en el apartado anterior WPAN (*wireless personal area network*), consiguiéndose en su desarrollo distancias de transmisión de hasta 500 metros , siendo su objetivo las aplicaciones que requieren comunicaciones seguras con baja tasa de envío de datos y maximización de la vida útil de sus baterías. La arquitectura de red seria del tipo centralizada (ver Figura 3.).

Con la arquitectura de red empleada por la compañía se pretende que la información de lectura de las medidas de los contadores de los usuarios de las compañías suministradoras de agua, vuelque dicha información inalámbrica hacia un servidor situado en las oficinas centrales de la compañía.

Para nosotros es fundamental conocer con detalle la arquitectura de red adoptada para la implementación de la red inalámbrica de comunicaciones, ya que de esta arquitectura de red y de las características de sus elementos surgirá la necesidad concreta de resolución del problema.

La topología elegida para la integración de los Terminales de Lectura de Contadores a la Red de Comunicaciones de la compañía suministradora del agua es la siguiente:

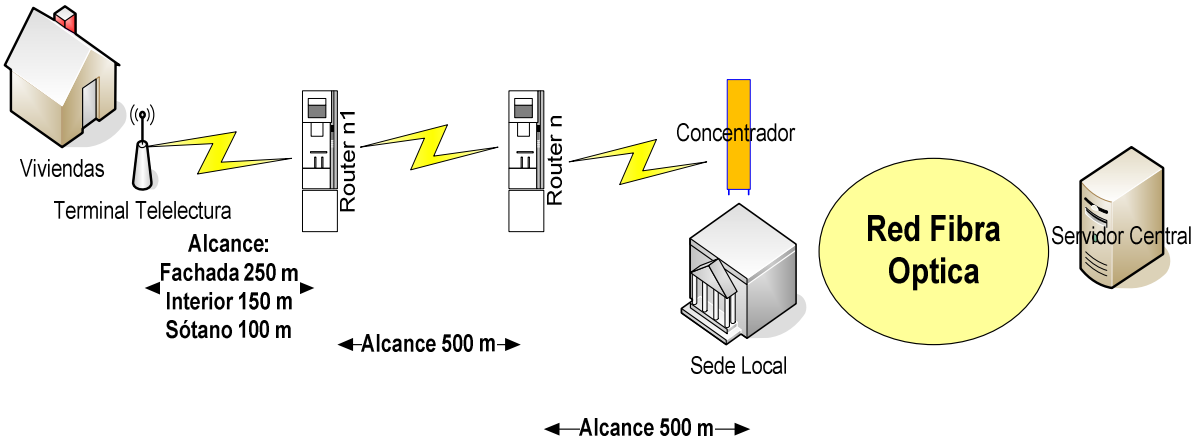


Figura 2-3. Arquitectura de red del problema.

Como hemos comentado en el capítulo 1, tradicionalmente el parque de contadores de agua era del tipo analógico, y en los últimos años se ha renovado dicho parque para pasar, en su gran mayoría, a ser del tipo digital. La lectura de estos contadores se realiza típicamente de forma manual, aun siendo digitales, mediante rutas de operarios que miden puntos de lectura instalados en el exterior del edificio de lectura mediante un TPL (Terminal de Punto de Lectura), sistema conocido como Walk-By.

Los contadores digitales poseen un puerto RJ-45, y uno de los planteamientos es utilizar este parque de contadores digitales instalados y mediante un dispositivo de transmisión de datos conectado a ese puerto o a más de uno (batería de contadores), lo llamaremos de aquí en adelante *Terminal de Lectura*, integrarlos en una Red de Comunicación donde se transmitan diferentes datos a la *Sede Central*.

Podemos observar que los Terminales de Lectura envían los datos obtenidos del contador o contadores, con un número máximo de capacidad por Terminal que se definirá en los parámetros de entrada del problema, los cuales transmiten por una red inalámbrica hasta un *Hub* o *Router*. Este Router por razones de limitación de transmisión por distancia puede enlazar con otro Router o directamente transmitir a la Sede Local de la compañía suministradora, donde se instalará el elemento *Concentrador*.

Debido a la capacidad del elemento Concentrador según su diseño de atender a un número limitado de routers, en la ciudad existirán diferentes sedes locales las cuales mediante una red de fibra óptica u otro medio enviaran la información recogida en los contadores a la sede central de la compañía suministradora.

Tanto los Terminales de Lectura como las Sedes Locales tienen una posición fija e inamovible, mientras que la ubicación de los Routers no está definida de antemano y es precisamente la variable de decisión de esta red inalámbrica.

La ubicación óptima tanto en distancia como en número de Routers es crítica para la red a desplegar ya que el coste de este dispositivo es una partida muy importante del presupuesto y además minimizar su número contribuye a un menor impacto en la ciudadanía en la ejecución del proyecto.

Las ubicaciones de los Routers se consideran de tipo discreto, ya que todas las ubicaciones no son posibles, siendo dichas ubicaciones para instalar los Routers las farolas destinadas al alumbrado público presentes en cualquier ciudad, por lo que nuestro problema será ubicar el menor número de Routers en estas farolas, atendiendo a criterios de capacidad y distancia máximas de transmisión, entre Terminal – Router, Router-Router, y Router-Sede Local.

Debido a restricciones de la tecnología y frecuencia de transmisión elegida, la visión entre todos los elementos que enlazan entre si debe ser directa, por lo que previamente se definirán, mediante un trabajo ineludible a realizar en campo, que farolas son susceptibles de ser utilizadas como ubicación del Router, en general estando en la misma calle o en una esquina donde es compartido por los terminales de más de una calle.

Nuestro problema pues, trata de ubicar de forma óptima y eficiente el menor número de Routers (Hubs) en las farolas de alumbrado público, y de contemplar el menor número de Concentradores instalados en las sedes de la compañía de agua, atendiendo a las restricciones que a continuación se detallan de visión directa, distancia y capacidad de todos los elementos que conforman la red, que hagan que el coste sea el mínimo.

2.5 Elementos y Características.

La arquitectura de la solución técnica adoptada por la empresa consta de los elementos que a continuación se detallan:

Terminal de Lectura:

El elemento terminal según hemos comentado es el dispositivo inalámbrico que conectaremos al contador o grupo de contadores, el cual transmitirá la información recabada hacia el elemento Router.

Los contadores típicamente pueden estar instalados en Fachada, Interior o Sótano, por lo que por consiguiente el terminal de lectura puede estar instalado en estas tres ubicaciones con la siguiente limitación de distancia de transmisión hasta el elemento Router:

Tipo	Alcance(m)
Fachada	250
Interior	150
Sótano	100

Tabla 2–1. Distancia de transmisión según tipo de terminal.

El número de Terminales de lectura para la ciudad de Sevilla es de 180.000.

Router:

El elemento Router es el encargado de recoger la información de los Terminales de lectura y mediante uno o más Routers en cascada transmitir la información hasta el elemento final denominado Concentrador.

Como hemos comentado es el único elemento de la red que previamente no conocemos su ubicación ni su número, por lo que es crítico por criterios de calidad de funcionamiento de la red como por criterios económicos que el número de router sea mínimo.

El número total de Routers estimado en una ciudad como Sevilla es de 12.000 , y el número de puntos de luz de alumbrado público, es decir posibles ubicaciones es de más de 66.000, por lo que realizar la elección de la ubicación del Router de forma manual seria impreciso y muy costoso. Es por ello que recurrimos a técnicas de programación lineal para optimizar la ubicación y número de Routers a utilizar.

Se estima que el alcance máximo de dos routers o entre router y concentrador es de 500 m en visión directa (misma calle), pudiendo existir conexión en cascada entre routers.

Distancia máximo entre router-router y router-concentrador	**500**

Tabla 2–2. Distancia router-router y router-concentrador.

El número máximo de elementos terminales que pueden enlazar con un mismo router es el siguiente:

Número Máximo de Terminales por Router	**20**

Tabla 2–3. Número máximo de terminales por router.

Como hemos apuntado los elementos tienen que tener visión directa debido a restricciones de la tecnología y frecuencia de transmisión elegida, por lo que farolas (ubicaciones) elegida para la instalación del Router donde interfiera cualquier arboleda u otro elemento de tipo arquitectónico, entre Terminal- Router, Router-Router o Router-Concentrador, no será una ubicación candidata.

Es decir previamente deberemos realizar una labor de campo donde indiquemos qué farolas son posibles ubicaciones candidatas, siendo en principio las esquinas o intersecciones entre las calles una posición candidata al contar con al menos una farola instalada en la mayor parte de los casos.

El coste tanto del elemento Router Inalámbrico así como de su de la instalación es el siguiente:

	€/ud.
Router Inalámbrico	**34 €**
Replanteo Ubicaciones	**4 €**
Instalación Router	**60 €**
Total	**98 €**

Tabla 2–4. Coste Router inalámbrico.

La partida correspondiente al replanteo de ubicaciones se corresponde con el tanteo necesario para la ubicación definitiva del Router.

Concentrador:

Desde los diferentes Routers se transmitirá la información recibida por los Terminales hasta el elemento final de la red. El número máximo de Routers que pueden estar conectado a ese concentrador es de 24. Las ubicaciones candidatas de los concentradores son conocidas a priori, ya que están situadas cerca de una red de fibra óptica que se enlaza con la sede central. Otra de las limitaciones técnicas es que un concentrador podrá atender a un máximo de 500 Terminales:

Máximo nº de Terminales	500
Máximo nº Routers	24

Tabla 2–5. Número máximo de Terminales y Routers por Concentrador.

El número de Sedes locales estimadas necesarias para ubicar el concentrador es de 400, repartidas por toda la ciudad.

El coste repercutido por concentrador tanto hardware como de instalación es el siguiente:

	€/ud.
Concentrador	**270,00 €**
Instalación Concentrador	**250,00 €**
Total	**520,00 €**

Tabla 2–6. Coste Concentrador.

2.6 Descripción de la Zona Piloto objeto de estudio.

Como hemos comentado en el capítulo 1, la zona elegida para realizar el piloto, es una de las áreas dentro del barrio de la Buhaira y San Bernardo, combinación de casas unifamiliares y bloques de pisos, la cual contiene 1.415 contadores de aguas instalados, y requerirá 400 Terminales de lectura, ubicados en 20 calles y/o avenidas, con más de 218 farolas donde tendremos que definir la óptima ubicación y mínimo número del elementos Routers a instalar. La elección de este barrio ha sido teniendo en cuenta que representa las zonas más complejas con calles no uniformes , arboleda abundante ,diferentes tipo de edificios y acometidas por fachada, interior o sótano, por tanto si se resuelve en este barrio probablemente se resuelva de manera más sencilla en otros.

Hemos elegido esta zona ya que además de tener zonas diferentes con unifamiliares y bloques de pisos donde la densidad de concentración de elementos Terminales de lectura es diferente, además combina grandes avenidas con calles estrechas donde en esta ultimas la visión directa entre las ubicaciones candidatas para el elemento Router son más escasas que en las de las grandes avenidas.

En la figura 4 mostramos el área de trabajo, donde los puntos azules representan los Terminales de Lectura y el triángulo amarillo la Sede Local, donde tendremos que enviar la información a través de los Routers.

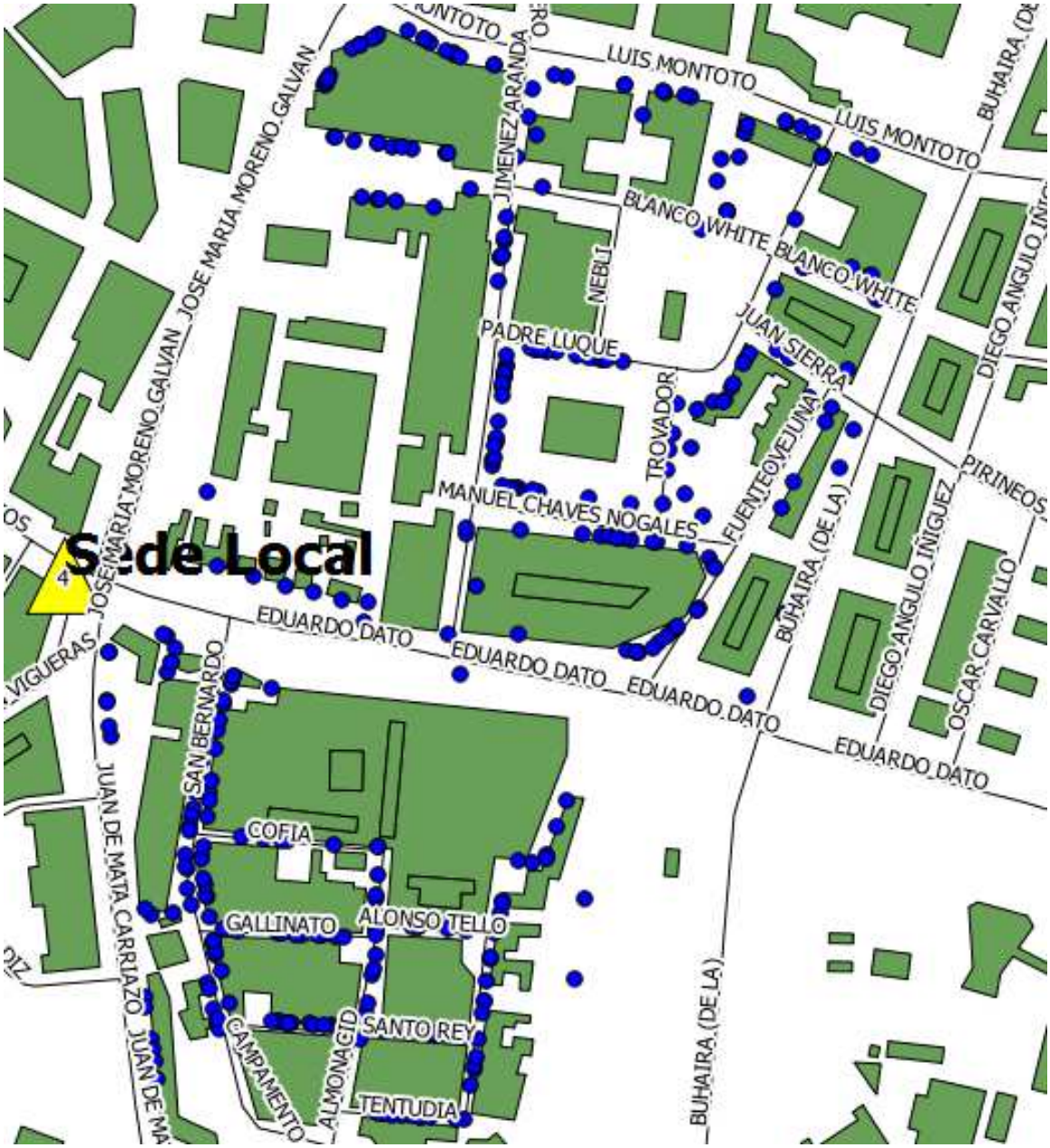


Figura 2-4. Área, Terminales de Lectura y Sede Local.

Tras un trabajo en campo se definen las posibles ubicaciones, pentágono rojo, atendiendo solo a criterios de visibilidad, tal como se muestra en la siguiente figura:

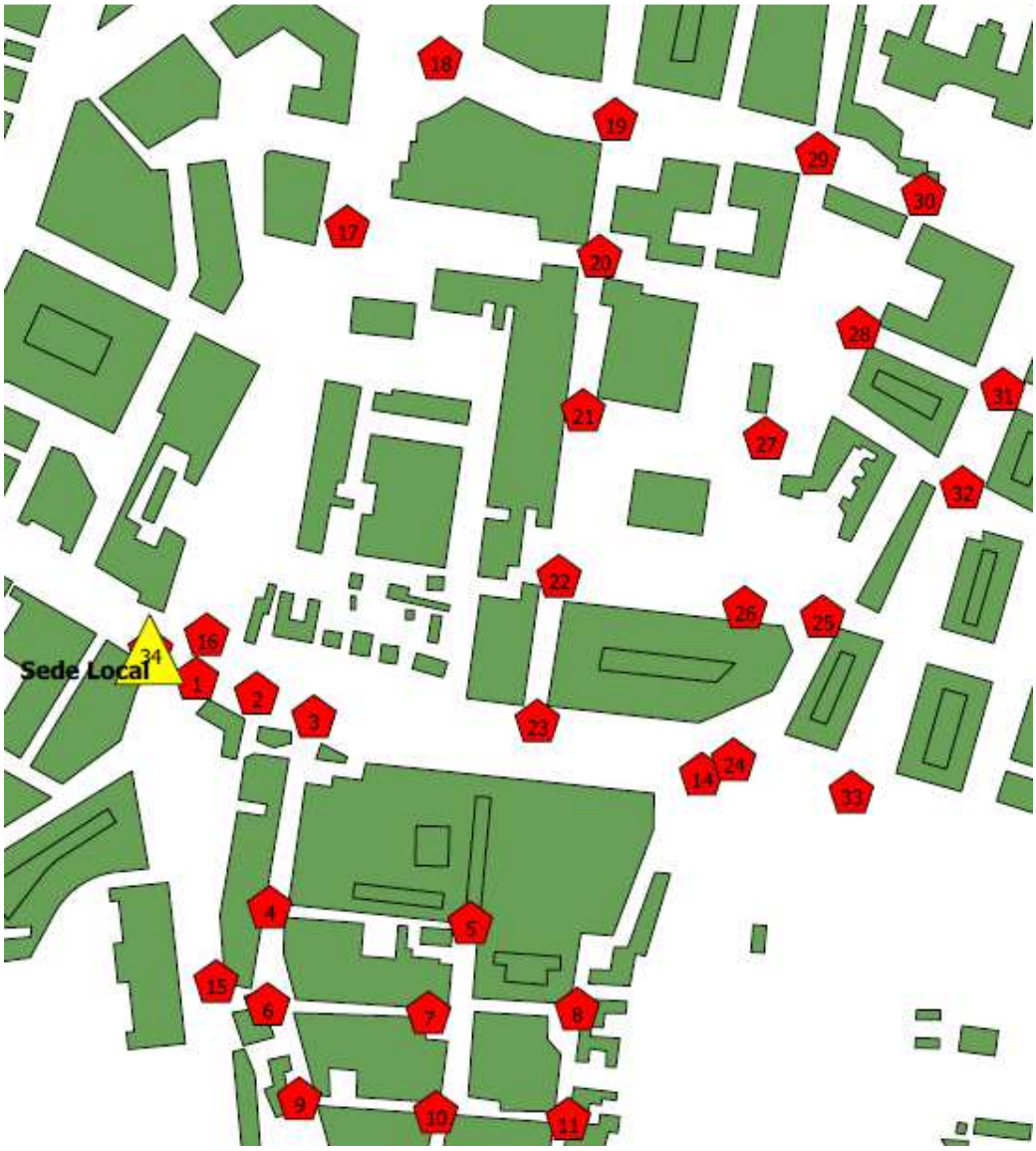


Figura 2-5. Ubicaciones Candidatas.

En el capítulo 4 se planteará un modelo matemático, basado en programación lineal, en el que se muestra la situación presentada en el presente capítulo, resolviendo el ejemplo piloto de manera que se determinan las farolas que contendrán routers, el número de routers necesarios, y los concentradores necesarios en cada sede. Todo ello considerando todas las restricciones definidas previamente de capacidad y distancia de todos y cada uno de los elementos que integran la red.

Posteriormente en los capítulos 5, 6 y 7 se desarrollaran y evolucionaran varios modelos donde discutiremos e incorporaremos al modelo 0 o inicial diferentes mejoras tras el análisis de la solución y los datos obtenidos, hasta obtener un modelo definitivo en el que tendremos la solución óptima deseada.

3 ESTADO DEL ARTE

3.1 Introducción

El problema que hemos expuesto en el capítulo anterior trata de abordar la localización de routers, por lo que parece razonable realizar una revisión sobre el estado del arte de localización de routers (o Hubs en terminología anglosajona).

El problema de localización de *hubs* (de aquí en adelante *HLP, Hub Location Problem*), es un problema estratégico en el que se estudia el problema de enviar un determinado bien, producto o información entre nodos de una red, atendiendo habitualmente a criterios económicos. Originalmente fue utilizado para resolver problemas de ubicación de centros de transporte para las líneas aéreas, y posteriormente se ha ido utilizando en múltiples sectores como el de la logística o el de las telecomunicaciones, pudiéndose abordar todos como problemas de diseño de red, (cada nodo envía y recibe algún tipo de tráfico hacia o desde otros nodos).

La ruta o conjunto de nodos por la que debe pasar el flujo de bienes determina la localización de los hubs, el cual debe ser elegido entre todos los puntos de localización del conjunto de nodos para actuar como puntos de conmutación del tráfico. Los enlaces de red se colocan entre pares de *hubs* de modo que estos están totalmente interconectados.

En el ejemplo más simple, un conjunto de nodos origen *i* deben enviar cierto flujo a un conjunto de nodos destino *j* de manera que se conoce el coste unitario de enviar la unidad de flujo a través de un nodo hub *k*.

Ejemplo simple:

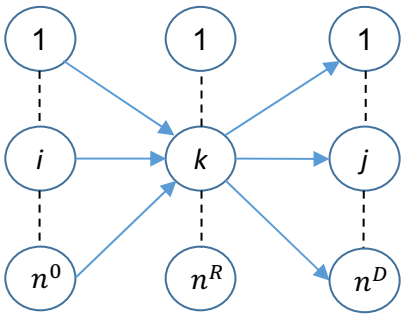


Figura 3-1. Ejemplo básico HLP

Un nodo *i*, está conectado a un nodo *j*, mediante un *nodo-hub k*.

En este apartado se realizará una revisión bibliográfica de los estudios más relevantes que van a utilizarse para la resolución de nuestro problema, analizando las potencialidades más importantes y sus posibles aplicaciones al TFM. Se han estudiado diversos artículos especializados en la localización y asignación de *Hubs*, tomando como referencia las revisiones de ReVelle y Eiselt (2005), ReVelle *et al.* (2008), Alumur y Kara (2008), Hekmatfar y Pishvaee (2009) y López (2012).

Los modelos de localización y asignación son problemas relativamente recientes. Goldman (1969) fue un pionero en el planteamiento del problema de localización de *Hubs* en una Red, no sería hasta mediados de la década de los 80 del siglo pasado cuando se dio por comenzada formalmente la investigación de esta materia con los trabajos de O'Kelly (1986, 1987). A partir de estos modelos, surgen una serie de estudios con ciertos denominadores comunes, pero cada uno aportando una variante más en este area.

Campbell (1994) tuvo un papel importante en la realización de modelos de hubs, en los cuales se dan formulaciones sobre el denominado *p-hub median problem* (*p*HMP), el problema de localización de hubs sin restricciones de capacidad (UHLP) y el *p-hub center problem* (*p*HCP). También en varios modelos se aportan formulaciones que incluían costes fijos de establecimiento de *hubs* y umbrales, o máximos, de flujo para nodos.

Los trabajos de Campbell se encuentran entre los más importantes en tipos de modelos de *hubs*, además en la mejora de este tema contribuyeron otros como Aykin (1994,1995) o Klincewicz (1991,1996).

ReVelle y (2005), recapitulan diferentes modelos de localización desarrollados a través del tiempo por un gran número de investigadores, y Chopra y Meindl (2008), desarrollan modelos prácticos de localización de instalaciones con capacidad limitada, ilimitada y con trasbordo, que como veremos serán de gran interés para nuestro estudio.

Los modelos pueden ser continuos o discretos, nos centraremos en el estudio de modelos discretos, pero mencionamos el trabajo de Weber (1909) ya que es el modelo clásico en esta área, este modelo continuo se asume que los nodos hubs pueden ser ubicados en cualquier parte, mientras que las demandas se toman estando en lugares conocidos.

Las publicaciones en los primeros años se centraban en su modelado, mientras que en años posteriores se dedicaban a estudiar estrategias para la optimización. Finalmente en los últimos años los esfuerzos se han basado en los métodos de resolución y en la aplicación a situaciones reales.

Algunos de los trabajos que estudiaremos se refieren a redes de tipo H&S (Hub and Spoke), donde el *hub* es un centro de distribución optimo situado en un grafo compuesto de nodos y arco que los conectan. Dependiendo de un determinado flujo (bien sea un flujo de datos de información, productos, pasajeros….etc) que es concentrado en el *hub* para aprovechar la economía de escalas, haciendo frente al menor coste de transporte existe entre cada par de origen *(i)* – destino *(j)*.

Los problemas tipo HLP son NP-Completos, por lo que se enmarcan en el campo de la optimización combinatoria y resolverlos conlleva un esfuerzo computacional importante para encontrar una solución óptima, con tiempos de computación superior a cualquier polinomio con un número de nodos *n*.

Veremos cómo en alguno de los modelos estudiados el número de variables puede llegar a ser n^4, por lo que si consideramos tan solo 32 nodos (origen, hubs, destino), las variables de decisión superan el millón, por ello para su resolución se aplican generalmente algoritmos heurísticos.

Gran parte de los modelos estudiados son del tipo NP –Hard, incluso si las ubicaciones de los Hubs son fijas, la parte de asignación problema sigue siendo NP-hard (Kara, 1999).

A continuación se muestra una clasificación de los diferentes HLP, con el objetivo de enmarcar nuestro posible modelo.

3.2 Clasificación Hub Location Problem.

En esta clasificación nos basamos principalmente en el trabajo de Hekmatfar and Pishvaee (2009), para poder comparar ordenadamente los diferentes modelos propuestos. En general se describirán previamente los siguientes parámetros que definen los modelos:

a) Tipo de Solución: discreta, continua

b) Función objetivo: MiniMax, MiniSum

c) Determinación del número de hubs: exógeno, endógeno

d) Número de hubs: un *hub*, más de un *hub*

e) Capacidad del hub: ilimitada, limitada

f) Costo de la ubicación del hub: sin costo, costo fijo, el costo variable

g) Conexiones de nodo a hub: a un hub, a más de un hub

h) El coste de la conexión a un hub: sin costo, costo fijo, el costo variable

Explicamos a continuación el significado de cada uno de los parámetros comentados en cada una de sus variantes;

a) **Tipo de Solución: discreta, continua.**

Estudiamos el tipo de solución del problema planteado, tratándose de soluciones discretas aquellas en las que las variables toman un número determinado de valores, y soluciones continuas son aquellas que presentan un número infinito de posibles soluciones.

b) **Función objetivo: MiniMax, MiniSum.**

La función objetivo puede diferenciar dos estudios distintos sobre cómo abordar el *HLP*. Se plantearan modelos donde la optimización económica del modelo resulte minimizando los costes derivados del transporte o localización, esta función objetivo será del tipo *MiniSum*, o bien se puede modelar una función objetivo del tipo *MiniMax* basado en la minimización de los costes máximos de un proceso determinado. En este último tipo de problemas basados en función objetivo minimax se enmarcan los problemas *p-Hub Center Problem* (*pHCP*).

c) **Determinación del número de *hubs*: exógeno, endógeno.**

Si antes de proceder a la resolución del problema el número de *hubs* es conocido, ser trataría de un problema del tipo exógeno, o de otro modo si es en el propio modelo donde se determina el número concreto de *hubs* sería un problema endógeno.

d) **Número de hubs: un *hub*, más de un *hub*.**

Dependiendo si necesitamos solo utilizar un solo *hub* o por el contrario más de un *hub*, surgen varios planteamientos en el problema.

e) Capacidad del hub: ilimitada, limitada.

Conocer previamente al problema las características de los *hubs* es fundamental, existen modelos con capacidad ilimitada que son los tradicionales y otros estudios, los más escasos, que han optado por definir los hubs con capacidad limitada**.**

f) **Coste de la ubicación del hub: sin coste, coste fijo, el coste variable.**

Se pueden considerar de diferente forma los costes, dependiendo del autor del estudio y modelo planteado. Los costes de operación son diversos, pero suelen incluir costes proporcionales a la distancia recorrida (en el típico caso de Compañía Aérea o Logística), costes de variables del flujo y costes de instalación fijos.

g) **Conexiones de nodo a hub: a un hub, a más de un hub.**

Los envíos entre dos pares de *i-j* se pueden realizar de diferentes formas. Puede ser un envío entre dos nodos pasando por dos hubs intermedios (en los modelos que se han estudiado no suelen contemplar más de dos hubs), siendo un envío nodo-hub-hub-nodo, también puede ser que el modelo presente envíos directos, es decir de nodo a nodo sin pasar por un hub intermedio, o puede realizarse un envío nodo-hub-nodo, solo utilizando un hub.

h) **El coste de la conexión a un *hub*: sin coste, coste fijo, el coste variable.**

Del mismo modo se pueden fijar costes por la utilización de un *hub*, que puede ser variable dependiendo del tipo de hubo o fijo para todos los hubs, o no considerar ningún coste.

3.3 Caracterización del problema objeto de estudio.

Nuestro problema se enmarca dentro del tipo donde la *solución sea del tipo discreta*, ya que las ubicaciones de nuestros *hubs* estarán en la posiciones candidatas, siendo las mismas un número concreto definido y cuyas coordenadas utm también están definidas, coincidiendo como hemos comentado con las farolas de alumbrado público; por lo tanto no ha lugar a priori modelos donde la solución sea del tipo continua.

Plantearemos una función objetivo del tipo *MiniSum*, como veremos más adelante, ya que el objetivo del problema es el de buscar el mínimo coste de routers y concentradores. También necesitamos conocer el número de hubs, por definición del problema, para optimizar la red por ello que es un problema llamado *P-Hub (endógeno*), y por otro lado para nuestro modelo utilizaremos más de un *hub*, por lo tanto cualquier modelo donde se defina un solo hub o se conozca de antemano el número *P de hubs*, no se ajustará a nuestras necesidades.

En cuanto a la capacidad de los hubs a utilizar son claramente con capacidad limitada, ya que por las características de diseño propias del Router (*hub*) tiene limitada la entrada y salida hacia otro Router de número de Terminales, Terminales que se conectaran a un Router (*Hub*), y este en su caso con uno o más Routers.

Para nuestro modelo no se contemplaran costes de conexión de los Terminales al Router (*hub*) correspondiente.

A continuación mostramos una tabla resumen de elaboración propia donde comparamos en base a los parámetros comentados: Tipo de Solución (discreta o continua) ,Función objetivo (MiniMax, MiniSum), Determinación del número de hubs (exógeno o endógeno), Número de hubs (un *hub* o más de un *hub*), Capacidad del hub (ilimitada o limitada), Costo de la ubicación del hub (sin costo, costo fijo, o con costo variable), Conexiones de nodo a hub (a un hub o a más de un hub), y por último vemos el tipo de coste de la conexión a un hub (sin costo, costo fijo o con costo variable).

Referencia	Modelo	Descripción Modelo	Función objetivo:	Determinación del número de hubs	Número de hubs:	Capacidad del hub:	Costo de la ubicación del hub:	Conexiones de nodo a hub:	El coste de la conexión a un hub:	Observaciones
O'Kelly , 1986	**Single Hub Location Problem**	El modelo minimiza el coste total asociado al transporte a través de un hub o centro de operaciones, por el que deben pasar todos los flujos de información. En este modelo se asegura de que localizamos un solo hub, garantizándose que en ese nodo hub la demanda i no se puede conectar a un hub j a menos que localicemos el centro de operaciones en j.	MS	C	1	I	SC	1	SC	En este modelo todos los nodos están conectados al nodo hub y cada nodo no-hub está conectado a todos los demás nodos no-hub a través del nodo hub.
O'Kelly 1987	**P-Hub Location Problem**	O´Kelly en 1987 plantea un modelo donde se reduce el costo total asociado a las posiciones P-hubs y la asignación de nodos a los hubs. En la función objetivo el primer término es el costo de la conexión de todos los trayectos que se origina en el nodo i al hub k y el segundo término es el coste de la conexión de todos flujos destinados para el nodo i al hub K, a la que el nodo i es conectado (suma de todos los i, k). Por ultimo el tercero de los términos de la función objetivo es un costo de conexión de hub a hub (suma de dos hubs). Cada nodo i se asigna exactamente a un hub y cada numero de nodos es exactamente P. Además el nodo demanda i no se puede conectar a un hub j a menos que localicemos el centro de operaciones en j.	MS	C	1	I	SC	+	NC	Todos los nodos hub están conectados entre si, y cada nodo no hub esta conectado a por lo menos a un hub.
Campbell 1991	**Múltiple Allocation P-Hub Location Model (P-Hub Median Location Model)**	La función objetivo del modelo anterior era no lineal; así Campbell (1991) represento este modelo con una función objetivo lineal. Formuló esta modelo como problema-P mediano y la llamó P-hub Median Location Model. El problema P-hub mediano es el que cada nodo no-hub puede conectarse a más de un hub y, por tanto, se llaman problema de asignación de ubicación P-hub múltiple. Tenemos que tener en cuenta que esta propiedad no es fija, por lo que también existen modelos con una sola asignación entre cada nodo concentrador y nodo no-hub como veremos a continuación en el modelo de Daskin.	MS	C	+	I	SC	+	NC	Cada nodo no-hub puede conectarse a mas de un nodo hub.
O' Kelly 1992	**P-Hub Median Location Problem with Fixed Costs**	Los supuestos del modelo son similares a los del modelo de problema P-Hub excepto que existen dos diferencias: * El número de nodos de hub no se conoce de antemano (endógena). * Se incorpora al modelo un costo fijo de ubicación.	MS	**NC**	+	I	SC	+	**CF**	Se sigue contemplando hubs con capacidad ilimitada.

Referencia	Modelo	Descripción Modelo	Función objetivo:	Determinación del número de hubs	Número de hubs:	Capacidad del hub:	Costo de la ubicación del hub:	Conexiones de nodo a hub:	El coste de la conexión a un hub:	Observaciones
Campbell 1994	**The Extension Model of Fixed Cost for Connecting a Spoke to a Hub**	En este modelo asigna un costo fijo de correspondiente a conexión entre el radio (spoke) y el hub, en lugar como en otros modelos de de obligar a cada nodo radio (spoke) a asignar a un solo hub. Los datos de entrada del modelo son similares al modelo P-hub mediano, añadiendo gik: el costo fijo de nodo de conexión de radios i a un concentrador en la ubicación candidato k.	MS	C	+	I	SC	+	CF	Se contemplan costes fijos de conexión de spoke a hub. Sigue siendo conocido el numero de hub (P).
Campbell 1994	**Minimum Value Flow on any Spoke/Hub Connection Problem**	Este modelo es similar al problema de localización de P-Hub con una sola asignación, pero en lugar de obligar a cada nodo radio (spoke) que hay que asignar a un solo hub es posible que queramos estipular que el flujo a lo largo de cualquier conexión de radios / hub supere algún valor mínimo.Los datos de entrada al modelo son similares al de P-hub mediano, además del siguiente parámetro: lik: el caudal mínimo entre el radio i y hub k.	MS	C	+	I	SC	+	NC	Se establece un flujo mínimo entre el radio (spoke) y el nodo hub.La capacidad del nodo hub es ilimitada.
Campbell 1994	**Capacity Limitation of Hub Location Problem**	Se limita de la capacidad del nodo hub lo que significa que los flujos totales, entrantes o salientes, debe ser menor que o igual a un valor fijo, siendo el resto del modelo similar al P-Hub mediano.	MS	**C**	+	**L**	SC	+	NC	Capacidad Limitada del hub, pero numero de hubs conocido.
Campbell 1994	**P-Hub Center Location Problem**	El problema de ubicación en el centro es un problema importante para sus aplicaciones tales como ubicación de las instalaciones de emergencia o el de peor situación. La ubicación del centro de P-hub problema es similar al problema de localización de P-centro. Si un par origen-destino en un problema de ubicación de hub se introduce como un nodo de la demanda en la solución de centro de P es un conjunto de centros que minimiza el coste máximo de cada par origen / destino.	**MM**	C	+	I	SC	+	NC	Los datos de entrada del modelo son similares al de P-hub mediano excepto que la función objetivo es MiniMax
Campbell 1994	**Hub Set Covering Location Problem**	En este modelo plantea Minimizar el numero de localizaciones abiertas, sujeto a cubrir toda la demanda, siendo un caso especial del modelo Hub Covering Location Problem de Campbell (1994).	MS	**NC**	+	I	SC	+	NC	No se conoce de antemano el numero de hubs, teniendo esto una capacidad ilimitada.

Referencia	Modelo	Descripción Modelo	Función objetivo:	Determinación del número de hubs	Número de hubs:	Capacidad del hub:	Costo de la ubicación del hub:	Conexiones de nodo a hub:	El coste de la conexión a un hub:	Observaciones
Campbell 1994	**Hub Maximal Covering Location Problem**	Siendo otro caso especial del Hub Covering Location Problem, en este caso se Maximiza la demanda cubierta , sujeto a un numero limitado de localizaciones abiertas.	**MM**	C	+	**L**	SC	+	NC	El numero de P hubs es conocido.
Daskin 1995	**Single Spoke Assignment P-Hub Median Location Problem (Single Allocation P-Hub Location Problem)**	Daskin plantea en este modelo resolver dos flujos origen (i)-destino (j1,j2) : origen i al j1 destino y de origen i a j2 destino. Origen i es asignado a dos hubs diferentes: k1; k2. , es decir un origen i esta conectado a dos hubs simultáneamente (k1,k2), para llegar a dos destinos (j1,j2). En muchos casos por razones operativas se tienen cada uno de los radios (spoke) asignados a un solo hub.	MS	C	+	I	SC	+	NC	Cada nodo no-hub es asignado a un nodo hub. En este modelo el numero de hubs es conocido de antemano.
Revelle y Eiselt 2005	**P-Hub Median Location Model**	Similar al problema P-Median , excepto que el numero de localizaciones al ser ubicadas es endógeno al problema y que se consideran los costos fijos de abrir una instalación.	MS	**C**	+	L	SC	+	NC	El numero de P hubs es conocido.
Chopra y Meindl 2008	**P-Hub Median Location Model**	Similar al problema de localización con capacidad *ilimitada* , excepto que se añaden restricciones de capacidad para las localizaciones, teniendo el nodo hub capacidad limitada.	MS	NC	+	L	CF	+	CF	No contempla posibles trasbordos entre nodo hubs.
Chopra y Meindl 2008	**P-Hub Median Location Model**	Similar al problema de localización con capacidad *limitada* excepto que se añaden restricciones de que un nodo final solo puede ser atendido desde un solo nodo hub.	MS	NC	+	L	CF	+	CF	No contempla posibles trasbordos entre nodo hubs.
Chopra y Meindl 2008	**P-Hub Median Location Model**	Este modelo trata de identificar las localizaciones de los nodos hubs que minimizan los costos totales fijos y variables.	MS	NC	+	L	CF	+	CF	Contempla posibles transbordos entre nodos hubs.

Leyenda:

Función objetivo:	**MiniMax**	**MM**
	MiniSum	**MS**
Determinación del número de hubs	**Exógeno (Conocido)**	**C**
	Endógeno (No conocido)	**NC**
Número de hubs:	**Un hub**	**1**
	Mas de un Hub	**+**
Capacidad del hub:	**Ilimitada**	**I**
	Limitada	**L**
Costo de la ubicación del hub:	**Sin Costo**	**SC**
	Costo Fijo	**CF**
	Costo Variable	**CV**
Conexiones de nodo a hub:	**A un Hub**	**1**
	A mas de un Hub	**+**
El coste de la conexión a un hub:	**Sin Costo**	**SC**
	Costo Fijo	**CF**
	Costo Variable	**CV**

Tabla 3–1. Resumen Estado del Arte (Elaboración propia).

Realizamos los siguientes comentarios a raíz del estudio del estado del arte realizado y a la tabla resumen de los modelos estudiados anteriormente:

a) La solución del problema planteado será del tipo discreto, ya que como hemos comentado las ubicaciones de nuestros *hubs* estarán en la posiciones candidatas, definidas de forma concreta; por lo tanto no ha lugar a priori modelos donde la solución sea del tipo continuo. En general todos los modelos estudiados O´kelly (1986,1987), Campbell (1991,1994), Daskin (1995) son del tipo Discreto.

b) La función objetivo que debemos plantear es del tipo *MinSum*, ya que nuestro problema trata de minimizar el número de hubs a instalar, siendo esta la función objetivo que utilizan en los modelos estudiados tan solo en el modelo de Campbell (1994) llamado P-Hub Center Location Problem, se modela con una función objetivo del tipo *MinMax* donde se pretende minimizar los costes de transporte máximo entre cada par origen *(i)* y destino *(j)*.

c) Una característica fundamental a la hora de modelar nuestro problema es que nos tiene que dar solución al número de hub a instalar. En el estudio de la literatura la mayoría de los modelos son del tipo exógeno, es decir el número de hub es conocido, pero en nuestro caso el número de hub a instalar no es conocido por lo que es un problema del tipo endógeno. Los modelos planteados por O´Kelly (1992), P-Hub Median Location Problem with Fixed Costs, y por Campbell (1994), Minimum Value Flow on any Spoke/Hub Connection Problem, son del tipo endógeno, siendo la capacidad del hub ilimitada.

d) Un nodo de origen (no hub) puede conectarse a un solo router, pero puede haber más de dos routers conectados en serie, trasbordando la información. Esta diferencia es fundamental y muchos de los trabajos abordados se basan en esta premisa, haciendo un modelo cuadrático, por lo que pueden aprovechar los algoritmos existentes de resolución de problemas cuadráticos no aplicables en nuestro caso.

e) Origen *i* del bien, definido, pero destino *j* variable: Por ejemplo, el problema trata de conectar una serie de terminales que enviarán la misma cantidad de información y el objetivo es alcanzar el destino de un concentrador, por tanto la información a que se refiere en los modelos como *hij* (O´Kelly (1987) no es conocida a priori, puesto que el destino es variable irá al concentrador que más convenga.

f) Debido a las características iniciales del tipo de Router la capacidad de transmisión de datos es limitada, por lo que el modelo a utilizar debe contemplar ineludiblemente esta cuestión. El modelo de Campbell (1994), Capacity Limitation of Hub Location Problem, estudia el problema de localización de hubs con la característica de limitación de capacidad. Esta limitación de la capacidad del nodo hub significa que los flujos totales, entrantes o salientes, debe ser menor que o igual a un valor fijo, pero en este modelo el número de hubs es conocido de inicio.

g) Por ultimo comentamos el modelo de Chopra y Meindl (2008), que trata de la optimización de una red de suministro de envío de materia prima desde los proveedores a las fábricas, y estas envían el producto a los almacenes quienes los distribuyen a los mercados. El modelo se asemeja al que necesitamos para resolver nuestro problema, aunque no exactamente, ya que el modelo de Chopra y Meindel (2008) incluye costos de envíos desde el proveedor a las fábricas, en nuestro caso no incluimos costes por la asociación de Terminales a Routers. Tampoco se consideran en nuestro problema costes de envío de información o dato desde los routers al concentrador, pero en el modelo que estamos analizando considera costes de envío de unidades desde el almacén al cliente o mercado.

Según lo comentado parece pues que es interesante la aplicación de un modelo de este tipo para la resolución del problema de la localización de los Routers (Hubs).

Basándonos en el estudio del arte que hemos descrito en el siguiente capítulo plantearemos el modelo para resolver nuestro problema.

4 MODELO 0 Y RESOLUCIÓN

Una vez analizado el estado del arte hemos podido ver que existen diversos modelos similares al modelo que buscamos para solucionar nuestro problema, pero ninguno en su totalidad cubre exactamente nuestras necesidades. El modelo de Chopra y Meindl (2008) es que más similitudes tiene, ya que como hemos comentado trata de la optimización de una red de suministro de envío de materia prima desde los proveedores a las fábricas, y estas envían el producto a los almacenes quienes los distribuyen a los mercados. Estos proveedores podrían ser nuestros nodos Terminales, las fábricas y almacenes los routers, y por último los mercados el Concentrador, pero incluye costos de envíos desde el proveedor a las fábricas, y en nuestro modelo no incluimos costes por la asociación de Terminales a Routers. Tampoco se consideran en nuestro problema costes de envío de información o dato desde los routers al concentrador, pero en el modelo que estamos analizando considera costes de envío de unidades desde el almacén al cliente o mercado.

En este capítulo explicaremos nuestro modelo inicial planteado para resolver el problema, una vez conocido en profundidad este y el estado del arte en la actualidad.

Como hemos comentado en el capítulo 2, en resumen nuestro problema trata de ubicar de forma óptima y eficiente el menor número de Routers (Hub) en las farolas de alumbrado público, atendiendo a las restricciones detalladas de visión directa, distancia y capacidad de todos los elementos que conforman la red, así como definir el menor número de Concentradores a situar en las sedes de la empresa de aguas previamente definidas para la instalación de estos, atendiendo también a los criterios o restricciones comentadas.

Uno de los problemas que tenemos que solucionar es que el conjunto nodos de posibles ubicaciones de router (farolas), debe encontrarse en la misma calle que está situado el terminal por razones de visión directa, aunque es posible también que una ubicación de servicio a dos calles al estar situada en una esquina, por lo que se tendrá que tener en cuenta.

A continuación mostramos los grafos de conjuntos y arcos para que de forma gráfica podamos comprender mejor nuestro planteamiento:

4.1 Definición del Grafo. Nodos.

En este grafo podemos ver los conjuntos de los elementos que integran la red, de forma que definimos el conjunto de nodos terminales, el conjunto de posibles ubicaciones candidatas para la instalación de los routers, y el conjunto de concentradores. Inicialmente definimos unos nodos de entrada (o) y salida o sumidero (e).

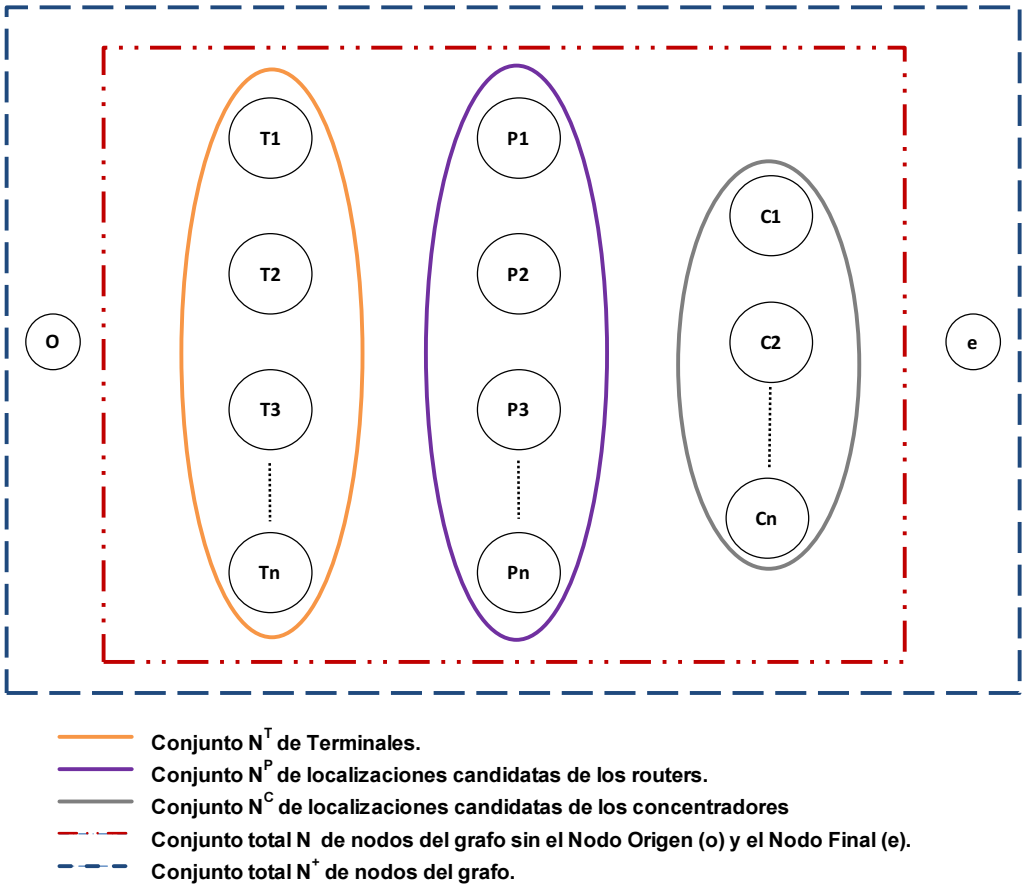


Figura 4-1. Conjuntos de nodos.

Siendo la notación:

o : Nodo origen (o)

N^T : conjunto de Terminales (ubicación fija)

N^P : conjunto de localizaciones candidatas de los Routers

N^C : conjunto de localizaciones candidatas de los Concentradores

e : Nodo Final (e)

$N = N^T \cup N^P \cup N^C$ conjunto total de nodos del grafo sin el Nodo Origen (o) y el nodo Final (e).

$N^+ = o \cup N^T \cup N^P \cup N^C \cup e$: Conjunto total de nodos del grafo incluyendo el Nodo Origen (o) y el nodo Final (e).

4.2 Definición de arcos.

Una vez definidos los conjuntos, definimos los arcos de entrada y salida de cada uno de los elementos, los cuales mostramos de forma gráfica a continuación:

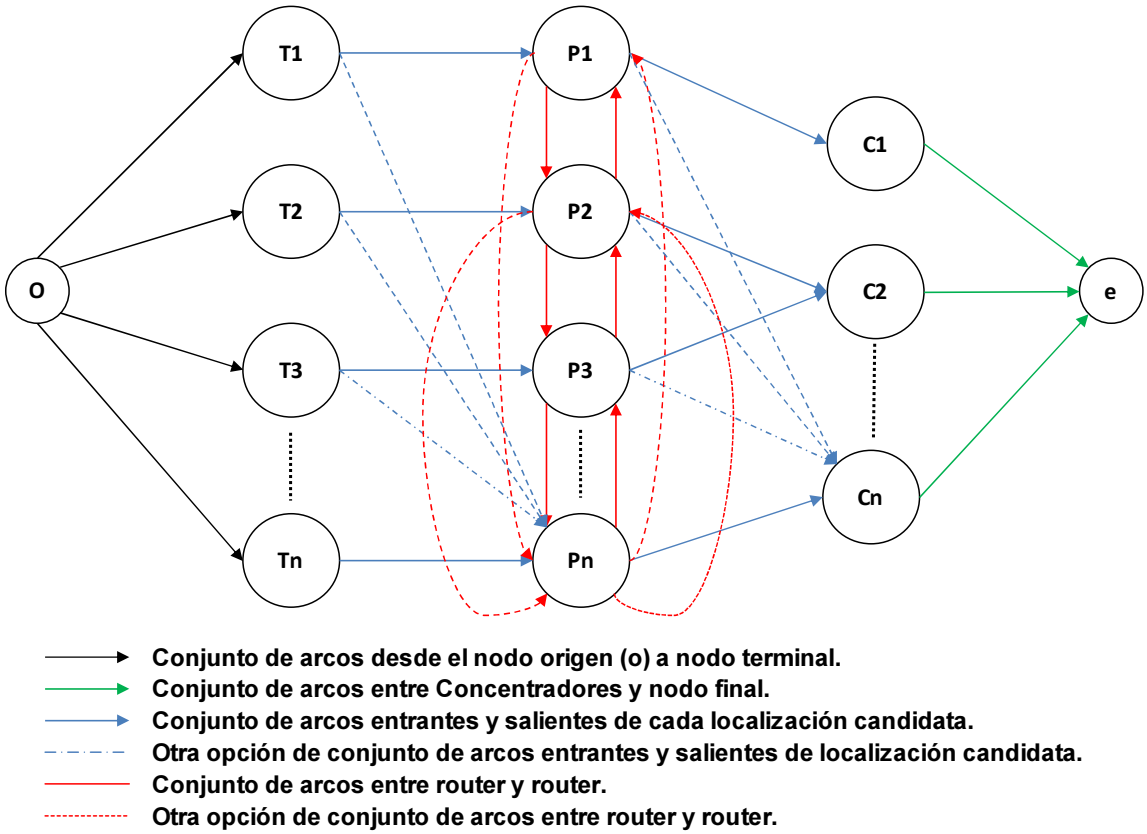


Figura 4-2. Conjunto de arcos.

La notación ampliada es la siguiente:

A^T conjunto de arcos desde el Nodo Origen hasta cada nodo asociado a un terminal, que permitirá inyectar un flujo asociado en el grafo.

A^P conjunto de arcos entrantes y salientes de cada posición candidata a ubicar un router. Indica si un terminal puede estar asociado a un router (pertenecen a la misma calle y la distancia está dentro de los límites. Es decir, entre terminal y router 100, 150 ó 250 si el terminal está en sótano, interior o fachada. Entre routers la distancia de transmisión es de 500 m).

A^C conjunto de arcos entre las localizaciones candidatas de los Concentradores y el nodo final o sumidero

$A = A^T \cup A^P \cup A^C$ conjunto total de arcos del grafo.

El grafo con todos sus elementos es el siguiente:

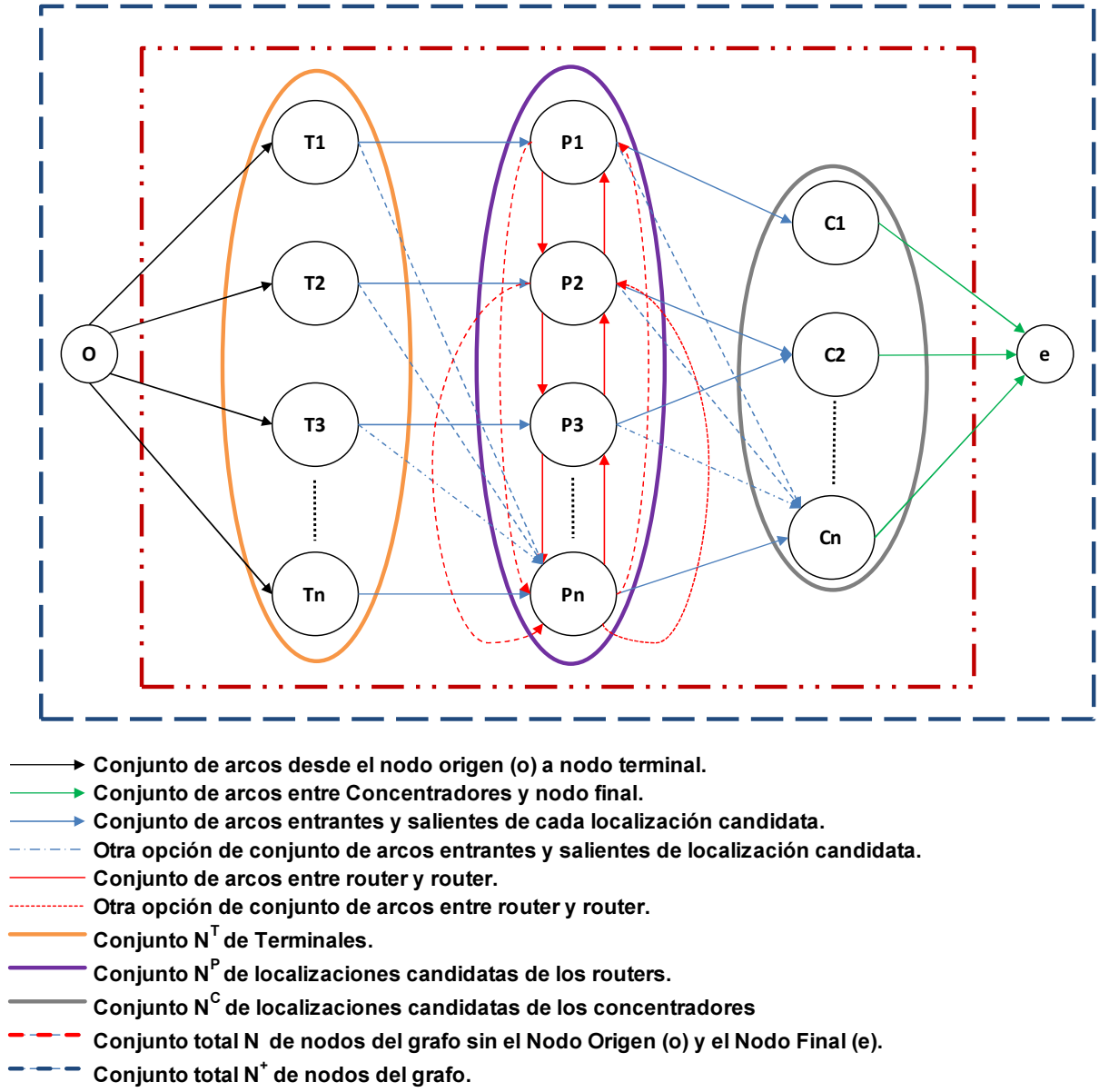


Figura 4-3. Grafo completo.

4.3 Parámetros y variables.

Los parámetros definidos son:

n^{TR} es el número máximo de terminales que admite un router, 20.

n^{TC} es el número máximo de terminales que admite un concentrador, 500.

n^{RC} es el número máximo de routers que admite un concentrador, 24.

CR es el coste unitario del Router, siendo este 98€ tal y como lo definimos en el capítulo 2.

CC es el coste unitario del Concentrador, siendo este 520€ tal y como lo definimos en el capítulo 2.

Variables:

n_j^r es una variable entera que sirve de contador de routers necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j \epsilon N^R$). La suma es el número total de routers empleados.

n_k^c es una variable entera que sirve de contador de concentradores necesarios en la localización k dentro de las localizaciones candidatas ($\forall k \epsilon N^C$). La suma es el número total de concentradores empleados.

y_{ij} es el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall (i,j) \epsilon A$. El flujo será el número de terminales que envía la información a través de un arco.

4.4 Función Objetivo y Restricciones.

Función Objetivo:

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k \epsilon N^C} n_k^c$$

El primero de los términos minimizara la suma total del coste de los routers y el segundo de los términos nos dará como resultado el menor de los costes asociados al total de concentradores.

Restricciones:

La función objetivo está sujeta a (s.a.) a las siguientes restricciones.

R1: Inyección de Flujo. Suponemos que desde el nodo origen inyectamos en cada terminal una unidad de flujo. Esto nos ayudará a controlar el flujo de información, su ruta elegida y la cantidad de información.

$$\sum_{\forall j \epsilon N^T} y_{oj} = 1 \quad , \forall j \in N^T$$

R2: Balance de Flujo. Comparamos que la unidad de flujo que entra en un nodo es igual al que sale.

$$\sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} \quad , \forall i \epsilon N$$

R3: Sumidero de Flujo. Todo el flujo que sale de los nodos asociados a posiciones candidatas de los concentradores llega al nodo final (e), siendo su suma el número de elementos que está contenido en el conjunto N^T.

$$\sum_{\forall i \epsilon N^C} y_{ie} = |N^T|$$

R4: Contador de Routers, solo en los nodos de routers. Se determina el flujo entrante (o saliente) de un nodo y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, obteniendo el número de routers necesarios.

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TR}} \quad , \forall i \in N^P$$

R5: Contador de Concentradores, solo en los nodos de concentradores. Se determina el flujo entrante (o saliente) de un nodo y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, obteniendo el número necesario de concentradores.

$$n_i^c \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TC}} \quad , \forall i \in N^C$$

R6: Número máximo de routers admitido por cada concentrador, solo en los nodos de concentradores. Lo que realizamos con esta restricción es que ver cuántos routers, en cada una de las posiciones P, están asociados a cada uno de los concentradores, y se limitan el número de routers que se pueden asociar a cada concentrador (n^{RC}).

$$\sum_{\forall j \epsilon N^P} \sum_{(k,k) \epsilon A} n_j^r \leq n^{RC} \cdot n_k^c \quad , \forall k \in N^C$$

4.5 Formulación general del Modelo 0.

A continuación presentamos la formulación de forma genérica correspondiente al Modelo 0.

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k \epsilon N^C} n_k^c$$

s.a.:

$$\sum_{\forall j \epsilon N^T} y_{oj} = 1 \quad , \forall j \in N^T \qquad (R1)$$

$$\sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} \quad , \forall i \epsilon N \qquad (R2)$$

$$\sum_{\forall i \epsilon N^C} y_{ie} = |N^T| \qquad (R3)$$

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TR}} \quad , \forall i \in N^P \qquad (R4)$$

$$n_i^c \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TC}} \quad , \forall i \in N^C \qquad (R5)$$

$$\sum_{\forall j \epsilon N^P (k,k) \epsilon A} n_j^r \leq n^{RC} \cdot n_k^c \quad , \forall k \epsilon N^C \qquad (R6)$$

La restricción 1 (R1) asegura que en cada nodo terminal solo se inyecta una unidad desde el nodo inicial. Con la restricción 2 (R2) realizamos un balanceo del flujo inyectado que garantiza que el flujo desde *i* a *j* es el mismo que el de *j* a *i* en cada nodo. En la restricción 3 (R3) asegura que todo el flujo que sale de los nodos asociados a posiciones candidatas de los concentradores llega al nodo final (e). La restricción 4 (R4) es un contador de routers donde determinamos que el flujo entrante (o saliente) de un nodo router, redondeándolo superiormente y obteniendo el valor entero superior, con lo que nos resulta el número de routers necesarios, siendo este menor o igual al número máximo de routers permitidos. Con la restricción 5 (R5), contador de Concentradores, determinamos el flujo entrante (o saliente) de un nodo concentrador y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, resultando el número necesario de concentradores, siendo este menor o igual al número de máximo de concentradores permitidos. En la restricción 6 (R6), limitamos el número de routers que se pueden asociar a cada concentrador según número máximo definido de routers admitido por cada concentrador, solo en los nodos de concentradores.

4.6 Resolución Modelo 0.

A partir de este modelo matemático, mediante técnicas de programación lineal, lo escribiremos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) que nos permitirá su resolución de forma óptima.

Para la resolución del problema utilizamos la aplicación *Gousek (GLPK Un-der Scite Extended Kit)*, y lo realizaremos en GMPL que es un lenguaje de modelado que pretende describir y resolver los modelos de programación matemática lineal. Las descripciones de modelos escritos en el lenguaje GMPL consisten en un conjunto de declaraciones y bloques de datos construidos por el usuario a partir de los elementos de lenguaje. En un proceso llamado traducción, un programa llamado el traductor del modelo analiza el modelo de descripción y lo traduce en estructuras de datos internos, que pueden ser luego utilizados para obtener la solución del problema.

El modelo matemático descrito anteriormente se describe en términos de conjuntos, parámetros, variables, restricciones y objetivos, que son llamados objetos del modelo; y estos son tratados o traducidos para que la aplicación pueda solucionar el problema.

4.6.1 Conjuntos, parámetros y variables.

Definimos a continuación los conjuntos necesarios:

`set P:` Conjunto de posibles ubicaciones de routers y concentradores.

`set Q:` Conjunto de calles.

`set W, within P cross Q:` Conjunto que contiene posibles ubicaciones cruzado el conjunto P, con el conjunto Q, es decir comprobamos que la ubicación i se encuentra en la calle j.

Debemos conocer las coordenadas *x* e *y* de todas y cada una de las ubicaciones candidatas, para calcular las distancias entre ellas, por lo que definimos los parámetros correspondientes a estas coordenadas y a la restricción de distancia máxima que debe cumplir la conexión de dos routers en cascada:

`param p_x{P}:` Posición x de cada nodo router.

`param p_y{P}:` Posición y de cada nodo router.

`param D_MAX_R_R:` Distancia máxima entre router y router.

Con el siguiente parámetro calculamos la distancia entre las posiciones de dos posibles ubicaciones candidatas para la ubicación de los routers:

`param d_j_j{a in P, b in P}:=sqrt((p_x[a]-p_x[b])^2+(p_y[a]-p_y[b])^2):` Distancia entre dos posibles ubicaciones de los routers.

Importante destacar que con la siguiente expresión agilizamos enormemente el cálculo, ya que ponemos a 0 todas las posiciones que no se encuentran en la misma calle o todas aquellas que previamente no las consideramos como ubicaciones candidatas:

`param PQ{j in P, k in Q}:=(if (j,k) in W then 1 else 0):` Relaciona si la posición j está en la calle k.

La expresión que sigue permite poner a 0 todas las posiciones que no se ven entre si para ubicar posibles routers, y de igual modo reducimos considerablemente el volumen de cálculo del problema. La suma que realizamos en la expresión es debido a que una posición puede estar relacionada con posiciones que estén en calles distintas, por lo que con la suma solventamos esta posible casuística.

`param PP{j in P, jj in P}:=(if sum {k in Q} PQ[j,k]*PQ[jj,k]>=1 and j!=jj and d_j_j[j,jj]<D_MAX_R_R then 1 else 0):` Relaciona si la posición j está en la calle k.

Tal y como hemos mostrado en los grafos en el principio del capítulo definimos los conjuntos correspondientes al nodo final (e), nodo inicial (o) y los subconjuntos de las posiciones de los concentradores y terminales:

`set NF:= {card(P)+1}:` Nodo Final o sumidero , le sumamos una unidad a la numeración del último nodo perteneciente al conjunto P de posibles ubicaciones.

`set NI:= {0}:` Nodo Inicial, desde el que inyectamos a los nodos terminales una unidad.

`set C:` Subconjunto de posiciones para concentradores, donde se definen la ubicación o posible ubicaciones de los concentradores, que como hemos comentado inicialmente se instalaran en sedes locales de la empresa de aguas.

`set N:` Subconjunto de terminales, el cual incluye todos los nodos terminales que contempla el problema.

A continuación definimos los parámetros *x* e *y* donde están ubicados los nodos terminales:

`param t_x{i in N}:` Posición x de cada nodo terminal, i perteneciente al conjunto N.

`param t_y{i in N}:` Posición y de cada nodo terminal, i perteneciente al conjunto N.

Una de las características a tener en cuenta es que tipo de terminal está instalado en el edificio, que como definimos en el capítulo 2 podría ser terminal instalado en fachada, en interior y en sótano, cada uno de ellos con diferente capacidad de transmisión; es por ello que definimos los siguientes parámetros y conjuntos:

`param t_Tipo{i in N}, symbolic:` Indica el tipo de terminal para cada Nodo (Fachada, Interior, Sótano).

`set H:` Conjunto de Distancias para tipo de terminales, dependiendo de si el terminal está instalado en fachada, interior o sótano.

`param dTrans{h in H}:` Distancia de transmisión del terminal tipo h, donde definimos las diferentes distancias según el tipo.

Con el siguiente parámetro calculamos la distancia entre el nodo terminal y la posible posición candidata para ubicar el router:

`param d_i_j{i in N,j in P: j not in C}:=sqrt((t_x[i]-p_x[j])^2+(t_y[i]-p_y[j])^2)`: Distancia entre el nodo terminal i y la posible posición j del router. No se contempla que los terminales se puedan asociarse directamente con la posición del concentrador, por ello `j not in C.`

A continuación nos aseguramos que el terminal este asociado a la calle que está situada la posición candidata para ubicar el router, poniendo a 0 todas aquellas en las que no está situado el terminal, por lo que ayuda enormemente a la velocidad de cálculo del problema:

```
param q_t{i in N};
```

`param TC{i in N, k in Q}:=(if q_t[i]=k then 1 else 0)`: relaciona si el terminal i está asociado a la calle k.

La expresión siguiente comprueba que el terminal cumple las restricciones de distancia, según el tipo de terminal, poniendo a 0 todos los terminales que no cumplen esta restricción por lo que no se lo podríamos asociar a la posición candidata, reduciendo considerablemente el volumen de cálculo del problema:

`param TP{i in N, j in P}:=(if sum {k in Q} PQ[j,k]*TC[i,k]>=1 and d_i_j[i,j]<dTrans[t_Tipo[i]] then 1 else 0)`: relaciona si la posición j está en la calle k.

El conjunto denominado B se define como el conjunto de terminales y posiciones candidata, TP valdrá 1 ya que están en la misma calle y cumple los criterios de distancia de transmisión, ya que se han sido descartadas por la expresión anterior todas los terminales y posiciones que no cumplen los requisitos de visibilidad y distancia.

`set B:={i in N, j in P: j not in C and TP[i,j]=1 }`; Conjunto de terminales y posiciones candidatas.

En el siguiente subconjunto NB, de B, definimos los terminales que tienen acceso a algún router:

`set NB := setof {(i,j) in B} i`: Terminales con acceso a algún router o concentrador.

`set PB := setof {(i,j) in B} j`: Posiciones en las que se puede ubicar un router, no se incluyen las posiciones de los concentradores

Definimos a continuación el conjunto de arcos del grafo completo y el conjunto de nodos sin incluir el nodo 0 y el nodo final:

`set A:={i in P, j in P: PP[i,j]=1 } union P cross NF union C cross NF union B union NI cross N`; Conjunto de arcos del grafo.

`set L := setof {(i,j) in A: j not in NF and i not in NI} i`: L es el subconjunto de nodos sin el 0 y el sumidero o nodo final.

Importante definir el siguiente conjunto que es aquel que contiene los terminales que por distancia o por no tener opciones de conectarse a alguna posición candidata se queda sin resolver.

`set TSA := N diff NB`: TSA son el conjunto de Terminales sin Acceso a Router en la misma calle por distancia o que no hay posición candidata de ubicación de router viable.

Variables:

A continuación definimos las variables

`var n_R{j in PB},integer:` con esta variable definimos el nº de routers en base a flujo.

`var n_C{j in C},integer:` esta variable representa el nº de concentradores.

`var y{(i,j) in A},>=0;` es la variable de flujo entre el nodo i y el j. Representa el número de terminales que se enlazan desde dos posiciones.

Con la siguiente expresión comprobamos que no existen terminales sin acceso a algún router siendo muy útil ya que depura cualquier error que se haya producido en la toma de datos, no asignando terminales a posibles ubicaciones candidatas:

`check: card(N)=card(NB):` Comprueba que No hay terminales sin acceso a algún router.

Por último indicamos con los siguientes parámetros las restricciones a las que está sujeta nuestro problema por temas de capacidad especificados:

`param T_R_MAX:` número máximo de terminales por router.

`param T_C_MAX:` número máximo de terminales por concentrador.

`param R_C_MAX:` número máximo de router por concentrador.

4.6.2 Función objetivo y restricciones.

En este modelo 0 planteamos la siguiente función objetivo en Gousek:

```
minimize CosteTotal: CR*sum{j in P diff C} n_R[j] + CC*sum{j in C} n_C[j];
```

s.a.:

```
s.t. ContR1 {i in L diff N: i not in C}: n_R[i]>= ((sum{j in L: (j,i) in
A} y[j,i]) - y[i,card(P)+1] )/T_R_MAX;
```

La anterior expresión es un contador de routers, obtenido tras dividir el número total de terminales que entran en el nodo router, entre el parámetro máximo terminales por router definido.

La siguiente expresión es un contador de concentradores nos devuelve el número de concentradores tras dividir el número de terminales que entran en el nodo concentrador entre el parámetro de terminales por concentrador definido previamente.

```
s.t. ContC1 {i in C}: n_C[i]>= sum{j in L: (j,i) in A} y[j,i]/T_C_MAX;
```

Con la siguiente expresión ayudamos a reducir los tiempos de cálculo del software, descartando flujos innecesarios, para el cálculo de número de concentradores, ya que si no hay flujo asociado a una posición candidata para un concentrador, el número de concentradores asociado es 0.

```
s.t. ContC2 {i in C}: n_C[i]<= BIG_M*sum{j in L: (j,i) in A} y[j,i];
```

```
s.t. ContC3{j in C}: sum{i in P: (i,j) in A} n_R[i]<=R_C_MAX;
```

Con la anterior expresión restringimos el número de router máximo por concentrador.

La inyección de flujo, siguiente restricción, indica que cada terminal solo puede asociarse a una posición j.

```
s.t. InyeccionFlujo{j in N}: y[0,j]= 1;
```

Con la restricción que sigue balanceamos el flujo de entrada y salida de los nodos.

```
s.t. BalanceFlujo{i in L}: sum{(j,i) in A} y[j,i] = sum{(i,j) in A} y[i,j];
```

La expresión siguiente indica que el todo el flujo total de terminales debe asociarse al nodo final denominado sumidero.

```
s.t. SumideroFlujo{j in NF}: sum {i in C} y[i,j]= card(N);
```

Los datos correspondientes a la zona piloto se encuentran en el Anexo I (Datos Terminales), el Modelo 0 descrito de forma completa se puede consultar en el *AnexoII (Modelos 0,1, 2 y 3 en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL).*

4.6.3 Resultados.

El resumen del reporte de la solución generada por Gusek se presenta en el *AnexoIII (Resultados Modelo_0)*, la cual analizamos en este apartado.

El tiempo de resolución en Gusek correspondiente al Modelo 0 y expresado en segundos es el siguiente:

Time: 327,150 sg.

Los resultados en cuanto a coste y número de routers y concentradores son los siguientes:

		Coste
Número de Routers	47	4.606 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		5.126 €

Tabla 4–1. Costes Modelo_0.

A continuación mostramos los resultados obtenidos en la zona piloto de forma gráfica, en la figura 10, observamos cómo se asocian los terminales representados por círculos con las posiciones/routers representados por pentágonos. En dichos pentágonos indicamos la numeración de posición candidata que hemos descrito en el *Anexo I* pudiendo en esta estar instalado uno o más routers, como veremos en la figura 11, pero en esta primera figura lo que pretendemos es mostrar de forma intuitiva como se distribuyen en campo la asociación de terminales con los routers, diferenciados por colores. Estos colores que aunque se repiten en el plano, corresponden a zonas muy distantes en el plano , por lo que no debe producirse confusión, al ser cuidadosos en asignarles colores distintos a los routers/terminales cercanos, es decir; la posición número 1 y sus terminales son de color rojo , que coincide con la 10 y sus terminales asociados cuyo color también es rojo, pero al estar ubicados a una distancia considerable no ha lugar a confusión que se tratan de terminales y posiciones totalmente diferentes.

Las posiciones que tienen como color de relleno el blanco, no se instala ningún router, por lo que evidentemente no se asocia ningún terminal.

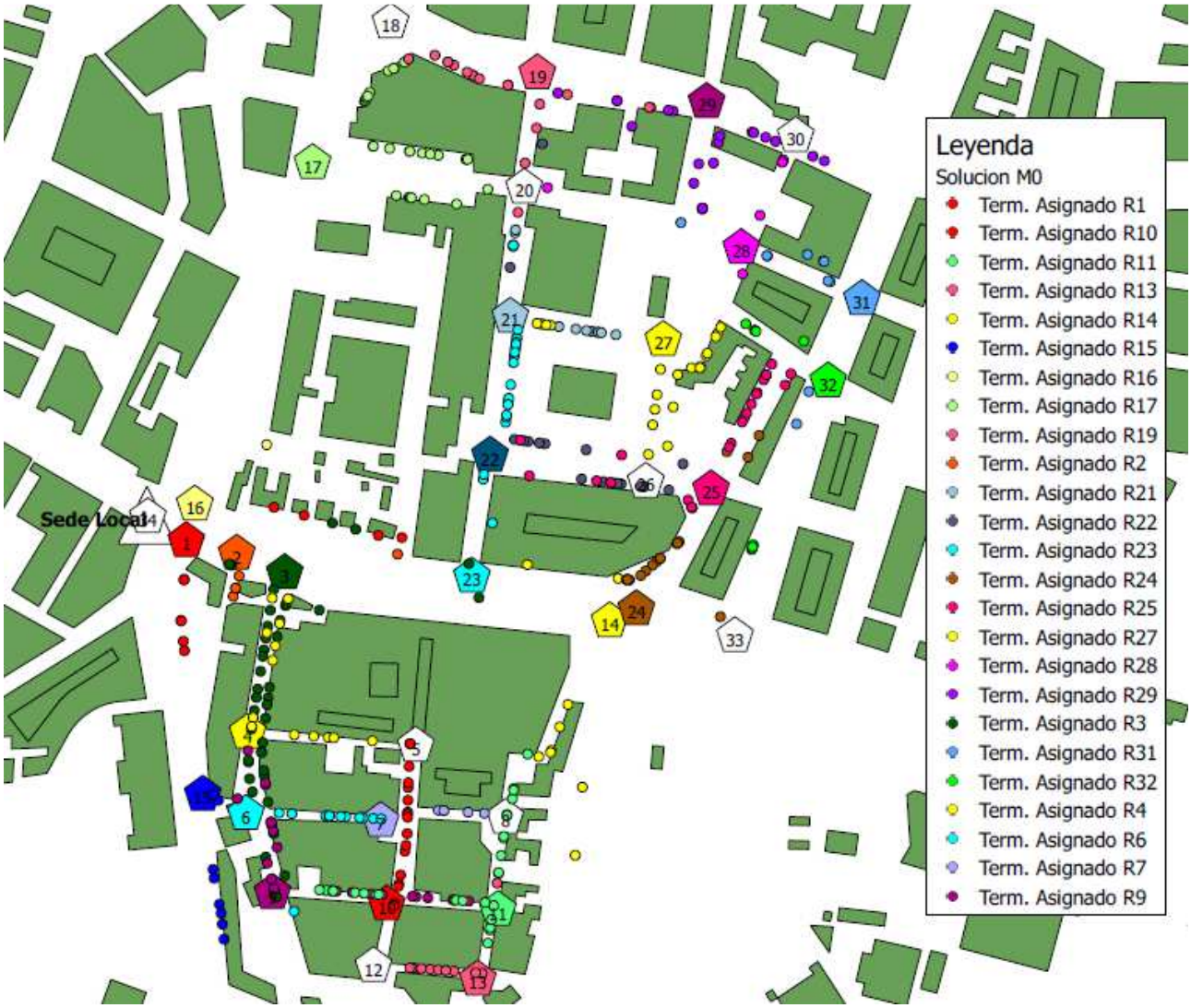


Figura 4-4. Asociación Terminales-Router Modelo 0.

En la siguiente figura mostramos como se producen los diferentes flujos de los elementos que conforman la red, desde la inyección o asociación de los 400 terminales a los routers, hasta la salida por el elemento concentrador del flujo de información de los 400 terminales.

En este piloto se han obtenido 47 routers, que se ubicaran en 26 posiciones de las 33 posibles, siendo el número de routers a instalar variable según se indica en la leyenda de la figura 11, es decir; como ejemplo en la posición P16 se instalaran 2 routers cuyo flujo de entrada de terminales es de 1 que se conecta directamente y 30 que provienen del router P17, y su flujo de salida hacia el único concentrador necesario en este caso es por tanto 31.

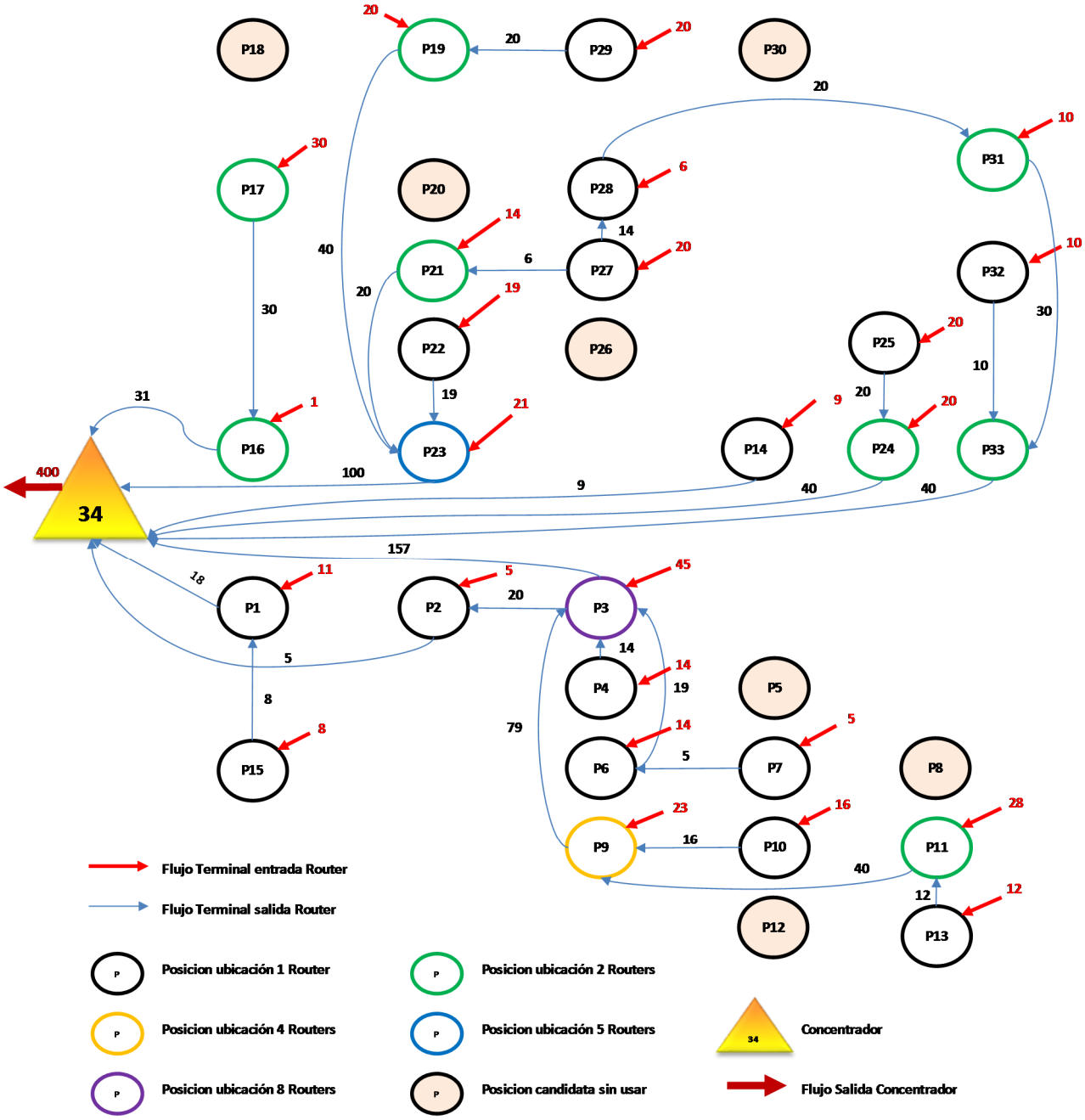


Figura 4-5. Flujos Modelo 0.

Dentro de las pruebas previas con otros datos y analizando los resultados de forma global en cuanto al flujo de entrada y salida de cada router detectamos que existen flujos innecesarios, representamos a continuación un ejemplo que se nos presentó.

Siendo los routers instalados R1 y R2:

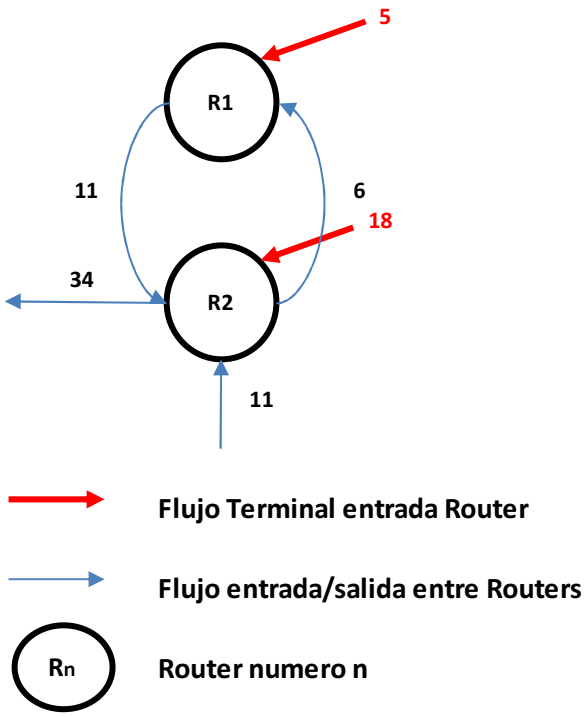


Figura 4-6. Ejemplo problema detectado. Modelo 0.

Al R1 se le conectan 5 terminales, y al R2 18 terminales, y el flujo de entrada proveniente de otro router al R2 es de 11. Como podemos observar en este ejemplo se producen flujos innecesarios entre los R1 y R2, es decir del R2 vuelven 6 hacia el R1, de los 11 que le inyecta el R1 de forma totalmente innecesaria, ni por distancia ni por capacidad.

Es por ello que planteemos otro modelo para tratar de solucionar este problema, el cual describimos en el capítulo siguiente.

5 MODELO 1 Y RESOLUCIÓN

En este capítulo resolveremos el problema definido en el anterior capitulo en cuanto a los flujos innecesarios que hemos detectado, Modelo_0 que aunque cumple nuestros objetivo en cuanto a minimizar el número de routers y concentradores a emplear, tenemos que mejorar el tráfico de información para evitar que se den resultados que cumpliendo con las restricciones del problema, no aportan una solución con un sentido real, ya que se han detectado casos en los que se producen flujos de ida y vuelta a un mismo router.

4.1 Modificaciones del Modelo

Como la opción más económica se ha obtenido en el Modelo 0, intentaremos buscar soluciones alternativas que se ajusten más a un posible tráfico o flujo de datos en una situación real.

Para ello abordamos el problema en 2 fases.

La Fase 1 Consiste en resolver el Modelo 0. A partir de aquí conocemos el número óptimo de routers y concentradores. Este número fijo de routers y concentradores lo introducimos como dato en la siguiente Fase 2, donde tendremos como objetivo la minimización del flujo total, con el objeto de eliminar flujos no relevantes para el tráfico de la información.

4.2 Formulación general del Modelo 1.

A continuación presentamos la formulación de forma genérica correspondiente al Modelo 1.

Función objetivo Fase 1:

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k \epsilon N^C} n_k^c$$

Al igual que el Modelo_0 el primero de los términos de la función objetivo de la Fase 1 minimizara la suma total del coste de los routers y el segundo de los términos nos dará como resultado y el segundo de los términos resultara el menor de los costes asociados al total de concentradores.

Función objetivo Fase 2:

$$\min f(x) = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij}$$

Con la función objetivo de la Fase 2 se minimizará el flujo total.

s.a.:

$$\sum_{\forall j \epsilon\, N^T} y_{oj} = 1 \quad , \forall j \in N^T \qquad (R1)$$

$$\sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} \quad , \forall i \epsilon\ N \qquad (R2)$$

$$\sum_{\forall i \epsilon\, N^C} y_{ie} = |N^T| \qquad (R3)$$

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TR}} \quad , \forall i \in N^P \qquad (R4)$$

$$n_i^c \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TC}} \quad , \forall i \in N^C \qquad (R5)$$

$$\sum_{\forall j \epsilon N^P\ (k,k) \epsilon A} n_j^r \leq n^{RC} \cdot n_k^c \quad , \forall k \in N^C \qquad (R6)$$

La restricción 1 (R1) asegura que en cada nodo terminal solo se inyecta una unidad desde el nodo inicial. Con la restricción 2 (R2) realizamos un balanceo del flujo inyectado que garantiza que el flujo desde *i* a *j* es el mismo que el de *j* a *i* en cada nodo. En la restricción 3 (R3) asegura que todo el flujo que sale de los nodos asociados a posiciones candidatas de los concentradores llega al nodo final (e). La restricción 4 (R4) es un contador de routers donde determinamos que el flujo entrante (o saliente) de un nodo router, redondeándolo superiormente y obteniendo el valor entero superior, con lo que nos resulta el número de routers necesarios, siendo este menor o igual al número máximo de routers permitidos. Con la restricción 5 (R5), contador de Concentradores, determinamos el flujo entrante (o saliente) de un nodo concentrador y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, resultando el número necesario de concentradores, siendo este menor o igual al número de máximo de concentradores permitidos. En la restricción 6 (R6), limitamos el número de routers que se pueden asociar a cada concentrador según número máximo definido de routers admitido por cada concentrador, solo en los nodos de concentradores.

4.3 Resolución Modelo 1.

Igualmente en el Modelo_1 a partir de este modelo matemático, mediante técnicas de programación lineal, lo escribimos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) que nos permitirá su resolución de forma óptima.

Para la resolución del problema utilizamos la aplicación *Gusek (GLPK Un-der Scite Extended Kit)*.

En Gusek se desarrolla de igual forma que para el Modelo_0, realizando su resolución en dos fases, la Fase 1 que coincide con el Modelo_0, donde obtenemos el número de routers y concentradores y una Fase 2 donde partiendo de este número minimizamos el flujo de entrada y salida de los nodos:

Fase 1:

```
minimize CosteTotal:CR*sum{j in P diff C} n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];
```

Fin Fase 1.

Fase 2:

```
minimize CosteTotal:sum{(i,j) in A} y[i,j];
s.t. ContR1b :sum{j in P diff C} n_R[j]= "solución obtenida Fase 1";
s.t. ContC1b :sum{i in C} n_C[i]= "solución obtenida Fase 1";
```

{+ restricciones Modelo 0}

Las restricciones son iguales a las del modelo 0, excepto que en la fase 2 forzamos a que el número de routers y concentradores sea el obtenido en la fase 1.

Los datos correspondientes a la zona piloto se encuentran en el Anexo I *(Datos Terminales),* el Modelo 0 descrito de forma completa se puede consultar en el *Anexo II (Modelos 0,1 y 2 en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL).*

4.3.1 Resultados.

El resumen del reporte de la solución generada por Gusek se presenta en el *Anexo IV (Resultados Modelo_1)*, la cual analizamos en este apartado.

El tiempo de resolución en Gusek correspondiente al Modelo 1 y expresado en segundos es el siguiente:

Fase 1

Time: 327,150 sg.

Fase 2

Time: 4,351 sg.

Total Tiempo Fase 1 + Fase 2 = 331,501

Los resultados en cuanto a coste y número de routers y concentradores son los siguientes:

		Coste
Número de Routers	47	4.606 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		5.126 €

Tabla 5–1. Costes Modelo_1.

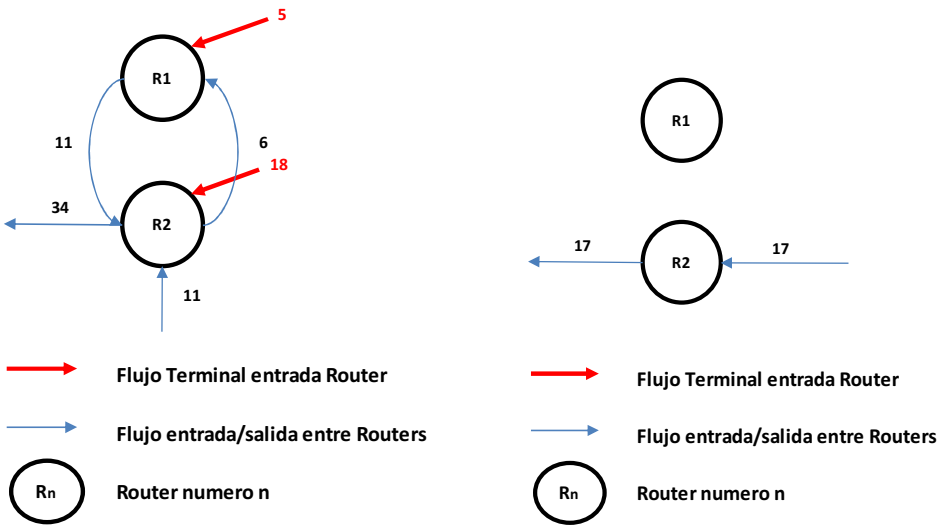


Figura 4-6. Ejemplo problema detectado. Modelo 0. Figura 5-1. Solución problema detectado. Modelo_1.

Comprobamos que los flujos innecesarios que se producían entre los R1 y R2 (Figura 12) han desaparecido, corrigiéndose con la inclusión de la minimización de los flujos en la función objetivo según podemos apreciar en la figura 13, donde el resto de terminales hasta llegar a los 34 que transmitía el router 11 son trasladados por otros routers sin aumentar el número total necesarios de estos.

Mostramos a continuación los datos de igual forma que los hemos presentado en Modelo 0, es decir de forma gráfica donde podemos apreciar la asociación entre terminales y routers diferenciados por colores:

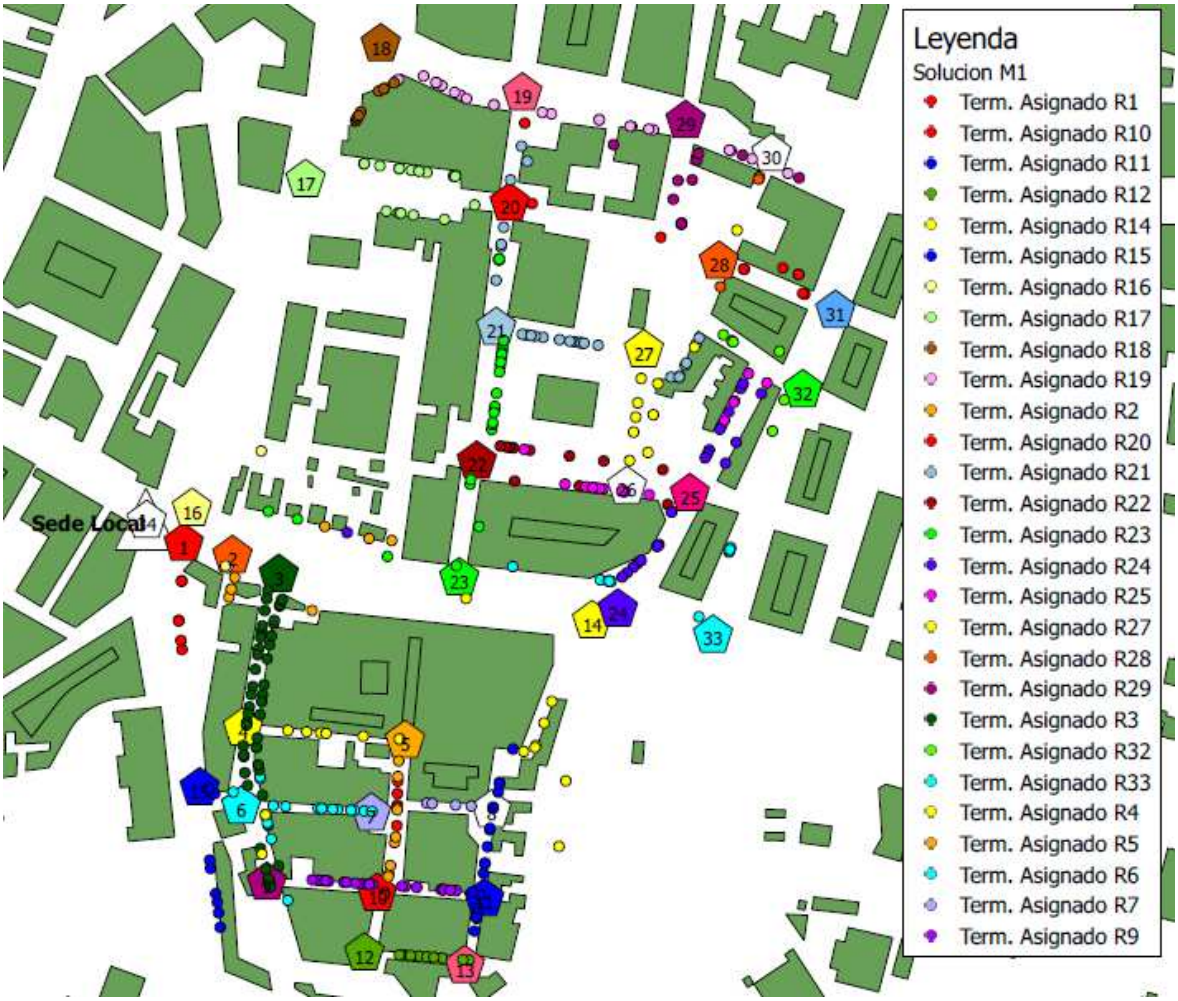


Figura 5-2. Asociación Terminales-Router Modelo 1.

El balance de flujo tras la resolver el modelo 1 es el siguiente:

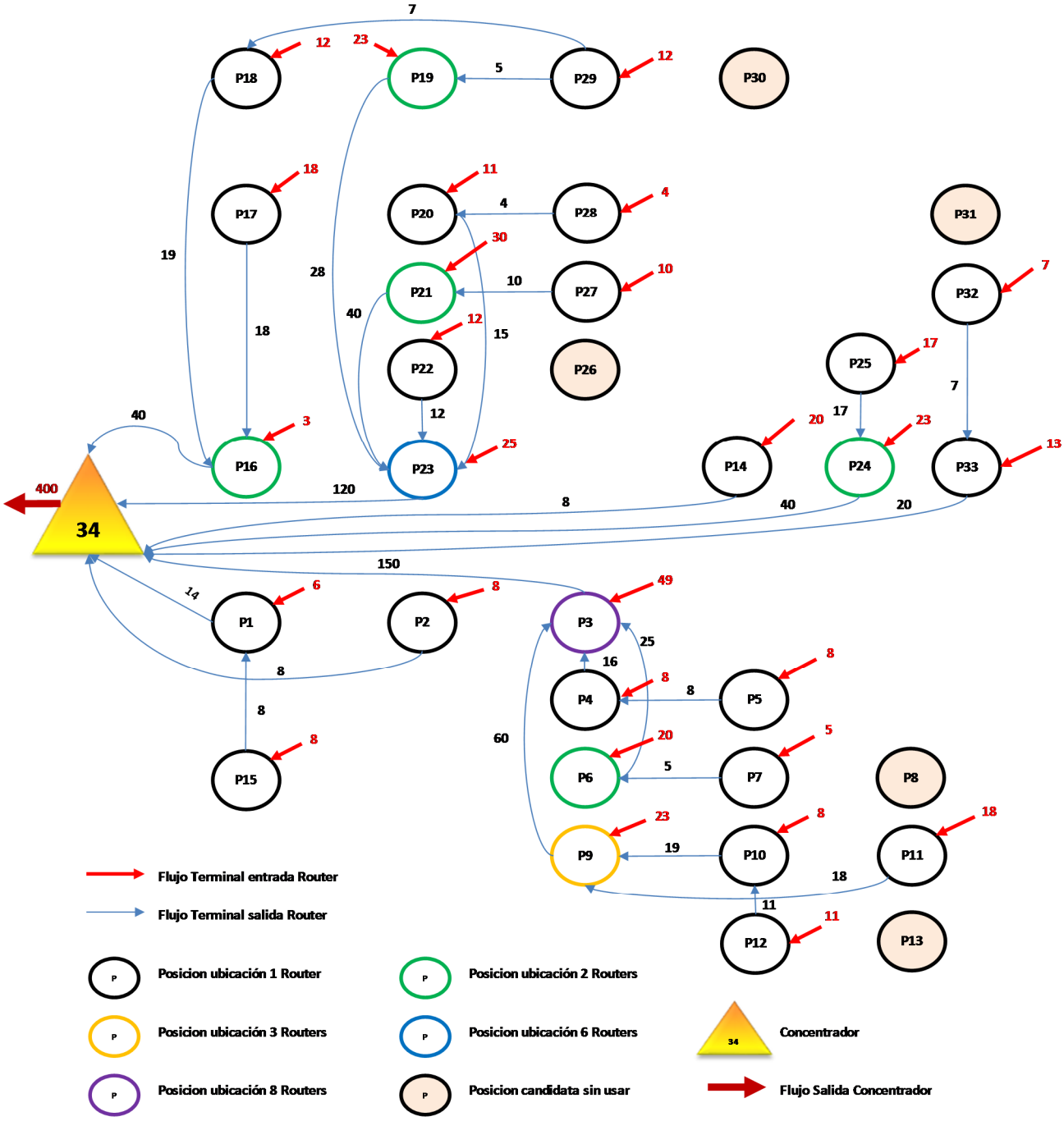


Figura 5-3. Flujos Modelo 1.

Desde un punto de vista práctico los terminales se deben asociar con los routers más cercanos, de ser posible, evitando recorrido de distancias que pueden complicar la transmisión de datos al poder encontrar obstáculos como arboledas o mobiliario urbano como cartelería publicitaria o de información, y analizando el resultado en este modelo podemos observar que aunque la solución respecto a los parámetros y restricciones previstas es correcta, vemos por ejemplo en la siguiente figura como los terminales T178, y T138 se asocian a los routers ubicados en la posición 16, siendo posible que pudieran asociarse a la posición 2, posición más cercana que tan solo recoge 8 terminales según el balance de flujos de la solución mostrado en la anterior figura.

De igual modo ocurre en otros dos ejemplos como los terminales T118 y T119, que se asocian a los routers ubicados en la posición 23, y el terminal T358 que se asocia a los routers ubicados en la posición 24, teniendo otras posiciones o routers viables más cercanos.

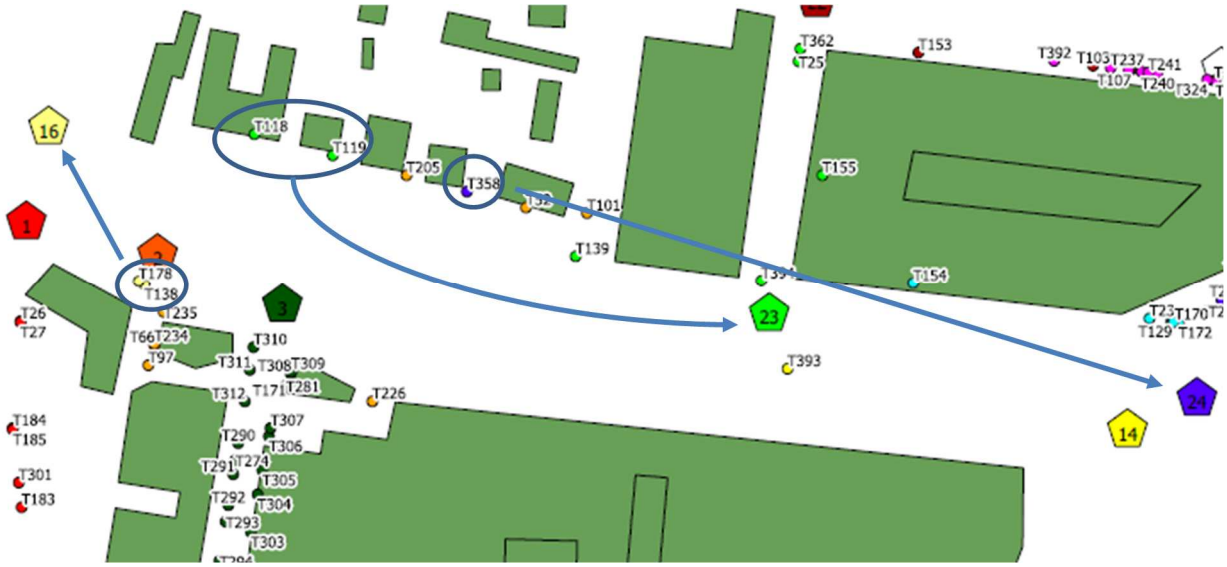


Figura 5-4. Asociaciones incorrectas Modelo 1.

En el siguiente capítulo veremos la forma de mejorar estas distancias entre terminales y routers.

6 MODELO 2 Y RESOLUCIÓN

En el capítulo 6 abordaremos el problema detectado de asociaciones no optimas de terminales a routers, ya que hasta ahora nuestro objetivo ha sido minimizar los routers y concentradores, corregimos la transmisión de terminales reiterativa e innecesaria entre routers, pero detectamos tras analizar la solución del modelo 1 que aunque válida para nosotros es fundamental que la distancia recorrida entre terminales y routers sea la mínima, es decir que de ser posible se conecte al router más cercano , siempre con la premisa del mínimo número de routers y concentradores.

Para resolver este problema incluiremos la distancia recorrida por los flujos de información desde los terminales hasta el concentrador, de forma que se minimicen estas distancias forzando a que los terminales se asocien al router más cercano posible, siempre respetando que el número de routers y concentradores sea mínimo.

4.4 Modificaciones del modelo.

Los parámetros definidos son las mismos que para el Modelo 0 y 1.

Igualmente las variables son las mismas utilizada para los Modelos 0 y 1 pero añadimos la siguiente:

$dist_{ij}$ es la distancia recorrida por el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall(i,j)\epsilon A$.

Para resolver el Modelo 2 lo realizaremos también en dos fases Fases.

La Fase 1 Consiste en resolver el Modelo 0 de modo que a partir de aquí conoceremos el número óptimo de routers y concentradores. Este número fijo de routers y concentradores lo introducimos como dato en la siguiente Fase 2, donde tendremos como objetivo la minimización del flujo total, con el objeto de eliminar flujos no relevantes para el tráfico de la información, además tendremos en cuenta sólo las distancias desde terminal a router ya que no se han tenido en cuenta las distancias de router a router pues al ser pocas las opciones, no aporta nada al modelo.

A continuación presentamos la formulación de forma genérica correspondiente al Modelo 2.

Los parámetros definidos son:

n^{TR} es el número máximo de terminales que admite un router, 20.

n^{TC} es el número máximo de terminales que admite un concentrador, 500.

n^{RC} es el número máximo de routers que admite un concentrador, 24.

CR es el coste unitario del Router, siendo este 98€.

CC es el coste unitario del Concentrador, siendo este 520€.

Variables:

n_j^r es una variable entera que sirve de contador de routers necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j\epsilon N^R$). La suma es el número total de routers empleados.

n_k^c es una variable entera que sirve de contador de concentradores necesarios en la localización k dentro de las localizaciones candidatas ($\forall k\epsilon N^C$). La suma es el número total de concentradores empleados.

n_j^g es una variable entera que sirve de contador de routers GPRS necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j \epsilon N^R$). La suma es el número total de routers GPRS empleados.

y_{ij} es el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall (i,j) \epsilon A$. El flujo será el número de terminales que envía la información a través de un arco.

$dist_{ij}$ es la distancia recorrida por el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall (i,j) \epsilon A$.

Función objetivo Fase 1:

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k \epsilon N^C} n_k^c$$

Al igual que el Modelo_0 el primero de los términos de la función objetivo de la Fase 1 minimizara la suma total del coste de los routers y el segundo de los términos nos dará como resultado y el segundo de los términos resultara el menor de los costes asociados al total de concentradores.

Función objetivo Fase 2:

La expresión de la FO de la fase 2 será:

$$\min f(x) = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} + \sum_{\substack{\forall (i,j) \epsilon A, y_{ij} > 0 \\ i \epsilon N^T,\ j \epsilon N^P}} dist_{ij}$$

Restricciones:

s.a.:

$$\sum_{\forall j \epsilon\ N^T} y_{oj} = 1 \quad , \forall j\ \in N^T \qquad (R1)$$

$$\sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} \quad , \forall i\ \epsilon\ N \qquad (R2)$$

$$\sum_{\forall i \epsilon\ N^C} y_{ie} = |N^T| \qquad (R3)$$

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji} - y_{ie}}{n^{TR}} \quad , \forall i\ \epsilon\ N^P \qquad (R4)$$

$$n_i^c \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TC}} \quad , \forall i\ \epsilon\ N^C \qquad (R5)$$

$$\sum_{\forall j \epsilon N^P\ (k,k) \epsilon A} n_j^r \leq n^{RC} \cdot n_k^c \quad , \forall k\ \epsilon\ N^C \qquad (R6)$$

La restricción 1 (R1) asegura que en cada nodo terminal solo se inyecta una unidad desde el nodo inicial. Con la restricción 2 (R2) realizamos un balanceo del flujo inyectado que garantiza que el flujo desde *i* a *j* es el mismo que el de *j* a *i* en cada nodo. En la restricción 3 (R3) asegura que todo el flujo que sale de los nodos asociados a posiciones candidatas de los concentradores llega al nodo final (e). La restricción 4 (R4) es un contador de routers inalámbricos donde determinamos que el flujo entrante (o saliente) de un nodo router, le restamos el flujo correspondiente a los routers GPRS que se transmiten directamente al nodo final, redondeándolo superiormente y obteniendo el valor entero superior, con lo que nos resulta el número de routers necesarios, siendo este menor o igual al número máximo de routers permitidos. Con la restricción 5 (R5), contador de concentradores, determinamos el flujo entrante (o saliente) de un nodo concentrador y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, resultando el número necesario de concentradores, siendo este menor o igual al número de máximo de concentradores permitidos. En la restricción 6 (R6), limitamos el número de routers que se pueden asociar a cada concentrador según número máximo definido de routers admitido por cada concentrador, solo en los nodos de concentradores.

4.5 Resolución Modelo 2.

Igualmente en el Modelo_2 a partir de este modelo matemático, mediante técnicas de programación lineal, lo escribimos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) que nos permitirá su resolución de forma óptima.

Para la resolución del problema utilizamos nuevamente la aplicación *Gusek (GLPK Un-der Scite Extended Kit)*.

En Gusek se desarrolla de igual forma que para el Modelo_1, incluyendo las siguientes variables, restricciones y modificando la función objetivo tal como indica el modelo matemático:

Variables:

La variable a incluir es la suma de las distancias.

```
var S_Dist;
```

Tal como hemos comentado resolvemos el modelo 2 en dos Fases, una primera fase exactamente igual que el modelo 0, donde obtenemos la función optima en cuanto a número de routers y concentradores, en segundo término lanzamos una Fase 2 y resolvemos con los datos obtenidos anteriormente mediante restricciones, y como función objetivo minimizar la suma de las distancias de los terminales y además de un balance óptimo de flujos en los routers, tal como sigue:

Fase 1:

```
minimize CosteTotal:CR*sum{j in P diff C} n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];
```

Fin Fase 1.

Fase 2.

```
minimize CosteTotal: S_Dist+sum{(i,j) in A} y[i,j] ;
```

Con la siguiente restricción se minimiza el efecto ponderado de las distancias entre terminales *i* y los routers *j*, que multiplicamos por la variable de flujo entre el nodo *i* y el *j*, la cual minimizamos en la función objetivo anterior.

```
s.t. S_Dist_R:  S_Dist = sum{(i,j) in A: i in N and j != i}d_i_j[i,
j]*y[i,j];

s.t. ContR1b :sum{j in P diff C} n_R[j]= "solución obtenida Fase 1";

s.t. ContC1b :sum{i in C} n_C[i]= "solución obtenida Fase 1";
```

Fin Fase 2.

Los datos correspondientes a la zona piloto se encuentran en el Anexo I *(Datos Terminales)*, el Modelo 0 descrito de forma completa se puede consultar en el *Anexo II (Modelos 0,1, 2 y 3 en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL).*

4.5.1 Resultados.

El resumen del reporte de la solución generada por Gusek se presenta en el Anexo V (Resultados Modelo_2), la cual analizamos en este apartado.

El tiempo de resolución en Gusek correspondiente al Modelo 2 y expresado en segundos es el siguiente:

Fase 1

Time: 327,150 sg.

Fase 2

Time: 219.724 sg.

Total Tiempo Fase 1 + Fase 2 = 546,874 sg

Los resultados en cuanto a coste y número de routers y concentradores son los siguientes:

		Coste
Número de Routers	47	4.606 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		5.126 €

Tabla 6–1. Costes Modelo_2.

Mostramos a continuación los datos de igual forma que los hemos presentado en Modelo 0 y 1, es decir de forma gráfica donde podemos apreciar la asociación entre terminales y routers diferenciados por colores:

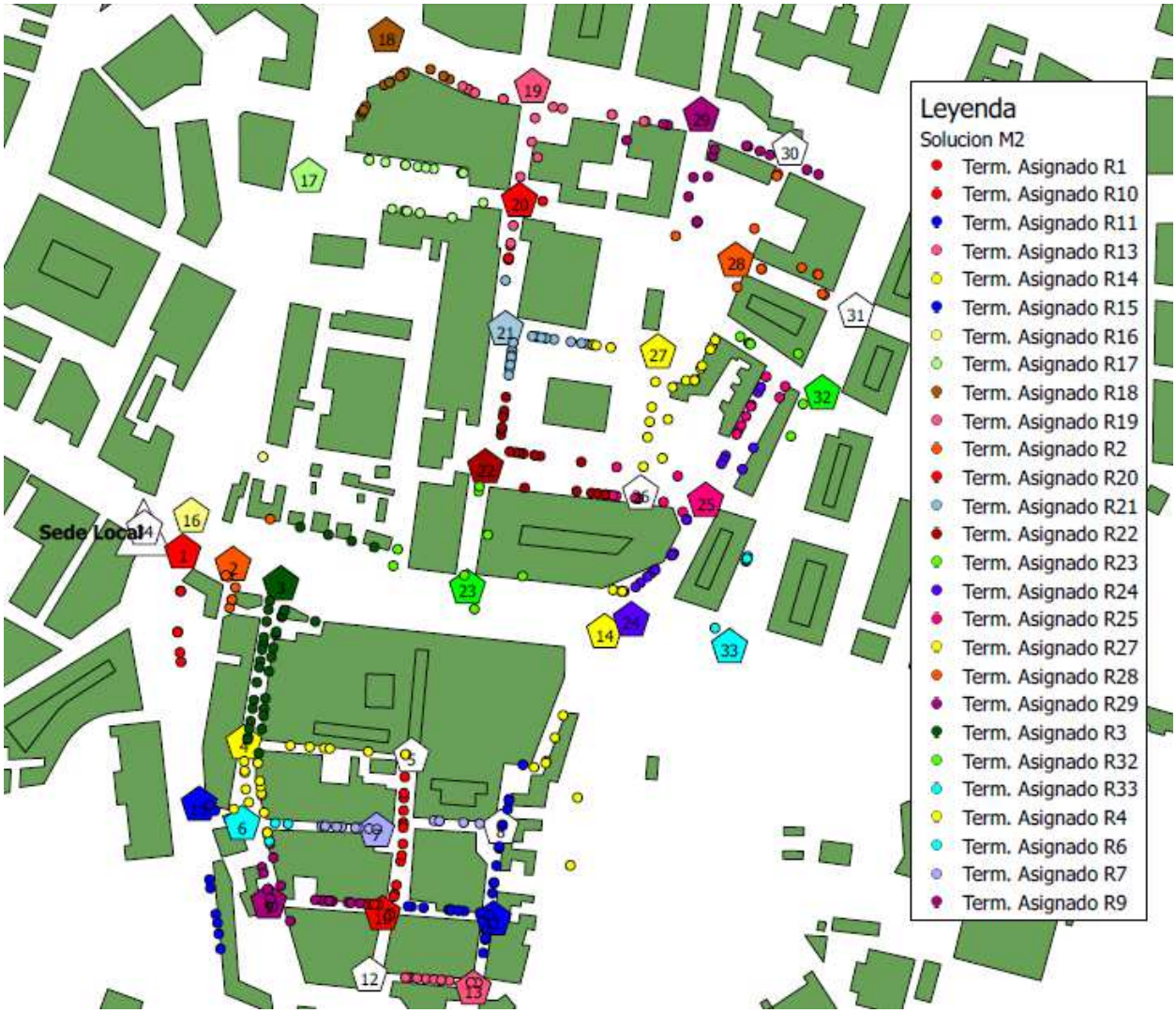


Figura 6-1. Asociación Terminales-Router Modelo 2.

El modelo 2 presenta el siguiente balance de flujos:

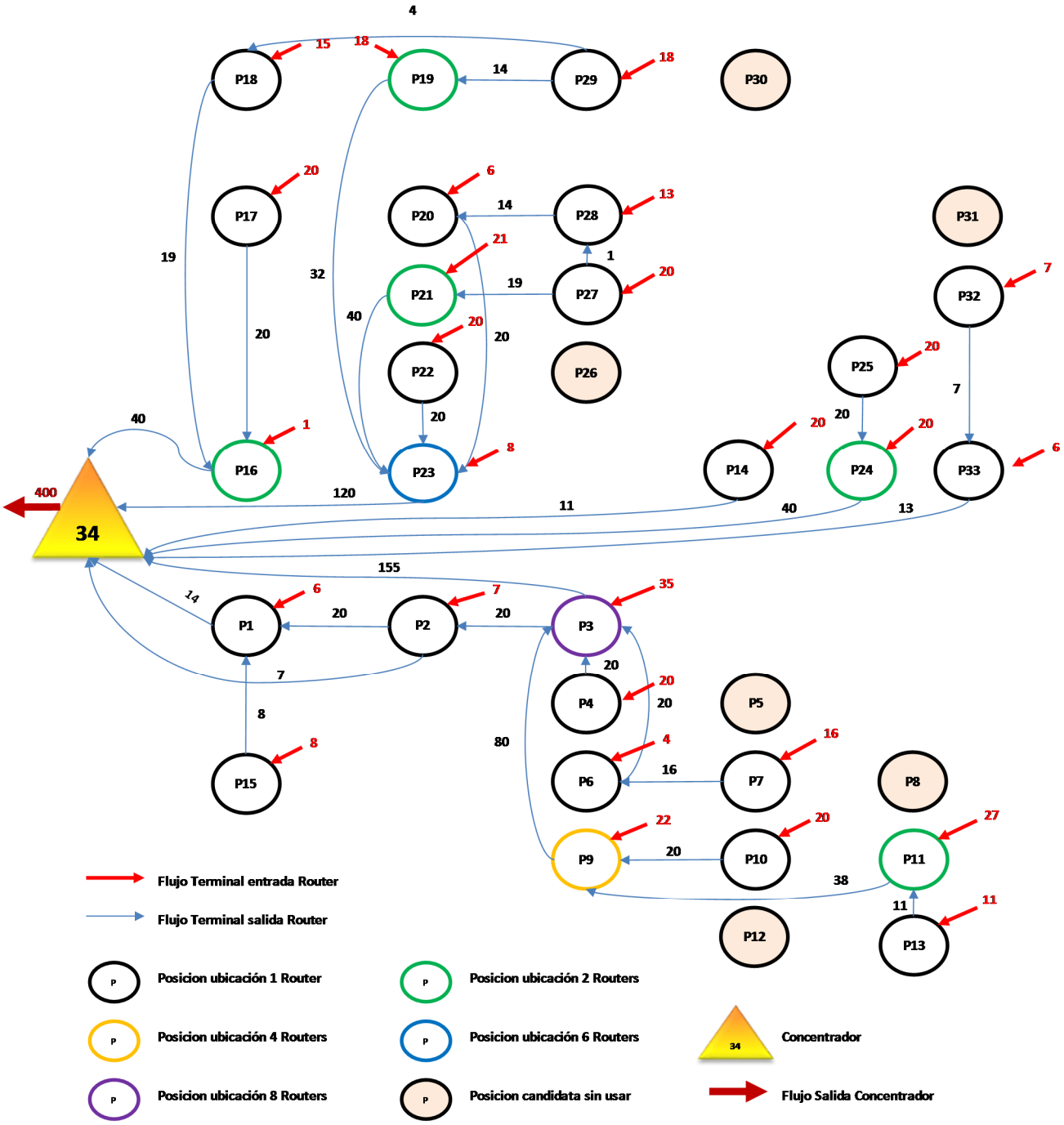


Figura 6-2. Flujos Modelo 2.

A continuación vemos como se resuelven las asociaciones indebidas comentadas en el anterior capitulo, donde apreciamos que el terminal T118 se asocia con el router ubicado en la posición 2, cuando en el anterior modelo lo hacía con los de la posición 23 mucho más lejanas, e igualmente sucede con todos el resto de terminales del ejemplo de la figura 18 del capítulo anterior que se asocian ahora tras resolver el modelo 2 con los routers ubicados en posiciones viables más cercanas.

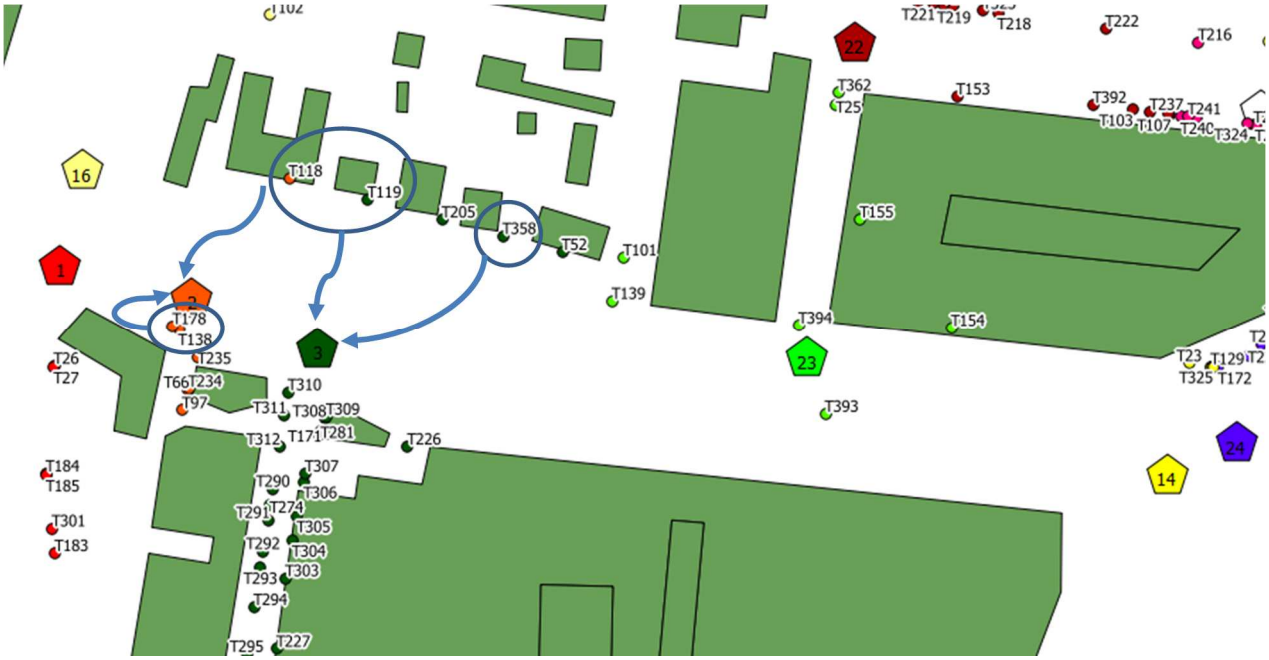


Figura 6-3. Asociaciones incorrectas resueltas Modelo 2.

Con el modelo 2 cumplimos las especificaciones y objetivos marcados al inicio del proyecto. Sin embargo, durante el desarrollo del mismo hemos detectado una nueva alternativa tecnológica que la empresa no había aportado como solución inicial y que puede tener grandes ventajas, tanto desde el punto de vista técnico como desde el punto de vista económico.

Se trata del empleo de un router GPRS que recibe la señal de los terminales (o incluso pudiera ser a través de otros routers) de manera que el nuevo tipo de router GPRS envía la señal directamente a la central por señal de telefonía, sin necesidad de más routers intermedios.

Por tanto esta nueva alternativa tecnológica plantea las siguientes ventajas:

1.- Terminales aislados: Puede ser útil en zonas con reducida visibilidad desde los terminales hacia los routers (árboles, calles estrechas, con muchas esquinas, etc…) que no hacen viable un canal de salida hacia los concentradores.

2.- Terminales lejanos de los concentradores: implicarían varios routers en cascada para llevar la señal al concentrador, lo que implicaría un mayor coste.

3.- Coste: en ocasiones la saturación en cuanto a la cantidad de información enviada a través de los routers normales puede hacer que sea necesario emplear varias unidades en cascada, por lo que en ciertas ocasiones pueden mejorar el coste de la solución inicial.

4.- Mayor Capacidad: el router GPRS tiene mayor capacidad asignación de terminales, siendo esta el doble respecto a la capaciad de asignación de terminales de un router inalámbrico.

En cuanto a los inconvenientes:

1.- Coste: el coste del router GPRS es sensiblemente mayor al del router inalámbrico, por lo que debemos de limitar su uso.

2.-Dependencia: con la instalación del router GPRs dependemos de un tercero, operador de telecomunicaciones, en cuanto a tener que pagar una cuota que puede variar durante la vida útil el proyecto.

3.- Mantenimiento: desde el punto de vista de mantenimiento este será más complejo y caro cuantos más dispositivos de comunicaciones con diferentes tecnologías convivan en una misma red.

Por tanto con el siguiente modelo se detalla cómo implementar dicha alternativa mixta.

7 MODELO 3 Y RESOLUCIÓN

Según las especificaciones del problema descritas en el capítulo 2, tras resolver el modelo 2 en capitulo anterior, podemos considerar que hemos finalizado ya que la solución obtenida cumple con todos los requisitos solicitados, pero planteamos en este capítulo un modelo mixto entre Routers inalámbricos y Routers GPRS, ya que estos podemos usarlos en casos concretos y puntuales al tener estos un coste sensiblemente mayor que el de los Routers inalámbricos empleados hasta el momento.

Describimos a continuación las características técnicas y económicas del Router GRPS, y posteriormente modificaremos el modelo matemático obtenido en el modelo_2, y finalmente resolveremos el nuevo modelo planteado.

7.1 Características Router GPRS.

El coste y características del Router GPRS son:

En cuanto al alcance al tratarse de una conexión GPRS contratada con un operador de telefonía móvil, no tenemos limitación de alcance entre el Router GPRS y el Concentrador.

El número máximo de elementos terminales que pueden enlazar con un mismo router es el siguiente:

Número Máximo de Terminales por Router	**40**

Tabla 7–1. Número máximo de terminales por router GPRS.

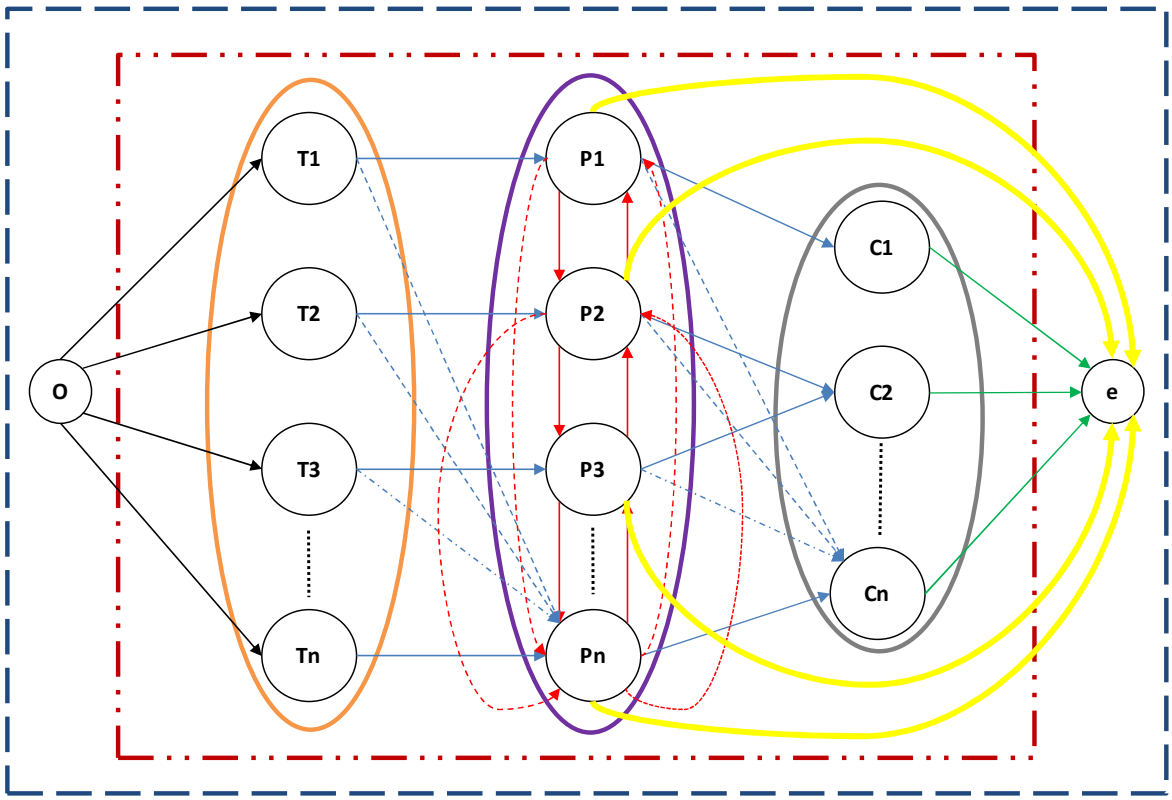
El coste considerado para el Router del tipo GPRS es el siguiente:

	€/ud.
Router GPRS	286 €
Replanteo Ubicaciones	4 €
Instalación Router	60 €
Total	350 €

Tabla 7–2. Coste Router GPRS.

7.2 Gráfo Modelo_3.

En el siguiente grafo podemos ver que añadimos, respecto al grafo mostrado en el capítulo 4, el conjunto de arcos desde las posibles ubicaciones candidatas para los routers GPRS, además mostramos el resto de conjuntos de los elementos que integran la red, el conjunto de nodos terminales, el conjunto de posibles ubicaciones candidatas para la instalación de los routers, y el conjunto de concentradores. Inicialmente definimos los nodos de entrada (o) y salida o sumidero (e).



Conjunto de arcos desde el nodo origen (o) a nodo terminal.
Conjunto de arcos entre Concentradores y nodo final.
Conjunto de arcos entrantes y salientes de cada localización candidata.
Otra opción de conjunto de arcos entrantes y salientes de localización candidata.
Conjunto de arcos entre router y router.
Otra opción de conjunto de arcos entre router y router.
Conjunto N^T de Terminales.
Conjunto N^P de localizaciones candidatas de los routers.
Conjunto N^C de localizaciones candidatas de los concentradores
Conjunto total N de nodos del grafo sin el Nodo Origen (o) y el Nodo Final (e).
Conjunto total N^+ de nodos del grafo.
Conjunto de arcos desde la localizacion candidata GPRS y nodo final.

7.3 Variables, parámetros y restricciones modelo 3.

Se añaden a las variables, parámetros y restricciones del modelo anterior, las siguientes:

Variables:

n_j^g es una variable entera que sirve de contador de routers GPRS necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j \epsilon N^R$). La suma es el número total de routers GPRS empleados.

Parámetros:

CG es el coste unitario del Router GPRS, siendo este 350€.

n^{TG} es el número máximo de terminales que admite un router GPRS, 40 terminales.

M es un número muy grande.

Restricciones:

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji} - y_{ie}}{n^{TR}} \quad , \forall i \in N^P$$

R4: Modificamos la restricción 4 (R4), respecto al modelo_0, siendo esta es un contador de routers donde determinamos que el flujo entrante (o saliente) de un nodo router, pero para el modelo_3 le restamos el flujo correspondiente a los routers GPRS que se transmiten directamente al nodo final, redondeándolo superiormente y obteniendo el valor entero superior, con lo que nos resulta el número de routers necesarios, siendo este menor o igual al número máximo de routers permitidos.

Añadimos respecto a los modelos anteriores las siguientes restricciones:

$$n_i^g \geq \frac{y_{io}}{n^{TG}} \ , \forall i \in N^P$$

R7: Contador de Routers GPRS, solo en los nodos de routers. Se determina el flujo entrante (o saliente) de un nodo y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, obteniendo el número de routers necesarios.

$$n_i^g \leq y_{io} * \mathrm{M} \ , \forall i \in N^P$$

R8: Hacemos que la variable de routers GPRS en el nodo i se vaya a cero cuando no hay flujo hacia el nodo final desde el nodo *i.*

$$n_i^c \leq \mathrm{M} \cdot \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} \quad , \forall i \in N^C$$

R9: Hacemos que la variable del número de concentradores en el nodo *i* (de posiciones candidatas de los concentradores) se vaya a cero cuando no hay flujo entrante hacia dicho nodo *i*.

Para resolver el Modelo 3 lo realizaremos también en dos fases.

La Fase 1 Consiste en resolver el Modelo 0 pero añadiendo a la función objetivo los costes asociados a los Routers GPRS de modo que a partir de aquí conoceremos el número óptimo de routers, tanto los de tipo inalámbrico como de GPRS, y concentradores. Este número fijo de routers y concentradores lo introducimos como dato en la siguiente Fase 2, donde tendremos como objetivo la minimización del flujo total, con el objeto de eliminar flujos no relevantes para el tráfico de la información, además al igual que en el modelo 2 tendremos en cuenta, sólo las distancias desde terminal a router ya que no se han tenido en cuenta las distancias de router a router pues al ser pocas las opciones, no aporta nada al modelo.

A continuación presentamos la formulación de forma genérica correspondiente al Modelo 3.

Función objetivo Fase 1:

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k \epsilon N^C} n_k^c + CG \times \sum_{\forall j \epsilon N^P} n_j^g$$

Al igual que el Modelo_0 el primero de los términos de la función objetivo de la Fase 1 minimizara la suma total del coste de los routers inalámbricos y el segundo de los términos nos dará como resultado el menor de los costes asociados al total de concentradores, por último el tercero de los términos minimizara la suma total de los routers GPRS.

Función objetivo Fase 2:

La expresión de la FO de la fase 2 es:

$$\min f(x) = \sum_{\forall (i,j)\epsilon A} y_{ij} + \sum_{\substack{\forall (i,j)\epsilon A, y_{ij}>0 \\ i\epsilon N^T,\ j\epsilon N^P}} dist_{ij}$$

El modelo 3 descrito de forma completa es:

Función objetivo Fase 1:

$$\min f(x) = CR \times \sum_{\forall j\epsilon N^P} n_j^r + CC \times \sum_{\forall k\epsilon N^C} n_k^c + CG \times \sum_{\forall j\epsilon N^P} n_j^g$$

Función objetivo Fase 2:

$$\min f(x) = \sum_{\forall (i,j)\epsilon A} y_{ij} + \sum_{\substack{\forall (i,j)\epsilon A, y_{ij}>0 \\ i\epsilon N^T,\ j\epsilon N^P}} dist_{ij}$$

Los parámetros definidos son:

n^{TR} es el número máximo de terminales que admite un router, 20.

n^{TC} es el número máximo de terminales que admite un concentrador, 500.

n^{RC} es el número máximo de routers que admite un concentrador, 24.

CR es el coste unitario del Router, siendo este 98€.

CC es el coste unitario del Concentrador, siendo este 520€.

CG es el coste unitario del Router GPRS, siendo este 350€.

M es un número muy grande.

Variables:

n_j^r es una variable entera que sirve de contador de routers necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j\epsilon N^R$). La suma es el número total de routers empleados.

n_k^c es una variable entera que sirve de contador de concentradores necesarios en la localización k dentro de las localizaciones candidatas ($\forall k\epsilon N^C$). La suma es el número total de concentradores empleados.

n_j^g es una variable entera que sirve de contador de routers GPRS necesarios en la localización j dentro de las localizaciones candidatas ($\forall j\epsilon N^R$). La suma es el número total de routers GPRS empleados.

y_{ij} es el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall (i,j)\epsilon A$. El flujo será el número de terminales que envía la información a través de un arco.

$dist_{ij}$ es la distancia recorrida por el flujo asociado a todos los arcos A del grafo, $\forall (i,j)\epsilon A$.

Restricciones:

s.a.:

$$\sum_{\forall j \epsilon\, N^T} y_{oj} = 1 \quad , \forall j \in N^T \qquad (R1)$$

$$\sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} = \sum_{\forall (i,j) \epsilon A} y_{ij} \quad , \forall i \epsilon\ N \qquad (R2)$$

$$\sum_{\forall i \epsilon\, N^C} y_{ie} = |N^T| \qquad (R3)$$

$$n_i^r \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji} - y_{ie}}{n^{TR}} \quad , \forall i \in N^P \qquad (R4)$$

$$n_i^c \geq \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} \frac{y_{ji}}{n^{TC}} \quad , \forall i \in N^C \qquad (R5)$$

$$\sum_{\forall j \epsilon N^P\, (k,k) \epsilon A} n_j^r \leq n^{RC} \cdot n_k^c \quad , \forall k \in N^C \qquad (R6)$$

$$n_i^g \geq \frac{y_{io}}{n^{TG}} \ , \forall i \in N^P \qquad (R7)$$

$$n_i^g \leq y_{io} * \mathrm{M} \ , \forall i \in N^P \qquad (R8)$$

$$n_i^c \leq \mathrm{M} \cdot \sum_{\forall (j,i) \epsilon A} y_{ji} \quad , \forall i \in N^C \qquad (R9)$$

La restricción 1 (R1) asegura que en cada nodo terminal solo se inyecta una unidad desde el nodo inicial. Con la restricción 2 (R2) realizamos un balanceo del flujo inyectado que garantiza que el flujo desde *i* a *j* es el mismo que el de *j* a *i* en cada nodo. En la restricción 3 (R3) asegura que todo el flujo que sale de los nodos asociados a posiciones candidatas de los concentradores llega al nodo final (e). La restricción 4 (R4) es un contador de routers inalámbricos donde determinamos que el flujo entrante (o saliente) de un nodo router, le restamos el flujo correspondiente a los routers GPRS que se transmiten directamente al nodo final, redondeándolo superiormente y obteniendo el valor entero superior, con lo que nos resulta el número de routers necesarios, siendo este menor o igual al número máximo de routers permitidos. Con la restricción 5 (R5), contador de concentradores, determinamos el flujo entrante (o saliente) de un nodo concentrador y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, resultando el número necesario de concentradores, siendo este menor o igual al número de máximo de concentradores permitidos. En la restricción 6 (R6), limitamos el número de routers que se pueden asociar a cada concentrador según número máximo definido de routers admitido por cada concentrador, solo en los nodos de concentradores. La restricción 7 (R7), contador de routers GPRS, se determina el flujo entrante (o saliente) de un nodo y se redondea superiormente, obteniendo el valor entero superior, resultando el número de routers GPRS necesarios. En la restricción 8 (R8) hacemos que la variable de routers GPRS en el nodo *i* se vaya a cero cuando no hay flujo hacia el nodo final desde el nodo *i.* Con la restricción (R9) hacemos que la variable del número de concentradores en el nodo *i* (de posiciones candidatas de los concentradores) se vaya a cero cuando no hay flujo entrante hacia dicho nodo *i*.

7.4 Resolución Modelo 3.

A partir del modelo matemático, mediante técnicas de programación lineal, lo escribimos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) que nos permitirá su resolución de forma óptima.

Para la resolución del problema utilizamos nuevamente la aplicación *Gusek (GLPK Un-der Scite Extended Kit)*.

En Gusek se desarrolla de igual forma que para el Modelo_2, pero incluyendo las siguientes variables, restricciones y modificando la función objetivo tal como indica el modelo matemático:

`var n_G{j in PB},integer;` nº de routers GPRS en base a flujo

`param T_G_MAX`; número máximo de terminales por router GPRS

`param CG;` Coste del GPRS

Según hemos comentado resolveremos el modelo 3 en dos Fases, la Fase 1 es similar a la del modelo 2 pero incluiremos en la función objetivo los costes relativos a los routers GPRS donde obtenemos la función optima en cuanto a número de routers y concentradores, en segundo término lanzamos una Fase 2 y resolvemos con los datos obtenidos anteriormente mediante restricciones, y como función objetivo minimizar la suma de las distancias de los terminales y además de un balance óptimo de flujos en los routers, tal como sigue:

Fase 1:

```
minimize CosteTotal: CG*sum{j in P diff C} n_G[j] + CR*sum{j in P diff C}
n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];
```

Añadimos a las restricciones del modelo 2 las siguientes:

Con la siguiente expresión ayudamos a reducir los tiempos de cálculo del software, descartando flujos innecesarios, para el cálculo de número de Routers, ya que lo que hace es para todos los nodos que no son terminales ni concentradores (es decir sólo routers) comprueba que el flujo que de salida asociado a un router (suma de todos los flujos entrantes menos los flujos que se van a través de GPRS). Con la restricción se cumple que si el flujo resultante es 0, el número de routers asociado a dicha posición será 0.

```
s.t. ContR2 {i in L diff N: i not in C}: n_R[i]<= ((sum{j in L: (j,i) in
A} y[j,i]) - y[i,card(P)+1] )*BIG_M;
```

A continuación mostramos un contador de router con el que conseguimos conocer el número de routers GPRS, obtenido tras dividir el número total de terminales que entra en el nodo router GPRS, entre el parámetro máximo de terminales por router GPRS.

```
s.t. ContG1 {i in L diff N: i not in C}: n_G[i]>= (y[i,card(P)+1] )/T_G_MAX;
```

Con la siguiente expresión ayudamos a reducir los tiempos de cálculo del software, descartando flujos innecesarios, para el cálculo de número de routers GPRS, ya que si no hay flujo asociado a una posición candidata para un router GPRS, el número de routers GPRS asociado es 0.

```
s.t. ContG2 {i in L diff N: i not in C}: n_G[i]<= y[i,card(P)+1]*BIG_M;
```

Fin Fase 1.

Fase 2.

```
minimize CosteTotal: S_Dist+sum{(i,j) in A} y[i,j] ;
```

Fin Fase 2.

Como hemos aumentado en este modelo 3 el número de variables los tiempos de resolución cuando lanzamos el modelo en Gusek son muy elevados, quedando aun un 10% de distancia de la solución (según el GAP aportado por el software) por resolver a las 6 horas de tiempo de ejecución del problema y avanzando la resolución de forma cada vez más lenta. Es por ello que lo resolvemos mediante Gurobi, que es un software mucho más potente, utilizando como base el trabajo realizado en Gusek lo traducimos a un formato que pueda trabajar Gurobi, según explicamos en el tutorial en el *Anexo VI (Tutorial_Resultados_Modelo_3*).

Los datos correspondientes a la zona piloto se encuentran en el Anexo I *(Datos Terminales),* el Modelo 0 descrito de forma completa se puede consultar en el *Anexo II (Modelos 0,1 ,2 y 3 en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL).*

7.4.1 Resultados.

El resumen del reporte de la solución generada por *Gurobi* se presenta en el *Anexo VI (Tutorial_Resultados_Modelo_3)*, la cual analizamos en este apartado.

El tiempo de resolución en *Gurobi* correspondiente al Modelo 3 y expresado en segundos es el siguiente:

Fase 1

Time: 284,64 sg.

Fase 2

Time: 276.75 sg.

Total Tiempo Fase 1 + Fase 2 = 561,39 sg.

Los resultados en cuanto a coste y número de routers y concentradores son los siguientes:

		Coste
Número de Routers	22	2156 €
Número de Routers GPRS	5	1750 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		4.426 €

Tabla 7–3. Costes Modelo_3.

Mostramos a continuación los datos de igual forma que los hemos presentado en los anteriores modelos, es decir de forma gráfica donde podemos apreciar la asociación entre terminales y routers diferenciados por colores.

Los routers GPRS son representados mediante círculos y los routers inalámbrico por pentágonos. En blanco quedan las posiciones candidatas que no han sido utilizadas.

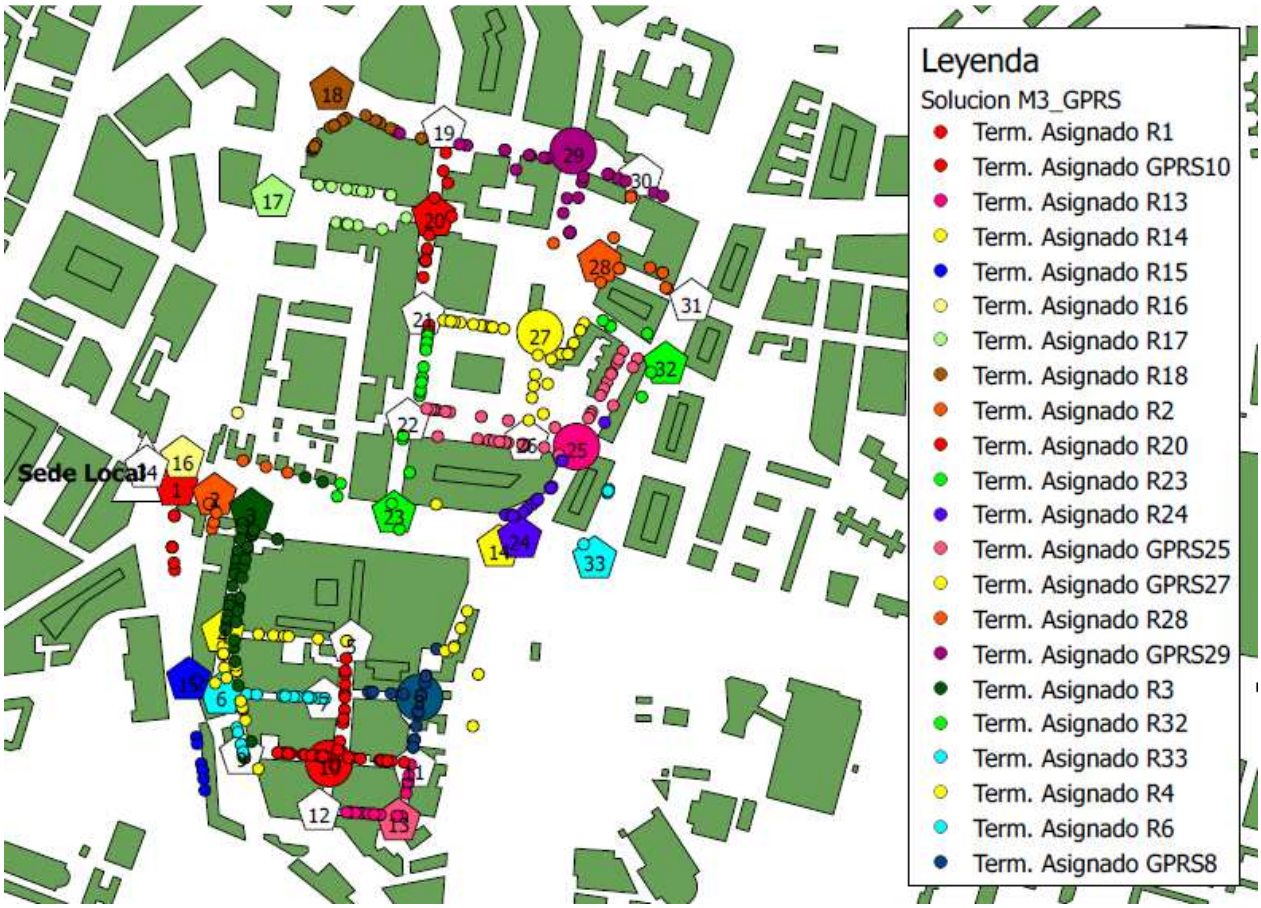


Figura 7-1. Asociación Terminales-Router Modelo 3.

El modelo 3 presenta el siguiente balance de flujos:

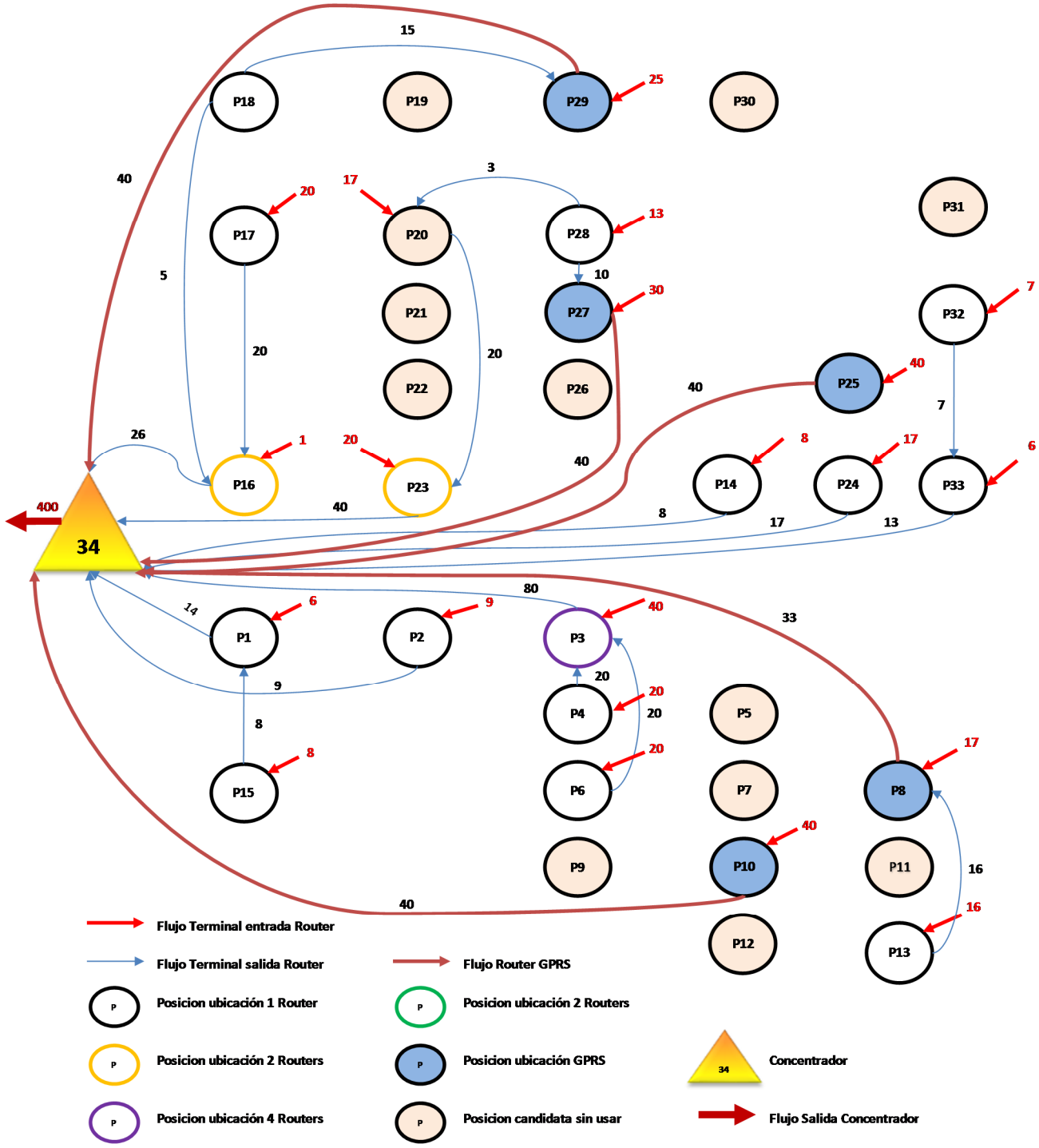


Figura 7-2. Flujos Modelo 3.

En el siguiente capítulo analizaremos los resultados obtenidos con el modelo 3 y los compararemos con los modelos anteriores.

8 DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

En este capítulo comentaremos el cumplimiento de los objetivos generales y específicos planteados al inicio del documento, realizando una comparación entre el modelo 2 que como veremos cumple todos estos objetivos y el modelo mixto 3 que además de cumplirlos aporta mejoras respecto a los requisitos iniciales solicitados.

Planteábamos como objetivo general antes de abordar este TFM el de estudiar y aportar soluciones a la implementación de redes inalámbricas para la gestión del parque de contadores de las empresas de agua, concretamente en cuanto a la localización de routers (Hubs). Este objetivo general lo hemos conseguido tras el estudio de problema en profundidad descrito en el capítulo 2, y el conocimiento adquirido en el capítulo 3 en cuanto al estudio del Estado del Arte. Dichos conocimientos nos han permitido abordar la solución del problema planteado en el capítulo 4 donde hemos desarrollado un modelo inicial denominado (modelo 0), que después de dos evoluciones o mejoras (modelos 1 y 2), hemos conseguido con este último satisfacer todos los requisitos solicitados previamente. Por último proponemos en el capítulo 7 un modelo mixto (modelo 3) donde incluimos un router GPRS y además de cumplir con todos los requisitos del modelo 2, obtenemos una solución más económica.

Respecto al **objetivo específico 1, *Conocer el problema en profundidad*,** en el capítulo 2 hemos descrito los diferentes tipos de redes que podríamos utilizar para la implementación de una red inalámbrica de comunicación para la transmisión de datos de lectura de contadores, eligiendo una del tipo WPAN (*wireless personal area network*), que consigue distancias de transmisión de hasta 500 metros , que se utilizan en redes que requieren comunicaciones seguras con baja tasa de envío de datos y maximización de la vida útil de sus baterías. También hemos mostrado en la *Figura 2-3* la arquitectura de red empleada y todas las características de los elementos que son necesarios para transmitir los dato desde los nodos Terminales hasta el nodo Concentrador, pasando por los Routers; de donde surge que el problema trata de localizar de firma optima el menor número de Routers y Concentradores, atendiendo a las restricciones de visión directa, distancia y capacidad de todos los elementos que conforman la red, que hagan que el coste sea el mínimo. Por ultimo hemos detallado las características de la zona piloto para llevar resolver el problema, dicha zona se ha elegido ya que representa las zonas más complejas con calles no uniformes, arboleda abundante, diferentes tipo de edificios y acometidas por fachada, interior o sótano, por tanto si se resuelve en este barrio probablemente se resuelva de manera más sencilla en otros.

En cuanto al **objetivo específico 2, *Realizar una revisión o estado del Arte***, hemos realizado una revisión exhaustiva estudiado diversos artículos especializados en la localización y asignación de *Hubs*, tomando como referencia las revisiones de ReVelle, C.S. ,Eiselt, H.A. y Daskin M.S. (2006), Alumur, S y Kara, B (2008), Hekmatfar y Pishvaee (2009) y López D. (2012), y en base a ellos hemos realizado una revisión bibliográfica cuyo resumen lo mostramos en la *Tabla 3-1* de elaboración propia, *Resumen Estado del Arte*, concluyendo que si bien existen diversos modelos que se asemejan al nuestro, como el Chopra y Meindl (2008), no son exactamente el nuestro.

Como **objetivo específico 3** nos marcábamos ***Modelar y resolver el problema*** *planteado*, el cual lo hemos realizado desarrollando en primer lugar un modelo matemático inicial o (modelo 0), donde planteábamos minimizar el coste de routers y concentradores. Este modelo matemático lo escribimos en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL) y para la resolución del problema utilizamos la aplicación *Gusek (GLPK Un-der Scite Extended Kit)*.

Aunque el resultado en el modelo 0 era el perseguido detectamos en pruebas previas con otros datos y analizando los resultados de forma global en cuanto al flujo de entrada y salida de cada router detectamos que existían flujos innecesarios de entrada y salida entre routers.

Desarrollamos el modelo 1 con el objetivo de dar solución a los flujos innecesarios entre routers y comprobamos que con la modificación añadida además de contemplar la minimización de costes de routers y concentradores, minimizamos los flujos de entrada y salida de los routers. El modelo matemático y la resolución en Gusek la realizamos en dos Fases, una primera Fase idéntica a la del Modelo 0 y una segunda Fase donde tenemos en cuenta la minimización de los flujos de entrada y salida de los routers.

Analizando los resultados del modelo 1 observamos que la asignación de terminales a routers que aunque correcta con las especificaciones iniciales planteadas, desde un punto de vista práctico los terminales se deberían asociar con los routers más cercanos, evitando recorrido de distancias que pueden complicar la transmisión de datos al poder encontrar obstáculos como arboledas o mobiliario urbano como cartelería publicitaria o de información.

Con el modelo 2 los terminales se asocian a el router más cercano, y lo conseguimos añadiendo a la función objetivo de la Fase 2 del modelo 1 la suma de las distancias entre terminales y routers, despreciando el resto de distancias entre routers y routers o routers y concentrador al tener un menor efecto sobre la solución final, obteniendo los siguientes resultados en cuanto a número de router, concentradores y coste de ambos:

		Coste
Número de Routers	47	4.606 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		5.126 €

Tabla 6-1. Costes Modelo_2.

Por otro lado los tiempos de resolución del modelo_2 en Gusek son:

Fase 1

Time: 327,150 sg.

Fase 2

Time: 219.724 sg.

Total Tiempo Fase 1 + Fase 2 = 546,874 sg

Una vez resuelto el problema con el modelo 2, y considerando que hemos cumplido con los requisitos y necesidades solicitadas inicialmente y consiguiendo tiempos de resolución escasos tratándose de un problema de un tamaño importante de una zona piloto que contiene 1.415 contadores de aguas instalados, con 400 Terminales de lectura, ubicados en 20 calles y/o avenidas, con más de 218 farolas, de donde hemos seleccionado en campo 33 ubicaciones candidatas para los Routers y una sede para concentradores, planteamos desarrollar un tercer modelo mixto donde introducimos, además del router inalámbrico, la posibilidad de utilizar un Routers GPRS cuyo coste es sensiblemente mayor al del router inalámbrico pero podemos usarlos en casos concretos y puntuales.

Al aumentar el número de variables la resolución en Gusek fue inviable ya que después de 6h aún se encontraba a un 10% de distancia de la solución (según el GAP aportado por el software) y el avance era muy lento, por lo que lo convertimos para poder resolverlo en un software mucho más potente como es Gurobi, resultando los

datos que siguen:

El tiempo de resolución en *Gurobi* correspondiente al Modelo 3 y expresado en segundos fue el siguiente:

Fase 1

Time: 284,64 sg.

Fase 2

Time: 276.75 sg.

Total Tiempo Fase 1 + Fase 2 = 561,39 sg.

El coste resultante del modelo 3 fue:

		Coste
Número de Routers	22	2156 €
Número de Routers GPRS	5	1750 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		4.426 €

Tabla 8-2. Costes Modelo_3.

Comparando el modelo 2 y el 3, vemos que los tiempos de resolución son similares, claro está teniendo en cuenta que el modelo 3 está resuelto en Gurobi que es un software más potente que Gusek. Por otro lado el coste total del modelo 2 es de 5.126 € y el del modelo 3 es de 4.426 €, obteniendo con este último modelo una mejora económica un 13´65% con respecto a la solución obtenida en el modelo 2.

Para resolver la zona piloto con 400 Terminales, hemos obtenido con el modelo_3 que necesitamos 22 routers inalámbricos , 5 router GPRS y 1 concentrador con un coste total de 4.426 €, y para una ciudad como la de Sevilla extrapolando los resultados necesitaríamos para 180.000 Terminales, de forma aproximada tendríamos que instalar 9.900 routers inalámbricos, 2.250 routers GPRS y 450 concentradores con un coste total estimado de 1.991.700 € y teniendo un ahorro con respecto al modelo 2 de 271.867,05 €.

Además del resultado económico tenemos que añadir que de ser elegida la opción del modelo 3 el número total de instalación de routers sería menor, pasando de necesitar 47 routers con el modelo 2 a necesitar 27 routers con el modelo 3, por lo que el impacto para la ciudadanía durante la ejecución del proyecto sería menor, por no hablar de los costes de mantenimiento y canones por utilizar las ubicaciones para la instalación de los routers.

También una de las ventajas de la posibilidad de utilizar en casos específicos los Routers del tipo GPRS es dar solución a posibles ubicaciones donde debido a la falta de visibilidad directa entre Terminal y Router , entre Router y Router o Router y Concentrador.

Por ultimo comentar que hemos realizado el trabajo con una zona de 400 Terminales, una línea de trabajo a seguir podría ser conocer cómo se comporta tanto el modelo 2 como el modelo 3 con un problema de mayor tamaño. Futuros trabajos podrían centrarse en desarrollar métodos aproximados (heurísticas) para su resolución que pudieran dar luz a cómo resolver el problema en una ciudad entera.

REFERENCIAS

Adam Engst, Glenn Feishman. “Introducción a las redes inalámbricas, Ed. Anaya (2003).

Alumur S and B.Y.Kara, (2008) “Network Hub Location Problems: state of the art” European Journal of Operational Research, 190(1), 1-21.

Amaldi, E., Capone, A. &Filippini, I., (2008). Optimization models and methods for planning wireless mesh networks. Computer netwoks, 17 Marzo, Issue 52, pp. 2159 – 2171.

Aykin, T. (1994). Lagrangian relaxation based approaches to capacited hub-and-spoke network design problem.European Journal of Operations Research 79, 501-523.

Aykin, T. (1995). The hub location and routing problem. European Journal of Operational Research 83, 200-219.

Campbell, J.F. (1994). Integer programming formulations of discrete hub location problems. European Journal of Operational Research 72, 387-405.

Carballar, Jose A. “Wi-Fi. Cómo construir una red inalámbrica”, Ed. Ra-Ma, Madrid (2004).

Chopra, S. y Meindl, P. (2008). Administración de la Cadena de Suministro: Estrategia, Planeación y Operación. México DF, México: Pearson.

Daskin MS (1995) Network and discrete location: Models, algorithms, and applications. Wiley, New York.

Davari S., M.H., Zarandi, F., (2013).The incomplete hub-covering location problem consideringimprecise location of demands Scientia Iranica E 20 (3), 983–991.

Goldman, A.J. (1969). Optimal location for centers in a network. Transportation Science 3, 352-360.

GUROBI OPTIMIZERUICK START GUIDE Version 5.6, Copyright c 2013, Gurobi Optimization, Inc.

Hekmatfar, M. y Pishvaee, M. (2009) “Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies”. Springer-Verlag.

Klincewicz, J.G. (1991). Heuristics for the p-hub location problem. European Journal of Operational Research 53, 25-37.

Klincewicz, J.G. (1996). A dual algorithm for the uncapacited hub location problem. Location Science 4 (3), 173-184.

Lopez, D., (2012), “Modelo de localización de CEDIS de dos fases para una red de distribución con múltiples atributos. Aplicación para la industria cementera”. Working Paper.

Modeling Language GNU MathProg, Language Referencefor GLPK Version 4.50 (DRAFT, May 2013).

O’Kelly, M.E. (1986). The location of interacting hub facilities. Transportation Science 20 (2), 92-105.

O’Kelly, M.E. (1987). A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. European Journal of Operational Research 32, 393-404.

Owen, S. y Daskin, M. (1998). Strategic facility location: A review. European Journal of Operational Research, 111(3), 423-447.

QGIS User Guide Versión 1.8 QGIS Project, 10 de November de 2013.

ReVelle, C.S. y Eiselt, H.A. (2005). Location analysis: A synthesis and survey. European Journal of Operational Research, 165(1), 1-19.

ReVelle, C.S., Eiselt, H.A. y Daskin M.S. (2008). A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science. European Journal of Operational Research, 184, 817–848.

ANEXO I DATOS

Anexo I: Datos Terminales, Cruces y Calles.

La siguiente tabla describe el parámetro N necesario, es decir cada terminal su código identificativo único denominado Id. Terminales, en que calle se encuentra instalado (Id.Calle), con sus correspondientes coordenadas utm, x e y. Por último se define para cada terminal donde está instalado en Fachada, Interior o Sótano en la columna llamada Tipo Terminal.

Datos Terminales				
Id. Terminales	***Id. Calle***	***Coordenada X (m)***	***Coordenada Y (m)***	***Tipo Terminal***
T1	012782	236024.29	4141661.46	Fachada
T2	012782	236028.2	4141661.15	Fachada
T3	012782	236032.14	4141660.84	Interior
T4	012782	236043.72	4141659.93	Fachada
T5	012782	236057.4	4141658.83	Interior
T6	012782	236065.84	4141658.16	Fachada
T7	012782	236090.5	4141656.79	Fachada
T8	012782	236099.17	4141656.06	Fachada
T9	012782	236117.53	4141654.51	Fachada
T10	011231	236059.12	4141714.13	Fachada
T11	013642	235941.66	4141676.74	Interior
T12	013810	236297.76	4142193.72	Interior
T13	013810	236294.18	4142179.5	Interior
T14	013495	236337.51	4141913.86	Fachada
T15	011750	236338.11	4142216.43	Fachada
T16	011516	236342.71	4142155.94	Interior
T17	013495	236337.78	4141914.62	Fachada
T18	011211	236269.38	4141904.56	Interior
T19	011211	236266.77	4141902.27	Interior
T20	011211	236263.77	4141899.63	Fachada
T21	011211	236258.99	4141895.42	Fachada

T22	011211	236255.32	4141892.2	Interior
T23	010973	236238.71	4141890.02	Interior
T24	011493	236183.17	4142208.4	Fachada
T25	011493	236139.78	4141962.64	Interior
T26	013642	235920.39	4141889.27	Interior
T27	013642	235920.37	4141888.97	Interior
T28	011750	236346.87	4142213.12	Interior
T29	011844	236290	4141947.42	Interior
T30	012652	235984.11	4141711.56	Interior
T31	011493	236164.41	4142066.53	Fachada
T32	012652	235959.55	4141728.63	Interior
T33	012064	236248.71	4142221.09	Interior
T34	011534	236056.63	4142246.07	Fachada
T35	011211	236331.09	4142007.43	Fachada
T36	011493	236158.23	4142019.64	Interior
T37	011231	236050.85	4141714.61	Fachada
T38	011493	236161.7	4142133.23	Interior
T39	012782	236118.85	4141654.39	Interior
T40	012652	235984.68	4141709.15	Fachada
T41	012424	236189.69	4141763.96	Fachada
T42	013353	236085.69	4142202.92	Interior
T43	011907	236162.19	4141735.94	Fachada
T44	011907	236161.12	4141728.57	Interior
T45	012894	236089.51	4141604.57	Fachada
T46	012894	236112.23	4141602.78	Fachada
T47	011493	236164.35	4142066.06	Fachada
T48	011493	236163.33	4142058.34	Fachada
T49	011493	236162.62	4142052.91	Fachada
T50	011493	236158.54	4142021.96	Fachada
T51	011493	236156.21	4142004.33	Fachada
T52	010973	236062.89	4141921.5	Fachada
T53	011493	236159.84	4142031.88	Interior
T54	011493	236156.7	4142008.04	Interior

T55	011493	236156.9	4142009.6	Interior
T56	014232	236219.17	4142071.05	Fachada
T57	014232	236223.33	4142070.45	Fachada
T58	014232	236215.47	4142071.58	Fachada
T59	014232	236207.7	4142072.7	Fachada
T60	013642	235946.28	4141651.24	Interior
T61	011907	236172.35	4141761.27	Interior
T62	011493	236161.75	4142133.53	Fachada
T63	011493	236165.28	4142158.2	Interior
T64	011493	236159.5	4142117.86	Interior
T65	011493	236161.86	4142134.31	Interior
T66	011335	235958.06	4141882.59	Fachada
T67	012652	235987.65	4141657.49	Fachada
T68	014232	236237.05	4142068.48	Interior
T69	014232	236224.29	4142070.31	Interior
T70	011907	236154.74	4141699.88	Fachada
T71	011493	236163.6	4142060.34	Interior
T72	013353	236106.79	4142199.98	Interior
T73	013353	236127.17	4142197.13	Interior
T74	013353	236120.21	4142164.19	Interior
T75	013353	236096.63	4142167.53	Interior
T76	013353	236076.05	4142170.45	Interior
T77	011493	236178.84	4142219.93	Interior
T78	013353	236143.13	4142175.11	Interior
T79	011493	236163.15	4142143.29	Interior
T80	011493	236161.82	4142134.02	Fachada
T81	011750	236158.02	4142251.27	Interior
T82	011750	236132.59	4142258.4	Interior
T83	011750	236132.16	4142258.63	Interior
T84	011750	236127.94	4142260.85	Fachada
T85	011750	236118.34	4142265.9	Fachada
T86	011750	236114.11	4142268.13	Interior
T87	011750	236113.77	4142268.31	Fachada

T88	011750	236104.36	4142273.26	Fachada
T89	013892	236086.3	4141768.84	Interior
T90	011534	236084.04	4142269.61	Interior
T91	013642	235945.56	4141727.43	Interior
T92	011231	236049.36	4141714.7	Fachada
T93	013642	235941.72	4141731.44	Interior
T94	011231	236024.22	4141716.18	Interior
T95	013495	236336.56	4141911.14	Fachada
T96	011231	235990.07	4141718.19	Fachada
T97	011335	235956.41	4141876.87	Fachada
T98	011231	236051.52	4141714.57	Fachada
T99	011231	236038.94	4141715.31	Fachada
T100	013353	236127.34	4142197.1	Interior
T101	010973	236080.11	4141919.93	Fachada
T102	011534	235980.95	4141987.99	Interior
T103	011844	236222.8	4141961.45	Fachada
T104	011750	236262.58	4142234.9	Fachada
T105	013810	236300.56	4142161.35	Interior
T106	011750	236201.49	4142244.47	Fachada
T107	011844	236233.39	4141960.15	Interior
T108	013810	236300.36	4142160.57	Interior
T109	013353	236128.38	4142196.96	Interior
T110	014232	236183.28	4142076.21	Fachada
T111	011750	236336.83	4142216.89	Fachada
T112	011750	236354.14	4142210.21	Fachada
T113	011516	236359.27	4142195.29	Fachada
T114	011231	236026.64	4141716.04	Interior
T115	012652	235977.27	4141762.83	Interior
T116	013615	236348.21	4142126.25	Fachada
T117	011493	236181.26	4142237.45	Interior
T118	010973	235986.32	4141942.14	Fachada
T119	010973	236008.42	4141936.18	Fachada
T120	014232	236195.25	4142074.48	Fachada

T121	013353	236094.96	4142201.63	Interior
T122	014232	236182.04	4142076.38	Fachada
T123	013810	236312.29	4142209.27	Interior
T124	011493	236165.16	4142072.18	Fachada
T125	011493	236157.92	4142017.33	Fachada
T126	013353	236058.9	4142206.67	Interior
T127	012894	236087.7	4141604.59	Interior
T128	013615	236186.92	4142176.25	Interior
T129	010973	236244.86	4141889.14	Fachada
T130	012894	236138.96	4141600.68	Fachada
T131	012894	236134.13	4141601.06	Fachada
T132	012894	236118.33	4141602.3	Fachada
T133	010973	236313.73	4141861.91	Fachada
T134	012782	236087.81	4141657.02	Interior
T135	013642	235942.39	4141670.44	Interior
T136	011750	236085.09	4142270.56	Fachada
T137	013642	235947.6	4141644.7	Interior
T138	010973	235955.32	4141899.7	Interior
T139	010973	236076.91	4141907.75	Interior
T140	013642	235948.48	4141636.72	Interior
T141	014232	236298.57	4142043.98	Fachada
T142	011493	236170.45	4142194.25	Interior
T143	011907	236157.24	4141717.05	Interior
T144	011907	236157.13	4141716.35	Interior
T145	012424	236180.51	4141759.45	Interior
T146	013615	236284.77	4142150.63	Interior
T147	012424	236189.17	4141762.55	Fachada
T148	012424	236195.93	4141781.16	Interior
T149	012424	236201.9	4141797.58	Interior
T150	014096	236207.24	4141687.17	Fachada
T151	014096	236212.53	4141737.06	Fachada
T152	011534	236074.44	4142263.79	Fachada
T153	011844	236173.57	4141965.13	Fachada

T154	010973	236172.08	4141900.11	Fachada
T155	011493	236146.48	4141930.58	Fachada
T156	011907	236154.9	4141701	Interior
T157	011907	236152.86	4141686.95	Interior
T158	011907	236150.97	4141673.97	Fachada
T159	011907	236144.66	4141632.46	Interior
T160	011907	236151.05	4141674.56	Interior
T161	011907	236149.92	4141666.79	Fachada
T162	011907	236147.45	4141650.26	Interior
T163	012652	235981.9	4141802.56	Fachada
T164	011907	236144.9	4141633.99	Interior
T165	011907	236143.14	4141622.78	Interior
T166	011844	236292.69	4141942.2	Interior
T167	014232	236179.31	4142076.78	Interior
T168	011211	236293.01	4141941.58	Interior
T169	013353	236071.14	4142204.96	Interior
T170	010973	236245.83	4141889	Fachada
T171	012652	235994.86	4141870.11	Fachada
T172	010973	236246.94	4141888.84	Fachada
T173	012652	235986.83	4141660.62	Fachada
T174	012652	235987.29	4141658.87	Fachada
T175	012652	236001.07	4141646.2	Interior
T176	012652	235987.91	4141656.51	Fachada
T177	010145	236110.6	4141719.9	Interior
T178	010973	235953.71	4141900.64	Interior
T179	013892	236084.34	4141718.71	Fachada
T180	013810	236300.44	4142160.86	Interior
T181	012652	235977.24	4141762.53	Interior
T182	010688	236085.92	4141768.86	Interior
T183	013642	235920.67	4141836.99	Interior
T184	013642	235918.16	4141859.21	Interior
T185	013642	235918.2	4141858.8	Interior
T186	012894	236100.96	4141603.67	Fachada

T187	012894	236094.41	4141604.19	Fachada
T188	012894	236085.91	4141604.61	Fachada
T189	011750	236136.98	4142256.09	Fachada
T190	010129	236074.63	4141651.99	Fachada
T191	010129	236074.23	4141650.27	Fachada
T192	013615	236394.25	4142107.27	Fachada
T193	013615	236392.62	4142107.95	Fachada
T194	013615	236389.13	4142122.48	Fachada
T195	013615	236389.77	4142122.22	Fachada
T196	013615	236377.55	4142127.26	Fachada
T197	012894	236106.89	4141603.21	Fachada
T198	012782	236129.11	4141653.53	Interior
T199	011231	236035.25	4141715.53	Interior
T200	013353	236085.21	4142169.15	Interior
T201	011231	235999.45	4141717.64	Interior
T202	012652	235967.63	4141755.53	Fachada
T203	013495	236336.88	4141912.07	Fachada
T204	011231	236064.96	4141713.78	Fachada
T205	010973	236029.21	4141930.58	Fachada
T206	011493	236163.94	4142062.96	Fachada
T207	011493	236163.77	4142061.62	Fachada
T208	011493	236162.98	4142055.65	Fachada
T209	011493	236161.98	4142048.11	Fachada
T210	013353	236059.21	4142206.63	Interior
T211	011750	236381.44	4142199.25	Fachada
T212	011750	236279.02	4142232.33	Interior
T213	011750	236261.36	4142235.09	Fachada
T214	014232	236311.54	4142069.36	Fachada
T215	013024	236279.07	4142015.58	Fachada
T216	011844	236241.35	4141980.42	Fachada
T217	011844	236286.28	4141973.78	Fachada
T218	011844	236185.06	4141988.58	Fachada
T219	011844	236172.73	4141990.37	Interior

T220	011844	236169.61	4141990.82	Fachada
T221	011844	236166.96	4141991.2	Fachada
T222	011844	236215.31	4141984.2	Fachada
T223	011844	236162.73	4141991.81	Fachada
T224	013642	235949.7	4141625.7	Interior
T225	011211	236351.37	4142046.97	Interior
T226	010973	236019.58	4141866.73	Fachada
T227	012652	235982.86	4141810.23	Interior
T228	011750	236275.54	4142232.88	Interior
T229	011534	236052.65	4142239.09	Fachada
T230	011534	236053.12	4142239.92	Interior
T231	011534	236053.88	4142241.24	Fachada
T232	011534	236054.49	4142242.32	Fachada
T233	011534	236055.07	4142243.33	Fachada
T234	011335	235958.14	4141882.88	Interior
T235	011335	235960.73	4141891.87	Fachada
T236	013024	236274.98	4141986.89	Fachada
T237	011844	236227.77	4141960.84	Fachada
T238	012894	236112.23	4141602.78	Interior
T239	011844	236236.46	4141959.77	Interior
T240	011844	236240.97	4141959.21	Fachada
T241	011844	236238.39	4141959.53	Fachada
T242	011844	236232.88	4141960.21	Interior
T243	011844	236256.91	4141957.25	Interior
T244	011844	236257.3	4141957.2	Fachada
T245	014232	236303.27	4142053.17	Fachada
T246	014232	236304.18	4142054.96	Interior
T247	014232	236313.91	4142074	Fachada
T248	014232	236310.32	4142066.97	Interior
T249	013024	236269.83	4142043.17	Interior
T250	013024	236267.2	4142024.62	Interior
T251	013024	236265.66	4142013.77	Interior
T252	013024	236264.06	4142002.42	Interior

T253	013024	236261	4141980.79	Fachada
T254	014232	236226.35	4142070.02	Interior
T255	011231	236049.06	4141714.72	Fachada
T256	013024	236282.44	4142039.28	Interior
T257	011750	236157.8	4142251.31	Interior
T258	011211	236336.43	4142017.84	Fachada
T259	011211	236333.04	4142011.22	Interior
T260	011211	236329.63	4142004.57	Fachada
T261	013616	236374.92	4142063.87	Interior
T262	013495	236369.59	4142003.19	Interior
T263	013495	236378.55	4142026.86	Interior
T264	014232	236292.38	4142044.22	Fachada
T265	014232	236299.19	4142045.18	Fachada
T266	014232	236298.73	4142044.29	Interior
T267	012782	236119.25	4141654.36	Interior
T268	011907	236145.85	4141640.07	Fachada
T269	013353	236085.97	4142202.89	Interior
T270	013616	236338.64	4142071.83	Interior
T271	013616	236339.23	4142071.4	Fachada
T272	013616	236339.8	4142070.98	Fachada
T273	011211	236365.41	4142039.86	Interior
T274	012652	235980.99	4141850.29	Interior
T275	011211	236347.16	4142038.76	Interior
T276	011211	236345.48	4142035.49	Fachada
T277	011211	236347.39	4142039.22	Fachada
T278	011211	236340.63	4142026.04	Fachada
T279	011211	236340.13	4142025.05	Interior
T280	011750	236194.56	4142245.55	Fachada
T281	012652	235995.26	4141871.15	Fachada
T282	011211	236361.19	4142031.69	Fachada
T283	011211	236321.59	4141988.89	Fachada
T284	011211	236320.18	4141986.15	Fachada
T285	011211	236318.47	4141982.81	Fachada

T286	011211	236342.1	4141994.67	Fachada
T287	011211	236333.89	4141978.76	Fachada
T288	012782	236024.59	4141661.43	Fachada
T289	013495	236337.25	4141913.11	Fachada
T290	012652	235981.74	4141854.99	Interior
T291	012652	235980.35	4141846.25	Interior
T292	012652	235978.96	4141837.56	Fachada
T293	012652	235978.22	4141832.96	Interior
T294	012652	235976.46	4141821.91	Fachada
T295	012652	235974.37	4141808.84	Fachada
T296	012652	235973.4	4141802.74	Fachada
T297	012652	235971.88	4141793.22	Fachada
T298	012652	235971.04	4141787.99	Fachada
T299	012652	235970.01	4141781.52	Fachada
T300	010688	236001.24	4141775.46	Interior
T301	013642	235919.87	4141843.91	Interior
T302	013810	236308.62	4142194.28	Interior
T303	012652	235985.34	4141829.99	Fachada
T304	012652	235987.23	4141840.6	Fachada
T305	012652	235988.55	4141847.41	Interior
T306	012652	235990.41	4141856.95	Fachada
T307	012652	235990.84	4141859.2	Fachada
T308	012652	235996.56	4141874.54	Fachada
T309	012652	235996.78	4141875.12	Interior
T310	012652	235986.05	4141881.94	Fachada
T311	012652	235985.03	4141875.56	Interior
T312	012652	235983.61	4141866.7	Fachada
T313	014232	236189.23	4142075.35	Fachada
T314	011844	236275.85	4141954.69	Fachada
T315	012652	235981.85	4141726.12	Fachada
T316	012652	235980.12	4141738.86	Interior
T317	012652	235979.95	4141740.13	Interior
T318	012652	235979.25	4141745.35	Interior

T319	012652	235978.72	4141749.24	Interior
T320	012652	235977.98	4141769.82	Fachada
T321	012652	235980.01	4141787.49	Fachada
T322	012652	235981.26	4141797.45	Interior
T323	011844	236180.89	4141989.18	Fachada
T324	011844	236255	4141957.48	Interior
T325	010973	236245.22	4141889.09	Fachada
T326	010973	236245.54	4141889.04	Fachada
T327	011211	236283.36	4141916.91	Fachada
T328	011211	236281.74	4141915.43	Fachada
T329	011211	236282.21	4141915.84	Fachada
T330	011211	236269.68	4141904.83	Interior
T331	013892	236084	4141703.05	Interior
T332	011516	236329.98	4142113	Fachada
T333	012652	235994.12	4141672.3	Fachada
T334	012652	235988.62	4141692.92	Interior
T335	012652	235986.09	4141703.19	Fachada
T336	012652	235985.65	4141705.04	Interior
T337	014232	236185.97	4142075.82	Fachada
T338	011907	236162.05	4141734.96	Fachada
T339	010688	236058.47	4141770.99	Fachada
T340	012782	236029.55	4141661.05	Interior
T341	012782	236045.85	4141659.76	Fachada
T342	012782	236052.42	4141659.23	Fachada
T343	012782	236061.42	4141658.51	Fachada
T344	012782	236063.13	4141658.37	Fachada
T345	012782	236119.87	4141654.31	Fachada
T346	012782	236124.67	4141653.9	Fachada
T347	012782	236141.17	4141652.51	Interior
T348	012782	236019.64	4141661.82	Fachada
T349	011534	236081.97	4142268.15	Fachada
T350	011534	236074.18	4142263.67	Interior
T351	011534	236070.11	4142261.85	Fachada

T352	013892	236084.3	4141717.18	Fachada
T353	011534	236074.01	4142263.59	Fachada
T354	013892	236084.53	4141727.49	Fachada
T355	013892	236084.73	4141736.81	Fachada
T356	013892	236084.81	4141740.29	Fachada
T357	013892	236085.42	4141752.25	Interior
T358	010973	236046.25	4141925.98	Fachada
T359	010688	236015.46	4141774.35	Interior
T360	010688	236026.08	4141773.52	Interior
T361	010688	236030.16	4141773.21	Interior
T362	011493	236140.27	4141966.2	Interior
T363	011750	236389.92	4142195.85	Interior
T364	013353	236086.19	4142169.01	Interior
T365	013353	236087.1	4142168.88	Interior
T366	011493	236163.43	4142145.29	Interior
T367	010145	236106.86	4141720.15	Fachada
T368	010145	236110.89	4141719.89	Fachada
T369	010145	236128.68	4141718.73	Fachada
T370	010145	236140.59	4141717.95	Interior
T371	013892	236084.26	4141714.99	Fachada
T372	013892	236077.91	4141666.18	Fachada
T373	013892	236079.16	4141672.69	Fachada
T374	013892	236082.33	4141690.18	Interior
T375	013892	236083.1	4141694.41	Fachada
T376	013810	236313.52	4142214.27	Fachada
T377	011750	236237.87	4142239.97	Interior
T378	013892	236077.49	4141664.36	Interior
T379	013810	236300.48	4142161.06	Interior
T380	012652	235969.71	4141779.63	Fachada
T381	012652	235967.19	4141763.84	Interior
T382	012652	235967.55	4141756.8	Interior
T383	011750	236237.93	4142239.96	Interior
T384	012652	235968.41	4141743.25	Fachada

T385	012652	235970.52	4141733.61	Fachada
T386	012652	235980.31	4141685.74	Fachada
T387	012652	235981.43	4141681.41	Interior
T388	012652	235984.45	4141669.79	Fachada
T389	012652	235986.31	4141662.61	Fachada
T390	012782	236029.77	4141661.03	Fachada
T391	011516	236359.8	4142196.54	Fachada
T392	011844	236211.84	4141962.8	Interior
T393	010973	236136.67	4141875.89	Interior
T394	010973	236129.27	4141900.8	Interior
T395	013615	236347.77	4142126.43	Fachada
T396	011516	236359.08	4142194.83	Interior
T397	012652	235984.19	4141711.22	Interior
T398	013616	236332.32	4142076.43	Interior
T399	013353	236100.89	4142200.8	Interior
T400	011231	236026.94	4141716.02	Interior

A continuación mostramos la tabla donde indicamos cada posición con que calle tiene visibilidad, es decir el conjunto o set W:

Correspondencia Posición con Calle		
ID Posición	ID Calle	Nombre Calle
1	010973	AV\ EDUARDO DATO
1	013642	CL\ JUAN DE MATA CARRIAZO
2	010973	AV\ EDUARDO DATO
2	011335	CL\ GUADAIRA
3	010973	AV\ EDUARDO DATO
3	012652	CL\ SAN BERNARDO
4	012652	CL\ SAN BERNARDO
4	010688	CL\ COFIA

5	010688	CL\ COFIA
5	013892	CL\ SANTISIMO CRISTO DE LA SALUD
6	012652	CL\ SAN BERNARDO
6	011231	CL\ GALLINATO
7	011231	CL\ GALLINATO
7	010145	CL\ ALONSO TELLO
8	010145	CL\ ALONSO TELLO
8	011907	CL\ MARQUES DE ESTELLA
9	012782	CL\ SANTO REY
9	012652	CL\ SAN BERNARDO
10	012782	CL\ SANTO REY
10	013892	CL\ SANTISIMO CRISTO DE LA SALUD
10	010129	CL\ ALMONACID
11	011907	CL\ MARQUES DE ESTELLA
11	012782	CL\ SANTO REY
12	010129	CL\ ALMONACID
12	012894	CL\ TENTUDIA
13	012894	CL\ TENTUDIA
13	011907	CL\ MARQUES DE ESTELLA
14	010973	AV\ EDUARDO DATO
14	012424	CL\ PORTA COELI
14	014096	CL\ PARROCO JOSE ALVAREZ ALLENDE
15	013642	CL\ JUAN DE MATA CARRIAZO
16	010973	AV\ EDUARDO DATO
16	011534	CL\ JOSE MARIA MORENO GALVAN
17	013353	CL\ JUGLAR
17	011534	CL\ JOSE MARIA MORENO GALVAN
18	011534	CL\ JOSE MARIA MORENO GALVAN
18	011750	CL\ LUIS MONTOTO
19	011750	CL\ LUIS MONTOTO
19	011493	CL\ JIMENEZ ARANDA
20	011493	CL\ JIMENEZ ARANDA
20	013615	CL\ BLANCO WHITE

21	011493	CL\ JIMENEZ ARANDA
21	014232	CL\ PADRE LUQUE
22	011493	CL\ JIMENEZ ARANDA
22	011844	CL\ CHAVES NOGALES
23	010973	AV\ EDUARDO DATO
23	011493	CL\ JIMENEZ ARANDA
24	010973	AV\ EDUARDO DATO
24	011211	CL\ FUENTEOVEJUNA
25	011211	CL\ FUENTEOVEJUNA
25	011844	CL\ CHAVES NOGALES
26	011844	CL\ CHAVES NOGALES
26	013024	CL\ TROVADOR
27	014232	CL\ PADRE LUQUE
27	013024	CL\ TROVADOR
27	011516	CL\ JOSE DE LA CAMARA
28	013615	CL\ BLANCO WHITE
28	011516	CL\ JOSE DE LA CAMARA
29	013810	CL\ MANUEL HALCON
29	011750	CL\ LUIS MONTOTO
29	012064	CL\ NEBLI
30	011750	CL\ LUIS MONTOTO
30	011516	CL\ JOSE DE LA CAMARA
31	013615	CL\ BLANCO WHITE
31	013495	AV\ LA BUHAIRA
32	013616	CL\ JUAN SIERRA
32	013495	AV\ LA BUHAIRA
33	013495	AV\ LA BUHAIRA
33	010973	AV\ EDUARDO DATO
34	010973	AV\ EDUARDO DATO

Detallamos el conjunto Q, correspondiente a la id. para cada calle:

ID Calle
010129
010145
010688
010973
011211
011231
011335
011493
011516
011534
011750
011844
011907
012064
012424
012652
012782
012894
013024
013353
013495
013615
013616
013642
013810
013892
014096
014232

Describimos las coordenadas utm x e y para cada una de las posibles posiciones candidatas:

ID Posición	*Coordenada X (m)*	*Coordenada Y (m)*
1	235922	4141917.5
2	235959	4141908.3
3	235994.2	4141894
4	235967	4141777.1
5	236090.3	4141767.58
6	235965.7	4141717.6
7	236064.6	4141712.4
8	236156	4141714.7
9	235985.17	4141659.7
10	236068.99	4141651.34
11	236150.51	4141647.28
12	236059.3	4141606.1
13	236135.7	4141596.3
14	236232.5	4141858.8
15	235934.1	4141731.7
16	235928.3	4141944.2
17	236014.6	4142194.4
18	236071.8	4142297.6
19	236179.4	4142260.2
20	236169.8	4142176.4
21	236159.6	4142081.8
22	236144.8	4141980.1
23	236131.5	4141891.4
24	236252.1	4141867.6
25	236306.8	4141955.4
26	236259	4141960.9
27	236271.8	4142064.8
28	236329	4142132.2
29	236369.2	4142212.9
30	236368.9	4142214.2
31	236417.5	4142094.8
32	236392.7	4142034.5
33	236324.4	4141847.8
34	235893.8	4141935.0

ANEXO II, MODELOS 0,1, 2 Y 3_GMPL(AMPL)

Anexo II: Modelos 0,1 y 2 en lenguaje GMPL (subconjunto del AMPL).

```
/* RLP; Router Location Problem*/

/* Written in GNU MathProg */

param BIG_M:=100000;

set P; #Conjunto de posibles ubicaciones de routers y concentradores

set Q; #Conjunto de calles

set W, within P cross Q;#contiene posibles ubicaciones cruzado con calles

param p_x{P}; #Posicion x de cada nodo router

param p_y{P}; #Posicion y de cada nodo router

param D_MAX_R_R;#distancia maxima entre router y router

param d_j_j{a in P, b in P}:=sqrt((p_x[a]-p_x[b])^2+(p_y[a]-p_y[b])^2); #
Distancia entre dos posibles ubicaciones de los routers

param PQ{j in P, k in Q}:=(if (j,k) in W then 1 else 0); #relaciona si la
posición j está en la calle k

param PP{j in P, jj in P}:=(if sum {k in Q} PQ[j,k]*PQ[jj,k]>=1 and j!=jj and
d_j_j[j,jj]<D_MAX_R_R then 1 else 0); #relaciona si la posición j está en la
calle k

set NF:= {card(P)+1};#nodo final

set NI:= {0};#nodo inicial

set C; #subconjunto de posiciones para concentradores

set N;#subconjunto de terminales

param t_x{i in N}; #Posicion x de cada nodo terminal

param t_y{i in N}; #Posicion y de cada nodo terminal

param t_Tipo{i in N}, symbolic; #Indica el tipo de terminal para cada Nodo

set H;#Conjunto de Distancias para tipo de terminales

param dTrans{h in H}; #Distancia de transimisión del terminal tipo h

param d_i_j{i in N,j in P: j not in C}:=sqrt((t_x[i]-p_x[j])^2+(t_y[i]-
p_y[j])^2); # Distancia entre el nodo terminal i y la posible posición j del
router

param q_t{i in N};

param TC{i in N, k in Q}:=(if q_t[i]=k then 1 else 0); #relaciona si el terminal
i está asociado a la calle k

param TP{i in N, j in P}:=(if sum {k in Q} PQ[j,k]*TC[i,k]>=1 and
d_i_j[i,j]<dTrans[t_Tipo[i]] then 1 else 0); #relaciona si la posición j está en
la calle k

set B:={i in N, j in P: j not in C and TP[i,j]=1 };

set NB := setof {(i,j) in B} i; #Terminales con acceso a algún router o
concentrador

set PB := setof {(i,j) in B} j; #posiciones en las que puede haber router, no se
```

```
incluyen las posiciones de los concentradores

set A:={i in P, j in P: PP[i,j]=1 } union P cross NF union C cross NF union B
union NI cross N;#Conjunto de arcos del grafo completo

set L := setof {(i,j) in A: j not in NF and i not in NI} i;#L es el conjunto de
nodos sin el 0 y el sumidero o nodo final

set TSA :=  N diff NB; #TSA son los Terminales sin Acceso a Router en la misma
calle por distancia  o que no hay ninguna esquina viable

var n_R{j in PB},integer; # n° de routers en base a flujo

var n_C{j in C},integer;#n° de concentradores

var y{(i,j) in A},>=0; es la variable de flujo entre el nodo i y el j. Representa
el número de terminales que se enlazan desde dos posiciones.

var S_Dist;

check: card(N)=card(NB); #Comprueba que  No hay terminales sin acceso a algún
router

param T_R_MAX;#numero maximo de terminales por router

param T_C_MAX;#numero maximo de terminales por concentrador

param R_C_MAX;#numero maximo de router por concentrador

param CR; #Coste Router

param CC; #Coste Conccentrador


#Modelo 0#

#minimize CosteTotal:CR*sum{j in P diff C} n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];

#Fin Modelo 0#


#Modelo 1#

#FASE 1_Modelo_1

#minimize CosteTotal:CR*sum{j in P diff C} n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];

#Fin Fase 1_Modelo_1



#FASE 2_Modelo_1


#minimize CosteTotal:sum{(i,j) in A} y[i,j];


#s.t. ContR1b :sum{j in P diff C} n_R[j]= resultado numero routers fase 1;

#s.t. ContC1b :sum{i in C} n_C[i]= resultado numero concentradores fase 1;


#FIN Modelo1#


#Modelo 2#

#FASE 1_Modelo_2

#minimize CosteTotal:CR*sum{j in P diff C} n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];

#Fin Fase 1_Modelo_2
```

```
#FASE 2_Modelo_2
minimize CosteTotal: S_Dist+sum{(i,j) in A} y[i,j] ;
s.t. S_Dist_R:  S_Dist = sum{(i,j) in A: i in N and j != i}d_i_j[i, j]*y[i,j];
#s.t. ContR1b :sum{j in P diff C} n_R[j]= resultado numero routers fase 1;
#s.t. ContC1b :sum{i in C} n_C[i]= resultado numero concentradores fase 1;
#Fin Modelo 2#


#contador de routers
s.t. ContR1 {i in L diff N: i not in C}: n_R[i]>= ((sum{j in L: (j,i) in A}
y[j,i]) - y[i,card(P)+1] )/T_R_MAX;
#contador de concentradores
s.t. ContC1 {i in C}: n_C[i]>= sum{j in L: (j,i) in A} y[j,i]/T_C_MAX;
#Número de routers máximo por concentrador
s.t. ContC3{j in C}: sum{i in P: (i,j) in A} n_R[i]<=R_C_MAX;
s.t. InyeccionFlujo{j in N}: y[0,j]= 1;
s.t. BalanceFlujo{i in L}: sum{(j,i) in A} y[j,i] = sum{(i,j) in A} y[i,j];
s.t. SumideroFlujo{j in NF}: sum {i in C} y[i,j]= card(N);
printf{i in TSA} "\n\nTerminal sin acceso a Router %3d\n\n",  i;
solve;
printf "\n\n";
printf "\n\n";
printf "S_Dist: %3g\n" , S_Dist;
printf "N° Routers: %8d N° Concentradores: %3d\n", sum {i in P diff C} n_R[i],
sum {i in C}n_C[i];
printf "Coste Total Routers: %8d Coste Total Concentradores: %3d\n", sum{j in P
diff C} n_R[j]*CR,sum{j in C} n_C[j]*CC;
printf "\nFlujos\n";
printf{ (i,j) in A: y[i,j]>0 } "%3s %3s %8g\n", i,j, y[i,j];
printf "\nRouters\n";
#Routers
printf {i in P diff C: n_R[i]>0} "Pos %3d: n° de routers %3d\n", i,n_R[i];
printf "\nDistancia\n";
printf {(i,j) in A: i in N}"d[%s, %s]: %3g\n" , i, j, d_i_j[i, j];


data;


"Descritos en el Anexo I"


end;
```

Cambios Modelo 3_Routers_GPRS:

```
var n_G{j in PB},integer; nº de routers GPRS en base a flujo
param T_G_MAX; número máximo de terminales por router GPRS
param CG; Coste del GPRS
```

#FASE 1_Modelo_1

```
#minimize CosteTotal:CG*sum{j in P diff C} n_G[j]+CR*sum{j in P diff C}
n_R[j]+CC*sum{j in C} n_C[j];
```

#Fin Fase 1_Modelo_3

#FASE 2_Modelo_3

```
minimize CosteTotal:  S_Dist+sum{(i,j) in A} y[i,j] ;

s.t. S_Dist_R:   S_Dist = sum{(i,j) in A: i in N and j != i}d_i_j[i,
j]*y[i,j];
#s.t. ContR1b :sum{j in P diff C} n_R[j]= resultado numero routers fase 1;
#s.t. ContC1b :sum{i in C} n_C[i]= resultado numero concentradores fase 1;
s.t. ContGPRS : sum{j in P diff C} n_G[j]= resultado numero routers fase 1;
```

#Fin Modelo 3#

```
#contador de routers
s.t. ContR1 {i in L diff N: i not in C}: n_R[i]>= ((sum{j in L: (j,i) in
A} y[j,i]) - y[i,card(P)+1] )/T_R_MAX;
s.t. ContR2 {i in L diff N: i not in C}: n_R[i]<= ((sum{j in L: (j,i) in
A} y[j,i]) - y[i,card(P)+1] )*BIG_M;
s.t. ContG1 {i in L diff N: i not in C}: n_G[i]>= (y[i,card(P)+1] )/T_G_MAX;
s.t. ContG2 {i in L diff N: i not in C}: n_G[i]<= y[i,card(P)+1]*BIG_M;
#contador de concentradores
s.t. ContC1 {i in C}: n_C[i]>= sum{j in L: (j,i) in A} y[j,i]/T_C_MAX;
s.t. ContC2 {i in C}: n_C[i]<= BIG_M*sum{j in L: (j,i) in A} y[j,i];
s.t. ContC5{j in C}: sum{i in P: (i,j) in A} n_R[i]<=n_C[j]*R_C_MAX;
```

ANEXO III, RESULTADO MODELO 0

Anexo III: Resultado Modelo 0:

El coste de routers y concentradores resultante es:

Nº Routers:	47	Nº Concentradores:	1
Coste	4.606 €		520 €

Coste Total	5.126 €

La asignación de posiciones de cada terminal son:

Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición
T1	9	T136	19	T271	32
T2	9	T137	15	T272	32
T3	9	T138	3	T273	25
T4	9	T139	2	T274	4
T5	9	T140	15	T275	25
T6	9	T141	27	T276	25
T7	9	T142	19	T277	25
T8	9	T143	11	T278	25
T9	9	T144	11	T279	25
T10	6	T145	14	T280	29
T11	15	T146	31	T281	3
T12	29	T147	14	T282	25
T13	29	T148	14	T283	25
T14	32	T149	14	T284	25
T15	29	T150	14	T285	24
T16	28	T151	14	T286	24
T17	32	T152	17	T287	24
T18	24	T153	25	T288	11
T19	24	T154	14	T289	32
T20	24	T155	23	T290	3

T21	24	T156	11	T291	3
T22	24	T157	11	T292	3
T23	14	T158	11	T293	3
T24	22	T159	11	T294	3
T25	23	T160	11	T295	3
T26	1	T161	13	T296	3
T27	1	T162	11	T297	3
T28	29	T163	3	T298	4
T29	25	T164	11	T299	4
T30	9	T165	11	T300	4
T31	23	T166	25	T301	1
T32	9	T167	27	T302	29
T33	29	T168	24	T303	4
T34	17	T169	17	T304	4
T35	24	T170	24	T305	3
T36	23	T171	3	T306	4
T37	6	T172	24	T307	3
T38	21	T173	3	T308	3
T39	9	T174	3	T309	4
T40	3	T175	6	T310	3
T41	14	T176	3	T311	4
T42	17	T177	7	T312	3
T43	11	T178	3	T313	27
T44	11	T179	10	T314	22
T45	13	T180	29	T315	3
T46	13	T181	3	T316	9
T47	23	T182	4	T317	9
T48	23	T183	1	T318	3
T49	23	T184	1	T319	3
T50	23	T185	1	T320	3
T51	23	T186	13	T321	3
T52	1	T187	13	T322	3
T53	23	T188	13	T323	22
T54	23	T189	19	T324	22

T55	23	T190	10	T325	24
T56	21	T191	10	T326	24
T57	21	T192	31	T327	24
T58	21	T193	31	T328	24
T59	21	T194	31	T329	24
T60	15	T195	31	T330	24
T61	11	T196	31	T331	10
T62	23	T197	13	T332	28
T63	19	T198	9	T333	3
T64	22	T199	6	T334	9
T65	19	T200	17	T335	3
T66	2	T201	6	T336	9
T67	3	T202	3	T337	27
T68	21	T203	32	T338	11
T69	21	T204	6	T339	4
T70	11	T205	3	T340	11
T71	21	T206	23	T341	11
T72	17	T207	23	T342	11
T73	17	T208	23	T343	11
T74	17	T209	23	T344	11
T75	17	T210	17	T345	11
T76	17	T211	29	T346	11
T77	19	T212	29	T347	11
T78	17	T213	19	T348	11
T79	21	T214	27	T349	17
T80	23	T215	27	T350	17
T81	19	T216	25	T351	17
T82	19	T217	22	T352	10
T83	19	T218	22	T353	17
T84	19	T219	22	T354	10
T85	19	T220	22	T355	10
T86	19	T221	25	T356	10
T87	19	T222	22	T357	10
T88	19	T223	22	T358	3

T89	10	T224	15	T359	4
T90	17	T225	25	T360	4
T91	15	T226	3	T361	4
T92	6	T227	3	T362	23
T93	15	T228	29	T363	29
T94	6	T229	17	T364	17
T95	32	T230	17	T365	17
T96	6	T231	17	T366	21
T97	2	T232	17	T367	7
T98	6	T233	17	T368	7
T99	6	T234	2	T369	7
T100	17	T235	2	T370	7
T101	1	T236	27	T371	10
T102	16	T237	22	T372	10
T103	25	T238	13	T373	10
T104	19	T239	22	T374	10
T105	29	T240	22	T375	10
T106	19	T241	22	T376	29
T107	25	T242	22	T377	29
T108	29	T243	22	T378	10
T109	17	T244	22	T379	29
T110	21	T245	27	T380	3
T111	19	T246	27	T381	9
T112	29	T247	27	T382	3
T113	28	T248	27	T383	29
T114	6	T249	27	T384	3
T115	3	T250	27	T385	3
T116	31	T251	27	T386	3
T117	19	T252	27	T387	9
T118	1	T253	27	T388	9
T119	1	T254	21	T389	9
T120	21	T255	6	T390	11
T121	17	T256	27	T391	28
T122	27	T257	19	T392	22

T123	29	T258	25	T393	3
T124	23	T259	25	T394	3
T125	23	T260	25	T395	31
T126	17	T261	32	T396	28
T127	13	T262	31	T397	9
T128	28	T263	31	T398	32
T129	24	T264	27	T399	17
T130	13	T265	21	T400	6
T131	13	T266	27		
T132	13	T267	11		
T133	24	T268	11		
T134	9	T269	17		
T135	15	T270	32		

En la siguiente tabla mostramos los flujos de terminales entre posiciones:

Flujos de	Posición a	Posición	Flujo
	1	34	18
	2	34	5
	3	34	157
	4	3	14
	6	3	19
	7	6	5
	9	3	79
	10	9	16
	11	9	40
	13	11	12
	14	34	9
	15	1	8
	16	34	31
	17	16	30
	19	23	40
	21	23	20
	22	23	19

23	34	100
24	34	40
25	24	20
27	21	6
27	28	14
28	31	20
29	19	20
31	33	30
32	33	10
33	34	40
34	35	400

Los routers a instalar por posición son:

Routers			
Pos	1	nº de routers a instalar	1
Pos	2	nº de routers a instalar	1
Pos	3	nº de routers a instalar	8
Pos	4	nº de routers a instalar	1
Pos	6	nº de routers a instalar	1
Pos	7	nº de routers a instalar	1
Pos	9	nº de routers a instalar	4
Pos	10	nº de routers a instalar	1
Pos	11	nº de routers a instalar	2
Pos	13	nº de routers a instalar	1
Pos	14	nº de routers a instalar	1
Pos	15	nº de routers a instalar	1
Pos	16	nº de routers a instalar	2
Pos	17	nº de routers a instalar	2
Pos	19	nº de routers a instalar	2
Pos	21	nº de routers a instalar	1
Pos	22	nº de routers a instalar	1
Pos	23	nº de routers a instalar	5
Pos	24	nº de routers a instalar	2
Pos	25	nº de routers a instalar	1

Pos	27	nº de routers a instalar	1
Pos	28	nº de routers a instalar	1
Pos	29	nº de routers a instalar	1
Pos	31	nº de routers a instalar	2
Pos	32	nº de routers a instalar	1
Pos	33	nº de routers a instalar	2

ANEXO IV, RESULTADO MODELO 1

Anexo IV: Resultado Modelo 1:

El coste de routers y concentradores resultante es:

Nº Routers:	47	Nº Concentradores:	1
Coste	4.606 €		520 €

Coste Total	5.126 €

La asignación de posiciones de cada terminal son:

Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición
T1	9	T136	19	T271	32
T2	9	T137	15	T272	32
T3	9	T138	16	T273	25
T4	9	T139	23	T274	3
T5	9	T140	15	T275	25
T6	9	T141	21	T276	24
T7	9	T142	21	T277	24
T8	9	T143	11	T278	24
T9	9	T144	11	T279	25
T10	6	T145	14	T280	19
T11	15	T146	20	T281	3
T12	29	T147	14	T282	24
T13	29	T148	14	T283	24
T14	33	T149	14	T284	24
T15	19	T150	14	T285	24
T16	27	T151	14	T286	24
T17	33	T152	18	T287	24
T18	24	T153	22	T288	9
T19	24	T154	33	T289	33
T20	24	T155	23	T290	3

T21	24	T156	11	T291	3
T22	24	T157	11	T292	3
T23	33	T158	11	T293	3
T24	21	T159	11	T294	3
T25	23	T160	11	T295	3
T26	1	T161	11	T296	3
T27	1	T162	11	T297	3
T28	29	T163	3	T298	3
T29	22	T164	11	T299	3
T30	6	T165	11	T300	4
T31	23	T166	25	T301	1
T32	6	T167	21	T302	29
T33	29	T168	24	T303	3
T34	18	T169	17	T304	3
T35	24	T170	33	T305	3
T36	23	T171	3	T306	3
T37	6	T172	33	T307	3
T38	21	T173	3	T308	3
T39	9	T174	3	T309	3
T40	3	T175	6	T310	3
T41	14	T176	3	T311	3
T42	17	T177	7	T312	3
T43	11	T178	16	T313	21
T44	11	T179	10	T314	25
T45	12	T180	29	T315	3
T46	12	T181	3	T316	6
T47	23	T182	4	T317	6
T48	23	T183	1	T318	3
T49	23	T184	1	T319	3
T50	23	T185	1	T320	3
T51	23	T186	12	T321	3
T52	2	T187	12	T322	3
T53	23	T188	12	T323	25

T54	23	T189	19	T324	25
T55	23	T190	10	T325	33
T56	21	T191	10	T326	33
T57	21	T192	20	T327	24
T58	21	T193	20	T328	24
T59	21	T194	20	T329	24
T60	15	T195	20	T330	24
T61	11	T196	20	T331	10
T62	23	T197	12	T332	28
T63	21	T198	9	T333	3
T64	21	T199	6	T334	6
T65	21	T200	17	T335	3
T66	2	T201	6	T336	6
T67	3	T202	3	T337	21
T68	21	T203	33	T338	11
T69	21	T204	6	T339	4
T70	11	T205	2	T340	9
T71	20	T206	23	T341	9
T72	17	T207	23	T342	9
T73	17	T208	23	T343	9
T74	17	T209	23	T344	9
T75	17	T210	17	T345	9
T76	17	T211	19	T346	9
T77	21	T212	19	T347	11
T78	17	T213	19	T348	9
T79	21	T214	21	T349	18
T80	23	T215	27	T350	18
T81	19	T216	22	T351	18
T82	19	T217	22	T352	10
T83	19	T218	22	T353	18
T84	19	T219	22	T354	10
T85	19	T220	22	T355	10
T86	19	T221	22	T356	5

T87	19	T222	22	T357	5
T88	19	T223	22	T358	24
T89	10	T224	15	T359	4
T90	18	T225	25	T360	4
T91	15	T226	2	T361	4
T92	6	T227	3	T362	23
T93	15	T228	19	T363	29
T94	6	T229	18	T364	17
T95	33	T230	18	T365	17
T96	6	T231	18	T366	21
T97	2	T232	18	T367	7
T98	6	T233	18	T368	7
T99	6	T234	2	T369	7
T100	17	T235	2	T370	7
T101	2	T236	27	T371	5
T102	16	T237	25	T372	5
T103	22	T238	12	T373	5
T104	19	T239	25	T374	5
T105	29	T240	25	T375	5
T106	19	T241	25	T376	29
T107	22	T242	25	T377	19
T108	29	T243	25	T378	5
T109	17	T244	25	T379	29
T110	21	T245	21	T380	3
T111	19	T246	21	T381	3
T112	19	T247	21	T382	3
T113	28	T248	27	T383	19
T114	6	T249	27	T384	3
T115	3	T250	27	T385	3
T116	20	T251	27	T386	3
T117	20	T252	27	T387	4
T118	23	T253	27	T388	3
T119	23	T254	21	T389	3

T120	21	T255	6	T390	9
T121	17	T256	27	T391	28
T122	21	T257	19	T392	25
T123	29	T258	24	T393	14
T124	23	T259	25	T394	23
T125	23	T260	24	T395	20
T126	17	T261	32	T396	28
T127	12	T262	32	T397	4
T128	20	T263	32	T398	32
T129	33	T264	21	T399	17
T130	12	T265	21	T400	6
T131	12	T266	21		
T132	12	T267	9		
T133	33	T268	11		
T134	9	T269	17		
T135	15	T270	32		

En la siguiente tabla mostramos los flujos de terminales entre posiciones:

Flujos de	Posición a	Posición	Flujo
	1	34	14
	2	34	8
	3	34	150
	4	3	16
	5	4	8
	6	3	25
	7	6	5
	9	3	60
	10	9	19
	11	9	18
	12	10	11
	14	34	8
	15	1	8
	16	34	40
	17	16	18
	18	16	19

19	23	28
20	23	15
21	23	40
22	23	12
23	34	120
24	34	40
25	24	17
27	21	10
28	20	4
29	18	7
29	19	5
32	33	7
33	34	20
34	35	400

Los routers a instalar por posición son:

Routers			
Pos	1	nº de routers a instalar	1
Pos	2	nº de routers a instalar	1
Pos	3	nº de routers a instalar	8
Pos	4	nº de routers a instalar	1
Pos	5	nº de routers a instalar	1
Pos	6	nº de routers a instalar	2
Pos	7	nº de routers a instalar	1
Pos	9	nº de routers a instalar	3
Pos	10	nº de routers a instalar	1
Pos	11	nº de routers a instalar	1
Pos	12	nº de routers a instalar	1
Pos	14	nº de routers a instalar	1
Pos	15	nº de routers a instalar	1
Pos	16	nº de routers a instalar	2
Pos	17	nº de routers a instalar	1
Pos	18	nº de routers a instalar	1

Pos	19	nº de routers a instalar	2
Pos	20	nº de routers a instalar	1
Pos	21	nº de routers a instalar	2
Pos	22	nº de routers a instalar	1
Pos	23	nº de routers a instalar	6
Pos	24	nº de routers a instalar	2
Pos	25	nº de routers a instalar	1
Pos	27	nº de routers a instalar	1
Pos	28	nº de routers a instalar	1
Pos	29	nº de routers a instalar	1
Pos	32	nº de routers a instalar	1
Pos	33	nº de routers a instalar	1

ANEXO V, RESULTADO MODELO 2

Anexo V Resultado Modelo 2:

El coste de routers y concentradores resultante es:

Nº Routers:	47	Nº Concentradores:		1
Coste	4.606 €			520 €

Coste Total	5.126 €

La asignación de posiciones de cada terminal son:

Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición	Id. Terminal	Posición
T1	9	T136	18	T271	32
T2	9	T137	15	T272	32
T3	9	T138	2	T273	25
T4	9	T139	23	T274	3
T5	10	T140	15	T275	25
T6	10	T141	27	T276	24
T7	11	T142	19	T277	24
T8	11	T143	11	T278	24
T9	11	T144	11	T279	25
T10	7	T145	14	T280	19
T11	15	T146	28	T281	3
T12	29	T147	14	T282	25
T13	29	T148	14	T283	24
T14	33	T149	14	T284	24
T15	29	T150	14	T285	24
T16	28	T151	14	T286	24
T17	33	T152	18	T287	24
T18	24	T153	22	T288	9
T19	24	T154	23	T289	33

T20	24	T155	23	T290	3
T21	24	T156	11	T291	3
T22	24	T157	11	T292	3
T23	14	T158	11	T293	3
T24	19	T159	11	T294	3
T25	23	T160	11	T295	3
T26	1	T161	11	T296	3
T27	1	T162	11	T297	3
T28	29	T163	3	T298	3
T29	25	T164	11	T299	3
T30	4	T165	11	T300	4
T31	21	T166	25	T301	1
T32	4	T167	21	T302	29
T33	29	T168	24	T303	3
T34	18	T169	17	T304	3
T35	25	T170	24	T305	3
T36	22	T171	3	T306	3
T37	7	T172	24	T307	3
T38	20	T173	9	T308	3
T39	11	T174	9	T309	3
T40	6	T175	9	T310	3
T41	14	T176	9	T311	3
T42	17	T177	7	T312	3
T43	11	T178	2	T313	21
T44	11	T179	10	T314	25
T45	13	T180	29	T315	4
T46	13	T181	4	T316	4
T47	21	T182	4	T317	4
T48	21	T183	1	T318	4
T49	21	T184	1	T319	4
T50	22	T185	1	T320	3
T51	22	T186	13	T321	3
T52	3	T187	13	T322	3
T53	22	T188	13	T323	22
T54	22	T189	19	T324	25

T55	22	T190	10	T325	14
T56	21	T191	10	T326	14
T57	21	T192	28	T327	24
T58	21	T193	28	T328	24
T59	21	T194	28	T329	24
T60	15	T195	28	T330	24
T61	11	T196	28	T331	10
T62	20	T197	13	T332	28
T63	19	T198	11	T333	9
T64	21	T199	7	T334	9
T65	20	T200	17	T335	9
T66	2	T201	6	T336	6
T67	9	T202	4	T337	21
T68	27	T203	33	T338	11
T69	27	T204	7	T339	4
T70	11	T205	3	T340	9
T71	21	T206	21	T341	9
T72	17	T207	21	T342	9
T73	17	T208	21	T343	10
T74	17	T209	21	T344	10
T75	17	T210	17	T345	11
T76	17	T211	29	T346	11
T77	19	T212	29	T347	11
T78	17	T213	19	T348	9
T79	20	T214	27	T349	18
T80	20	T215	27	T350	18
T81	19	T216	25	T351	18
T82	19	T217	25	T352	10
T83	19	T218	22	T353	18
T84	19	T219	22	T354	10
T85	18	T220	22	T355	10
T86	18	T221	22	T356	10
T87	18	T222	22	T357	10
T88	18	T223	22	T358	3
T89	10	T224	15	T359	4

T90	18	T225	25	T360	4
T91	15	T226	3	T361	4
T92	7	T227	3	T362	23
T93	15	T228	29	T363	29
T94	7	T229	17	T364	17
T95	33	T230	17	T365	17
T96	6	T231	18	T366	19
T97	2	T232	18	T367	7
T98	7	T233	18	T368	7
T99	7	T234	2	T369	7
T100	17	T235	2	T370	7
T101	23	T236	27	T371	10
T102	16	T237	22	T372	10
T103	22	T238	13	T373	10
T104	19	T239	25	T374	10
T105	29	T240	25	T375	10
T106	19	T241	25	T376	29
T107	22	T242	22	T377	19
T108	29	T243	25	T378	10
T109	17	T244	25	T379	29
T110	21	T245	27	T380	3
T111	29	T246	27	T381	4
T112	29	T247	27	T382	4
T113	28	T248	27	T383	19
T114	7	T249	27	T384	4
T115	3	T250	27	T385	4
T116	28	T251	27	T386	9
T117	19	T252	27	T387	9
T118	2	T253	27	T388	9
T119	3	T254	27	T389	9
T120	21	T255	7	T390	9
T121	17	T256	27	T391	28
T122	21	T257	19	T392	22
T123	29	T258	25	T393	23
T124	21	T259	25	T394	23

T125	22	T260	25	T395	28
T126	17	T261	32	T396	28
T127	13	T262	32	T397	4
T128	20	T263	32	T398	32
T129	14	T264	27	T399	17
T130	13	T265	27	T400	7
T131	13	T266	27		
T132	13	T267	11		
T133	33	T268	11		
T134	11	T269	17		
T135	15	T270	32		

En la siguiente tabla mostramos los flujos de terminales entre posiciones:

Flujos de	Posición a	Posición	Flujo
	1	34	14
	2	34	8
	3	34	150
	4	3	16
	5	4	8
	6	3	25
	7	6	5
	9	3	60
	10	9	19
	11	9	18
	12	10	11
	14	34	8
	15	1	8
	16	34	40
	17	16	18
	18	16	19
	19	23	28
	20	23	15
	21	23	40

22	23	12
23	34	120
24	34	40
25	24	17
27	21	10
28	20	4
29	18	7
29	19	5
32	33	7
33	34	20
34	35	400

Los routers a instalar por posición son:

Routers			
Pos	1	nº de routers a instalar	1
Pos	2	nº de routers a instalar	1
Pos	3	nº de routers a instalar	8
Pos	4	nº de routers a instalar	1
Pos	6	nº de routers a instalar	1
Pos	7	nº de routers a instalar	1
Pos	9	nº de routers a instalar	4
Pos	10	nº de routers a instalar	1
Pos	11	nº de routers a instalar	2
Pos	13	nº de routers a instalar	1
Pos	14	nº de routers a instalar	1
Pos	15	nº de routers a instalar	1
Pos	16	nº de routers a instalar	2
Pos	17	nº de routers a instalar	1
Pos	18	nº de routers a instalar	1
Pos	19	nº de routers a instalar	2
Pos	20	nº de routers a instalar	1
Pos	21	nº de routers a instalar	2
Pos	22	nº de routers a instalar	1
Pos	23	nº de routers a instalar	6

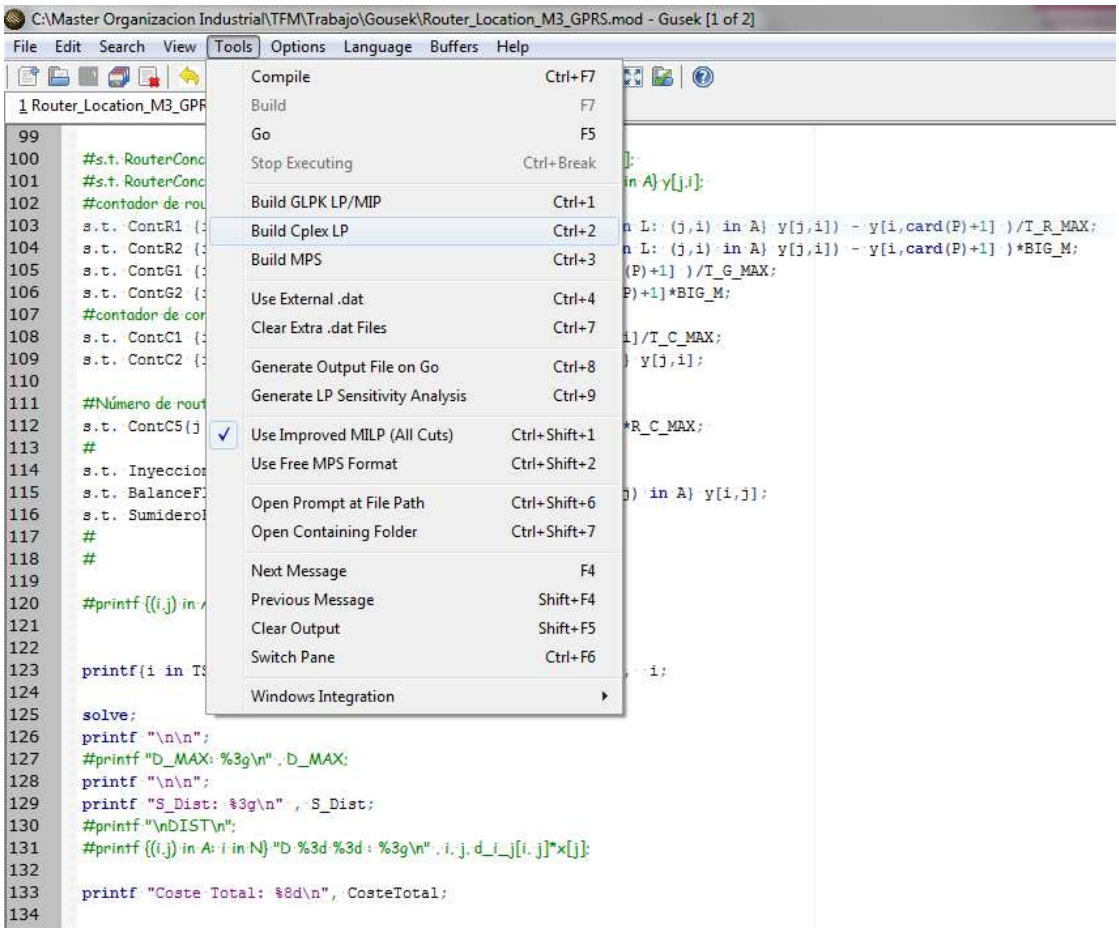
Pos	24	nº de routers a instalar	2
Pos	25	nº de routers a instalar	1
Pos	27	nº de routers a instalar	1
Pos	28	nº de routers a instalar	1
Pos	29	nº de routers a instalar	1
Pos	32	nº de routers a instalar	1
Pos	33	nº de routers a instalar	1

ANEXO VI, TUTORIAL Y RESULTADO MODELO 3

Tutorial Gusek-Gurobi:

A continuación mostramos un breve tutorial donde explicamos cómo trasladar el modelo desarrollado en Gusek a un modelo donde podamos utilizar Gurobi para resolver el modelo 3, y como utilizar en Gurobi el archivo *.lp* generado por Gusek.

En la siguiente captura mostramos como desde la herramienta *Tools* de Gousek, elegimos la opción *Build Cplex LP,*



El archivo que nos resulta tiene extensión *.lp* como en el que vemos en la siguiente captura;

C:\Master Organizacion Industrial\TFM\Trabajo\Gousek\Router_Location_M3_GPRS.lp - Gusek [2 of 2]

File Edit Search View Tools Options Language Buffers Help

1 Router_Location_M3_GPRS.mod 2 Router_Location_M3_GPRS.lp

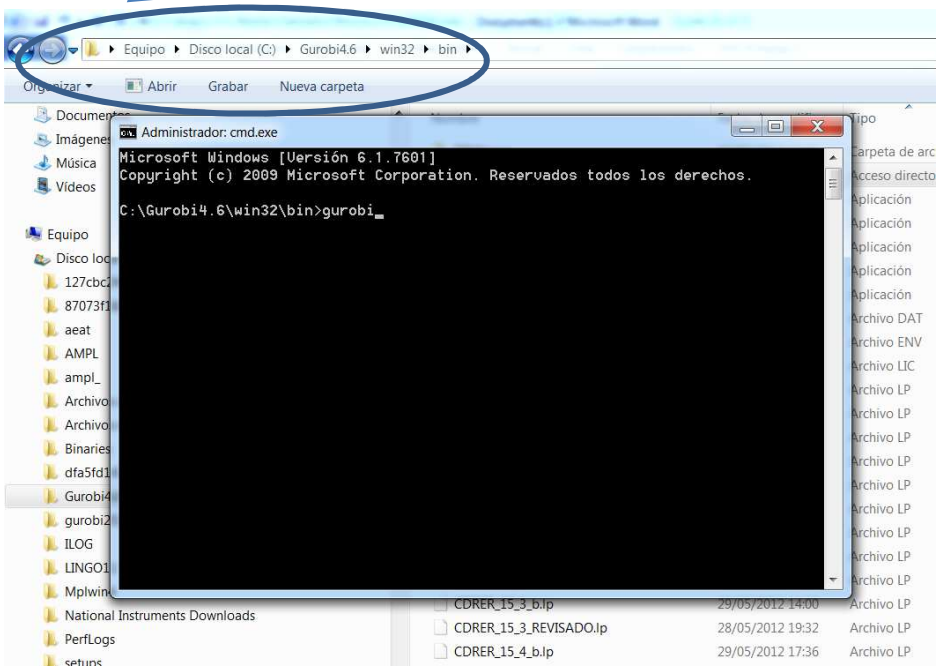
```
\* Problem: Router_Location_M3_GPRS *\

Minimize
 CosteTotal: + 98 n_R(1) + 98 n_R(2) + 98 n_R(3) + 98 n_R(4) + 98 n_R(5)
 + 98 n_R(6) + 98 n_R(7) + 98 n_R(8) + 98 n_R(9) + 98 n_R(10)
 + 98 n_R(11) + 98 n_R(12) + 98 n_R(13) + 98 n_R(14) + 98 n_R(15)
 + 98 n_R(16) + 98 n_R(17) + 98 n_R(18) + 98 n_R(19) + 98 n_R(20)
 + 98 n_R(21) + 98 n_R(22) + 98 n_R(23) + 98 n_R(24) + 98 n_R(25)
 + 98 n_R(26) + 98 n_R(27) + 98 n_R(28) + 98 n_R(29) + 98 n_R(30)
 + 98 n_R(31) + 98 n_R(32) + 98 n_R(33) + 520 n_C(34) + 300 n_G(1)
 + 300 n_G(2) + 300 n_G(3) + 300 n_G(4) + 300 n_G(5) + 300 n_G(6)
 + 300 n_G(7) + 300 n_G(8) + 300 n_G(9) + 300 n_G(10) + 300 n_G(11)
 + 300 n_G(12) + 300 n_G(13) + 300 n_G(14) + 300 n_G(15) + 300 n_G(16)
 + 300 n_G(17) + 300 n_G(18) + 300 n_G(19) + 300 n_G(20) + 300 n_G(21)
 + 300 n_G(22) + 300 n_G(23) + 300 n_G(24) + 300 n_G(25) + 300 n_G(26)
 + 300 n_G(27) + 300 n_G(28) + 300 n_G(29) + 300 n_G(30) + 300 n_G(31)
 + 300 n_G(32) + 300 n_G(33)

Subject To
 ContR1(1): + n_R(1) + 0.05 y(1,35) - 0.05 y(2,1) - 0.05 y(3,1)
 - 0.05 y(14,1) - 0.05 y(15,1) - 0.05 y(16,1) - 0.05 y(23,1)
 - 0.05 y(24,1) - 0.05 y(33,1) - 0.05 y(34,1) - 0.05 y(t26,1)
 - 0.05 y(t27,1) - 0.05 y(t52,1) - 0.05 y(t101,1) - 0.05 y(t118,1)
 - 0.05 y(t119,1) - 0.05 y(t138,1) - 0.05 y(t178,1) - 0.05 y(t183,1)
 - 0.05 y(t184,1) - 0.05 y(t185,1) - 0.05 y(t205,1) - 0.05 y(t226,1)
 - 0.05 y(t301,1) - 0.05 y(t358,1) >= -0
 ContR1(2): + n_R(2) + 0.05 y(2,35) - 0.05 y(1,2) - 0.05 y(3,2)
 - 0.05 y(14,2) - 0.05 y(16,2) - 0.05 y(23,2) - 0.05 y(24,2)
 - 0.05 y(33,2) - 0.05 y(34,2) - 0.05 y(t52,2) - 0.05 y(t66,2)
 - 0.05 y(t97,2) - 0.05 y(t101,2) - 0.05 y(t118,2) - 0.05 y(t119,2)
 - 0.05 y(t138,2) - 0.05 y(t139,2) - 0.05 y(t154,2) - 0.05 y(t178,2)
 - 0.05 y(t205,2) - 0.05 y(t226,2) - 0.05 y(t234,2) - 0.05 y(t235,2)
 - 0.05 y(t358,2) >= -0
 ContR1(3): + n_R(3) + 0.05 y(3,35) - 0.05 y(1,3) - 0.05 y(2,3)
 - 0.05 y(4,3) - 0.05 y(6,3) - 0.05 y(9,3) - 0.05 y(14,3) - 0.05 y(16,3)
 - 0.05 y(23,3) - 0.05 y(24,3) - 0.05 y(33,3) - 0.05 y(34,3)
```

Cursor: line[1] col[1] Selection: [0]lines [0]chars [INS] [CR+LF] File: Router_Location_M3_GPRS.lp, 2264 lines

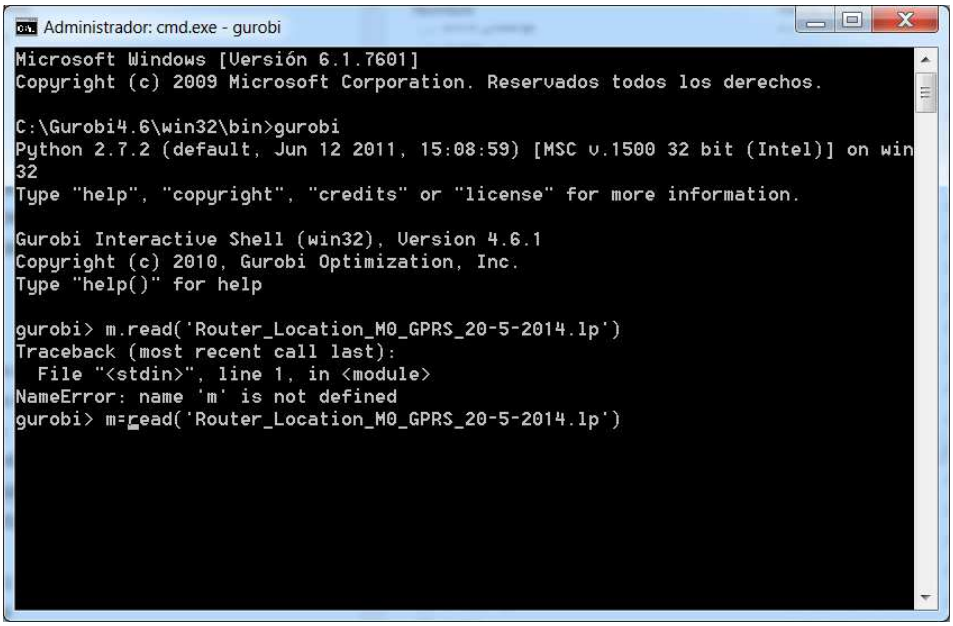
Este archivo lo copiamos en la siguiente carpeta denominada *\bin* que la encontraremos en Gurobi según indicamos,



A continuación tras ejecutar Gurobi escribiremos la siguiente expresión:

```
gurobi> m = read('input_file_name')
```

/*Lee el archivo de entrada con formato *.lp*, que es el que hemos generado en Gusek y después lo hemos copiado en la carpeta denominada *\bin* de Gurobi, como el ejemplo que sigue*/

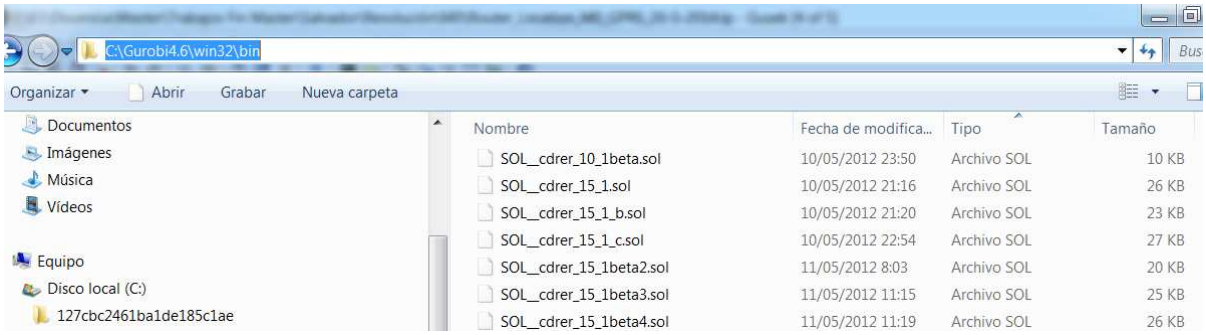



```
gurobi> m.optimize()
```

/* Al finalizar el proceso anterior ejecutamos la optimización para resolver el problema */

```
gurobi> m.write("mysolution.sol")
```

/* Con la anterior expresion obtenemos la solucion gerenandonos un archive con extension .sol, que podemos abrir con cualquier procesador de texto, archivo que encontraremos en la siguiente carpeta, */




```
gurobi> quit()
```

/* Salimos de la aplicación*/

Resultado Modelo 3_GPRS:

Los datos obtenidos tras ejecutar el archivo con extensión *.sol*, abrirlos con un procesador de texto y tratarlos para una mejor presentación, son;

El coste de routers y concentradores resultante es:

		Coste
Número de Routers	22	2156 €
Número de Routers GPRS	5	1500 €
Número de Concentradores	1	520 €
Total		4176 €

La asignación de posiciones para cada terminal son:

Flujo de Terminal i - posición a	Flujo	Flujo de Terminal i - posición a	Flujo	Flujo de Terminal i - posición a	Flujo
y(T1,10)	1	y(T136,18)	1	y(T271,32)	1
y(T2,10)	1	y(T137,15)	1	y(T272,32)	1
y(T3,10)	1	y(T138,2)	1	y(T273,25)	1
y(T4,10)	1	y(T139,23)	1	y(T274,3)	1
y(T5,10)	1	y(T140,15)	1	y(T275,25)	1
y(T6,10)	1	y(T141,27)	1	y(T276,25)	1
y(T7,10)	1	y(T142,20)	1	y(T277,25)	1
y(T8,10)	1	y(T143,8)	1	y(T278,25)	1
y(T9,10)	1	y(T144,8)	1	y(T279,25)	1
y(T10,6)	1	y(T145,14)	1	y(T280,29)	1
y(T11,15)	1	y(T146,28)	1	y(T281,3)	1
y(T12,29)	1	y(T147,14)	1	y(T282,25)	1
y(T13,29)	1	y(T148,14)	1	y(T283,25)	1
y(T14,33)	1	y(T149,14)	1	y(T284,25)	1
y(T15,29)	1	y(T150,14)	1	y(T285,25)	1
y(T16,28)	1	y(T151,14)	1	y(T286,25)	1
y(T17,33)	1	y(T152,18)	1	y(T287,24)	1

y(T18,24)	1	y(T153,25)	1	y(T288,10)	1
y(T19,24)	1	y(T154,14)	1	y(T289,33)	1
y(T20,24)	1	y(T155,23)	1	y(T290,3)	1
y(T21,24)	1	y(T156,8)	1	y(T291,3)	1
y(T22,24)	1	y(T157,8)	1	y(T292,3)	1
y(T23,24)	1	y(T158,8)	1	y(T293,3)	1
y(T24,20)	1	y(T159,13)	1	y(T294,3)	1
y(T25,23)	1	y(T160,8)	1	y(T295,3)	1
y(T26,1)	1	y(T161,8)	1	y(T296,3)	1
y(T27,1)	1	y(T162,13)	1	y(T297,3)	1
y(T28,29)	1	y(T163,3)	1	y(T298,3)	1
y(T29,25)	1	y(T164,13)	1	y(T299,3)	1
y(T30,4)	1	y(T165,13)	1	y(T300,4)	1
y(T31,20)	1	y(T166,25)	1	y(T301,1)	1
y(T32,4)	1	y(T167,27)	1	y(T302,29)	1
y(T33,29)	1	y(T168,24)	1	y(T303,3)	1
y(T34,18)	1	y(T169,17)	1	y(T304,3)	1
y(T35,25)	1	y(T170,24)	1	y(T305,3)	1
y(T36,23)	1	y(T171,3)	1	y(T306,3)	1
y(T37,6)	1	y(T172,24)	1	y(T307,3)	1
y(T38,20)	1	y(T173,6)	1	y(T308,3)	1
y(T39,10)	1	y(T174,6)	1	y(T309,3)	1
y(T40,3)	1	y(T175,4)	1	y(T310,3)	1
y(T41,14)	1	y(T176,3)	1	y(T311,3)	1
y(T42,17)	1	y(T177,8)	1	y(T312,3)	1
y(T43,8)	1	y(T178,2)	1	y(T313,27)	1
y(T44,8)	1	y(T179,10)	1	y(T314,25)	1
y(T45,13)	1	y(T180,29)	1	y(T315,3)	1
y(T46,13)	1	y(T181,3)	1	y(T316,4)	1
y(T47,20)	1	y(T182,4)	1	y(T317,4)	1
y(T48,23)	1	y(T183,1)	1	y(T318,4)	1
y(T49,23)	1	y(T184,1)	1	y(T319,3)	1

y(T50,23)	1	y(T185,1)	1	y(T320,3)	1
y(T51,23)	1	y(T186,13)	1	y(T321,3)	1
y(T52,3)	1	y(T187,13)	1	y(T322,3)	1
y(T53,23)	1	y(T188,13)	1	y(T323,25)	1
y(T54,23)	1	y(T189,29)	1	y(T324,25)	1
y(T55,23)	1	y(T190,10)	1	y(T325,24)	1
y(T56,27)	1	y(T191,10)	1	y(T326,24)	1
y(T57,27)	1	y(T192,28)	1	y(T327,24)	1
y(T58,27)	1	y(T193,28)	1	y(T328,24)	1
y(T59,27)	1	y(T194,28)	1	y(T329,24)	1
y(T60,15)	1	y(T195,28)	1	y(T330,24)	1
y(T61,8)	1	y(T196,28)	1	y(T331,10)	1
y(T62,20)	1	y(T197,13)	1	y(T332,28)	1
y(T63,20)	1	y(T198,10)	1	y(T333,3)	1
y(T64,20)	1	y(T199,6)	1	y(T334,4)	1
y(T65,20)	1	y(T200,17)	1	y(T335,3)	1
y(T66,2)	1	y(T201,6)	1	y(T336,4)	1
y(T67,6)	1	y(T202,4)	1	y(T337,27)	1
y(T68,27)	1	y(T203,33)	1	y(T338,8)	1
y(T69,27)	1	y(T204,6)	1	y(T339,4)	1
y(T70,8)	1	y(T205,2)	1	y(T340,10)	1
y(T71,20)	1	y(T206,23)	1	y(T341,10)	1
y(T72,17)	1	y(T207,23)	1	y(T342,10)	1
y(T73,17)	1	y(T208,23)	1	y(T343,10)	1
y(T74,17)	1	y(T209,23)	1	y(T344,10)	1
y(T75,17)	1	y(T210,17)	1	y(T345,10)	1
y(T76,17)	1	y(T211,29)	1	y(T346,10)	1
y(T77,20)	1	y(T212,29)	1	y(T347,10)	1
y(T78,17)	1	y(T213,29)	1	y(T348,10)	1
y(T79,20)	1	y(T214,27)	1	y(T349,18)	1
y(T80,20)	1	y(T215,27)	1	y(T350,18)	1
y(T81,18)	1	y(T216,25)	1	y(T351,18)	1

y(T82,18)	1	y(T217,25)	1	y(T352,10)	1
y(T83,18)	1	y(T218,25)	1	y(T353,18)	1
y(T84,18)	1	y(T219,25)	1	y(T354,10)	1
y(T85,18)	1	y(T220,25)	1	y(T355,10)	1
y(T86,18)	1	y(T221,25)	1	y(T356,10)	1
y(T87,18)	1	y(T222,25)	1	y(T357,10)	1
y(T88,18)	1	y(T223,25)	1	y(T358,3)	1
y(T89,10)	1	y(T224,15)	1	y(T359,4)	1
y(T90,18)	1	y(T225,25)	1	y(T360,4)	1
y(T91,15)	1	y(T226,3)	1	y(T361,4)	1
y(T92,6)	1	y(T227,3)	1	y(T362,23)	1
y(T93,15)	1	y(T228,29)	1	y(T363,29)	1
y(T94,6)	1	y(T229,17)	1	y(T364,17)	1
y(T95,33)	1	y(T230,17)	1	y(T365,17)	1
y(T96,6)	1	y(T231,18)	1	y(T366,20)	1
y(T97,2)	1	y(T232,18)	1	y(T367,8)	1
y(T98,6)	1	y(T233,18)	1	y(T368,8)	1
y(T99,6)	1	y(T234,2)	1	y(T369,8)	1
y(T100,17)	1	y(T235,2)	1	y(T370,8)	1
y(T101,23)	1	y(T236,27)	1	y(T371,10)	1
y(T102,16)	1	y(T237,25)	1	y(T372,10)	1
y(T103,25)	1	y(T238,13)	1	y(T373,10)	1
y(T104,29)	1	y(T239,25)	1	y(T374,10)	1
y(T105,29)	1	y(T240,25)	1	y(T375,10)	1
y(T106,29)	1	y(T241,25)	1	y(T376,29)	1
y(T107,25)	1	y(T242,25)	1	y(T377,29)	1
y(T108,29)	1	y(T243,25)	1	y(T378,10)	1
y(T109,17)	1	y(T244,25)	1	y(T379,29)	1
y(T110,27)	1	y(T245,27)	1	y(T380,3)	1
y(T111,29)	1	y(T246,27)	1	y(T381,4)	1
y(T112,29)	1	y(T247,27)	1	y(T382,4)	1
y(T113,28)	1	y(T248,27)	1	y(T383,29)	1

y(T114,6)	1	y(T249,27)	1	y(T384,4)	1
y(T115,3)	1	y(T250,27)	1	y(T385,4)	1
y(T116,28)	1	y(T251,27)	1	y(T386,6)	1
y(T117,20)	1	y(T252,27)	1	y(T387,6)	1
y(T118,2)	1	y(T253,27)	1	y(T388,6)	1
y(T119,2)	1	y(T254,27)	1	y(T389,6)	1
y(T120,27)	1	y(T255,6)	1	y(T390,10)	1
y(T121,17)	1	y(T256,27)	1	y(T391,28)	1
y(T122,27)	1	y(T257,18)	1	y(T392,25)	1
y(T123,29)	1	y(T258,25)	1	y(T393,23)	1
y(T124,20)	1	y(T259,25)	1	y(T394,23)	1
y(T125,23)	1	y(T260,25)	1	y(T395,28)	1
y(T126,17)	1	y(T261,32)	1	y(T396,28)	1
y(T127,13)	1	y(T262,32)	1	y(T397,4)	1
y(T128,20)	1	y(T263,32)	1	y(T398,32)	1
y(T129,24)	1	y(T264,27)	1	y(T399,17)	1
y(T130,13)	1	y(T265,27)	1	y(T400,6)	1
y(T131,13)	1	y(T266,27)	1		
y(T132,13)	1	y(T267,10)	1		
y(T133,33)	1	y(T268,13)	1		
y(T134,10)	1	y(T269,17)	1		
y(T135,15)	1	y(T270,32)	1		

En la siguiente tabla mostramos los flujos de terminales entre posiciones:

Flujo de posición *a* - posición b; y(*a,b*)	**Flujo**
y(1,34)	14
y(2,34)	9
y(3,34)	80
y(4,3)	20
y(6,3)	20

y(13,8)	16
y(14,34)	8
y(15,1)	8
y(16,34)	26
y(17,16)	20
y(18,16)	5
y(18,29)	15
y(20,23)	20
y(23,34)	40
y(24,34)	17
y(28,20)	3
y(28,27)	10
y(32,33)	7
y(33,34)	13
y(8,35)	33
y(10,34)	40
y(25,34)	40
y(27,34)	40
y(29,35)	40
y(34,35)	207

Los routers inalámbricos a instalar por posición son:

Routers Inalámbricos			
Posición	1	nº de routers a instalar	1
Posición	2	nº de routers a instalar	1
Posición	3	nº de routers a instalar	4
Posición	4	nº de routers a instalar	1
Posición	6	nº de routers a instalar	1
Posición	13	nº de routers a instalar	1
Posición	14	nº de routers a instalar	1

Posición	15	nº de routers a instalar	1
Posición	16	nº de routers a instalar	2
Posición	17	nº de routers a instalar	1
Posición	18	nº de routers a instalar	1
Posición	20	nº de routers a instalar	1
Posición	23	nº de routers a instalar	2
Posición	24	nº de routers a instalar	1
Posición	28	nº de routers a instalar	1
Posición	32	nº de routers a instalar	1
Posición	33	nº de routers a instalar	1
		Total	22

Los router GPRS a instalar por posición son:

Routers GPRS			
Posicion	8	nº de routers a instalar	1
Posicion	10	nº de routers a instalar	1
Posicion	25	nº de routers a instalar	1
Posicion	27	nº de routers a instalar	1
Posicion	29	nº de routers a instalar	1
Posicion	34	nº de routers a instalar	1
		Total	5