Trabajo Final de Máster
Máster Universitario en
Automática, Robótica y Telemática

Modelado y control multivariable de un sistema de refrigeración por compresión de vapor

Autor: José Enrique Alonso Alfaya

Tutor: Manuel Gil Ortega Linares

Tutor: Francisco Rodríguez Rubio

Dep. Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014

Trabajo Final de Máster

Máster Universitario en
Automática, Robótica y Telemática

Modelado y control multivariable de un sistema de refrigeración por compresión de vapor

Autor:

José Enrique Alonso Alfaya

Tutor/es:

Manuel Gil Ortega Linares

Profesor Titular

Francisco Rodríguez Rubio

Catedrático

Dep. Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2014

Trabajo Final de Máster: Modelado y control multivariable de un sistema de refrigeración por compresión de vapor

Autor: José Enrique Alonso Alfaya
Tutor/es: Manuel Gil Ortega Linares
Francisco Rodríguez Rubio

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

A todos aquellos que han influido en mi vida este curso académico.

Jose Enrique Alonso Alfaya
Máster Universitario en Automática, Robótica y Telemática

Sevilla, 2014

Resumen

El objetivo de este *Trabajo fin de Máster* es el modelado y control de un sistema de refrigeración por compresión de vapor de una etapa y de un solo recinto. Se trata de un sistema multivariable, altamente acoplado. Se han planteado una serie de análisis de controlabilidad para conocer los efectos de las entradas sobre las salidas, además de obtener la característica estática del sistema mediante ensayos ante escalón.

Se han planteado dos controladores lineales multivariables: un controlador robusto y otro predictivo. Se propone su uso en diferentes puntos de funcionamiento para comprobar el rango de operación del sistema y la eficacia de los controladores en puntos distintos al de diseño.

Por último, se realiza una introducción a la planta experimental desarrollada, explicando los motivos de diseño de esta.

Abstract

The aim of this *Final Year Project* is to model and control a refrigeration system of one stage and one enclosure. It is a high-coupled multivariable system. In order to know the system behaviour, a controllability analysis has been carried out. In addition, the static characteristic for several operating point has been obtained. Two linear multivariable controllers have been proposed: a Predictive Controller and Robust one. The controllers have been designed for one working point and tested on different ones in order to check their effectiveness.

Finally, an explanation for a refrigeration plant is stated, pointing out the most important issues of its design.

Índice

Notación

Símbolos:

ρ	Densidad (kg/m^3)
μ	Viscosidad dinámica ($Pa*s$)
h	Entalpía específica (J/kg)
$\dot{m}$	Caudal másico (kg/s)
ζ	Proporción de la zona correspondiente al subíndice. ($adim.$)
P	Presión (Pa)
T	Temperatura (K)
$\overline{\gamma}$	Fracción de vacío media ($adim.$)
A_{TR}	Área de la sección transversal en el lado del refrigerante. (m^2)
L_R	Longitud de paso del refrigerante en el intercambiador. (m)
K	Ganancia de las ecuaciones de siguimiento. (s^{-1})
C_p	Calor específico a presión constante ($kJkg^{-1}K^{-1}$)
C_{vg}	Calor específico a volumen constante en el la zona de vapor saturado.
C_{pg}	Calor específico a presión constante en la zona de vapor saturado.
v	Volumen específico (m^3kg^{-1})
Δ	Incremento.
$GP(s)$	Planta Generalizada del Problema de Sensibilidad Mixta.
$K(s)$	Controlador del Problema de Sensibilidad Mixta.
$\boldsymbol{u}$	Señales de control del Problema de Sensibilidad Mixta.
$\boldsymbol{v}$	Variables medidas del Problema de Sensibilidad Mixta.
$\boldsymbol{\omega}$	Señal exógena del Problema de Sensibilidad Mixta.
$\boldsymbol{z}$	Variables de error del Problema de Sensibilidad Mixta.
γ	Ratio mínimo entre la energía del vector de error $\boldsymbol{z}$ y la energía de la señal exógena $\boldsymbol{\omega}$.
$T_{zw}(s)$	Matriz de transferencia en bucle cerrado del Problema de Sensibilidad Mixta.
$S_0(s)$	Matriz de transferencia de la sensibilidad a la salida.
$T_0(s)$	Matriz de transferencia de la sensibilidad complementaria a la salida.
$K(s)S_0(s)$	Matriz de transferencia de la sensibilidad al control.
$W_S(s)$	Matriz de ponderación de la sensibilidad a la salida.
$W_T(s)$	Matriz de ponderación de la sensibilidad complementaria a la salida.
$W_KS(s)$	Matriz de ponderación de la sensibilidad al control.

τ_z	Constante de tiempo de un cero en una función de transferencia.
τ_f	Constante de tiempo de un polo rápido en una función de transferencia.
τ_s	Constante de tiempo de un polo lento en una función de transferencia.
k	Ganancia de una función de transferencia.
$G_N(s)$	Matriz de transferencia normalizada.
D_{err}	Matriz diagonal de normalización de las salidas del sistema.
D_u	Matriz diagonal de normalización de las entradas del sistema.
ω_{cr}	Frecuencia de corte del cero situado en Semiplano Derecho (rad/s).
t_r	Tiempo de subida. (s)
z_{RHP}	Cero situado en el semiplano derecho.
ω_T	Frecuencia de corte de la matriz de ponderación de la sensibilidad complementaria a la salida (rad/s).
ω_B^*	Frecuencia de corte resultante de la matriz de ponderación de la sensibilidad complementaria (rad/s).
A	Dinámica interna del sistema en la descripción en espacio de estados.
B	Dinámica del sistema frente a las entradas aplicadas en el espacio de estados.
C	Valor de las salidas de la descripción interna en espacio de estados.
$x(k)$	Vector de estados internos.
$y(k)$	Vector de variables medibles en el espacio de estados.
Q	
M	
N	
F	Respuesta libre del sistema según el MPC en espacio de estados.
H	Respuesta forzada según el MPC en espacio de estados.

Subíndices:

SH	Zona de vapor sobrecalentado en el intercambiador.
SC	Zona de líquido subenfriado en el intercambiador.
BF	Zona de cambio de fase en el intercambiador.
$1c$	Zona de vapor sobrecalentado en el condensador.
$2c$	Zona de cambio de fase en el condensador.
$3c$	Zona de líquido subenfriado en el condensador.
$1e$	Zona de cambio de fase en el evaporador.
$2e$	Zona de vapor sobrecalentado en el evaporador.
$w1$	Pared de la zona 1 del intercambiador.
$w2$	Pared de la zona 2 del intercambiador.
$w3$	Pared de la zona 3 del intercambiador.
12	Límite entre la zona 1 y la zona 2 del intercambiador.
23	Límite entre la zona 2 y la zona 3 del intercambiador.
$\overline{\gamma}$	Fracción de vacío media.
g	Valor de vapor saturado de la variable asociada.
f	Valor de líquido saturado de la variable asociada.
ext	externa.
int	interna.
min	mínimo valor de la variable asociada.

CR	Sección transversal del intercambiador en el lado del refrigerante.
R	Lado del refrigerante.
e	Evaporador.
c	Condensador.
$R-OUT$	Salida del refrigerante.
$R-IN$	Entrada del refrigerante.
W	Pared.
A	Aire.
is	Isentrópico.
sec	Secundario.
out	Salida.
err	Error.
u	Acción de control.
$diag$	Diagonal.

Acrónimos

Escuela Téc-
nica Superior
de In

1 Introducción

El presente Máster en Automática, Robótica y Telemática tiene como objetivo final la realización de un Trabajo Final de Máster (en adelante TFM) en el que se tratan de recoger, sintetizar y ampliar los conocimientos y técnicas adquiridas durante los diversos cursos que lo componen.

El tema elegido para realizar este TFM trata sobre la optimización y control de sistemas de refrigeración. En concreto, se trata de desarrollar un conjunto de ecuaciones que modelen la dinámica del ciclo de manera compleja, para posteriormente aplicar distintas estrategias de control y poder compararlas.

1.1 Motivación

Los sistemas de refrigeración por compresión de vapor son los métodos más extendidos mundialmente para la generación de frío, tanto para aplicaciones industriales como la refrigeración doméstica, comercial o la climatización [19]. La refrigeración supone un alto porcentaje del consumo energético tanto nacional como mundial. Así, tomando como ejemplo los resultados expuestos en [3], los supermercados son los mayores consumidores del sector. Un supermercado típico consume entre 2 y 3 millones de kWh anualmente, y en torno al 50 % de esta energía se consume en los procesos de refrigeración. Por otra parte, en climatización de edificios se ha estimado que el consumo debido al uso de sistemas de acondicionamiento de aire o HVAC (del inglés Heating, Ventilating, and Air Conditioning) está en torno al 20-40 % del consumo de energía total en países desarrollados [18].

Debido a la incipiente escasez de recursos energéticos, el ahorro de los mismos se convierte en un aspecto cada vez más urgente de abordar, y en este proceso el control automático juega un papel central.

Además, la investigación aquí desarrollada se enmarca dentro de un proyecto financiado por el ministerio de economía y competitividad.

1.2 Objetivos

Los objetivos principales de este trabajo es el aprendizaje del funcionamiento de un sistema de refrigeración por compresión de una etapa para su posterior modelado y simulación y la aplicación de distintas metodologías de control. Además, se plantea el diseño realizado para la construcción de una planta de refrigeración experimental.

El objetivo del modelado es reproducir el funcionamiento de un sistema de refrigeración por compresión de vapor de una etapa en el que se tienen un cuenta dos variables de entradas y dos variables de salida, además de considerar otra serie de perturbaciones. Se prentende, por tanto, que el simulador resultante sea un sistema MIMO (del inglés Multiple Inputs, Multiple Outputs).

En cuanto a las metodologías de control, se plantea el desarrollo de controladores lineales multivariable mediante las estrategias del Control Robusto y del Control Predictivo.

El diseño de la planta experimental se realiza partiendo del conocimiento adquirido en el aprendizaje en los sistemas de refrigeración.

1.3 El sistema de refrigeración por compresión de vapor

Los sistemas de refrigeración por compresión tienen por objetivo extraer energía en forma de calor del reservorio a enfriar y expulsarla en otro reservorio que suele ser el ambiente, mediante el uso de un ciclo termodinámico cerrado. En la Figura 1.1 se puede observar el esquema general de un sistema de refrigeración, formado por cuatro elementos: Compresor, Condensador, Válvula de Expansión y Evaporador. Se usa un fluido, llamado generalmente refrigerante, el cual por sus propiedades termodinámica permite la absorción de energía en el evaporador y la cesión de la misma en el condensador.

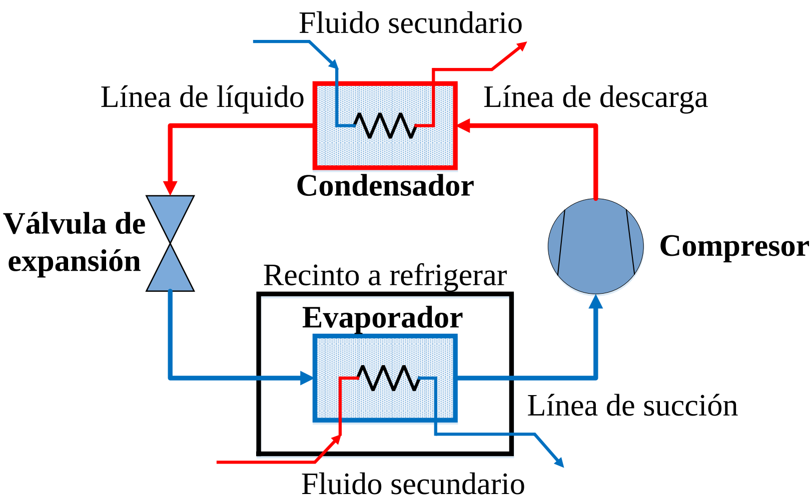

Figura 1.1 Sistema de refrigeración por compresión.

En el diagrama P-h, mostrado en la Figura 1.2, se observa el proceso ideal del ciclo termodinámico. En el cual se sitúan los principales intercambios energéticos según los elementos del ciclo. El funcionamiento de un ciclo de refrigeración por compresión de vapor se describe brevemente a continuación. El ciclo se inicia en el compresor (punto 1). El fluido entra en estado gaseoso a una cierta presión y temperatura y aumentan considerablemente durante su paso por el compresor. A continuación el refrigerante entra en el condensador (punto 2), donde cede la energía termodinámica al fluido secundario (generalmente el ambiente) mediante las paredes del condensador. A la salida, la presión del fluido debe ser similar pero la temperatura disminuye lo suficiente para que el fluido cambie a estado líquido. En estas condiciones llega a la válvula de expansión (punto 3) donde disminuye drásticamente su presión y el refrigerante se transforma de estado líquido a estado bifásico a la salida, disminuyendo también la temperatura del refrigerante. Por último, el fluido entra en el evaporador (punto 4) a menor temperatura que la del recinto a enfriar. Por tanto, el refrigerante absorbe la diferencia de energía existen y se transforma a estado gaseoso a la salida. A partir de aquí se repite el ciclo (vuelta al punto 1).

1.4 Estado del arte

Como se observa en la Figura 1.3, las acciones de control del sistema son la potencia del compresor, que implica una velocidad de giro constante en el eje de este (N $[RPM]$); y la apertura de la válvula de expansión (A_v $[\%]$). Como variables de salida controlable se emplea la salida del secundario del evaporador ($T_{out,sec,e}[°C]$), quedando un grado de libertad. Por motivos tecnológicos, al compresor

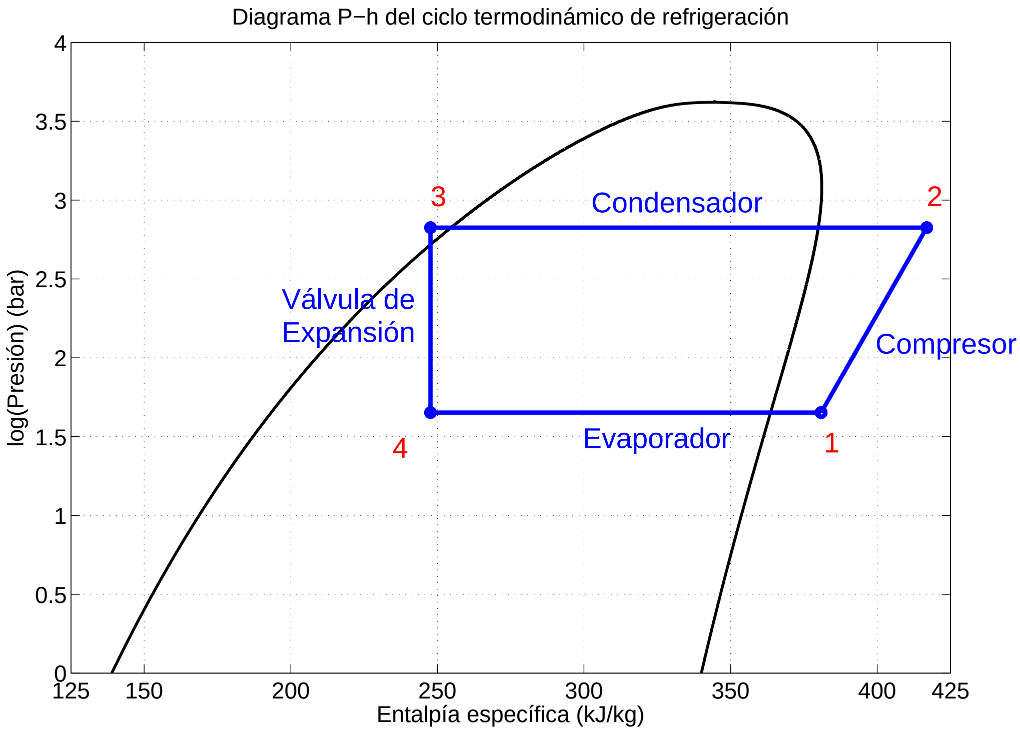

Figura 1.2 Diagrama P-h del ciclo termodinámico de refrigeración.

nunca puede llegar líquido para que no sufra averías. Por ello, se debe controlar el grado de sobrecalentamiento ($TSH[°C]$), definido como la temperatura de salida del caudal interno de fluido que está por encima de la temperatura de vapor saturado a la presión del evaporador.

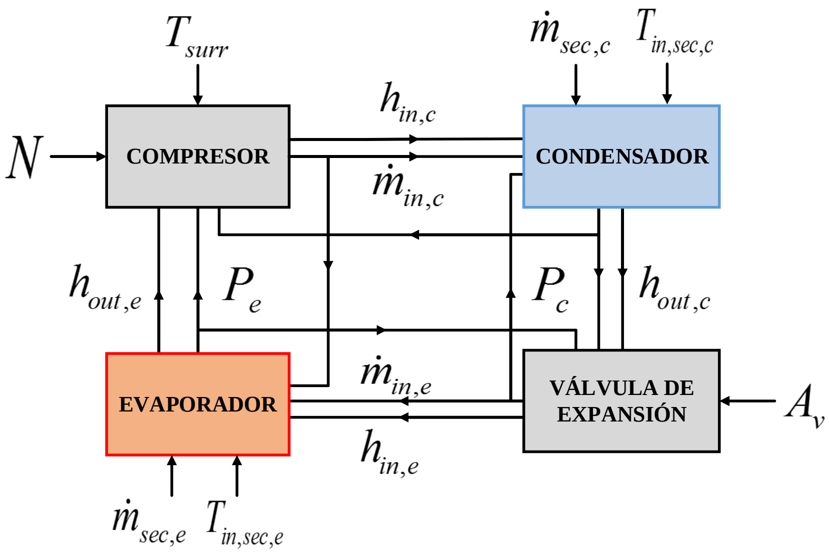

Figura 1.3 Esquema de las variables de entrada y salida a cada elemento y al ciclo de refrigeración.

Las técnicas lineales de control más empleadas en la literatura son el control descentralizado [15], [29], [28], el control LQG [23], [24], [9], control predictivo [20], [8], [22], [21] control multivariable por desacoplo [25], y control robusto H_∞ [12].

Underwood [28] propone una estrategia de control desacoplado en la que los controladores PID se ajustan de forma conjunta utilizando técnicas de optimización. El emparejamiento más utilizado es el de controlar TSH con A_v y $T_{out,sec,e}$ mediante N. Jiangjiang *et al.* [29] implementan un controlador híbrido PID-Redes Neuronales, en el cual la red neuronal ajusta *online* los parámetros de los PIDs. Por su parte, Marchinichen *et al.* [15] han estudiado el uso de una estrategia *SISO* dual para el control simultáneo de la velocidad de giro del compresor N y la apertura de la válvula A_v, en concreto mediante controladores PI.

En cuanto a la estrategia de control robusto, Larsen *et al.* [12] diseñan un controlador *MIMO* H_∞ que resuelve el problema *S/KS* en el cual se tiene en cuenta que, para su sistema, el acoplamiento entre la temperatura de salida del fluido secundario en el evaporador y la apertura de la válvula de expansión es débil. Se compara el controlador de orden reducido obtenido con un controlador *SISO* H_∞ obtenido relajando la demanda de ancho de banda para el sistema en bucle cerrado.

Siendo conscientes de la complejidad del proceso, podría ser apropiado implementar un controlador que pudiese tener en cuenta el acoplamiento y también las incertidumbres que existen en el modelado lineal, debido a la fuerte no linealidad del proceso. El desarrollo de un controlador robusto parece adecuado a este problema. Este artículo describe uno en particular: un controlador centralizado H_∞ multivariable, basado en el Problema de Sensibilidad Mixta *S/KS/T*.

1.5 Publicaciones

Relacionado con este tema de investigación se han publicado los siguientes artículos en Revistas:

- *Control robusto multivariable de un ciclo de refrigeración*, de los autores José A. Alfaya, Guillermo Bejarano, Manuel G. Ortega y Francisco R. Rubio. Publicado en *XXXV Jornadas de Automática 2014*.
- *Multivariable robust control of a refrigeration system under different operation conditions* de los autores Guillermo Bejarano, José A. Alfaya, Manuel G. Ortega y Francisco R. Rubio. Enviado a *International Journal of Refrigeration*.
- *Multi-operating-point robust control of a one-stage refrigeration cycle* de los autores José A. Alfaya, Guillermo Bejarano, Manuel G. Ortega y Francisco R. Rubio. Enviado a 14^{th} *European Control Conference*

2 Modelado

Para la realización del modelado del sistema se han estudiado los resultados expuestos en [4], [16] y [13], empleando el mejor modelado según cada elemento del sistema de refrigeración.

En [4] se estudia el modelo simplificado del ciclo, el cual tiene en cuenta que dentro de ambos intercambiadores coexisten los estados del refrigerante apropiados, sin que desaparezca ninguno de ellos en ningún momento.

En [16] se profundiza en el análisis y en el modelado del condensador. El autor ha tenido en cuenta dos posibles modos de coexistencia de los estados del refrigerante para tener una respuesta más fiable del condensador bajo ciertas condiciones. De esta forma, el cálculo del intercambio de calor es más preciso.

Por último, en [13] se desarrolla el ciclo termodinámico completo, utilizando como base el condensador explicado en [16]. Se amplían a cinco los modos de funcionamiento del condensador, con el objetivo de tener en cuenta los fenómenos de encendido y apagado del sistema. Análogamente, se explica el diseño del evaporador, el cual, por las características del ciclo, solo tiene dos modos de funcionamiento. La válvula de expansión y el compresor se tratan como elementos estáticos por tener dinámicas de orden de tiempo inferior a los intercambiadores.

En apartados posteriores se explica con detalle las ecuaciones empleadas. Se detalla cada elemento en diferentes apartados, incluyendo en cada uno tanto las suposiciones realizadas como las simplificaciones llevadas a cabo. Además, para profundizar en el conocimiento del ciclo, se realizan una serie de pruebas para observar que el modelado es correcto.

2.1 Moving-Boundary Method

El *Moving-Boundary Method (Moving-Boundary Method (MBM))* o Método de las Fronteras Deslizantes ([6]) es una metodología la cual da una solución al problema de los cambios de fase dentro de los intercambiadores: condensador y evaporador.

En un sistema de refrigeración, el refrigerante puede estar en tres estados dentro de un intercambiador: líquido, bifásico y vapor. Según el estado en que se encuentre sus propiedades pueden variar drásticamente de manera que es muy difícil especificar con precisión todos los valores termodinámicos en un par de ecuaciones de masa y de energía para caracterizar el fluido.

El método de las fronteras deslizantes viene a solucionar este problema. Se propone plantear cada estado del fluido dentro del intercambiador como un subintercambiador en el que se plantean las ecuaciones de balance necesarias. Para unir cada zona entre sí se plantea considerar las condiciones de contorno finales de la zona anterior como las condiciones iniciales de la siguiente zona, de manera que las zonas consecutivas son afectadas unas por otras.

Para determinar cuánta longitud del intercambiador pertenece a cada fase existente, el MBM propone emplear como variable de estado la longitud de cada subintercambiador. De esta forma, la dimensión de los subintercambiadores, y por tanto el calor que transmite el fluido en cada estado termodinámico, se modifica en función de la evolución de las condiciones de entrada y salida del intercambiador.

2.2 Modelado

El modelado de un sistema de refrigeración se compone del modelado de cuatro elementos que conforman el ciclo. De estos elementos, se ha profundizado en el modelado de ambos intercambiadores, utilizando modelos estáticos para el compresor y la válvula de expansión.

2.3 Condensador

Para el modelado del condensador se han seguido íntegramente las ecuaciones expuestas en el artículo [13], en el cual se diferencian cinco modos de funcionamiento. En la Figura 2.1 se pueden observar los modos determinados por [13]. En primer lugar, puede aparecer la zona de Vapor Sobrecalentado (SH), a continuación la zona bifásica (BF), y por último la zona de Líquido Subenfriamiento (SC). Estas zonas pueden aparecer o desaparecer según el modo. Las zonas de cada modo están señaladas en la Figura 2.1 antes comentada.

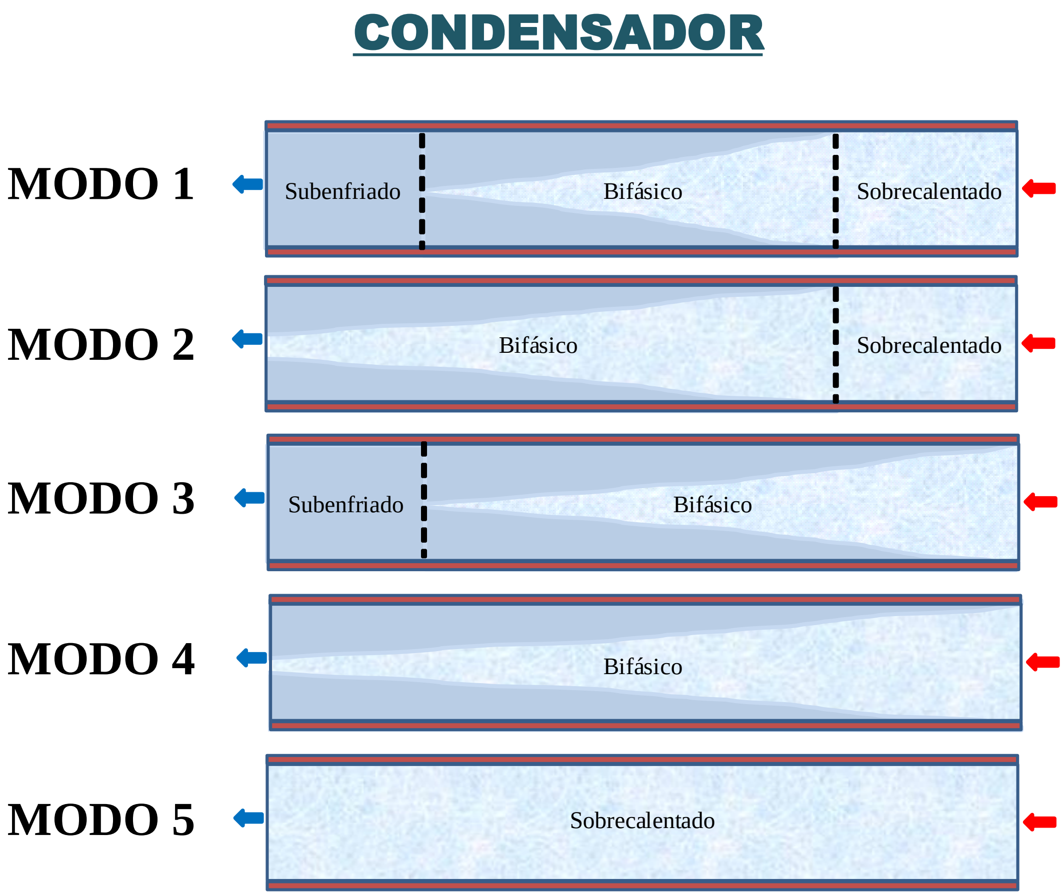

Figura 2.1 Modos del condensador.

Se han realizado las siguientes suposiciones:

1. El flujo del refrigerante es unidimensional, compresible y no estacionario.

2. La presión del refrigerante es uniforme dentro de los intercambiadores. Por tanto, las ecuaciones de balances de los momentos no son necesarias.
3. El ratio de deslizamiento del la región de bifásica puede ser modelado correctamente mediante la correlación de Thom [27].
4. La entrada del fluido en los intercambiadores tienen una velocidad, temperatura y presión uniformes.
5. El fluido secundario de los intercambiadores es cuasi-estático e incompresible.
6. La estructura de la energía interna puede ser representada correctamente usando una valor constante de calor específico y una sola temperatura de pared para cada zona existente (sobrecalentado, bifásico y subenfriado).
7. La conducción de calor a lo largo del eje longitudinal del intercambiador es despreciable.
8. Los coeficientes de transferencia de calor en los lados del refrigerante y del fluido secundario en el intercambiador son adecuados para predecir los flujos de intercambios de calor.
9. La integral de la fracción de vacío total se puede aproximar por la fracción de vacío total, suponiendo el título de vapor como el título de vapor medio en la zona bifásica.

Teniendo en cuenta el MBM, las variables de estado son:

$$x_c \;=\; [h_{1c}\; P_c\; h_{3c}\; \zeta_{1c}\; \zeta_{2c}\; T_{w1c}\; T_{w2c}\; T_{w3c}\; \overline{\gamma_c}] \tag{2.1}$$

Donde,

- h_{1c} es la entalpía específica media de la zona sobrecalentada en el condensador.
- P_c es la presión media en el condensador.
- h_{3c} es la entalpía media en la zona subenfriada en el condensador.
- ζ_{1c} es la longitud de la zona sobrecalentada en el condensador.
- ζ_{2c} es la longitud de la zona bifásica en el condensador.
- T_{w1c} es la temperatura de la pared del intercambiador en la zona sobrecalentada.
- T_{w2c} es la temperatura de la pared del intercambiador en la zona bifásica.
- T_{w3c} es la temperatura de la pared del intercambiador en la zona subenfriada.
- $\overline{\gamma_c}$ es la fracción de vacío media de la zona bifásica en el condensador

Dichas variables se emplean en todos los modos. En los modos en los que no se utilice alguna de las variables, estas se anularán o tenderán al valor que se especifique.

2.3.1 Estructura del condensador

En primer lugar, para cada zona existente en el intercambiador se resuelve el intercambio de calor entre el ambiente y el refrigerante a través de la estructura del evaporador. En la Figura 2.2 se muestra el esquema seguido para el modelado del sistema. En ella, el recinto a enfriar transmite la potencia calorífica hacia la pared del intercambiador. Esta a su vez transmite su potencia calorífica al refrigerante. En régimen permanente y en ausencia de perturbaciones estas potencias deben ser iguales.

La transmisión de calor se modela con las siguientes ecuaciones:

$$U_{iR} = \frac{1}{\left(\frac{t_{Wc}}{(1-F_{FIN_R})} + \frac{1}{\alpha_{iR}(1-F_{FIN_R}(1-\eta_{FiR}))}\right)} \qquad i = 1{,}2{,}3 \tag{2.2}$$

$$\dot{Q}_{iRc} = \zeta_{ic} U_{iR} A_{c_i nt}(T_{wi_c} - T_{i_c}) \qquad i = 1{,}2{,}3 \tag{2.3}$$

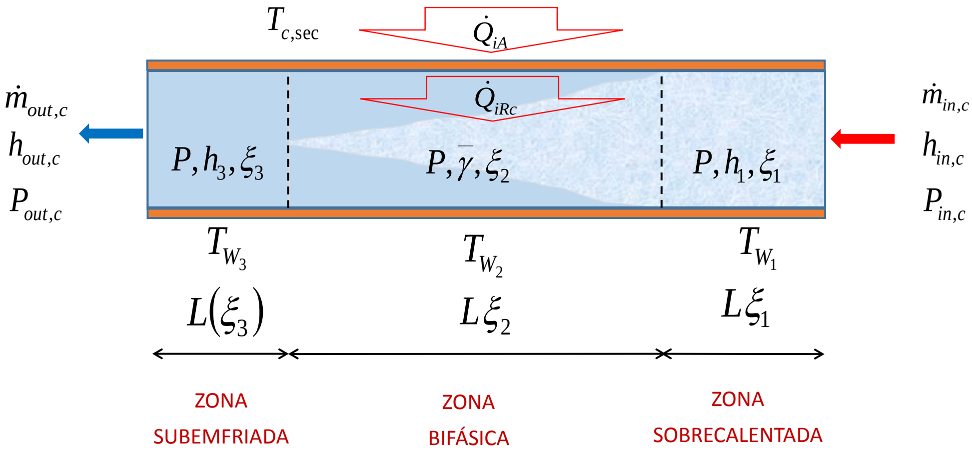

Figura 2.2 Esquema del modelado del condensador.

U_{iR} es el factor de ensuciamiento del intercambiador. Mediante la ecuación (2.3) se evalúa la transmisión de calor entre el refrigerante y la pared interna del evaporador.

Para la transmisión de calor desde el aire del recinto hasta la pared se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\dot{Q}_{iA} = \dot{m}_A \zeta_{ic} C_{p_A} (T_{A-INc} - T_{A-OUTic}) \qquad i = 1,2,3 \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned} T_{A-OUTic} &= T_{wic} + (T_{A-INic} - T_{wic})\, e^{-NTU} \qquad i = 1,2,3 \\ NTU &= \alpha_A A_{c_{ext}} \frac{1 - F_{FIN_A}(1 - \eta_{FA_c})}{C_{p_{A_c}} \dot{m}_A} \qquad i = 1,2,3 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Con las ecuaciones (2.2), (2.3), (2.4) y (2.5) se obtienen los intercambios energéticos entre el refrigerante y el exterior, que se producen en el condensador.

2.3.2 Modos

Modo 1

En este modo se considera la existencia de las tres zonas comentadas. A continuación se muestran las ecuaciones iniciales empleadas en el artículo [13] para el modo 1:

$$\frac{d\zeta_{1c}}{dt} + \left(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}} \frac{\partial \rho_{1c}}{\partial P}\right) \frac{dP}{dt} + \left(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}} \frac{\partial \rho_{1c}}{\partial h_{1c}}\right) \frac{dh_{1c}}{dt} + \frac{\dot{m}_{12c}}{\rho_{1c} A_{CR_c} L_{R_c}} = \frac{\dot{m}_{R-INc}}{\rho_{1c} A_{CR_c} L_{R_c}} \tag{2.6}$$

$$\frac{dh_{1c}}{dt} - \frac{1}{\rho_{1c}} \frac{dP}{dt} + \left(\frac{h_{gc} - h_{1c}}{\rho_{1c} A_{CR_c} L_{R_c} \zeta_{1c}}\right) \dot{m}_{12c} = \frac{\dot{Q}_{R1} + \dot{m}_{R-INc}(h_{R-INc} - h_{1c})}{\rho_{1c} A_{CR_c} L_{R_c} \zeta_{1c}} \tag{2.7}$$

$$\frac{dh_{1c}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dh_{R-INc}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dh_{gc}}{P} \frac{dP}{dt} \tag{2.8}$$

$$\frac{d\zeta_{2c}}{dt} + \left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}} \frac{\partial \rho_{2c}}{\partial P}\right) \frac{dP}{dt} + \frac{\dot{m}_{23c}}{\rho_{2c} A_{CR_c} L_{R_c}} - \frac{\dot{m}_{12c}}{\rho_{2_c} A_{CR_c} L_{R_c}} + \frac{\partial \rho_{2c}}{\partial \overline{\gamma}_c} \frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} = 0 \tag{2.9}$$

$$\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P}-\frac{1}{\rho_{1c}}\right)\frac{dP}{dt}+\left(\frac{h_{fc}-h_{2c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\right)\dot{m}_{23c}-\left(\frac{h_{gc}-h_{2c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\right)\dot{m}_{12c}+ \frac{\partial h_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\frac{\overline{\gamma}_c}{dt}=\frac{\dot{Q}_{R2}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}} \tag{2.10}$$

$$\frac{d\zeta_{1c}}{dt}+\frac{d\zeta_{2c}}{dt}+\frac{(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{\rho_{3c}}\frac{\partial\rho_{3c}}{\partial h_{3c}}\frac{dh_{3c}}{dt}+\frac{\dot{m}_{23c}}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}}=\frac{\dot{m}_{R-OUTc}}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}} \tag{2.11}$$

$$\frac{dh_{3c}}{dt}-\frac{(h_f-h_{3c})}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta 2c)}\dot{m}_{23c}-\frac{1}{\rho_{3c}}\frac{dP}{dt}= \frac{\dot{Q}_{R3}-\dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{3c})}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})} \tag{2.12}$$

El sistema propuesto es un conjunto de siete ecuaciones con ocho incógnitas. Para resolver el problema, y según las propiedades de los fluidos, se propone la utilización de una ecuación de seguimiento para conocer el valor de la fracción de vacío en el condensador:

$$\frac{\partial\overline{\gamma}_{tot_c}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt}-K_{\overline{\gamma}_c}(\overline{\gamma}_c-\overline{\gamma}_{tot_c})=\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} \tag{2.13}$$

Esta ecuación quiere decir que el valor de la variable de estado $\overline{\gamma}_c$ debe valer $\overline{\gamma}_{tot_c}$ en un intervalo de tiempo K_γ segundos. Según las propiedades termodinámicas de los refrigerantes y las condiciones establecidas para este modo, el valor de la fracción de vacío es función de la presión y de la proporción de la zona bifásica y, por tanto, su valor es conocido.

Para mejorar la eficiencia de los cálculos se ha simplificado el sistema de ecuaciones. Se han despejado $\dot{m}_{12c}$ y $\dot{m}_{23c}$ de las ecuaciones (2.7) y (2.12) quedando:

$$\dot{m}_{12c}=\frac{\dot{Q}_{R1}+\dot{m}_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c})}{h_g-h_{1c}}-\left(\frac{\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{1c}}{h_g-h_{1c}}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+ +\left(\frac{A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{1c}}{h_g-h_{1c}}\right)\frac{dP}{dt} \tag{2.14}$$

$$\dot{m}_{23c}=-\frac{\dot{Q}_{R3}-\dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{3c})}{h_f-h_{3c}}- -\left(\frac{A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{h_f-h_{3c}}\right)\frac{dP}{dt}+\left(\frac{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{h_f-h_{3c}}\right)\frac{dh_{3c}}{dt} \tag{2.15}$$

Sustituimos las ecuaciones (2.14) y (2.15) en el sistema de ecuaciones (2.6), (2.9), (2.10), (2.11). El sistema de ecuaciones final para el modo 1 queda:

$$\frac{d\zeta_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}}\right)\frac{\partial\rho_{1c}}{\partial h_{1c}}-\left(\frac{\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c}}{h_g-h_{1c}}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}}\frac{\partial\rho_{1c}}{\partial P_c}+(\frac{A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{1c}}{(h_g-h_{1c})})\frac{dP_c}{dt} =\frac{-Q_{R1c}+m_{R-INc}(h_g-h_{R-INc})}{(\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c})(h_g-h_{1c})} \tag{2.16}$$

$$\frac{dh_{1c}}{dt}-\frac{1}{2}\frac{\partial h_g}{\partial P_c}=\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt} \tag{2.17}$$

$$\left(\frac{\rho_{1c}\zeta_{1c}}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_f-h_{3c})}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial P_c}-\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_g-h_{1c})}-\frac{(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_f-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt}+$$
$$+\frac{d\zeta_{2c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_2}{\partial\gamma_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}+\left(\frac{\rho_{3c}}{\rho_{2c}}(h_f-h_{3c})\right)\frac{dh_{3c}}{dt}=$$
$$=\frac{Q_{R1c}+m_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c})}{(\rho 2A_{CR_c}L_{R_c})(h_g-h_{1c})}+\frac{Q_{R3c}-m_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{3c})}{(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c})(h_f-h_{3c})} \tag{2.18}$$

$$\left(\frac{\rho_{1c}\zeta_{1c}}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_g-h_{1c})}{(h_g-h_{2c})}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c}-\frac{1}{\rho_{2c}}-\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_g-h_{2c})}{(h_g-h_{1c})}-\frac{(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_f-h_{2c})}{(h_f-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt}+$$
$$\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial\gamma_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}+\left(\frac{\rho_{3c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_f-h_{2c})}{(h_f-h_{3c})}\right)\frac{dh_{3c}}{dt}=\frac{Q_{R2c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}+$$
$$+\frac{(Q_{R1c}+m_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c}))}{(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c})}\frac{(h_g-h_{2c})}{(h_g-h_{1c})}+\frac{(Q_{R3c}-m_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{3c}))}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\frac{(h_f-h_{2c})}{(h_f-h_{3c})} \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial\overline{\gamma}_{totc}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt}-\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}+=K_{\gamma_c}(\overline{\gamma}_c-\overline{\gamma}_{tot_c}) \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\zeta_{1c}}{dt}-\left(\frac{\zeta_{3c}}{\rho_{3c}}\frac{1}{(h_f-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt}+\frac{d\zeta_{2c}}{dt}+\\+\left(\frac{\zeta_{3c}}{(h_f-h_{3c})}-\frac{\zeta_{3c}}{\rho_{3c}}\frac{\partial\rho_{3c}}{\partial h_{3c}}\right)\frac{dh_{3c}}{dt}=\frac{Q_{R3c}-m_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_f)}{(\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c})(h_f-h_{3c})}\end{aligned} \tag{2.21}$$

Utilizando el método de Gauss-Jordan para despejar el sistema de ecuaciones resultante se han obtenido las soluciones para este modo de funcionamiento.

Modo 2

En el modo 2 se considera que no hay zona de líquido subenfriado y, por tanto, se puede considerar que las ecuaciones asociadas a su dinámica no están acopladas dentro del sistema de ecuaciones. A la pérdida de estas dos ecuaciones (y las correspondientes incógnitas) hay que añadir que el sistema de ecuaciones se reduce a un sistema 5x5.

Las variables de estado que dejan de utilizar y pierden el acoplamiento son: h_{3c} y ζ_{2c}. La primera es una variable termodinámica intrínseca a la zona subenfriada, mientras que la segunda, ζ_{2c} es consecuencia de disminuir la restricción de la proporción de las zonas (de $1=\zeta_{1c}+\zeta_{2c}+\zeta_{3c}$ a $1=\zeta_{1c}+\zeta_{2c}$).

El sistema original, extraído del artículo [16], sigue aplicando las ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8 y, además, las dos ecuaciones siguientes:

$$-\frac{d\zeta_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt}-\frac{\dot m_{12c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}=-\frac{\dot m_{R-OUTc}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}} \tag{2.22}$$

$$\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c}-\frac{1}{\rho_{2c}}\right)\frac{dP_c}{dt}-\frac{(h_g-h_{2c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\dot m_{12c}+\frac{\partial h_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}=\frac{\dot Q_{R2c}-\dot m_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{2c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}} \tag{2.23}$$

De la misma forma que en el modo 1, se simplifica el sistema despejando la variable $\dot m_{12c}$ como se realizó en 2.14. El sistema final utilizado en este modo consta de 4 ecuaciones, las cuales se muestran a continuación:

$$\frac{d\zeta_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}}\frac{\partial\rho_{1c}}{\partial P_c}+\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}}\frac{1}{(h_g-h_{1c})}\right)\frac{dP_c}{dt}+\left(\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{1c}}\frac{\partial\rho_{1c}}{\partial h_{1c}}+\frac{\zeta_{1c}}{(h_g-h_{1c})}\right)\frac{dh_{1c}}{dt} \\ =\frac{m_{R-INc}}{\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c}}-\frac{\dot{Q}_{R1c}+m_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c})}{(\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c})(h_g-h_{1c})} \tag{2.24}$$

$$-\left(\frac{1}{2}\frac{\partial h_g}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt}+\frac{dh_{1c}}{dt}=\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt} \tag{2.25}$$

$$-\frac{d\zeta_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt}-\left(\frac{\rho_{1c}\zeta_{1c}}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_g-h_{1c})}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} \\ =-\frac{m_{R-OUTc}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}}+\frac{\dot{Q}_{R1c}+m_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c})}{(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c})(h_g-h_{1c})} \tag{2.26}$$

$$\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c}-\frac{1}{\rho_{2c}}-\frac{\zeta_{1c}}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_g-h_{2c})}{(h_g-h_{1c})}\right)\frac{dP_c}{dt}-\left(\frac{\rho_{1c}\zeta_{1c}}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{(h_g-h_{2c})}{(h_g-h_{1c})}\right)\frac{dh_{1c}}{dt}+\frac{\partial h_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} \\ =\frac{\dot{Q}_{R2c}-m_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{2c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}+\frac{(\dot{Q}_{R1c}+m_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c}))}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\frac{(h_g-h_{2c})}{(h_g-h_{1c})} \tag{2.27}$$

De igual forma que en el modo 1, se obtiene un sistema de ecuaciones que se puede resolver mediante el método de Gauss-Jordan.

Modo 3

A partir del modo 3 se continúa analizando y empleado el planteamiento del artículo [13]. En este modo se considera que la zona de vapor sobrecalentado se hace muy pequeña y se puede considerar despreciable. En este caso el sistema de ecuaciones es algo distinto de los anteriores:

$$\frac{d\zeta_{2c}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt}+\frac{\dot{m}_{23c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}}+\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial\rho_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}=\frac{\dot{m}_{R-IN_c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}}+ \\ +\frac{\dot{Q}_{R3}-\dot{m}_{R-OUT_c}(h_{R-OUT_c}-h_{3c})}{(h_f-h_{3c})(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c})} \tag{2.28}$$

$$\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c}-\frac{1}{\rho_{2c}}\right)\frac{dP_c}{dt}+\left(\frac{h_{fc}-h_{2c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\right)\dot{m}_{23c}+\frac{\partial h_{2c}}{\partial\overline{\gamma}_c}\frac{\overline{\gamma}_c}{dt}= \\ =\left(\frac{h_{R-IN_c}-h_{2c}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\right)\dot{m}_{R-IN_c}+\frac{\dot{Q}_{R2}}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}} \tag{2.29}$$

$$\frac{dh_{1c}}{dt}=\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt}+\left(\frac{1}{2}\frac{dh_{gc}}{P_c}\right)\frac{dP_c}{dt} \tag{2.30}$$

$$\frac{d\zeta_{2c}}{dt}-\left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{3c}}\frac{\partial\rho_{3c}}{\partial h_{3c}}\right)\frac{dh_{3c}}{dt}+\frac{\dot{m}_{23c}}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}}=\frac{\dot{m}_{R-OUTc}}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}} \tag{2.31}$$

$$\frac{dh_{3c}}{dt}-\left(\frac{h_f-h_{3c}}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}\right)\dot{m}_{23c}-\frac{1}{\rho_{3c}}\frac{dP}{dt}=\frac{\dot{Q}_{R3}-\dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{3c})}{\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c}(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})} \tag{2.32}$$

$$\frac{\partial \overline{\gamma}_{totc}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt} - \frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} = K_{\overline{\gamma}_c}(\overline{\gamma}_c - \overline{\gamma}_{totc}) \tag{2.33}$$

Como la zona 1 está desactivada:

$$\frac{d\zeta_{1c}}{dt} = 0 \tag{2.34}$$

El resto de ecuaciones de la estructura se mantienen iguales, salvo que en la zona 1 que no se aplican las ecuaciones al estar desactivada. En su lugar, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\frac{dT_{1w_c}}{dt} = (T_{w2_c} - T_{w1_c}) \tag{2.35}$$

Esta ecuación pretende que la temperatura de la pared en la zona 1 siga, de manera ficticia, a la temperatura de la pared de la zona 2 mientras la zona 1 esté desactivada. Esto quiere decir que en el momento de la desactivación de la zona 1, se considera que la pared tiene la misma temperatura que la zona 2. Si se vuelve a activar la zona 1, entonces la temperatura inicial de dicha zona será la última asignación de la temperatura de la pared de la zona 2 realizada.

Las ecuaciones (2.28), (2.29), (2.30), (2.31), (2.32) y (2.33) componen un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas de las cuáles solo 5 son variables de estado como se mencionan en la ecuación 2.1. Por tanto, se ha empleado la misma ecuación (2.15) que en modos anteriores para simplificar el sistema de ecuaciones. El resultado de esta aplicación queda:

$$\begin{aligned} &\frac{d\zeta_{2c}}{dt} - \left(\frac{\zeta_{3c}}{\rho_{3c}}\frac{1}{(h_{fc}-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt} + \left(\frac{\zeta_{3c}}{h_{fc}-h_{3c}} - \frac{\zeta_{3c}}{\rho_{3c}}\frac{\partial \rho_{3c}}{\partial \overline{\gamma}_c}\right)\frac{dh_{3c}}{dt} = \\ &= \frac{\dot{m}_{R-OUTc}}{(\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c})} + \frac{\dot{Q}_{R3c} - \dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc} - h_{3c})}{(h_{fc}-h_{3c})(\rho_{3c}A_{CR_c}L_{R_c})} \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d\zeta_{2c}}{dt} + \left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial \rho_{2c}}{\partial P_c} - \frac{\zeta_{3c}}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_{fc}-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt} + \left(\frac{\rho_{3c}\zeta_{3c}}{\rho_{2c}}\frac{1}{(h_{fc}-h_{3c})}\right)\frac{dh_{3c}}{dt} + \\ &+ \left(\frac{\zeta_{2c}}{\rho_{2c}}\frac{\partial \rho_{2c}}{\partial \overline{\gamma}_c}\right)\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} = \frac{\dot{m}_{R-INc}}{(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c})} + \frac{\dot{Q}_{R3c} - \dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc} - h_{3c})}{(h_{fc}-h_{3c})(\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c})} \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c} - \frac{1}{\rho_{2c}} - \frac{\zeta_{3c}}{\zeta_{2c}\rho_{2c}}\frac{(h_{fc}-h_{2c})}{(h_{fc}-h_{3c})}\right)\frac{dP_c}{dt} + \left(\frac{\rho_{3c}\zeta_{3c}}{\rho_{2c}\zeta_{2c}}\frac{h_{fc}-h_{2c}}{h_{fc}-h_{3c}}\right)\frac{dh_{3c}}{dt} + \frac{\partial h_{2c}}{\partial \overline{\gamma}_c}\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} \\ &= \frac{\dot{Q}_{R2c} + \dot{m}_{R-INc}(h_{R-INc} - h_{2c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}} + \frac{\dot{Q}_{R3c} - \dot{m}_{R-OUTc}(h_{R-OUTc} - h_{3c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\frac{(h_f - h_{2c})}{(h_f - h_{3c})} \end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial \overline{\gamma}_{totc}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt} - \frac{d\overline{\gamma}_c}{dt} = K_{\overline{\gamma}_c}(\overline{\gamma}_c - \overline{\gamma}_{totc}) \tag{2.39}$$

$$\frac{dh_{2c}}{dt} - \left(\frac{1}{2}\frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt} \tag{2.40}$$

El siguiente paso es resolver el sistema mediante el método de Gauss-Jordan.

Modo 4

En este modo no se realizan simplificaciones puesto que las variables $\dot{m}_{12c}$ y $\dot{m}_{23c}$ desaparecen. El sistema de ecuaciones empleado es el siguiente:

$$\frac{\partial \rho_{2c}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt}+\frac{\partial \rho_{2c}}{\partial \overline{\gamma}_c}\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}=\frac{\dot{m}_{R_INc}-\dot{m}_{R_OUTc}}{\zeta_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial h_{2c}}{\partial P_c}-\frac{1}{\rho_{2c}}\right)\frac{dP_c}{dt}+\frac{\partial h_{2c}}{\partial \overline{\gamma}_c}\frac{d\overline{\gamma}_c}{dt}=\\ =\frac{\dot{Q}_{R2c}+\dot{m}_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{2c})-\dot{m}_{R_OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{2c})}{\rho_{2c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{2c}}\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt}+\left(\frac{1}{2}\frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt}\right)=\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt} \tag{2.43}$$

Modo 5

De manera análoga al modo 4, en este modo tampoco se realizan simplificaciones puesto que las variables $\dot{m}_{12c}$ y $\dot{m}_{23c}$ desaparecen. Por tanto, las ecuaciones empleadas son las extraídas del artículo [13]:

$$\frac{\partial \rho_{1c}}{\partial P_c}\frac{dP_c}{dt}+\frac{\partial \rho_{1c}}{\partial h_{1c}}\frac{dh_{1c}}{dt}=\frac{\dot{m}_{R_INc}-\dot{m}_{R_OUTc}}{\zeta_{1c}A_{CR_c}L_{R_c}} \tag{2.44}$$

$$-\frac{1}{\rho_{1c}}\frac{dP_c}{dt}+\frac{dh_{1c}}{dt}=\frac{\dot{Q}_{R1c}+\dot{m}_{R-INc}(h_{R-INc}-h_{1c})-\dot{m}_{R_OUTc}(h_{R-OUTc}-h_{1c})}{\rho_{1c}A_{CR_c}L_{R_c}\zeta_{1c}} \tag{2.45}$$

$$\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt}+\left(\frac{1}{2}\frac{\partial h_{gc}}{\partial P_c}\right)\frac{dP_c}{dt}=\frac{1}{2}\frac{dh_{R-INc}}{dt} \tag{2.46}$$

2.3.3 Temperaturas de las paredes

La temperatura que alcanzan las paredes del condensador se determina una vez conocido el incremento de la proporción de la zona uno, obtenida a su vez del sistema de ecuaciones de los modos. Los valores de la temperatura se determinan según las siguientes ecuaciones:

$$\dot{T}_{w1c}=\frac{1}{\zeta_{1c}}\left(\frac{\dot{Q}_{1A}-\dot{Q}_{R1}}{C_{pW_c}M_c}+(T_{wt1}-T_{w1})\dot{\zeta}_{1c}\right) \tag{2.47}$$

$$\dot{T}_{w2c}=\frac{1}{\zeta_{2c}}\left(\frac{\dot{Q}_{2A}-\dot{Q}_{R2}}{C_{pW_c}M_c}+\left(\dot{\zeta}_{1c}+\dot{\zeta}_{2c}\right)T_{wt2}-T_{wt1}\dot{\zeta}_{1c}-T_{w2}\dot{\zeta}_{2c}\right) \tag{2.48}$$

$$\dot{T}_{w2c}=\frac{1}{(1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c})}\left(\frac{\dot{Q}_{3A}-\dot{Q}_{R3}}{C_{pW_c}M_c}+(T_{w3}-T_{wt2})\left(\dot{\zeta}_{1c}+\dot{\zeta}_{2c}\right)\right) \tag{2.49}$$

Donde T_{wt1} y T_{wt2} van a depender del signo de $\dot{\zeta}_{1c}$ y $\dot{\zeta}_{2c}$, o sea del sentido en el cual las fronteras de las fases coexistentes en el intercambiador se muevan:

$$\begin{aligned} Si\ \dot{\zeta}_{1e} & >0 \Rightarrow T_{wt1} = T_{w2} \\ Si\ \dot{\zeta}_{1e} & \leq 0 \Rightarrow T_{wt1} = T_{w1} \\ Si\ \dot{\zeta}_{1e}+\dot{\zeta}_{2e} & >0 \Rightarrow T_{wt2} = T_{w3} \\ Si\ \dot{\zeta}_{1e}+\dot{\zeta}_{2e} & \leq 0 \Rightarrow T_{wt2} = T_{w2} \end{aligned} \tag{2.50}$$

De esta forma queda caracterizada la evolución de las temperatura de las paredes en el condensador según las fases existentes en él.

2.3.4 Cambios de modo

A continuación se contemplan los cambios de modo posibles:

De modo 1 a modo 2

Este cambio de modo ocurre cuando el condensador no intercambia el suficiente calor con el exterior y la zona subenfriada pierde su longitud. También puede deberse a cambios instantáneos en las presiones. Las condiciones de salto son:

$$\begin{aligned} \zeta_{3c} = 1-\zeta_{1c}-\zeta_{2c} < \zeta_{min} \\ \dot{\zeta}_{3c} < 0 \end{aligned} \tag{2.51}$$

De modo 1 a modo 3

Este modo se activa como consecuencia de las propiedades del flujo de entrada al condensador. Si las propiedades que se obtienen en la salida del elemento anterior (compresor) son inferiores a las condiciones de vapor sobrecalentado, entonces se activa este modo. Las condiciones se han modelado como:

$$\begin{aligned} \zeta_{1c} < \zeta_{min} \\ h_{R_{INc}} < h_{gc} \end{aligned} \tag{2.52}$$

En estas condiciones se tienen en cuenta tanto la evolución de las longitudes de la zona sobrecalentada como la entalpía a la entrada del condensador. Para producirse el cambio deben superarse ambas condiciones.

De modo 2 a modo 1

En el cambio de modo se recuperan las tres zonas desarrolladas en el simulador como consecuencia de un mayor intercambio de energía hacia el exterior o de una variación en la presión. Las condiciones de cambio de modo son:

$$\begin{aligned} \zeta_{2c}(\overline{\gamma}_{totc}-\overline{\gamma}_{c}) > \zeta_{min} \\ \dot{\overline{\gamma}}_{c} < 0 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Las condiciones (2.53) implican el empleo de la fracción de vacío como variable adecuada para determinar la evolución del sistema al ser comparada con la fracción de vacío total definida anteriormente. La diferencia de la primera condición de este cambio de modo siempre será negativa en el modo actual. El cambio de signo en dicha diferencia que se ha comenzado a generar la zona de líquido subenfriado en el condensador, sin embargo dicha zona no es lo suficiente amplia como para ser considerada por el modelo aquí planteado. Una vez que se cumpla la condición completa la zona subenfriada ya se ha generado lo suficiente para poder mantenerse en el modo siguiente (modo 1).

De modo 2 a modo 4

Este cambio de modo se utiliza generalmente cuando se desea apagar o encender el sistema de refrigeración. Para ello, las condiciones a la entrada del sistema se ven afectadas de forma que la zona sobrecalentada desaparece:

$$\begin{aligned} \zeta_{1c} &> \zeta_{min} \\ \dot{\zeta}_{1c} &< 0 \end{aligned} \tag{2.54}$$

De modo 2 a modo 5

Esta cambio de modo solo ocurre en procesos de apagado del sistema de refrigeración. Para ello basta con comprobar las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \overline{\gamma}_c &> 1 \\ \dot{\overline{\gamma}}_c &> 0 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Esta condición implica que la fracción de vacío media equivale a que toda la longitud del condensador esté en fase gaseosa y que siga aumentando de fracción de vacío.

De modo 3 a modo 1

Esta condición se activa cuando las condiciones de entrada al condensador son las adecuadas según la definición de zona sobrecalentada. Las condiciones son:

$$\begin{aligned} h_{R_{INc}} &> h_{gc} \\ \frac{dh_{R_{INc}}}{dt} &> 0 \end{aligned} \tag{2.56}$$

De modo 3 a modo 4

En este cambio el condensador pierde la zona subenfriada como consecuencia de la menor transmisión de calor (como ocurre también en otros cambios de modo). Las condiciones para el salto de modo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \zeta_{3c} = 1 - \zeta_{1c} - \zeta_{2c} &< \zeta_{min} \\ \zeta_{3c} &< 0 \end{aligned} \tag{2.57}$$

De modo 4 a modo 5

Este salto solo se completa cuando el sistema de refrigeración se apague. Las condiciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \overline{\gamma}_c &>= 1 \\ \dot{\overline{\gamma}}_c &> 0 \end{aligned} \tag{2.58}$$

De modo 4 a modo 2

La activación de este cambio de modo solo se genera mediante las condiciones de entrada al condensador. Las condiciones del salto son las siguientes:

$$\begin{aligned} h_{R-INc} &> h_{gc} \\ \frac{dh_{R-INc}}{dt} &> 0 \end{aligned} \tag{2.59}$$

De modo 4 a modo 3

Este cambio de modo se activa cuando se consigue extraer la suficiente energía del condensador como para generar zona de líquido subenfriado para las condiciones de entrada fijadas. Las condiciones para el salto de modo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \zeta_{2c}(\overline{\gamma}_{totc} - \overline{\gamma}_c) > \zeta_{min} \\ \dot{\overline{\gamma}}_c < 0 \end{aligned} \tag{2.60}$$

De modo 5 a modo 2

Este cambio de modo solo se emplea para el arranque del sistema de refrigeración. Las condiciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta\zeta_c > \zeta_{min_c} \\ \frac{dh_{R-OUTc}}{dt} < 0 \end{aligned} \tag{2.61}$$

2.3.5 Ensayos aislados del condensador

Para comprobar el funcionamiento del condensador en el simulador se ha realizado prueba aislada en la que se han fijado las condiciones iniciales de entrada a excepción de los caudales de entrada y salida $\dot{m}_{R-INc}$ y $\dot{m}_{R-OUTc}$ el cual sigue la evolución mostrada en la Figura 2.3. En las Figura 2.4 se muestra la evolución de la entalpía de entrada y de salida, estando la primera fijada durante toda la evolución, mientras que en la Figura 2.5 se muestra la evolución de la presión dentro del condesador. Se puede comprobar que al aumentar los caudales de entrada y salida aumenta la presión dentro del condesador y con ello varían las propiedades termodinámicas, concretamente la entalpía de líquido y vapor saturado. Estas variaciones implican que se activen las condiciones de los cambios de modos arriba mencionadas, como se observa en la Figura 2.6.

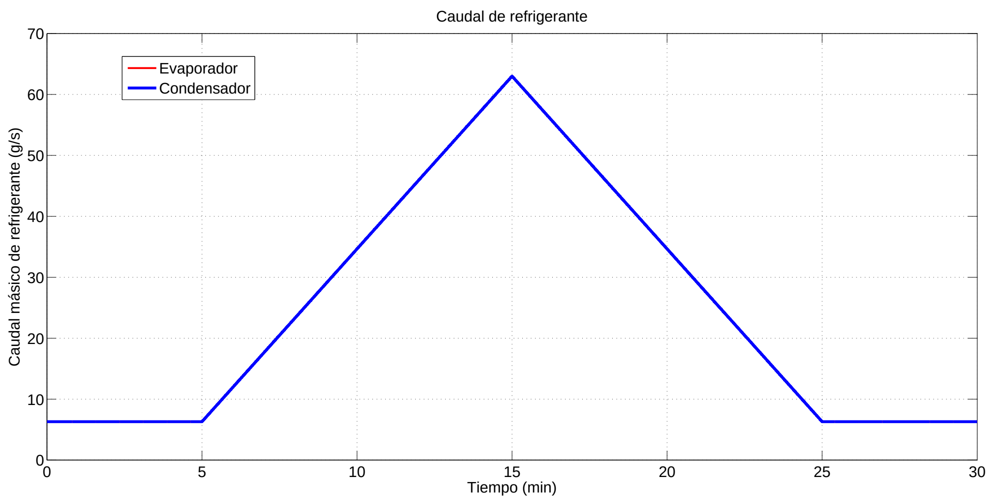

Figura 2.3 Evolución de los caudales en el condensador aislado.

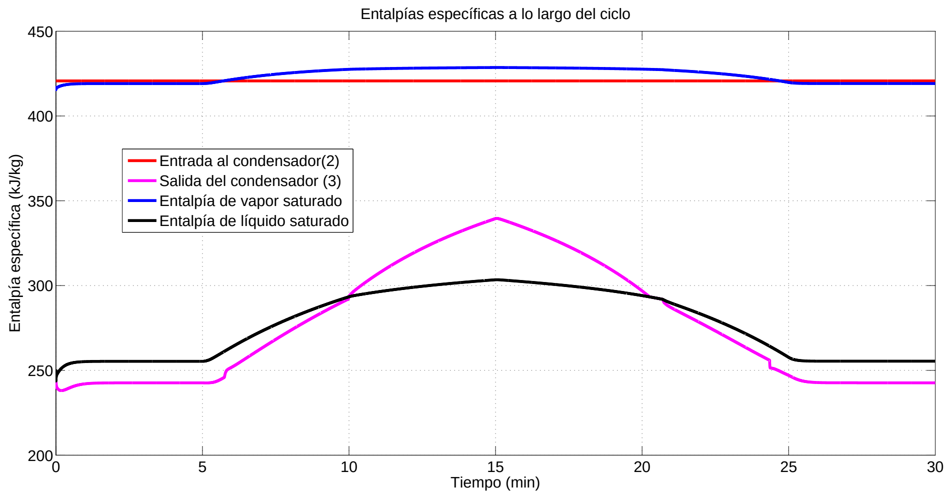

Figura 2.4 Evolución de las entalpías en el condensador aislado.

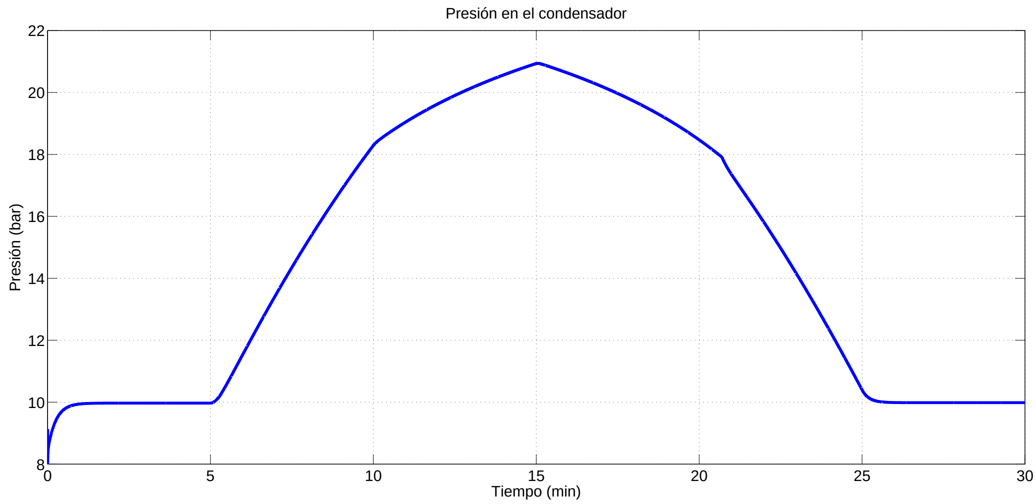

Figura 2.5 Evolución de las presiones en el condensador aislado.

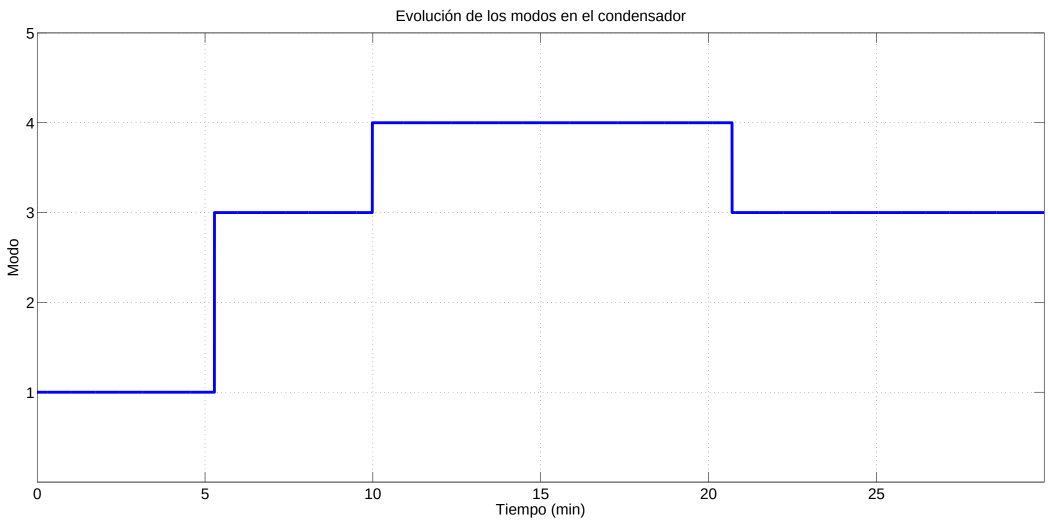

Figura 2.6 Evolución de los modos en el condensador aislado.

2.4 Evaporador

El modelado del evaporador se realiza de manera similar al condensador, empleando como base las ecuaciones planteadas en [13], en las cuales se aplica el método de las fronteras deslizantes para el cálculo de las proporciones de cada zona del intercambiador. En este caso solo pueden existir las zonas de cambio de fase (BF) y la zona de vapor sobrecalentado (SH), dando luegar a la existencia únicamente de dos modos (ver Figura 2.7). No se ha considerado la existencia de líquido subenfriado debido al propio funcionamiento del ciclo.

Figura 2.7 Modos del evaporador.

Las hipótesis empleadas para el evaporador son las mismas que las empleadas en el condensador. A continuación se enumeran las más importantes:

1. El evaporador es un solo paso, con flujo cruzado.
2. El flujo de refrigerante es unidimensional, compresible y no estacionario.
3. La presión del refrigerante a lo largo del intercambiador es constante. Por tanto, no es necesario aplicar la ecuación del momento cinético.
4. El ratio de deslizamiento del la región de bifásica puede ser modelado correctamente mediante la correlación de Thom
5. La conducción en sentido axial a lo largo del evaporador es despreciable.
6. Se han considerado el uso de aletas tanto en el lado del refrigerante como en el lado del fluido secundario.

Teniendo en cuenta el método utilizado para la simulación del sistema, las variables de estado son:

$$x_e \;=\; [\zeta_{1e}\; P_e\; h_{2e}\; T_{w1e}\; T_{w2e}\; \overline{\gamma}_e] \tag{2.62}$$

Donde,

- ζ_{1e} es la longitud de la zona sobrecalentada del evaporador.
- P_e es la presión media en el evaporador.
- h_{2e} es la entalpía media en la zona subenfriada del evaporador.
- T_{w1e} es la temperatura de la pared del intercambiador en la zona sobrecalentada.
- T_{w2e} es la temperatura de la pared del intercambiador en la zona bifásica.

- $\overline{\gamma}_e$ es la fracción de vacío media de la zona bifásica del evaporador.

2.4.1 Estructura del intercambiador

En primer lugar, para cada zona existente en el intercambiador se resuelve el intercambio de calor entre el ambiente y el refrigerante a través de la estructura del evaporador. En la Figura 2.8 se muestra el esquema seguido para el modelado del sistema. En ella, el recinto a enfriar transmite la potencia calorífica hacia la pared del intercambiador. Esta a su vez transmite su potencia calorífica al refrigerante. En régimen permanente y en ausencia de perturbaciones estas potencias deben ser iguales.

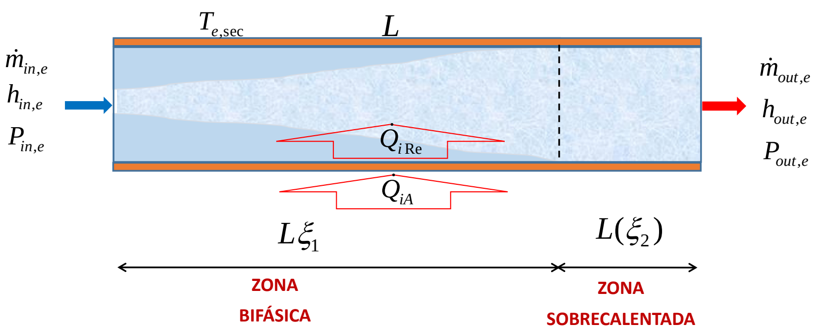

Figura 2.8 Esquema del modelado del evaporador.

La transmisión de calor se modela con las siguientes ecuaciones:

$$U_{iRe} = \frac{1}{\left(\frac{t_{We}}{(1-F_{FIN_R})} + \frac{1}{\alpha_{iR}(1-F_{FIN_R}(1-\eta_{FiR}))}\right)} \qquad i = 1,2 \tag{2.63}$$

$$\dot{Q}_{iRe} = \zeta_{ie} U_{iRe} A_{e_int} (T_{wi_e} - T_{i_e}) \quad i = 1,2 \tag{2.64}$$

U_{iRe} es el factor de ensuciamiento del intercambiador. Mediante la ecuación (2.64) se evalúa la transmisión de calor entre el refrigerante y la pared interna del evaporador.

Para la transmisión de calor desde el aire del recinto hasta la pared se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\dot{Q}_{iA} = \dot{m}_A \zeta_{ie} C_{p_A} (T_{A-INe} - T_{A-OUTie}) \quad i = 1,2 \tag{2.65}$$

$$\begin{aligned} T_{A-OUTie} &= T_{wie} + (T_{A-INie} - T_{wie})\, e^{-NTU} \quad && i = 1,2 \\ NTU &= \alpha_A A_{e_{ext}} \frac{1 - F_{FIN_A}(1-\eta_{FA_e})}{C_{p_{A_e}} \dot{m}_A} \quad && i = 1,2 \end{aligned} \tag{2.66}$$

Con las ecuaciones (2.63), (2.64), (2.65) y (2.66) se obtienen los intercambios energéticos entre el refrigerante y el exterior, que se producen en el evaporador.

2.4.2 Modos

Modo 1

En este modo coexisten las zonas bifásica y de vapor sobrecalentado. Inicialmente se han utilizado las ecuaciones planteadas para el evaporador en [13]:

$$\frac{d\zeta_{1e}}{dt}+\left(\frac{(1-\zeta_{1e})}{\rho_{2e}}\frac{\partial\rho_{2e}}{\partial P_e}\right)\frac{dP_e}{dt}+\left(\frac{(1-\zeta_{1e})}{\rho_{2e}}\frac{\partial\rho_{2e}}{\partial h_{2e}}\right)\frac{dh_{2e}}{dt}+\frac{\dot m_{12e}}{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}}=\frac{\dot m_{R-OUTe}}{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}} \tag{2.67}$$

$$-\frac{1}{\rho_{2e}}\frac{dP_e}{dt}+\frac{dh_{2e}}{dt}-\frac{h_{ge}-h_{2e}}{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{2e}}\dot m_{12e}=\frac{\dot Q_{2Re}-\dot m_{R-OUTe}(h_{2e}-h_{ge})}{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{2e}} \tag{2.68}$$

$$\frac{d\zeta_{1e}}{dt}+\left(\frac{\zeta 1e}{\rho_{1e}}\frac{\partial\rho_{1e}}{\partial P_e}\right)\frac{dP_e}{dt}+\left(\frac{\zeta_{1e}}{\rho_{1e}}\frac{\partial\rho_{2e}}{\partial\overline{\gamma}_e}\right)\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}+\frac{\dot m_{12e}}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}}=\frac{\dot m_{R-INe}}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}} \tag{2.69}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial h_{1e}}{\partial P_e}-\frac{1}{\rho_{1e}}\right)\frac{dP_e}{dt}+\frac{\partial h_{1e}}{\partial\overline{\gamma}_e}\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}+\frac{h_{ge}-h_{1e}}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{1e}}\dot m_{12e}=\\ \frac{\dot Q_{1Re}+\dot m_{R-INe}(h_{R-INe}-h_{1e})}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{1e}}\end{aligned} \tag{2.70}$$

Estas ecuaciones representan los balances de masa y energía aplicados a las zonas existentes. Para cerrar el sistema de ecuaciones se emplea la ecuación de seguimiento de la fracción de vacío:

$$\frac{\partial\overline{\gamma}_{tot_e}}{\partial P_e}\frac{dP_e}{dt}-\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}=K_{\overline{\gamma}_e}(\overline{\gamma}_e-\overline{\gamma}_{tot_e}) \tag{2.71}$$

Con esta última ecuación se obtiene un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas, de las cuales una no es variable de estado: $\dot m_{12c}$. Para simplificar el sistema de ecuaciones se ha decidido despejar esta variable de la ecuación (2.68):

$$\dot m_{12e}=\frac{\dot Q_{R2e}-\dot m_{R-OUTe}(h_{2e}-h_{ge})}{h_{2e}-h_{ge}}-\frac{A_{CRe}L_{Re}\zeta_{2e}}{h_{ge}-h_{2e}}\frac{dP_e}{dt}+\frac{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{2e}}{h_{ge}-h_{2e}}\frac{dh_{2e}}{dt} \tag{2.72}$$

Aplicando este cambio se obtienen las ecuaciones finales del modo:

$$\begin{aligned}\frac{d\zeta_{1e}}{dt}-\left(\frac{\zeta_{2e}}{\rho_{2e}}\frac{\partial\rho_{2e}}{\partial P_e}+\frac{\zeta_{2e}}{\rho_{2e}}\frac{1}{(h_{ge}-h_{2e})}\right)\frac{dP_e}{dt}+\left(\frac{\zeta_{2e}}{(h_{ge}-h_{2e})}-\frac{\zeta_{2e}}{\rho_{2e}}\frac{\partial\rho_{2e}}{\partial\overline{\gamma}_e}\right)\frac{dh_{2e}}{dt}=\\ \frac{\dot m_{R-OUTe}}{\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}}+\frac{\dot Q_{R2e}-\dot m_{R-OUTe}(h_{R-OUTe}-h_{2e})}{(h_{ge}-h_{2e})\rho_{2e}A_{CRe}L_{Re}}\end{aligned} \tag{2.73}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\zeta_{1e}}{dt}+\left(\frac{\zeta_{1e}}{\rho_{1e}}\frac{\partial\rho_{1e}}{\partial P_e}-\frac{\zeta_{2e}}{\rho_{1e}}\frac{1}{(h_{ge}-h_{2e})}\right)\frac{dP_e}{dt}+\left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{1e}}\frac{\zeta_{2e}}{(h_{ge}-h_{2e})}\right)\frac{dh_{2e}}{dt}+\frac{\zeta_{1e}}{\rho_{1e}}\frac{\partial\rho_{1e}}{\partial\overline{\gamma}_e}\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}=\\ \frac{\dot m_{R-INe}}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}}-\frac{\dot Q_{R2e}-\dot m_{R-OUTe}(h_{R-OUTe}-h_{2e})}{(h_{ge}-h_{2e})\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}}\end{aligned} \tag{2.74}$$

$$\left(\frac{\partial h_{1e}}{\partial P_e}-\frac{1}{\rho_{1e}}-\frac{\zeta_{2e}}{\rho_{1e}\zeta_{1e}}\frac{h_{ge}-h_{1e}}{h_{ge}-h_{2e}}\right)\frac{dP_e}{dt}+\left(\frac{\rho_{2e}\zeta_{2e}}{\rho_{1e}\zeta_{1e}}\frac{h_{ge}-h_{1e}}{h_{ge}-h_{2e}}\right)\frac{dh_{2e}}{dt}+\frac{\partial h_{1e}}{\partial \overline{\gamma}_e}\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}=$$
$$\frac{\dot{Q}_{R1e}-\dot{m}_{R-INe}(h_{R-INe}-h_{1e})}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{1e}}+\frac{\dot{Q}_{R2e}-\dot{m}_{R-OUTe}(h_{R-OUTe}-h_{2e})}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{1e}}\frac{h_{ge}-h_{1e}}{h_{ge}-h_{2e}} \tag{2.75}$$

$$\frac{\partial \overline{\gamma}_e}{\partial P_e}\frac{dP_e}{dt}-\frac{d\overline{\gamma}}{dt}=K_{\overline{\gamma}_e}(\overline{\gamma}_e-\overline{\gamma}_{tote}) \tag{2.76}$$

Con estas ecuaciones se resuelven los balances de masa y energía acoplados del modo 1 del evaporador.

Modo 2

En el modo 2 del evaporador se considera que la zona sobrecalentada ha desaparecido, dando lugar que la zona bifásica ocupe todo el intercambiador. Las ecuaciones planteadas no cambian respecto a lo planteado en [13]:

$$\left(\frac{\zeta_{1e}}{\rho_{1e}}\frac{\partial \rho_{1e}}{\partial P_e}\right)\frac{dP_e}{dt}+\frac{\zeta_{1e}}{\rho_{1e}}\frac{\partial \rho_{1e}}{\partial \overline{\gamma}_e}\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}=\frac{\dot{m}_{R-INe}-\dot{m}_{R-OUTe}}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}} \tag{2.77}$$

$$\left(\frac{\partial h_{1e}}{\partial P_e}-\frac{1}{\rho_{1e}}\right)\frac{dP_e}{dt}+\frac{\partial h_{1e}}{\partial \overline{\gamma}_e}\frac{d\overline{\gamma}_e}{dt}=\frac{\dot{Q}_{R2e}+\dot{m}_{R-INe}(h_{R-INe}-h_{1e})-\dot{m}_{R-OUTe}(h_{R-OUTe}-h_{1e})}{\rho_{1e}A_{CRe}L_{Re}\zeta_{1e}} \tag{2.78}$$

Para este modo, la longitud de la zona uno sigue la ecuación:

$$\frac{d\zeta_{1e}}{dt}=0 \tag{2.79}$$

Mientras que para la entalpía de las zona desactivada se emplea la siguiente ecuación de seguimiento:

$$\frac{dh_{2e}}{dt}=K_{h_e}(h_{ge}-h_{2e}) \tag{2.80}$$

La ecuación desacoplada (2.80) significa que mientras la zona de vapor sobrecalentado esté desactivada, la entalpía específica de esa zona es igual al valor de la entalpía específica en la línea de vapor saturado. Esto quiere decir que en el primer momento en que se considere que la zona sobrecalentada esté activa, el primer valor de su entalpía específica será próximo al su valor de vapor saturado.

2.4.3 Temperaturas de las paredes

La temperatura que alcanzan las paredes del evaporador se determina una vez conocido el incremento de la proporción de la zona uno, obtenida a su vez del sistema de ecuaciones de los modos. Los valores de la temperatura se determinan según las siguientes ecuaciones:

$$\dot{T}_{w1e}=\frac{\dot{Q}_{1A}-\dot{Q}_{R1e}}{\zeta_{1e}C_{p_{We}}M_e}+(T_{wt1e}-T_{w1e})\dot{\zeta}_{1e} \tag{2.81}$$

$$\dot{T}_{w2e}=\frac{\dot{Q}_{2A}-\dot{Q}_{R1e}}{\zeta_{1e}C_{p_{We}}M_e}+(T_{w2e}-T_{wt1e})\dot{\zeta}_{1e} \tag{2.82}$$

Donde T_{wt1e} va a depender del signo de $\dot{\zeta}_{1e}$, o sea del sentido en el cual la frontera de las fases coexistentes en el intercambiador se mueva:

$$\begin{aligned} Si\ \dot{\zeta}_{1e} \geq & \quad 0 \Rightarrow T_{wt1e} &= T_{w2e} \\ Si\ \dot{\zeta}_{1e} \leq & \quad 0 \Rightarrow T_{wt1e} &= T_{w1e} \end{aligned} \tag{2.83}$$

De esta forma queda caracterizada la evolución de las temperatura de las paredes en el evaporador según las fases existentes en él.

2.4.4 Cambios de modo

A continuación se contemplan los cambios de modo posibles:

De modo 1 a modo 2

Este cambio de modo ocurre cuando la zona sobrecalentada desaparece, debido principalmente a que el evaporador absorbe del recinto menos calor del esperado. Para comprobar este hecho se evalúa la siguiente inecuación:

$$\begin{aligned} \zeta_{2e} = 1 - \zeta_{1e} < \zeta_{min} \\ \dot{\zeta}_{2e} < 0 \end{aligned} \tag{2.84}$$

Si estas condiciones son válidas a la vez, entonces se considera que el evaporador ha cambiado al modo 2 y, por tanto, ha perdido la zona de vapor sobrecalentado.

De modo 2 a modo 1

En este caso se considera que el evaporador está aumentando la cantidad de calor absorbido y, por tanto, aparece zona sobrecalentada como consecuencia del cambio de fase que se produce en el evaporador. La evaluación de este cambio se realiza con las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \zeta_{1e} \frac{(\overline{\gamma}_e - \overline{\gamma}_{tot_e})}{|\overline{\gamma}_e(\overline{Q} = 0.5) - \overline{\gamma}_e(\overline{Q} = 1)|} > \zeta_{min} \\ \overline{\gamma}_e > 0 \end{aligned} \tag{2.85}$$

Estas condiciones quieren decir que el intercambiador cambiará del modo 2 al modo 1 cuando la diferencia entre la fracción de vacío media y la fracción de vacío total sea ligeramente positiva y la evolución de la fracción de vacío media sea positiva. Teniendo en cuenta la definiciones de cada una, la fracción de vacío media debe ser menor que la fracción de vacío en todo el modo 2. Si en algún momento esta diferencia se hace en positiva en algún momento significa que parte de la zona bifásica se ha convertido en vapor sobrecalentado. La división por $|\overline{\gamma}_e(\overline{Q} = 0.5) - \overline{\gamma}_e(\overline{Q} = 1)|$ se emplea para ajustar el momento del salto según la variación posible de la fracción de vacío.

2.4.5 Ensayos aislados del evaporador

Del mismo que en el condensador, se han realizado un ensayo con el evaporador aislado con el fin de comprobar su funcionamiento y los cambios de modo. En la Figura 2.9 se muestra la variación de los caudales realizada. En las Figuras 2.10 y 2.11 muestra la evolución del evaporador, donde se puede observar que la longitud de la zona sobrecalentada disminuye hasta desaparecer, momento en el cual el evaporador cambia de modo (ver Figura 2.12).

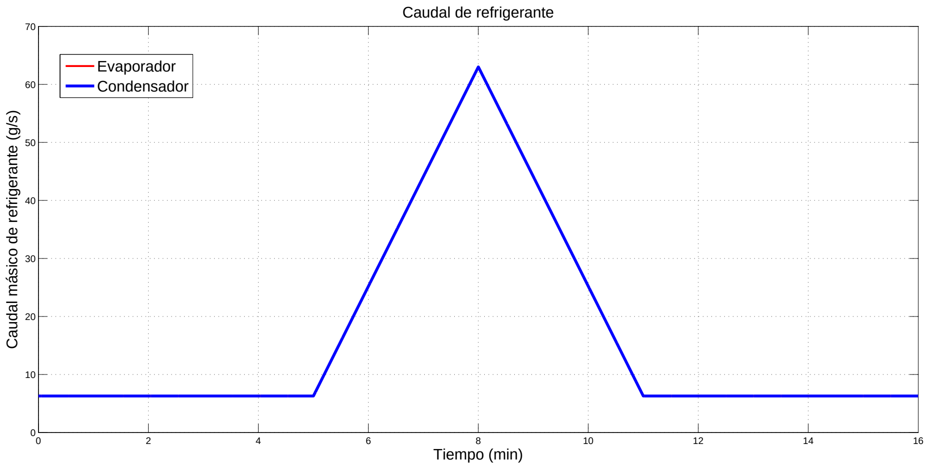

Figura 2.9 Evolución de los caudales en el evaporador.

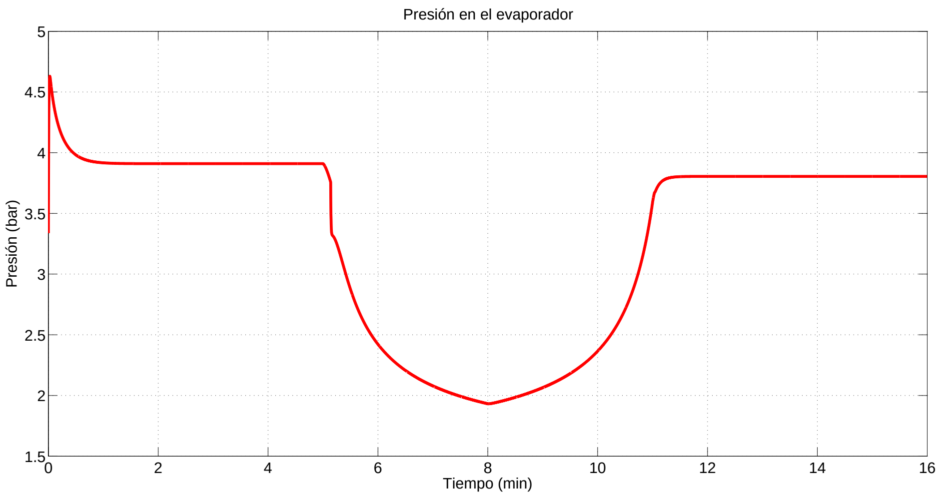

Figura 2.10 Evolución de los presiones en el evaporador.

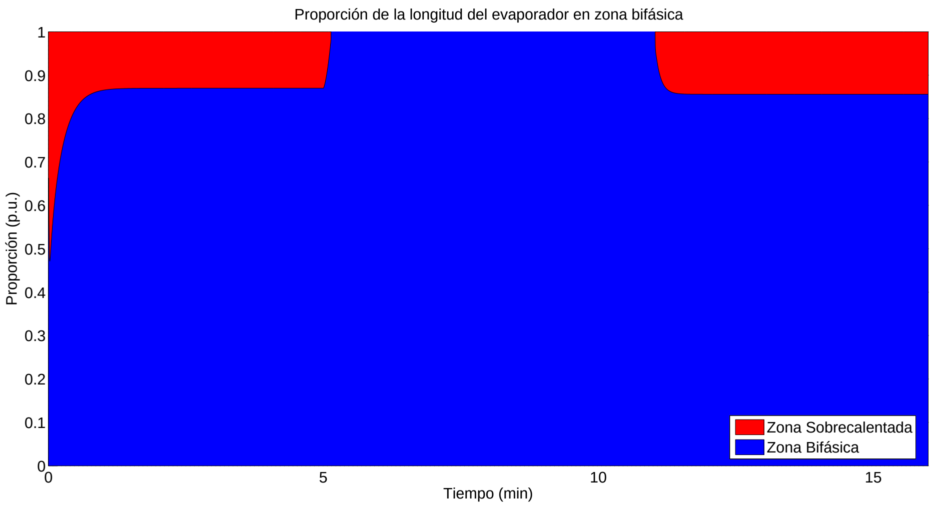

Figura 2.11 Evolución de los longitudes de cada zona en el evaporador.

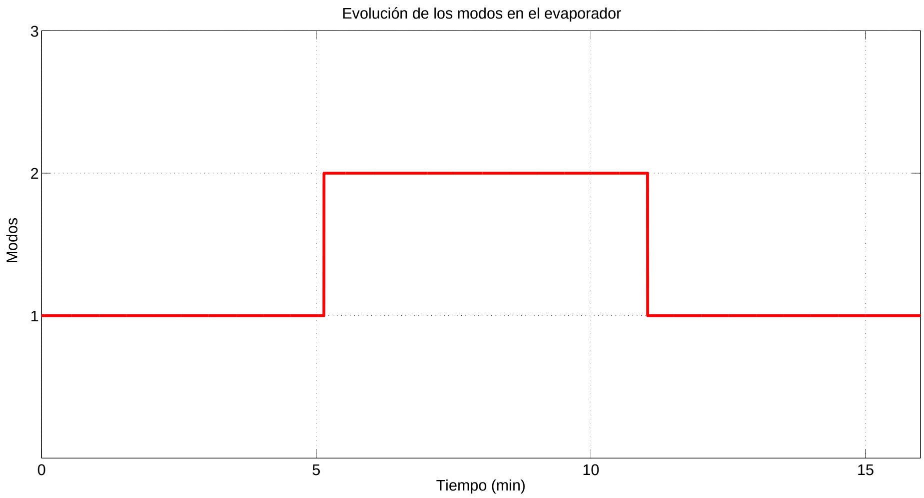

Figura 2.12 Evolución de los modos en el evaporador.

2.5 Compresor

El modelo del compresor empleado se ha extraído de [23] y [24]. El modelo consta de las siguientes ecuaciones:

$$\dot{m}_{R-OUTe} = \left[S_t - c\, S_t \left(\left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{\frac{C_{vse}}{C_{pge}}} - 1 \right) \right] \frac{N}{v_{R-INc}} \tag{2.86}$$

$$\dot{W}_{comp} = a + b\, \dot{m}_{R-OUTe}\, (h_{R-OUTe,is} - h_{R-INc,is}) \tag{2.87}$$

$$T_{R-OUTe,is} = T_{comp} + \frac{h_{R-OUTe,is} - h_{gc}}{c_{pgc}} \tag{2.88}$$

$$h_{in,c} = h_{out,e} + \frac{\dot{w}_{comp} - UA_{comp}(T_{R-OUTe,is} - T_{surr})}{\dot{m}_{R-OUTe}} \tag{2.89}$$

Donde las entradas del compresor son P_c, P_e y N; y las salidas son $\dot{m}_{R-OUTe}$ y h_{R-OUTe}. Los parámetros del compresor son S_t, a, b y c. El resto de variables son propiedades termodinámicas las cuales se pueden obtener mediante combinación del resto de variables termodinámicas: P_c o P_e y h_{R-INc}.

2.6 Válvula de expansión

La válvula empleada se ha tomado de [4] y se ha adaptado a las necesidades de este proyecto. Las ecuaciones empleadas son las siguientes:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{R-INe} = c_{eev}\, A_{ef} \sqrt{2\, \rho_{R-OUTc}\, (P_c - P_e)} \\ \rho_{R-OUTc} = f(P_c, h_{out_c}) \\ A_{ef} = \frac{A_v}{100}\, A_{nom} \end{aligned} \tag{2.90}$$

Dónde c_{eev} y A_{nom} son parámetros de la válvula de expansión.

2.7 Propiedades termodinámicas

Para cada zona de ambos intercambiadores se definen dos propiedades termodinámicas intensivas del refrigerante de manera que, a partir de ellas, se pueda calcular el resto de propiedades.

En cada intercambiador y zonas monofásicas se obtienen como variables termodinámicas intensivas la presión (P) y la entalpía específica (h). Mientras que, para las zonas bifásicas se mantiene la presión (P) y se utiliza una propiedad de los fluidos en cambio de fase, la fracción de vacío (γ).

2.7.1 Fracción de vacío

La fracción de vacío local se define como la proporción de sección transversal de un tubo que está llena de vapor respecto del área transversal total [1]. Esta propiedad está relacionada con el título de vapor según la siguiente ecuación:

$$\frac{Q}{1-Q} = \frac{\rho_g}{\rho_f}\frac{V_g}{V_f}\frac{\gamma}{1-\gamma} \tag{2.91}$$

Donde

- Q es el título de vapor.
- ρ_g es la densidad de vapor saturado del refrigerante.
- ρ_f es la densidad de líquido saturado del refrigerante.
- V_g/V_f es el ratio de deslizamiento entre el líquido y el vapor en el interior de la tubería.
- γ es la fracción de vacío local.

Esta ecuación es una primera aproximación de propósito general. Utiliza el ratio de deslizamiento entre la interfaz líquido-gas para caracterizar el hecho de que una sustancia en estado gaseoso se mueve en más rápido que la misma sustancia en estado líquido. Esta caracterización es difícil de medir y se ha decidido utilizar alguna correlación existente, como es la correlación propuesta por J.R.S. THOM [27]:

$$\gamma = \left[1 + a_0\left(\frac{1-Q}{Q}\right)^{a_1}\left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{a_2}\left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{a_3}\right]^{-1} \tag{2.92}$$

con los siguientes coeficientes:

- $a_0 = 1$
- $a_1 = 1$
- $a_2 = 0.89$
- $a_3 = 0.18$

Según esta correlación se caracteriza el ratio de deslizamiento mediante una relación entre las viscosidades y las densidades de saturación del refrigerante. En este caso estas propiedades sí se pueden obtener.

Aproximación de la fracción de vacío local a media del intercambiador

La fracción de vacío local determina el comportamiento del refrigerante a nivel local en una rebanada del intercambiador. Para generalizar esta propiedad basta con realizar la integración de todas las rebanadas del intercambiador. Sin embargo, esta integración no es posible y, por ello, se ha realizado la siguiente suposición:

Sea Q_{in} el título de entrada al intercambiador y sea Q_{out} el valor del título de salida del intercambiador, entonces suponemos que el *título medio* ($\overline{Q}$)a lo largo del intercambiador es igual a la media de los títulos de entrada y de salida, o sea:

$$\overline{Q} = \frac{Q_{in} + Q_{out}}{2} \tag{2.93}$$

Adicionalmente, se ha supuesto que la correlación es válida para el mismo rango de funcionamiento, siendo ahora esta:

$$\overline{\gamma} = \left[1 + a_0 \left(\frac{1-\overline{Q}}{\overline{Q}}\right)^{a_1} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{a_2} \left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{a_3}\right]^{-1} \tag{2.94}$$

Para contrastar esta hipótesis se ha realizado el siguiente experimento. Se ha realizado el cálculo de la fracción de vacío media de un intercambiador suponiendo que el título de entrada es igual a uno ($Q_{in} = 1$) y el título de salida a cero ($Q_{out} = 0$). Para ello, se ha generado un vector de títulos de vapor desde Q_{in} a Q_{out} y se han evaluado cada uno con la correlación de THOM , y por último se ha obtenido una media de las fracciones de vacío locales.

Otro lado, para la aproximación a la fracción de vacío media realizada se ha evaluado una única vez la correlación suponiendo el título medio comentado anteriormente.

En la Figura 2.13 se observan los errores relativos del ensayo para cada presión desde 1 bar hasta 25.

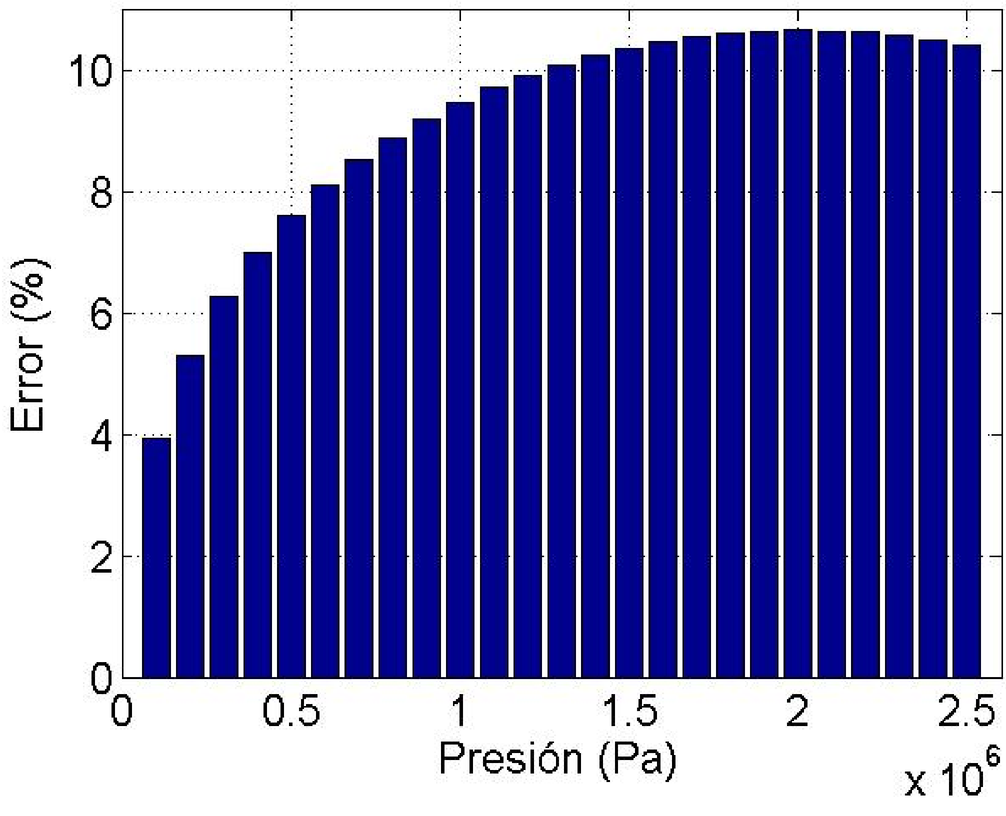

Figura 2.13 Errores cometidos al aplicar la suposición de título medio con la correlación propuesta por [27].

2.7.2 Obtención del título de vapor a partir de la fracción de vacío

La fracción de vacío media en ambos intercambiadores se considera variable de estado. Por tanto, su valor no es determinado por la ecuación (2.94), sino se obtiene de los sistemas de ecuaciones según el modo. Sin embargo, para el cálculo de las propiedades termodinámicas no se puede emplear esta variable debido al desconocimiento de las ecuaciones termodinámicas asociadas. Por tanto, el primer paso es obtener el título medio de vapor a través de la fracción de vacío como variable de estado. Para ello, se toma la ecuación (2.94) y se despeja de ella el título medio, $\overline{Q}$:

$$\overline{Q} = \left[1 + \left(\frac{(1-\overline{\gamma})}{\overline{\gamma} a_0 \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{a_2} \left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{a_3}}\right)^{1/a_1}\right]^{-1} \tag{2.95}$$

2.7.3 Fracción de vacío total

La fracción de vacío total es un concepto definido para poder determinar la evolución de las zonas bifásicas en el interior de los intercambiadores. En el condensador, se define la fracción de vacío como la cantidad volumétrica de vapor existente en la mezcla bifásica desde el inicio de la zona bifásica, independientemente del modo del intercambiador, hasta la supuesta o real desaparición de toda la fase gaseosa en la mezcla bifásica.

En el evaporador, la fracción de vacío total se define como la cantidad volumétrica de vapor existente en la zona bifásica de este intercambiador, medida desde el inicio de la zona bifásica, hasta la supuesta o real desaparición de la fase líquida en la mezcla bifásica dentro del evaporador.

Estas definiciones la fracción de vacío tienen como objetivo el conocimiento de la evolución de los estados bifásicos de ambos intercambiador en todo momento, para poder determinar con mayor precisión los cambios de modo del sistema.

2.7.4 Cálculo del resto de propiedades termodinámicas y sus derivadas parciales

Una vez conocidas las dos propiedades intensivas requeridas, el cálculo del resto de propiedades termodinámicas se supone inmediato. Se ha empleado el programa de cálculo de propiedades termodinámicas llamado *Coolprop* [5]. Con dos propiedades termodinámicas, el programa devuelve la variable termodinámica pedida.

Haciendo uso de este programa, se han obtenido las propiedades termodinámicas de líquido saturado y gas saturado para ambos intercambiadores: ρ_f, ρ_g, h_f, h_g, μ_f y μ_g , y sus respectivas derivadas parciales: $\frac{\partial \rho_g}{\partial P}$, $\frac{\partial \rho_f}{\partial P}$, $\frac{\partial h_g}{\partial P}$ $\frac{\partial h_f}{\partial P}$, $\frac{\partial \mu_g}{\partial P}$ $\frac{\partial \mu_f}{\partial P}$.

Además, para las zonas monofásicas se obtienen también las siguientes propiedades: ρ_{SH}, ρ_{SC}, h_{SH} y h_{SC}. De la misma forma se obtienen las derivadas parciales de estas variables: $\frac{\partial \rho_{SH}}{\partial P}$, $\frac{\partial \rho_{SH}}{\partial h}$, $\frac{\partial \rho_{SC}}{\partial P}$ y $\frac{\partial \rho_{SC}}{\partial h}$.

Por otro lado, la derivada parcial de la fracción de vacío respecto a la presión se calculan utilizando variables incrementales:

$$\frac{\partial \overline{\gamma_{tot}}}{\partial P} = \frac{\Delta \overline{\gamma}}{\Delta P} \tag{2.96}$$

En la **zona bifásica** las propiedades termodinámicas vienen determinadas por el valor del título del intercambiador y la presión. Así, se obtienen la densidad y la entalpía utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{BF} = \left(\frac{1-\overline{Q}}{\rho_f} + \frac{\overline{Q}}{\rho_g}\right)^{-1} \tag{2.97}$$

$$h_{BF} = (1-\overline{Q})h_f + \overline{Q}h_g \tag{2.98}$$

Para el cálculo de las derivadas parciales de la densidad y de la entalpía hacemos uso de la regla de la cadena. Teniendo en cuenta:

$$\rho_{BF} = f(\rho_f,\rho_g,\overline{Q}) \tag{2.99}$$

Y a su vez el título medio añade cierta dependencia de otras propiedades:

$$\rho_{BF} = f(\rho_f,\rho_g,\overline{Q}(\rho_f,\rho_g,\mu_f,\mu_g,\overline{\gamma})) = f(\rho_f,\rho_g,\mu_f,\mu_g,\overline{\gamma}) \tag{2.100}$$

Por tanto la derivada parcial de la densidad en la zona bifásica respecto de la presión a fracción de vacío constante queda:

$$\left.\frac{\partial \rho_{BF}}{\partial P}\right|_{\overline{\gamma}} = \frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \rho_f}\frac{\partial \rho_f}{\partial P} + \frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \rho_g}\frac{\partial \rho_g}{\partial P} + \frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \mu_f}\frac{\partial \mu_f}{\partial P} + \frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \mu_g}\frac{\partial \mu_g}{\partial P} \tag{2.101}$$

Las derivadas parciales $\frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \rho_f}$, $\frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \rho_g}$, $\frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \mu_f}$ y $\frac{\partial \rho_{BF}}{\partial \mu_g}$ se calculan derivando analíticamente la ecuación (2.97), en la cual se ha sustituido $\overline{Q}$ empleando la ecuación (2.95). Por otra parte, las derivadas parciales dependientes de la presión se calcula mediante incrementos infinitesimales.

Análogamente para la entalpía:

$$h_{BF} = f(h_g,h_f,\overline{Q}(\rho_f,\rho_g,\mu_f,\mu_g,\overline{\gamma})) = f(h_g,h_f,\rho_f,\rho_g,\mu_f,\mu_g,\overline{\gamma}) \tag{2.102}$$

Para esta propiedad también existe dependencia de las entalpías específicas de saturación, quedando:

$$\left.\frac{\partial h_{BF}}{\partial P}\right|_{\overline{\gamma}} = \frac{\partial h_{BF}}{\partial h_f}\frac{\partial h_f}{\partial P} + \frac{\partial h_{BF}}{\partial h_g}\frac{\partial h_g}{\partial P} + \frac{\partial h_{BF}}{\partial \rho_f}\frac{\partial \rho_f}{\partial P} + \frac{\partial h_{BF}}{\partial \rho_g}\frac{\partial \rho_g}{\partial P} + \frac{\partial h_{BF}}{\partial \mu_f}\frac{\partial \mu_f}{\partial P} + \frac{\partial h_{BF}}{\partial \mu_g}\frac{\partial \mu_g}{\partial P} \tag{2.103}$$

Hay que mencionar que en este caso la entalpía específica de la zona bifásica además de ser función de las entalpías específicas de líquido y gas saturado, es dependiente de las densidades de saturación debido a la formulación realizada para la fracción de vacío.

De igual modo, las derivadas parciales $\frac{\partial h_{BF}}{\partial h_f}$, $\frac{\partial h_{BF}}{\partial h_g}$, $\frac{\partial h_{BF}}{\partial \rho_f}$, $\frac{\partial h_{BF}}{\partial \rho_g}$, $\frac{\partial h_{BF}}{\partial \mu_f}$ y $\frac{\partial h_{BF}}{\partial \mu_g}$ se calculan derivando analíticamente la ecuación (2.98), en la cual se ha sustituido $\overline{Q}$ empleando la ecuación (2.95). Por otra parte, las derivadas parciales dependientes de la presión se calculan mediante los incrementos infinitesimales anteriormente comentados.

Las derivadas parciales de la densidad y la entalpía respecto a la fracción de vacío se calculan introduciendo la ecuación (2.95) en la ecuación (2.97) y (2.98) respectivamente y derivando analíticamente la expresión.

2.8 Pruebas del simulador completo

2.8.1 Funcionamiento del simulador completo

Se ha realizado un ensayo para comprobar el funcionamiento del simulador imponiendo unas condiciones iniciales y dejando evolucionar el sistema, manteniendo las entradas del sistema, N y A_v contantes como se muestra en la Figura 2.14. Se ha dejado evolucionar el sistema hasta llegar al régimen permanente.

En las Figuras 2.15, 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19 se muestra la evolución del sistema. La primera variable en estabilizare son los caudales de los intercambiadores o las diferencias de caudal. A continuación y con un leve intervalo de tiempo de diferencia se estabilizan las presiones de cada intercambiador y con ello las entalpías y las proporciones de las zonas. Es importante comentar que el sistema se

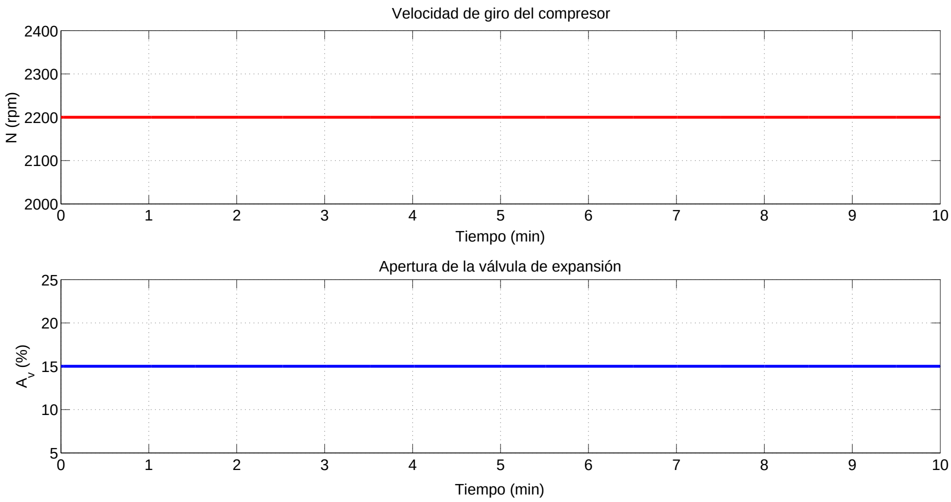

Figura 2.14 Variables manipulables del sistema.

estabilidad en un punto de operación deseado con ambos intercambiadores funcionando en el modo 1.

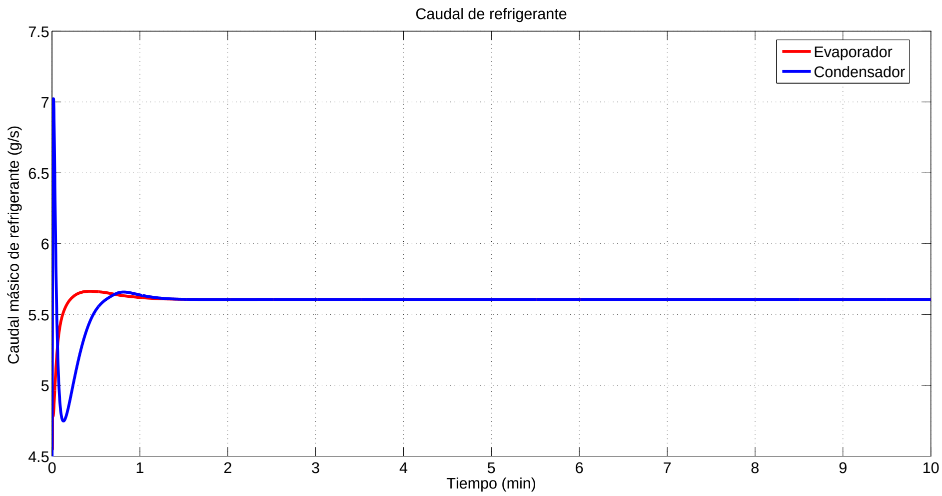

Figura 2.15 Evolución de los caudales del sistema. Ensayo general.

2.8.2 Análisis de la característica estática

Para obtener las funciones de transferencias del sistema entorno a distintos puntos de funcionamiento se han desarrollado una serie de pruebas con el objetivo de ver cuáles son las regiones en las que ambos intercambiadores funcionan en el modo 1, el modo de funcionamiento ideal. Para ello, En la Figura 2.20 se ha obtenido una zona de funcionamiento válido.

En dicha zona se han desarrollado una serie de ensayos ante escalón con el objetivo de conocer las dinámicas principales del sistema en función de las entradas. A continuación, se muestran dos ejemplos, variando una variable de entrada y dejando fija la otra y viceversa.

En las Figuras 2.21 y 2.22 se muestra la evolución del sistema para la variación de la velocidad de giro del compresor. Se puede apreciar que el grado de sobrecalentamiento tiene un ligero efecto de cero de fase no mínima que se cancela rápidamente, mientras en la temperatura de salida del flujo secundario existe otro efecto similar pero despreciable en esta ocasión si se copara con el efecto de

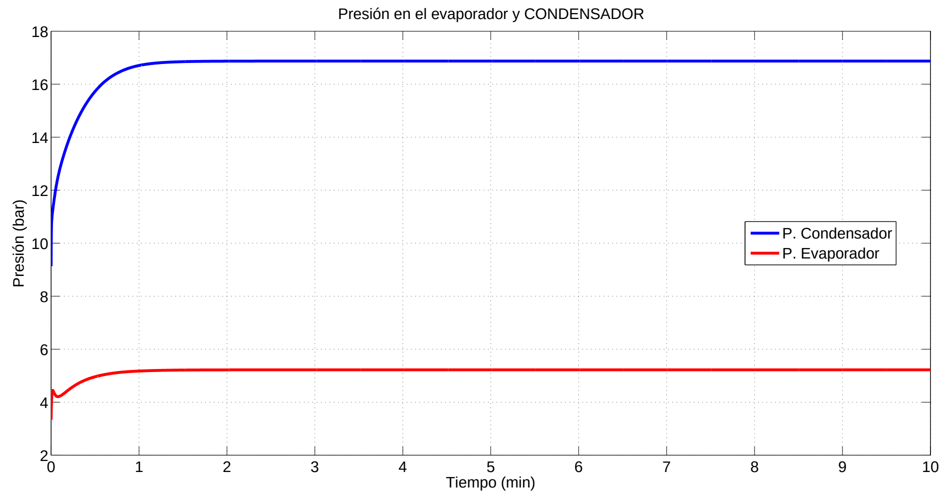

Figura 2.16 Evolución de las presiones del sistema. Ensayo general.

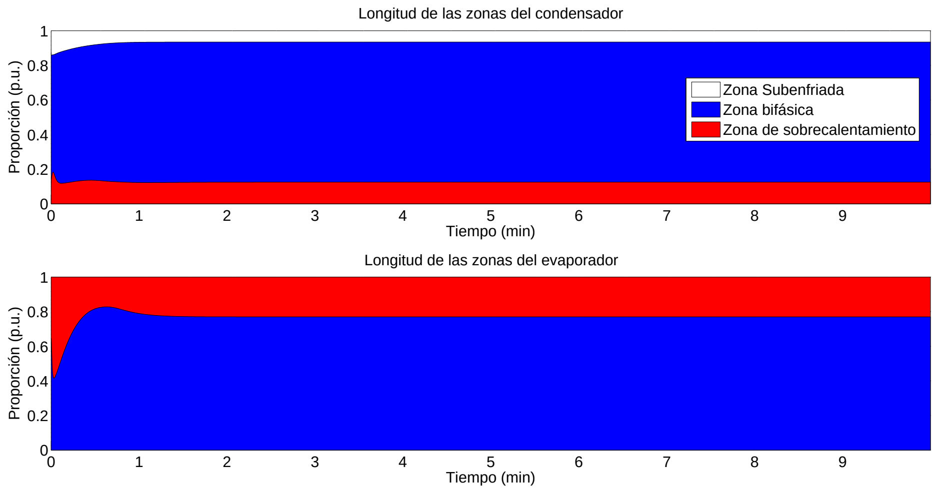

Figura 2.17 Evolución de las proporciones del sistema. Ensayo general.

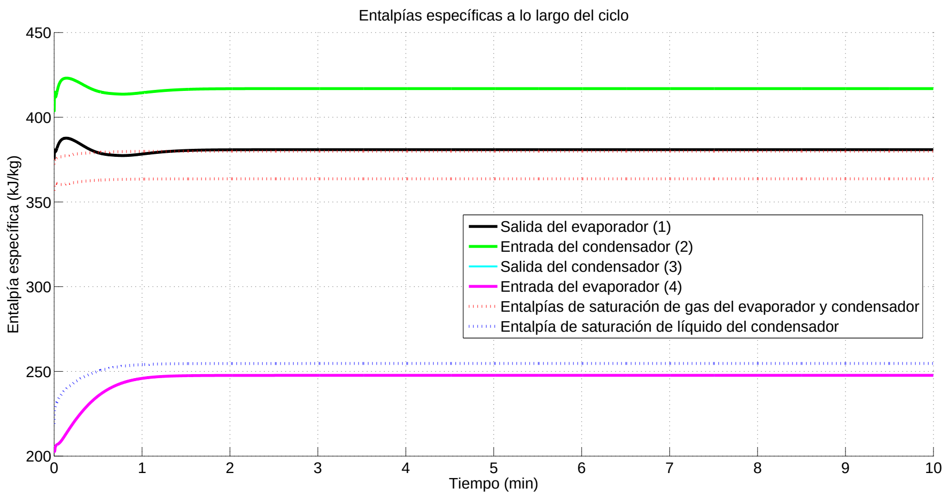

Figura 2.18 Evolución de las entalpías del sistema. Ensayo general.

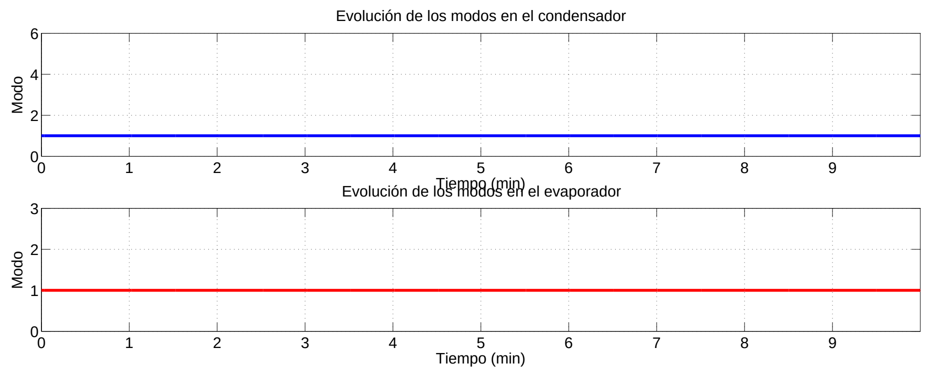

Figura 2.19 Evolución de los modos del sistema. Ensayo general.

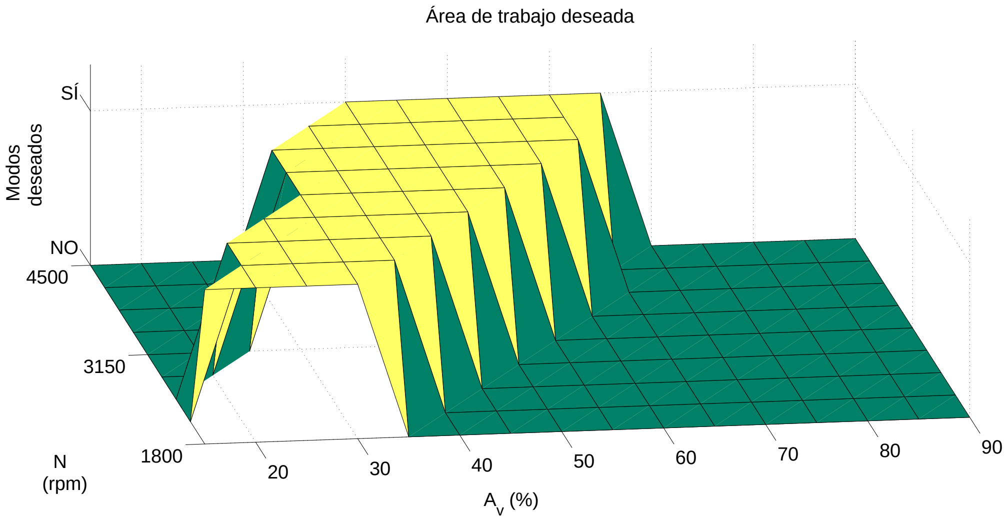

Figura 2.20 Mapa estático del rango de funcionamiento válido del sistema.

cero de fase mínima que viene a continuación.

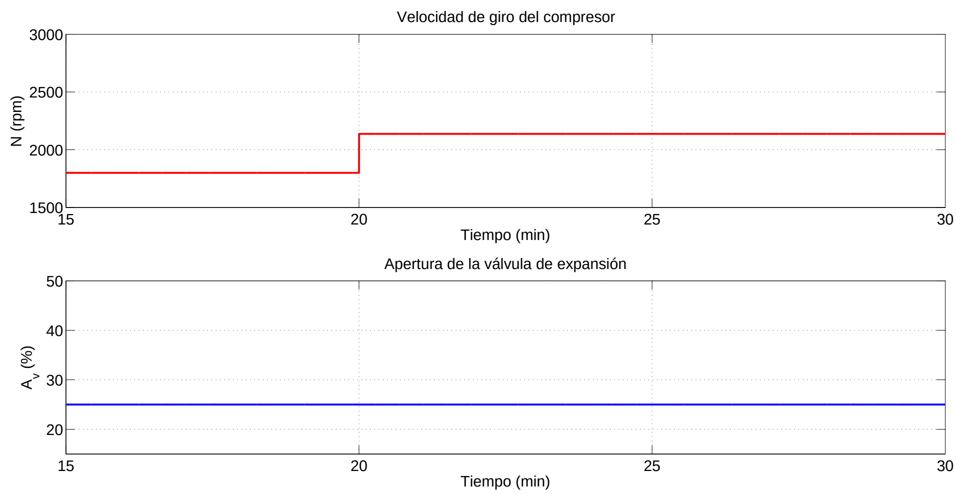

Figura 2.21 Evolución temporal de las entradas para el análisis de la característica estática.

Las Figuras 2.23 y 2.24 muestra el mismo experimento anterior variando la apertura de la

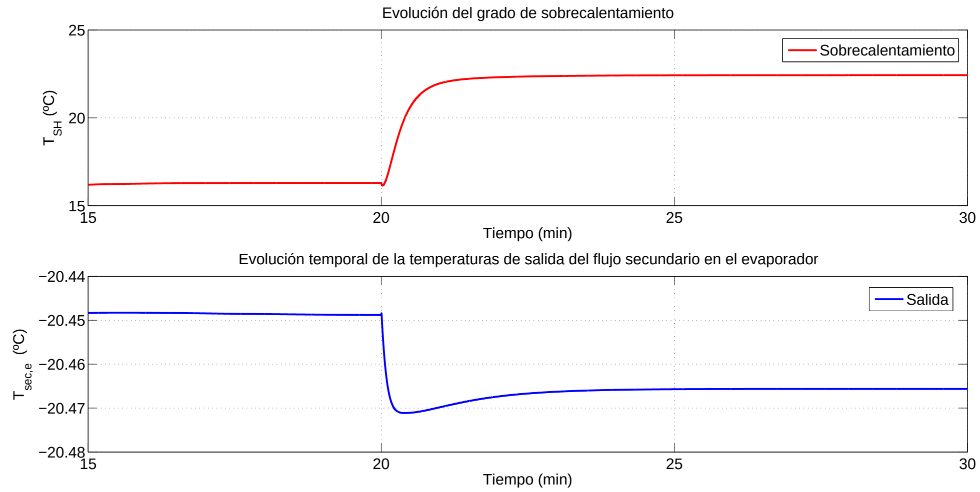

Figura 2.22 Evolución temporal de las salidas para el análisis de la característica estática.

válvula de expansión. De manera análoga, el grado de sobrecalentamiento tiene cierto efecto de fase no mínima. Sin embargo en esta ocasión la temperatura de salida del flujo secundario se puede considerar que también tiene efecto de fase mínima, aunque en este ejemplo sea muy leve.

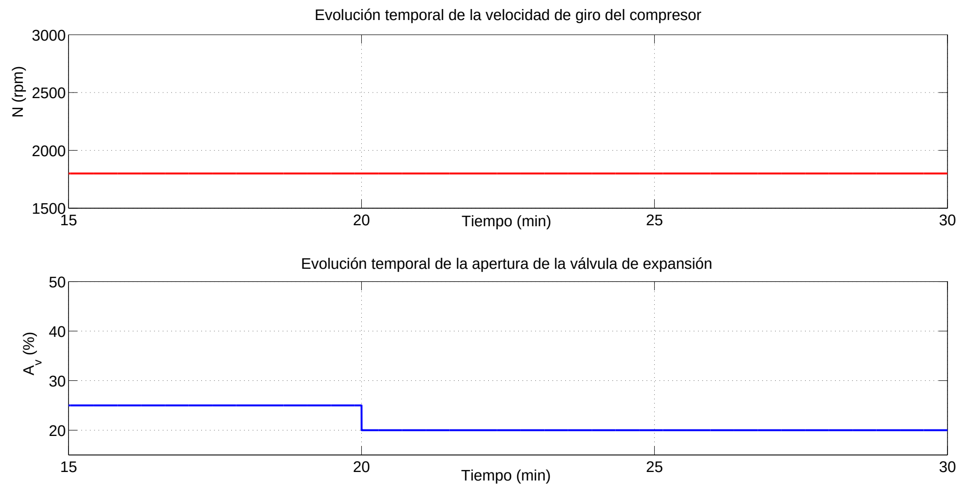

Figura 2.23 Evolución temporal de las entradas para el análisis de la característica estática.

Como conclusión a este análisis, se puede emplear la misma estructura de función de transferencia como la mostrada en la Ecuación (2.104) para cada característica estática del sistema, teniendo en cuenta que las constantes de tiempo de los ceros pueden ser positivas o negativos según el efecto de este.

$$G(s) = \frac{k_{ij}(\tau_{z_{ij}}s+1)}{(\tau_{f_{ij}}s+1)(\tau_{s_{ij}}s+1)} \tag{2.104}$$

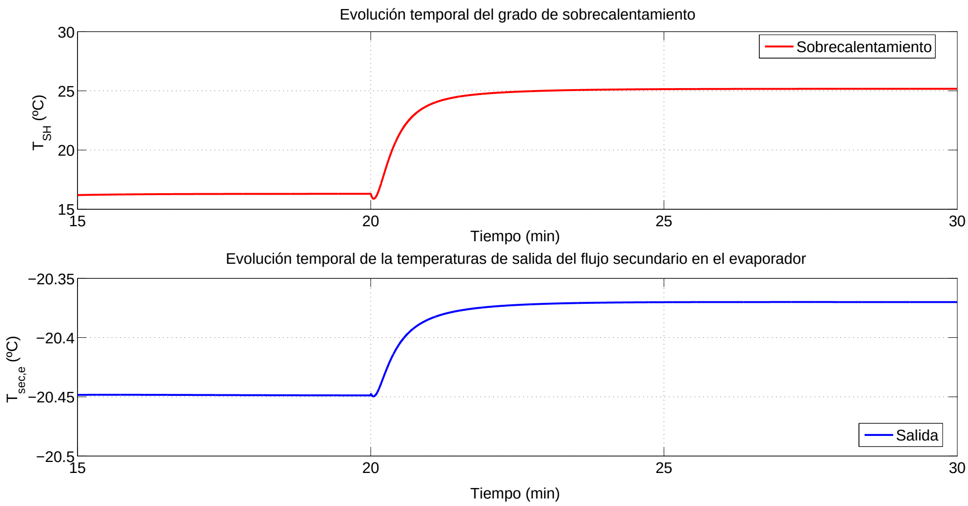

Figura 2.24 Evolución temporal de las salidas para el análisis de la característica estática.

3 Control Robusto

3.1 Problema de Sensibilidad Mixta S/KS/T

El principal objetivo del control automático para el problema planteado es la regulación de la temperatura de salida del flujo secundario en el evaporador, así como el control del grado de sobrecalentamiento del refrigerante en el evaporador. Para ello, se usan como variables de control la velocidad de giro del compresor y la apertura de válvula. Por tanto, se trata de un problema de control multivariable, con dos entradas y dos salidas.

Teniendo en cuenta que el sistema debe funcionar adecuadamente en diferentes puntos de operación, se ha desarrollado un controlador robusto multivariable. Como es difícil encontrar la relación mediante la cual las variaciones de los parámetros del modelo afectan al sistema, no parece razonable sintetizar un controlador basado en incertidumbres paramétricas, como es habitual en sistemas complejos. Así, se ha diseñado un controlador H_∞ basado en incertidumbres estructurales, usando la estrategia del Problema de Sensibilidad Mixta.

El diseño del controlador H_∞ por realimentación puede ser formulado como un problema de optimización, el cual se propone en su configuración general como se muestra en la Figura 3.1. En esta figura, $GP(s)$ es la planta generalizada, $K(s)$ el controlador, $\boldsymbol{u}$ las señales de control, $\boldsymbol{v}$ las variables medidas, $\boldsymbol{\omega}$ la señal exógena y $\boldsymbol{z}$ son las variables de error del problema.

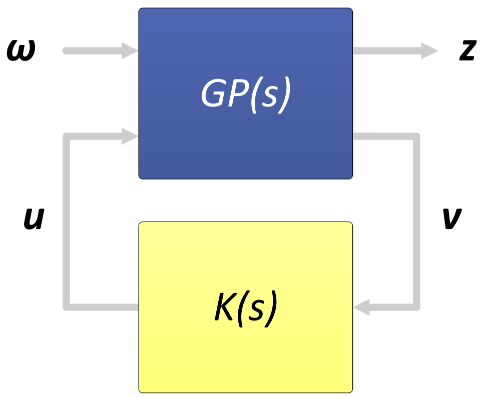

Figura 3.1 Formulación general del problema de control.

El problema de optimalidad del control H_∞ con esta configuración consiste en la computación de un controlador de forma la ratio γ entre la energía del vector de error $\boldsymbol{z}$ y la energía de la señal exógena $\boldsymbol{\omega}$ sea la mínima. Este problema de optimalidad sigue abierto, sin embargo existe solución para el caso subóptimo [7, 11]. Por tanto, el valor del ratio de energía γ es decreciente tanto como sea posible a lo largo de un proceso iterativo.

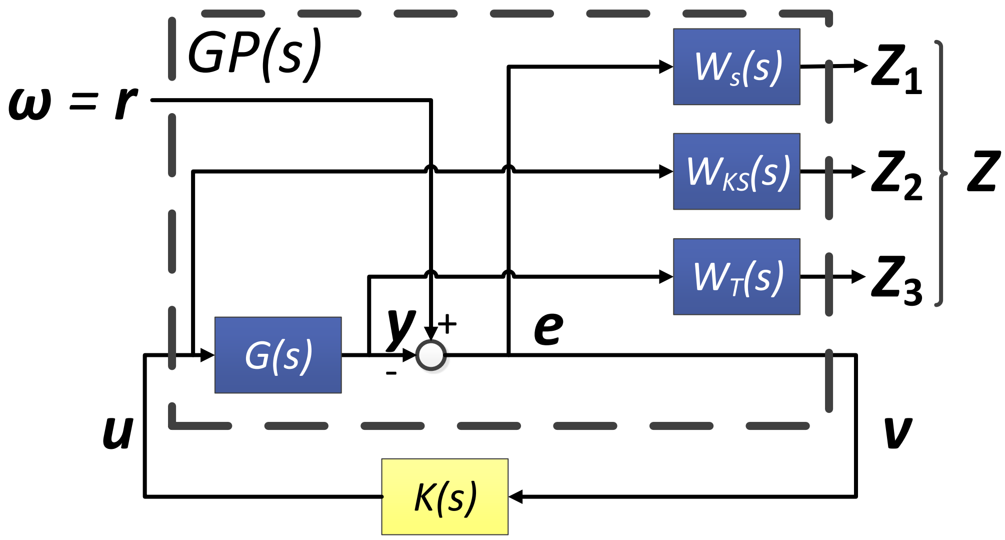

Figura 3.2 Problema de Sensibilidad Mixta $S/KS/T$.

La configuración empleada para construir la planta generalizada viene dada por el Problema de Sensibilidad Mixta $S/KS/T$ [30], la cual se muestra en la Figura 3.2. En este caso, la expresión de la matriz de transferencia en bucle cerrado resultante, $T_{z\omega}(s)$, se muestra en la Ecuación (3.1), donde $S_0(s)$ es la matriz de transferencia de la sensibilidad a la salida, $T_0(s)$ es la matriz de transferencia de la sensibilidad complementaria a la salida y $K(s)S_0(s)$ es la llamada matriz de transferencia de la sensibilidad al control, cuya expresión se recoge en la Ecuación (3.2). Los factores $W_S(s), W_T(s)$ y $W_{KS}(s)$ constituyen las respectivas matrices de ponderación, las cuales permiten especificar el rango de frecuencias correspondiente a la matriz de transferecia del bucle cerrado.

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} W_S(s)S_0(s) \\ W_{KS}(s)K(s)S_0(s) \\ W_T(s)T_0(s) \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} S_0(s) &= (I + G(s)K(s))^{-1} \\ K(s)S_0(s) &= K(s)(I + G(s)K(s))^{-1} \\ T_0(s) &= G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Como es conocido, un apropiado moldeo de $T_0(s)$ es deseable para problemas de seguimiento, atenuación de ruido y estabilidad robusta respecto a la incertidumbres a la salida. Igualmente, un adecuado moldeo de $S_0(s)$ permite mejorar el actuación del sistema. Además, la matriz $K(s)S_0(s)$ ayuda a evitar problemas en la síntesis de algoritmos.

Por tanto, desde que el controlador es obtenido de la planta generalizada, la síntesis del problema con esta configuración se reduce al diseño de las matrices de ponderación apropiadas, las cuales imponen las especificaciones de control. Basándose en esto, la planta generalizada se puede construir como se muestra en la Figura 3.2, y consecuentemente el controlador puede ser calculado en un ordenador mediante la síntesis de algoritmos.

3.2 Modelo del sistema

3.2.1 Puntos de funcionamiento del sistema

El diseño de un Controlador Robusto requiere el conocimiento de varias funciones de transferencia en distintos puntos de funcionamiento del sistema. En el espacio definido por la Figura 3.3 se han seleccionado una serie de puntos de trabajo, en los cuales se ha simulado la respuesta temporal de las variables de salida del sistema ante escalones de magnitud adecuada en las variables manipulables. En la Tabla 3.1 se muestran los puntos de trabajo considerados.

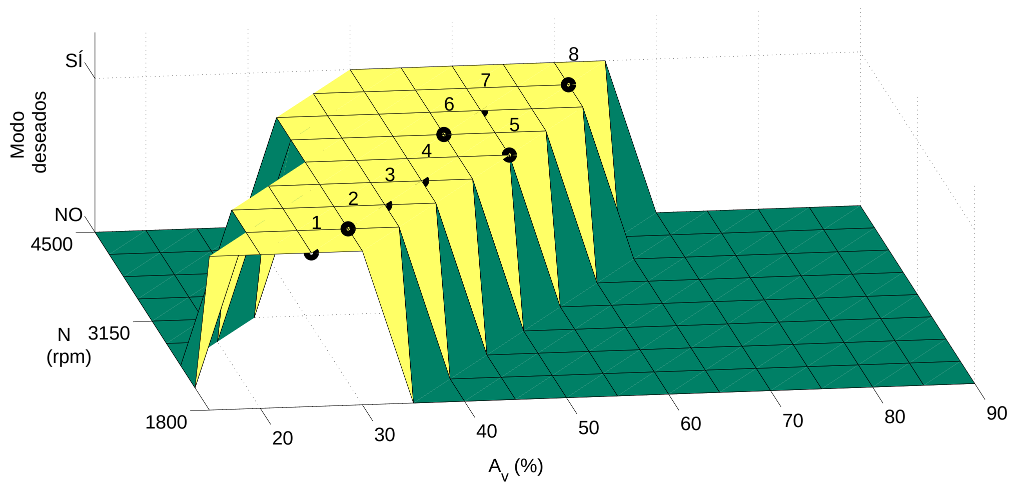

Figura 3.3 Vista combinada de modo 1 en el evaporador y condensador.

Tabla 3.1 Puntos de trabajo seleccionados en el espacio de entrada.

Punto de trabajo	N **(rpm)**	A_v **(%)**
Punto 1	1800	25
Punto 2	2138	30
Punto 3	2475	35
Punto 4	2813	40
Punto 5	3150	50
Punto 6	3488	45
Punto 7	3825	50
Punto 8	4163	60

Todas las funciones de transferencia identificadas en los experimentos siguen la siguiente estructura:

$$
\begin{gathered}
\begin{bmatrix} \Delta TSH(s) \\ \Delta T_{out,sec,e}(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \Delta N(s) \\ \Delta A_v(s) \end{bmatrix} \\
G(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}(\tau_{z_{11}}s+1)}{(\tau_{f_{11}}s+1)(\tau_{s_{11}}s+1)} & \frac{k_{12}(\tau_{z_{12}}s+1)}{(\tau_{f_{12}}s+1)(\tau_{s_{12}}s+1)} \\ \frac{k_{21}(\tau_{z_{21}}s+1)}{(\tau_{f_{21}}s+1)(\tau_{s_{21}}s+1)} & \frac{k_{22}(\tau_{z_{22}}s+1)}{(\tau_{f_{22}}s+1)(\tau_{s_{22}}s+1)} \end{bmatrix}
\end{gathered}
\tag{3.3}
$$

La Ecuación (3.3) muestra una matriz de transferencia con 2 polos y 1 cero. Ambos polos son estables para todos los resultados obtenidos mientras que el cero puede ser de fase mínima o no mínima. A continuación se muestra una tabla con los resultados obtenidos en los experimentos:

Tabla 3.2 Tabla de valores de las funciones nominales empleadas.

Punto de funcionamiento		Entrada 1 K	Entrada 1 Cero	Entrada 1 Polo 1	Entrada 1 Polo 2	Entrada 2 K	Entrada 2 Cero	Entrada 2 Polo 1	Entrada 2 Polo 2
Nº1	Sal. 1	$1.4 \cdot 10^{-2}$	-1	0.3	28.6	-1.1	-9.1	6.7	20
	Sal. 2	$-6.3 \cdot 10^{-5}$	200	18.2	105.3	$-1.6 \cdot 10^{-2}$	-3.6	-3.6	28.6
Nº2	Sal. 1	$1.8 \cdot 10{-}2$	-1	0.25	25	-1.5	-5.5	4	26.3
	Sal. 2	$-6.5 \cdot 10^{-5}$	133	15.4	66.7	$-1.6 \cdot 10^{-2}$	-3.6	3.6	33
Nº3	Sal. 1	$1.6 \cdot 10^{-2}$	-1	25	0.3	-1.3	-5.5	4	25
	Sal. 2	$-6.7 \cdot 10^{-5}$	133.3	15.4	66.7	$-1.6 \cdot 10^{-2}$	-5	6.7	30.3
Nº4	Sal. 1	$1.4 \cdot 10^{-2}$	-1	0.3	28.6	-1.1	-9.1	6.7	20
	Sal. 2	$-7.1 \cdot 10^{-5}$	142.9	14.3	66.7	$-1.7 \cdot 10^{-2}$	-6.7	10	25
Nº5	Sal. 1	$1.3 \cdot 10^{-2}$	-13	11.1	12.5	-1.14	-13.9	9.1	22
	Sal. 2	$-9.1 \cdot 10^{-5}$	55	10.8	20	$-1.5 \cdot 10^{-2}$	-12.5	20	20
Nº6	Sal. 1	$1.1 \cdot 10^{-2}$	-1	0.3	13.2	-1	-10	4	20
	Sal. 2	$-6.2 \cdot 10^{-5}$	105.3	12.5	58.8	$-1.7 \cdot 10^{-2}$	-5	7.1	25
Nº7	Sal. 1	$9.9 \cdot 10^{-3}$	-1	0.3	13.2	-1	-11.8	5	18.2
	Sal. 2	$-6.8 \cdot 10^{-5}$	105.3	12.5	58.8	$-1.8 \cdot 10^{-2}$	-5.5	10.5	20
Nº8	Sal. 1	$1.7 \cdot 10^{-2}$	-1.25	0.5	22.2	-1.1	11.8	6.7	20
	Sal. 2	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	41.7	13.6	33.3	$-1.5 \cdot 10^{-2}$	-10	11.8	20

Se ha empleado como matriz de transferencia nominal el punto de funcionamiento número 4. El resto se han considerado como puntos no nominales. Una vez obtenidas las funciones de transferencia, se ha normalizado la matriz de transferencia siguiendo la siguiente ecuación:

$$G_N(s) = D_{err}^{-1} G(s) D_u \tag{3.4}$$

Donde,

- G_N es la matriz de transferencia resultante ya normalizada
- D_{err}^{-1} es la matriz diagonal de normalización de las salidas del sistema.
- $G(s)$ es la matriz de transferencia no normalizada.
- D_u es la matriz diagonal de normalización de las entradas del sistema.

Las diagonales de las matrices de normalización de las entradas y las salidas se han definido de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} D_{err} &= \begin{bmatrix} \Delta TSH_{max} & 0 \\ 0 & \Delta T_{out,sec,e\ max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \\ D_u &= \begin{bmatrix} \Delta N_{max} & 0 \\ 0 & \Delta A_{v\ max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 675 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Estos valores se han determinado mediante un análisis de las respuestas del sistema ante escalones en la entrada.

3.3 Análisis de controlabilidad

En este apartado, se ha desarrollado un análisis de controlabilidad entrada-salida [26] para el mínimo modelo lineal con el objetivo de comprobar las limitaciones del desempeño en bucle cerrado. Los resultados aquí presentados se han llevado a cabo para el punto de operación nominal (Punto de trabajo Nº4).

El primer paso del análisis consiste en el estudio de los polos y ceros del sistema (como se explica en [26]). En la Tabla 3.3 se muestran estos valores en el dominio del tiempo.

Tabla 3.3 Polos y ceros del modelo nominal.

Raíces	Valores
Polos	$-7 \cdot 10^{-2}$
	$-5 \cdot 10^{-2}$
	$-4 \cdot 10^{-2}$
	$-3.5 \cdot 10^{-2}$
	$-1.5 \cdot 10^{-2}$
	$-1.5 \cdot 10^{-1}$
	$-1 \cdot 10^{-1}$
	-3.7
Ceros	$-4.51 \cdot 10^{-2} \pm 9.45 \cdot 10^{-3}$j
	$-1.224 \cdot 10^{-2}$
	$-1.224 \cdot 10^{-2}$
	$-1.1 \cdot 10^{-1}$
	$1.21 \cdot 10^{-1}$

Como se puede observar el sistema es estable, lo que no implica ninguna restricción importante sobre el comportamiento en bucle cerrado. No obstante, el sistema tiene un cero de transmisión situado en el semiplano derecho (Del inglés, Right-Half Plane Semiplano Derecho (RHP)), el cual impone una limitación en el desempeño del sistema [2]. El cero RHP está localizado en $z_{RHP} = 1.21 \cdot 10^{-1}$. Como se explica en [26], este tipo de cero conlleva un límite superior para el ancho de banda, ω_{cr}, alcanzable como se muestra en la Ecuación (3.6), de la cual se obtiene un límite inferior aproximado para el tiempo de muestreo de, al menos, una de las salidas especificadas en la Ecuación (3.7).

$$\omega_{cr} < \frac{|z_{RHP}|}{2.8} = 4.32 \cdot 10^{-2}\, rad/s \tag{3.6}$$

$$t_r \approx \frac{\pi}{2\omega_{cr}} > 36.4s \tag{3.7}$$

Debido a que el sistema es multivariable, es importante considerar las direcciones de salida del sistema para el cero RHP. En este caso, z_{RHP} tiene la dirección mostrada en la Ecuación (3.8).

$$\begin{pmatrix} TSH \\ T_{out,sec,e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.97 \\ 0.245 \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Se puede observar que la primera componente es bastante mayor que la segunda. Por tanto, a pesar de que el efecto degradante del cero en el semiplano derecho se puede desplazar a una salida dada [10], su efecto natural está centrado en la primera variable. De esta forma, el control del grado de sobrecalentamiento en la salida del evaporador está más limitado que el control de la temperatura de salida del flujo secundario en el evaporador. Por tanto, si se impone un control estricto sobre el grado de sobrecalentamiento, el comportamiento de la temperatura de salida del flujo secundario se verá fuertemente afectada.

Otro análisis importante es el de los valores singulares del sistema como función de la frecuencia. En concreto, el valor singular mínimo el cual se puede emplear como índice de controlabilidad. Los valores singulares del modelo nominal están representados en la Figura 3.4, y la Tabla 3.4 muestra las direcciones a bajas frecuencias (ver [26]). Como se puede observar, el mínimo valor singular es mayor que $0\, dB$ hasta una frecuencia de $10^{-1}\, rad/s$ aproximadamente. Esto implica que, hasta dicha frecuencia, los cambios en las salidas del sistema son independientes. A partir de esa frecuencia, las salidas se convierten en dependientes. Sin embargo, debido a las limitaciones mostradas en la Ecuacion (3.6) y (3.7), ambas salidas son independientes para todo el rango de frecuencias permitido.

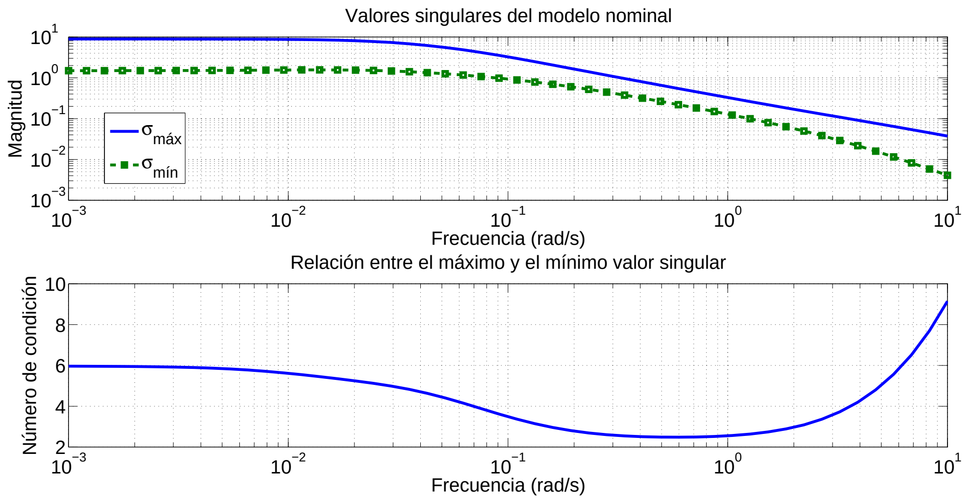

Figura 3.4 Valores singulares del modelo nominal.

Tabla 3.4 Direcciones de los valores singulares a baja frecuencia.

Valor Singular	**Dirección de entrada** $[N\ A_v]^T$	**Dirección de salida** $[TSH\ T_{out,sec,e}]^T$
Máximo	$[0.0871\ 0.996]^T$	$[0.31\ 0.95]^T$
Mínimo	$[0.9962\ -0.0871]^T$	$[0.95\ -0.31]^T$

El *número de condición* para todo el rango de frecuencias considerado es mostrado en la Figura 3.4. Se puede observar que para un rango de frecuencias inicial alrededor de $6 \cdot 10^{-1} rad/s$, debido a que el descenso en los valores mínimos es más pronunciado que el mismo en los valores máximos, el *número de condición* experimenta un importante aumento. Por tanto, se puede considerar que el sistema está mal condicionado a partir de esas frecuencias, haciéndose fuertemente sensible a incertidumbres.

Este hecho genera aproximadamente un límite inferior adicional para el tiempo de subida. Este límite se especifica en la Ecuación (3.9), y se puede comprobar que es menos restrictivo que el límite comentado para la Ecuación (3.7).

$$t_r \approx \frac{\pi}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-1}} > 2.634s \tag{3.9}$$

Otros factores importantes se han analizado, como el *Vector de Ganancias Relativas* (del inglés *Relative Gain Array (RGA)*) para todo el rango de frecuencias posible, sin embargo no se ha obtenido ninguna restricción reseñable.

3.4 Síntesis del controlador H_∞

El objetivo de los controladores H_∞ es minimizar el valor del ratio γ mostrado en la Ecuación (3.10), diseñando adecuadamente las matrices de ponderación $W_T(s)$, $W_S(s)$ y $W_{KS}(s)$.

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} W_S(s)S_0(s) \\ W_{KS}(s)K(s)S_0(s) \\ W_T(s)T_0(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma \tag{3.10}$$

En primer lugar, se han analizado las incertidumbres de las plantas consideradas no nominales respecto a la planta nominal mediante la Ecuación (3.11). En la Figura 3.5 se muestra el primer análisis de las incertidumbres. Según los resultados, se ha decidido no utilizar el punto de funcionamiento número 5 (en la Figura $\sigma_{max}(\hat{E}_{OP1})$) debido a que las incertidumbres generadas no se asemejan al resto de incertidumbres.

$$\overline{\sigma}(\hat{E}_{OPi}(j\omega)) = \overline{\sigma}((\hat{G}_{OPi}(j\omega) - \hat{G}(j\omega))\hat{G}(j\omega)^{-1}) \tag{3.11}$$

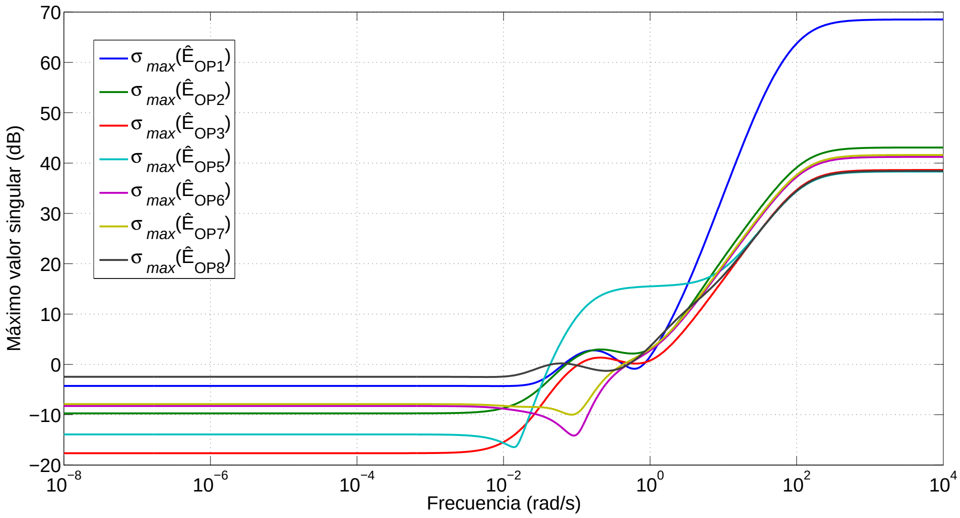

Figura 3.5 Análisis inicial de las incertidumbres de las plantas no nominales respecto a la planta nominal.

A continuación, la matriz $W_T(s)$ se diseña como una matriz diagonal con todos sus elementos diagonales con la misma función de transferencia, como se indica en la Ecuación (3.12), donde $W_{T_{diag}}(s)$ debe ser estable, de fase mínima, con alta ganancia a alta frecuencia y con magnitud mayor que el máximo valor singular de la incertidumbre, para cada modelo no nominal y frecuencia, como se muestra en la Ecuación (3.13).

$$W_T(s) = W_{T_{diag}}(s) I_{2x2} \tag{3.12}$$

$$|W_{T_{diag}}(j\omega)| \geqslant \sigma_{max}(\hat{E}_{o_{Pi}}(j\omega)) \quad \forall\omega, \forall Pi \tag{3.13}$$

En la Ecuación (3.14) y haciendo de uso de los parámetros de diseño de la Tabla 3.5 se indica la función de transferencia $W_{T_{diag}}(s)$ calculada en este caso, cuya magnitud se representa superpuesta en la Figura 3.6, observándose el cumplimiento de todos los requisitos impuestos.

$$W_{T_{diag}}(s) = \frac{(10^{k/20})(a\,s+1)}{(a\,10^{(k-K_{af})/20}\,s+1)} = \frac{16.55\,s\,+\,0.8}{0.003\,s\,+\,1} \tag{3.14}$$

Tabla 3.5 Parámetros de diseño de la función de ponderación de la sensibilidad complementaria.

Parámetro	Valor
k	-2
a	20.83
K_{af}	75

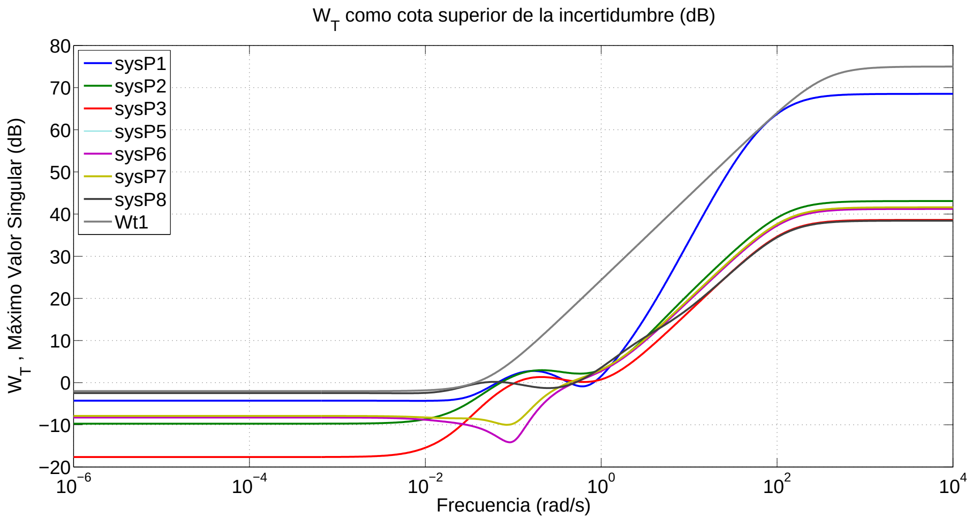

Figura 3.6 Incertidumbres multiplicativas de las plantas no nominales y función de ponderación de la sensibilidad complementaria.

En la Figura 3.6 se muestra el resultado del uso de dichos valores. Se ha comprobado que en los casos de solapamiento de las líneas, la función de ponderación siempre queda por encima de la planta no nominal correspondiente.

La matriz $W_S(s)$ se toma como una matriz cuadrada diagonal de funciones de transferencia, como se indica en la Ecuación (3.15), donde cada elemento diagonal W_{S_i} se diseña de acuerdo a la Ecuación (3.16).

$$W_S(s) = \begin{bmatrix} W_{S_{TSH}}(s) & 0 \\ 0 & W_{S_{T_{out,sec,e}}}(s) \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

$$W_{S_i}(s) = \frac{\alpha_i s + 10^{(\kappa_i - 1)}\omega_T}{s + \beta_i 10^{(\kappa_i - 1)}\omega_T}, \quad i = TSH, T_{out,sec,e} \tag{3.16}$$

Donde ω_T es la frecuencia de corte de $W_{T_{diag}}(s)$ y su valor es $3.67 \cdot 10^{-2}$ rad/s. Los parámetros α_i y β_i son las ganancias a alta y baja frecuencia respectivamente. De acuerdo con [17], se elige $\alpha_{TSH} = \alpha_{T_{out,sec,e}} = 0.5$ y $\beta_{TSH} = \beta_{T_{out,sec,e}} = 10^{-4}$. Los valores de diseño se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Parámetros de diseño de la función de sensibilidad.

Parámetro	Valor
κ_1	0
κ_2	0.8

Con estos valores se quiere asegurar que, para la referencia de temperatura del secundario en el evaporador, el controlador sigue a la referencia lo más rápido posible. Los resultados de diseño de esta función de ponderación quedan reflejados en la Figura 3.7. De esta figura se extraen los valores de corte de las frecuencias ω_B^* que determinan los tiempos de subida teóricos del las variables controladas. Dichos valores se muestran en la tabla 3.7

Por último, queda por determinar el diseño de las funciones de ponderación de las señales de control (W_{KS}). Por defecto se suelen considerar unitarias, pero en este caso se han modificado debido a la saturación de las acciones de control empleadas. Las funciones de ponderación de la acción de control son las siguientes:

Tabla 3.7 Frecuencia de corte y tiempo de subida obtenidos a partir del diseño de la función de ponderación de la sensibilidad.

	$T_{secundario}$	$T_{Sobrecalentamiento}$
ω_B^*[rad/s]	0.02261	0.004674
T_{subida}[s]	69.47	336.07

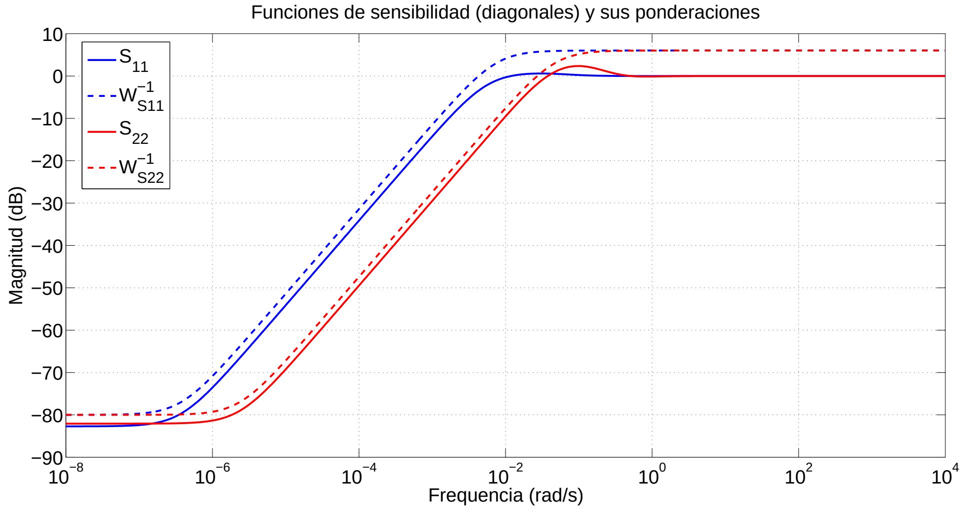

Figura 3.7 Funciones de sensibilidad diagonales y sus ponderaciones.

$$W_{KS}(s) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Con estas ponderaciones, en la Figura 3.8 se observa que la cota de ganancia de la función de ponderación inversa queda por encima de las cotas de las funciones de sensibilidad al control.

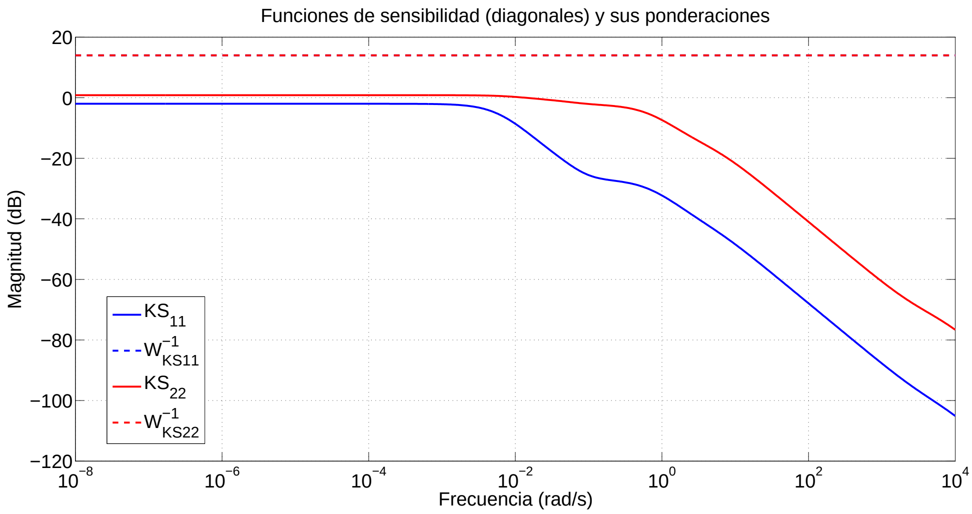

Figura 3.8 Funciones de sensibilidad al control (diagonales) y sus ponderaciones..

Con este diseño de las funciones de ponderación cumplen todos los requisitos de control y se puede obtener un controlador robusto.

Resultados del diseño

Una vez diseñadas las funciones de ponderación hay que comprobar que el diseño es correcto y cumple las especificaciones de Control Robusto. Para ello, en la Figura 3.9 se muestran los valores singulares del problema de sensibilidad mixta. El cálculo de la norma infinito de la función T_{wz}, la cual engloba las funciones de sensibilidad, ha sido: 1.2629. Se ha considerado que este valor es válido para asegurar la estabilidad robusta del controlador, siempre que se compruebe que cada par de funciones de ponderación y de sensibilidad cumplen el requisito de estabilidad robusta.

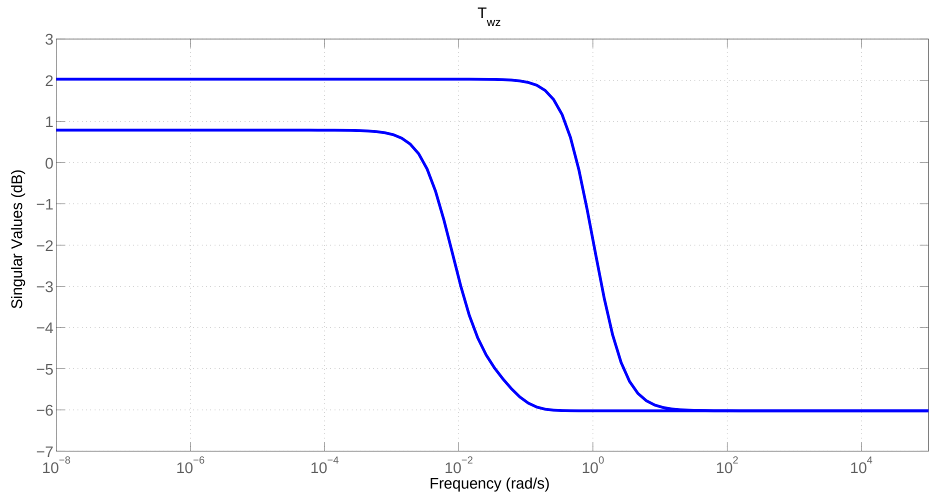

Figura 3.9 Valores Singulares del Problema Sensibilidad Mixta S/KS/T.

La Figura 3.10 representa la comparación entre la función de sensibilidad complementaria de las diagonales del sistema y su ponderación asociada. Se comprueba que las funciones de sensibilidad complementaria quedan por debajo de la función de ponderación y, por tanto, se cumple el requisito de estabilidad robusta.

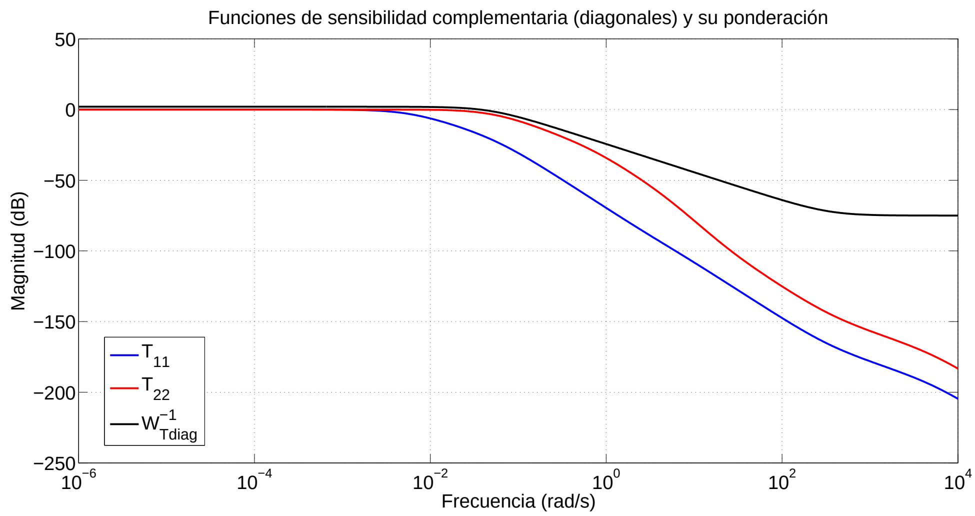

Figura 3.10 Comparación de la función de sensibilidad complementaria con su función de ponderación.

Con esta condición y las condiciones comentadas para las Figuras 3.8 y 3.7 se puede considerar que cada término de la inecuación (3.10) se cumple para el controlador diseñado.

Controlador desarrollado.

Una vez desarrollado el controlador se han realizado dos simplificaciones:

En la primera simplificación se han analizado los valores de Hankel del controlador para determinar si se puede transformar el controlador en otro de orden reducido. Observando la Figura 3.11, se ha considerado mantener aquellos elementos cuya energía de estado del eje de ordenadas es superior a 10^{-5}. En la Figura 3.12 se muestran las comparaciones entre el controlador diseñado y la reducción de los polos y ceros de dicho controlador. Se puede comprobar que para frecuencias del orden de un radián por segundo valores de ganancia y fase del controlador permanecen inalterados, convirtiendo esta simplificación en válida.

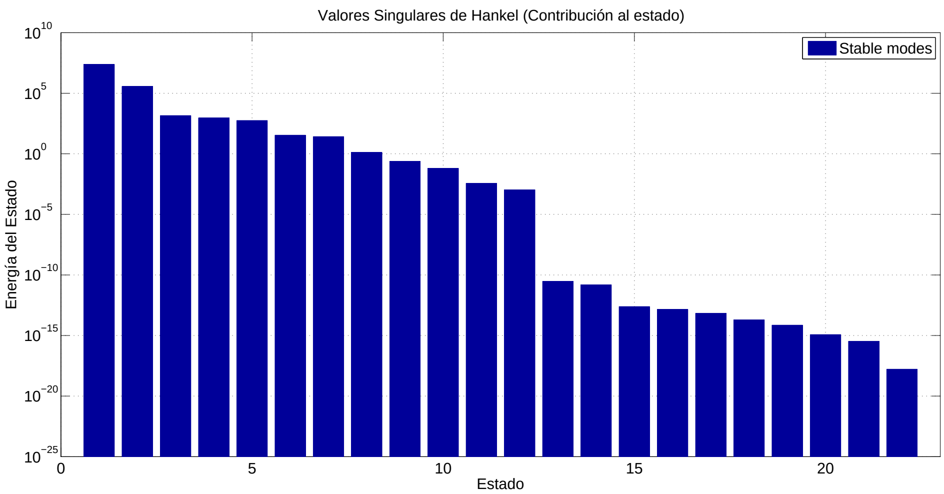

Figura 3.11 Valores de Hankel del controlador desarrollado.

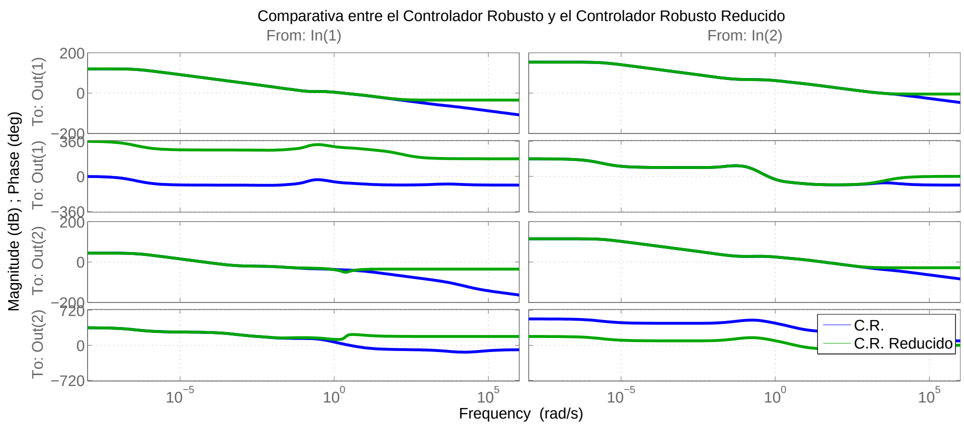

Figura 3.12 Comparativa entre el controlador y el controlador reducido.

La segunda simplificación consiste en considerar los polos más próximos a cero como integradores puros. Una vez reducido el grado del sistema, se observa que existen dos polos con un valor aproximado de 10^{-7}, siendo resto de valores claramente superiores en valor absoluto. Por tanto, se ha considerado que dichos polos se pueden convertir en integradores en el controlador sin pérdida de generalizad de este. En la Figura 3.13 se puede comprobar este efecto.

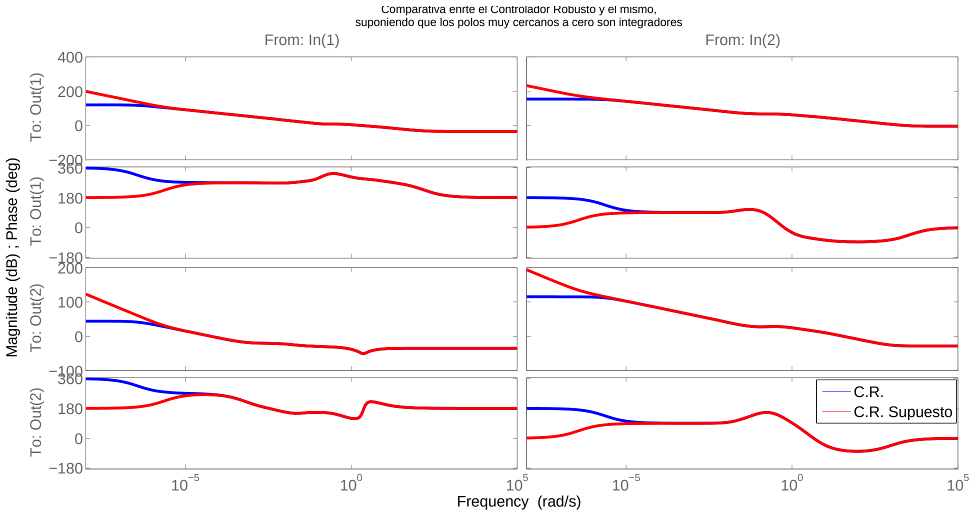

Figura 3.13 Comparación entre el Controlador Reducido con y sin integradores.

Con estas simplificaciones, el Controlador Robusto Reducido se compone de una matriz de funciones de transferencias, cada una con 8 polos y 8 ceros. Este controlador se puede observar en los archivos adjuntos a esta memoria. Su desarrollo matemático no se muestra por ser demasiado engorro y del cual no se puede extraer información de interés.

3.4.1 Discretización del controlador

El primer paso para poder aplicar el controlador robusto diseñado y obtener resultados es discretizar el controlador anterior. El tiempo de muestreo utilizado es de 6 segundos debido al límite de actuación de la válvula en el sistema de refrigeración real.

Además, para evitar problemas de fragilidad a la hora de discretizar el controlador, este se ha factorizado en polinomios de grado uno o dos dependiendo de los pares de polos y/o ceros complejos que existan en el controlador.

3.5 Resultados

Para la validación del controlador, se ha empleado el simulador antes mencionado con el objetivo de comprobar que las especificaciones de estabilidad robusta se cumplen. Para ello, se han de comprobar los resultados expuestos en la Tabla 3.7, así como el error en régimen permanente y el rechazo a perturbaciones.

En los siguientes apartados se muestran las distintas pruebas realizadas para comprobar el funcionamiento del controlador desarrollado.

3.5.1 Seguimiento de referencias

Se han realizado dos pruebas con cambios de referencias. La primera, para la temperatura de salida del fluido secundario en el evaporador y la segunda, para el grado de sobrecalentamiento.

En primer lugar, en las Figuras 3.14 y 3.15 se muestran diferentes cambios de referencia para la temperatura de salida del fluido secundario en el evaporador. Se puede observar que el error en régimen permanente de los cambios de referencia son nulos.

Además, el tiempo de subida de la temperatura del secundario son 81.6s, 90s y 80.4s respecto a cada cambio de referencia. Comparando estos resultados con el tiempo de subida diseñado en la tabla 3.7, se puede comprobar que estos valores son relativamente similares y por tanto cumplen dicha especificación. Por otro lado, para el grado de sobrecalentamiento se puede observar el acoplamiento existente entre ambas salidas y cómo el controlador diseñado es capaz de recuperar la referencia. En cuanto a las acciones de control, se observa que los cambios de dichas acciones no tienen sobreoscilaciones ni tienen problemas de saturación de los actuadores.

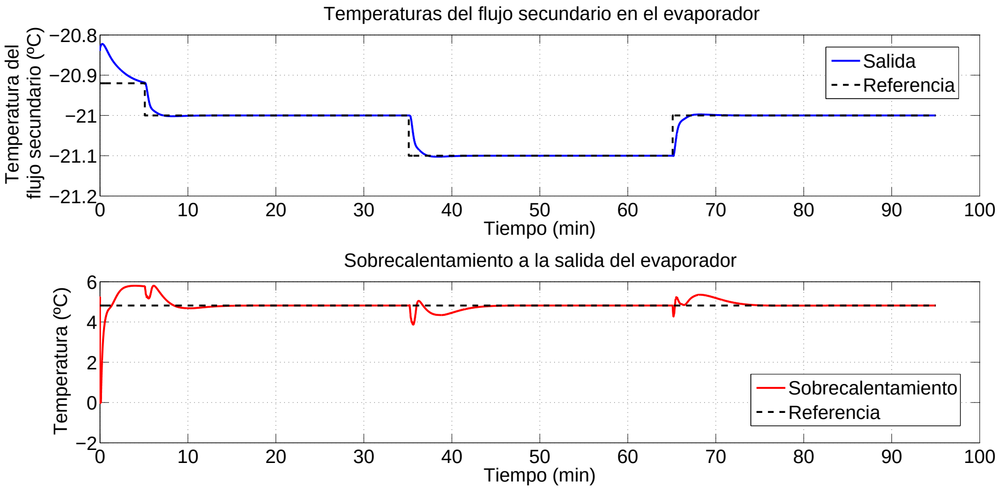

Figura 3.14 Respuesta de las salidas ante cambios de referencias en la temperatura de salida del secundario en el evaporador.

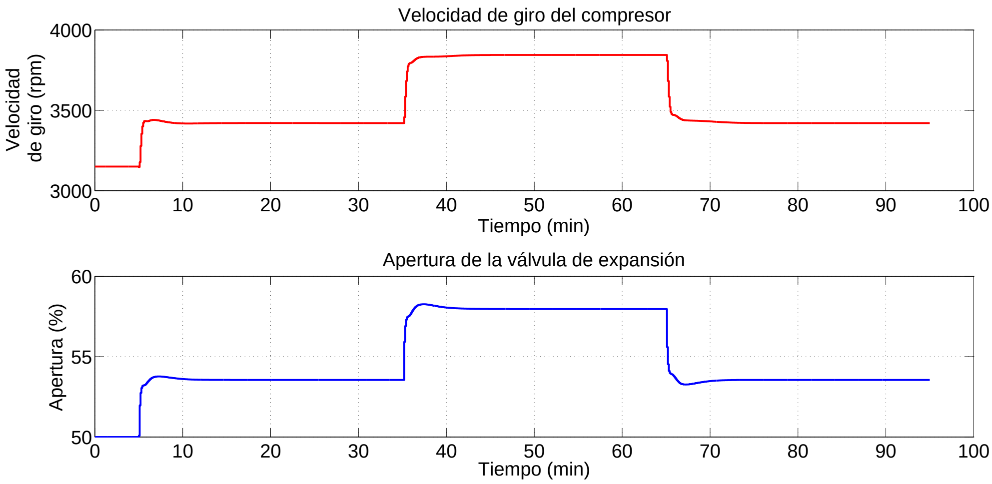

Figura 3.15 Acciones de control ante cambios de referencias en la temperatura de salida del secundario en el evaporador.

A continuación, en las Figuras 3.17 y 3.16 se muestran los cambios de referencia para el grado de sobrecalentamiento. Se comprueba que los errores en régimen permanente son nulos. Analizando el tiempo de subida, de manera análoga al ensayo anterior, los resultados son 277.8, 415.2, 511.8 y 438. Estos resultados se pueden considerar del orden de la especificación de diseño de la tabla 3.7 y, por tanto, cumple las especificaciones para puntos no nominales.

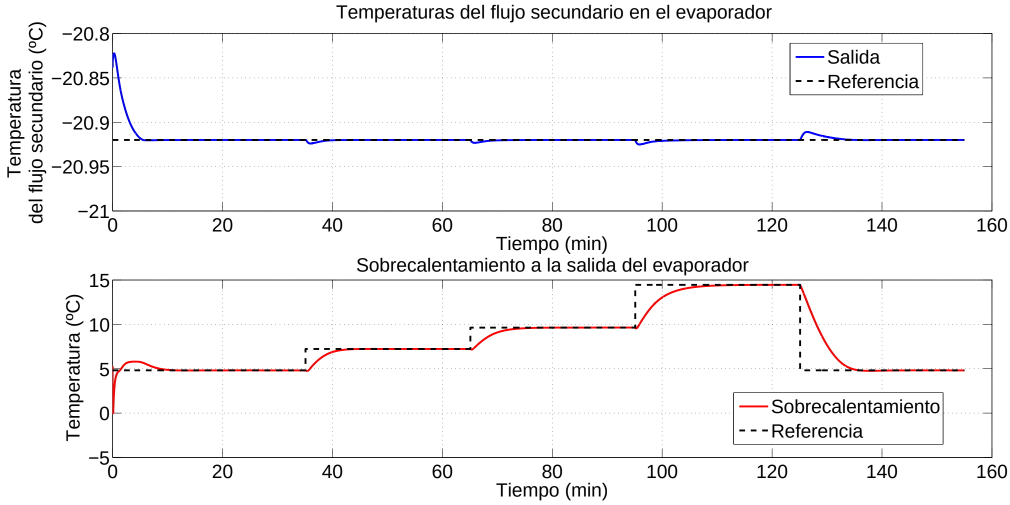

Figura 3.16 Respuesta de las salidas ante cambios de referencia del grado de sobrecalentamiento.

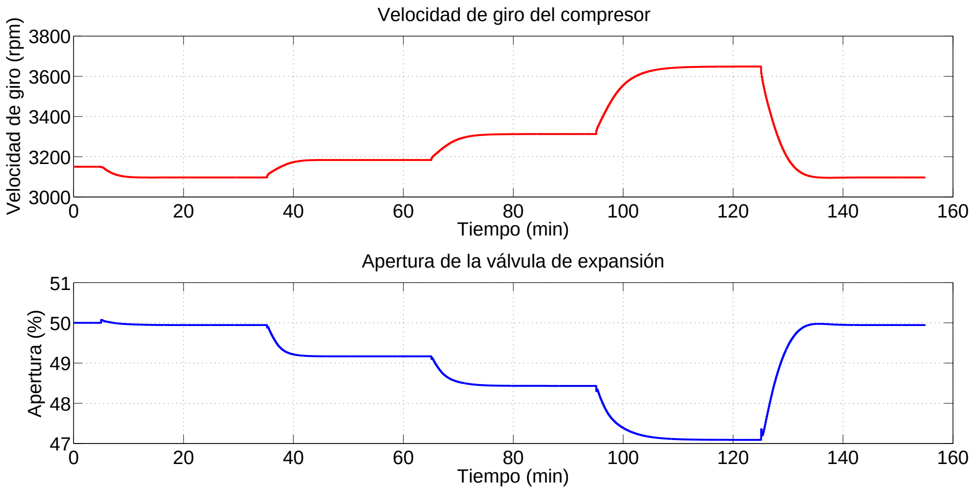

Figura 3.17 Acciones de control ante el cambio de la referencia del grado de sobrecalentamiento.

3.5.2 Rechazo de perturbaciones

Para comprobar el comportamiento del sistema ante perturbaciones se han desarrollado un par de experimentos modificando las referencias de las entradas de los fluidos secundarios a ambos intercambiadores, evaporador y condensador.

En primer lugar, en la Figura 3.18 se observa la perturbación introducida en el sistema. Se han desarrolado varios saltos temperaturas de entrada del fluido secundario del condensador para el efecto sobre las variables de salida deseadas.

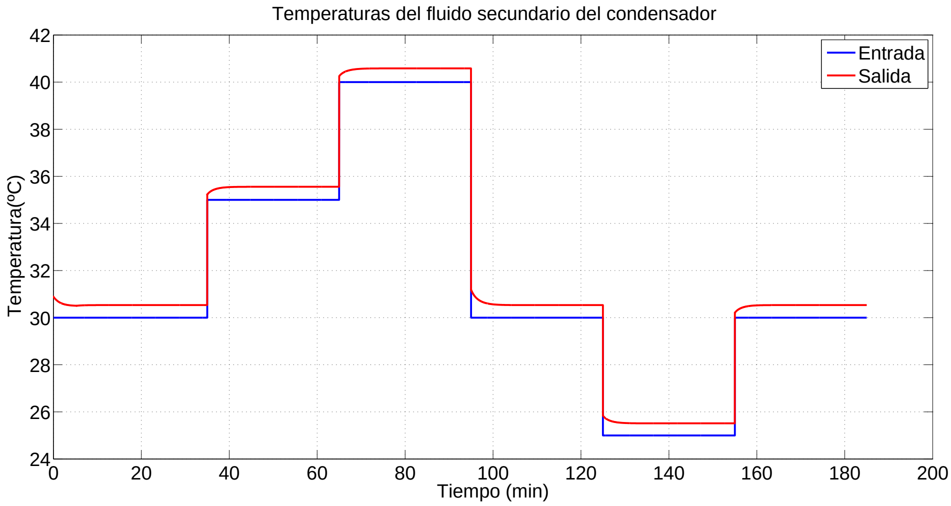

Figura 3.18 Perturbación de la entrada del fluido secundario en el condensador introducida.

En la Figura 3.19 se observan las respuestas de ambas variables de salida. Se puede comprobar que el rechazo de la perturbación en la temperatura de salida del evaporador es más rápida, en términos de tiempo, siendo coherente con el diseño del controlador robusto realizado.

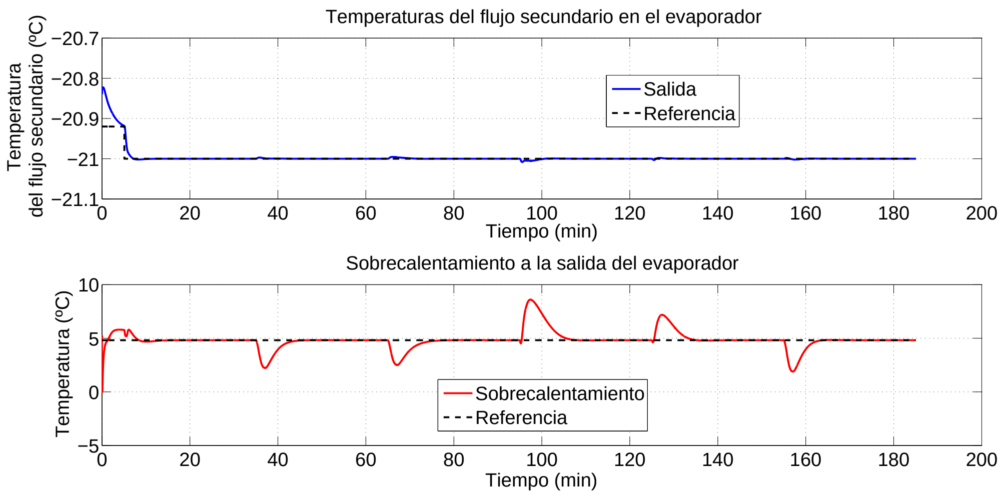

Figura 3.19 Respuesta de las salidas ante perturbaciones en la temperatura de entrada del fluido secundario en el condensador.

En cuanto a las acciones de control, como se muestran en la Figura 3.20, se observa que no existen cambios excesivamente bruscos de los actuadores de la planta.

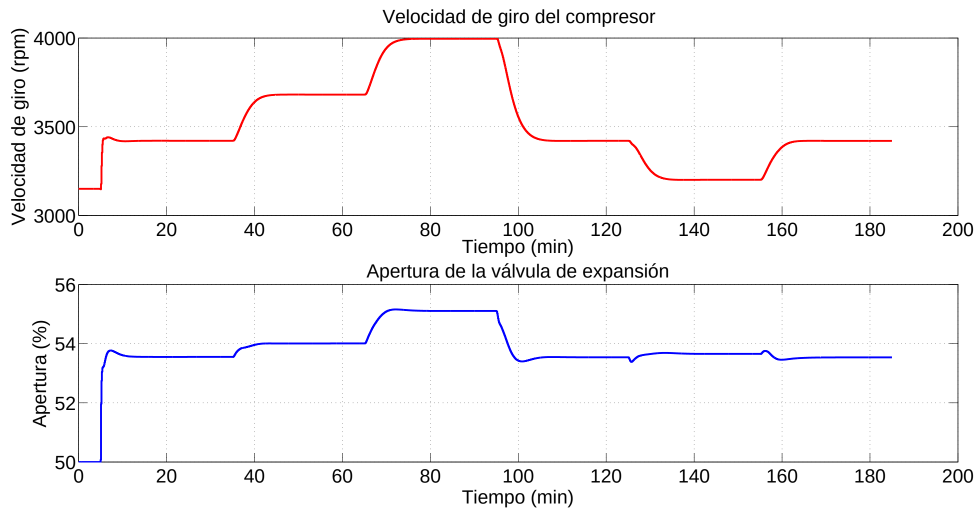

Figura 3.20 Acciones de control ante perturbaciones en la temperatura de entrada del fluido secundario en el condensador.

Por otro lado, se ha realizado otro ensayo para comprobar como el controlador robusto es capaz de rechazar perturbaciones en la entrada del fluido secundario del evaporador. Estas perturbaciones afectan a la temperatura de salida del fluido secundario del evaporador de manera directa puesto que se trata del mismo fluido. En la Figura 3.21 se muestran las perturbaciones comentadas.

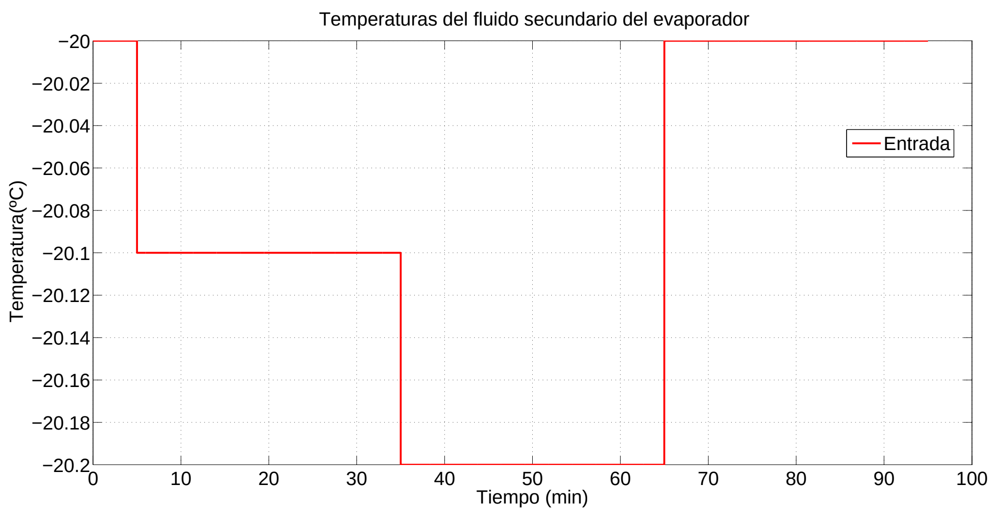

Figura 3.21 Perturbación de la entrada de la temperatura del flujo secundario.

En la Figura 3.22 se observa las respuestas de las variables de salidas. Al ser directa la influencia de la perturbación sobre la temperatura de salida del fluido secundario en el evaporador, se observa que el rechazo de la perturbación necesita un intervalo de tiempo mayor.

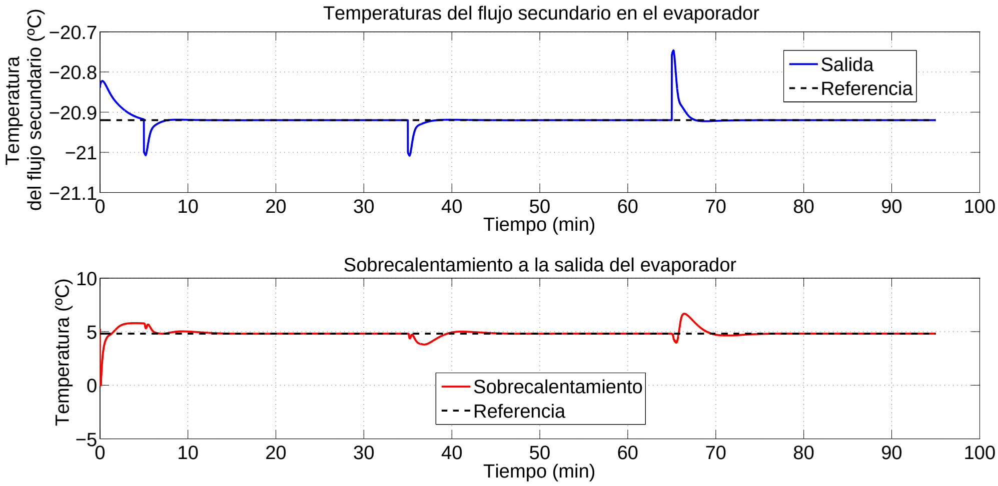

Figura 3.22 Respuesta de las salidas ante una perturbación en la entrada de la temperatura del flujo secundario.

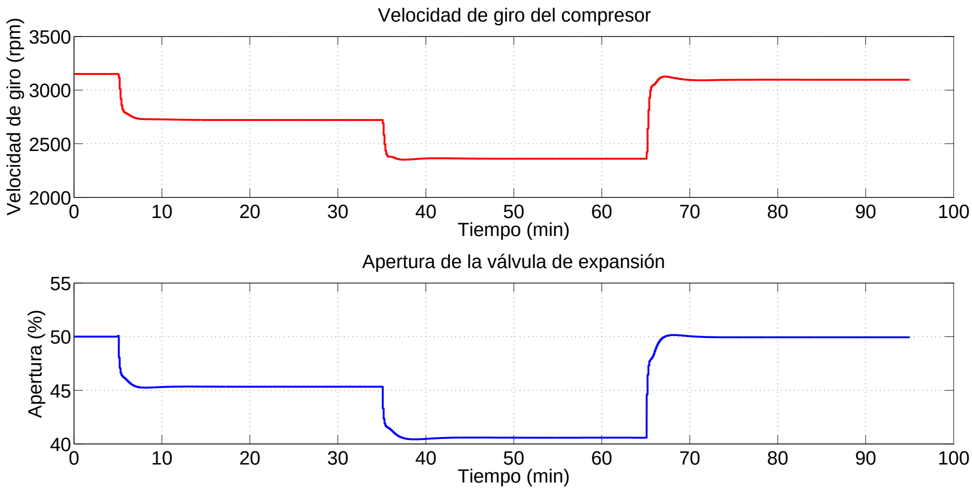

Figura 3.23 Acción de control ante perturbaciones en la entrada de la temperatura del flujo secundario.

3.6 Conclusiones

En este apartado se ha expuesto el análisis de controlabilidad del sistema de refrigeración por compresión de una etapa, así como el diseño de un Controlador Robusto según el Problema de Sensibilidad Mixta. Se ha comprobado que el controlador diseñado mediante matrices de transferencia cumple las especificaciones planteadas para un modelo más complejo del mismo sistema de refrigeración.

4 Control Predictivo

4.1 Introducción

El Control Predictivo se sirve de algoritmos de optimización para obtener la acción de control en cada instante de aplicación, usando como variables analizables las salidas pasadas y la referencias a lo largo de un horizonte de tiempo. La idea general es realizar el seguimiento de referencias durante un horizonte de tiempos minimizando un índice, el cual computa la energía necesaria para seguir dicha trayectoria.

De los diferentes tipos de controladores predictivos existentes se ha decidido usar el *Model Predictive Control (MPC)* en espacio de estados sin restricciones por sencillez de aplicación.

4.2 MPC de espacio de estados

El MPC en espacio de estados consiste en plantear el Controlador Predictivo mediante las ecuaciones de la descripción en espacio de estados habitual del control. Para ello en la Ecuación (4.1) se plantea el esquema típico de la descripción en espacio de estados monovariable. La extensión a multivariable se realiza teniendo en cuenta las dimensiones del sistema adecuadamente.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \tag{4.1}$$

En la Cual:

- A es la matriz que expresa la dinámica interna del sistema.
- B es la matriz que expresa la dinámica del sistema respecto a las salidas.
- C es la matriz que expresa el valor de las variables medibles.
- x(k) es el vector de estados internos del sistema en el instante k.
- y(k) es el vector de variables medibles en el instante k.

Como el objetivo del controlador es obtener el siguiente incremento de la acción de control, se introduce el cambio de variable $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ de manera que la ecuación (4.1) ahora queda:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(t+1) \\ u(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} \Delta u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Donde se hacen los siguientes cambios de nomenclatura:

$$\overline{x} = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-1) \end{bmatrix}, \; M = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}, \; N = \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix}, \; Q = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

De forma que la ecuación de estado del sistema discreto queda:

$$\begin{aligned} \overline{x}(t+1) &= M\overline{x}(t) + N\Delta u(t) \\ y(t) &= Q\overline{x} \end{aligned} \tag{4.4}$$

La Ecuación (4.5) muestra la predicción utilizada para el cálculo de las variables medibles.

$$\hat{y}(t+j) = Q\, M^j \hat{x}(t) + \sum_{i=0}^{j-1} Q\, M^{(j-i-1)}\, N\, \Delta u(t+i) \tag{4.5}$$

Donde $\hat{x}(t)$ es el estimador del estado que se utilice. Esta ecuación de puede emplear matricialmente como sigue:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\, \hat{x}(t) + \mathbf{H}\, \mathbf{u} \tag{4.6}$$

Donde

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N_2|t) \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} QM \\ QM^2 \\ \vdots \\ QM^{N_2} \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} QN & 0 & 0 & \dots & 0 \\ QMN & QN & 0 & \dots & 0 \\ QM^2N & QMN & QN & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ QM^{N_2}N & QM^{N_2-1}N & QM^{N_2-2}N & \dots & QN \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Las Ecuación (4.6) muestra la predicción de las salidas del sistema, donde el vector $\boldsymbol{F}$ es la respuesta libre del sistema mientras que la matriz $\boldsymbol{H}$ es la respuesta forzada del sistema. Si la predicción es exacta, la respuesta de la Ecuación (4.1.2) y la Ecuación (4.6) debe ser la misma. Las dimensiones de los vectores anteriores son iguales a N_2", o sea al número de predicciones del horizonte que se tienen en cuenta, mientras que la matriz H además tiene en cuenta el número de acciones de control disponibles, N_u.

El índice a minimizar se muestra en la Figura (4.8). Se trata de una ponderación entre la energía de la acción de control y del error cometido respecto a la referencia. Las matrices $\mathbf{Q_{pb}}$ y $\mathbf{R_{pb}}$ son matrices de ponderación de la referencia y de la acción de control respectivamente, $\mathbf{w}$ es el horizonte de referencias.

$$J = (\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}\hat{x}(t) - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_{pb}(\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}\hat{x}(t) - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_{pb}\mathbf{u} \tag{4.8}$$

En ausencia de restricciones se puede decir que el incremento de la acción de control para el sistema multivariable queda:

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(t) = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}_{pb}\mathbf{H} + \mathbf{R}_{pb})^{-1}\mathbf{H}^T(\mathbf{w} - \mathbf{F}\hat{x}(t)) \tag{4.9}$$

Donde $\mathbf{Q}_{pb}$ y $\mathbf{R}_{pb}$ son las matrices diagonales de ponderación de la acción de control y de la referencia respectivamente.

El vector $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}$ contiene los incrementos de las acciones de control del horizonte que se haya establecido, sin embargo para el control predictivo solo se utiliza la acción de control del siguiente punto, descartando el resto.

4.3 Modelado del sistema en espacio de estados

Para realizar el modelado del sistema se ha empleado la siguiente función de transferencia obtenida a partir del simulador comentado anteriormente:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.3814\cdot 10^{-2}(-1\,s+1)}{(0.27027\,s+1)(28.57143\,s+1)} & \frac{-1.1432(-9.0909\,s+1)}{(6.667\,s+1)(20\,s+1)} \\ \frac{-7.1217\cdot 10^{-5}(142.86\,s+1)}{(14.286\,s+1)(25\,s+1)} & \frac{-1.68\cdot 10^{-2}(-6.667\,s+1)}{(10\,s+1)(25\,s+1)} \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

Donde la entradas corresponden a la velocidad de giro del compresor ($N[rpm]$) y a la apertura de válvula ($A_v[\%]$) y las cuales controlan como salidas el grado de sobrecalentamiento ($T_{SH}\,[°C]$) y temperatura de salida del fluido secundario del evaporador ($T_{out,sec,e}\,[°C]$) respectivamente.

Partiendo de esta matriz de funciones de transferencia se ha obtenido el espacio de estados siguiente:

$$\begin{gathered} A = \begin{bmatrix} -3.735 & -0.259 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.085 & -0.0336 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2 & -0.12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.14 & -0.64 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0625 & 0 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0.0625 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0039063 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.03125 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} -0.02862 & 0 \\ 0.05725 & 0 \\ 0 & -0.002735 \\ 0 & -0.0006126 \\ 0.1559 & 0 \\ -0.2744 & 0 \\ 0 & 0.01434 \\ 0 & -0.03441 \end{bmatrix}^T \end{gathered} \tag{4.11}$$

Utilizando como modelo de espacio de estados continuo el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{4.12}$$

y el respectivo modelo en discreto:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \tag{4.13}$$

A continuación, se ha discretizado las matrices del espacio de estados en continuo. El resultado es el siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} 0.0077409 & -0.057283 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11058 & 0.81833 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.58799 & -0.15695 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.14596 & 0.98399 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23945 & -0.4011 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.20891 & 0.90794 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.39027 & -0.25367 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.24773 & 0.94517 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.013823 & 0 \\ 0.04384 & 0 \\ 0.018245 & 0 \\ 0.0018612 & 0 \\ 0 & 1.6712 \\ 0 & 0.38357 \\ 0 & 0.12386 \\ 0 & 0.026771 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} -0.019251 & 0 \\ 0.023409 & 0 \\ 0 & -0.0059493 \\ 0 & -0.0017136 \\ 0.15799 & 0 \\ -0.18212 & 0 \\ 0 & 0.01482 \\ 0 & -0.01897 \end{bmatrix}^T \tag{4.14}$$

Para realizar la discretización se ha empleado un algoritmo de *mantenedor de orden cero*.

4.4 Resultados

Los resultados mostrados en los siguientes apartados tratan sobre dos experimentos realizados. El primero sobre el propio espacio de estados desarrollado anteriormente, con el objetivo de comprobar el funcionamiento teórico del Control Predictivo. El segundo experimento se ha desarrollado teniendo el cuenta el modelado realizado anteriormente, de mayor complejidad que el modelo en espacio de estados entorno a un punto de operación. La idea de este experimento es comprobar las diferencias entre la teoría y la realidad.

Para el diseño del controlador predictivo se emplean distintos parámetros disponibles para conseguir ajustar el controlador a las especificaciones deseadas. Se disponen de los siguientes parámetros:

- N_2 Es el número de iteraciones del horizonte de predicción que se tienen en cuenta.
- N_u Es el número de iteraciones del horizonte de control que se tienen en cuenta.
- $\mathbf{Q}_{pb}$ Es la matriz de ponderación de las acciones de control.
- $\mathbf{R}_{pb}$ Es la matriz de ponderación del error a la salida.

En las matrices de ponderación, cada término se ha ponderado con el mismo valor asociado a la matriz correspondiente. Así el parámetro de diseño es un valor escalar. Además, el valor del termino asociado al último paso del horizonte de predicción para estas matrices se ha ponderado multipicándolo por diez con el objetivo de conseguir que el sistema llega al régimen permanente correctamente.

4.4.1 Control sin restricciones aplicado al espacio de estados

El primer resultado obtenido ha sido el control del sistema de refrigeración en espacio de estados mediante el controlador predictivo descrito.

El valor de los parámetros empleados son:

- $N_1 = 0$

- $N_2 = 40$
- $N_u = 10$
- $\mathbf{R_{pb}} = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{bmatrix}$
- $\mathbf{Q_{pb}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Los resultados se muestran en las Figuras 4.1 y 4.2. Se observa que las referencias se cumplen y el controlador predictivo se anticipa ante cambios de referencias previstos. Además, se comprueba que el acoplamiento del sistema es cancelado por el controlador. En cuanto a las acciones de control, estas evolucionan hacia puntos estables.

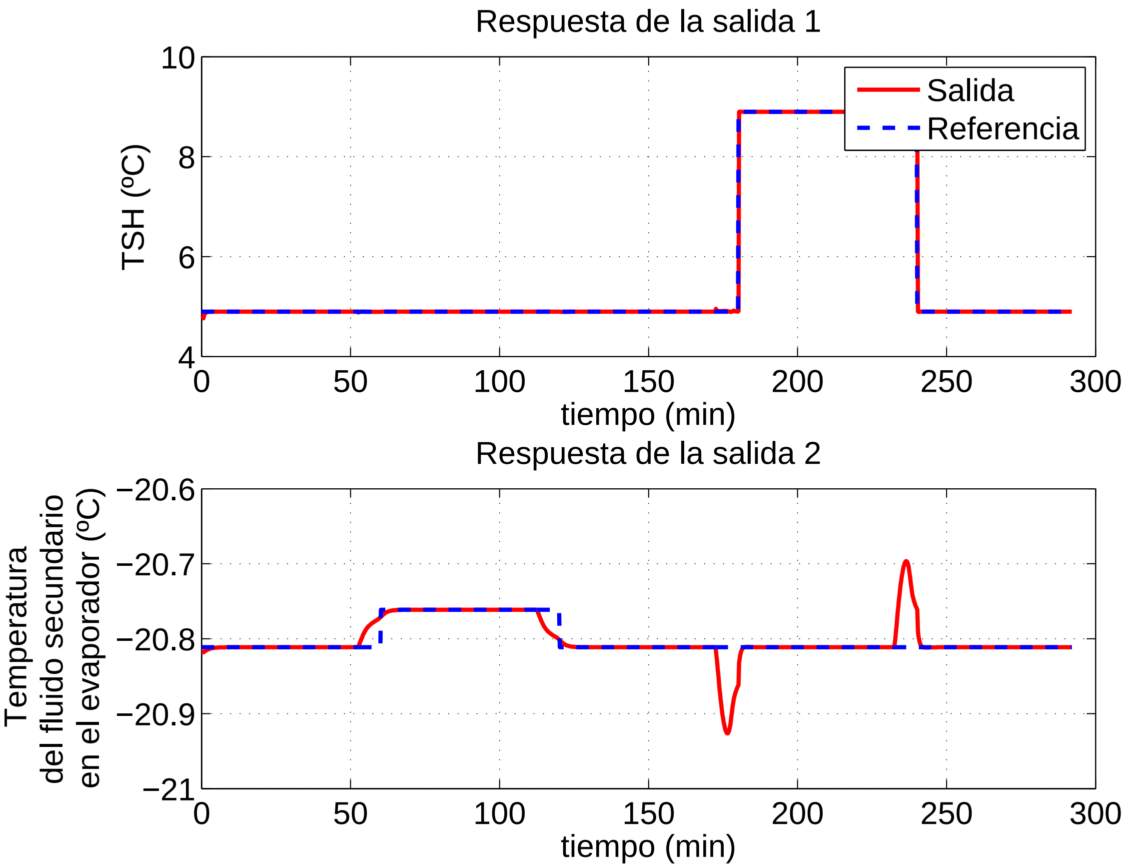

Figura 4.1 Salidas del deseadas del sistema.

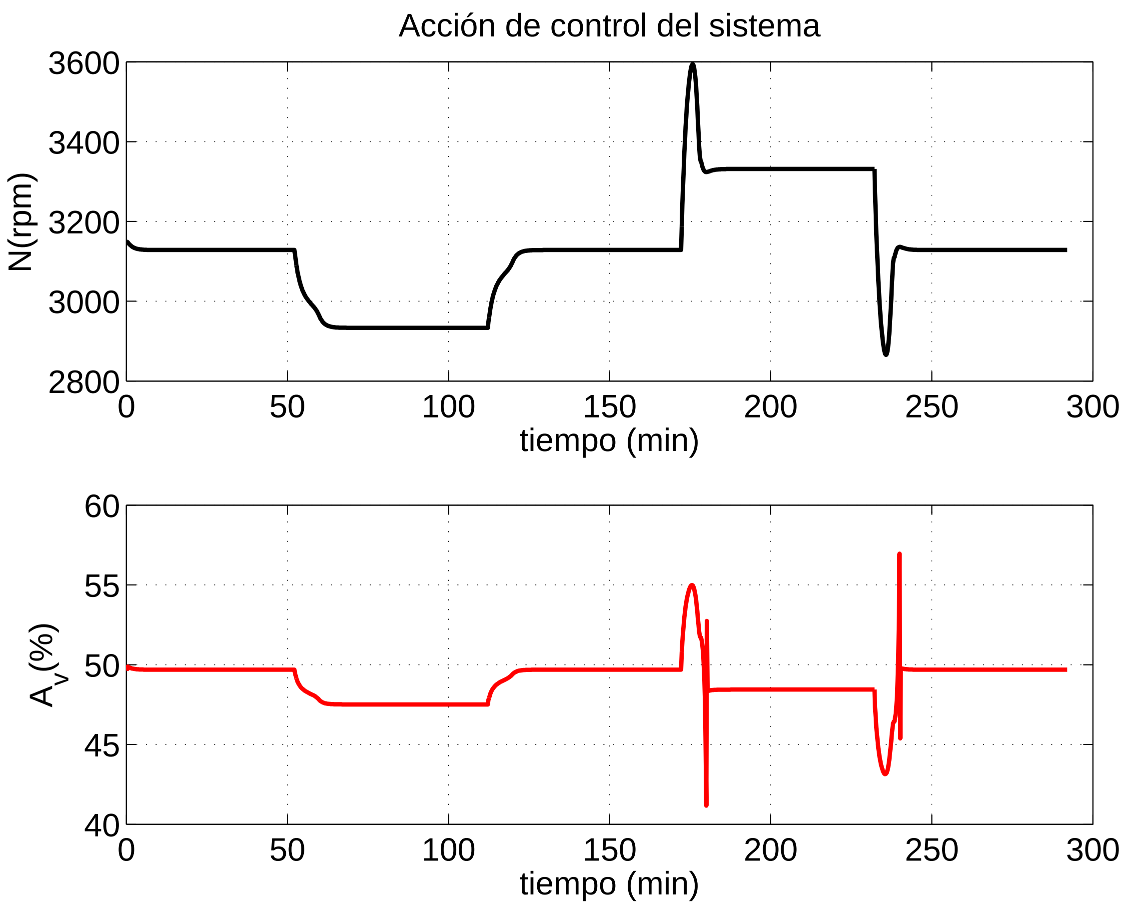

Figura 4.2 Acción de control.

Además, en la Figura 4.3 se muestra la evolución de la función objetivo, comprobándose que se llega a un mínimo.

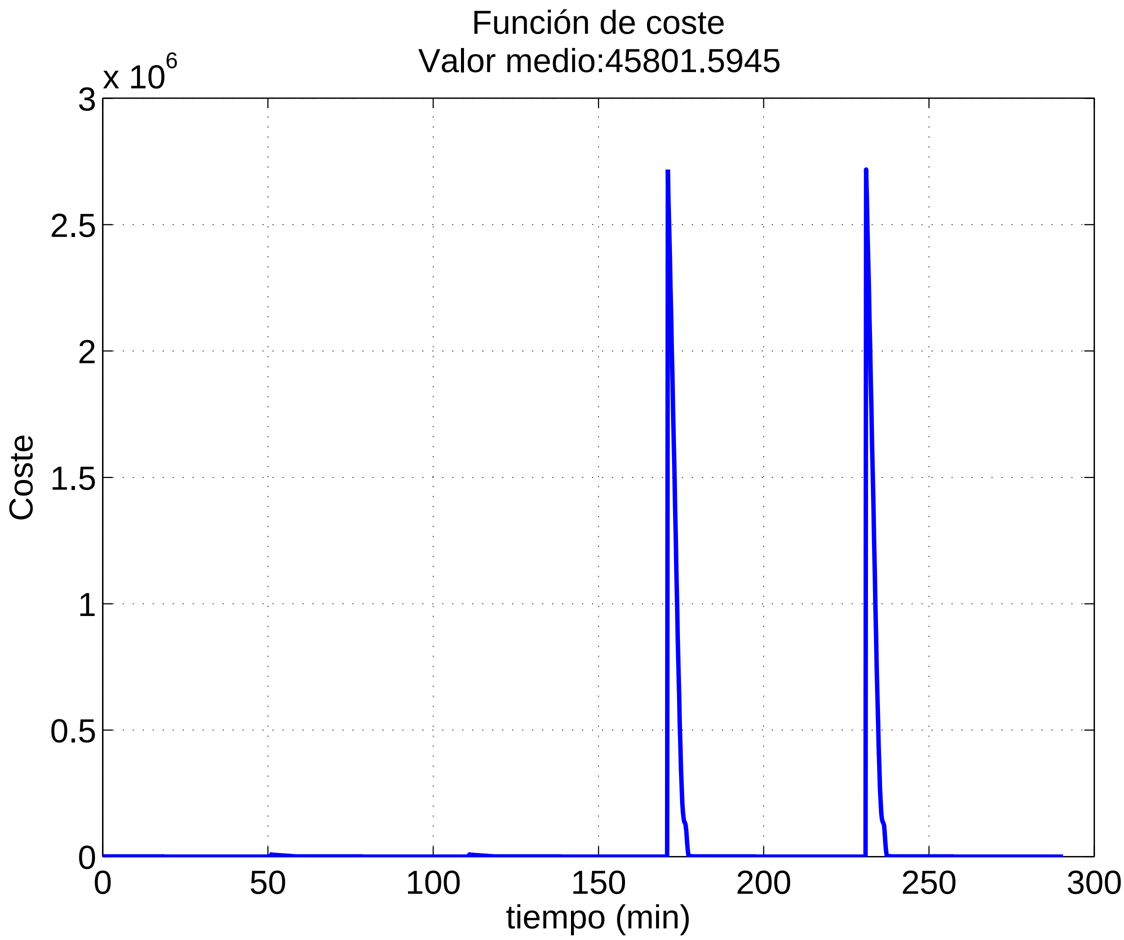

Figura 4.3 Salidas del deseadas del sistema.

4.4.2 Control sin restricciones aplicado al sistema de ecuaciones simulado

A continuación se va a aplicar el controlador predictivo en espacio de estados con los mismos parámetros que el apartado anterior al simulador, con el objetivo de comprobar la sensibilidad de estos tipos de controladores respecto al diseño del modelo.

En las Figuras 4.4 y 4.5 se observan los resultados obtenidos, siendo estos claramente distintos a los obtenidos usando el modelo en espacio de estados. En concreto, se observa que el grado de sobrecalentamiento no alcanza la referencia para la primera parte de la simulación, mientras que la temperatura de salida del fluido secundario se puede considerar que cumple las referencias marcadas. Sin embargo, hay que remarcar la ambigüedad generada por el hecho de que la función objetivo (Figura 4.6) sea siempre decreciente, llegando a un valor óptimo el cual no es distinto de cero. Esto lleva a una inconcruencia importante puesto que la función objetivo debe llegar a un mínimo valor que, al no tener término independiente de las variables, debe ser cero si los errores y los incrementos de la acción de control son nulos. Si se miran los datos de la función objetivo, los valores son nulos, comprobándose que los errores no lo son. Por ello, se deja como objetivo mejorar las ponderaciones.

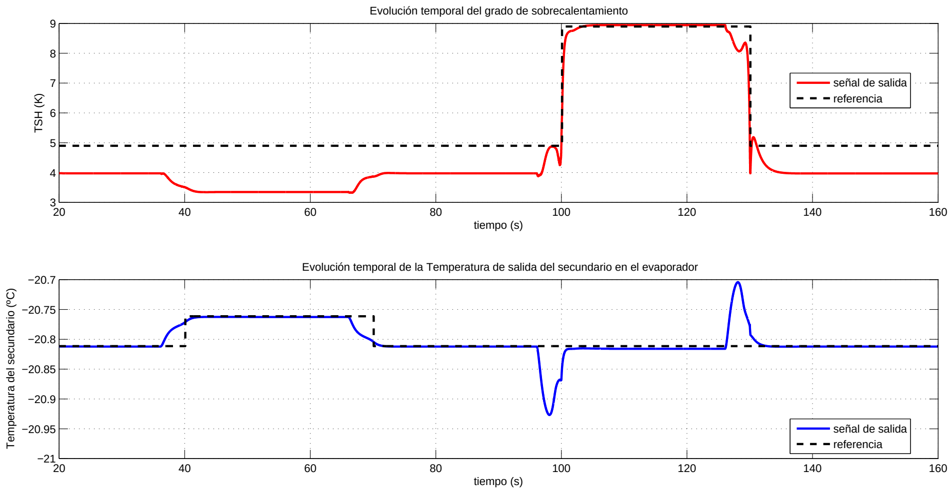

Figura 4.4 Salidas del sistema simulado.

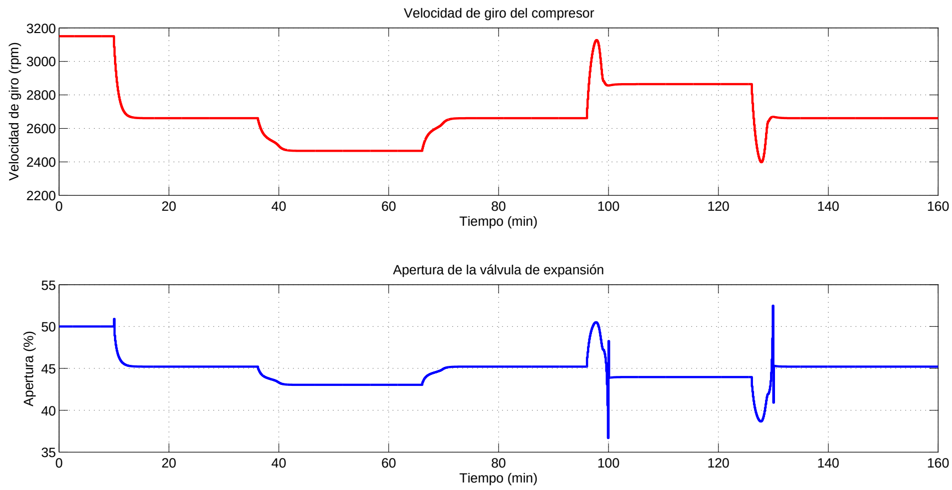

Figura 4.5 Acciones de control del sistema simulado.

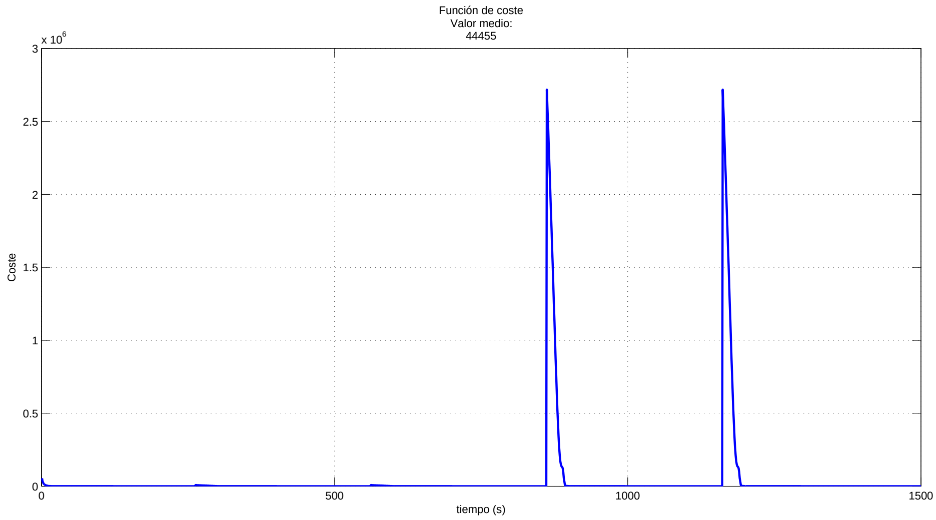

Figura 4.6 Función objetivo del controlador predictivo.

Se han realizado más pruebas variando los parámetros disponibles pero los resultados no han sido satisfactorios.

4.5 Conclusiones

En este apartado se ha implementado un controlador predictivo basado en modelo mediante espacio de estados. Se ha profundizado en el funcionamiento de este tipo de controladores. Los resultados obtenidos sirve como inicio para desarrollos

En este trabajo se ha implementado un controlador predictivo basado en modelo mediante espacio de estados siendo los resultados satisfactorios. Se han profundizado en el funcionamiento de este tipo de controladores así como las posibles restricciones que se pueden implementar.

5 Planta experimental

La validación en una sistema de refrigeración real de los resultados teóricos obtenidos es fundamental. No obstante, y sin perder el objetivo global del proyecto de investigación en el que se enmarca este trabajo, el diseño de la planta experimental se realizado pensando en futuras ampliaciones del ciclo. Para ello, se ha diseñado una planta experimental, la cual se muestra en la Figura 5.1. Se trata de una planta de dos etapas de compresión de distinta potencia y con dos recintos de refrigeración, uno para refrigerar a 5^oC y otro a -20^oC. Gracias a una serie de válvulas se puede configurar la planta experimental de manera que se pueda utilizar como un ciclo básico de una etapa y un recinto, como un ciclo con dos etapas y un recinto o como un ciclo con las dos etapas y los dos recintos.

Figura 5.1 Imagen General de la planta experimental.

Debido a las múltiples posibilidades de uso de la planta, el dimensionamiento de los componentes es mayor de lo esperado para poder realizar los objetivos del proyecto con la misma planta de refrigeración.

El esquema de diseño se muestra en la Figura 5.2. Se puede observar la existencia dos etapas de compresión en serie de distinta potencia, en las cuales se intercala una la línea de salida del evaporador del recinto a 5^oC. A continuación, se encuentra el condensador para extraer la energía calorífica del refrigerante, pudiendo ser sustituido por un circuito de agua más una bomba (los

Tabla 5.1 Componentes de la planta experimental.

Nº	Nombre
1	Antivibrador aspiración 1º etapa.
2	Válvula aspiración compresor 1º etapa.
3	Compresor 1º etapa, Variador de frecuencia.
4	Válvula descarga compresor 1º etapa.
5	Antivibrador descarga 1º etapa.
6	Separador de aceite 1º etapa.
7	Válvula antirretorno.
8	Antivibrador aspiración 2º etapa.
9	Válvula aspiración compresor 2º etapa.
10	Compresor 2º etapa. Variador de frecuencia.
11	Válvula descarga compresor 2º etapa.
12	Antivibrador descarga 2º etapa.
13	Separador de aceite 2º etapa.
14	Condensador aire forzado. Variador frecuencia.
15	Válvula entrada recipiente líquido.
16	Recipiente acumulador de líquido.
17	Válvula seguridad recipiente líquido.
18	Válvula salida recipiente líquido.
19	Visar líquido con indicación de humedad.
20	Válvula de expasión electrónica Danfoss AKV.
21	Intercambiador de placas 5^oC.
22	Válvula reguladora presión evaporación.
23	Depósito carga zona 5^oC.
24	Bomba de recirculación 5^oC. Variador de frecuencia.
25	Resistencia carga 2 kW. Relé de estado sólido.
26	Válvula de expansión electrónica Danfoss AKV.
27	Intercambiador de placas del recinto a -20^oC.
28	Depósito carga recinto de -20^oC.
29	Bomba de recirculación-20^oC. Variador de frecuencia.
30	Resistencia carga 2 kW. Relé de estado sólido.
31	Válvula de bola manual. 1º compresor.
32	Separador de líquido de aspiración 2º etapa.
33	Válvula de bola manual. 2º compresor.
34	Separador de líquido de aspiración 1ª etapa.
35	Filtro deshidratador.

cuales no aparecen en el esquema). Después, aparece el tanque de almacenamiento del refrigerante y, posteriormente, el desdoblamiento hacia ambos recintos del sistema, donde antes se encuentran las válvulas de expansión de cada recinto. Cada recinto a enfriar se ha modelado como un intercambiador de placas y flujo cruzado en el cual el fluido secundario es un circuito cerrado con una resistencia térmica y glicol como refrigerante. Por último, a la salida de los recintos las líneas van hacia los compresores.

La numeración del esquema indica los sensores y los actuadores del sistema, además de los elementos adicionales necesarios para su correcto funcionamiento. Todos ellos aparecen en la Tabla 5.1 aparecen los componentes y los actuadores del sistema, mientras que en la Tabla 5.2 aparecen los sensores instalados.

La sensórica se ha emplazado según los puntos de interés del ciclo termodinámico. Así, se han colocado pares de sensores de presión y temperatura en el lado del refrigerante a la entrada de los compresores, entrada del condensador y a la salida de los evaporadores. Además, existe otra pareja de sensores antes del desdoblamiento de la línea de vapor a la salida del condensador. Con estas posiciones es posible caracterizar la parte del refrigerante.

Los flujos secundarios se han medido mediante un caudalímetro y un sensor de temperatura para cada evaporador, mientras que el condensador dispone de un sensor de temperatura.

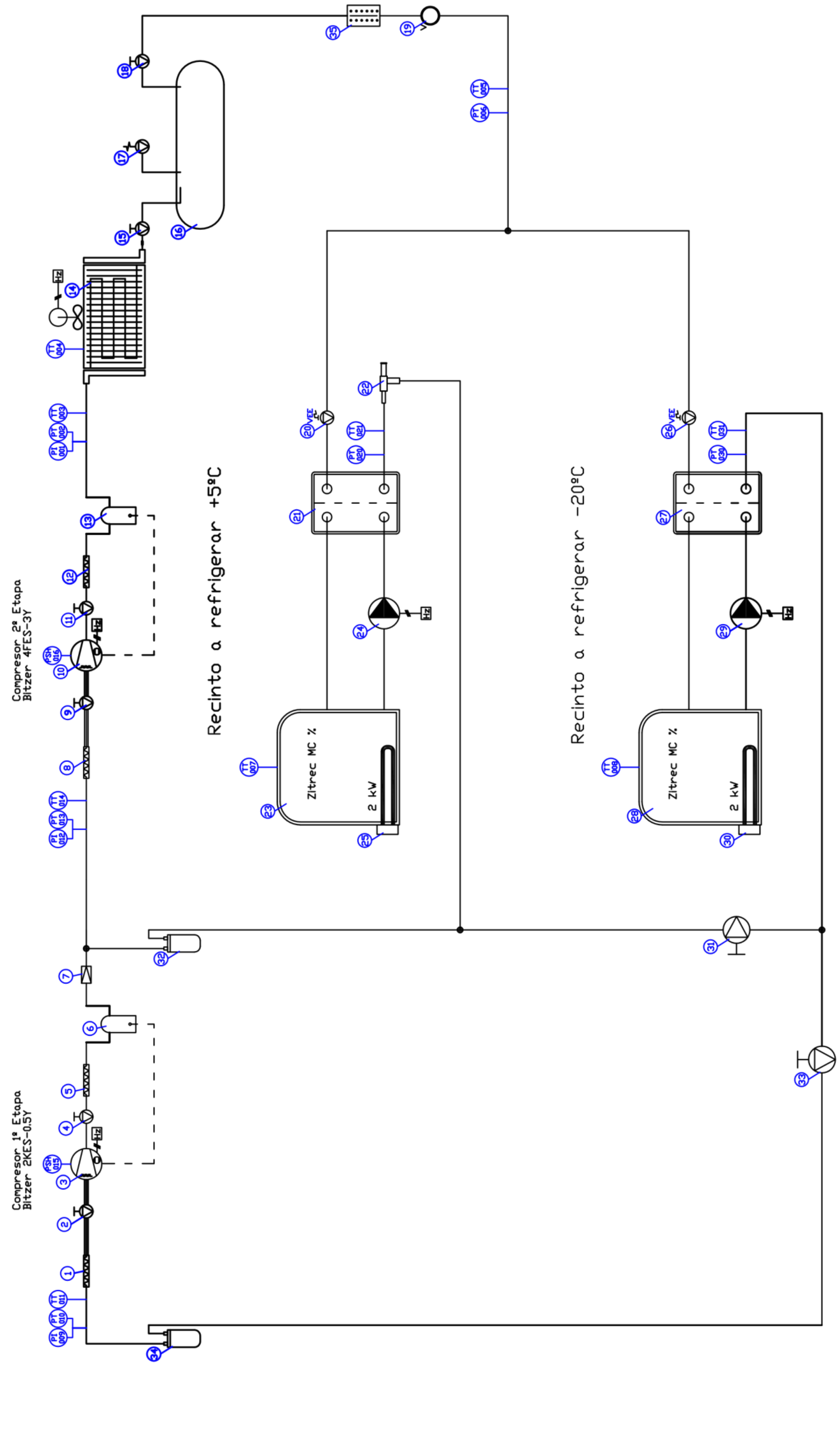

Figura 5.2 Esquema de la planta experimental de 2 etapas de compresión y 2 recintos.

Tabla 5.2 Sensores de la planta experimental.

Nº	Nombre
PI001	Indicador de presión. Manómetro de alta presión.
PT002	Sonda de alta presión 4-20 mA.
TT003	Sonda de temperatura Pt100.
TT004	Sonda de temperatura Pt100.
TT005	Sonda de temperatura Pt100.
TT006	Sonda de presión 4-20 mA.
TT007	Sonda de temperatura Pt100.
TT008	Sonda de temperatura Pt100.
PI009	Indicador de presión. Manómetro de baja presión.
PT010	Sonda de presión 4-20 mA.
TT011	Sonda de temperatura Pt100.
PI012	Indicador de presión. Manómetro de media presión.
PT013	Sonda de presión 4-20 mA.
TT014	Sonda de temperatura Pt100.
PSH015	Minipresostato de alta presión.
PSH016	Minipresostato de alta presión.
PT020	Sonda de presión 4-20 mA.
TT021	Sonda de temperatura Pt100.
PT030	Sonda de presión 4-20 mA.
TT031	Sonda de temperatura Pt100.

Para la actuación sobre el sistema, se dispone de variadores de frecuencia para los compresores de ciclo y para las bombas de los secundarios, con los que se puede regular el caudal de los refrigerantes. Por otra parte, las válvulas de expansión también disponen de sus propios variadores de frecuencia. Sin embargo, por motivos tecnológicos estas válvulas tienen una restricción a 6 segundos de ciclo de operación. Además, el ventilador del secundario también se puede regular mediante la asignación de la consigna correspondiente.

6 Conclusiones y trabajos

6.1 Contriuciones

En este Trabajo Final de Máster se ha desarrollado un simulador complejo para reproducir un sistema de refrigeración por compresión de vapor de una etapa y un recinto con el objetivo de comprender el funcionamiento de estos sistemas. Se han obtenido resultados coherentes con el funcionamiento real. Además, se ha obtenido una zona de funcionamiento del sistema en condiciones ideales en función de las variables de entrada, permitiendo así la selección de diferentes puntos de operación.

Respecto al control, se han aplicado dos metodologías de control lineal y se han obtenido unos controladores multivariables capaces de funcionar en distintos puntos de operación y según las exigencias de control.

Por último, con los resultados obtenidos y el conocimiento de los sistemas de refrigeración aún más complejos se ha diseñado una planta experimental que simula un sistema de refrigeración de hasta dos etapas y con un máximo de dos recintos, los cuales se pueden enfríar a distinta temperatura. Los componentes se han dimensionado de forma que la planta sea lo más versátil posible.

6.2 Trabajos futuros

Como trabajo futuro se propone la validación de los resultados del simulador con la planta experimental, tanto en bucle abierto como en bucle cerrado. Adicionalmente, se propone el desarrollo y la implementación de controladores no lineales utilizando por ejemplo estrategias de Control Robusto no lineal o linealización por realimentación entre otras.

Por último, se quiere profundizar en el conocimiento de los sistemas de refrigeración con dos etapas y dos recintos. Por ello, otro trabajo futuro consiste en el desarrollo de un simulador que contenga la misma configuración comentada y realizar los mismo tipos de controladores, adaptándolos a la nueva configuración.

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Bibliografía

[1] ASHRAE, *Handbook of refrigeration*, 2005.

[2] K. J. Astrom, *Limitations on control system performance*, European Journal of Control **6** (2000), no. 1, 2–20.

[3] V. D. Baxter, *Advances in supermarket refrigeration systems*, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee (2002), 37831–6070.

[4] Guillermo Bejarano, Manuel Gil Ortega, Francisco R. Rubio, and Fernando Morilla, *Modelado simplificado y orientado al control de sistemas de refrigeración*, Jornadas de automática (2013), 250–258.

[5] Ian H. Bell, Jorrit Wronski, Sylvain Quoilin, and Vincent Lemort, *Pure and Pseudo-pure Fluid Thermophysical Property Evaluation and the Open-Source Thermophysical Property Library CoolProp*, Industrial & Engineering Chemistry Research **53** (2014), no. 6, 2498–2508.

[6] S Bendapudi and J E Braun, *A review of literature on dynamic models of vapor compression equipment*, Tech. Report 4036-5, ASHRAE, 2002.

[7] J. C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, *State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems*, IEEE Transactions on Automatic Control **34** (1989), no. 8, 831–847.

[8] H. Fallahsohi, C. Changenet, S. Placé, C. Ligeret, and X. Lin-Shi, *Predictive functional control of an expansion valve for minimizing the superheat of an evaporator*, International Journal of Refrigeration **33** (2010), no. 2, 409–418.

[9] X.-D. He, *Dynamic modeling and multivariable control of vapor compression cycles in air conditioning systems*, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA, 1996.

[10] Bradley R. Holt and Manfred Morari, *Design of resilient processing plants-VI. The effect of right-half-plane zeros on dynamic resilience*, Chemical Engineering Science **40** (1985), no. 1, 59–74.

[11] P. Iglesias and K. Glover, *State-space approach to discrete-time H_∞ control*, International Journal of Control **54** (1991), no. 5, 1031–1073.

[12] L. S. Larsen and J. R. Holm, *Modelling and multi-variable control of refrigeration systems*, ECOS 2003 (2003).

[13] Bin Li and et al., *A dynamic model of a vapor compression cycle with shut-down and start-up operations*, International Journal of Refrigeration **33** (2010), 538–552.

[14] E H Mamdani and S Assilian, *An experiment in liguistic synthesis with a fuzzy logic controller.*

[15] J. Marcinichen, T. del Holanda, and C. Melo, *A dual SISO controller for a vapor compression refrigeration system*, International Refrigeration and Air Conditioning Conference, 2008, pp. 2444, 1–8.

[16] T L McKinley and A G Alleyne, *An advanced nonlinear switched heat exchanger model for vapor compression cycles using the moving-boundary method*, International Journal of Refrigeration

31 (2008), 1253–1264.

[17] M. G. Ortega and F. R. Rubio, *Systematic design of weighting matrices for H_∞ mixed sensitivity problem*, Journal of Process Control **14** (2004), no. 1, 89–98.

[18] Luis Pérez-Lombard, J Ortiz, and C Pout, *A review on buildings energy consumption information*, Energy and Buildings **40** (2008), no. 3, 394 398.

[19] B. P. Rasmussen, *Dynamic modeling and advanced control of air conditioning and refrigeration systems*, Ph.D. thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, USA, 2005.

[20] M Razi, M Farrokhi, MH Saeidi, and AR Faghih Khorasani, *Neuro-predictive control for automotive air conditioning system*, Engineering of Intelligent Systems, 2006 IEEE International Conference on, IEEE, 2006, pp. 1–6.

[21] N. L. Ricker, *Predictive hybrid control of the supermarket refrigeration benchmark process*, Control Engineering Practice **18** (2010), no. 6, 608–617.

[22] D. Sarabia, F. Capraro, L. F. Larsen, and C. de Prada, *Hybrid nmpc of supermarket display cases*, Control Engineering Practice **17** (2009), no. 4, 428–441.

[23] L C Schurt and et al., *A model-driven miltivariable controller for vapor compression refrigeration systems*, International Journal of Refrigeration **32** (2009), 1672–1682.

[24] ———, *Assessment of the controlling envelope of a model-based multivariable controller for vapor compression refrigeration systems*, Applied Thermal Engineering **30** (2010), 1638–1546.

[25] Y. Shen, W.-J. Cai, and S. Li, *Normalized decoupling control for high-dimensional MIMO processes for application in room temperature control HVAC systems*, Control Engineering Practice **18** (2010), no. 6, 652–664.

[26] Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite, *Multivariable feedback control*, 2 ed.

[27] J.R.S. Thom, *Prediction of pressure drop during forced circulation boiling water*, International Journal of Heat and Mass Transfer **7** (1964), 709–724.

[28] C. P. Underwood, *Analysing multivariable control of refrigeration plant using MATLAB/Simulink*, VII International IBPSA Conference, vol. 1, 2001, pp. 287–94.

[29] J. Wang, C. Zhang, Y. Jing, and D. An, *Study of neural network PID control in variable-frequency air-conditioning system*, IEEE International Conference on Control and Automation, 2007, pp. 317–322.

[30] Kemin Zhou, John Comstock Doyle, Keith Glover, et al., *Robust and optimal control*, vol. 40, Prentice Hall New Jersey, 1996.