4 IDENTIFICACIÓN DE MODELOS LINEALES DE LA PLANTA SOLAR

Los sistemas de E/S quedan determinados por su función de transferencia, que puede expresarse como una función temporal (respuesta impulsional) o como una transformada (de Laplace si el sistema es continuo y transformada Z si el sistema es muestreado). Entre los métodos que identifican la respuesta impulsional se encuentran los que se basan en el teorema de la convolución y los que emplean funciones de correlación. Otra forma de generar modelos es a partir de datos experimentales y aprendizaje, por ejemplo con redes neuronales. En ocasiones se les denomina modelos de caja negra porque no están basados en ninguna ecuación y se suelen usar cuando se conoce poco o nada de la planta. Si las ecuaciones matemáticas del sistema son conocidas y lo que hay que determinar son los parámetros de dichas ecuaciones el método de mínimos cuadrados es adecuado para identificar los valores de los parámetros. Los modelos lineales pueden ser descritos como una función de transferencia discreta como:

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \tag{4.1}$$

La ecuación 4.1 se puede escribir como:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) \tag{4.2}$$

Donde A y B son polinomios en z^{-1} y los parámetros a identificar serán los coeficientes de los polinomios A y B.

En general, el rango de funcionamiento de la planta será de 200 a 300ºC. El objetivo en las plantas comerciales es trabarjar a máxima temperatura, aunque en realidad el rango de temperaturas es más amplio. Por eso en este trabajo se van a identificar varios modelos lineales para diferentes zonas de funcionamiento. El comportamiento de la planta variará con la hora del día y radiación por lo que se necesitarán varios modelos para intentar describir el comportamiento del campo en todo el rango de temperaturas posibles.

El objetivo es realizar la identificación de modelos lineales que describan de forma aproximada la dinámica de la planta mediante el modelo de parámetros distribuidos.

Para la identificación se van a usar 3 señales de entrada a la planta.

- Temperatura de entrada (ºC)
- Radiación (W/m_2)
- Caudal (m_3/s)

Figura 4.1: Esquema para la identificación del modelo lineal.

Lo que se va a hacer es identificar la planta en diferentes caudales para una radiación y temperatura de entrada constantes. Identificar la planta según los caudales es debido a que gran parte de la varíación del comportamiento de la planta es debido al caudal. A menor caudal la planta se hace más lenta y a mayor caudal más rápida, debido al retraso producido por el empuje del fluido a bajo y alto caudal que son diferentes.

Para hacer la identificación se va a utilizar el método de mínimos cuadrados recursivo que se detalla en el siguiente subapartado.

4.1 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVO

En este método se comienza con la ecuación del modelo lineal con los parámetros:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + ... + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + ... + b_n u(k-n) \tag{4.3}$$

Esta ecuación puede reescribirse como:

$$y(k) = m(k)\theta \tag{4.4}$$

Donde:

- $m(k) = [-y(k-1)... - y(k-n)\; u(k-1)...u(k-n)]$ es el regresor.
- $\theta = [a_1...a_n\; b_1...b_n]^T$ es el vector de parámetros.

Si se realiza un vector de parámetros estimado llamado $\hat{\theta}$ se puede desarrollar el modelo estimado. Con este modelo se obtendrá una salida estimada $\hat{y}$. De esta forma se tendrá que el error producido por la estimación se puede escribir como:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - m(k)\hat{\theta} \tag{4.5}$$

Partiendo de N pares $(y(k), m(k))$ entre los instantes n y N:

$$E(N) = Y(N) - M(N)\theta \tag{4.6}$$

Donde:

- $E(N) = [e(n,\theta)...e(n,\theta)]^T$
- $Y(N) = [y(n)...y(N)]^T$
- $M(N) = \begin{bmatrix} m(n) \\ . \\ . \\ . \\ m(N) \end{bmatrix}$

Se buscará la pseudosolución θ^* del sistema óptima en el sentido de los mínimos cuadrados, es decir minimizando:

$$J(N) = ||E(N,\theta)||^2 = \sum_{k=n}^{N} e(k,\theta)^2 \tag{4.7}$$

El índice J se puede reescribir como:

$$J(N) = (Y(N) - M(N)\theta)^T(Y(N) - M(N)\theta) \tag{4.8}$$

El mínimo será el valor de θ que hace la derivada cero:

$$\frac{dJ(\theta)}{d\theta} = 0 \tag{4.9}$$

$$2(M(N)\theta - Y(N))^T M(N) = 0 \tag{4.10}$$

La solución que minimiza J será:

$$\theta = [M^T(N)M(N)]^{-1}M^T(N)Y(N) \tag{4.11}$$

Tiene que existir la inversa de $M(N)^T M(N)$ y se cumple si la señal de entrada usada cumple las condiciones de excitación persistente (en la práctica PRBS). Este método es el llamado de "fuera de línea". Generalmente se necesitan muchas medidas para minimizar el efecto de ruidos y perturbaciones. Y pueden existir problemas de cálculo debido a la inversión de una matriz muy grande. No es apropiado para sistemas cuya dinámica varía a lo largo del experimento.

Para solventar el problema del tiempo de cómputo se recurre al minimos cuadrados recursivos. Implica menos carga de cálculo usando las medidas según se van recogiendo y es apropiado para sistemas cuya dinámica va variando. La idea de partida es que:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)(y(k) - m(k)\hat{\theta}(k-1)) \tag{4.12}$$

Donde:

- $K(k) = P(k)m^T(k)$ es la ganancia de adaptación.
- $P(k) = [M^T(k)M(k)]^{-1} = \left[\sum_{i=n}^{k} m^T(i)m(i)\right]^{-1}$ es definida positiva.

El vector óptimo de parámetros se puede calcular en cada instante a partir del calculado en el instante anterior, formulación recursiva. Los pasos iterativos de la formulación recursiva son los siguientes:

1. Dar valores inicales a P y θ
2. En cada iteración k:
   (a) Leer los valores de $y(k)$ y $u(k)$
   (b) Formar el regresor $m(k)$
   (c) Calcular $P(k)$ mediante:
      - $P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)m^T(k)m(k)P(k-1)}{1+m(k)P(k-1)m^T(k)}$
   (d) Calcular $K(k)$ mediante:
      - $K(k) = \frac{P(k-1)m^T(k)}{1+m(k)P(k-1)m^T(k)}$
   (e) Calcular $\theta(k)$:
      - $\theta(k) = \theta(k-1) + K(k)[y(k) - m(k)\theta(k-1)]$

4.2 IDENTIFICACIÓN

Antes de proceder a la identificación mediante los mínimos cuadrados recursivos hay que elegir un tipo de modelo lineal. El método de los mínimos cuadrados recursivo se implementa en MATLAB y se necesitará saber el modelo que se quiere usar para formar el regresor, el vector de parámetros y el resto de matrices. Para tener una idea del modelo que se va a utilizar se procede a dar una escalon a la planta y ver su respuesta. Para ello se dará una temperatura como entrada a la planta y se observará la evolución del sistema.

En las figuras 4.2 y 4.3 se muestran dos simulaciones partiendo de dos referencias iniciales de tempertura, 280ºC y 250ºC. En un momento dado se aplica una referencia inferior, 260ºC y 230ºC. Se puede ver que la respuesta puede ser aproximada por un sistema de primer orden o un segundo orden sobreamortiguada. Dado que los modelos de primer orden son muy simples se va a utilizar un modelo de segundo orden para captar más dinámica, (4.13). También se observa que la planta es más rápida a mayor caudal, algo que ya se había comentado anteriormente y ahora se muestra mediante simulación. Por esta razón se identificarán modelos a diferentes caudales.

$$G(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-1}} \tag{4.13}$$

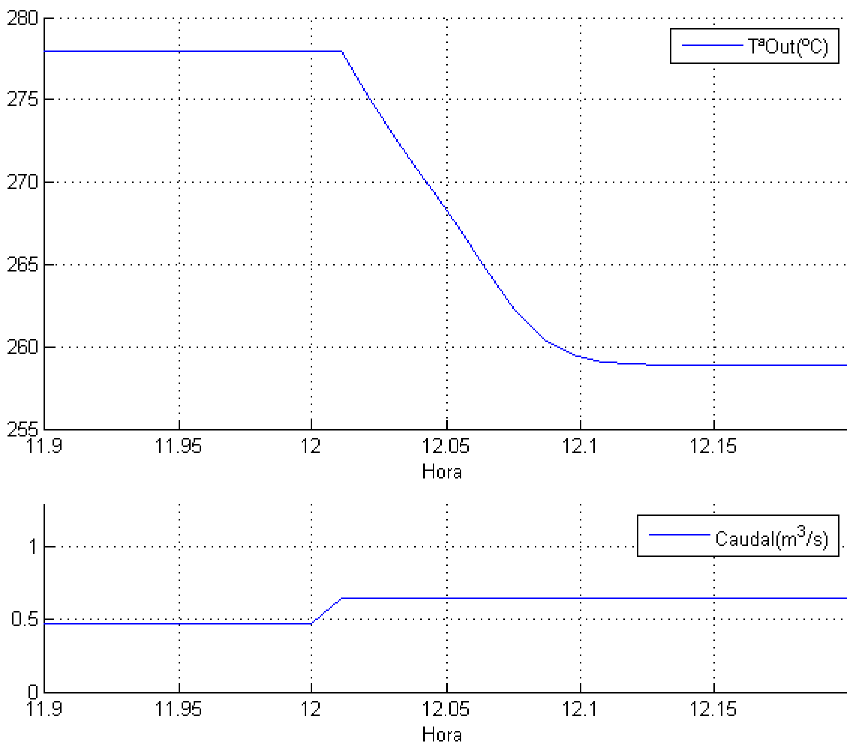

Figura 4.2: Simulación de la planta a caudal medio bajo.

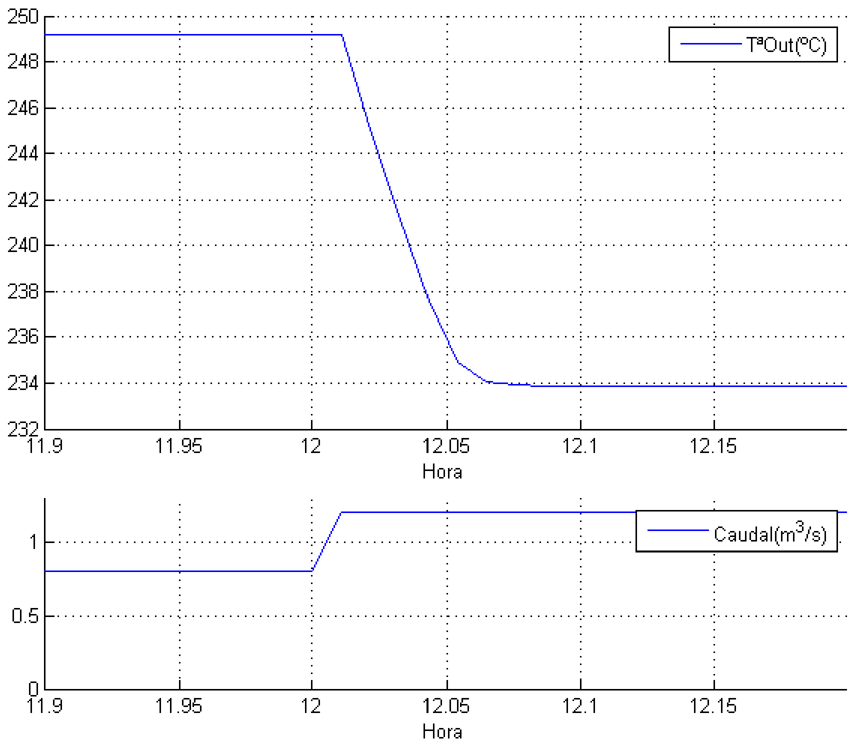

Figura 4.3: Simulación de la planta a caudal medio-alto.

Para tener todo el rango de funcionamiento de la planta se van a identificar modelos a caudal bajo, caudal medio bajo, caudal medio alto y caudal alto [2]. Recordando que para un lazo el caudal mínimo era de 0.2 m^3/s y el máximo 1.2 m^3/s se van a elegir los siguientes caudales:

- 0.3 m^3/s
- 0.5 m^3/s
- 0.8 m^3/s
- 1 m^3/s

Por último se asigna un valor a la radiación y a la temperatura de entrada. Dado que en general la planta funcionará entre 200º-300º, para la obtención de los datos se usará una temperatura de entrada de 200ºC constante y una radiación de 600W/m^2 por ser una radiación media.

Dado que la planta es no muy no lineal se utiliza un FeedForward en serie obtenido con un modelo de parámetros concentrados, (4.14). El FeedForward lo que hará es linealizar la planta de forma aproximada. Por lo que el modelo lineal que se obtenga será el modelo del FeedForward+Planta.

$$u_{ff} = \frac{S \cdot I - H_l * S(T_m - T_a)}{Pc_p(T_{Ref} - T_{in})} \tag{4.14}$$

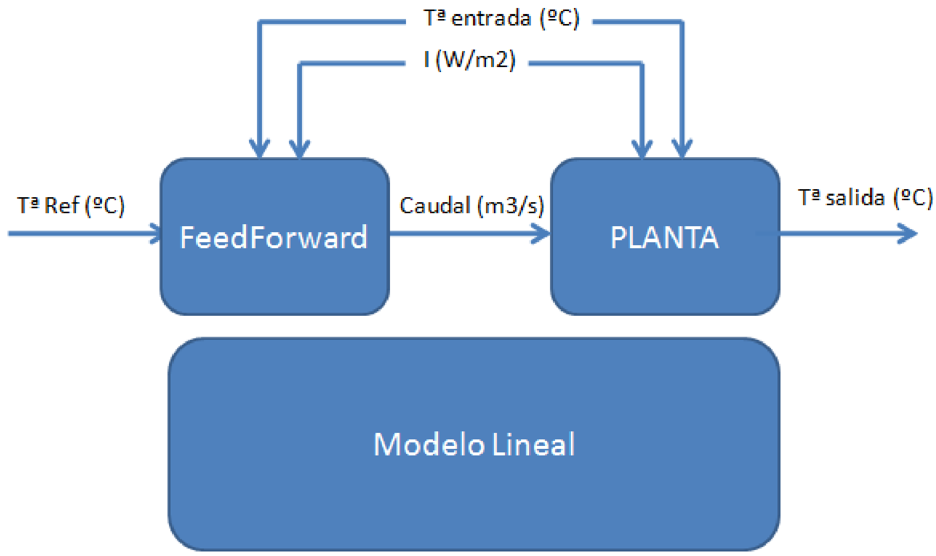

Figura 4.4: Equivalencia del modelo lineal con FeedForward+Planta.

Cada uno de los modelos se identificó para un punto de caudal, caudal bajo, medio bajo, medio alto y alto. Para la obtención de estos caudales se asigna un set-point de temperatura de tal forma que el FeedForward de ese caudal deseado. Si la referencia de temperatura es muy alta, el FeedForward, (4.14), dará un caudal bajo para llegar a dicha referencia en el permanente. Si la referencia de temperatura es baja, el FeedForward dará caudales altos para llevar la temperatura de salida a una temperatura más baja. La temperatura de referencia nominal será aquella que de cada unos de los caudales para los que se pretende hallar el modelo nominal de la zona. Sobre la referencia nominal en cada punto de operación se aplica la señal PRBS (pseudoaleatoria) para generar escalones modulados en la señal de referencia y se obtendrán una serie de datos de temperatura de salida para cada una de las zonas a modelar. El tiempo de muestreo escogido para el FeedForward es de 39s [1].

Implementando el método descrito en MATLAB, y utilizando los datos obtenidos de simulación como se acaba de explicar, se obtuvieron los siguientes parámetros de modelos lineales de 2º orden para la planta:

Caudal\parámetro	b1	b2	a1	a2
0.3 l/s	0.0109	0.0092	-1.7850	0.8101
0.5 l/s	0.1173	-0.0934	-1.7607	0.7865
0.8 l/s	0.1802	-0.1244	-1.6355	0.7004
1 l/s	0.2212	-0.1251	-1.5081	0.6106

Tabla 1: Tabla de valores de los parámetros de los modelos en los puntos de operación.

Por lo que los modelos en cada zona de funcionamiento quedan descritos por su función de transferencia discreta:

	Modelo Lineal
Caudal Bajo (0.3 l/s)	$G(z^{-1}) = \frac{0.0109z^{-1}+0.0092z^{-2}}{1+1.7850z^{-1}-0.8101z^{-2}}$
Caudal Medio-Bajo (0.5 l/s)	$G(z^{-1}) = \frac{0.1173z^{-1}-0.0934z^{-2}}{1+1.7607z^{-1}-0.7865z^{-2}}$
Caudal Medio-Alto (0.8 l/s)	$G(z^{-1}) = \frac{0.1802z^{-1}-0.1244z^{-2}}{1+1.6355z^{-1}-0.7004z^{-2}}$
Caudal Alto (1 l/s)	$G(z^{-1}) = \frac{0.2212z^{-1}-0.1251z^{-2}}{1+1.5081z^{-1}-0.6106z^{-2}}$

Tabla 2: Tabla de modelos discretos de la planta.

Viendo la respuesta ante el escalon de cada uno de los modelos obtenidos, fig 4.5, se comprueba que a diferente caudal la planta será más lenta o más rápida dependiendo de si el caudal es más bajo o más alto.

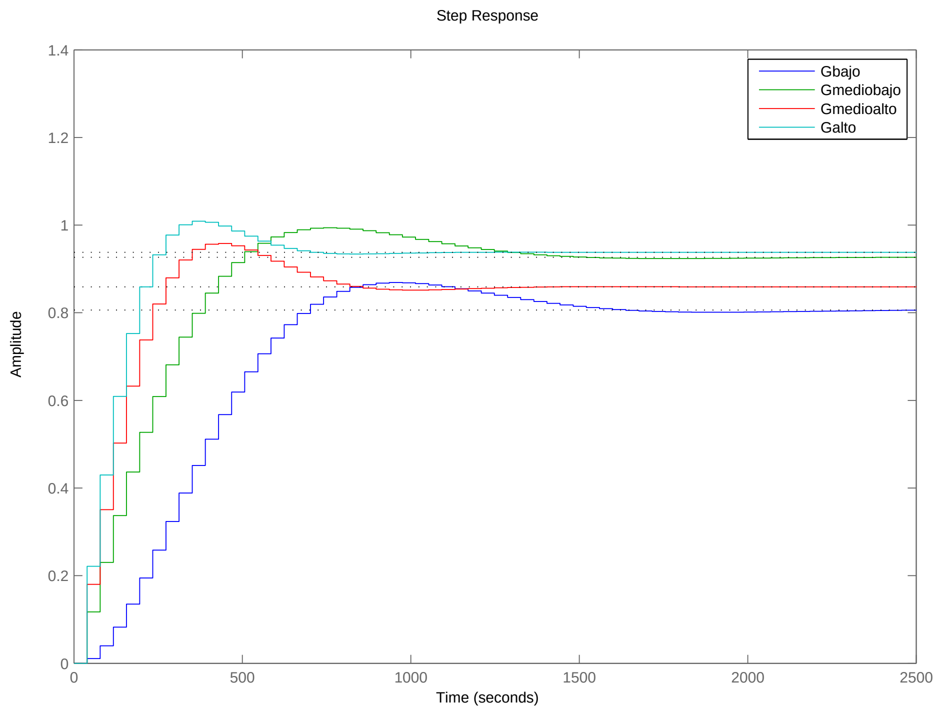

Figura 4.5: Respuesta ante escalón de los modelos lineales identificados.