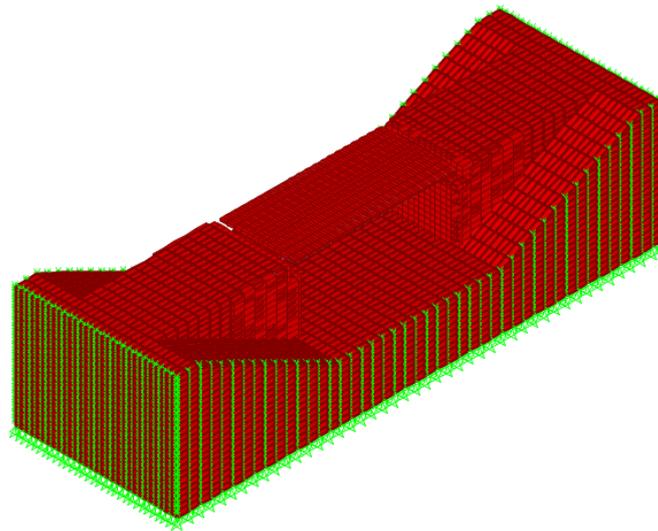




## **TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos**

# **“INFLUENCIA DE LA INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA EN LA RESPUESTA DINÁMICA DE PUENTES DE FERROCARRIL DE LUCES CORTAS”**



**GRUPO DE ESTRUCTURAS**

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERIA**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y  
TEORÍA DE ESTRUCTURAS**

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

**Autor : David Suescum Morales**

**Tutor: Antonio Martínez de la Concha**

**Sevilla, Julio de 2016**





## **TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos**

# **“INFLUENCIA DE LA INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA EN LA RESPUESTA DINÁMICA DE PUENTES DE FERROCARRIL DE LUCES CORTAS”**

**GRUPO DE ESTRUCTURAS**

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS**

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

**Autor : David Suescum Morales**

**Tutor: Antonio Martínez de la Concha**

**Sevilla, Julio de 2016**

Trabajo Fin de Máster: “Influencia de la Interacción suelo estructura en la respuesta dinámica de puentes de ferrocarril de luces cortas.”

Autor: David Suescum Morales

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros :

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de :

Sevilla, 2016

El secretario del Tribunal



## Índice

Índice.....	5
AGRADECIMIENTOS.....	6
1. Introducción.....	7
1.1. Puente de ferrocarril.....	8
1.2. Referencias normativas.....	9
1.3. Métodos habituales de análisis.....	11
1.4. Objeto del estudio.....	12
2. Formulación General.....	13
2.1. Método de integración directa en el tiempo con cargas móviles.....	13
2.1.1. Integración modal.....	13
2.1.2. Integración directa de las ecuaciones del movimiento.....	17
2.2. Propagación de ondas e interacción suelo-estructura.....	20
3. Metodología de Análisis.....	23
3.1. Modelo del tablero.....	23
3.2. Modelo de la subestructura.....	28
4. APLICACIÓN-ENSAYO NUMÉRICO.....	29
4.1. Descripción de la estructura.....	29
4.2. Descripción de los modelos de los tableros.....	31
4.2.1. Aplicación de las cargas dinámicas.....	34
4.2.2. Descripción modelo losa maciza.....	38
4.2.3. Descripción modelo de losa aligerada.....	41
4.3. Descripción del modelo de la subestructura.....	45
4.4. Parámetros de estudio.....	48
5. Análisis de sensibilidad.....	52
5.1. Modelo de tablero aislado.....	53
5.2. Modelo de estructura compleja.....	54
5.2.1. Análisis de sensibilidad al número de modos.....	54
5.2.2. Análisis de sensibilidad a la rigidez del terreno.....	58
6. Resultados.....	69
7. Conclusiones.....	98
8. Referencias.....	100



## AGRADECIMIENTOS.

En primer lugar, me gustaría agradecer, a mi tutor, D. Antonio Martínez de la Concha, la oportunidad que me ha brindado, al dejarme realizar con el este trabajo, y por guiarme, dándome además un gran apoyo durante la realización del mismo. Te considero un referente tanto a nivel académico, como personal.

Me gustaría también dedicarle este trabajo, a Sergio, mi primo. Nunca han faltado las risas, y el buen ambiente en ese piso. Estoy seguro, de que siempre recordaremos esta época.

También agradecer a mis padres, y a mi hermana, todo lo que me han apoyado, desde que comencé a estudiar, y por mostrarme que con esfuerzo constante, se pueden alcanzar muchas metas.

A ti Marta, darte las gracias, por apoyarme en los momentos más difíciles.

Y en general a toda mi familia, por colaborar en la medida de lo posible a que nada me faltara y todo me fuera más fácil, os lo agradezco también profundamente.

A todos , Gracias.



## 1. Introducción.

De todos es conocido el enorme auge y modernización que han experimentado las infraestructuras ferroviarias en el mundo entero y en nuestro país en particular.

El desarrollo buscado parece venir de la mano de los trenes de alta velocidad , lo que lleva aparejada la necesidad de dotar a las infraestructuras de la capacidad suficiente para soportar las acciones que este nuevo tipo de tráfico produce.

Las tensiones y deformaciones que se producen en el puente se ven afectadas por el tráfico, en general en sentido desfavorable, debido entre otras a las siguientes razones:

- La rápida entrada en carga debido a la velocidad de tráfico asociada a los efectos de inercia de la estructura puede aumentar considerablemente , tantos las tensiones y deformaciones que la misma acción de forma estática
- Una masa colocada súbitamente sobre un muelle sin amortiguamiento , experimenta una oscilación cuya amplitud es el doble de la deformación estática, lo que supone que las tensiones y deformaciones en el muelle llegan a duplicar las correspondientes estáticas.
- El paso de sucesivas cargas equidistantes, y por lo tanto con una cadencia similar, puede crear resonancia y amplificar de forma excesiva la respuesta de la estructura

Tal y como sabemos , el fenómeno de resonancia , se produce cuando la frecuencia de la excitación dinámica debida a las cargas , coincide con alguna frecuencia propia de la estructura.

$$\omega \text{ excitación} \approx \omega \text{ natural estructura}$$

Este fenómeno de resonancia, se ha producido , en algunas estructuras bastantes conocidas, tales como puede ser el Puente de Tacoma (USA), el Puente del Milenio en Londres, entre otras, siendo en estos casos, las estructuras mencionadas no excitadas por ferrocarriles, aunque el fenómeno en si es similar.

Considerando la distribución espacial de los ejes de un tren , como es en este caso, se pueden obtener uno o más espaciamentos característicos de las cargas,  $\lambda_k$ . Ello puede producir resonancia cuando el tren circule a velocidades próximas a las críticas  $v$ , para las que alguna frecuencia significativa de la estructura o de alguno de sus elementos,  $f_0$ , sea múltiplo de la frecuencia de aplicación de cargas:

$$f_0 = n \frac{v}{\lambda_k}$$

La respuesta resonante, puede generar esfuerzos superiores a los admisibles de proyecto y alterar las condiciones de circulación del tráfico, pudiendo , por ejemplo, crear cambios inaceptables en la geometría de la vía, o vibraciones excesivas en los propios vehículos ferroviarios.

A modo de resumen, se podría decir, que los principales factores que influyen en el comportamiento dinámico son los siguientes:



- La frecuencia natural de la estructura
- La distancia entre ejes del ferrocarril
- La velocidad a la que el tráfico atraviesa la estructura
- El amortiguamiento de la estructura
- El espaciamiento regular entre los soportes del tablero
- Las irregularidades de las ruedas
- Las irregularidades de la vía

### 1.1. Puente de ferrocarril.

En este apartado haremos una reflexión sobre los puentes de ferrocarril, sabiendo que el diseño y dimensionamiento de los mismos está muy condicionado por las sobrecargas que actúan sobre estos.

Si lo comparamos con un puente de carretera, nos queda que:

- En primer lugar, basándonos en las cargas, estas son mucho más elevadas que en los puentes de carretera, tanto en lo que se refiere a las cargas verticales como a las horizontales de frenado y fuerza centrífuga.
- Además respecto a las exigencias respecto a la deformabilidad del puente son mucho más estrictas. Se le exigen condiciones funcionales específicas en términos de movimiento y aceleraciones que tienen una incidencia muy importante sobre la seguridad y el confort de los pasajeros. Esto es específicamente importante en el caso de Líneas de Alta Velocidad, tal y como es el caso

El aumento de la velocidad de explotación, acrecienta la importancia de los distintos fenómenos dinámicos que pueden ser determinantes en estructuras de luces pequeñas. En general la importancia de los problemas dinámicos, como consecuencia de la masa de la estructura, puede evaluarse como hemos comentado en el apartado anterior con la frecuencia natural de la estructura. La amplificación de estos efectos respecto a la respuesta estática depende de la capacidad de disipación de energía de la estructura englobada en el coeficiente de amortiguamiento.

Son diferentes las causas, debida a la sobrecarga de ferrocarril, que provocan la excitación de la estructura:

- El paso del tren de carga a una determinada velocidad
- El cambio temporal de la magnitud de las cargas debido a irregularidades de la vía y las ruedas.

Desde el inicio de la construcción de puentes de ferrocarril y como consecuencia de importantes catástrofes acaecidas, ha estado presente la consideración de los fenómenos dinámicos. Inicialmente los problemas estaban más asociados al carácter variable de la acción (tipo pulsante) consecuencia de la propulsión a vapor, y las grandes irregularidades en vía y de las suspensiones. Si bien es posible plantear un modelo teórico de comportamiento (son conocidas las soluciones de Stokes, Bleich, Bresse, etc), la gran aleatoriedad de las variables involucradas ha hecho que la acotación de estos fenómenos se realizase como envolvente de



resultados experimentales, tras la medida de los efectos de trenes reales sobre estructuras reales.

Como compendio de todos estos resultados se utiliza el denominado Coeficiente de Impacto , que se aplica a las cargas de proyecto para obtener una envolvente de esfuerzos y desplazamientos que tiene en cuenta una serie de efectos de origen diverso: amplificación dinámica por oscilación del puente, imperfecciones de las ruedas, irregularidades verticales de la vía, impactos producidos como consecuencia de la separación ocasional entre las ruedas y la vía e interacción dinámica entre vehículos y estructura.

Sin embargo este coeficiente está limitado tanto respecto a la velocidad del tren ( $v < 220$  km/h), como a la frecuencia fundamental del puente, que debe estar comprendida entre dos límites que dependen de la luz del puente; para una luz de 40 m , estos límites son de 3.5 y 4.5 Hz.

El cómo debemos de tratar los problemas dinámicos en puentes de alta velocidad se describirá con más detalle en apartados posteriores, aunque básicamente consiste en pasear por el puente el tren de cargas escogido a distintas velocidades cubriendo el rango posible que se suele definir entre una velocidad mínima ( por ejemplo 20 km/h, que es una velocidad para la cual la respuesta del puente se puede considerar cuasiestática) y una velocidad máxima ( que se puede tratar como un 20 % superior a la velocidad de proyecto de la línea).

Comparando los desplazamientos dinámicos máximos así obtenidos ( habitualmente el desplazamiento vertical en centro de vano o el giro en el extremo de un vano apoyado) con los correspondientes desplazamientos estáticos, se obtiene un coeficiente de impacto denominado  $\varphi'$  en la nomenclatura del Eurocódigo . A este coeficiente de impacto se le suma otro  $\varphi''$ , que representa el efecto de las irregularidades del carril y que es función de la luz y de la frecuencia fundamental. Este segundo coeficiente solo tiene importancia en luces pequeñas (menores de 40 metros).

El estudio dinámico así planteado sirve para comprobar esfuerzos y desplazamientos ya sea directamente del cálculo dinámico o a través del coeficiente de impacto cuyo valor se determina con la metodología explicada en los párrafos anteriores

## 1.2. Referencias normativas.

Todo lo comentado anterior, se tiene en cuenta en la normativa, tanto en la estatal (IAPF-07), como en la europea (Eurocódigo 1), adopta el método del coeficiente de impacto.

Concretamente, en la IAPF-07, aparece lo siguiente:

*“Cualquiera que sea el método de evaluación de los efectos dinámicos, la envolvente de las sollicitaciones dinámicas máximas para cada elemento estructural se caracterizará mediante un coeficiente de impacto , definido por:*

$$\Phi = \frac{\max S_{din,real}}{S_{est,tipo}}$$

Donde:



- $maxS_{din,real}$ : *Solicitud dinámica máxima debida a todos los posibles trenes reales y velocidades de circulación*
- $S_{est,tipo}$ : *Solicitud estática debida al tren tipo definido en 2.3.1.1, situado en la posición más desfavorable”*

Los métodos que se pueden utilizar para estimar el comportamiento dinámico de la estructura, depende de la tipología estructural que estemos estudiando y de la velocidad de circulación de los trenes.

El más simple de los métodos , consiste en obtener el coeficiente de impacto, que acabamos de definir de unas tablas o mediante unos cálculos que son simples, pero esto es únicamente válido para tipologías muy habituales y con velocidades de paso inferiores a 220 km/h, por no experimentar efectos resonantes.

Para cuando tenemos otros casos, es necesario realizar un estudio más específico de la respuesta de la estructura, bajo la acción de un grupo de trenes, que vienen definidos en la normativa de estudio, envolvente de tráfico real, y para un rango de velocidades que alcanzan valores de hasta 1,20 veces la velocidad de proyecto

En las normativas vienen descritos, o se proponen diferentes métodos:

- **Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles:**

La integración directa con modelos de cargas móviles se basa en la resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura, bajo dichas cargas. En estos modelos se admite que cada eje transmite una carga de valor dado, móvil con el tren, no teniendo en cuenta la interacción vehículo estructura. El cálculo incluye los posibles fenómenos resonantes en la estructura.

Existes distintos procedimientos para realizar este cálculo. Pueden emplearse métodos de elementos finitos, realizando una integración directa en el tiempo del modelo completo, o bien una integración de los modos normales de vibración obtenidos a partir de la estructura discretizada. Los procedimientos basados en el análisis modal suponen un comportamiento lineal de la estructura, hipótesis válida en la mayoría de las situaciones reales. En caso contrario , sería necesaria una integración directa en el tiempo del modelo completo.

- **Cálculo dinámico mediante la impronta dinámica del tren:**

Este método se basa en el análisis de las vibraciones libres producidas en puentes isostáticos tras el paso de cada eje, a partir de fórmulas analíticas que proporcionan un límite de la respuesta dinámica máxima y no exigen una resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura. El modelo de cálculo incluye los posibles fenómenos resonantes. No tiene en cuenta la interacción vehículo-estructura (modeliza las cargas por eje como cargas móviles de valor dado). Una exposición más detallada de este cálculo simplificado, denominado LIR, se puede encontrar en el informe del ERRI.

- **Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura:**



Frente a los modelos de cargas móviles, que consideran que las cargas que transmiten las ruedas a los carriles son constantes en el tiempo y de valor igual a la carga nominal, la realidad es que esta acción es variable debido, entre otros factores, a la suspensión de los vehículos.

La consideración de los mecanismos de suspensión y la inercia de las masas suspendidas y no suspendidas conduce a los modelos con interacción entre los vehículos y la estructura.

El cálculo dinámico mediante integración en el tiempo con estos modelos, recoge los posibles fenómenos resonantes, proporcionando un ajuste más afinado de la respuesta mecánica que los modelos de cargas puntuales. Su desventaja es que son más complejos y costosos. Las solicitaciones dinámicas obtenidas con modelos de interacción suelen ser inferiores a las de los modelos de cargas puntuales, debido a que parte de la energía de vibración permanece en los propios vehículos. Esta diferencia es más acusada en puentes isostáticos de luces cortas y amortiguamientos reducidos, en los que las aceleraciones y desplazamientos en situación resonante pueden llegar a reducirse en más de un 30 %. Para puentes no resonantes o puentes hiperestáticos los efectos de interacción no suelen ser tan determinantes en el cálculo, por lo que salvo casos especiales estos métodos no suelen ser necesarios.

### 1.3. Métodos habituales de análisis.

En base a los métodos descritos, en la inmensa mayoría de los casos, los profesionales del diseño estructural abordan el estudio del comportamiento dinámico de los puentes bajo la acción de trenes de alta velocidad, mediante alguno de los métodos anteriores, siendo los más usados los correspondientes a la integración directa en el tiempo con cargas móviles.

Es necesario el uso de un programa de elementos finitos, y hay que abordar la aproximación de la estructura mediante un modelo de cálculo más o menos complejo que represente de la forma más adecuada y menos costosa computacionalmente.

Los modelos habituales representan única y exclusivamente los componentes del tablero, tanto en lo que a masas como rigideces se refiere, suponiendo que descansan sobre apoyos de rigidez infinita en aquellos grados de libertad en los que están coaccionados, es decir, en la mayoría de las situaciones se trata de tableros simplemente apoyados sobre sus apoyos, que pueden ser deslizantes o no.

La realidad es que bajo esos apoyos se encuentran tanto las pilas, como los estribos y bajo ellos el terreno subyacente.

Es cierto que la rigidez vertical de las pilas y los estribos es muy grande (rigidez axil), frente a la de flexión de los tableros, y no afecta prácticamente a su comportamiento dinámico, si bien la omisión de la interacción con el suelo es más discutible.

En ese comportamiento se encuentran involucradas tanto la propia rigidez del terreno, que dependiendo del tipo de terreno que estemos tratando puede llegar a ser comparable con la del tablero, y la masa involucrada en ese movimiento conjunto también puede ser considerable, por lo que se pueden ver alteradas las frecuencias de vibración del sistema. Por otra parte hay una fracción de la energía que se disipa a través del terreno en forma de ondas emitidas por la cimentación y que contribuirán a la reducción de los fenómenos vibratorios.



#### 1.4. Objeto del estudio.

El objeto es analizar la influencia que tiene en la respuesta dinámica de la estructura la inclusión de las condiciones de contorno, correspondientes a la condición de la interacción suelo estructura (añadir terreno y estribos), en puentes de ferrocarril de luces cortas, bajo las acciones que produce el paso de trenes de alta velocidad, y todo ello a través de modelos de elementos finitos.

Se modelizarán, distintos puentes de ferrocarril tipo losa de luces cortas, variando tanto su luz, como unas secciones transversales acordes a estas, y a través de la realización de análisis dinámicos, ver los desplazamientos máximos y aceleraciones que se producen en el centro de su vano, ante las diferentes sollicitaciones que actúan sobre dichos puentes. Como sabemos puede tener mucha relevancia el tener en cuenta la interacción suelo – estructura, por ello se realizarán dos tipos de modelos, uno incluyendo el suelo y otro sin incluirlo.

Además de cada tipo de los modelos anteriormente descritos, se harán una serie de variantes, incluyendo distintos tipos de suelos (variando su módulo de elasticidad), para ver la influencia que puede tener en los modelos completos, la inclusión de terrenos con distintas características.

Las luces que se han estudiado y modelado, son las que se presentan en la siguiente tabla, además de dar una visión aproximada de los cantos de los modelos realizados.

Tabla 1. Características de los vanos estudiados

Luz	Canto	Tipo
5	0,40	maciza
6	0,5	maciza
7	0,60	maciza
8	0,70	maciza
9	0,75	maciza
10	0,85	maciza
12	1	maciza
14	1,15	aligerada
16	1,35	aligerada
18	1,5	aligerada
20	1,70	aligerada
22	1,85	aligerada
24	2	aligerada
25	2,10	aligerada
26	2,15	aligerada
28	2,35	aligerada
30	2,5	aligerada

Como sabemos SAP2000 v16, es un programa de elementos finitos. Una de las razones que invitan al uso de este programa, es que el fin último del estudio es proporcionar una metodología de aplicación para confeccionar los modelos de cálculo que se utilicen para el estudio de los comportamientos dinámicos de este tipo de estructuras.



Es por ello, que si bien, los modelos de elementos de contorno tienen una mayor aplicación en el estudio de la interacción suelo-estructura, y permitirían realizar análisis más precisos, se ha optado por modelos de elementos finitos, ya que sin duda su uso está mucho más extendido en el estudio de estas estructuras a nivel práctico para su análisis y proyecto, quedando los elementos de contorno más en el “ámbito” de la investigación aplicada.

## 2. Formulación General

### 2.1. Método de integración directa en el tiempo con cargas móviles.

Ante acciones de tipo dinámico una estructura responde modificando su configuración alrededor de una posición de equilibrio estable. Estos cambios de configuración pueden alcanzar grandes amplitudes incluso para valores pequeños de la acción excitadora, pudiendo conducir al colapso de la estructura.

Para el análisis de los modelos que se desarrollan en lo que sigue, se ha utilizado un programa de elementos finitos comercial, y la forma de realizar el análisis de la estructura ha sido utilizando el método de integración modal.

Una breve descripción de este método se describe a continuación.

#### 2.1.1. Integración modal.

La ecuación de equilibrio de dinámica tiene la siguiente forma:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (1)$$

Donde :

- M=matriz de masa de la estructura
- C=matriz de amortiguamiento de la estructura
- K=es la matriz de rigidez de la estructura
- $\ddot{u}$ = vector de aceleraciones nodales
- $\dot{u}$ =vector de velocidades nodales
- u=vector de desplazamientos nodales

Las características dinámicas intrínsecas de una estructura de n grados de libertad se obtienen considerando sus vibraciones libres no amortiguadas, y las ecuaciones de movimiento se reducen a :

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (2)$$

Esta ecuación admite soluciones no triviales, es decir, compatible con un movimiento sin fuerzas exteriores aplicadas, de la forma:

$$u(t) = Ue^{i(\omega t + \varphi)} \quad (3)$$

Sustituyendo la ecuación (3) en (2) se obtiene:

$$(K - \omega^2 M)u = 0 \quad (4)$$



Las ecuaciones (4) corresponden a un problema de obtención de autovalores y autovectores. Para que haya soluciones distintas de la trivial debe cumplirse que el determinante de la matriz de coeficientes sea nulo

Como solución de este polinomio característico se obtienen  $n$  autovalores  $w^2$  que corresponden a las  $n$  frecuencias naturales o frecuencias propias  $w_i$  con las que la estructura puede vibrar libremente. A la frecuencia más baja del sistema se le denomina frecuencia fundamental,  $w_1$ , y tiene asociado un periodo fundamental:

$$T_1 = \frac{2\pi}{w_1} \quad (5)$$

Cada autovalor  $w_i^2$  lleva asociado un autovector  $X_i$ , denominado modo de vibración, que indica la forma de la deformada que adquiere el sistema vibrando con la correspondiente frecuencia natural  $w_i$ . Dado que (2) es un sistema de ecuaciones homogéneas con determinante nulo, sólo es posible determinar  $n-1$  componentes de  $\mathbf{U}_i$  en función de una de ellas, es decir, puede determinarse la forma con que vibra el sistema libremente pero no su amplitud. Resulta habitual normalizar estos modos, asignando un valor unidad a su primera componente:

$$\phi_i = \frac{U_i}{U_{i1}} = \begin{cases} 1 \\ \phi_{i2} \\ \phi_{in} \end{cases} \quad (6)$$

o aplicando cualquier otro criterio para obtener los modos normalizados  $\phi_i$

En general la estructura vibrará libremente o bien según uno de los modos y su frecuencia propia asociada, o bien según la combinación lineal de dichos modos.

Son precisamente los modos los vectores correspondientes a la matriz de transformación que vamos a emplear.

$$\{u\} = \sum_1^n \{\phi_i\} y_i \quad (7)$$

Donde;

- $n$  = Número de modos utilizado. En una primera aproximación al problema podemos pensar que es igual al número de grados de libertad, aunque después veremos que se puede reducir
- $\phi_i$  es el modo correspondiente al  $i$ -ésimo autovalor (frecuencia natural)
- $y_i$  es la coordenada modal

Si sustituimos la transformación (7) en la ecuación (1), tendremos;

$$[M] \sum_1^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + [C] \sum_1^n \{\phi_i\} \dot{y}_i + [K] \sum_1^n \{\phi_i\} y_i = \{F\} \quad (8)$$



Se puede demostrar fácilmente que los modos de vibración de una estructura satisfacen las siguientes condiciones de ortogonalidad respecto a las matrices de masa y rigidez.

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \quad (9)$$

$$\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \quad (10)$$

Si se usa el método de Rayleigh o amortiguamiento constante para la obtención de la matriz de amortiguamiento, también se verifica que:

$$\{\phi_j\}^T [C] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \quad (11)$$

Si la ecuación (8) la premultiplicamos por cualquier vector modal traspuesto

$$\{\phi_j\}^T [M] \sum_1^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + \{\phi_j\}^T [C] \sum_1^n \{\phi_i\} \dot{y}_i + \{\phi_j\}^T [K] \sum_1^n \{\phi_i\} y_i = \{\phi_j\}^T \{F\} \quad (12)$$

Sólo serán distintos de cero los términos correspondientes a  $i=j$ , con lo que realizando esta operación con cada uno de los modos hemos descompuesto el sistema en  $n$  ecuaciones independientes entre sí, que tienen la forma de la ecuación dinámica de un sistema de un solo grado de libertad.

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + k_i y_i = f_i \quad (13)$$

Donde

- $m_i = \{\phi_j\}^T [M] \sum_1^n \{\phi_i\}$  es la masa asociada al modo  $i$  (14)
- $c_i = \{\phi_j\}^T [C] \sum_1^n \{\phi_i\}$  es el amortiguamiento asociado al modo  $i$  (15)
- $k_i = \{\phi_j\}^T [K] \sum_1^n \{\phi_i\}$  es la rigidez asociada al modo  $i$  (16)
- $f_i = \{\phi_j\}^T \{F\}$  es la fuerza asociada al modo  $i$  (17)

De acuerdo con la teoría básica de vibraciones sabemos que la solución de la ecuación (13) presenta dos formas distintas, recordando que para un grado de libertad tiene la siguiente forma:

$$y(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \{A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}\} \quad (18)$$

Donde

$$r_1 = \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} = -r_2 \quad (19)$$

Es por lo anterior por lo que nos podemos encontrar dos casos, los sistemas sobreamortiguados y los sistemas subamortiguados:



- Si atendiendo a la ecuación (19),  $\frac{c^2}{4m^2} > \frac{k}{m}$  las raíces  $r_1$  y  $r_2$  son reales, y por tanto se dice que el sistema está sobreamortiguado y tiene exponencialmente a su posición de equilibrio sin oscilar.

- En el caso particular de que  $r_2 = r_1$ , se dice que el sistema está críticamente amortiguado, ya que tiende a la posición de equilibrio en el menor tiempo posible. Esto sucede para un valor crítico de amortiguamiento,  $c_{cr}$ , dado por

$$\frac{c_{cr}^2}{4m^2} = \frac{k}{m} \quad (20)$$

$$c_{cr} = \sqrt{4km} = 2mw_n \quad (21)$$

Definimos por tanto, la relación entre la constante de amortiguamiento de un sistema y la constante de amortiguamiento crítico, denominándola factor de amortiguamiento:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2mw_n} \quad (22)$$

El factor de amortiguamiento es el parámetro que usaremos en este tipo de análisis y que supondremos constante para todos los modos

- El otro caso que nos podemos encontrar es  $\frac{c^2}{4m^2} < \frac{k}{m}$ , como sucede habitualmente en las estructuras, llamando a estos sistemas subamortiguados, siendo las raíces  $r_1$  y  $r_2$  complejas y el sistema vibra, por tanto, con amplitud decreciente hasta su posición de equilibrio. La respuesta del sistema adopta entonces la forma:

$$y(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \{A_1 \cos w_d t + A_2 \text{sen } w_d t\} \quad (23)$$

$$w_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} = w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (24)$$

Donde  $w_d$  es la frecuencia de vibración amortiguada. Como es habitual en las estructuras, cuando el amortiguamiento es muy pequeño, es decir con la valores de  $\xi$  menores del 10 %, se verifica que

$$w_d \approx w_n$$

Y en ese caso ;



$$c_{cr} = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2mw \quad (25)$$

Si sustituimos (25) en la ecuación (13) y dividimos por  $m_i$ , nos queda para cada modo una ecuación del tipo:

$$\ddot{y}_i + 2\xi w_i \dot{y}_i + w_i^2 y_i = \frac{f_i}{m_i} \quad (26)$$

Esta ecuación ha de resolverse para obtener los valores de  $y_i$ ,  $\dot{y}_i$ , e  $\ddot{y}_i$ , en cada instante de tiempo en que se quiera conocer la respuesta, para lo que serán de aplicación los métodos matemáticos de integración, pero en este caso para sistemas de un solo grado de libertad.

Este método tiene el alto coste de tener que resolver el problema de los autovalores y autovectores, pero el trabajo posterior es considerablemente menos costoso desde el punto de vista computacional

Además se da la circunstancia de que las estructuras tienen un comportamiento vibratorio asociado a los modos de vibración más bajos, y no es necesario resolver el problema para todos los modos, es suficientemente preciso el análisis considerando un cierto número de modos relativamente pequeño, de acuerdo con los que se mueve la estructura, con lo que al final el resultado será ;

$$\{u\} = \sum_1^m \{\phi_i\} y_i \cong \sum_1^n \{\phi_i\} y_i \quad \text{con } m \ll n \quad (27)$$

Como podremos comprobar, cuando se modelan regiones espaciales con elementos sólidos, no se da esa circunstancia, y el error que se comete reduciendo el número de modos es grosero, y ello se debe a la ausencia de ese comportamiento vibratorio preferente que tienen las estructuras en los modos de baja frecuencia, que no existe en las regiones espaciales.

### 2.1.2. Integración directa de las ecuaciones del movimiento.

Una alternativa al análisis modal es la integración directa, mediante un algoritmo paso a paso, de las ecuaciones del movimiento (1).

- En primer lugar es necesario dividir el intervalo de tiempo a analizar en pequeños subintervalos  $\Delta t$ . Este proceso define los instantes de tiempo  $t = t_i$ , en que se va a obtener la respuesta (discreta) del sistema
- En cada instante  $t = t_{i+1}$  se expresan aceleraciones ( $\ddot{x}_{i+1}$ ) y velocidades ( $\dot{x}_{i+1}$ ) en función de los valores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos en instantes previos ( ya conocidos)
- Estas ecuaciones junto con las ecuaciones del movimiento (1), particularizadas para el instante  $t = t_i$  (métodos explícitos : diferencias centrales..) o  $t = t_{i+1}$  (métodos



implícitos : Newmark, Houbolt...) permiten obtener los desplazamientos en  $t = t_{i+1}$  ( $x_{i+1}$ ) y pasar al instante de tiempo siguiente.

Hay toda una gama de métodos diferentes para llevar a cabo este proceso. Cada uno de ellos propone una forma de aproximar aceleraciones y velocidades en un instante en función de las variables en instantes anteriores, con el objetivo de mejorar la precisión y la estabilidad de los resultados

La gran ventaja de estos algoritmos frente a los métodos basados en el análisis modal es que son válidos tanto para problemas lineales como no lineales. A cambio su coste computacional es mucho mayor y frente al análisis modal espectral presentan los mismo inconvenientes que la obtención de la respuesta en el tiempo mediante análisis modal en lo referente al exceso de información proporcionada y a la definición de la acción sísmica.

En este caso vamos a utilizar y a describir, el método de Newmark . La información que sigue, puede encontrarse, en los manuales de teoría de Ansys y en el libro de Klaus-Jürgen Bathe.

Como se ha comentado en el apartado anterior, la ecuación dinámica tiene la forma:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (1)$$

El método de Newmark, propone obtener los valores de las variables nodales para una serie de instantes  $t$  sucesivos a intervalos  $\Delta t$  por diferencias finitas con aceleración promediada.

Para ello se parte de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado y se expresan los valores de la velocidad y el desplazamiento en un instante  $t + 1$  en función del desplazamiento y velocidad del instante  $t$  y de una aceleración intermedia entre la correspondiente al instante  $t$  y la del instante  $t + 1$ .

Las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + [(1 - \delta)\{\dot{u}_n\} + \delta\{\dot{u}_{n+1}\}]\Delta t \quad (28)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{\dot{u}_n\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{u}_n\} + \alpha\{\ddot{u}_{n+1}\}\right]\Delta t^2 \quad (29)$$

Donde

- $\alpha$  y  $\delta$  son los parámetros de integración de Newmark
- $\Delta t$  es el incremento de tiempo  $t_{n+1} - t_n$
- $\{u_n\}$  es el vector de desplazamientos nodales en el instante  $t_n$
- $\{\dot{u}_n\}$  es el vector de velocidades nodales  $t_n$
- $\{\ddot{u}_n\}$  es el vector de aceleraciones nodales en el instante  $t_n$
- $\{u_{n+1}\}$  es el vector de desplazamientos nodales en el instante  $t_{n+1}$
- $\{\dot{u}_{n+1}\}$  es el vector de velocidades nodales en el instante  $t_{n+1}$
- $\{\ddot{u}_{n+1}\}$  es el vector de aceleraciones nodales en el instante  $t_{n+1}$

Como el objetivo que perseguimos, es el de obtener los desplazamientos en el instante  $t_{n+1}$ , es decir,  $\{u_{n+1}\}$ , se evalúa la ecuación de equilibrio (1), en el instante  $t_{n+1}$ .



$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} = \{F\} \quad (30)$$

Para poder evaluarla, primero reordenamos las ecuaciones (28) y (29) para expresar los valores de la aceleración y la velocidad en el instante  $t_{n+1}$  en función del desplazamiento en el instante  $t_{n+1}$  y los valores de las variables en el instante  $t_n$ .

Para poder evaluarla, primero reordenamos las ecuaciones (28) y (29) para expresar los valores de la aceleración y la velocidad en el instante  $t_{n+1}$  en función del desplazamiento en el instante  $t_{n+1}$  y los valores de las variables en el instante  $t_n$ .

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = a_0(\{u_{n+1}\} - \{u_n\}) - a_2 \{\dot{u}_n\} - a_3 \{\ddot{u}_n\} \quad (31)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + a_6 \{\ddot{u}_n\} + a_7 \{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (32)$$

Hay que notar que aunque la ecuación (32) aparece en el término  $\{\ddot{u}_{n+1}\}$  se puede sustituir en su lugar el valor del segundo término de la ecuación (31), con lo que finalmente tendremos todas las variables del instante  $t_{n+1}$  en función de las del instante anterior y de  $\{u_{n+1}\}$ .

Ahora podemos reescribir la ecuación (30)

$$(a_0[M] + (a_1[C] + [K])\{u_{n+1}\}) = \{F\} + [M](a_0\{u_n\} + a_2\{\dot{u}_n\} + a_3\{\ddot{u}_n\}) + [C](a_1\{u_n\} + a_4\{\dot{u}_n\} + a_5\{\ddot{u}_n\}) \quad (33)$$

Los valores de los coeficientes  $a_i$  son los siguientes:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}$$

$$a_1 = \frac{1}{\alpha \Delta t}$$

$$a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right)$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta)$$

$$a_7 = \delta \Delta t$$

De la resolución del sistema de ecuaciones (33) se obtiene el vector de desplazamientos nodales  $\{u_{n+1}\}$ , que sustituyéndola en las ecuaciones (31) y (32), nos permite obtener los valores de los vectores de velocidad y aceleración nodales  $\{\dot{u}_{n+1}\}$  y  $\{\ddot{u}_{n+1}\}$



Como se recoge en el libro de Zienkiewicz , la resolución de la ecuación (30) por el método de Newmark es incondicionalmente estable para los siguientes rangos de los parámetros de integración .

$$\alpha \geq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \delta \right)^2, \quad \delta \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \delta + \alpha > 0 \quad (34)$$

Es usual expresar los valores de  $\alpha$  y  $\delta$  en función de un único parámetro  $\gamma$  , que toma el nombre del factor de decaimiento de amplitud, de la siguiente manera.

$$\alpha = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \gamma \right)^2 \quad \delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad (35)$$

En base a este parámetro la solución de (30) es incondicionalmente estable para valores de  $\gamma > 0$ .

El factor  $\gamma$  representa un amortiguamiento numérico en términos de amplificación de errores. De no existir un cierto amortiguamiento numérico se pueden producir distorsiones de la solución para altas frecuencias (ruido), por lo que es deseable un cierto valor de  $\gamma > 0$ .

En especial, es particularmente deseable tener un cierto amortiguamiento numérico para modos de alta frecuencia cuando se usan elementos finitos para discretizar un dominio espacial, ya que los resultados para los modos de alta frecuencia pierden precisión. Sin embargo la adición de un amortiguamiento numérico para altas frecuencias además de impedir la pérdida de precisión en ese rango no tiene porqué introducir excesivo amortiguamiento numérico para los modos importantes de bajas frecuencias.

En nuestro caso hemos utilizado valores de amortiguamiento del 5 %. ( $\gamma = 5\%$ ), lo que supone valores de  $\alpha = 0.25250625$  y  $\delta = 0.505$

## 2.2.Propagación de ondas e interacción suelo-estructura.

En los modelos que se han realizado, se ha supuesto un contacto perfecto entre la cimentación y el terreno, sin despegues y sin deslizamientos, pudiéndose estudiar los fenómenos de contacto, en un análisis más preciso, aunque esto no tiene sentido para el objetivo práctico que se persigue.

En los modelos empleados , en los que utilizamos terreno, se implementa una condición de contorno en los bordes exteriores correspondientes a un comportamiento rígido, con el efecto indeseable de la reflexión de ondas.

El desarrollo que se va a presentar en este apartado puede encontrarse en la referencia (7)

La ecuación que gobierna el comportamiento de un sólido homogéneo e isótropo puede escribirse en términos del desplazamiento  $u$  de la forma:

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot u + \mu\nabla^2 u + \rho f = p\ddot{u} \quad (36)$$



Donde  $\lambda$  es la constante de Lamé del material y  $\mu$  es más conocida en ingeniería con el término  $G$ , que representa el módulo de elasticidad transversal, pudiéndose definir dicho módulo como la tensión tangencial que produciría un valor unidad de la deformación longitudinal.

$G$ , puede expresarse como;

$$G = \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (37)$$

Donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson.

Estas constantes ( $\lambda$  y  $G = \mu$ ) se pueden expresar en función de las otras tres constantes que se usan para caracterizar el material, y que son  $E$  (módulo de elasticidad o de Young),  $\nu$  (módulo de Poisson) y  $K$  (módulo de rigidez volumétrica)

De estos cinco parámetros que estamos hablando  $E, G, \nu, K$  y  $\lambda$ , tan solo son independientes, dos, ( $E$  y  $\nu$ ) y el resto se pueden poner en función de ellas, siendo las más utilizadas en ingeniería normalmente  $E, \nu, G$ . En nuestro trabajo las constantes que utilizaremos serán  $E$  y  $\nu$ , viniendo las demás determinadas a partir de las anteriores.

La equivalencia de estas constantes, se pueden encontrar en el libro de Teoría de la Elasticidad, de Federico París, concretamente en su tabla 3.6.1 (Relación entre las constantes elásticas ingenieriles de un material elástico lineal isótropo)

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (38)$$

El valor de  $G$ , ya ha sido definido en la ecuación (37)

En la ecuación (36)  $\rho$  es la masa por unidad de volumen del material y  $f$  es la fuerza por unidad de masa del material.

Si consideramos la ausencia de fuerzas de dominio  $f$ , aplicando el operador divergencia  $\nabla \cdot$  a la ecuación (36) se obtiene:

$$(\lambda + \mu)\nabla \cdot (\nabla \nabla \cdot u) + \mu \nabla (\nabla^2 u) = \rho \nabla \cdot \ddot{u} \quad (39)$$

Como  $\nabla \cdot \nabla = \nabla^2$  y  $\nabla \cdot (\nabla^2 \cdot u) = \nabla^2 (\nabla \cdot u)$ , la ecuación anterior se puede reducir a la forma

$$(\lambda + 2\mu) \cdot \nabla^2 \Delta = \rho \frac{\partial^{(2)} \Delta}{\partial t^2} \quad (40)$$

Donde  $\Delta = \nabla \cdot u$  es la dilatación del material

La ecuación es habitual, reordenarla de la siguiente manera

$$\nabla^2 \Delta = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^{(2)} \Delta}{\partial t^2} \quad (41)$$

Donde  $c_p$  es la velocidad de propagación de las ondas dilatacionales que se expresa como



$$C_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (42)$$

De (42), se puede concluir que las ondas de dilatación (conocidas como ondas P), se propagan con una velocidad  $C_p$  en el sólido.

Si a continuación, aplicamos el operador rotacional en ausencia de fuerzas de dominio a la ecuación (36), y teniendo en cuenta que el rotacional del gradiente de un escalar es cero  $\nabla \times \nabla \cdot u = 0$  la ecuación se puede expresar como;

$$\mu \nabla^2 \omega = \rho \frac{\partial^{(2)} \Delta}{\partial t^2} \quad (43)$$

Donde  $\omega = \nabla \times u$ . La expresión (43), también es habitual expresarla en la forma de ecuación de ondas reordenando los términos;

$$\nabla^2 \omega = \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^{(2)} \omega}{\partial t^2} \quad (44)$$

Donde  $C_s$  es la velocidad de propagación de las ondas transversales que se expresa como;

$$C_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (45)$$

De ahí se concluye que las ondas transversales (ondas S), se propagan con una velocidad  $C_s$  en el sólido

En general la velocidad de propagación de las ondas dilatacionales o de compresión  $C_p$  es mayor que las de las ondas transversales o de cortadura  $C_s$  de ahí, y de la influencia de la sismología en esta disciplina, que se les llame ondas primarias (P) y secundarias.

Si de la ecuación (45), despejamos  $\mu$ , que recordamos que es igual a  $G$ , nos queda sabiendo que  $\gamma = \rho g$

$$\mu = G = C_s^2 g = C_s^2 \frac{\gamma}{g} \quad (46)$$

De la ecuación (46), determinamos que en función de la velocidad de propagación de las ondas s, podemos sacar un módulo de cizalladura, o módulo de elasticidad transversal, del que a partir de la ecuación (45), podremos obtener un módulo de Young,

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (47)$$

### 3. Metodología de Análisis.

El objetivo del trabajo es determinar la variación del coeficiente de impacto y aceleraciones, utilizando el análisis dinámico de puentes de luces cortas sometidos al paso de trenes de alta velocidad.

Debemos de estudiar, por tanto el comportamiento de varios puentes de ferrocarril de alta velocidad. En una primera parte del trabajo vamos a analizar la respuesta dinámica del puente modelando únicamente el tablero, sirviendo estos resultados para análisis posteriores.

Posteriormente , incluiremos a dichos modelos la subestructura y una franja de terreno y analizaremos la respuesta bajo distintas hipótesis.

#### 3.1.Modelo del tablero

Los modelos de cálculo empleados se corresponden a puentes de ferrocarril de alta velocidad

La tipología estructural de los tableros de los puentes de ferrocarril para alta velocidad ha ido evolucionando, y se han ido decantando en una tipología estructural bastante concreta.

Al principio se mantenían tipologías de vigas prefabricadas con sección en doble T como la que podemos observar en la siguiente imagen:

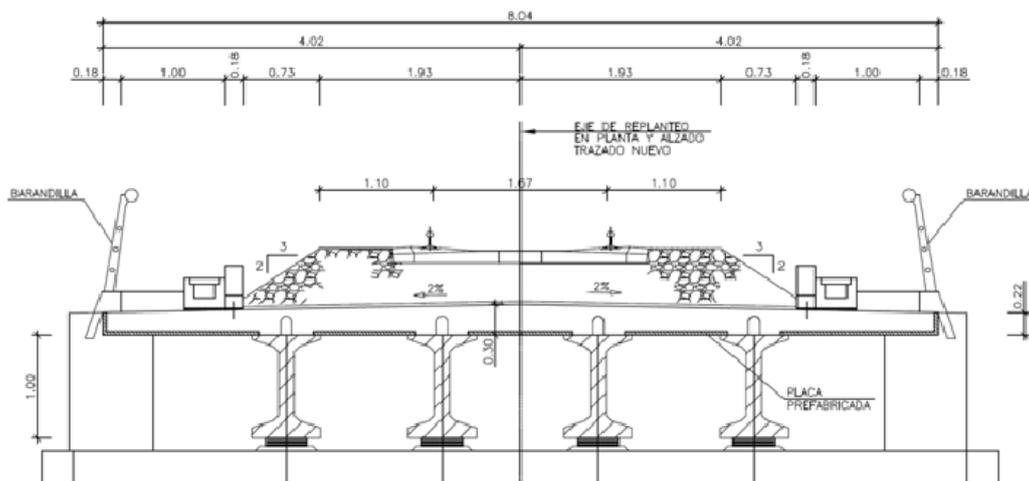


Ilustración 1.Sección transversal línea Sevilla- Cádiz.

Dicha sección pertenece a la estructura actual sobre el caño del águila de la línea de alta velocidad Sevilla- Cádiz, subtramo San Fernando. También era posible ver secciones tipo artesa como la utilizada en el estudio de tipología del viaducto sobre la A-7 del tramo Níjar- Rambla del Retamar del proyecto de plataforma del corredor mediterráneo de alta velocidad, y que se observa en la siguiente imagen:

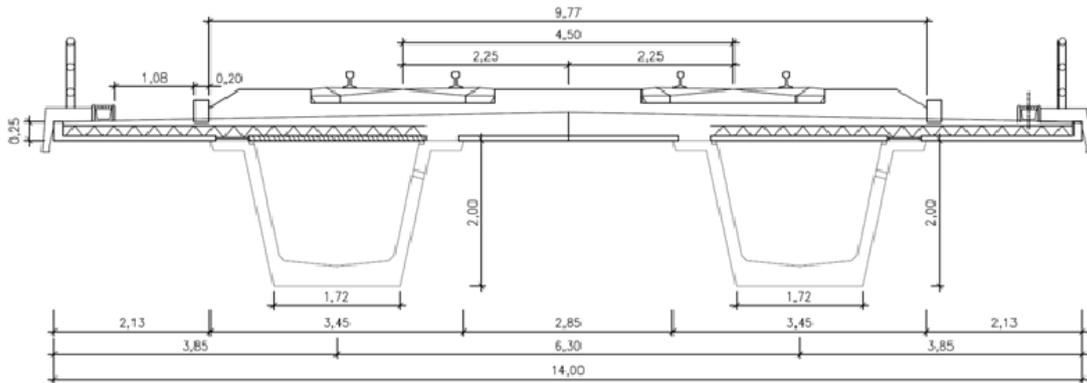


Ilustración 2. Sección transversal del tramo Níjar-Rambla del Retamar

Las condiciones de apoyo que se presentan en ambos casos, corresponden a un vano “isostático”, es decir, sin continuidad entre los vanos ni de giro ni de desplazamiento.

Posteriormente, debido a los progresivos desarrollos, se ha ido estableciendo la conveniencia de dar continuidad a los tableros consecutivos. Es por ello, que se han visto disminuidas, las soluciones prefabricadas, por la dificultad que tiene la ejecución de ese detalle.

A pesar de ello, han sobrevivido algunas soluciones con vigas prefabricadas artesa o en cajón a base de disponer diafragmas en los extremos, enfrentar sus caras y coserlos con armadura activa.

Pero las soluciones que han ido proliferando son las del tipo in situ con sección en cajón, para casos con luces mayores de 30 metros, o con losas aligeradas para luces más pequeñas.

En la siguiente figura se puede observar una sección tipo cajón, en este caso correspondiente a la Línea de Alta Velocidad Antequera Granada en el viaducto sobre el río Guadalhorce, creada por Ayesa.

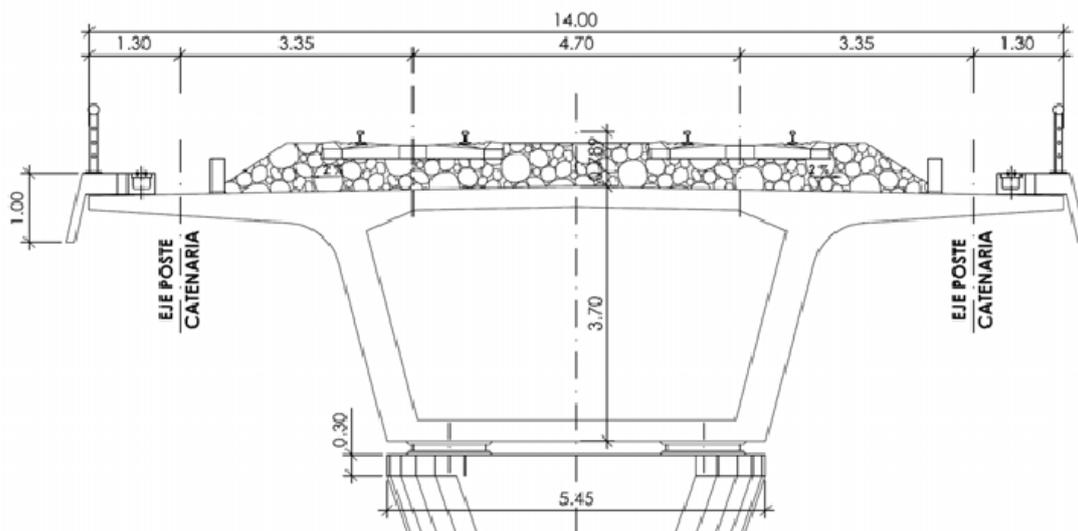
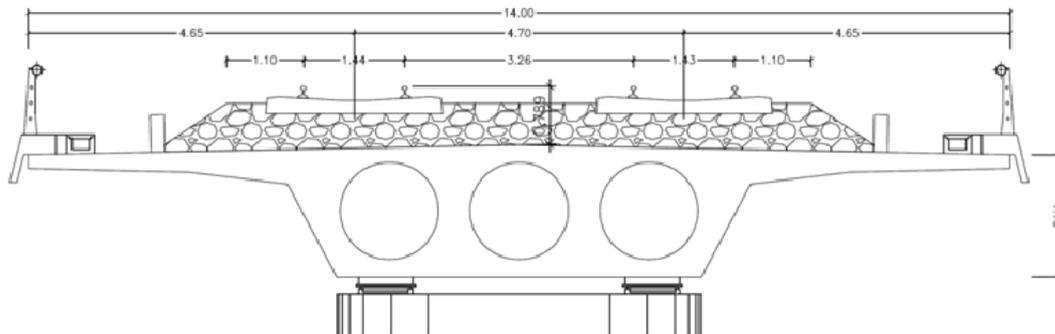


Ilustración 3. Sección transversal viaducto sobre el río Guadalhorce L.A.V. Antequera-Granada



En cuanto a secciones tipo losas se podría destacar la correspondiente a la L.A.V. Madrid – Extremadura, en el subtramo Rielves Carmena (Inserco- Ingenia), y que podemos ver en la siguiente imagen:



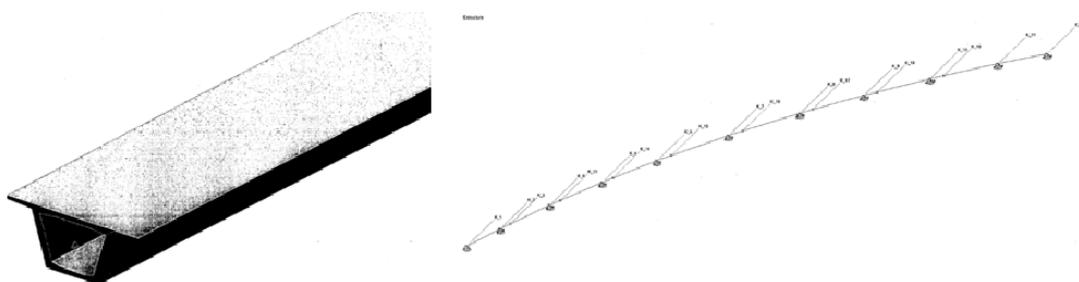
**Ilustración 4. Sección Transversal L.A.V. Madrid Extremadura subtramo Rielves Carmena**

Si hablamos sobre los modelos matemáticos, utilizados para el análisis de estos tipos de tableros, estos se han ido acomodando.

Para las secciones de vigas prefabricadas, tanto artesa como doble T el método más usado para su estudio ha sido el del emparrillado.

El método de emparrillado ha sido muy utilizado también para el dimensionamiento de losas, de hecho es el que implementa la utilidad CivilCad 2000 de CivilCAD Consultores, S.L. (L.M. Callís, J.M. Roig e I.Callís)

Para las tipologías tipo cajón son muy habituales los modelos de barras como el empleado para dimensionar el viaducto sobre el Guadalhorce por la empresa AYESA usando el paquete de programas Sofistik, que se recoge en la siguiente figura.



**Ilustración 5. Modelo de barras para viaducto sobre el Guadalhorce (AYESA)**

También es habitual sobre todo últimamente el empleo de modelos con elementos placa, como el que se presenta en la siguiente figura, empleado por la empresa Siegrist y Moreno, S.L. para el dimensionamiento del viaducto sobre el río Cubillas de la plataforma de la L.A.V. Antequera – Granada en el tramo Pinos- Puente Granada.

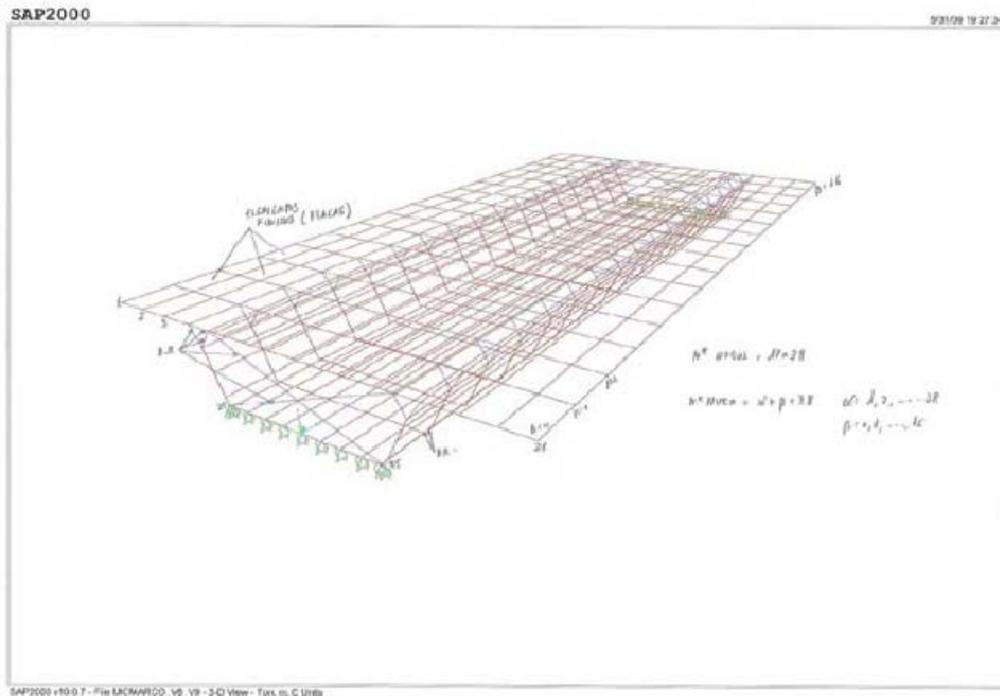


Ilustración 6. Modelo utilizado viaducto Río Cubillas

Tal y como sabemos, sobre todo en los últimos tiempos, se han utilizado el empleo de modelos con placa. Para el estudio presente, se ha utilizado este tipo de modelo matemático.

Algunas ventajas de este modelo sobre los de tipo barra, es la mejor consideración de los efectos de torsión y la distorsión que esta genera en la sección, así como la posibilidad de disponer las coacciones y cargas en su posición real y no en el eje de la barra, utilizando para ello barras ficticias, con rigideces que no son reales, y que pueden dar lugar a imprecisiones en los resultados.

Sin embargo, estos modelos con elementos placas, suelen ser más costosos desde el punto de vista computacional.

En cuanto a los apoyos, puesto que tenemos grandes cargas, que son las que transmite la losa a uno o dos apoyos en cada pila, se precisan aparatos que sean capaces de soportar esos esfuerzos, quedando fuera de rango los neoprenos. En estas circunstancias se emplean apoyos tipo POT , que por su configuración son prácticamente rígidos en vertical, y también en horizontal si se montan con ese movimiento impedido.

Además de simular adecuadamente las rigideces de los elementos es necesario incluir de forma precisa las masas del mismo , por lo que se precisa un análisis de las mismas que incluya las correspondientes a las cargas permanentes sobre el tablero.

Según el modelo de cálculo utilizado estas se materializarán como masas concentradas en los nudos o distribuidas en las barras. En un principio, son preferibles los modelos que distribuyen las masas, entre otras cosas porque modelan mejor las inercias de giro.



En los modelos de cálculo que emplean superposición modal, como sabemos, el parámetro a definir es el porcentaje respecto del amortiguamiento crítico  $\xi$  que debemos ensayar. El problema que se nos presenta, es que en la fase de diseño, tenemos la necesidad de hacer una previsión, para la que nos puede ser de ayuda, lo que aparece en la IAPF-07, concretamente en el cuadro B-1.

CUADRO B.1: VALORES DE AMORTIGUAMIENTO  $\xi$  [%] PARA DIVERSAS TIPOLOGÍAS DE PUENTES, EN FUNCIÓN DE LA LUZ  $L$  [m].

TIPO DE PUENTE	LUZ [m]	LÍMITE INFERIOR DE $\xi$ [%]
Puentes de acero y mixtos	$L < 20$	$0,5 + 0,125 (20 - L)$
	$L \geq 20$	0,5
Puentes de hormigón estructural	$L < 20$	$2,0 + 0,1 (20 - L)$
	$L \geq 20$	2,0

Otra normativa que nos puede ser útil al respecto, es la NSCP-07, en su tabla 4.2

TABLA 4.2.

Valores recomendados para el índice de amortiguamiento  $\zeta$  (en porcentaje)

Tipo de estructura	Bajo la acción del simo frecuente de cálculo	Bajo la acción del simo último de cálculo
Puentes de acero Puentes de hormigón pretensado Puentes mixtos	2	4
Puentes de hormigón armado	3	5

Para caracterizar la acción dinámica debida al paso de los trenes, partiremos de la acción que define el eurocódigo 1 y la normativa española IAPF correspondiente al modelo HSLM y a su familia de trenes denominado "Tren Dinámico Universal-A" que consiste en 10 tipos de trenes distintos o convoyes, con diferentes cargas por eje y distancias entre ellos.

La materialización de estas cargas en el modelo se realiza a través de funciones rampa, con duración ajustada a la velocidad del paso del tren y a la distancia entre elementos o nudos consecutivos y con amplitud ajustada al ámbito de carga del nudo o del elemento en que se dispone la carga.

Del análisis dinámico, que realicemos en cada uno de los modelos estamos interesados en los desplazamientos máximos, lógicamente en el centro del vano de la estructura y en las aceleraciones máximas.



Con los desplazamientos podemos evaluar el coeficiente de impacto, como resultado de su relación con la deformación estática, y con las aceleraciones y los propios desplazamientos podemos verificar los estados límites de servicios de deformaciones y vibraciones.

### 3.2. Modelo de la subestructura.

En la actualidad las condiciones ambientales recomiendan evitar terraplenes superiores a 10 o 12 metros de altura, por lo que la imposibilidad de ajustar el trazado a la orografía con los condicionantes de diseño de las líneas de alta velocidad provoca la necesidad de realizar viaductos de longitudes apreciables, aunque en general con poca altura de pilas, aunque el trazado discurra por zonas apreciablemente llanas.

Además de las condiciones dinámicas, el tráfico ferroviario ocasiona sobre la estructura grandes esfuerzos horizontales asociados al frenado y arranque.

Por otra parte el alto coste tanto de inversión como de mantenimiento de los aparatos de dilatación de vía, obliga a minimizar su uso.

La continuidad de los tableros produce importantes deformaciones diferenciales entre la estructura y la vía asociados a las acciones reológicas y térmicas, que tras el habitual estudio de interacción vía estructura dictamina la necesidad de incluir aparatos de dilatación de vía para longitudes de dilatación superiores a entre 100 y 110m

La consecuencia de todo esto es que se disponen viaductos de menor longitud sin aparatos de dilatación de vía y para los de mayor longitud se dispone uno sólo en uno de sus extremos. Esto condiciona la posición de la junta de dilatación estructural en ese extremo y la necesidad de fijar el tablero al otro, como se puede observar en la siguiente figura:

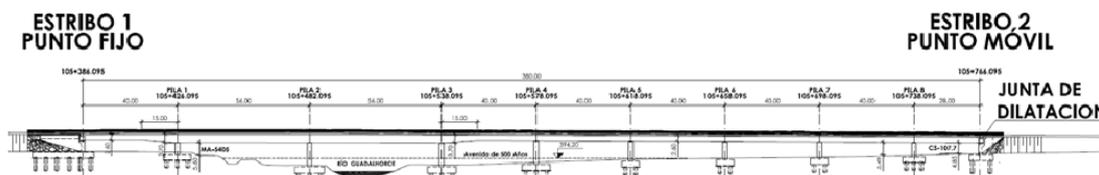


Ilustración 7. Posición de la junta de dilatación en un puente tipo

El resultado de todo esto que estamos describiendo, es que los tableros ferroviarios se encuentran coaccionados longitudinalmente en uno de sus extremos, y libres en esa dirección en el resto de los apoyos (salvo por las pequeñas fuerzas de rozamiento en los apoyos)

En los modelos que se presentarán posteriormente, debido a las luces que tienen, no se dispondrán pilas, solamente dos estribos ( en los modelos que los contienen). Sin embargo, a modo informativo, cabría decir, que las pilas de estos tipos de puentes, debido a las coacciones de las que disponen, están sometidas a esfuerzos longitudinales pequeños debido a que el tablero desliza por encima de ellas, pero los esfuerzos transversales, no son ni mucho menos despreciables, tales como los producidos por el viento, fuerza centrífuga, efecto lazo o sismo.



Los estribos suelen ser elementos muy masivos de hormigón , sobre todo el que hace de punto fijo, ya que tiene que absorber un esfuerzo longitudinal muy importante y el transversal como el resto de apoyos.

Este aspecto hace que en los modelos normales tanto estáticos como dinámicos los estribos se omiten y se consideran como puntos fijos en el modelo.

No obstante cuando se estudian sus esfuerzos locales son mayoritarios los elementos con modelos placa, y en alguna ocasión se realizan modelos con elementos sólidos de los encepados.

Para modelar el terreno, la única opción es a través de elementos sólidos, cuya dimensión se ajusta al tamaño de la malla y de los cimientos que soporta.

Hay que destacar, que se considera un comportamiento elástico del terreno , ya que el tren que utilizamos para modelar la carga dinámica, transmite una carga del orden de unas 10 veces menor que el definido como tren UIC71 en la IAPF-07. Esto nos hace pensar, que el comportamiento del terreno se mantendrá en rango elástico, y no será necesario realizar un cálculo plástico.

## **4. APLICACIÓN-ENSAYO NUMÉRICO.**

### **4.1.Descripción de la estructura**

En este apartado describiremos la metodología propuesta para la confección de los modelos numéricos y la variación del coeficiente de impacto utilizando el análisis dinámico de puentes de luces cortas sometidos al paso de trenes de alta velocidad.

Los viaductos que se ponen en estudio, a modo de ensayo numérico, son lo suficientemente simples como para no perder de vista los fenómenos que se estudian. Concretamente son viaductos de un solo vano, los cuales se apoyan en dos estribos, siendo ambos iguales.

Los estribos utilizados, tienen la morfología correspondiente a los elementos habitualmente presente en estas estructuras, y su modelo estructural representa su comportamiento de forma precisa, y lo mismo puede decirse del tablero.

Los modelos que se han realizado, varían sus luces desde los 5 metros hasta los 30, apoyándose en todos los casos en estribos de 10 metros de altura. Como se ha comentado en apartados anteriores, se realizarán dos tipos de modelos: unos que no incluyen ni el terreno ni los estribos, y otros que por el contrario , incluyen estribos y terreno, todos ellos para las mismas secciones transversales y las mismas luces.

Las secciones utilizadas para el tablero, varían su canto en función de la luz, habiéndose utilizado para su representación y discretización, un programa CAD, para facilitar dichas actividades. Son secciones tipo losa, siendo aligeradas en el caso de que la luz a salvar, sea mayor a 12 metros, y macizas en caso contrario. Ejemplos de estos tipos de secciones se pueden encontrar en las siguientes imágenes:

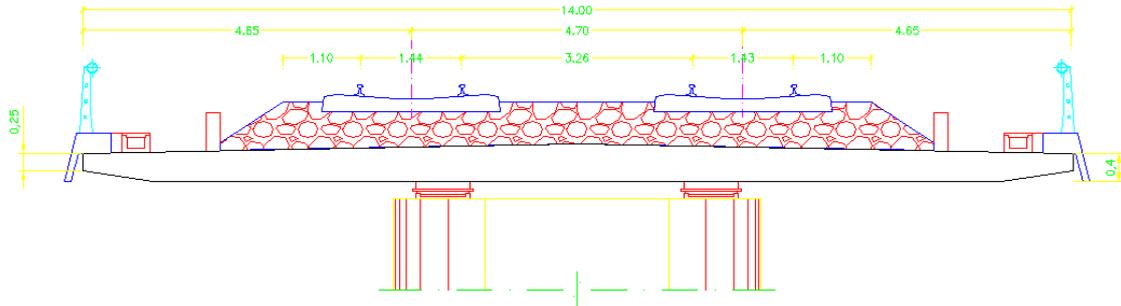


Ilustración 8. Sección transversal utilizada para luz de 5 metros

Para el caso de las secciones aligeradas, las disposición y magnitud de los aligeramientos, varía también en función de la luz

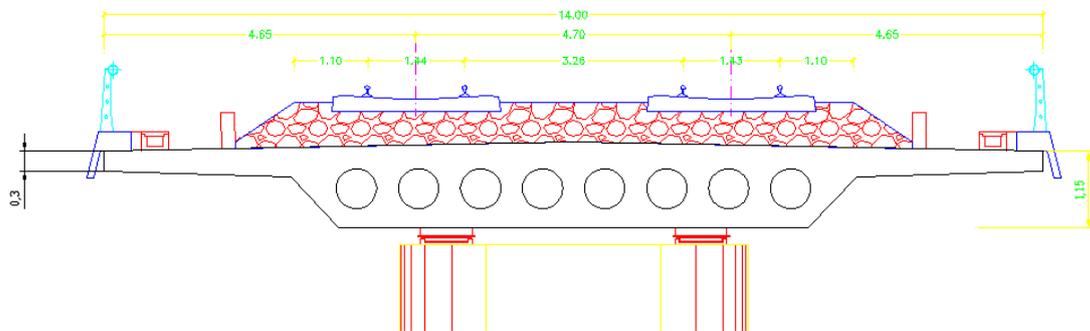


Ilustración 9. Sección Transversal utilizada para luz de 14 metros

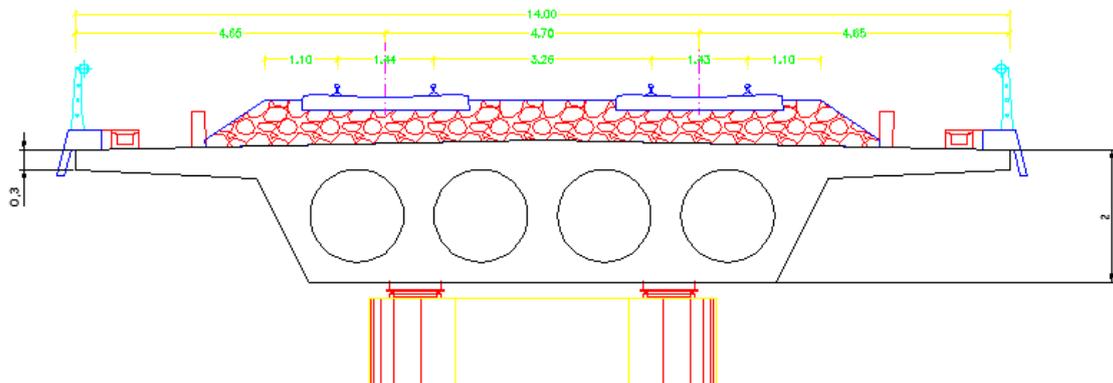


Ilustración 10. Sección Transversal utilizada para luz de 24 metros

El ancho de la losa, como puede observarse , en las anteriores representaciones es de 14 metros que es el ancho estándar de las líneas de doble vía y anchura de vía europeo

Los estribos, son para todos los modelos en los que incluimos el terreno, de tipo cerrado, como es habitual en este tipo de estructuras, y se componen de una zapata de 14 x14 x2 sobre la que descansan el muro frontal de 2 m de espesor y 10 m de altura, y los muros laterales (aletas ) de 1 m. La zapata se encuentra enrasada en vertical con las aletas y vuela 2 metros en la zona de la puntera.



## 4.2. Descripción de los modelos de los tableros

En este apartado describiremos de forma genérica, como son las características y como se han modelado cada uno de los tableros, para a continuación describir, en detalle un modelo en concreto, y las características de los demás se incluirán en los anexos del documento, para no hacer demasiado largo el mismo.

La tipología “losa”, se puede definir como aquella que se utiliza para puentes de luces cortas a medias, y cuya sección transversal se obtiene por aligeramiento de una losa maciza que cubre la anchura del tablero. El aligeramiento, podrá tomar diversas formas, e incluso podrá ser interior o exterior, optándose en este caso , por un aligeramiento cilíndrico , creciendo su cuantía con la longitud del puente.

Este aligeramiento cilíndrico produce unas secciones transversales más pesadas y más rígidas que el prismático. Constructivamente, se podría decir además , que los tableros con aligeramientos cilíndricos se hormigonan muy bien de una sola vez, ya que la forma circular inferior permite que penetre bien el hormigón sin dejar coqueas.

El ámbito de luces que se cubre con este tipo de puentes va desde los más pequeños hasta los 50 o 60 m de luz. El peso propio, que es una de las solicitaciones más importantes de cualquier puente no resulta excesivamente gravoso para estas luces, con lo cual las exigencias de máximo aligeramiento del puente no están excesivamente presente en esta tipología.

Cabe destacar que en los modelos que realicemos, los cantos serán constantes.

Para el tablero, vamos a usar elementos placas, como hemos indicado en apartados anteriores, dispuestos tanto a lo largo de la losa superior, como de la losa inferior como de los hastiales, para el caso de las losas aligeradas, como se representa en la siguiente imagen.

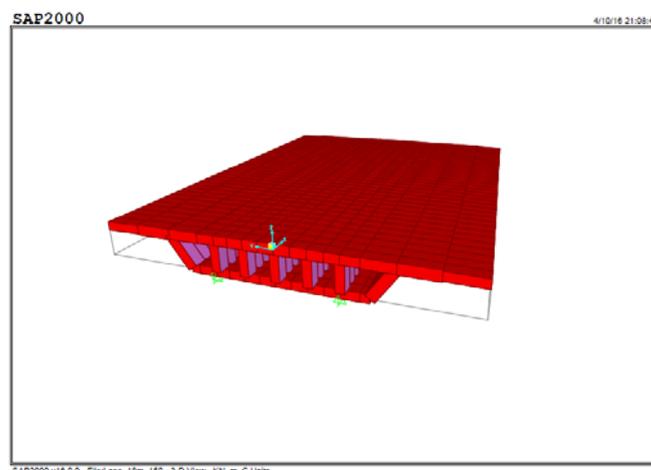
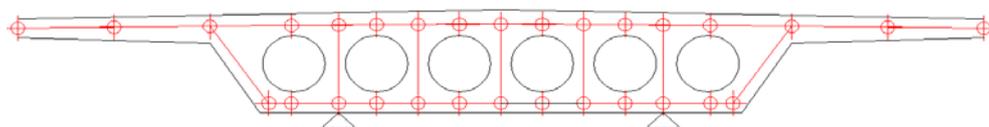


Ilustración 11. Sección transversal y modelo con elementos placa

El espesor de cada uno de los elementos se ha ajustado a los espesores reales de cada uno. La metodología seguida ha sido la de sacar el área de cada uno de los elementos y después dividir por su longitud, de modo que la suma de las áreas de cada uno de dichos elementos sea igual a el área de la sección transversal completa.

Se podría decir que el espesor de los elementos se ha ajustado para conseguir una sección con la misma área (misma masa) que el tablero real.

La dimensión característica de la malla es de 0,5 m, siendo esta la distancia entre las secciones longitudinales. Un ejemplo tipo, se puede observar en la siguiente imagen:

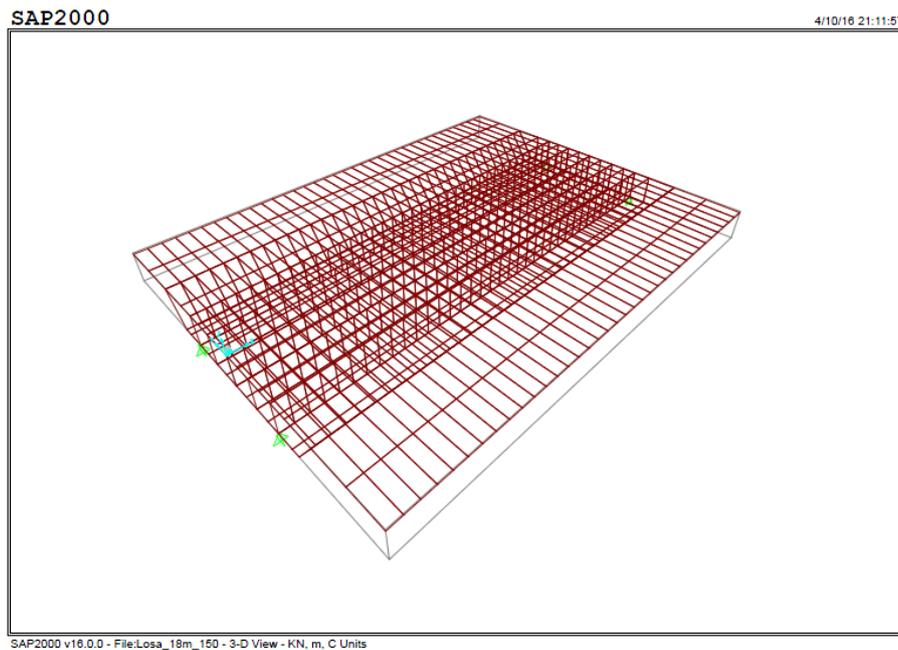
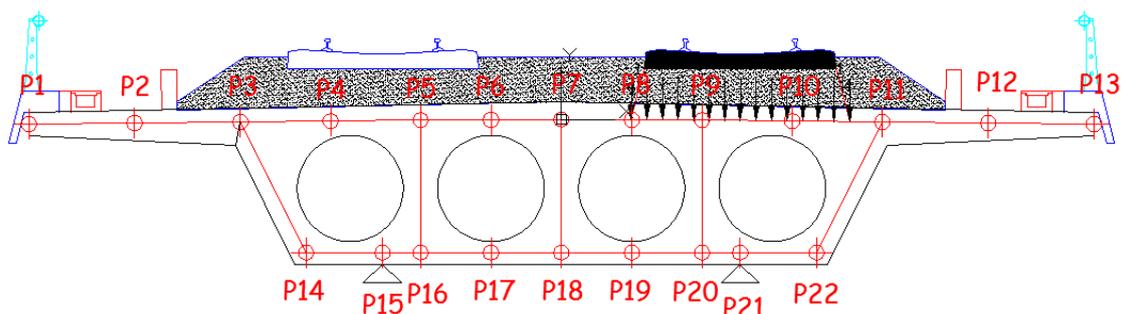


Ilustración 12. Modelo utilizado para uno de los tableros

Se incluyen diafragmas en los apoyos, siendo modelados estos sin masas, con elementos placa, para no duplicar la masa correspondiente a las placas longitudinales, con un espesor de 1 m en todos los modelos.

Las masas correspondientes a las cargas permanentes como pueden ser las del balasto, traviesas, carriles, etc, se han añadido de forma que estén distribuidas sobre los elementos de la losa superior sobre los que se encuentran situadas (concepto de masa añadida), como se puede observar en la siguiente imagen:



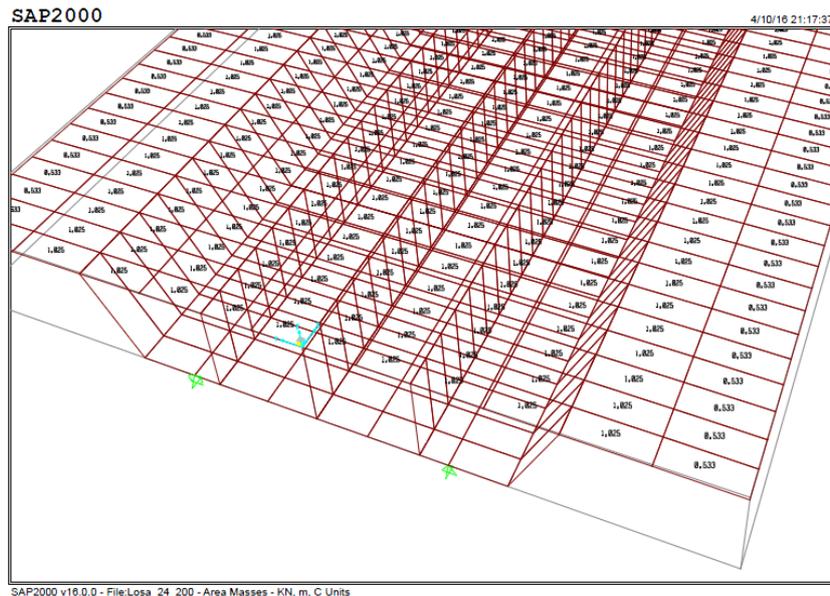


Ilustración 13. Bandas de masa utilizadas para la inclusión de las cargas permanentes

Las condiciones de apoyo para los modelos de tableros aislados corresponden a impedir el desplazamiento vertical en todos los puntos de apoyo, el desplazamiento transversal en una banda de apoyos, concretamente en los de la derecha, y además impedimos el desplazamiento longitudinal en los apoyos del estribo 1.

Las características de los materiales elegidos corresponden a:

- Módulo de Elasticidad  $E = 3 * 10^7 \left(\frac{Kn}{m^2}\right)$
- Módulo de Poisson  $\nu = 0.2$
- Peso específico  $\rho = 25 \left(\frac{Kn}{m^3}\right)$
- Amortiguamiento  $\xi = 3 \%$

Las características de rigidez que hemos utilizado se corresponden con las de un hormigón estructural del tipo de los que se usan para puentes, con resistencias en torno a los 40 Mpa.

El peso específico utilizado es el que se usa habitualmente para los cálculos, que si bien puede parecer un poco elevado para un hormigón en masa, no lo es tanto cuando consideramos la armadura que suelen llevar este tipo de puentes.

Si es cierto que el valor del amortiguamiento es un poco más desconocido y por tanto difícil de prever.

Si utilizamos lo que aparece en el cuadro B1, de la IAPF-07 que fue descrito en el apartado anterior, de acuerdo a ella para nuestro caso (es cierto que puede variar en función de la luz como indica la tabla) el amortiguamiento previsto estará por encima del 2% ( 2,1 para el peor de los casos)



En la tabla 4.2 de la NCSP-07 se recogen las recomendaciones, del índice de amortiguamiento que debemos de tomar estando entre un 3 % para el sismo frecuente de cálculo y un 5 % para el sismo último de cálculo.

Es por ello que, adoptamos para el presente estudio el valor del 3% de amortiguamiento, que está en el rango de lo que cabe esperar para este tipo estructural.

Se van a realizar, como se puede prever al observar el apartado 2.1, dos tipos de análisis distintos de las estructuras, mediante superposición modal por una parte y de forma directa por otra

Para la superposición modal el parámetro del amortiguamiento es directamente el porcentaje respecto del amortiguamiento crítico, pero para el análisis directo es preciso estimar los coeficientes de Rayleigh.

Como se dispondrán de los resultados, para cada uno de los modelos del análisis modal, se tomarán los valores de las frecuencias naturales, correspondientes al primer modo y del modo último que hayamos tomado (normalmente serán 200, por los resultados obtenidos), con sus correspondientes periodos.

Los coeficientes de Rayleigh, se utilizan para formar la matriz de amortiguamiento

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (48)$$

Como hemos dicho anteriormente, los análisis que realizamos normalmente, para las luces estudiadas son de 200 modos, por tanto el valor de  $\alpha$  y  $\beta$ , sería el siguiente:

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_{200}}{\omega_1 + \omega_{200}} \quad (49)$$

$$\beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_{200}} \quad (50)$$

Además en el caso del análisis directo hay que decidir que método de resolución vamos a emplear, porque con el tamaño de los modelos de la estructura, el coste computacional es muy elevado.

El análisis se ha realizado empleando el método de Newmark con un valor de decaimiento de amplitud ( $\gamma$ ) de 0,005, lo que supone valores de  $\alpha = 0,252550625$  y de  $\delta = 0,505$ . ( no confundir el valor de  $\alpha$  de Rayleigh con el valor de  $\alpha$  del método de Newmark).

#### 4.2.1. Aplicación de las cargas dinámicas.

Para comprender la aplicación de las cargas es preciso describir en primer lugar en que consiste el Tren Dinámico Universal-A de IAPF, que es la acción dinámica considerada.

El cálculo dinámico debe obtener la envolvente de todos los trenes posibles para todas sus velocidades de circulación. Para garantizar esto en todas las líneas interoperables



pertencientes a las redes transeuropeas de alta velocidad se utilizara el método HSLM (High Speed Load Model).

El tren dinámico universal A queda definido en la IAPF-07 por la acción conjunta de una familia de 10 trenes articulados. Cada tren está formado por dos locomotoras y un cierto número de coches de pasajeros, con cargas iguales en todos los ejes. La familia se obtiene variando el número de coches , la distancia entre ejes y las cargas por eje, como se indica en las figura C1 y cuadro C1

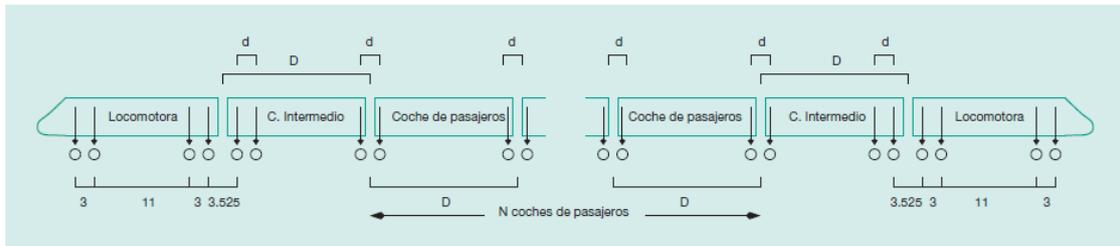


FIGURA C.1: DEFINICIÓN GRÁFICA DEL TREN DINÁMICO UNIVERSAL-A [DISTANCIAS EN METROS].

Las cargas de las que se ha hablado son las siguientes:

CUADRO C.1: DEFINICIÓN DEL TREN DINÁMICO UNIVERSAL-A. (LA POSICIÓN DE LAS CARGAS DE LAS LOCOMOTORAS ES IGUAL EN TODOS LOS CASOS.)

TREN	NÚMERO DE COCHES DE PASAJEROS N	LONGITUD DEL COCHE D [m]	DISTANCIA ENTRE EJES DE UN BOGIE d [m]	CARGA NOMINAL POR EJE P [kN]
A1	18	18	2,0	170
A2	17	19	3,5	200
A3	16	20	2,0	180
A4	15	21	3,0	190
A5	14	22	2,0	170
A6	13	23	2,0	180
A7	13	24	2,0	190
A8	12	25	2,5	190
A9	11	26	2,0	210
A10	11	27	2,0	210

Hemos considerado que la velocidad de proyecto es de 350 Km/h, y por ello hacemos un “barrido” de velocidades que van desde los 20 km/h hasta  $1,20 \cdot v_{proyecto}$ , es decir, hasta 420 Km/h, para cada una de esas composiciones.



Para simular las cargas del tráfico se usan los nudos que se encuentran bajo la vía, disponiendo sobre cada uno de ellos una carga proporcional a la que recibe la traviesa. Para ello se supone que la traviesa reparte la carga que recibe del eje de forma uniforme al balasto, y que este lo hace también de forma uniforme hacia abajo con una pendiente 4:1. Esto se puede observar en la siguiente imagen, para el caso de losa maciza y luz de 6 metros.

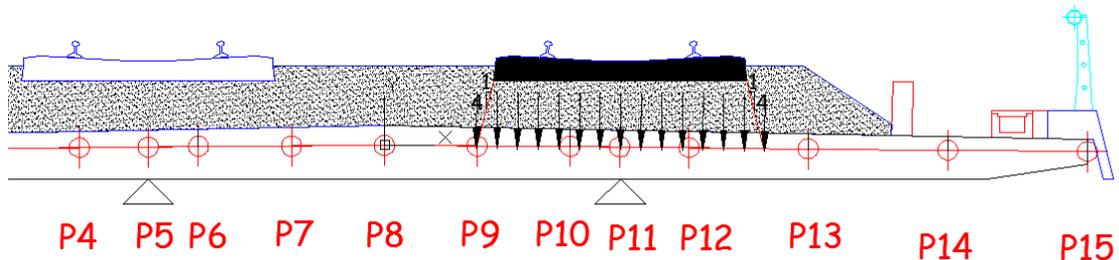


Ilustración 14. Reparto de cargas utilizado para sección de 5m de luz

Este tipo de reparto de cargas es el que se utiliza habitualmente en las fases de proyecto de las estructuras y es el que propone la IAPF-07, concretamente en su figura 2.3:

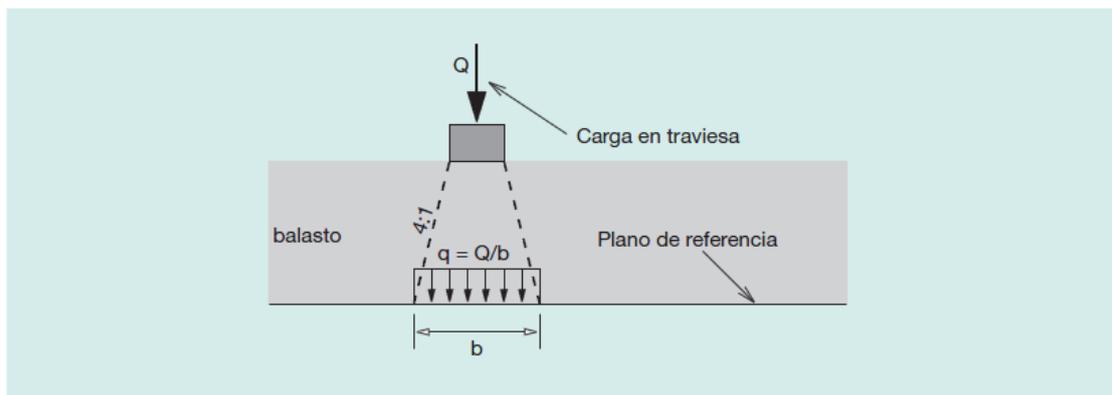


FIGURA 2.3. REPARTO LONGITUDINAL DE UNA CARGA PUNTUAL SOBRE TRAVIESA A TRAVÉS DEL BALASTO

Con este criterio se calcula la carga que se debe disponer sobre cada nudo para conseguir que la suma total sea 1, y sean proporcionales a la carga recibida.

Estos tipos de modelos, (de luces cortas), tienen una gran sensibilidad al reparto de dichas cargas, que es tanto mayor, cuanto mayor es la relación entre el ancho y la luz que queremos salvar. Esto es debido en gran medida a la torsión que se produce en el tablero, por el reparto y disposición de estas cargas. Si se tratarán por ejemplo de modelos de tipo cajón, esta sensibilidad sería menor (por tener mayor rigidez a torsión).

Generamos una función de carga temporal para cada tren y cada velocidad de cálculo. Puesto que hay 41 velocidades (desde 20 km/h hasta 420 km/h) y 10 tipos de trenes (desde el A1 hasta el A10), generamos un total de 410 funciones de carga



Cada función de carga se compone de una sucesión de rampas de subida de carga y rampas de bajada de carga, que representan el reparto longitudinal de cada carga móvil entre la sección de cálculo y sus colindantes.

La pendiente de la rampa se determina con la velocidad de paso correspondiente a cada situación, y la distancia entre secciones consecutivas, en nuestro caso 0,5 m; y la amplitud de la carga la fija el valor de la carga nominal por eje de cada tren.

El intervalo de tiempo que transcurre desde que se inicia un triángulo de carga hasta el siguiente, y su posible solapamiento, lo determina la distancia entre ejes del tipo de tren que estemos estudiando y la velocidad de paso

Se genera un caso de carga con las cargas puntuales de cada sección y a ese caso de carga se le aplica cada función temporal de carga con un desfase respecto de la sección anterior, o un tiempo de llegada respecto de la sección inicial, pues se evalúa de acuerdo con su posición en el viaducto y la velocidad de paso del tren.

Así cuando una carga móvil supera una determinada sección, comienza la rampa de subida correspondiente de la sección siguiente. Esto lo podemos observar en la imagen siguiente:

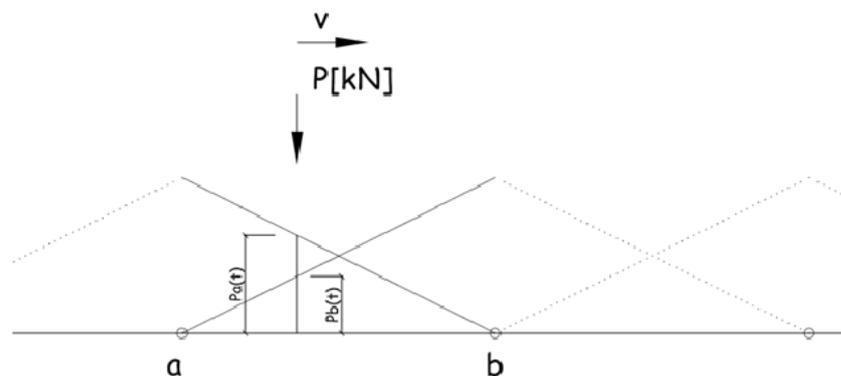


Ilustración 15. Función de carga temporal.

Con todos los casos de carga de todas las secciones correspondientes a una misma función de carga, es decir, a un mismo paso de tren y una misma velocidad, se genera un análisis transitorio, del que se obtendrán las velocidades y aceleraciones de todos los puntos del tablero.

Es cierto, que si consultamos la normativa (IAPF-07), concretamente en el apartado C.1.1, aparece que el tren dinámico Universal A, se utilizará para los vanos cuya luz es superior a 7 metros, y deja para los menores a esta luz, otro tipo de tren denominado, "Tren Dinámico Universal B". En el caso de los vanos de 5 y 6 metros, según la normativa habría que aplicar dicho tren, pero la aplicación de cargas distintas a las que estamos estudiando, implicaría que perdiéramos de vista el fenómeno que se quiere representar con el trabajo, al tener acciones distintas.



#### 4.2.2. Descripción modelo losa maciza.

En este apartado describiremos con más detalles las características geométricas de uno de los modelos realizados con el tablero de tipo losa maciza. Concretamente el elegido es el tablero que intenta resolver una luz de 6 metros con un canto de 0.50 m. En la siguiente imagen puede observarse su sección transversal:

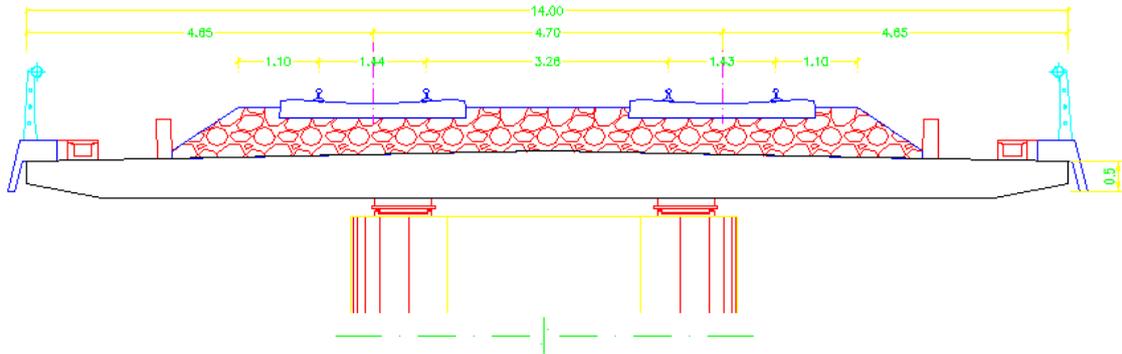


Ilustración 16. Sección transversal 6 m canto 0,50 m

La discretización y dimensiones, que se han utilizado para dicho modelo es la que aparece en la siguiente imagen:

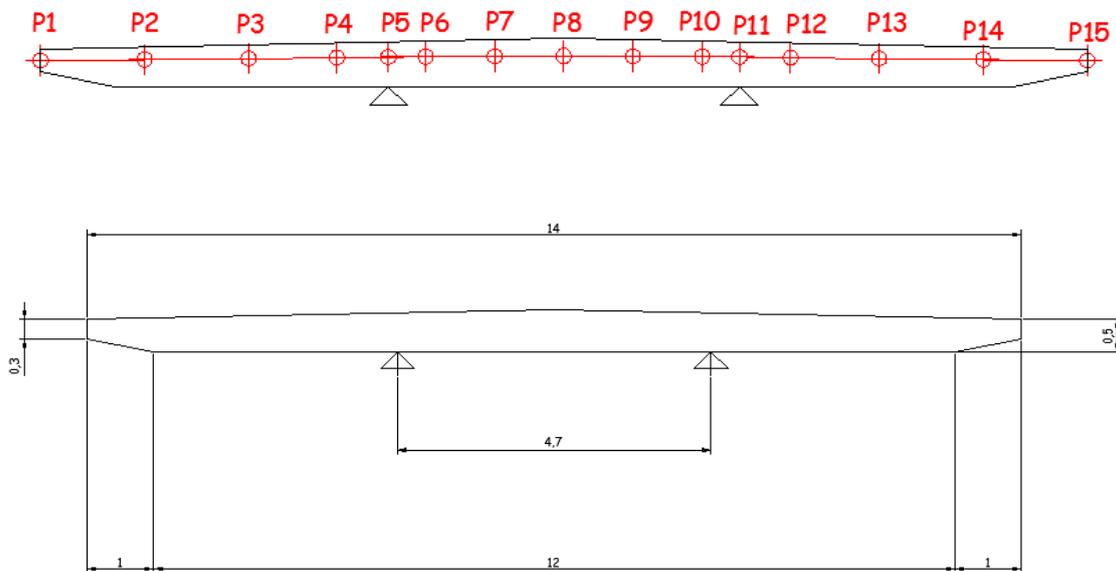


Ilustración 17. Discretización y dimensiones utilizadas para modelo de 6 m

El espesor de cada uno de los elementos se ajusta para conseguir una sección con la misma área (misma masa) que el tablero real, teniendo los siguientes espesores (para este modelo en concreto).



Elementos		Espesores
P1	P2	0.442
P2	P3	0.541
P3	P4	0.567
P4	P5	0.585
P5	P6	0.598
P6	P7	0.612
P7	P8	0.630
P8	P9	0.630
P9	P10	0.612
P10	P11	0.598
P11	P12	0.585
P12	P13	0.567
P13	P14	0.541
P14	P15	0.442

Ilustración 18. Tabla con espesores de los elementos utilizados

Las masas que gravitan sobre los distintos elementos se han considerado de la siguiente manera según su siguiente disposición:

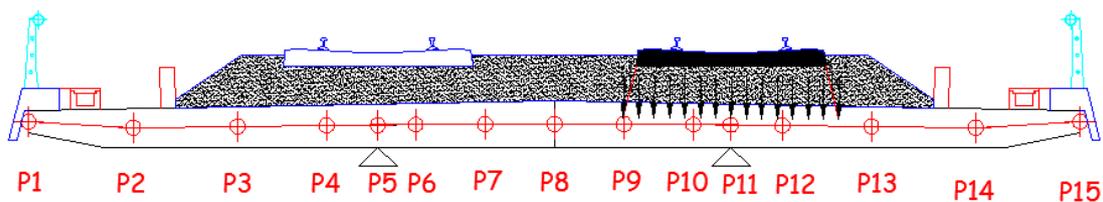


Ilustración 19. Disposición de cargas y elementos sobre el modelo

Como podemos observar, desde el nodo 1 al nodo 2 de la discretización realizada, gravitan tanto la imposta como la canaleta. A esta zona la denominaremos “Banda de Masa 1”. Al ser simétrica la sección, desde el nodo 14 al nodo 15 gravitan los mismos elementos, denominando en este caso a dicha zona “Banda de Masa 3”.

El peso de estos elementos se han considerado los siguientes:

- Impostas :  $5.5 \left(\frac{kn}{m}\right)$
- Canaletas:  $1.78 \left(\frac{kn}{m}\right)$

La longitud de elemento que va desde el nodo 1 al nodo 2 , y del 14 al 15, es de 1.3912, por lo que la masa que esto añadiría al modelo, si la representamos en forma de tabla según los datos anteriores sería:



	kN/m	masa kN/m/s2	
<b>Impostas</b>	5,5	0,560652396	
<b>Canaletas</b>	1,78	0,181447503	
<b>L Banda</b>	1,3912	0,742099898	<b>0,53342431</b>

Ilustración 20. Valor obtenido de masa para las Bandas de Masa 1 y 3.

Según la ilustración 19, desde el nodo 2 al nodo 14, gravitan tanto el balasto, los carriles, las traviesas y los muretes guardabalasto.

El peso de los elementos se han considerado los siguientes:

- Balasto:  $18 \left(\frac{kn}{m^3}\right)$  (tal y como aparece en el apartado 2.1 de la IAPF-07)
- Carriles:  $60.34 \left(\frac{kg}{m}\right)$  ( según el cuadro D1 de la IAPF-07, utilizando carril UIC-60)
- Traviesas :  $325(kg)$  ( según el cuadro D2 de la IAPF-07, utilizando traviesa de hormigón monobloque)
- Murete Guardabalasto:  $25\left(\frac{kn}{m^3}\right)$  (peso específico habitual de los muretes)

Con todos estos pesos, y sabiendo el área de algunos de los elementos en caso de que sea necesario (muretes y balasto), o el número existentes de los mismos (traviesas o carriles), nos queda sabiendo que la longitud de la banda de masa que denominaremos “Banda de Masa 2 es 11.2177 m :

<b>Peso de balasto</b>	5,2663	18	9,66293578	<b>kN/m*s2/m</b>
<b>Peso de los carriles</b>	60,34		0,24136	<b>kN/m*s2/m</b>
<b>Peso de las traviesas</b>	650	1083,33333	1,08333333	<b>kN/m*s2/m</b>
<b>Murete Guradabalasto</b>	0,2	25	0,509684	<b>kN/m*s2/m</b>
<b>L banda</b>	11,2177		11,4973131	<b>1,02492606</b>

Ilustración 21. Valor obtenido de masa para la banda de masa 2

Una vez añadidos estas masas, el modelo queda como sigue:

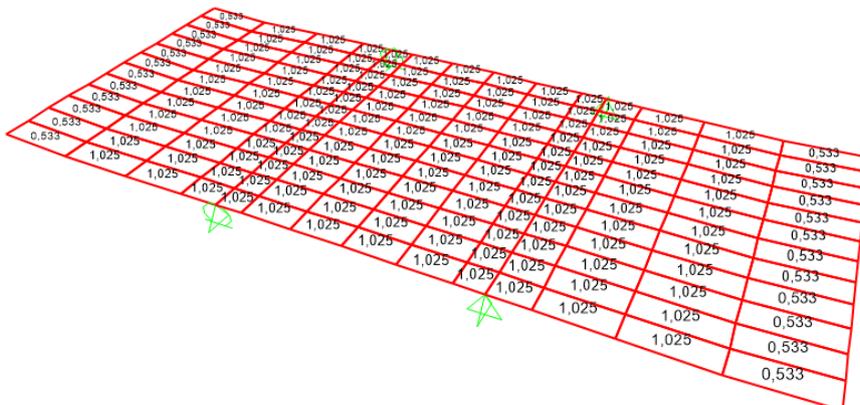


Ilustración 22.Masas añadidas en el modelo



Para simular las cargas de tráfico, se utiliza como se ha comentado en el apartado anterior, los nudos que se encuentran bajo la vía, disponiendo sobre cada uno de ellos una carga proporcional a la que recibe la traviesa, teniendo en cuenta, tanto, la distancia de los elementos, como su disposición en el propio modelo, cuestión que puede observarse en la ilustración 19.

Para el modelo que se está describiendo las cargas que reciben los nudos son las siguientes:

Puntos P	
Nº NODO	Carga
8	0.00090
9	0.16118
10	0.24830
11	0.20628
12	0.20008
13	0.19065

Ilustración 23. Distribución de las cargas P de manera que sumen la unidad

Una vez incluido en el modelo nos queda lo siguiente:

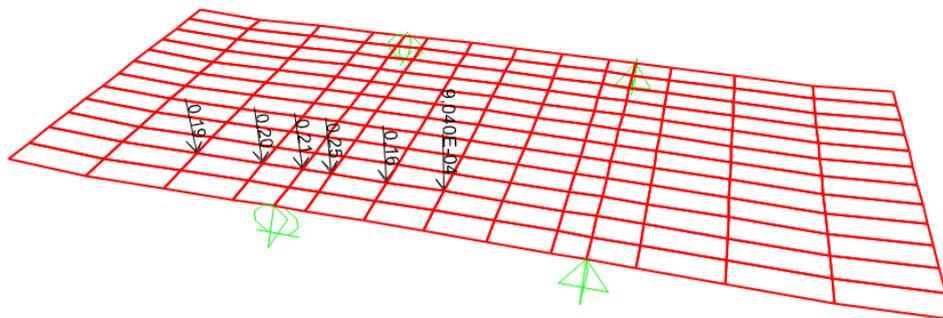


Ilustración 24. Disposición de las cargas una vez incluidas en el modelo.

#### 4.2.3. Descripción modelo de losa aligerada.

Una vez descrita la losa maciza, la losa aligerada tiene muchos razonamientos, e incluso cálculos que son iguales. Concretamente en este apartado, describiremos por ejemplo, la losa aligerada que intenta salvar una luz de 16 metros, con un canto de 1.35 metros.

La sección transversal que se ha utilizado para este caso, es la siguiente:

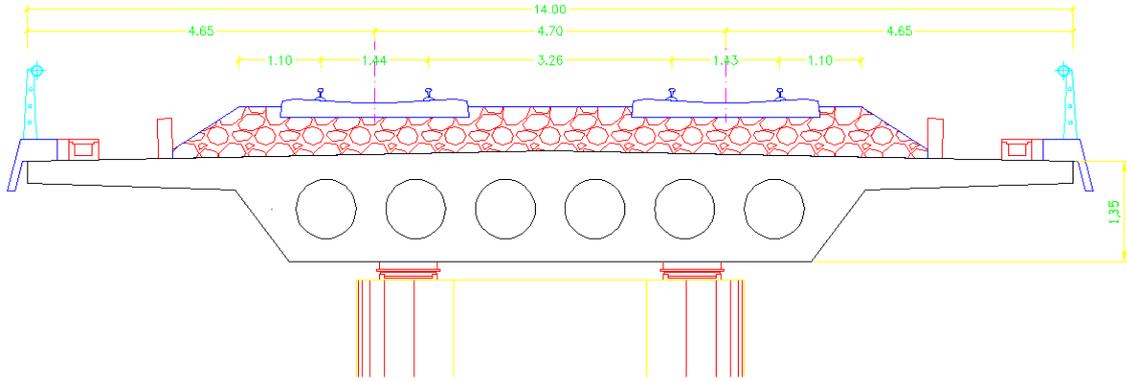


Ilustración 25. Sección transversal losa 16 m canto 1.35 m

Como se puede observar en la siguiente imagen , se han dispuesto 6 aligeramientos circulares de diámetro 0.8 metros, dejando que los espesores de los hastiales , y la losa superior e inferior, sean superiores a 0.30 metros, para posibilitar las operaciones de pretensado.

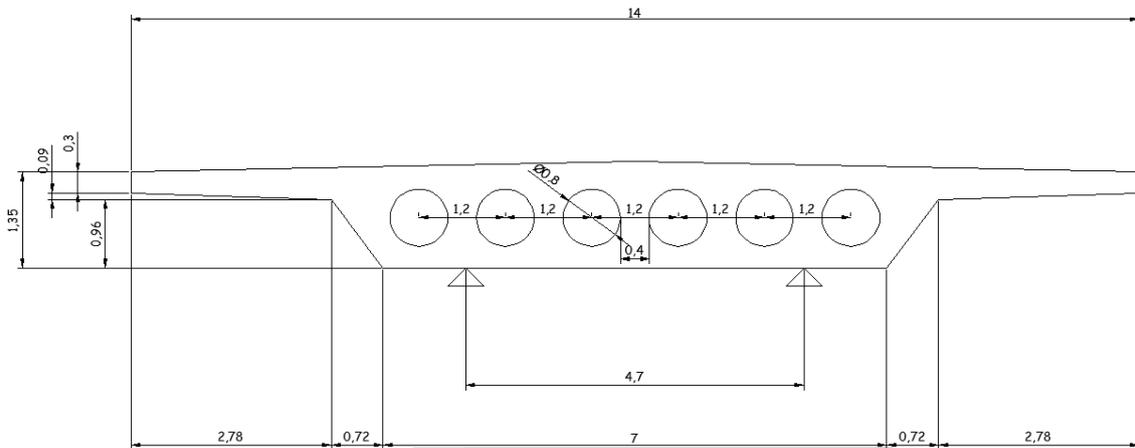


Ilustración 26. Definición geométrica sección de 16 m.

La discretización que hemos utilizado para este modelo es la siguiente:

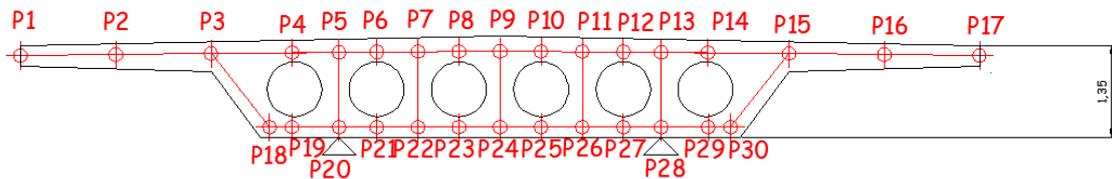


Ilustración 27. Discretización utilizada para luz de 16m.

De igual manera que en el caso de la “losa maciza”, el espesor de cada uno de los elementos se ajusta para conseguir una sección con la misma área (misma masa) que el tablero real, teniendo los siguientes espesores .



Elementos		Esesores
P1	P2	0.336
P2	P3	0.409
P3	P4	0.375
P4	P5	0.348
P5	P6	0.356
P6	P7	0.370
P7	P8	0.380
P8	P9	0.390
P9	P10	0.390
P10	P11	0.380
P11	P12	0.370
P12	P13	0.356
P13	P14	0.348
P14	P15	0.375
P15	P16	0.409
P16	P17	0.336
P18	P19	0.299
P19	P20	0.318
P20	P21	0.315
P21	P22	0.318
P22	P23	0.317
P23	P24	0.319
P24	P25	0.319
P25	P26	0.317
P26	P27	0.318
P27	P28	0.315
P28	P29	0.318
P29	P30	0.299
<b>HASTIAL EXTERIOR IZQUIERDO</b>		0.413
<b>HASTIAL EXTERIOR DERECHO</b>		0.413
<b>HASTIALES INTERIORES</b>		0.383

Ilustración 28. Tabla con esesores de los elementos utilizados

Las masas que gravitan sobre los elementos se han considerado de igual forma que en el caso de losa maciza, solo que en este modelo los elementos sobre los que gravitan esas masas son distintos, según la siguiente imagen:

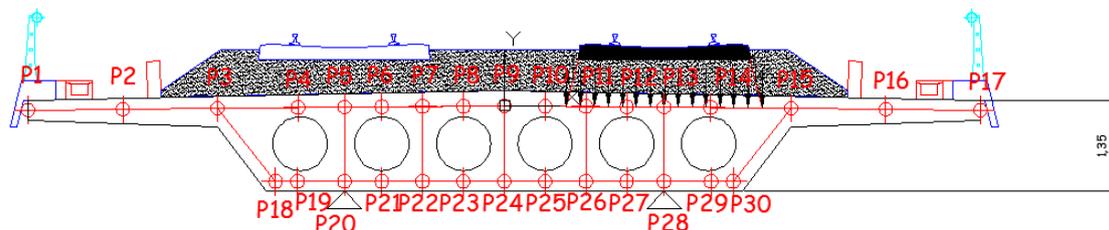


Ilustración 29. Disposición de cargas y elementos en el modelo

Se han utilizado de igual forma el concepto de las 3 bandas de masa, y las mismas cargas que en la losa maciza. De esta forma queda lo siguiente:

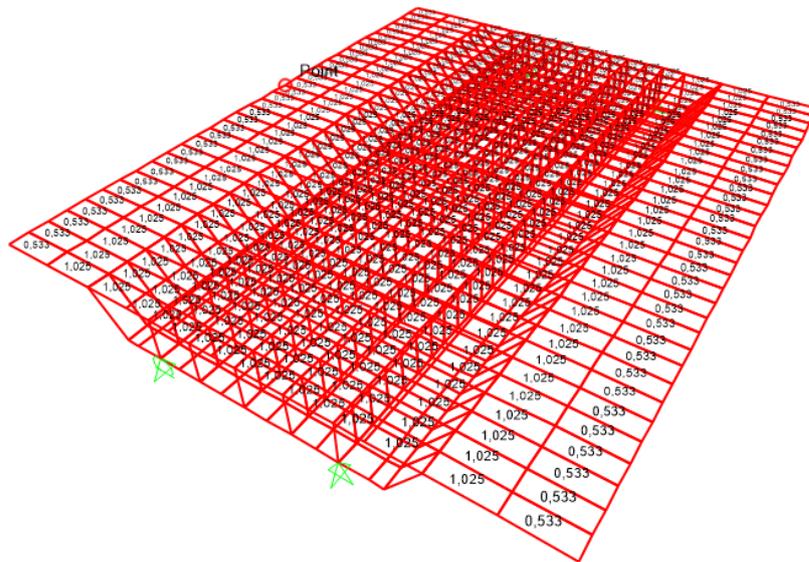


Ilustración 30. Bandas de masa en el modelo 14m

Las cargas P en este caso según la imagen 29 quedan repartida de la siguiente forma:

Puntos P	
Nº NODO	Carga
10	0.0754
11	0.1278
12	0.2003
13	0.2148
14	0.2023
15	0.1917

Ilustración 31. Distribución de las cargas P de manera que sumen la unidad.

Y en el modelo quedan como sigue:

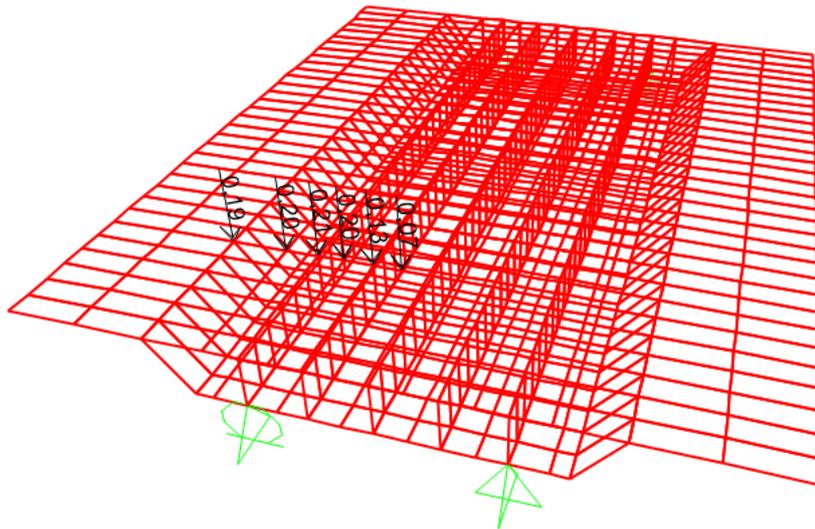


Ilustración 32. Cargas P en el modelo de 16 m

### 4.3. Descripción del modelo de la subestructura.

Como ya se ha comentado en apartados anteriores, se van a modelar viaductos de un solo vano, apoyados sobre estribos, en el caso de que se trate de modelos con terreno.

Para tener la seguridad de la idoneidad de la modelización empleada, se ha consultado el documento “ *Influencia de las condiciones de contorno en el modelo de interacción suelo-estructura para el análisis dinámico de puentes sometidos al paso de trenes de alta velocidad*”, del profesor Antonio Martínez de la Concha, concretamente su apartado 3.

En dicho apartado , se persigue poder calibrar los parámetros necesarios para poder construir un modelo más complejo, entre los que se encuentran las condiciones de contorno, del terreno, el tamaño de terreno que es necesario incluir en el modelo, o el tamaño de la malla.

Todas las decisiones con respecto a cómo implementar los modelos, se han realizado con arreglo a dicho documento

El estribo se ha discretizado con elementos placa los muros, y con elementos sólidos la cimentación. Las dimensiones de dichos estribos son de un espesor de 2 m en el muro frontal y 10 metros de altura, muros laterales de 1 m de espesor, y una cimentación de 14x14x2

La peculiaridad de la zapata radica en las tierras que incluye en su “interior”, es decir, entre las aletas y el trasdós (interior) del muro frontal, que también han sido incluidas en el modelo como elementos sólidos del terreno, con el mismo tamaño de malla que los elementos del estribo.

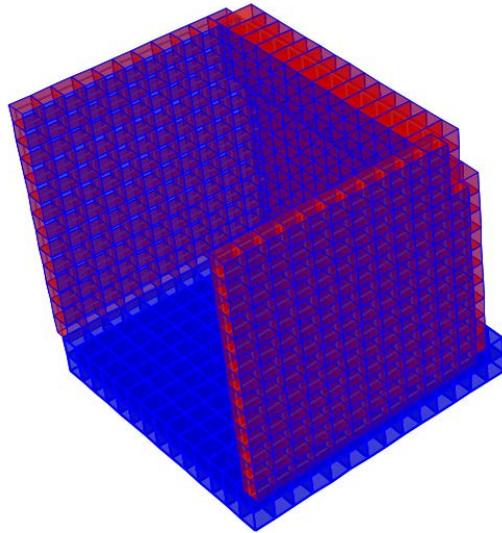


Ilustración 33. Estribo utilizado para los modelos

El modelo también incluye las tierras alrededor del estribo, alrededor de las zapatas y de las cimentaciones.

En el modelo se incluye, como hemos comentado el terreno, teniendo este una anchura de 30 metros, y puesto que las zapatas tienen una anchura de 14 metros, alrededor de las cimentaciones hay una franja de terreno de 8 metros (a cada lado)

El espesor de terreno (profundidad incluida en la discretización) en la zona intermedia es de 10 m. Esta zona aumenta en los estribos, por la geometría peculiar del terreno en esta zona

Si nos fijamos en la cimentación de los estribos, su masa corresponde a  $14 \times 14 \times 25 = 9800$  KN, mientras que la masa de terreno que es de  $30 \times 30 \times 10 \times 20 = 180000$  KN, lo que representa una proporción de 18,36, que es el orden de lo presentado en el documento del Profesor A. Martínez de la Concha.

Las condiciones de contorno en la cara inferior y los laterales del terreno se corresponde con la restricción de los desplazamientos perpendiculares a la cara, que estamos modelando, que si bien no cumplen las condiciones dinámicas desde el punto de vista teórico, se han demostrado lo suficientemente precisas desde el punto de vista práctico, con lo presentado en el documento del Profesor A. Martínez de la Concha, apareciendo este respecto lo siguiente:

*“La condición de contorno absorbente no es estrictamente necesaria en los modelos estudiados para el fin que se persigue. Así, aunque la condición de contorno rígida no cumple las condiciones dinámicas desde el punto de vista teórico, si se dispone a una distancia prudente del cimiento, que movilice la masa necesaria y amortigüe las ondas, es suficientemente precisa para la evaluación de los desplazamientos máximos producidos, y la obtención del coeficiente de impacto”.*



Para entender las características del terreno debemos de recordar, lo que aparece en el apartado 2.2 del presente documento, y que relacionaba la velocidad de propagación de las ondas S, con el módulo de elasticidad, a través de las ecuaciones (38) y (39), que mostramos de nuevo a continuación:

$$\mu = G = C_s^2 \frac{\gamma}{g} \quad (38)$$

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (39)$$

Si consultamos la Norma de Construcción Sismoresistente: Puentes (NCSP-07), nos queda, que existen 4 tipos de terreno, en función de la velocidad de propagación de las ondas S.

- *Terreno tipo I: Roca Compacta, suelo cementado o granular muy denso. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla,  $V_s > 750$  m/s.*
- *Terreno tipo II: Roca muy fracturada, suelo granular denso o cohesivo duro. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla,  $750 \text{ m/s} < V_s < 400$  m/s*
- *Terreno tipo III: Suelo Granular de compacidad media, o suelo cohesivo de consistencia firme a muy firme. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla,  $400 \text{ m/s} < V_s < 200$  m/s*
- *Terreno tipo IV: Suelo granular suelto, o suelo cohesivo blando. Velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales o de cizalla,  $V_s \leq 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$*

Según lo anterior, definiremos 3 tipos de terreno, utilizando tres  $V_s$

Tipo Terreno	$V_s$	$\nu$	G(kpa)	E(mpa)
I	750	0.35	1146788,991	3096,330275
II	400	0.35	326197,7574	880,33945
III	200	0.35	81549,43935	220,1834862

Que redondeando nos queda;

Tipo Terreno	E(mpa)
I	3096
II	880
III	220

Resumiendo se podría decir que las características del terreno son las siguientes:

- Módulo de Elasticidad  $E = 220/881/3096$  (Mpa)
- Módulo de Poisson  $\nu = 0.35$
- Peso específico  $\rho = 20 \left( \frac{\text{Kn}}{\text{m}^3} \right)$



- Amortiguamiento  $\xi = 3 \%$

El peso específico es el que se usa habitualmente en los cálculos, que si bien puede ser un poco elevado para un terreno granular, es una buena aproximación para una margu o una arcilla con alto grado de saturación.

El amortiguamiento, como pasaba en el caso del hormigón, es un poco más difícil de preveer, pero nos apoyaremos en este caso en las recomendaciones de las NCSP-07, concretamente en su apartado 8.2.3 donde indica lo siguiente: *“el amortiguamiento interno podrá determinarse mediante ensayos de campo o de laboratorio. A falta de medidas directas, y para aceleraciones de cálculo inferiores a 0.10 g, podrá adoptarse un valor de 0.03 para el índice del amortiguamiento interno”*.

En consecuencia el amortiguamiento interno del 3 % , está en el rango adecuado, y su valor no alterará el carácter comparativo de los resultados de estudio.

#### 4.4. Parámetros de estudio.

Tras realizar el análisis de cada paso de carga, se obtienen los resultados de desplazamientos y aceleraciones en todos los nudos, tanto para el caso de los modelos sin terreno, como con terreno.

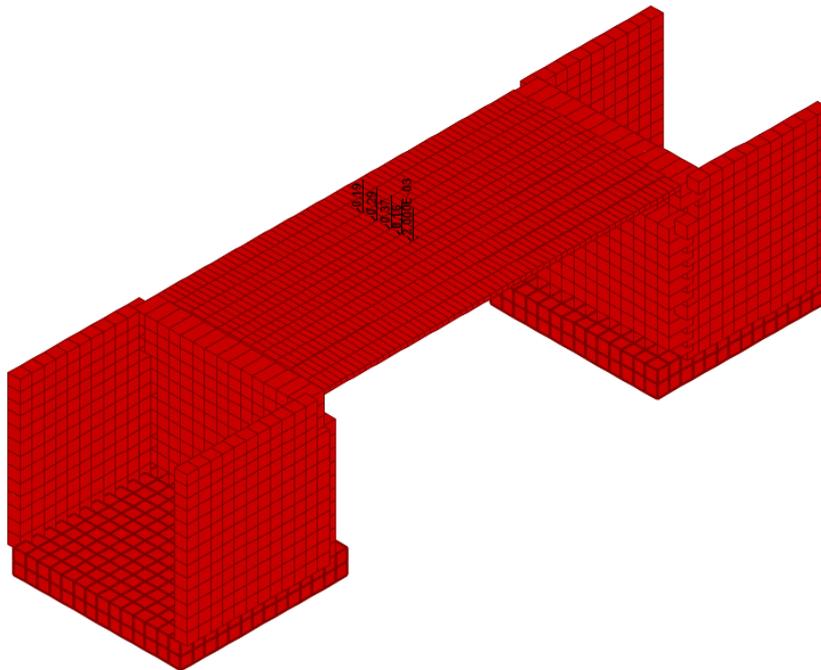


Ilustración 34. Modelo con estribos y tablero y paso de carga central

En cada uno de los modelos estudiados, nos fijaremos en los resultados correspondientes al centro del vano, y concretamente, a aquel nodo , que se encuentre centrado bajo la vía que estemos cargando.

Por ejemplo, para el caso de una luz de 16 metros, nos fijamos en el nodo 14:

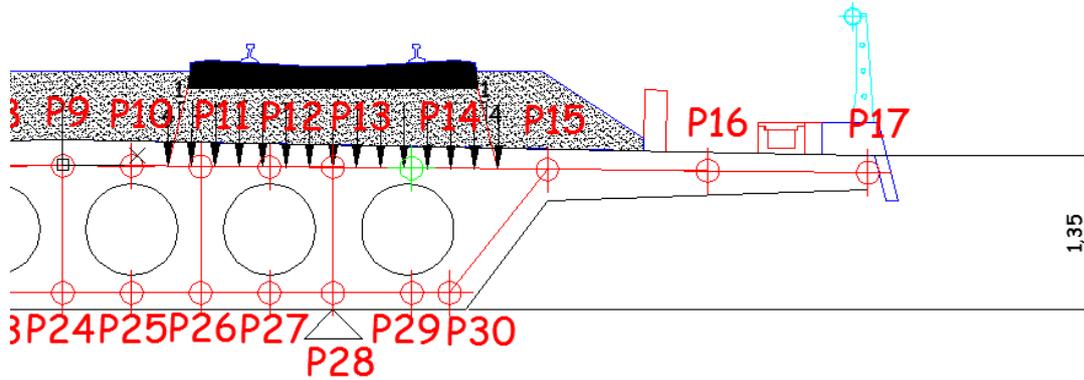


Ilustración 35. Nodo utilizado para obtener datos en luz 16 metros

Para estos nudos, que irán variando en cada modelo, en función de la discretización utilizada y luz estudiada, obtendremos los resultados de desplazamientos y aceleraciones en cada análisis transitorio.

A modo de ejemplo, extraemos en este apartado las gráficas de los desplazamientos y aceleraciones verticales (dirección z) del nudo de estudio para el paso del tren A10 a 370 km/h, para un modelo sin terreno, y utilizando análisis por superposición modal del tablero aislado (luz de 16 metros).

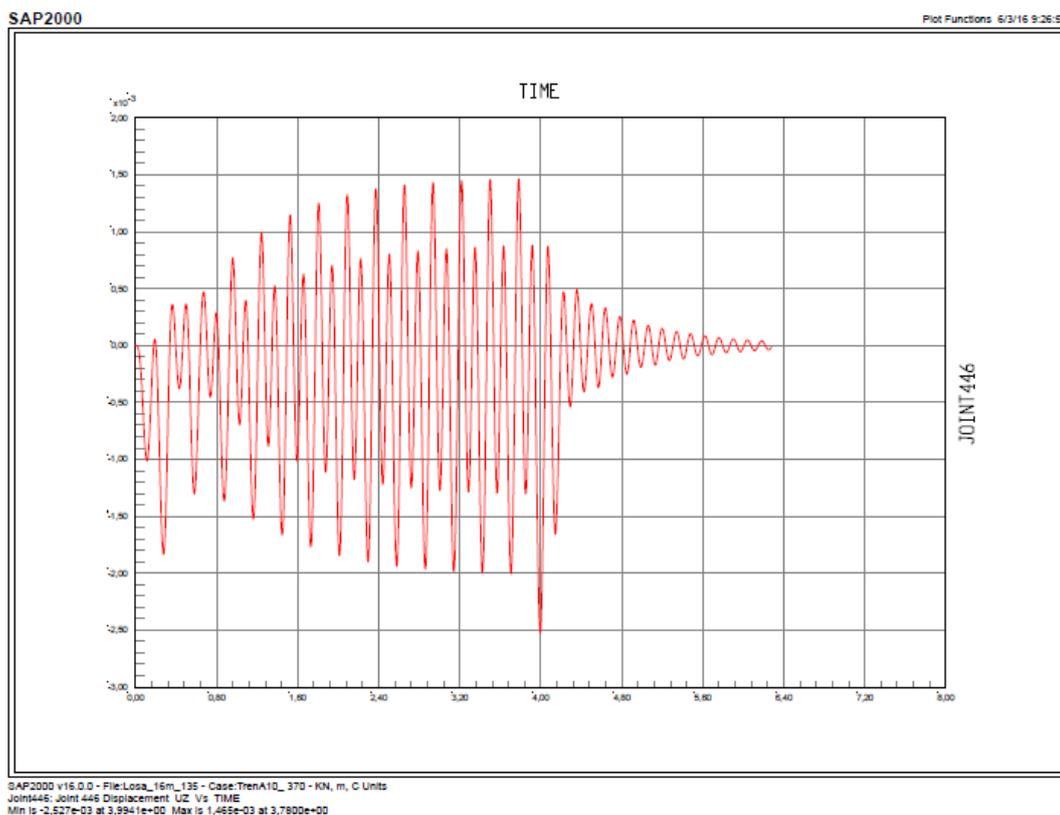


Ilustración 36. Desplazamientos en el nodo 14 para luz de 16 metros

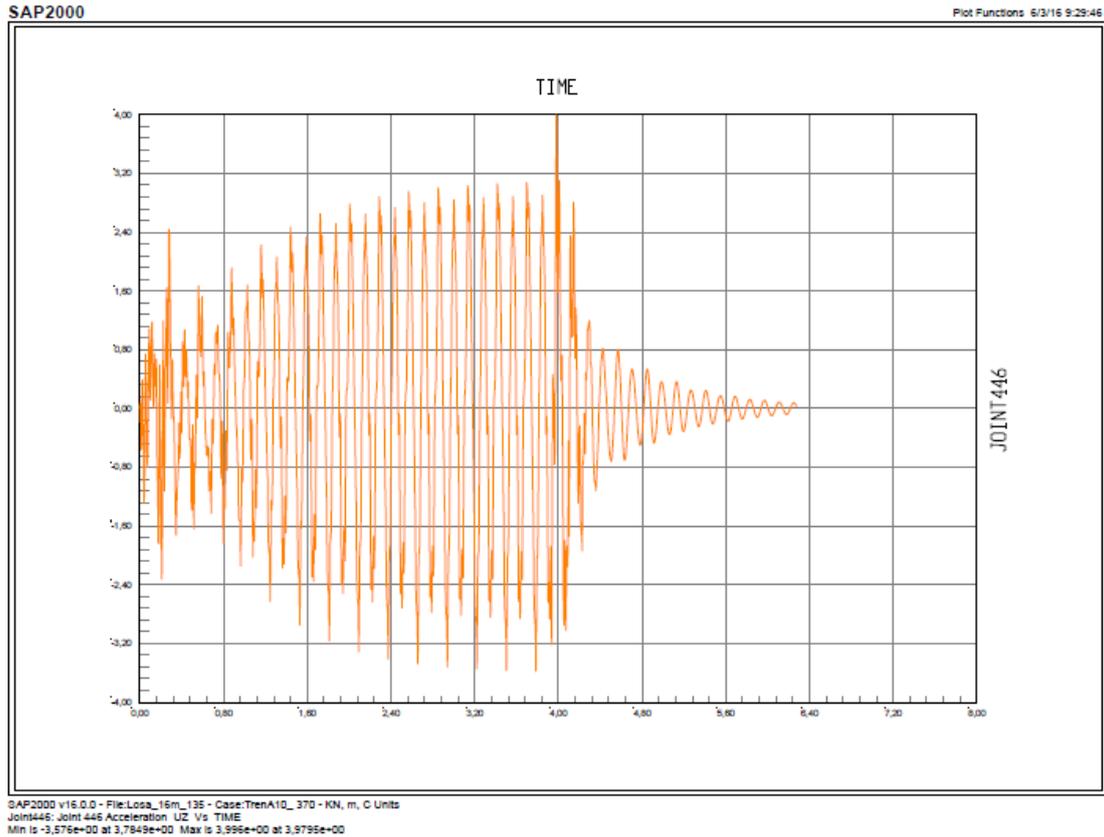


Ilustración 37. Aceleraciones en el nodo 14 para luz de 16 metros

Para valorar estos desplazamientos y aceleraciones, y usarlos en las comparativas y posteriores análisis de sensibilidad, únicamente nos quedaremos con los valores máximos.

Se obtendrán además como resultado de este resumen gráficas de máximos como las siguientes

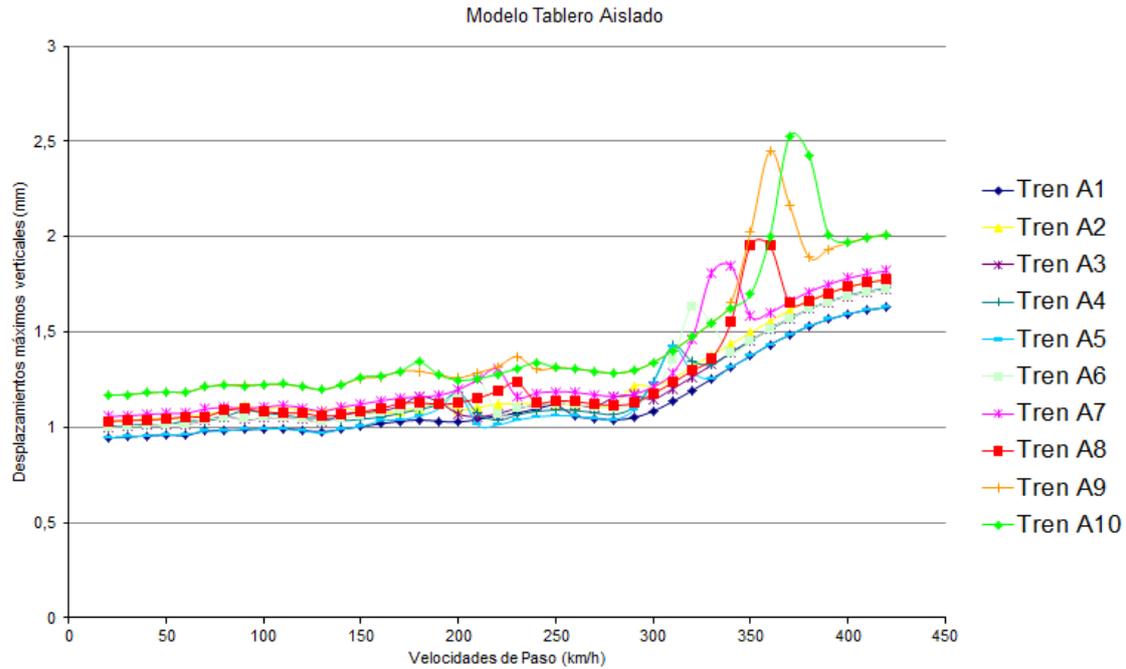


Ilustración 38 Desplazamientos máximos para los distintos tipos de trenes y velocidades de paso

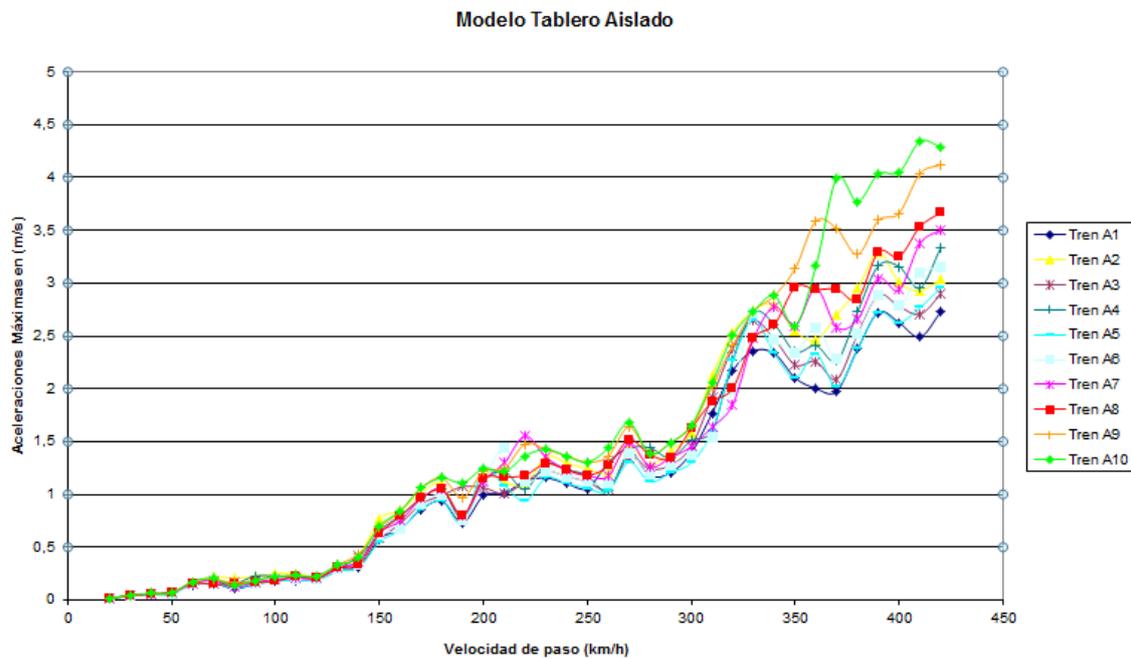


Ilustración 39. Aceleraciones máximas para los distintos tipos de trenes y velocidades de paso

Con los desplazamientos máximos estamos en disposición de evaluar el coeficiente de impacto, que es la relación de la sollicitación dinámica respecto a la estática.

$$\Phi = \frac{\max S_{din,real}}{S_{est,tipo}}$$

Donde:



- $\max S_{din,real}$ : *Solicitud dinámica máxima debida a todos los posibles trenes reales y velocidades de circulación*
- $S_{est,tipo}$ : *Solicitud estática debida al tren tipo definido en 2.3.1.1, situado en la posición más desfavorable.*

Como se puede observar, dicho coeficiente se define en la IAPF-07 , como una relación entre solicitudes, que podría variar de un elemento estructural a otro dentro de la misma estructura , en condiciones normales se puede considerar que existe una relación lineal entre los desplazamientos y las solicitudes del puente:

$$\Phi = \frac{\delta_{din,real}}{\delta_{est,tipo}} = \frac{S_{din,real}}{S_{est,tipo}}$$

Donde:

- $\delta_{est,tipo}, S_{est,tipo}$ : *Son respectivamente la flecha máxima y la solicitud estática máxima para el tren definido en 2.3.1.1 (Tren U.I.C)*
- $\delta_{din,real}, S_{est,tipo}$ : *Son respectivamente la flecha máxima y la solitación dinámica máxima para el tren de cargas real en el rango de velocidades de circulación.*

De esta forma para obtener el coeficiente de impacto, aplicable a las distintas solicitudes estructurales, a partir de la expresión,

$$\Phi = \frac{\max \delta_{din,real}}{\delta_{est,tipo}}$$

En nuestro caso no contamos con el valor de la flecha estática correspondiente al tren tipo UIC, pero a efectos comparativos utilizaremos la correspondiente al tren que produzca el desplazamiento máximo pero a 20 km/h, que se puede considerar como el desplazamiento debido a la solicitud estática.

## 5. Análisis de sensibilidad.

Como se ha podido observar en apartados anteriores, se han realizados dos tipos de modelos muy distintos:

- Modelo de tablero aislado, que es el que se usa normalmente para este tipo de estudios, y que nos servirá de referencia.
- Modelo de estructura completa, incluyendo estribos, cimentación y el terreno afectado por la excitación ( 3 tipos de terreno diferentes, atendiendo a lo expuesto en el apartado 4.3).

Para la realización del análisis de sensibilidad, nos hemos fijado en una única luz, concretamente la de 16 m, por ser una luz intermedia de entre las estudiadas. Los resultados obtenidos de estos análisis de sensibilidad ( que en resumen, nos indicarán si debemos de realizar superposición modal, o integración directa), serán “extrapolados” a las demás luces.



### 5.1. Modelo de tablero aislado.

Para este modelo, se ha realizado un único tipo de análisis, correspondiendo este, a un análisis con superposición modal, con 200 modos.

La masa movilizada, correspondiente a los 200 modos, supone un 99,997 % del total ( la masa movilizada correspondiente a los grados de libertad de desplazamiento vertical es 99,04 %). Estos datos nos indican que la simplificación correspondiente a la superposición modal es suficientemente precisa, y que por tanto no es necesario , realizar un análisis por integración directa.

En la norma NCSP-07, concretamente en su apartado 4.2.4.1 nos indica , que deberán de considerarse en el cálculo todos aquellos modos cuya contribución a la respuesta estructural sea significativa, considerándose que se cumple la condición anterior si la suma de las masas modales movilizadas alcanza al menos el 90 % de la masa total.

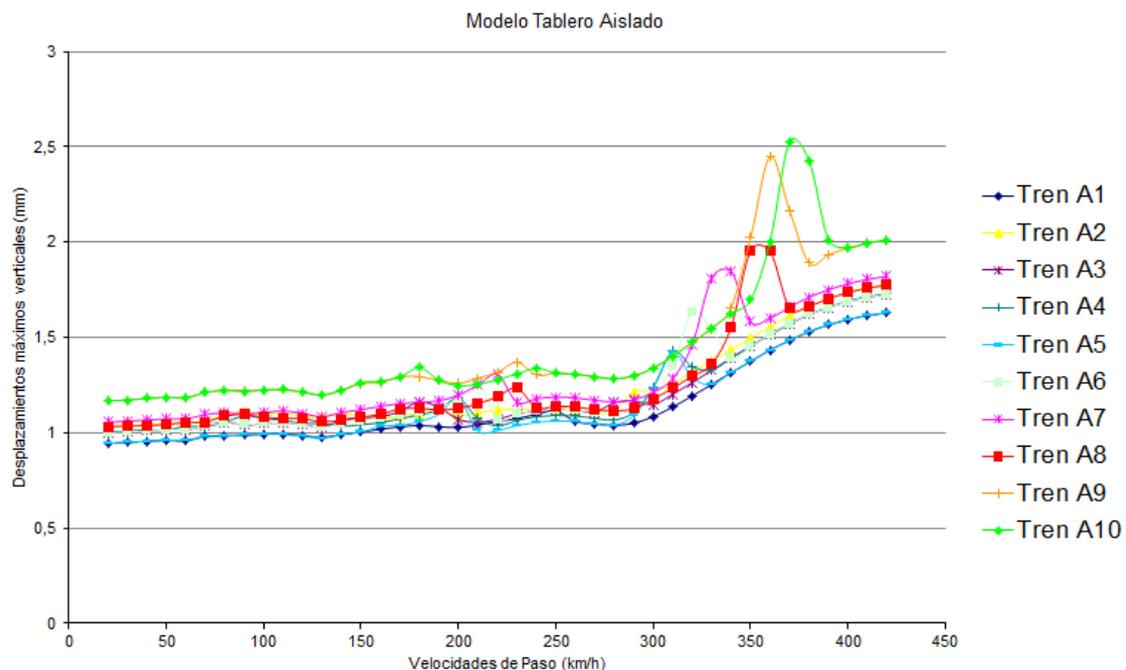


Ilustración 40. Desplazamientos máximos tablero aislado vano 16m

En este caso el coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2,332961112 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,07029808 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2,332961112}{1,07029808} = 2,179730259$$



## 5.2. Modelo de estructura compleja.

El modelo completo, incluyendo además del tablero, los estribos con suficiente precisión (elementos placas y elementos sólidos) y una franja de terreno adecuada en este caso para 16 metros de (76 x 30 x10 m), modelizada con elementos sólidos, resulta inabordable con un análisis de integración directa, por el tiempo de computación necesario (aproximadamente 30 horas de cálculo para cada uno de los 410 transitorios).

Por esa razón no hemos utilizado un análisis de integración directa para todos y cada uno de los trenes, pero si para dos de ellos, correspondiendo estos, a los que producen el mayor desplazamiento vertical en el nodo de estudio en el análisis modal (respuesta máxima).

También debemos de tener en cuenta, que estamos estudiando tres tipos de terrenos, por lo que habrá que hacer el análisis de sensibilidad para cada uno de ellos.

### 5.2.1. Análisis de sensibilidad al número de modos.

Para esta comprobación se han realizado un análisis de sensibilidad al número de modos con 200 500, modos , para el caso de él primer tipo de terreno (E=220 Mpa)

- E=220 MPA (Tipo III)

El porcentaje de masa movilizada para estos estudios para los grados de libertad verticales es de 89.66 % y de 91.25 % , para los 200, 500 modos respectivamente .

En las siguientes gráficas se representan en abscisas las velocidades de paso de las distintas composiciones, y en ordenadas los descensos máximos estimados para el punto de estudio.

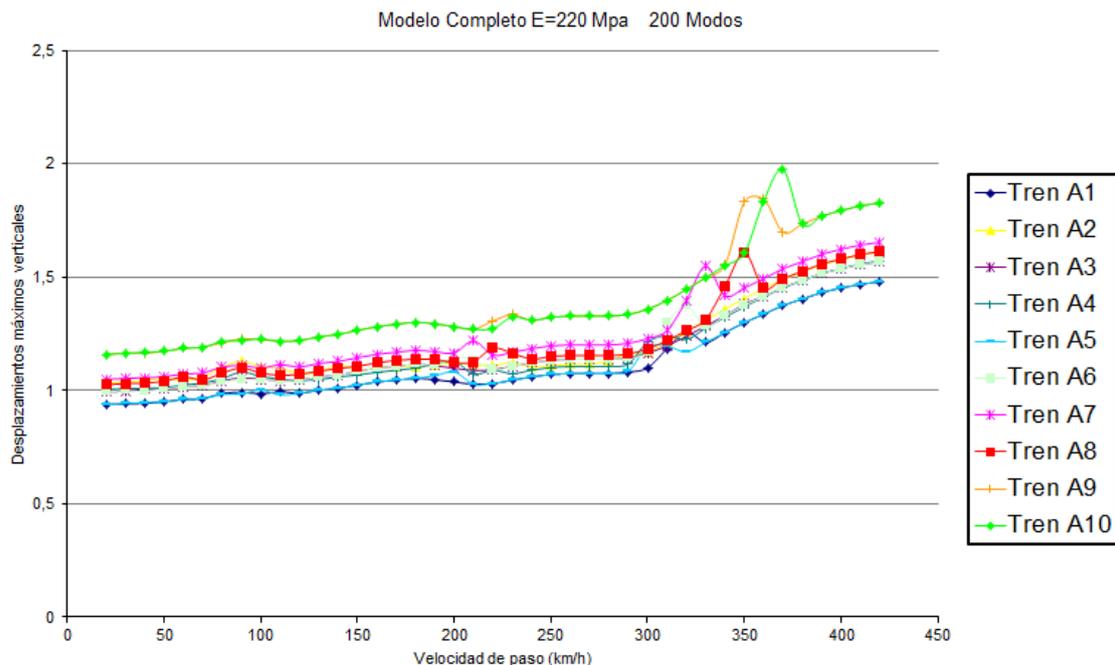


Ilustración 41. Desplazamientos máximos con E=220 Mpa (Tipo III) y 200 Modos



En este caso el coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 1,97514116 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,15906517 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{1,97514116}{1,15906517} = 1,704081195$$

Para el caso de 500 modos nos queda:

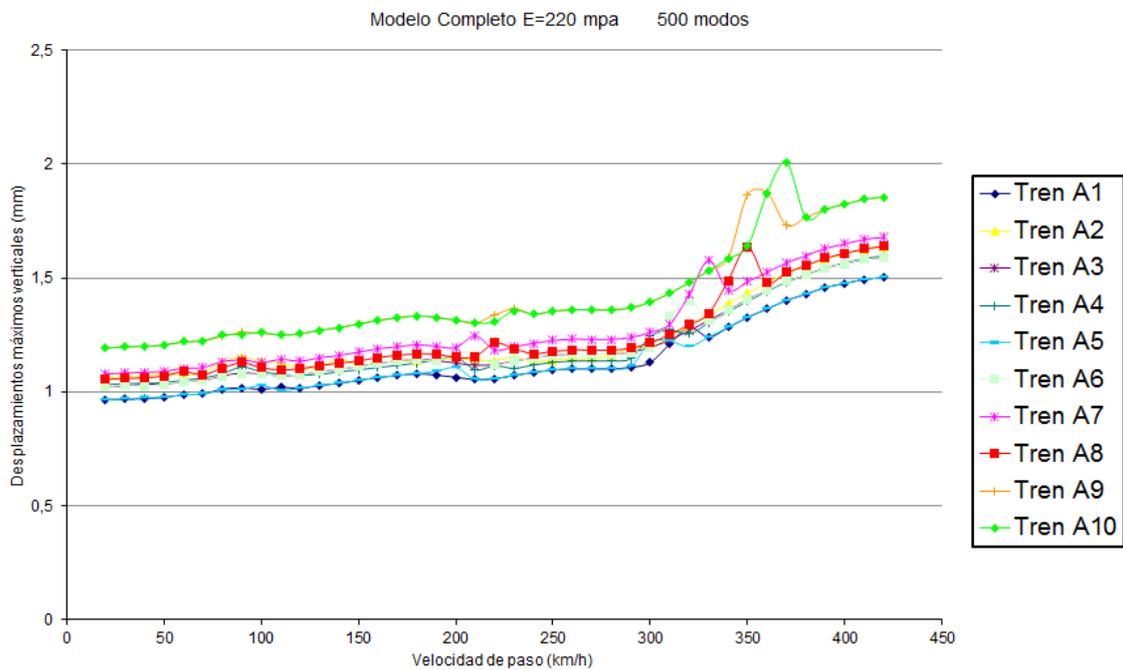


Ilustración 42. Desplazamientos máximos con E=220 Mpa (Tipo III) y 500 Modos

En este caso el coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2,00771213 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,19275247 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2,00771213}{1,19275247} = 1,683259761$$

Llegados a este punto, observamos, que los resultados obtenidos, son prácticamente similares, pero independientemente de ello si comparamos ambas gráficas se ve a simple vista un resultado muy parejo entre ambas formulaciones, con máximos del mismo orden en los mismos rangos para todas las composiciones, en resumen, una misma “forma” de los gráficos presentados.



Como se han indicado al inicio del apartado, se ha realizado, para observar si el análisis por superposición modal, es suficientemente preciso, un análisis de integración directa por el método de Newmark, pero solo para dos tipos de composiciones ( la que producen la resonancia, en este caso , el tren A10 circulando a 370 Km/h, y el tren A10 a 20 km/h), para que el análisis sea abordable computacionalmente. ( Se necesita para un análisis de este tipo unas 30 horas aproximadamente)

Necesitamos por tanto las frecuencias correspondientes al primer y último modo conseguido con el análisis de superposición modal, de acuerdo a la formulación presentada:

$$\omega_1 = 15,244 \frac{rad}{seg}$$

$$\omega_{500} = 132,46 \frac{rad}{seg}$$

De esta manera podemos sacar los coeficientes de Rayleigh, que por recordar, son los descritos en la ecuación (48) , (49), y (50) del presente documento, y que sirven en definitiva, para determinar la matriz de amortiguamiento:

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_{500}}{\omega_1 + \omega_{500}} = 2 * 0,03 \frac{15,244 * 132,46}{15,244 + 132,46} = 0.82024329$$

$$\beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_{200}} = 2 * 0,03 \frac{1}{15,244 + 132,46} = 0,00040622$$

Realizando el correspondiente análisis, obtenemos los siguientes resultados

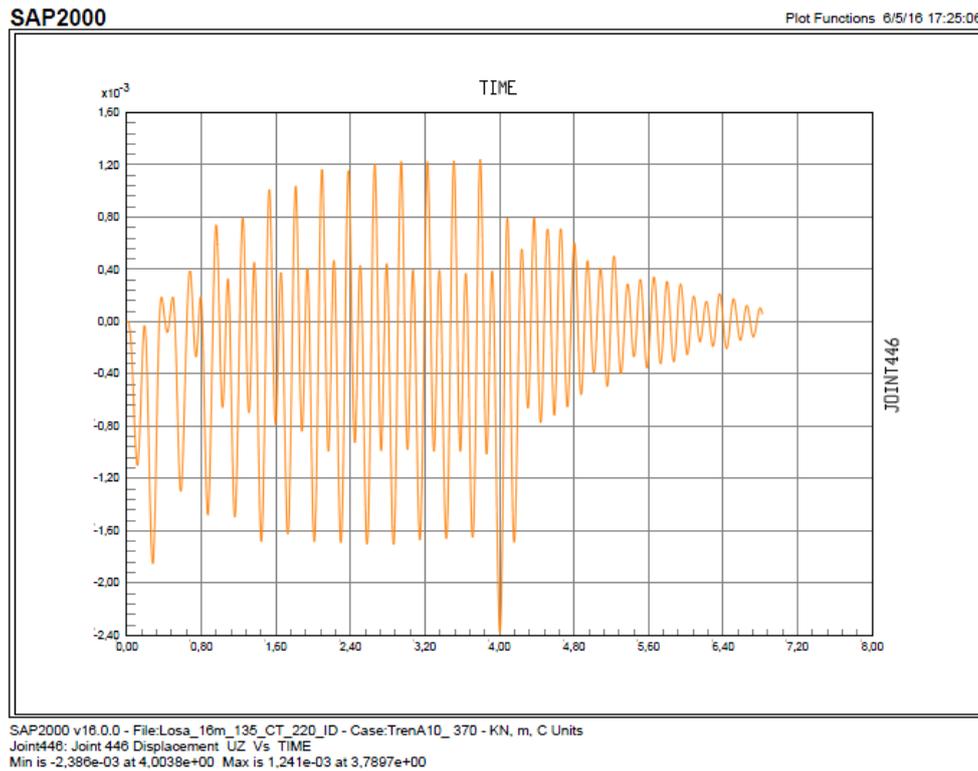


Ilustración 43. Desplazamientos producidos por el tren A10 a 370 Km/h

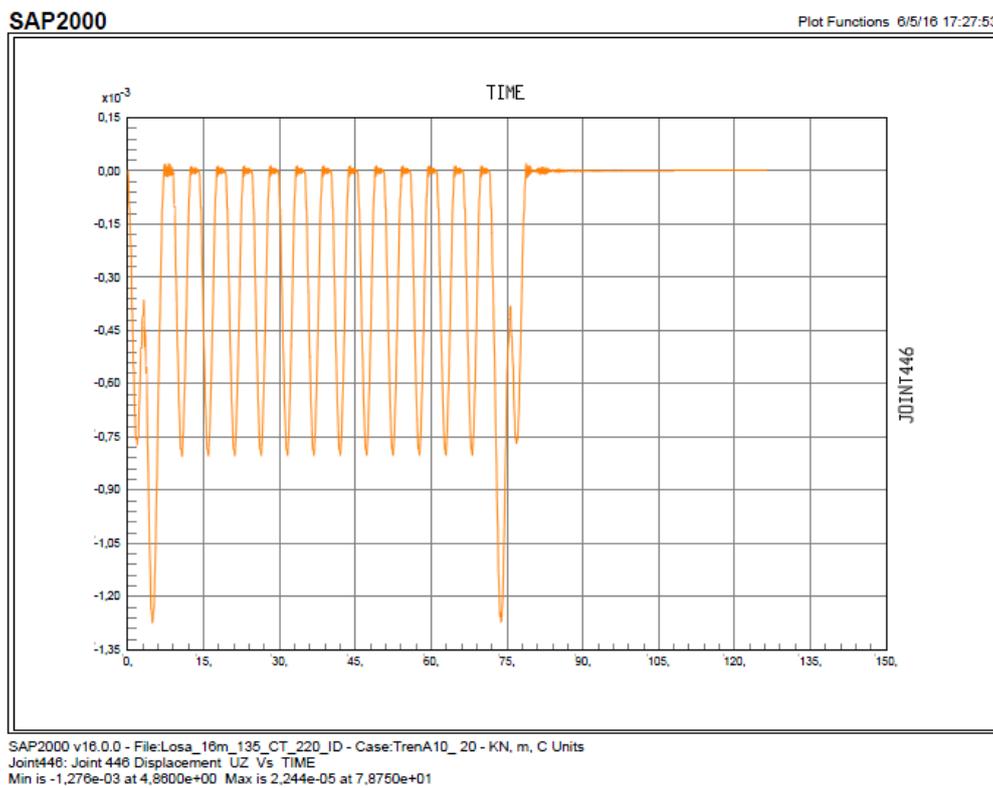


Ilustración 44. Desplazamientos producidos por el tren A10 a 20 Km/h



El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2,386 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,276 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2,386}{1,276} = 1.869905956$$

A modo de resumen los resultados obtenidos en el apartado son los contenidos en el siguiente Cuadro resumen:

**Tabla 2. Resumen datos obtenidos terreno 220 Mpa (Tipo III)**

Tipo análisis	Desp A10 370 (mm)	Desp A10 20 (mm)	Coef. Impacto
200 Modos	1,97514116	1,15906517	1,704081195
500 Modos	2,00771213	1,19275247	1,683259671
Integración Directa	2,386	1,276	1,869905956

### 5.2.2. Análisis de sensibilidad a la rigidez del terreno.

Para poder constatar, hasta qué punto el modelo de la subestructura y el terreno es importante o influyente en la respuesta dinámica de la estructura, vamos a analizar el modelo con los tres tipos de terreno, que se determinaron en el apartado 4.3 ( E=220 (Mpa) , E=880 (Mpa), E=3096 (Mpa)). El primero de los terrenos ya se ha estudiado en el apartado anterior.

Para el análisis de sensibilidad de la rigidez del terreno , a la vista de los resultados obtenidos , en el modelo con E=220 Mpa, se decidió hacer dos análisis con superposición modal, con 200 y 500 modos respectivamente, y uno con integración directa, para las composiciones que producen la respuesta máxima.

- E=880 Mpa (Tipo II)

El porcentaje de masa movilizada para estos estudios para los grados de libertad verticales es de 85.36 % y de 91.25 % , para los 200, 500 modos respectivamente .

En las siguientes gráficas se representan en abscisas las velocidades de paso de las distintas composiciones, y en ordenadas los descensos máximos estimados para el punto de estudio, al igual que en el caso anterior.

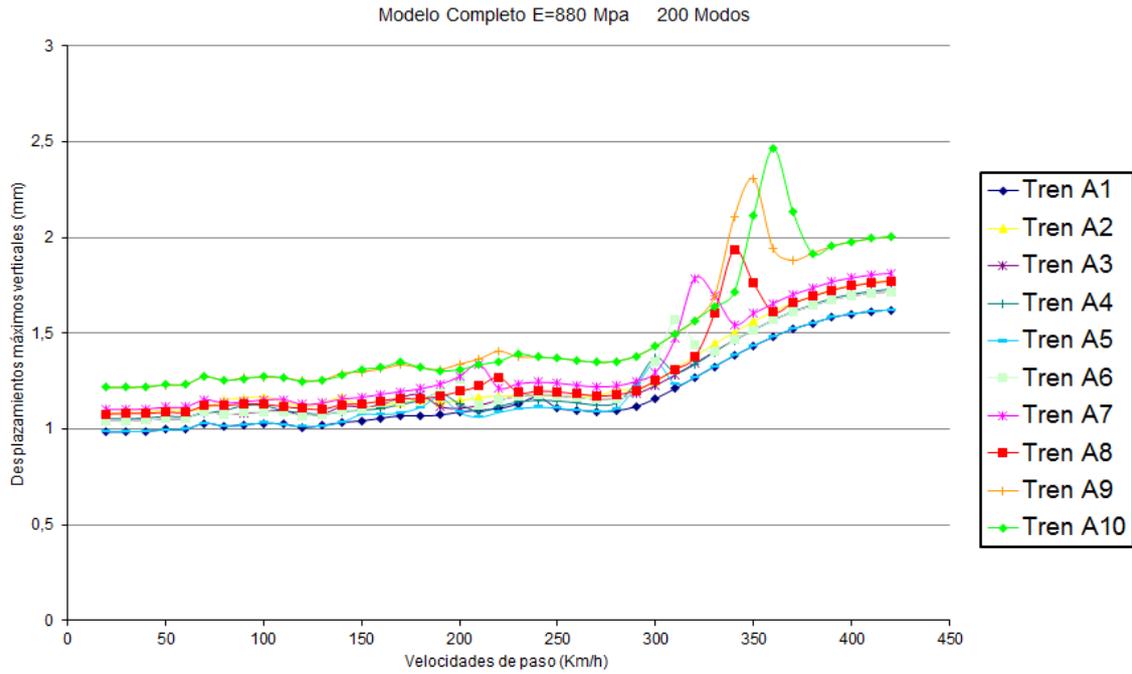


Ilustración 45.Desplazamientos máximos con E=880 Mpa (Tipo II) y 200 Modos

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2,46357931 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 360 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,21774884 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2,46357931}{1,21774884} = 2.023060281$$

Para el caso de 500 modos obtenemos;

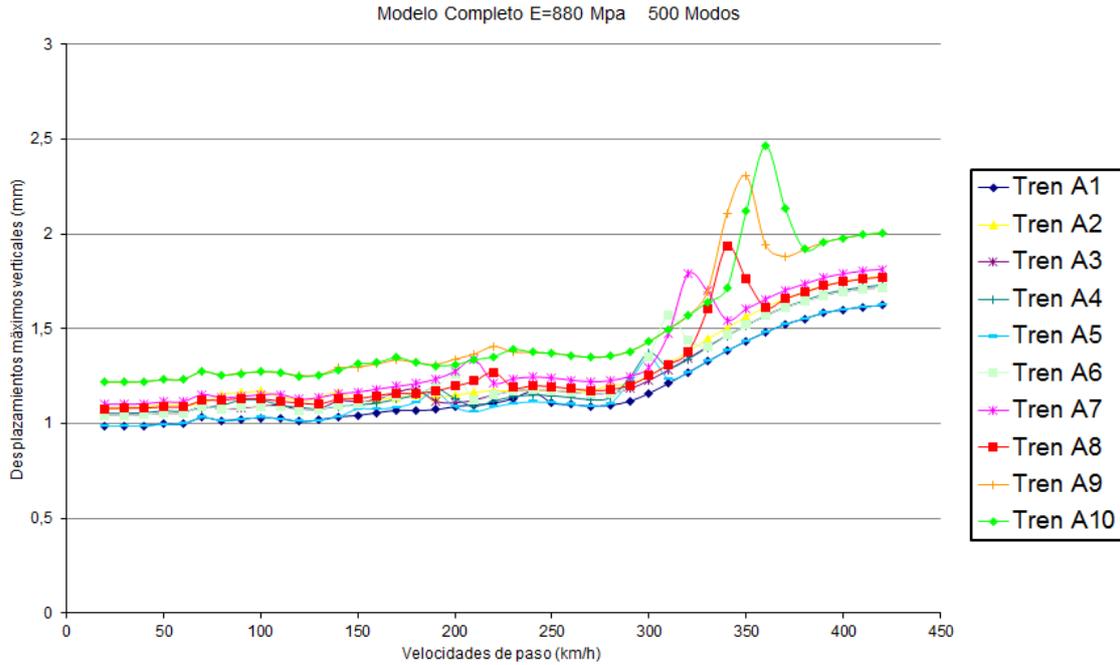


Ilustración 46.Desplazamientos máximos con E=880 Mpa (Tipo II) y 500 Modos

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2,46374507 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 360 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,2189957 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2,46374507}{1,2189957} = 2.021126957$$

Al igual que en el caso anterior, vamos a realizar un análisis de integración directa, para observar, la bondad de los resultados obtenidos por superposición modal. De igual forma, se realiza el análisis de integración directa, para dos tipos de composiciones, concretamente en este caso el tren A10 circulando a 360 km/h y el tren A10 circulando a 20 km/h.

Los coeficientes de Rayleigh, en este caso, puesto que las frecuencias obtenidas son las siguientes:

$$\omega_1 = 30.321 \frac{rad}{seg}$$

$$\omega_{500} = 261.63 \frac{rad}{seg}$$

Siendo los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  los siguientes:



$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_{500}}{\omega_1 + \omega_{500}} = 2 * 0.03 \frac{30.321 * 261.63}{30.321 + 261.63} = 1,63031808$$

$$\beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_{200}} = 2 * 0,03 \frac{1}{30.321 + 261.63} = 0,00020551$$

Realizando el correspondiente análisis, obtenemos los siguientes resultados:

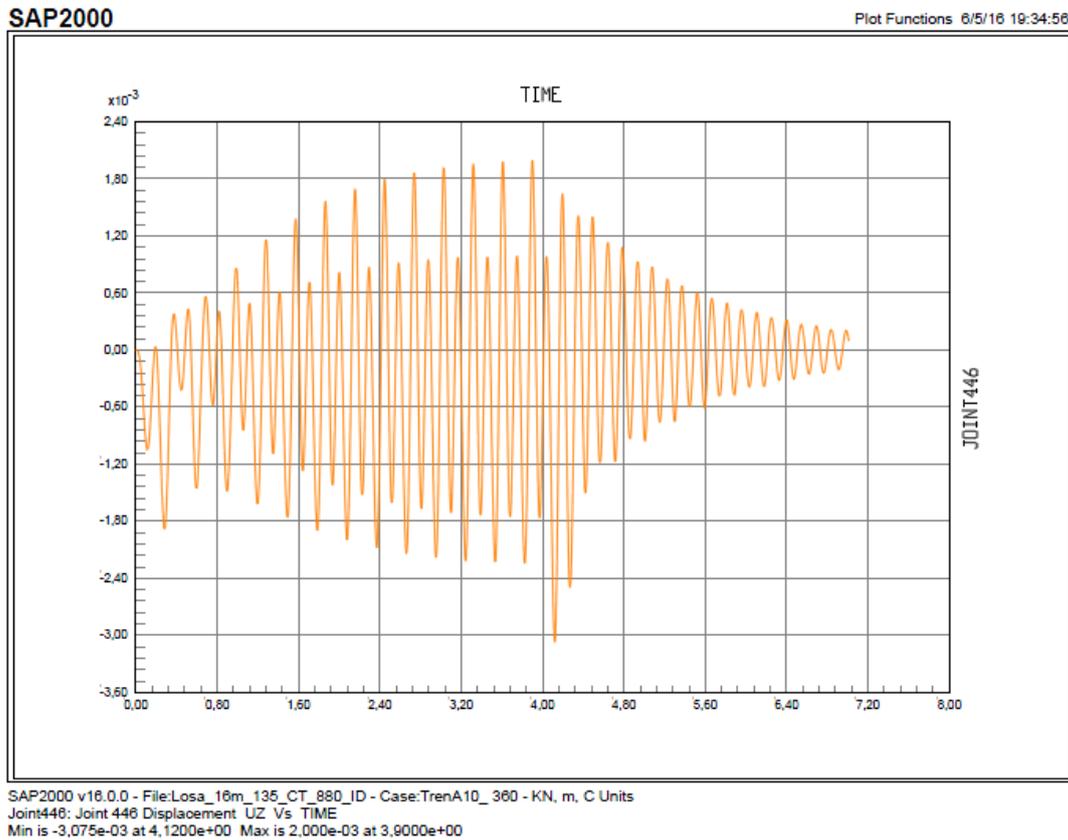


Ilustración 47.Desplazamientos producidos por el tren A10 a 360 Km/h

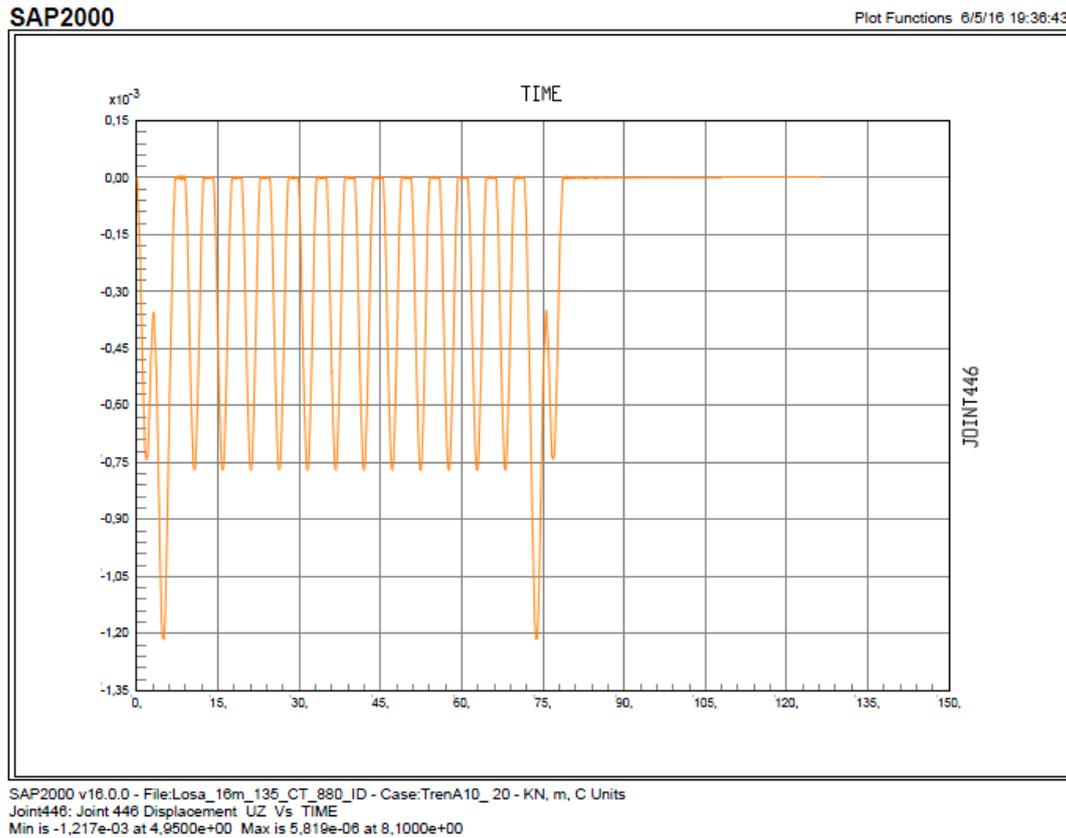


Ilustración 48. Desplazamientos producidos por el tren A10 a 20 Km/h

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 3.075 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 360 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1,217 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{3.075}{1.217} = 2.526705012$$

A modo de resumen los resultados obtenidos en el apartado son los contenidos en el siguiente cuadro:

Tabla 3. Resumen datos obtenidos terreno 880 Mpa

Tipo análisis	Desp A10 360 (mm)	Desp A10 20 (mm)	Coef. Impacto
200 Modos	2,46357931	1,21774884	2,023060281
500 Modos	2,46374507	1,2189957	2,021126957
Integración Directa	3,075	1,217	2,526705012



- E=3096 Mpa (Tipo I)

Tal y como se ha realizado en el caso anterior, unos análisis de superposición modal para 200 y 500 modos, en este apartado , se harán de igual forma, solo que para un terreno con un módulo de Elasticidad de E = 3096 (Mpa), según lo definido en el apartado 4.3, del documento.

El porcentaje de masa movilizada para estos estudios para los grados de libertad verticales es de 86.31 % y de 91.32 % , para los 200, 500 modos respectivamente .

En las siguientes gráficas se representan en abscisas las velocidades de paso de las distintas composiciones, y en ordenadas los descensos máximos estimados para el punto de estudio, al igual que en el caso anterior.

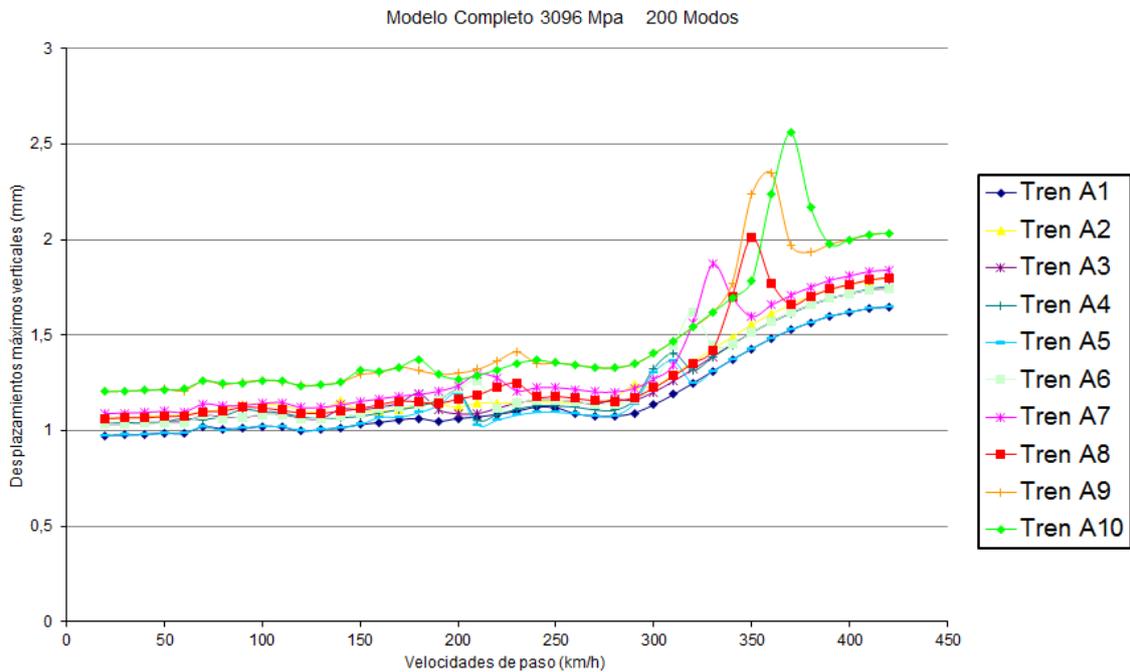


Ilustración 49.Desplazamientos máximos con E=3096 Mpa (Tipo I) y 200 Modos

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2.55734888 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1.20471281 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2.55734888}{1.20471281} = 2.122787156$$

Para el caso de 500 modos, obtenemos;

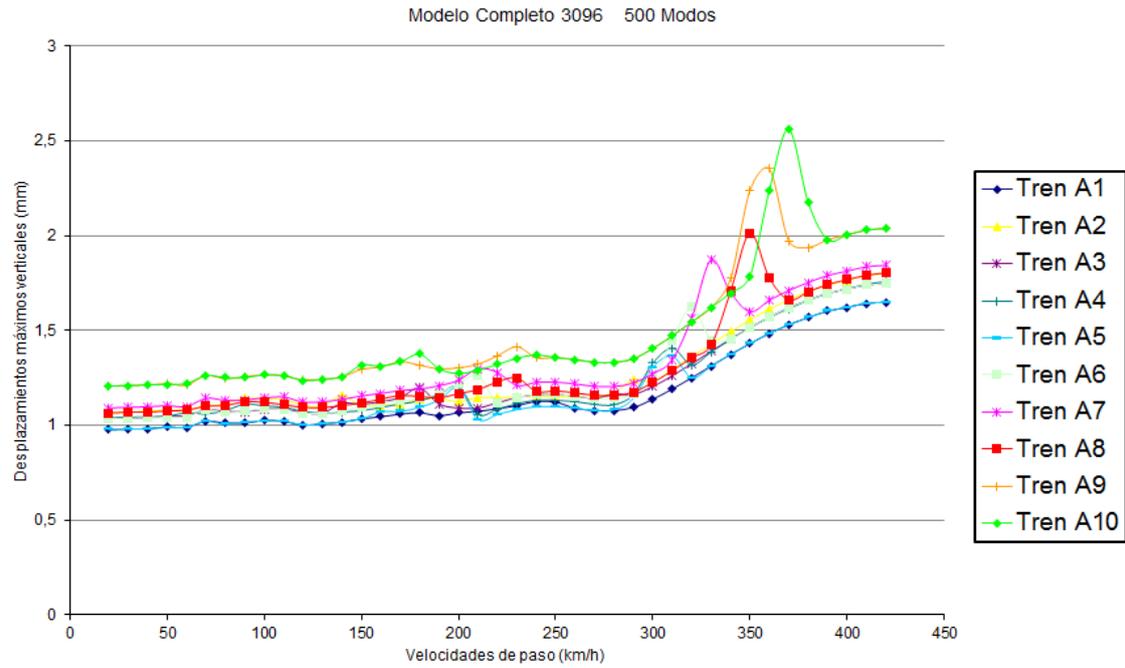


Ilustración 50 Desplazamientos máximos con  $E=3096$  Mpa (Tipo I) y 500 Modos

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2.559424958 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1.206837817 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2.559424958}{1.206837817} = 2.120769604$$

Realizaremos de igual modo, un análisis de integración directa, para ver si el comportamiento es similar, como en los casos anteriores. Es por ello que debemos de determinar los valores  $\alpha$  y  $\beta$ , de Rayleigh; según los valores de frecuencia del primer y último modo:

$$\omega_1 = 44.238 \frac{rad}{seg}$$

$$\omega_{500} = 480.84 \frac{rad}{seg}$$

Siendo los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  los siguientes:

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_{500}}{\omega_1 + \omega_{500}} = 2 * 0.03 \frac{44.238 * 480.84}{44.238 + 480.84} = 2.43065601$$

$$\beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_{200}} = 2 * 0.03 \frac{1}{44.238 + 480.84} = 0,00011427$$



Realizando el correspondiente análisis, obtenemos los siguientes resultados:

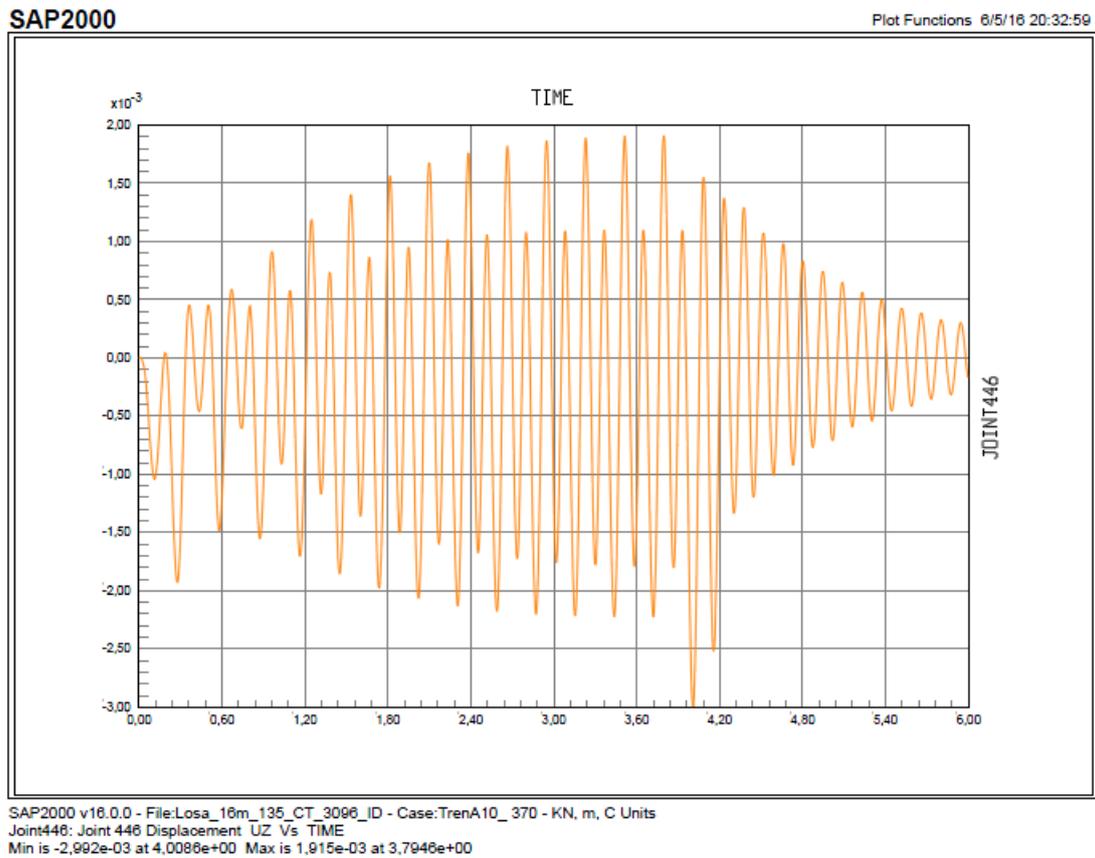


Ilustración 51.Desplazamientos producidos por el tren A10 a 370 km/h

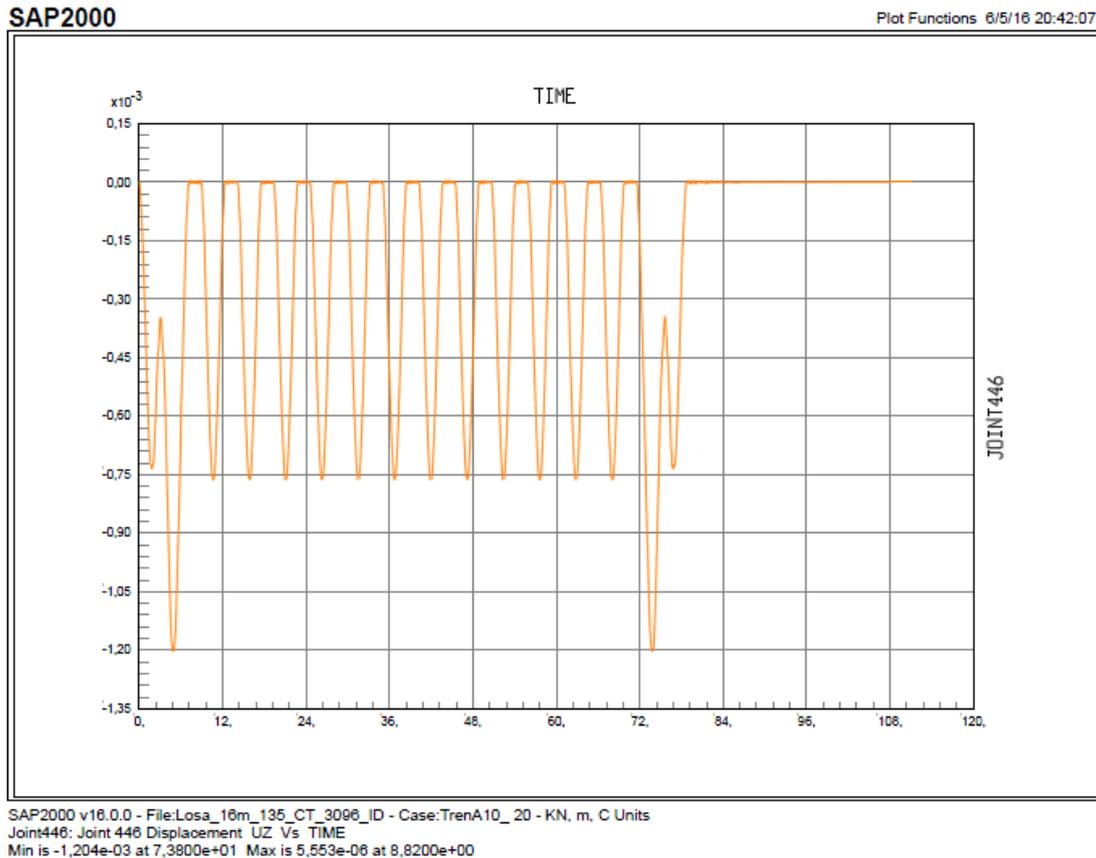


Ilustración 52.Desplazamientos producidos por el tren A10 a 20 km/h

El coeficiente de impacto que obtenemos es:

$$\delta_{din,real} = 2.992 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 370 km/h)}$$

$$\delta_{est,tipo} = 1.024 \text{ (Correspondiente al tren A10 circulando a 20 km/h)}$$

$$\Phi = \frac{2.992}{1.024} = 2.9218$$

A modo de resumen los resultados obtenidos en el apartado son los contenidos en el siguiente cuadro:

Tabla 4.Resumen datos obtenidos terreno 3096 Mpa (Tipo I).

Tipo análisis	Desp A10 370 (mm)	Desp A10 20 (mm)	Coef. Impacto
200 Modos	2.559424958	1.20471281	2.122787156
500 Modos	2.559424958	1.206837817	2.120769604
Integración Directa	2.992	1.024	2.853515625

Una vez estudiado los 3 tipos de terreno, nos damos cuenta de que existe una diferencia notable entre los estudios realizados con superposición modal y los análisis de integración directa, como se puede observar en la siguiente tabla:



Tabla 5. Resumen resultados análisis sensibilidad

	Tipo análisis	Desplazamiento Máx (mm)	Desplazamiento 20(km/h) (mm)	Coef. Impacto
Tipo III E=220 Mpa	200 Modos	1,97514116	1,15906517	1,704081195
	500 Modos	2,00771213	1,19275247	<b>1,683259671</b>
	Integración Directa	2,386	1,276	<b>1,869905956</b>
Tipo II E=880 Mpa	200 Modos	2,46357931	1,21774884	2,023060281
	500 Modos	2,46374507	1,2189957	<b>2,021126957</b>
	Integración Directa	3,075	1,217	<b>2,526705012</b>
Tipo I E=3096 Mpa	200 Modos	2,559424958	1,20471281	2,122787156
	500 Modos	2,559424958	1,206837817	<b>2,120769604</b>
	Integración Directa	2,992	1,024	<b>2,853515625</b>

La diferencia de resultados en porcentaje es, con respecto un análisis de superposición modal de 500 modos y de integración directa de:

Tabla 6. Diferencia entre análisis superposición modal e integración directa

	Tipo análisis	Coef. Impacto	%
Tipo III E=220 Mpa	500 Modos	1,683259671	<b>11,088</b>
	Integración Directa	1,869905956	
Tipo II E=880 Mpa	500 Modos	2,021126957	<b>25,014</b>
	Integración Directa	2,526705012	
Tipo I E=3096 Mpa	500 Modos	2,120769604	<b>34,550</b>
	Integración Directa	2,853515625	

Como podemos observar, las diferencias son tanto mayores, cuanto mayor es el módulo de elasticidad del terreno. Las formas de las gráficas, son muy similares entre si, y los máximos se producen aproximadamente para las mismas composiciones, variando solo entre ellas la velocidad (entre 360 y 370 km/h).

Estos máximos están asociados a alguna frecuencia natural del sistema que se excita en ese entorno.

Finalmente se realiza una tabla donde aparecen los coeficientes de impacto, para esta luz, en función de si es tablero aislado ( con análisis de superposición modal), y de modelo completo, con los tres tipos de terreno evaluados:



Tabla 7. Coeficiente de impacto obtenidos para luz de 16 metros

Modelo	Coef. Impacto
Tablero aislado	2,179730259
Tipo III (E=220 Mpa)	1,869905956
Tipo II (E=880 Mpa)	2,526705012
Tipo I(E= 3096 Mpa)	2,853515625

El resultado que obtenemos, del análisis de sensibilidad, es por tanto algo peculiar. Debemos de tener sumo cuidado, en la elección del número de modos, con estos tipos de análisis, pues al contrario de como ocurre en la mayoría de las estructuras, en este caso la inclusión de los últimos modos, puede cambiar considerablemente los resultados ( no cumpliendo lo que se recomienda en la NCSP-07). De hecho, en el modelo completo de E=220 Mpa, con 500 modos, el desplazamiento máximo es del orden de un 11 % menor que el que se obtendría con todos los modos (integración directa). Estas diferencias aumentan notablemente, cuando aumenta la rigidez del terreno, llegando a obtener diferencias del 34,5 % en el modelo completo con E=3096 Mpa.

A la vista de los resultados, se realizará un análisis modal para cada uno de las luces estudiadas, y para cada tipo de terreno, con el objeto de identificar, que tipo de composición y a qué velocidad es la que crea la excitación , para posteriormente, realizar un análisis de integración directa con dichos datos. Todo esto se realiza para el compendio de la totalidad de las luces estudiadas, que se han presentado en el apartado 1.4.

En el apartado de resultados se incluirán las diferencias que existen , en la totalidad de las luces estudiadas, entre realizar un análisis con superposición modal e integración directa, tanto en lo que se refiere al coeficiente de impacto obtenido y a las aceleraciones de los nodos en cuestión.

Esto indica que los errores que se cometen al hacer un análisis por superposición modal, son apreciables, comparados con los resultados al realizar integración directa. De ahí la decisión de realizar análisis de integración directa para cada una de las luces estudiadas.



## 6. Resultados.

En este apartado, se recopilarán los resultados más significativos, y de forma resumida, de los modelos realizados. Como recordatorio, al apartado 1.4, se vuelve a presentar, cuáles han sido los modelos realizados, concretamente 17:

Tabla 8. Modelos realizados

Luz	Canto	Tipo
5	0,40	maciza
6	0,5	maciza
7	0,60	maciza
8	0,70	maciza
9	0,75	maciza
10	0,85	maciza
12	1	maciza
14	1,15	aligerada
16	1,35	aligerada
18	1,5	aligerada
20	1,70	aligerada
22	1,85	aligerada
24	2	aligerada
25	2,10	aligerada
26	2,15	aligerada
28	2,35	aligerada
30	2,5	aligerada

El objeto de alguna manera, es constatar hasta qué punto el modelo de la subestructura y el terreno es importante o influyente en la respuesta dinámica de la estructura, comparado con los modelos habituales de análisis, que sólo incluyen el tablero aislado, y consideran sus apoyos infinitamente rígidos en la dirección vertical.

Empezamos con el modelo de 5m, para el modelo de tablero aislado, obteniendo los siguientes valores de desplazamientos y aceleraciones máximas, para un nodo central del vano, que se encuentra bajo la vía que estamos cargando.

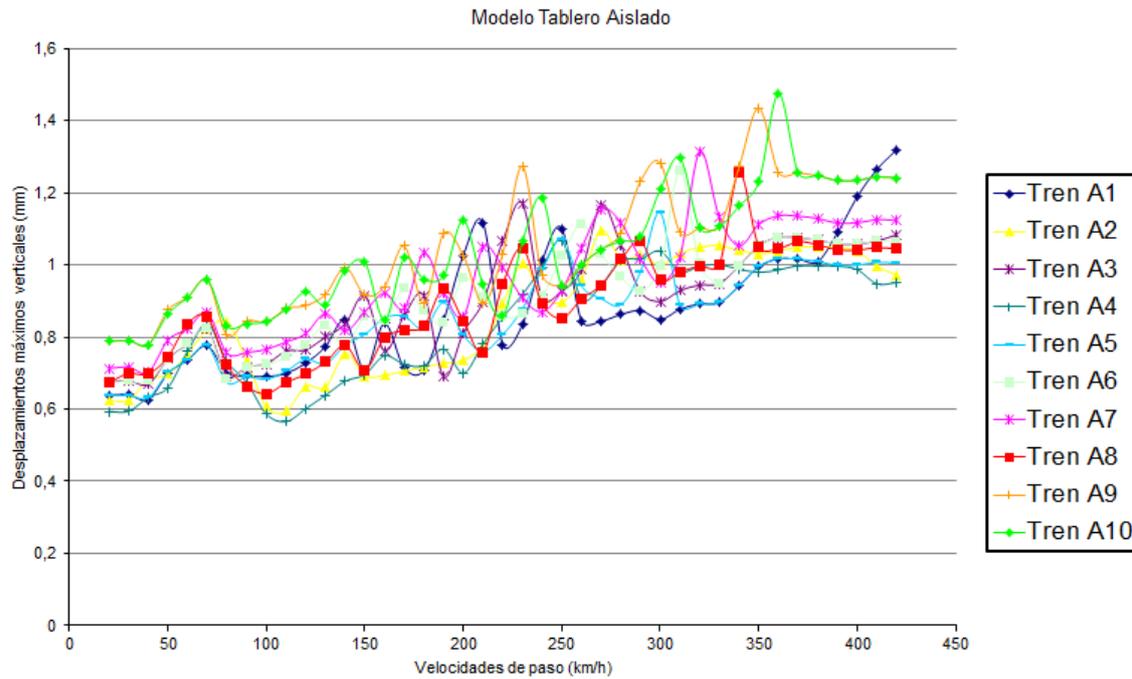


Ilustración 53. Desplazamientos máximos verticales tablero aislado luz 5m.

Es importante, obtener las aceleraciones máximas, que se producen en el nodo que estamos estudiando, sabiendo que en la IAPF-07, se indica, concretamente en su apartado 4.2.1, que debemos de establecer limitaciones en las deformaciones dinámicas y aceleraciones de los tableros de los puentes para asegurar que la rodadura de los vehículos ferroviarios se realice en condiciones adecuadas de seguridad y confort para los usuarios

Además en el apartado 4.2.1.1.1 aparece que la aceleración vertical del tablero máxima cumplirá:

- $a_{\text{máx}} \leq 0.35 g$  en puentes de vía con balasto
- $a_{\text{máx}} \leq 0.5 g$  en puentes de vía sin balasto

Por tanto en este caso las aceleraciones en  $(m/s^2)$ , no podrán ser superiores a  $3.4335 (m/s^2)$ .

Para el caso de tablero aislado las aceleraciones máximas son:

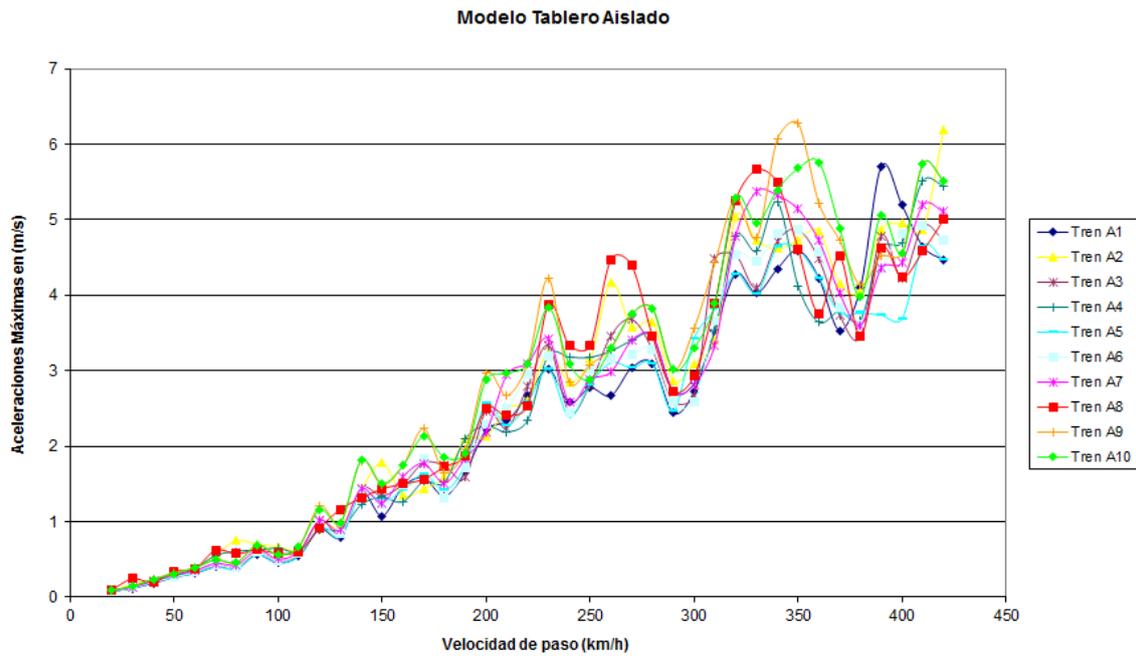


Ilustración 54. Aceleraciones máximas verticales tablero aislado luz 5m.

Llegados a este punto, comenzamos a obtener resultados de los modelos completos (con terreno), para los 3 tipos de terreno obtenidos en el apartado 4.3.

- E=220 Mpa (Tipo III)

Los desplazamientos máximos son, para un análisis con superposición Modal:

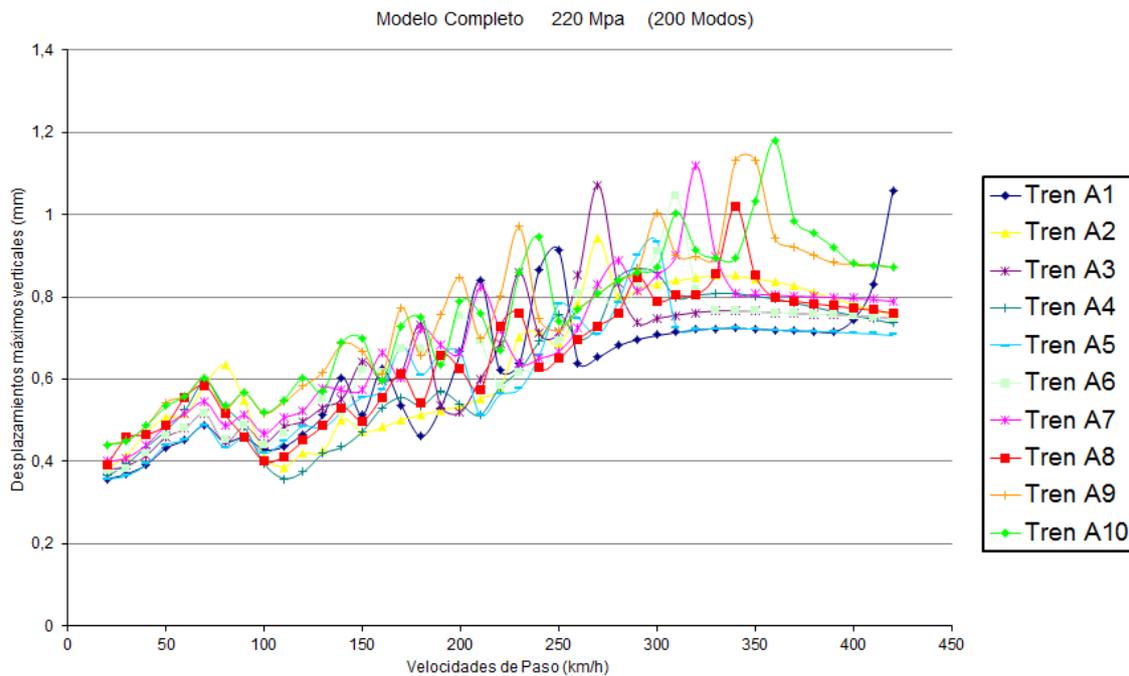


Ilustración 55. Desplazamientos máximos verticales tablero con terreno E=220 Mpa (Tipo III) luz 5m.



De este gráfico, y tras lo presentado en el análisis de sensibilidad, lo más importante, no es el desplazamiento máximo, sino el tipo de tren y la velocidad que produce dicho desplazamiento, para poder realizar con dichos datos el análisis de integración directa, obteniendo lo siguiente:

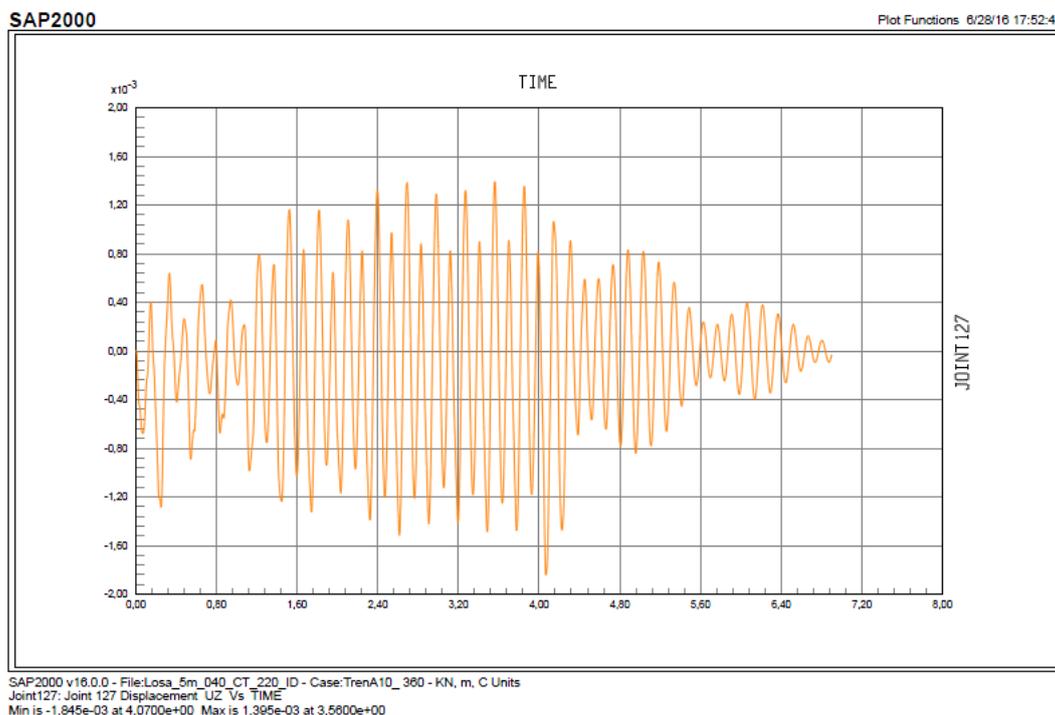


Ilustración 56.Desplazamiento máximo vertical nodo de estudio E=220 Mpa (Tipo III) luz 5m ID

De igual forma, las aceleraciones máximas que obtenemos son:

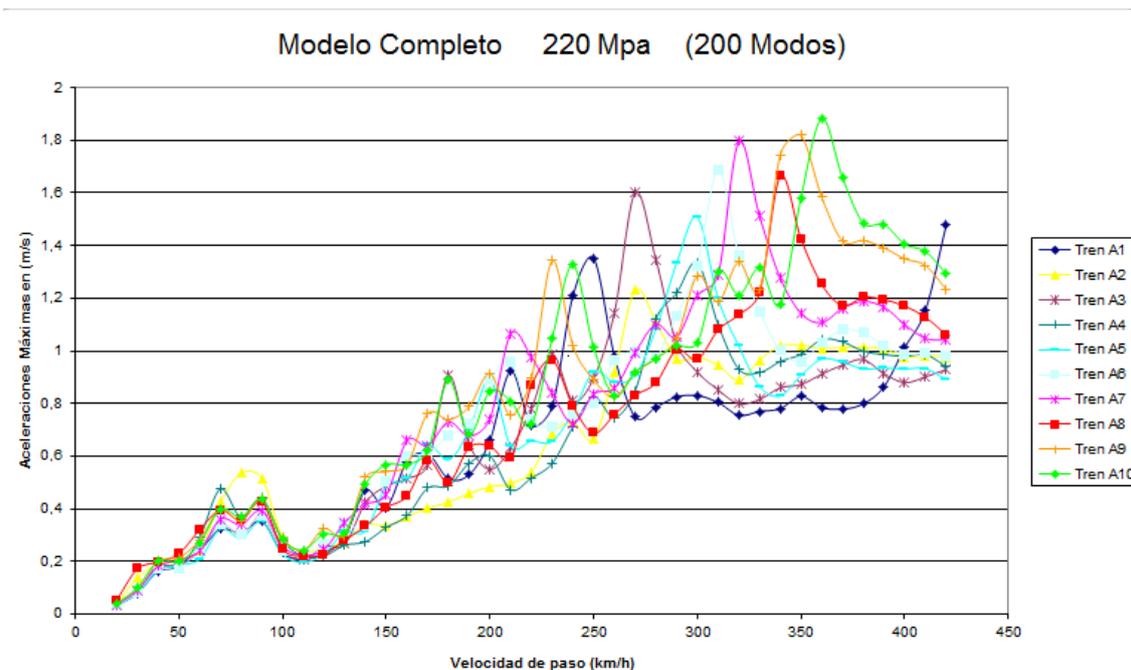


Ilustración 57.Aceleraciones máximas verticales tablero con terreno E=220 Mpa (Tipo III) luz 5m.



Del análisis de integración directa se obtiene, en lo que aceleraciones se refiere:

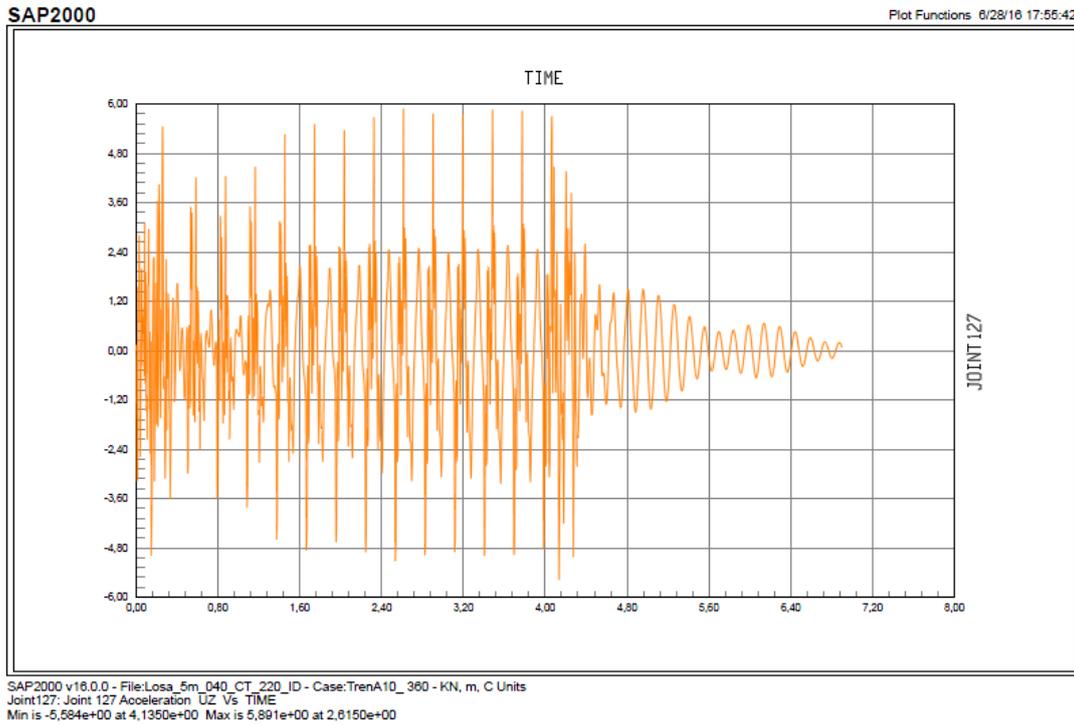


Ilustración 58. Aceleración máxima vertical nodo de estudio E=220 Mpa (Tipo III) luz 5m ID

- E=880 Mpa (Tipo II)

En este caso los desplazamientos máximos que obtenemos son:

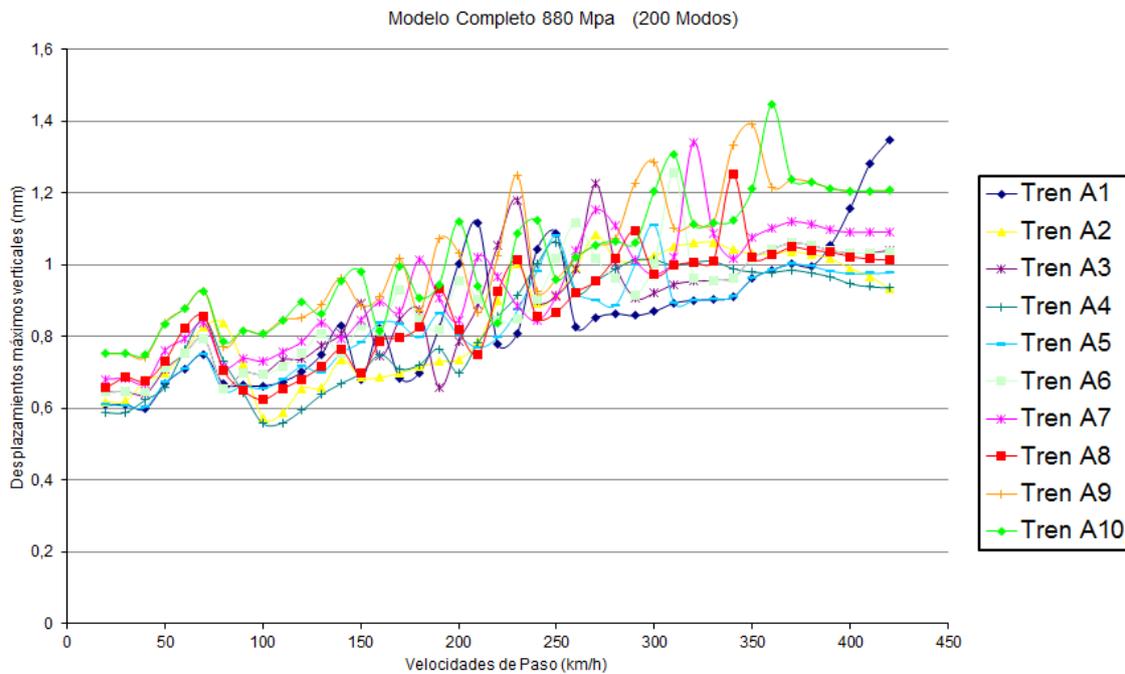


Ilustración 59 .Desplazamientos máximos verticales tablero con terreno E=880 Mpa (Tipo II) luz 5m.

Con integración directa se obtiene:

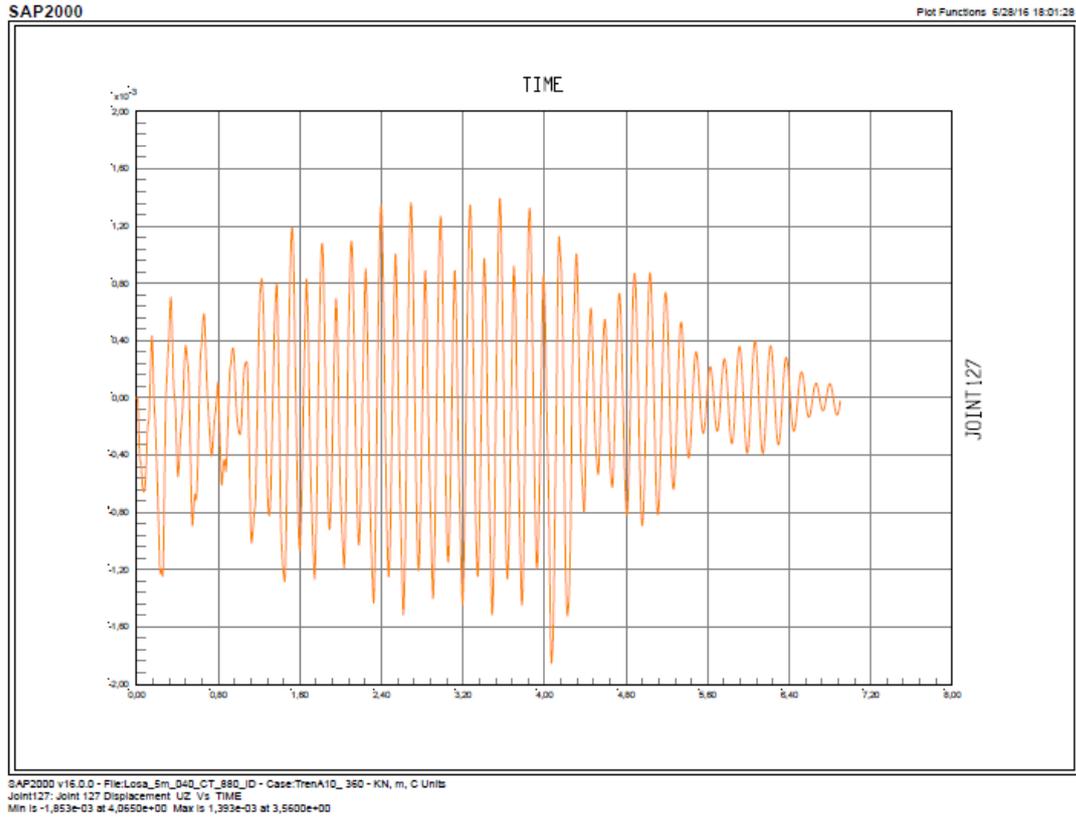


Ilustración 60.Desplazamiento máximo vertical nodo de estudio E=880 Mpa (Tipo II) luz 5m ID

En cuanto a las aceleraciones máximas , nos queda:

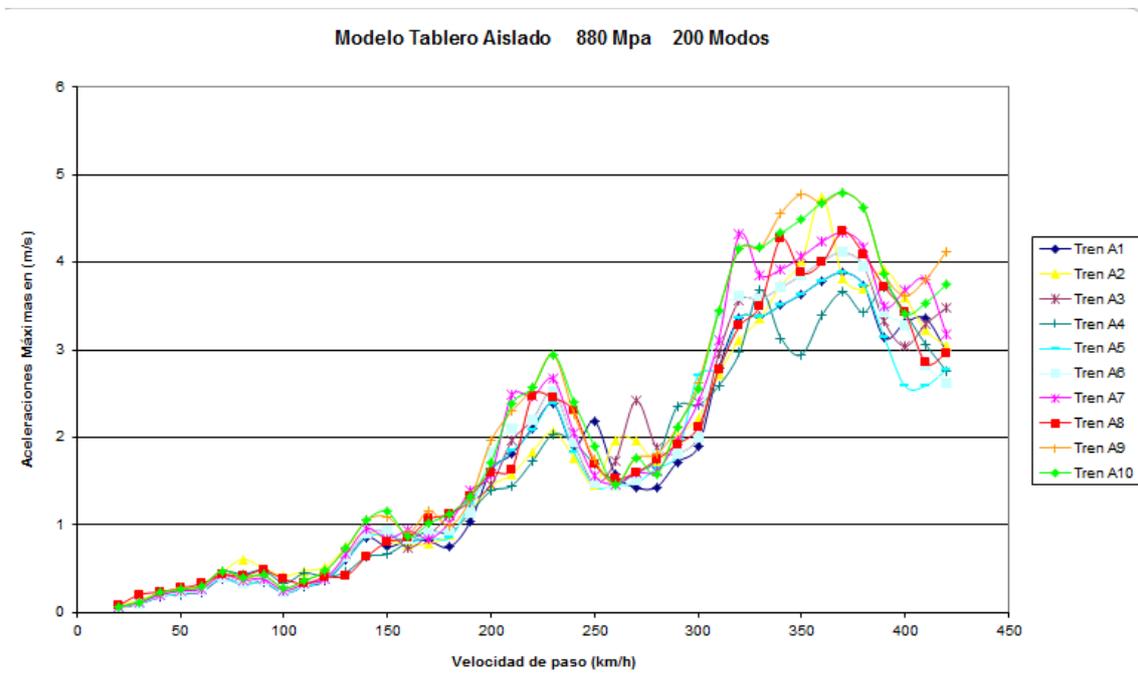
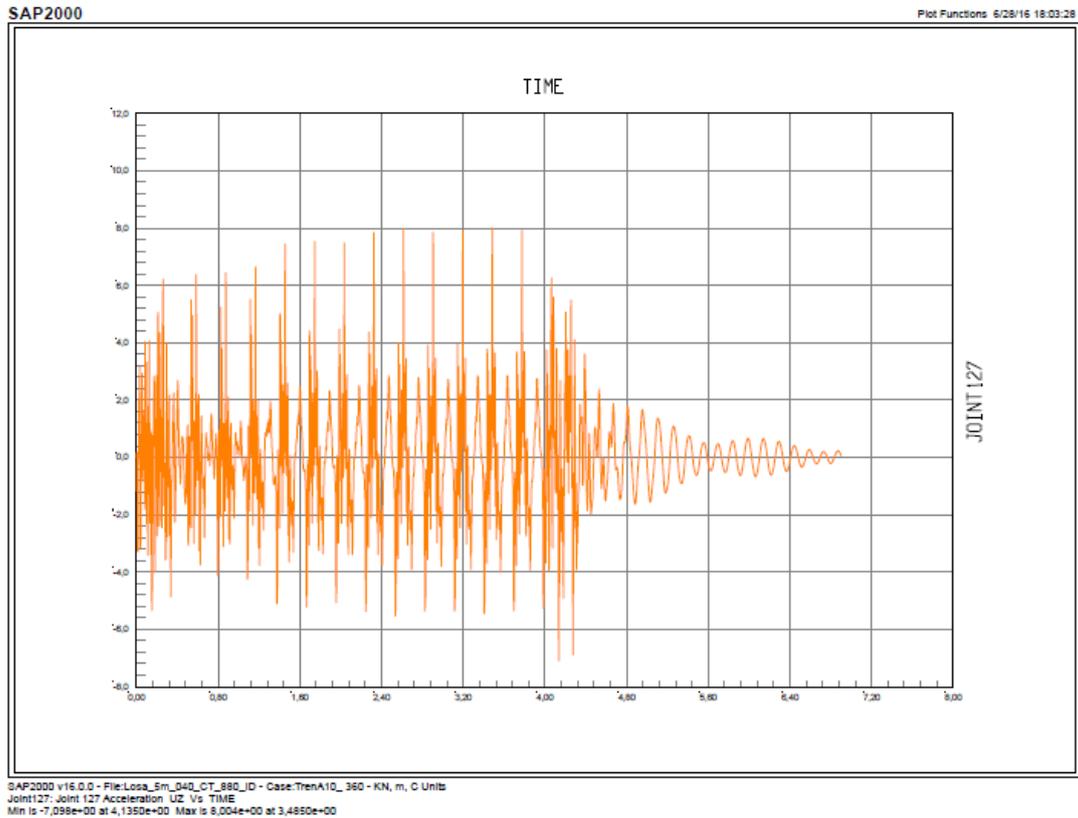


Ilustración 61.Aceleraciones máximas verticales tablero con terreno E=880 Mpa (Tipo II) luz 5m.

Y con integración directa;



**Ilustración 62. Aceleración máxima vertical nodo de estudio E=880 Mpa (Tipo II) luz 5m ID**

- E=3096 Mpa (Tipo I)

En este caso los desplazamientos máximos que obtenemos son:

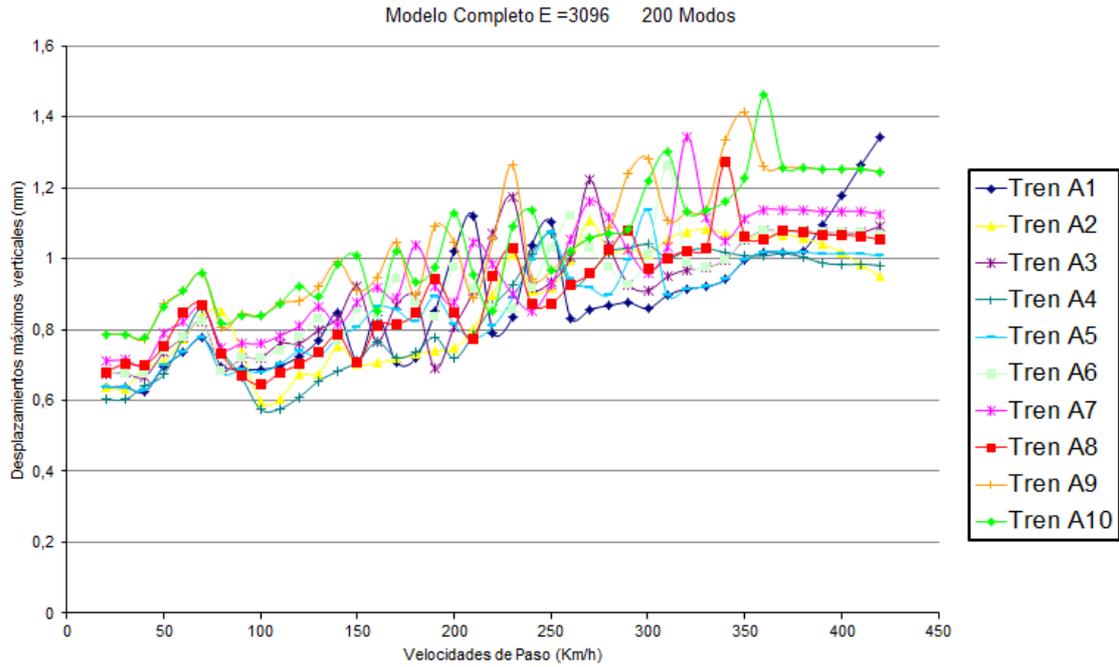


Ilustración 63.Desplazamientos máximos verticales tablero con terreno E=3096 Mpa (Tipo I) luz 5m.

Con integración directa se obtiene:

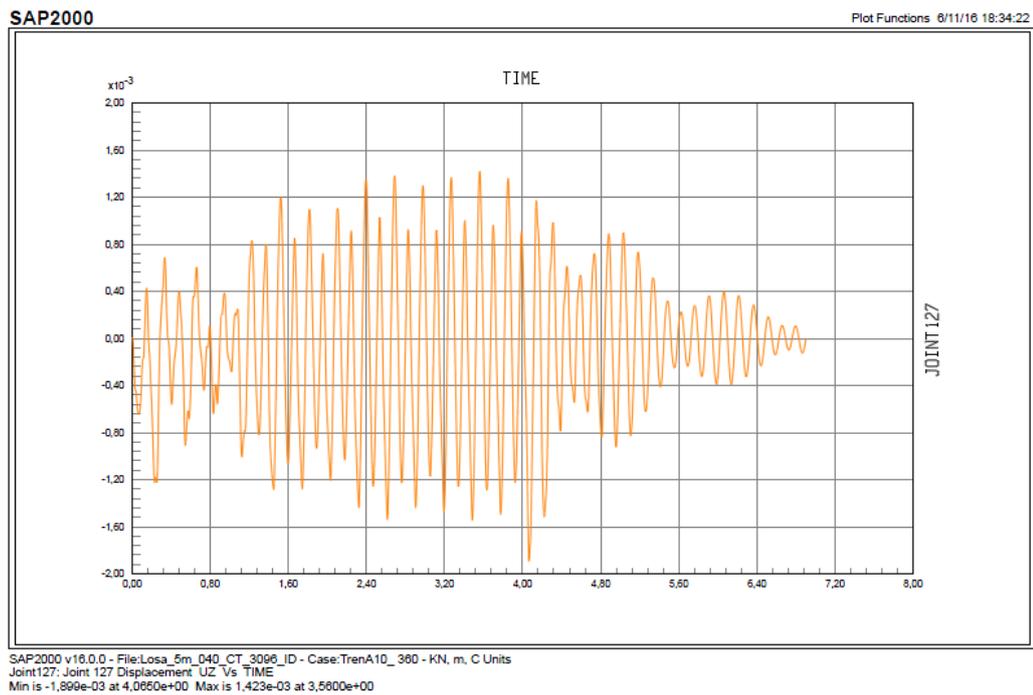


Ilustración 64.Desplazamientos máximos verticales tablero con terreno E=3096(Tipo I) luz 5m ID.

En cuanto a las aceleraciones máximas , nos queda:



Modelo Tablero Completo E=3096 200 Modos

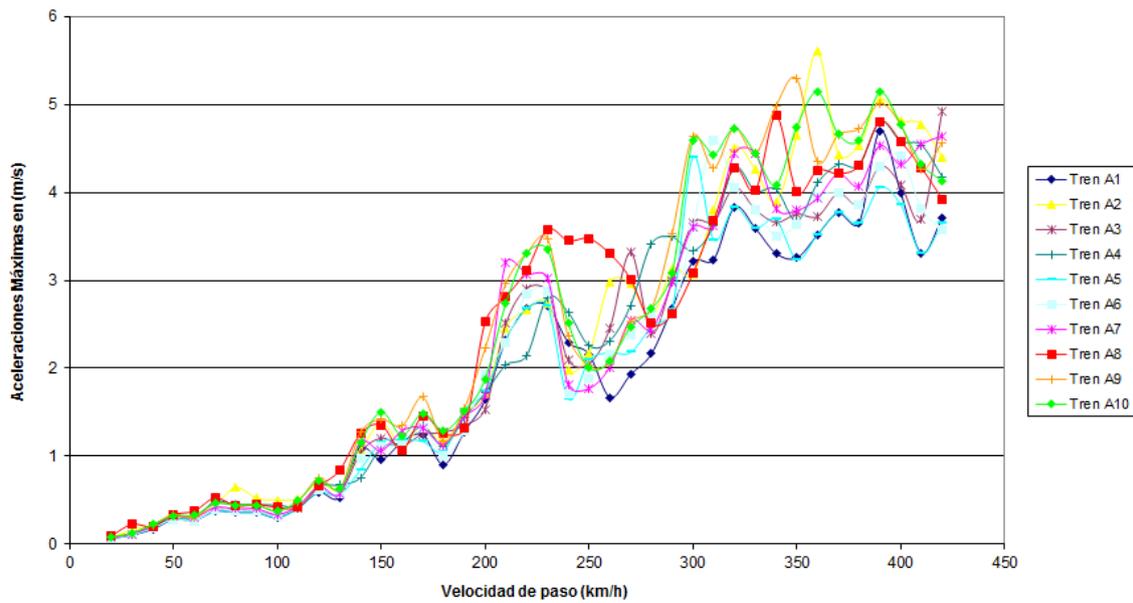


Ilustración 65. Aceleraciones máximas verticales tablero con terreno E=3096 Mpa (Tipo I) luz 5m.

Y con Integración Directa,

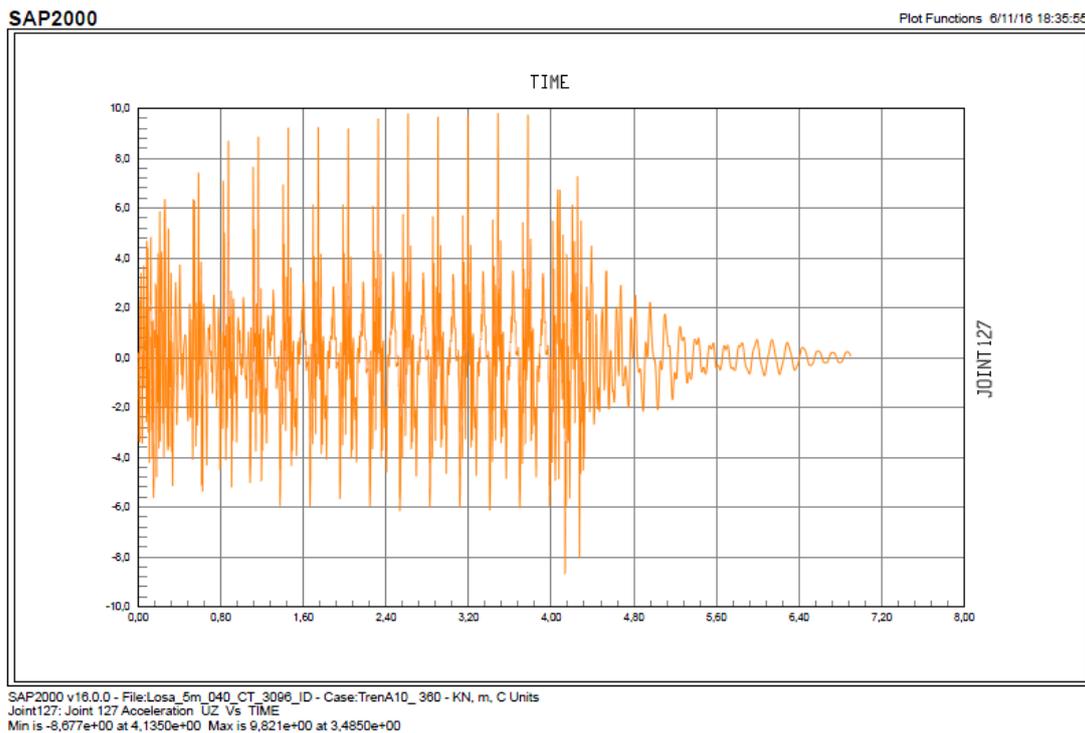


Ilustración 66. Aceleraciones máximas verticales tablero con terreno E=3096 Mpa (Tipo I) luz 5m ID



Para las siguientes luces, de igual forma se han obtenido las mismas gráficas, que para el caso de la luz de 5 m, sin embargo, no vamos a incluirlas todas en el presente documento, para no aumentar en demasía el mismo. Si se incluirán unas tablas resumen, como la presentada anteriormente, para cada una de las luces estudiadas.

No se debe intentar comparar estos coeficientes de impacto con los habituales en el cálculo de estructuras de este tipo, porque en esos casos la deformación estática tipo corresponde al tren UIC que genera mayores flechas que los trenes reales y por eso los coeficientes de impacto que estamos obteniendo son sensiblemente mayores.

Únicamente, pretenden usarse como comparación con el análisis incluyendo el terreno.

Como resumen a los resultados obtenidos para todas las luces nos queda:



Tabla 9 Resultados obtenidos para luz 5m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
5	Tablero Solo	S.M.	1,475651672	0,788328396	6,28	0,091387236	1,87187431
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,177738768	0,441761012	1,883499142	0,038854867	2,666008852
		I.D.	1,845	0,8648	5,584	0,3956	2,133441258
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,444851464	0,753259172	4,796307692	0,070116839	1,91813325
		I.D.	1,853	0,867	7,098	0,4319	2,137254902
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,462282951	0,786731841	5,602882342	0,068477761	1,858680271
I.D.		1,8999	0,8552	9,821	1,099	2,221585594	

Tabla 10. Resultados obtenidos para luz 6m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
6	Tablero Solo	S.M.	1,316204672	0,654055805	5,373634862	0,060411105	2,012373656
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,301177466	0,570187794	3,154721892	0,052840903	2,282015645
		I.D.	1,714	0,7225	5,447	0,4636	2,372318339
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,327275425	0,661585368	4,707829601	0,074355913	2,006204322
		I.D.	1,612	0,6945	6,241	0,5779	2,321094312
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,342007531	0,663166456	4,492146943	0,064149702	2,023636026
I.D.		1,616	0,6821	7,508	0,6204	2,369154083	



Tabla 11. Resultados obtenidos para luz 7m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
7	Tablero Solo	S.M.	1,246919897	0,580364473	4,323886483	0,03580454	2,148511763
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,208966647	0,565203923	3,080962712	0,034389615	2,138991961
		I.D.	1,584	0,7038	4,076	0,1753	2,250639386
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,217074414	0,594118325	3,336185944	0,038776791	2,048538757
		I.D.	1,529	0,6126	4,348	0,2157	2,495919034
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,290814567	0,587288195	3,665345828	0,044442789	2,197923572
I.D.		1,516	0,6013	4,84	0,238	2,521204058	

Tabla 12. Resultados obtenidos para luz 8m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
8	Tablero Solo	S.M.	1,545920161	0,613847817	4,366772422	0,033066553	2,51840948
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,403625062	0,452697208	3,704759582	0,023914916	3,100582546
		I.D.	1,735	0,6573	4,542	0,1805	2,639586186
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,361235801	0,555955806	3,636076083	0,027702633	2,448460447
		I.D.	1,761	0,6198	4,898	0,2043	2,841239109
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,64879148	0,63100186	4,235980147	0,032195165	2,612974041
I.D.		1,856	0,6459	6,87	0,2352	2,873509831	



Tabla 13. Resultados obtenidos para luz 9m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
9	Tablero Solo	S.M.	1,402143161	0,532426566	3,961106362	0,029518591	2,633495867
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,243470137	0,484866922	3,253442084	0,016005938	2,564559635
		I.D.	1,548	0,6391	4,163	0,1184	2,639586186
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,259080276	0,552884605	3,120847864	0,024030989	2,277293064
		I.D.	1,504	0,6026	4,851	0,1573	2,495851311
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,54083693	0,579677885	4,196045655	0,028805837	2,658091621
I.D.		1,741	0,5924	5,481	0,2017	2,93889264	

Tabla 14. Resultados obtenidos para luz 10m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
10	Tablero Solo	S.M.	1,530112252	0,593914408	3,79676338	0,024627817	2,576317786
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,318571612	0,553848771	3,014258997	0,027686938	2,380743047
		I.D.	1,577	0,671	3,687	0,1102	2,350223547
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,202850306	0,681948922	2,46166754	0,0303371	1,763842228
		I.D.	1,287	0,7321	3,175	0,1595	1,757956563
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,656274574	0,645515083	4,011497309	0,029131481	2,56581855
I.D.		1,885	0,6533	5,207	0,1749	2,885351293	



Tabla 15. Resultados obtenidos para luz 12m.

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
12	Tablero Solo	S.M.	1,672409712	0,654439762	3,612022444	0,020382915	2,55548304
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,394478473	0,686823772	2,284185023	0,016207237	2,030329366
		I.D.	1,586	0,7443	2,812	0,07323	2,130861212
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	1,444371357	0,747840138	2,387841388	0,021826971	1,931390526
		I.D.	1,597	0,7691	3,143	0,08718	2,076452997
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	1,680943398	0,67486538	3,43766874	0,016624154	2,490783271
I.D.		1,811	0,6844	4,31	0,09364	2,646113384	

Tabla 16. Resultados obtenidos para luz 14m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
14	Tablero Solo	S.M.	3,037752846	1,192629942	4,751324555	0,031198557	2,547104294
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,121921533	1,154252568	2,482890486	0,029311235	1,838351148
		I.D.	2,355	1,298	3,171	0,2028	1,814329738
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	2,796352361	1,187679264	3,562262994	0,012615802	2,354467613
		I.D.	3,707	1,243	5,86	0,281	2,982300885
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,085020815	1,229185006	4,225238641	0,018760354	2,509809996
I.D.		3,818	1,229	6,81	0,3843	3,106590724	



Tabla 17. Resultados obtenidos para luz 16m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
16	Tablero Solo	S.M.	2,332961112	1,07029808	4,342409013	0,015622403	2,179730259
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,007712132	1,192752472	1,841281159	0,031040148	1,683259669
		I.D.	2,386	1,276	3,164	0,2867	1,869905956
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	2,463745071	1,218399569	2,584077296	0,011114199	2,022115843
		I.D.	3,075	1,217	5,338	0,4233	2,526705012
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	2,559424958	1,206837817	3,5803943	0,017106373	2,120769604
I.D.		2,992	1,204	6,631	0,4853	2,485049834	

Tabla 18. Resultados obtenidos para luz 18m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
18	Tablero Solo	S.M.	2,240141698	1,2507531	4,013005105	0,012564128	1,791034296
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,014682622	1,25141396	1,586481784	0,026070424	1,609925002
		I.D.	2,458	1,357	3,083	0,1541	1,811348563
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	2,18654183	1,29897942	2,082639045	0,007900747	1,68327673
		I.D.	2,617	1,307	3,306	0,2089	2,002295333
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	2,325674142	1,292065824	2,358730398	0,009322305	1,799965681
I.D.		2,637	1,295	4,517	0,2836	2,036293436	



Tabla 19. Resultados obtenidos para luz 20m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coficiente Impacto
20	Tablero Solo	S.M.	2,59627169	1,046208982	3,409060323	0,013491413	2,481599503
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	1,952495969	1,289644348	1,402890152	0,039671899	1,513980169
		I.D.	2,274	1,398	2,277	0,1044	1,626609442
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	3,715514549	1,074024272	3,859408213	0,007033964	3,45943257
		I.D.	4,913	1,083	5,775	0,1762	4,536472761
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,08960302	1,072626755	3,360984972	0,006138947	2,880408311
I.D.		3,502	1,07	4,989	0,2353	3,272897196	

Tabla 20. Resultados obtenidos para luz 22m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coficiente Impacto
22	Tablero Solo	S.M.	3,697046944	1,06174273	4,068199789	0,009366848	3,482055341
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,195569691	1,319652213	1,260092169	0,044314692	1,663748728
		I.D.	2,472	1,473	2,641	0,1639	1,678207739
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	3,448207571	1,086510549	3,104954521	0,005868634	3,173653099
		I.D.	4,113	1,101	4,578	0,1677	3,735694823
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,665562584	1,089022021	3,65942833	0,004586947	3,365921455
I.D.		4,496	1,09	5,892	0,2011	4,124770642	



Tabla 21. Resultados obtenidos para luz 24m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
24	Tablero Solo	S.M.	4,258302951	1,19175198	4,028450581	0,008034016	3,573145271
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,623683035	1,404164876	1,335872871	0,035054726	1,868500687
		I.D.	2,982	1,522	2,345	0,121	1,959264126
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	4,411726598	1,304218268	3,380937887	0,007806495	3,382659718
		I.D.	5,349	1,322	5,134	0,1546	4,046142209
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	4,391532672	1,306078363	3,768002623	0,007687307	3,362380693
I.D.		5,329	1,309	5,572	0,2255	4,0710466	

Tabla 22. Resultados obtenidos para luz 25m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
25	Tablero Solo	S.M.	14,59869821	3,161795185	6,682378987	0,021690786	4,61721818
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	4,481139824	1,326365248	3,482453	0,009744469	3,378511184
		I.D.	2,295	1,252	1,955	0,1028	1,833067093
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	3,77177236	1,21158388	2,739987329	0,008975091	3,113092228
		I.D.	4,47	1,231	4,316	0,1568	3,631194151
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,826212216	1,211592386	3,139470669	0,006448954	3,158002857
I.D.		4,573	1,216	4,617	0,2082	3,760690789	



Tabla 23. Resultados obtenidos para luz 26m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
26	Tablero Solo	S.M.	15,70478268	3,596193511	5,88318683	0,030594987	4,367057177
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	3,054578763	1,476745093	1,220235746	0,02566935	2,068453641
		I.D.	3,247	1,59	2,36	0,1514	2,042138365
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	4,48125759	1,321429725	2,982278741	0,006700131	3,391219
		I.D.	5,287	1,343	5,02	0,1803	3,936708861
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	4,493855258	1,328209477	3,48989852	0,009604232	3,38339346
I.D.		5,334	1,328	5,224	0,2434	4,016566265	

Tabla 24. Resultados obtenidos para luz 28m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
28	Tablero Solo	S.M.	2,594330952	1,040567635	2,556852753	0,006684453	2,493188202
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,570760977	1,334898178	0,900447879	0,029908587	1,925810537
		I.D.	2,728	1,404	1,946	0,1088	1,943019943
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	3,236367225	1,15170577	1,892273115	0,005875568	2,810064262
		I.D.	3,787	1,184	3,151	0,143	3,19847973
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,471150997	1,159903161	2,43554731	0,0060359	2,992621379
I.D.		3,432	1,167	3,251	0,1484	2,940874036	



Tabla 25. Resultados obtenidos para luz 30m

Luz	Terreno	Tipo análisis	Desplazamiento máximo (mm)	Desplazamiento 20 km/h (mm)	Aceleraciones máximas (m/s <sup>2</sup> )	Aceleraciones 20 Km/h (m/s <sup>2</sup> )	Coefficiente Impacto
30	Tablero Solo	S.M.	3,201900412	1,108543875	2,62189143	0,006764583	2,888384018
	Tipo III E=220 Mpa	S.M.	2,641844106	1,414848456	0,838604148	0,024615308	1,867227614
		I.D.	2,514	1,469	1,675	0,1492	1,711368278
	Tipo II E=880 Mpa	S.M.	3,350781293	1,230652804	1,756112072	0,004530032	2,722767366
		I.D.	3,787	1,246	2,694	0,9315	3,039325843
	Tipo I E=3096Mpa	S.M.	3,199386069	1,208669469	1,825589532	0,004886508	2,647031428
I.D.		3,598	1,226	2,822	0,13	2,934747145	



Todos los coeficientes de impacto obtenidos, se pueden representar en gráficas, para observar su variación en función de la luz, tanto para el modelo de tablero aislado, como para los tres tipos de modelos completos estudiados( con los tres tipos de terrenos definidos en la NCSP-07):

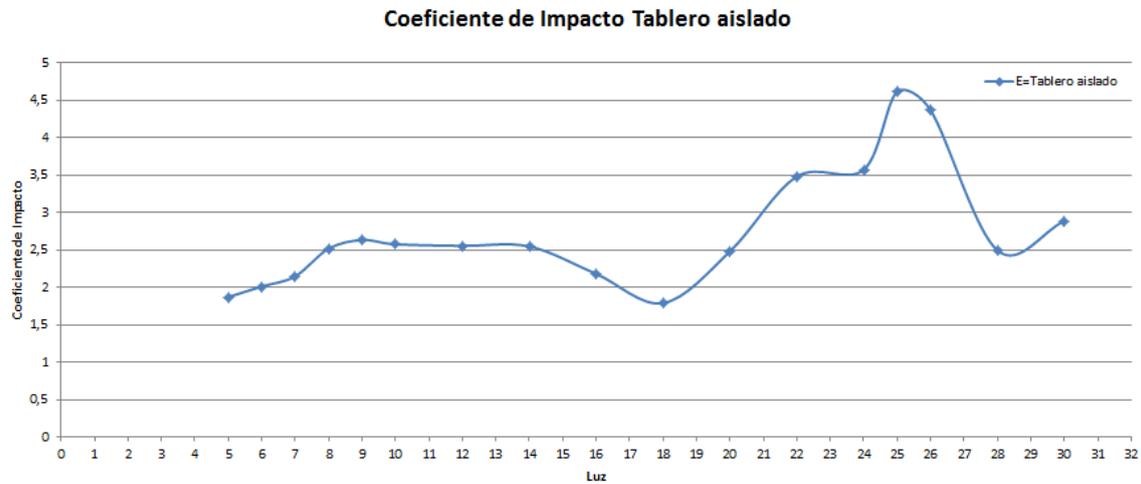


Ilustración 67. Variación del coeficiente de impacto para las luces estudiadas tablero aislado

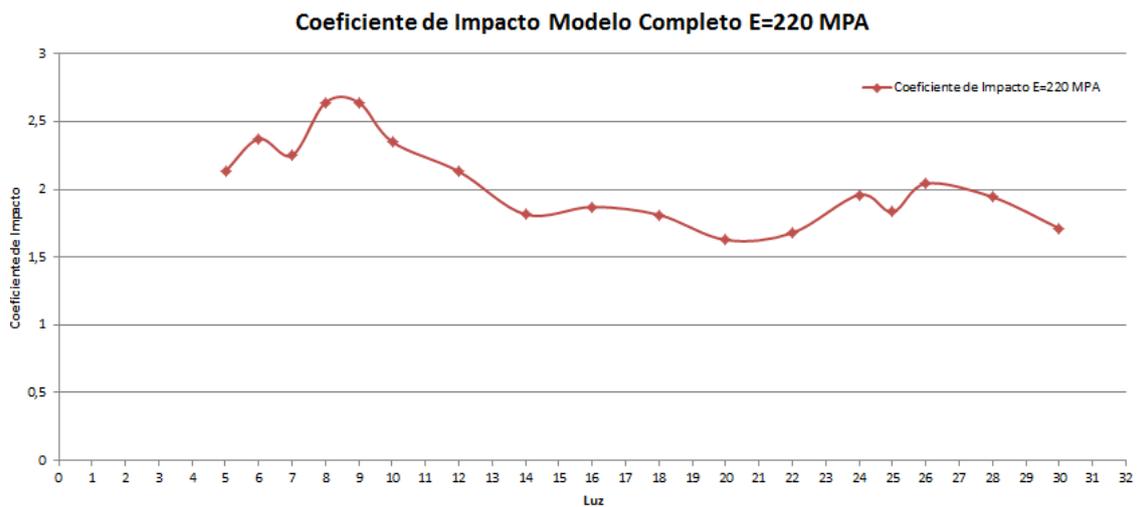


Ilustración 68. Variación del coeficiente de impacto E=220 Mpa (Tipo III)

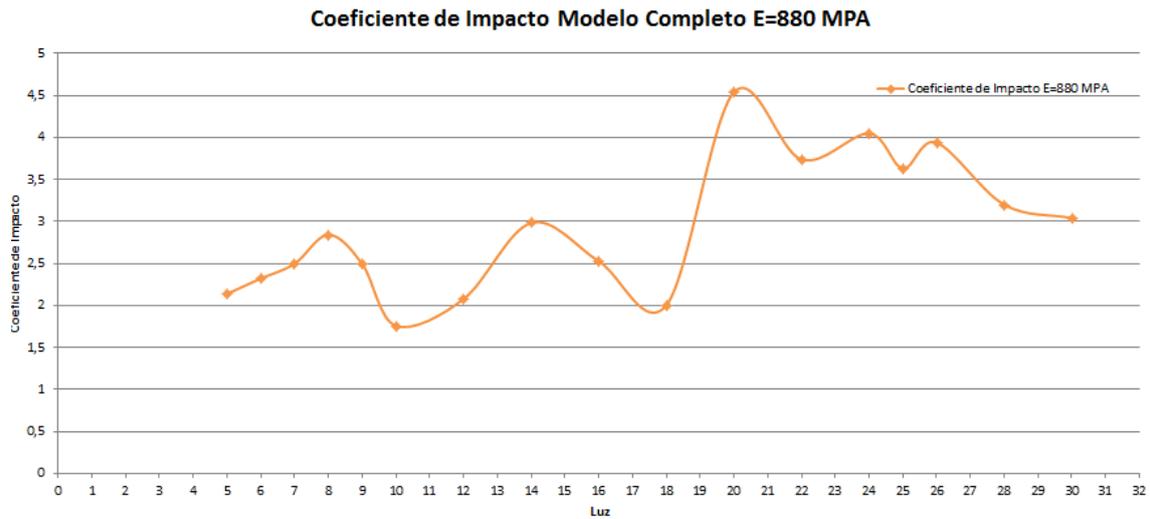


Ilustración 69. Variación del coeficiente de impacto E=880 Mpa (Tipo II)

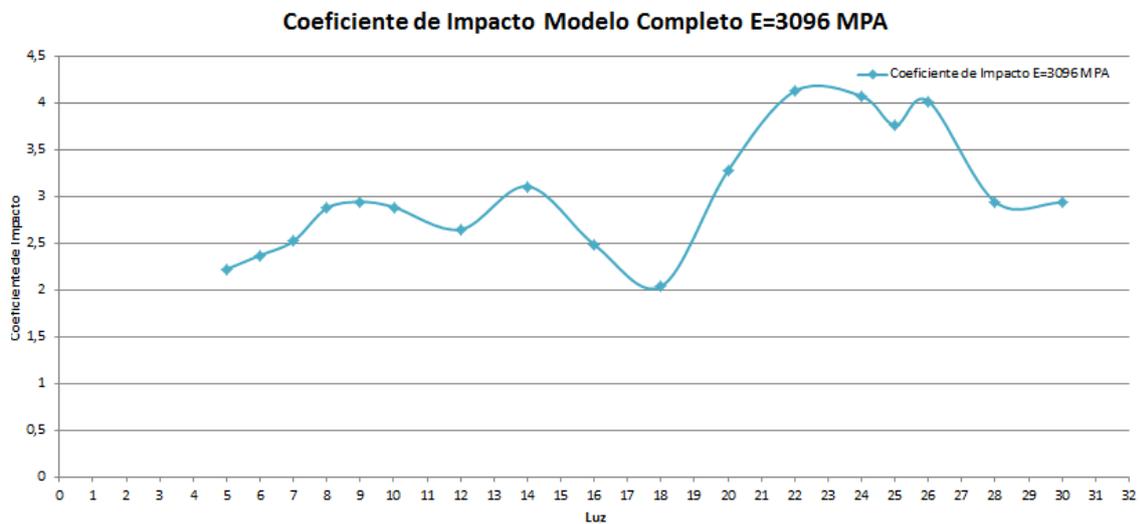
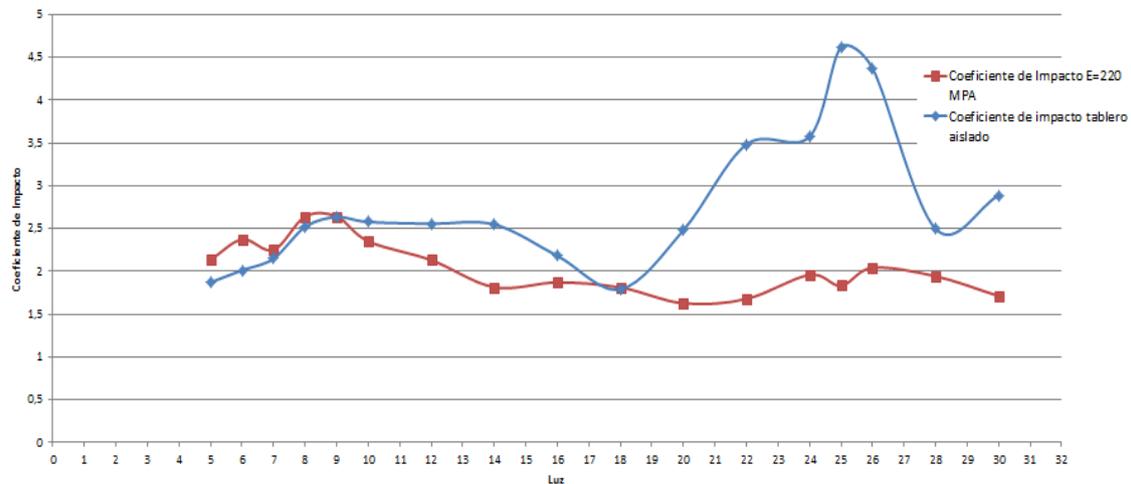


Ilustración 70. Variación del coeficiente de impacto E=3096 Mpa (Tipo I)

A continuación, se compararan los resultados obtenidos con el modelo de tablero aislado (análisis habitual), con los modelos completos. En primer lugar compararemos el tablero aislado, con el modelo completo, con el terreno Tipo III, definido en la NCSP-07, quedando lo siguiente:



**Coefficiente de Impacto Tablero aislado vs Coeficiente de Impacto E=220 Mpa**

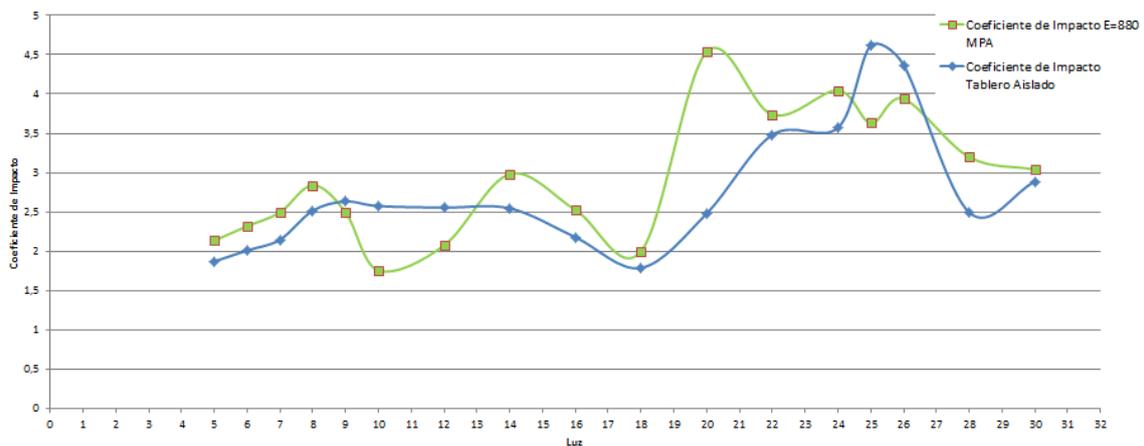


**Ilustración 71. Comparación coeficiente de impacto tablero aislado y modelo completo E=220 Mpa (Tipo III)**

Como se puede observar, en la gráfica anterior, para luces comprendidas, entre 5 y 9 metros, la simplificación correspondiente a realizar un modelo de tablero aislado, nos puede dejar del lado de la inseguridad, no cumpliéndose esto, para luces mayores a 9 metros, ya que el coeficiente de impacto es superior con un modelo simplificado. Todo esto se cumple para un terreno Tipo III, según viene definido en la NCSP-07, y en el apartado 4.3 del presente documento.

De igual forma, también se comparara, con un terreno Tipo II, quedando lo siguiente:

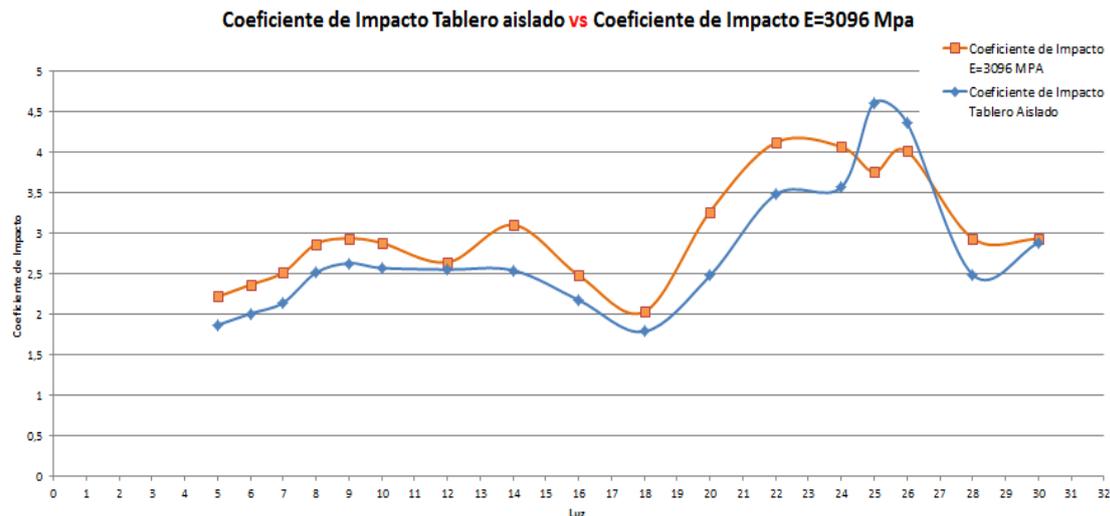
**Coefficiente de Impacto Tablero aislado vs Coeficiente de Impacto E=880 Mpa**



**Ilustración 72. Comparación coeficiente de impacto tablero aislado y modelo completo E=880 Mpa (Tipo II)**

En este caso, la tendencia no es tan clara como en el tipo de Terreno III. Sin embargo, en la mayoría de los casos (salvo luces comprendidas entre 9 y 12; y 25 y 26), con un modelo sin incluir la subestructura estamos del lado de la inseguridad, mostrando la necesidad de realizar un modelo completo para este tipo de análisis.

Por último, realizaremos la comparativa con un terreno Tipo I; quedando,



**Ilustración 73. Comparación coeficiente de impacto tablero aislado y modelo completo E=3096 Mpa (Tipo I)**

Se podría decir, a la vista del gráfico anterior, que un terreno Tipo I, nos quedamos en la mayoría de los casos con un coeficiente de impacto menor, excepto para dos luces, que son de 25 y 26 metros, por lo que también es muy recomendable, para este caso, realizar modelos que incluyan la subestructura.

Observando los resultados, vemos como, a medida que el terreno tiene un módulo de elasticidad mayor, los coeficientes de impacto, se asemejan más al modelo del tablero aislado. Esto es completamente lógico, pues si recordamos, las condiciones de contorno del modelo de tablero aislado, eran tales que impedían los desplazamientos verticales, lo cual se podría asimilar a un lecho infinitamente rígido.

Un aspecto importante, y que es también objeto del presente estudio, son las aceleraciones obtenidas, para los distintos modelos realizados. Como se ha indicado al inicio del apartado, la IAPF-07, indica una restricción en las deformaciones dinámicas y aceleraciones de los tableros de los puentes para asegurar que la rodadura de los vehículos ferroviarios se realice en condiciones adecuadas de seguridad y confort para los usuarios. Las aceleraciones máximas no pueden ser superiores en vías con balasto a 0.35 g. Por tanto en este caso las aceleraciones en ( $m/s^2$ ), no podrán ser superiores a 3.4335 ( $m/s^2$ ).

Para el tablero aislado nos queda lo siguiente:

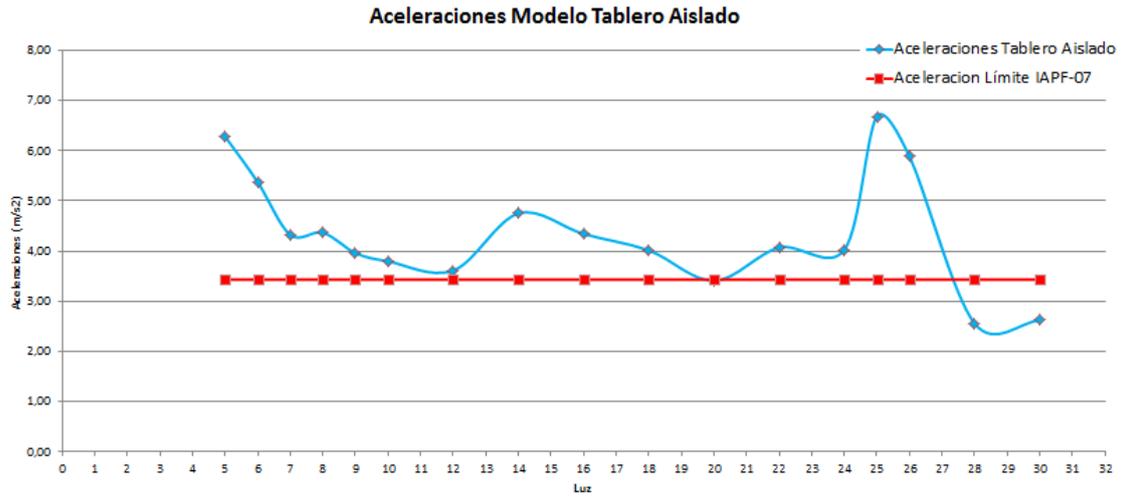


Ilustración 74. Aceleraciones tablero aislado

Para el modelo con terreno E=220 Mpa.

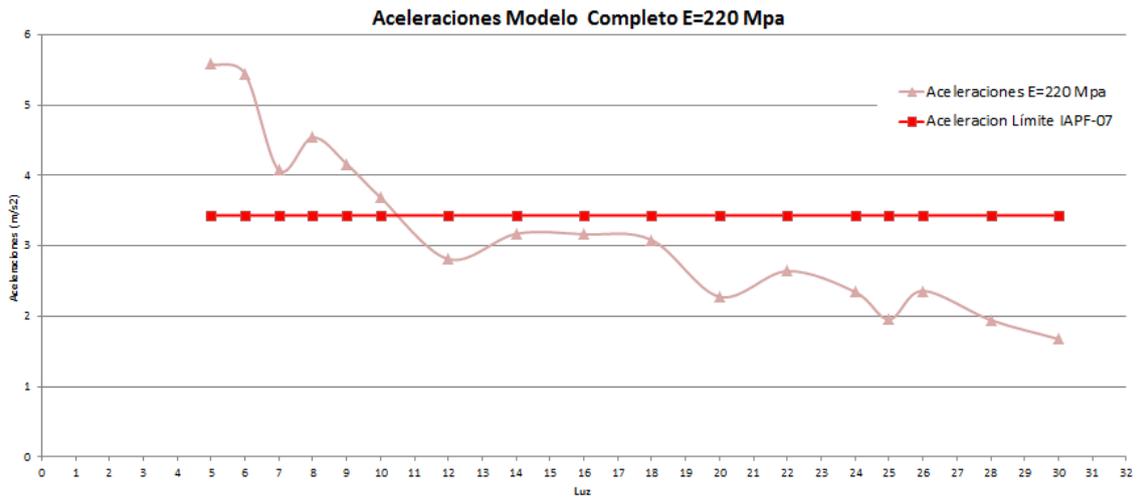


Ilustración 75. Aceleraciones modelo completo E=220 Mpa

Para el terreno Tipo II:

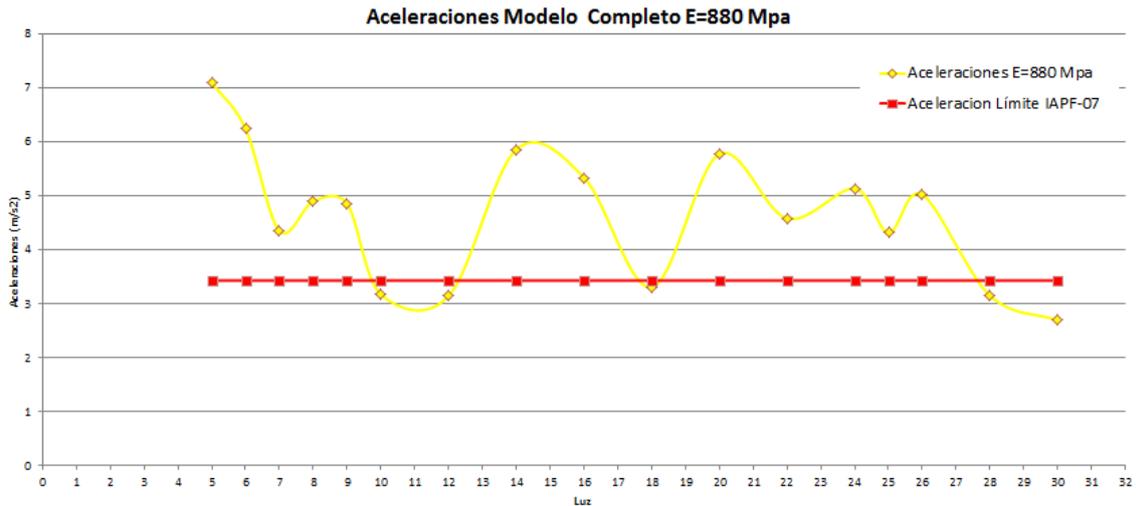


Ilustración 76. Aceleraciones modelo completo E=880 Mpa

Y para el terreno Tipo I (E=3096 Mpa), queda:

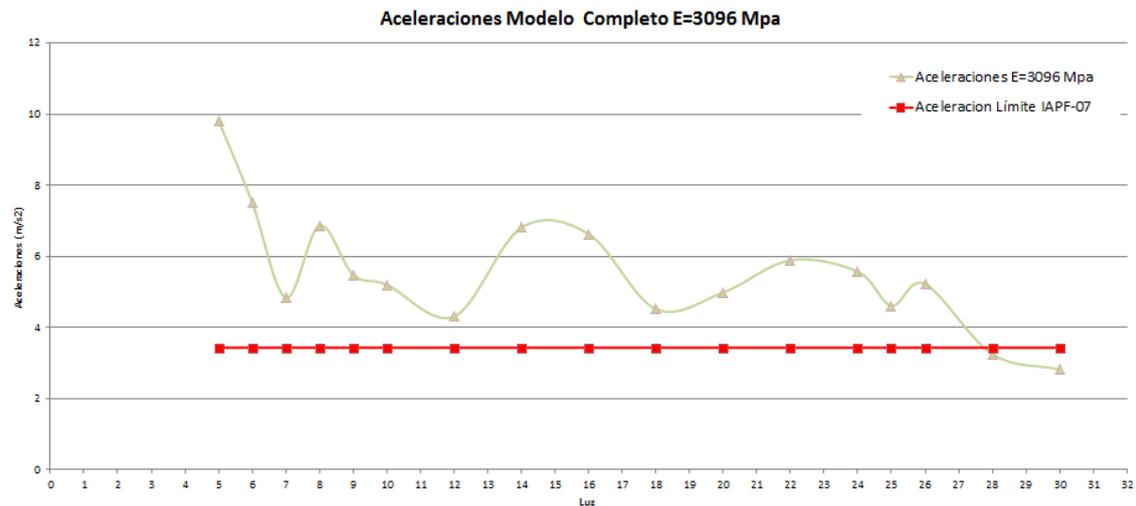


Ilustración 77. Aceleraciones modelo completo E=3096 Mpa.

Al igual que hemos comparado los coeficientes de impacto, obtenidos, con un modelo de tablero aislado, con un modelo completo incluyendo la subestructura, haremos lo mismo para las aceleraciones. Comenzaremos comparando el modelo completo, con un terreno Tipo III.

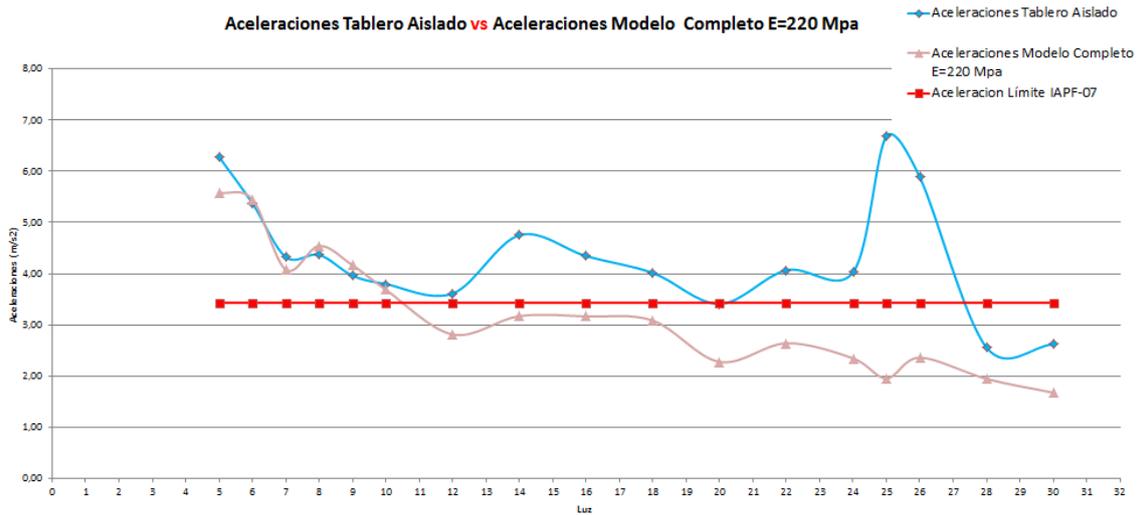


Ilustración 78. Comparación aceleraciones tablero aislado y modelo completo E=220 Mpa (Tipo III)

El resultado que se obtiene es un tanto peculiar. Para luces comprendidas entre 5 y 10 metros, las aceleraciones son similares, tanto para tablero aislado, como para modelo completo, y ambas están por encima de lo indicado en la IAPF-07. Sin embargo, a partir de 10 metros, el terreno actúa como disipador de la energía, y hace que las aceleraciones estén por debajo de lo permitido en la IAPF-07.

Para un terreno Tipo II, nos queda:

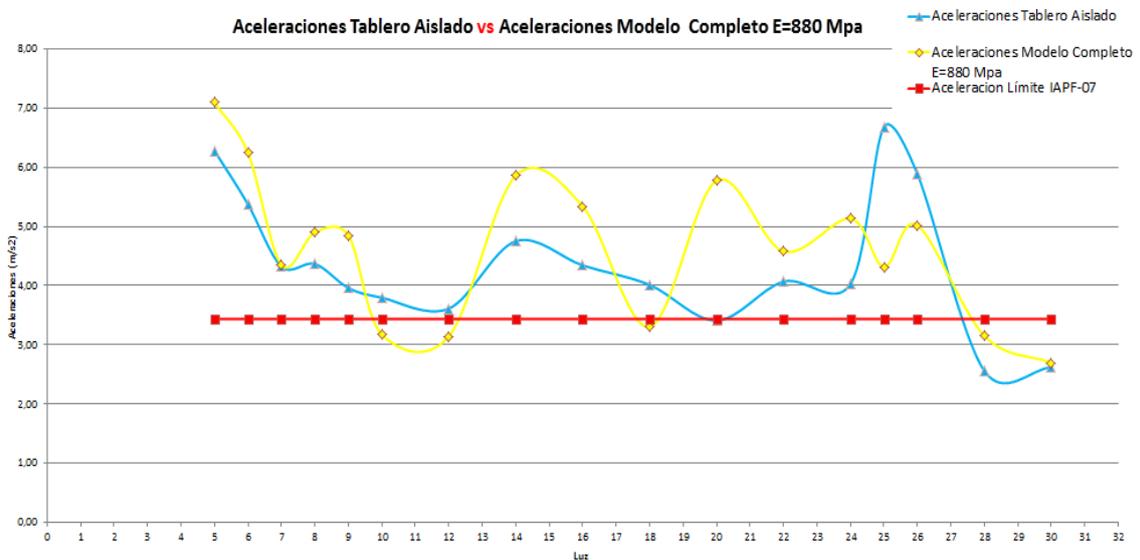


Ilustración 79. Comparación aceleraciones tablero aislado y modelo completo E=880 Mpa (Tipo II)

En este caso se puede observar, como en la mayoría de las luces las aceleraciones obtenidas con un modelo completo, están por encima, que las que se obtienen con un modelo aislado.

Para un terreno Tipo I, nos quedaría lo siguiente:

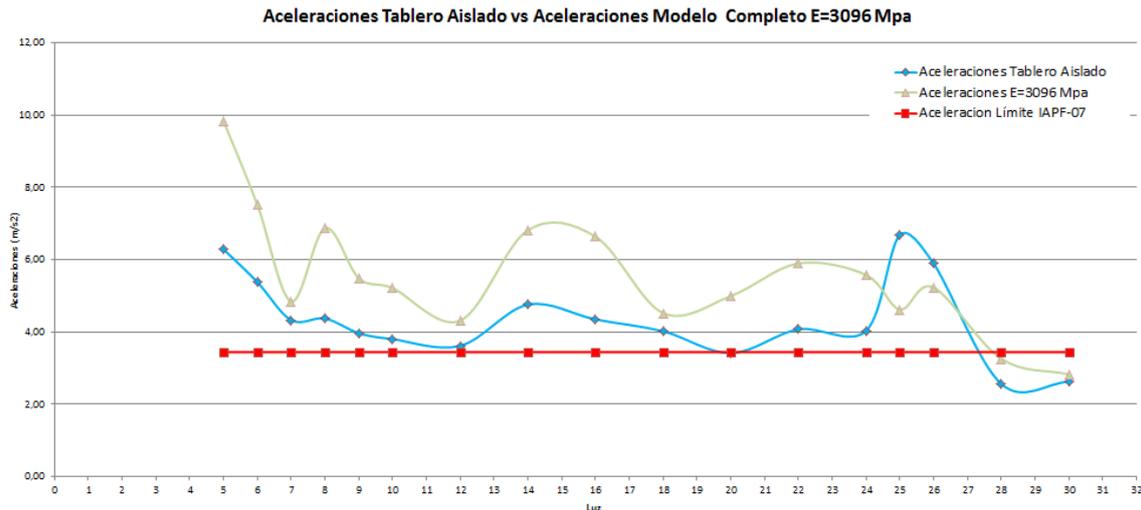


Ilustración 80. Comparación aceleraciones tablero aislado y modelo completo E=3096 Mpa (Tipo I)

Exceptuando las luces correspondientes a 25 y 26 metros, las aceleraciones que obtenemos con un modelo completo, son superiores, a las que se obtienen con un tablero aislado, pudiéndonos quedar, en el caso de que nos decantemos por un modelo simplificado del lado de la inseguridad.

En el apartado 5.2.2 del presente documento, se realizó, un análisis de sensibilidad, para decidir, que tipo de análisis se utilizaría, para el estudio que se presenta: Integración directa o superposición Modal.

El resultado que obtenemos, del análisis de sensibilidad, es que debíamos de utilizar Integración directa, por la respuesta de los últimos modos, en estos tipos de análisis si es significativa. Se podría decir que los errores que cometemos al realizar un análisis por superposición modal si son apreciables, comparados, con los que se obtienen por integración directa.

En las siguientes gráficas, se intenta poner de manifiesto lo anterior, observando la diferencia que existe entre ambos análisis, para las dos magnitudes estudiadas en este documento: Coeficiente de Impacto y aceleraciones.

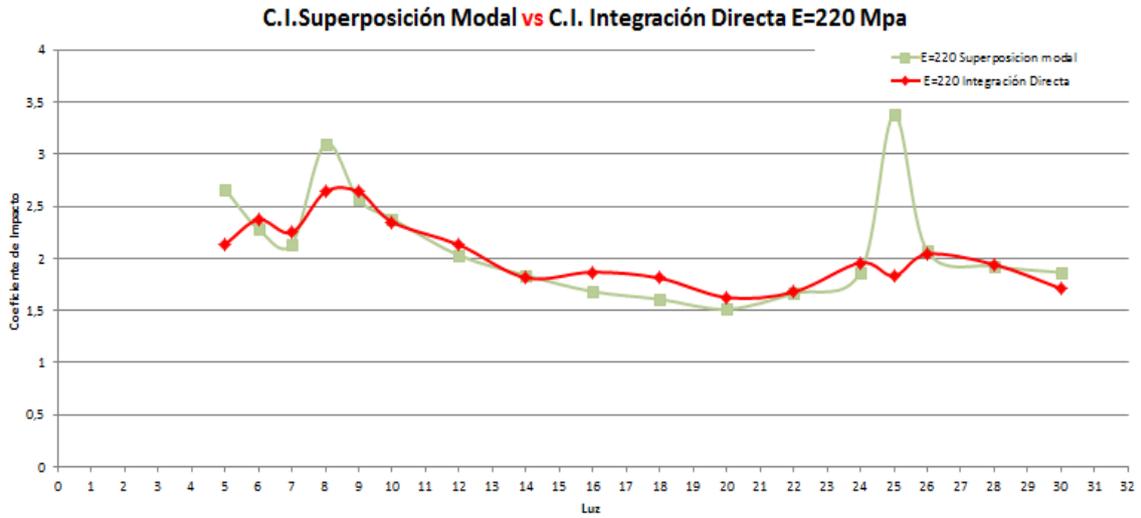


Ilustración 81. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo III (E=220 Mpa).

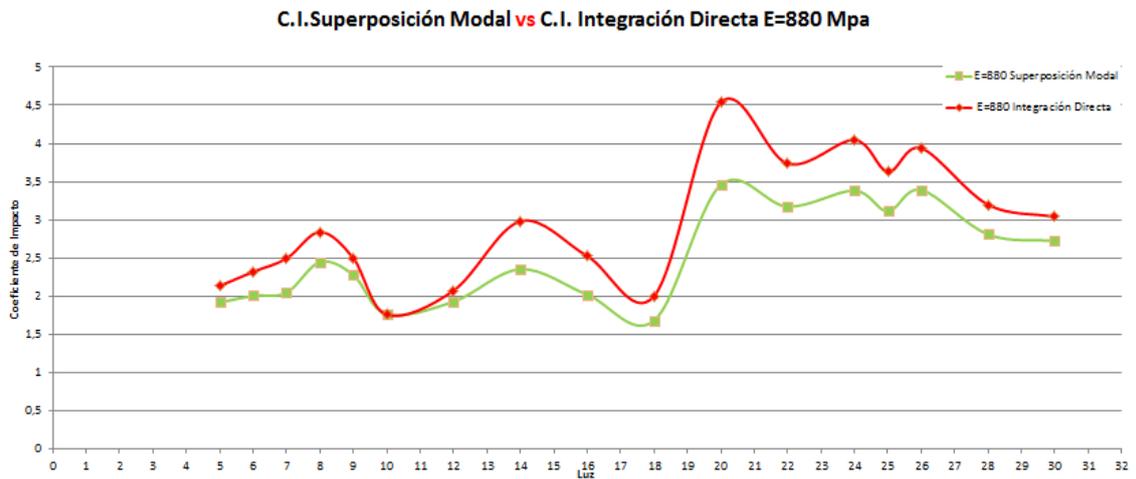


Ilustración 82. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo II (E=880 Mpa).

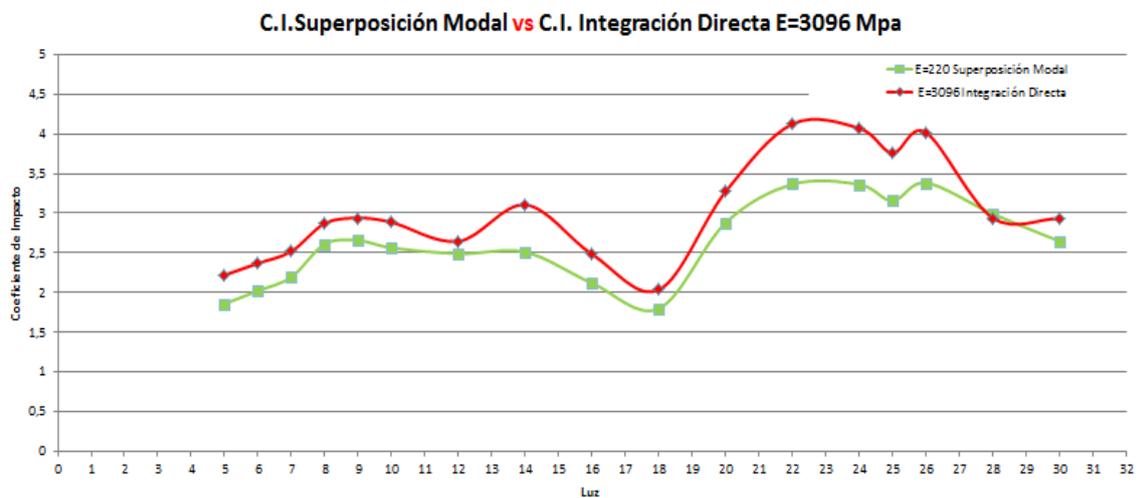


Ilustración 83. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo I (E=3096 Mpa).



Como podemos observar, el error, que podemos cometer en estos tipos de modelos, en lo que corresponde a los coeficientes de impacto (desplazamientos en definitiva), no es ni mucho menos despreciable. Por ejemplo, para la luz de 20 metros, y para un tipo de terreno II, el error que se cometería por quedarnos con un análisis de superposición modal (con 200 modos), frente a un análisis de integración directa, sería del 31,30 %.

De igual forma, que hemos representado los coeficientes de impacto, representaremos las aceleraciones:

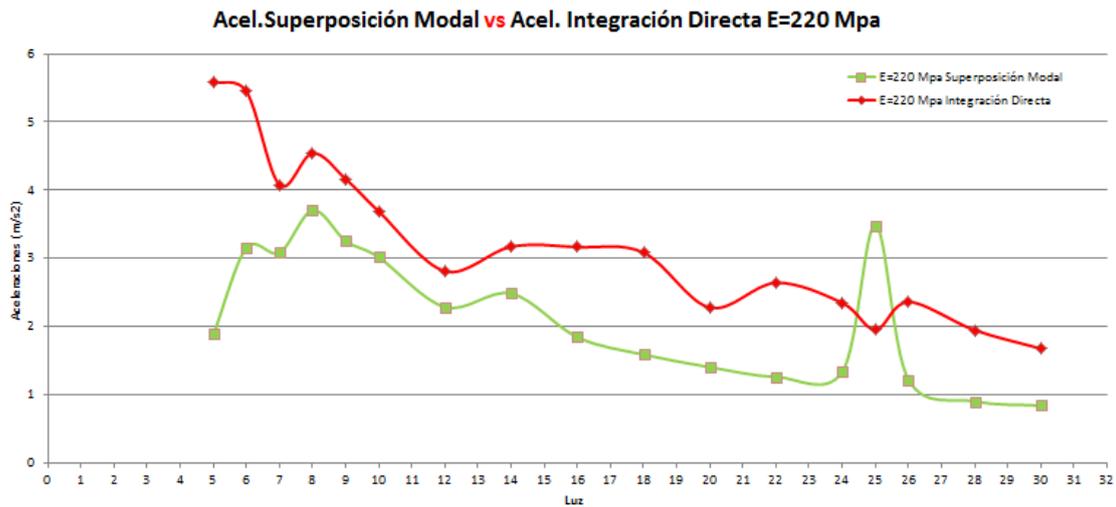


Ilustración 84. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo III (E=220 Mpa).

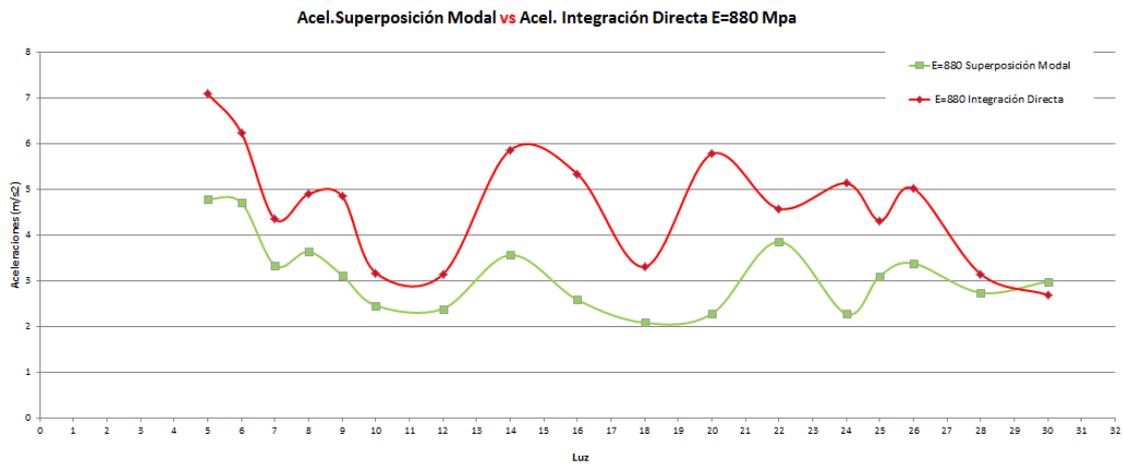
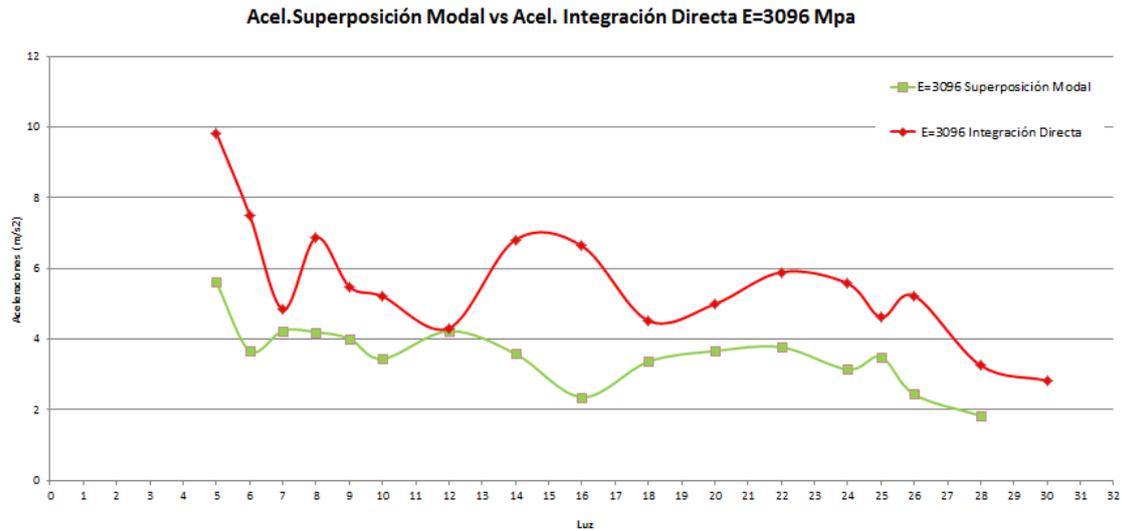


Ilustración 85. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo II (E=880 Mpa).



**Ilustración 86. Comparación superposición modal e integración directa modelo completo terreno Tipo I (E=3096 Mpa).**

El resultado en aceleraciones, tiene aún más diferencias, que los coeficientes de impacto. A modo de ejemplo, para un terreno tipo I, y una luz de 5 metros, la diferencia entre hacer superposición modal e integración directa es del orden de un 75.31 %.

## 7. Conclusiones.

En este trabajo, se pretende estudiar y cuantificar, en qué medida son importantes los efectos de la inclusión de la subestructura y el terreno circundante en el preceptivo análisis dinámico, en un modelo de elementos finitos.

Como conclusión más importante del trabajo, se podría destacar, la influencia que tiene la correcta modelización de estribos y terreno, en la respuesta dinámica, del modelo estructural.

También se concluye que dicha influencia es dependiente de la rigidez del terreno subyacente, afectando al coeficiente de impacto de manera poco previsible, ya que desplaza las velocidades de resonancia, y cambia el tipo de tren que la produce, lo cual es lógico, ya que se modifican las condiciones de rigidez del sistema. Sin embargo, la tendencia que existe, es que la inclusión del terreno en los modelos que se estudian, hacen que a medida que el terreno sea más competente (terreno Tipo I definido por la NCSP-07), nos quedemos más del lado de la seguridad, obteniendo como resultados unos coeficientes de impacto y aceleraciones superiores a las que obtendríamos con un modelo habitual (tablero aislado)

Es por tanto, bastante importante, incluir en el modelo de forma realista tanto el terreno como los estribos de modo que se contemplen en el modelo todos los mecanismos resistentes y disipatorios involucrados: Masas, Rigideces y Amortiguamientos

Hay que destacar, que aunque la condición de contorno rígida no cumple las condiciones dinámicas desde el punto de vista teórico, si se dispone a una distancia prudente del cimiento, que movilice la masa necesaria y amortigüe las ondas, es suficientemente precisa para la evaluación de los desplazamientos máximos producidos, y la obtención del coeficiente de impacto.



Una segunda conclusión también importante, es la influencia, o , lo significativos que son los últimos modos de los modelos estudiados, en la respuesta estructural, lo cual se pone de manifiesto al obtener los resultados con el análisis de integración directa, siendo más importante esta diferencia en aceleraciones que en desplazamientos, tal y como se puede observar en los gráficos del apartado de resultados

Otra forma de expresar lo anterior, es que , en estos tipos de modelos, al realizar un análisis por superposición modal, tenemos una pérdida de precisión, aunque la masa movilizada con ese número de modos, sea superior al 90 %.

Es por ello que se recomienda, a la vista de los resultados obtenidos, que los modelos de la tipología que se están estudiando, sean lo más próximos posibles a la realidad, incluyendo todos los elementos estructurales que contengan, así como una porción razonable de terreno, ya que la inclusión de los mismos puede modificar considerablemente los resultados, bien por el lado de la seguridad, o en otros casos de la inseguridad.

Al igual de importante, que incluir todos los elementos que forman parte de la estructura en el modelo, es necesario, cuantificar, la respuesta de los últimos modos, pues como se ha observado en apartados anteriores, la inclusión de los últimos modos en la respuesta estructural, pueden modificar los resultados.



## 8. Referencias.

- 1) Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril (IAPF-07). Dirección general de Infraestructuras del Ministerio de Fomento. Gobierno de España.2007
- 2) Norma de Construcción Sismorresistente: Puentes (NCSP-07). Ministerio de Fomento. Gobierno de España.2007
- 3) Guía de Cimentaciones en obra de carreteras. Secretaría de Estado de Planificación e Infraestructuras. Dirección general de carreteras. Gobierno de España. 2009
- 4) Eurocódigo 1. Bases de Proyecto y acciones en estructuras. Parte 3: Acciones de tráfico en Puentes. UNE-ENV 1991-3
- 5) Eurocódigo 1. Acciones en estructuras. Parte 2: Carga de tráfico en puentes. UNE-EN 1991-2; Septiembre 2003.
- 6) SAP2000 16.0.0 Structural and Earthquake Engeneering software. Computers and Structures, Inc 2013. University Avenue. Berkeley, California 94704 USA.
- 7) Wave Propagation For Train- Induced Vibrations-A Finite/Infinite Element Approach. Y B Yang, & HH Hung. World Scientific Publishing Co.Pte. Ltd.2009
- 8) Influencia de las condiciones de contorno en el modelo interacción suelo-estructura para el análisis dinámico de puentes sometidos al paso de trenes de alta velocidad. Trabajo de Investigación Tutelada. Antonio Martínez de la Concha. Septiembre, 2011. Sevilla.
- 9) Puentes. Apuntes para su diseño ,cálculo y construcción. Javier Manterola Armisén. Diciembre 2005