

# Trabajo Fin de Máster Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

## Vórtices de punta de ala en canal hidráulico para álabes con flecha y en delta

Autor: Patricio Mora Cubero

Tutor: Javier Dávila Martín

**Dpto. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

# **Vórtices de punta de ala en canal hidráulico para álabes con flecha y en delta**

Autor:

Patricio Mora Cubero

Tutor:

Javier Dávila Martín

Profesor Titular

Dpto. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Máster: Vórtices de punta de ala en canal hidráulico para álabes con flecha y en delta

Autor: Patricio Mora Cubero  
Tutor: Javier Dávila Martín

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Agradecimientos

---

Llega el final de un largo camino. Uno se pone a pensar lo que han supuesto estos seis años en la escuela y lo primero que se viene a la mente son los momentos difíciles, los baches, que son los que se quedan especialmente grabados en la memoria. Pero ahora veo esos momentos como retos y experiencias que me han hecho aprender y superarme a mí mismo, y puedo decir que sin ellos ahora no sería la persona que soy hoy en día. Pero sobre todo me llevo los buenos momentos, que han sido mayoría. Todo lo aprendido, los profesores, los compañeros, los amigos.

Por eso quiero agradecer a todos los que me han acompañado en esta aventura. A mi familia, por todo su apoyo. A mis amigos, mi otra familia de la escuela, sin los que esta experiencia se habría hecho mucho más difícil. A mis compañeros, con los que he compartido el camino. A mis profesores, por todo lo aprendido. Gracias.

*Patricio Mora Cubero*  
*Sevilla, 2021*



# Resumen

---

**E**n el campo de la aeronáutica, y sobre todo en lo relacionado con la aviación, la formación de vórtices de punta de ala ha sido tradicionalmente objeto habitual de investigación. La importancia de su estudio y correcta caracterización radica en que este fenómeno es responsable de gran parte de la resistencia generada por las aeronaves y, además, estos vórtices crean problemas para la aeronavegabilidad de las aeronaves que vuelan detrás de otras, ya que se pueden generar altas velocidades tangenciales.

Mientras que en aviación este efecto no es deseable, el presente trabajo se presenta como una continuación de una serie de investigaciones previas que tiene como objetivo el empleo de este tipo de vórtices para aprovechar su carácter rotatorio en canales hidráulicos. De modo que se busca el efecto opuesto, consiguiendo mezclar el flujo lo máximo posible con la poca energía requerida por los dispositivos sustentadores, y así aplicarlo en procesos como puede ser el cultivo de micro-algas, que requieren un correcto mezclado para la distribución uniforme de la luz y los nutrientes.

Mediante el empleo de la Mecánica de Fluidos Computacional, este Trabajo Fin de Máster se centra en el estudio de distintas configuraciones de álabes con flecha positiva y negativa y álabes en delta, y de cómo estas geometrías o la variación de las condiciones de contorno influyen en las características de los vórtices de punta de ala generados. El refinado automatizado de la malla empleada y distintas técnicas de ajuste para la caracterización del vórtice son empleados en este trabajo.



# Abstract

---

In the field of aeronautics, and in particular with regard to aviation, the formation of wingtip vortices has traditionally been a regular matter of specific research. The importance of the study and correct characterization of these vortices lies in the fact that this phenomenon is responsible for much of the total drag created by an aircraft, and also, wingtip vortices create serious problems for the airworthiness of aircraft that fly behind another, as they can generate high tangential velocity fields.

Whilst in aviation this effect is not desirable, this study is presented as a continuation of a series of previous research that has as objective the use of this type of vortex to take advantage of its swirling properties in hydraulic canals. In such way, the opposite effect is envisaged, so that a maximal mixing is achieved with the low energy consumption of these lift devices. This effect would for example be applied in the mixing of microalgae, as they require a correct mixing in order to uniformly distribute light and nutrient.

Through the usage of Computational Fluid Dynamics, this master's thesis is focused on the study of different geometries of blades with positive and negative sweep angles and also delta blades, and how these blades configurations and boundary conditions affect the generated wing tip vortices characteristics. Automatic refinement of the mesh and different fitting technics are also used in this project.



# Índice

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<i>Índice de Figuras</i>	IX
<i>Índice de Tablas</i>	XIII
<i>Notación</i>	XV
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación y objetivos	1
1.2 Estado del arte en dispositivos mezcladores	2
1.2.1 Mezclador de paletas	3
1.2.2 Mezclador estático	3
1.2.3 Malla de mezclado	4
1.2.4 Tornillo de Arquímedes	4
1.2.5 Mezclado por generación de vórtices	5
1.3 Encuadre del estudio	5
1.4 Organización del documento	5
<b>2 Vórtices de punta de ala</b>	<b>7</b>
2.1 Introducción a los vórtices de punta de ala	7
2.2 Aerodinámica potencial	8
2.3 Modelos de vorticidad	11
2.3.1 Comparación de modelos de vorticidad	12
2.4 Investigaciones previas	13
2.4.1 Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabe en una placa plana	13
2.4.2 Generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico	14
2.4.3 Estudio experimental de generación de vórtices de punta de ala en distintas geometrías alares	14
2.4.4 Caracterización de vórtices de punta de ala mediante simulación CFD	14
2.4.5 Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico mediante simulación numérica	15
2.4.6 Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canales y conductos	15
<b>3 Computational Fluid Dynamics</b>	<b>17</b>
3.1 ANSYS como software de simulación	17

3.2	ANSYS Fluent	17
3.3	Ecuaciones de transporte	18
3.4	Modelado de la turbulencia	18
3.4.1	Reynolds Stress Model	19
<b>4</b>	<b>Aplicación de CFD</b>	<b>21</b>
4.1	Preproceso	21
4.1.1	Modelado de la geometría	21
4.1.2	Dominio estudiado	22
4.1.3	Mallado de partida	22
4.1.4	Condiciones de contorno	23
4.2	Refinado de la malla y automatización	24
4.3	Geometrías de álabe estudiadas	25
4.3.1	Álabes con flecha	25
4.3.2	Álabe en delta	27
4.4	Convergencia de los resultados	27
4.5	Metodología para la obtención de los resultados	28
4.5.1	Localización del eje del vórtice	28
4.5.2	Ajuste en vorticidad y ajuste en velocidad tangencial	29
4.5.3	Integral de área	30
4.5.4	Eficiencia del vórtice	31
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>33</b>
5.1	Álabes con flecha	33
5.1.1	Evolución aguas abajo para cada ángulo de flecha	34
	Intensidad del vórtice y radio viscoso	34
	Eje del vórtice	37
5.1.2	Evolución con el ángulo de flecha	39
	Intensidad del vórtice y radio viscoso	39
	Eje del vórtice	42
	Estimación de la disipación del vórtice	43
	Eficiencia del vórtice	44
5.2	Álabes en delta	46
5.2.1	Evolución aguas abajo para cada ángulo de ataque	46
	Intensidad del vórtice y radio viscoso	46
	Eje del vórtice	47
5.2.2	Evolución con el ángulo de ataque	48
	Intensidad del vórtice y radio viscoso	48
	Eje del vórtice	51
	Estimación de la disipación del vórtice	53
	Eficiencia del vórtice	54
<b>6</b>	<b>Conclusión y líneas futuras</b>	<b>57</b>
6.1	Conclusiones	57
6.2	Líneas futuras	58
	<i>Bibliografía</i>	61

# Índice de Figuras

---

Figura 1.1	Vórtices de punta de ala tras un A380 aterrizando en el aeropuerto de Zurich	1
Figura 1.2	Mezcladora de palas WZ Series, SBL	3
Figura 1.3	Ejemplo de mezclador estático extraído de [5]	3
Figura 1.4	Mezclador industrial basado en el tornillo de Arquímedes (Patente US3672640, 1972)	4
Figura 1.5	Mezclador mediante generación de vórtices (Patente US2018/078912, 2018)	5
Figura 2.1	Comparación entre varios modelos de vorticidad y datos experimentales. Extraído de [13]	13
Figura 4.1	Modelado de la geometría del álabe con flecha de $30^\circ$	21
Figura 4.2	Ejemplo del volumen de control para el caso de una placa plana cuadrada y ángulo de ataque 0. Extraída de [8]	22
Figura 4.3	Mallado tipo cutcell del volumen de control	23
Figura 4.4	Detalle del mallado cercano al álabe	23
Figura 4.5	Condiciones de contorno del dominio	24
Figura 4.6	Subvolumen del dominio en que se produce el refinamiento automático de la malla	24
Figura 4.7	Ejemplo de refinado automático de la malla. Planos a 40cm, 60cm y 80cm aguas abajo del álabe y sección de salida del canal	25
Figura 4.8	Geometría de álabe en delta	26
Figura 4.9	Geometría de álabe con flecha: (a) $\varphi = -40^\circ$ . (b) $\varphi = -30^\circ$ . (c) $\varphi = -20^\circ$ . (d) $\varphi = -10^\circ$ . (e) $\varphi = 0^\circ$ . (f) $\varphi = 10^\circ$ . (g) $\varphi = 20^\circ$ . (h) $\varphi = 30^\circ$ . (i) $\varphi = 40^\circ$ . (j) $\varphi = 50^\circ$	26
Figura 4.10	Geometría de álabe en delta	27
Figura 4.11	Ejemplo de convergencia de la simulación: (a) Residuos. (b) Velocidad tangencial media en plano 40cm aguas abajo del álabe. (c) Vorticidad en $x$ máxima en plano 40cm aguas abajo del álabe	28
Figura 4.12	Ejemplo para álabe con flecha de $30^\circ$ de ajuste en: (a) vorticidad para una línea horizontal situada 70cm aguas abajo del álabe, (b) velocidad tangencial para una línea vertical situada 60cm aguas abajo del álabe	29
Figura 4.13	Ejemplo para álabe con flecha de $50^\circ$ de ajuste en: (a) vorticidad para los valores de un plano 90cm aguas abajo del álabe, (b) velocidad tangencial para una línea vertical situada 100cm aguas abajo del álabe	30
Figura 5.1	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a) $\varphi = -40^\circ$ , (b) $\varphi = -30^\circ$	34
Figura 5.2	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a) $\varphi = -20^\circ$ , (b) $\varphi = -10^\circ$	34
Figura 5.3	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a) $\varphi = 0^\circ$ , (b) $\varphi = 10^\circ$	35
Figura 5.4	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a) $\varphi = 20^\circ$ , (b) $\varphi = 30^\circ$	35
Figura 5.5	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a) $\varphi = 40^\circ$ , (b) $\varphi = 50^\circ$	36

Figura 5.6	Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha $\varphi = 63.435^\circ$ (delta)	36
Figura 5.7	Evolución del eje del vórtice de álabes para distintos ángulos de flecha: (a) $\varphi = -40^\circ$ . (b) $\varphi = -30^\circ$ . (c) $\varphi = -20^\circ$ . (d) $\varphi = -10^\circ$ . (e) $\varphi = 0^\circ$ . (f) $\varphi = 10^\circ$	37
Figura 5.8	Evolución del eje del vórtice de álabes para distintos ángulos de flecha: (a) $\varphi = 20^\circ$ . (b) $\varphi = 30^\circ$ . (c) $\varphi = 40^\circ$ . (d) $\varphi = 50^\circ$ . (e) $\varphi = 63.435^\circ$ (delta)	38
Figura 5.9	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 40cm aguas abajo del álabe	39
Figura 5.10	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 50cm aguas abajo del álabe	39
Figura 5.11	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 60cm aguas abajo del álabe	40
Figura 5.12	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 70cm aguas abajo del álabe	40
Figura 5.13	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 80cm aguas abajo del álabe	41
Figura 5.14	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 90cm aguas abajo del álabe	41
Figura 5.15	Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe	41
Figura 5.16	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe	42
Figura 5.17	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe	43
Figura 5.18	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabe	43
Figura 5.19	Evolución del eje del vórtice con la flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe	43
Figura 5.20	Estimación de la distancia aguas abajo del álabe para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad para cada una de las geometrías con flecha estudiadas	44
Figura 5.21	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe	44
Figura 5.22	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe	45
Figura 5.23	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabe	45
Figura 5.24	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe	46
Figura 5.25	Evolución del vórtice del álabe en delta para ángulo de ataque: (a) $\alpha = 5^\circ$ , (b) $\alpha = 7.5^\circ$ , (c) $\alpha = 10^\circ$ , (d) $\alpha = 12.5^\circ$	47
Figura 5.26	Evolución del vórtice del álabe en delta para ángulo de ataque $\alpha = 15^\circ$	48
Figura 5.27	Evolución del eje del vórtice del álabe en delta para distintos ángulos de ataque: (a) $\alpha = 5^\circ$ , (b) $\alpha = 7.5^\circ$	48
Figura 5.28	Evolución del eje del vórtice del álabe en delta para distintos ángulos de ataque: (a) $\alpha = 10^\circ$ , (b) $\alpha = 12.5^\circ$ , (c) $\alpha = 15^\circ$	49
Figura 5.29	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 40cm aguas abajo del álabe	49
Figura 5.30	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 50cm aguas abajo del álabe	50
Figura 5.31	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 60cm aguas abajo del álabe	50
Figura 5.32	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 70cm aguas abajo del álabe	50
Figura 5.33	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 70cm aguas abajo del álabe	51
Figura 5.34	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 80cm aguas abajo del álabe	51
Figura 5.35	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 90cm aguas abajo del álabe	51
Figura 5.36	Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 100cm aguas abajo del álabe	52
Figura 5.37	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe	52
Figura 5.38	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe	52
Figura 5.39	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabe	53

---

Figura 5.40	Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 100cm aguas abajo del álabe	53
Figura 5.41	Estimación de la distancia aguas abajo del álabe para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad para cada uno de los ángulos de ataque estudiados	53
Figura 5.42	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe	54
Figura 5.43	Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm, (c) 80cm, (d) 90cm, (e) 100cm aguas abajo del álabe	55



# Índice de Tablas

---

Tabla 4.1	Condiciones del flujo de entrada	24
Tabla 4.2	Ángulo de flecha, cuerda en la raíz y cuerda en la punta de los álabes con flecha estudiados	27
Tabla 5.1	Comparación con los resultados de Díaz [8] para plano 40cm aguas abajo del álabe	42



# Notación

---

$\Lambda$	Alargamiento
$\alpha$	Ángulo de ataque
$\Gamma$	Circulación de la corriente o intensidad del vórtice
$\mu$	Coefficiente de viscosidad
$\rho_\infty$	Densidad de la corriente incidente
$\delta$	Espesor de la capa límite
$\eta$	Eficiencia de la generación de vórtices
$\pi$	Número $\pi$
$\vec{\omega}$	Vector vorticidad
$\omega_x$	Componente $x$ de $\vec{\omega}$
$\nabla$	Operador gradiente
$\nabla \times$	Operador rotacional
$\nabla^2$	Operador laplaciana
$\nabla \cdot$	Operador divergencia
$a$	Longitud del borde de ataque
$b$	Envergadura
$c$	Cuerda
$C_D$	Coefficiente de resistencia
$C_{Di}$	Coefficiente de resistencia inducida
$C_L$	Coefficiente de sustentación
$D$	Resistencia
$D_H$	Diámetro hidráulico
$e$	Coefficiente de eficiencia de Oswald
$I_T$	Intensidad de la turbulencia
$M_\infty$	Número de Mach de la corriente incidente
$p_\infty$	Presión de la corriente incidente
$r$	Coordenada radial
$R_v$	Radio viscoso
$S$	Superficie alar
$U_\infty$	Velocidad de la corriente incidente
$\vec{v}$	Vector velocidad
$v$	Módulo de $\vec{v}$
$v_\theta$	Componente circunferencial de la velocidad o velocidad tangencial
$y^+$	Distancia adimensional a la pared

<i>St</i>	Número de Strouhal
<i>Fr</i>	Número de Froude
<i>Re</i>	Número de Reynolds
<i>Pe</i>	Número de Peclet
<i>Pr</i>	Número de Prandtl
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes
<i>RSM</i>	Reynolds Stress Model

# 1 Introducción

---

**E**n este primer capítulo introductorio, se presentarán los motivos que han llevado a la realización del estudio que esta memoria describe. También se hará una revisión del estado del arte en el campo donde los estudiados vórtices de punta de ala serían de aplicación, los dispositivos mezcladores de fluido, y se introducirán las investigaciones que han precedido y que sirven de motivación para el presente trabajo. Por último, se describe la organización del documento.

## 1.1 Motivación y objetivos

Desde los comienzos de la aviación, los vórtices de punta de ala han sido tratados como uno de los grandes problemas a los que hacer frente. Esto es debido a que este fenómeno causado por la envergadura finita de las alas, es el responsable de aproximadamente el 40% de la resistencia generada por las aeronaves. Es por ello que existen múltiples investigaciones centradas en la reducción de la intensidad de los vórtices o en el caso ideal su completa eliminación, haciendo uso, por ejemplo, de diferentes geometrías en los bordes marginales del ala. Sin embargo, el presente estudio se aleja de esta aproximación, ya que lo que se pretende es darle a los vórtices de ala un uso provechoso en su aplicación como dispositivos mezcladores de flujo, buscando no su atenuación, sino el efecto contrario, de manera que se consiga una mezcla eficiente del fluido con la mínima energía posible.



**Figura 1.1** Vórtices de punta de ala tras un A380 aterrizando en el aeropuerto de Zurich.

De ahí la motivación de este estudio, que además se trata de una continuación de diversas investigaciones previas iniciadas desde el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla, y que como se acaba de mencionar, tiene por objetivo encontrar la geometría de álabe que consiga generar los vórtices de punta de ala más intensos con la menor pérdida de carga posible, problema presente en otros tipos de mezcladores (como se verá en la Sección 1.2). Dentro de esta serie de estudios, el presente trabajo usa las técnicas de automatización del refinamiento del mallado empleadas en el estudio de Navarro [17], y compara también los resultados para ciertas geometrías de álabe estudiadas por Díaz [8], ampliando además el alcance del mismo para un rango más amplio de parámetros.

Desde este Departamento y mediante este estudio se colabora con la empresa D&BTech, que centra una de sus líneas de negocio en la búsqueda "del diseño del sistema de álabes de mezcla basado en la formación de los vórtices de punta de ala de las aeronaves, logrando el objetivo de mejorar la mezcla fluido/fluido o fluido/partícula sólida con un mínimo incremento de consumo de energía" [9]. La aplicación de estos conocimientos de Mecánica de Fluidos contribuye a la optimización de las operaciones industriales mediante la reducción de costes y el incremento de la eficiencia de los procesos de mezcla. Dicho esto, el cultivo de micro-algas es el campo de aplicación principal de estos vórtices, donde la intensidad lumínica es uno de los principales parámetros a considerar ya que debe repartirse de manera homogénea [12].

Todo esto será llevado a cabo gracias a la aplicación de la Mecánica de Fluidos Computacional haciendo uso del software de simulación ANSYS Fluent, partiendo de geometrías de álabes diseñadas con CATIA, y haciendo uso de MATLAB para la extracción y el análisis de los resultados.

## **1.2 Estado del arte en dispositivos mezcladores**

El mezclado es una de las operaciones unitarias de la ingeniería química más difíciles de someter a un análisis científico. En la actualidad sigue sin quedar claro cómo calcular el grado en que una mezcla se ha realizado de manera satisfactoria. Precisamente por ser el arte de mezclar tan empírico y por la casi infinita variedad de sustancias que pueden mezclarse, el número de modelos de mezcladores inventado es enorme. Pero pocos se han normalizado, ya que cada industria ha perfeccionado los mezcladores específicos para sus propios usos [4].

Esta operación de mezclado involucra sistemas de una sola fase o de varias fases líquidas, sólidas y gaseosas y se puede realizar en mezcladores estáticos o en sistemas agitados, como se verá a continuación. El mezclado está presente en la gran mayoría de los procesos industriales. Es más, por su importancia, los procesos de agitación y mezclado han sido estudiados desde los mismos comienzos de la civilización, cuando la humanidad tuvo necesidad de mezclar alimentos, tintas, materiales ornamentales, arcilla, etc. y su diseño inicialmente respondía más a la necesidad de dispersar las diferentes sustancias presentes en una mezcla, que a lograr un mezclado eficiente. Sería muy difícil encontrar dentro de los procesos industriales un proceso que no involucre de una manera u otra un proceso de mezclado, ya sea para promover la homogeneización de las fases, mejorar el contacto entre los reactivos en reactores agitados, dispersar aire en caldos de cultivo, agilizar la rapidez de transferencia de calor en el caso de recipientes con calentamiento externo, realizar operaciones de lixiviación de sólidos y una larga lista más de casos en donde la utilización de tanques agitados es parte fundamental y central del proceso productivo [19]. No es descabellado decir que el éxito de muchas operaciones industriales depende de la eficaz agitación y mezcla de fluidos [15].

Ahora se repasará la actualidad de los dispositivos mezcladores que existen, de manera que se ponga de manifiesto el porqué de este estudio y el posible campo de mejora.

### 1.2.1 Mezclador de paletas



**Figura 1.2** Mezcladora de palas WZ Series, SBL.

Este primer tipo de mezclador, que además se trata del más antiguo de los aquí mostrados, está constituido principalmente por una serie de paletas horizontales, verticales u oblicuas que se encuentran unidas a un eje que también puede estar orientado de diversas formas y que gira axialmente dentro del recipiente donde se encuentre el objeto de mezcla, de manera que el material es empujado alrededor del recipiente con una trayectoria circular. Una de las principales características de este tipo de dispositivo es la necesidad de aportar energía para mover las paletas. También tienen el inconveniente de que las paletas no son buenas mezclando la parte del fluido que no está en contacto con las mismas, ya que no generan eficazmente fuerzas que consigan mezclar en las zonas más alejadas [4]. Un ejemplo de este tipo de mezclador puede verse en la Figura 1.2.

### 1.2.2 Mezclador estático



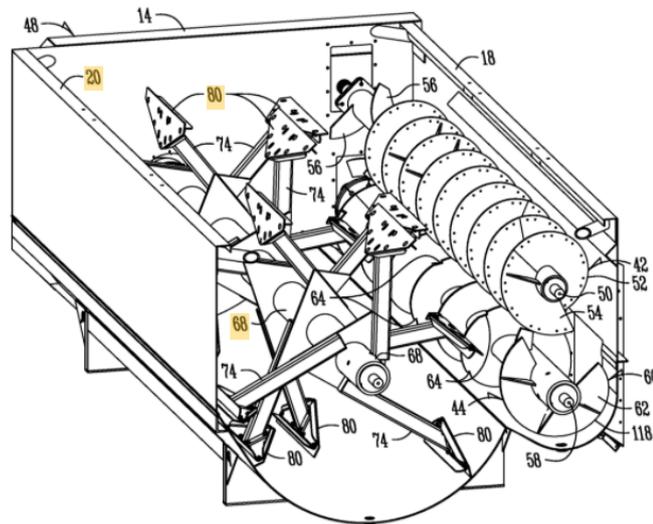
**Figura 1.3** Ejemplo de mezclador estático extraído de [5].

Un mezclador estático o mezclador sin movimiento (Figura 1.3) es un dispositivo que se encuentra

por lo general en el interior de una carcasa o tubería y cuyo objetivo es manipular la corriente de fluido para dividir, recombinar, acelerar/decelerar, esparcir, hacer girar o formar capas en la medida en que pasa por el mezclador. Como resultado de estas alteraciones en el flujo, los componentes de la mezcla entran en estrecho contacto. Los mezcladores estáticos no son por tanto utilizados estrictamente por requisitos de mezcla, sino también para procesos de reacción. El flujo en tuberías vacías produce por lo general cierto grado de mezclado radial pero en la mayoría de los casos, un mezclado adecuado solo puede ser conseguido con longitudes de tubería que dejan de ser prácticas. Insertando el mezclador estático rápidamente se acelera ese proceso de mezcla. Esta técnica es especialmente deseable donde se requiere una operación continua, barata y rápida. Además, al no tener partes móviles, está básicamente libre de mantenimiento y puede instalarse tan fácilmente como cualquier tubería. Sin embargo, la pérdida de presión es una consecuencia de este mezclador y es a veces el factor limitante en la selección del mismo [5].

### 1.2.3 Malla de mezclado

El mezclado mediante malla se emplea en conductos o canales por los que circula una corriente de fluido, como ocurría también para el mezclador estático. Este proceso de mezcla basa su funcionamiento en la introducción de una malla en el conducto de manera que se haga pasar el flujo laminar a turbulento. El movimiento turbulento está caracterizado por el hecho de que las diversas magnitudes presentan una variación aleatoria en el espacio y en el tiempo y su característica fundamental es la eficacia disipadora e igualadora de propiedades [6]. Así, este tipo de flujo está caracterizado por una importante capacidad de mezclado. De nuevo, la desventaja principal que presenta este mezclador es la pérdida de carga del flujo.



**Figura 1.4** Mezclador industrial basado en el tornillo de Arquímedes (Patente US3672640, 1972).

### 1.2.4 Tornillo de Arquímedes

El tornillo de Arquímedes se trata de un tornillo que se hace girar dentro de un cilindro hueco e inclinado, y que permite elevar un cuerpo o fluido situado por debajo del eje de giro. Se utiliza, por ejemplo, en plantas de tratamiento de aguas residuales. Es especialmente útil cuando hay que hacer frente a flujos de masas que no se mantienen constantes con el tiempo, o que tienen sólidos en suspensión. La misma idea se aplica en piscifactorías de manera que se puedan levantar los peces de forma segura.

Aunque este famoso dispositivo se ha usado tradicionalmente para la elevación de agua, grano u otros materiales, actualmente también se utiliza, con ciertas modificaciones, como instrumento de mezcla, como es el caso del mezclador que se muestra en la Figura 1.4, que se usa como mezclador de comida para ganado.

### 1.2.5 Mezclado por generación de vórtices

El mezclado por generación de vórtices es un mecanismo que aprovecha este fenómeno y la energía rotatoria que imprime en los fluidos, tanto líquidos como gases. Un ejemplo de estos mezcladores puede verse en la Figura 1.5. Con este tipo de mezcladores se pretende conseguir una pérdida de carga menor que con los mezcladores estáticos o de malla y se basa en el principio de los vórtices que será estudiado en este trabajo.

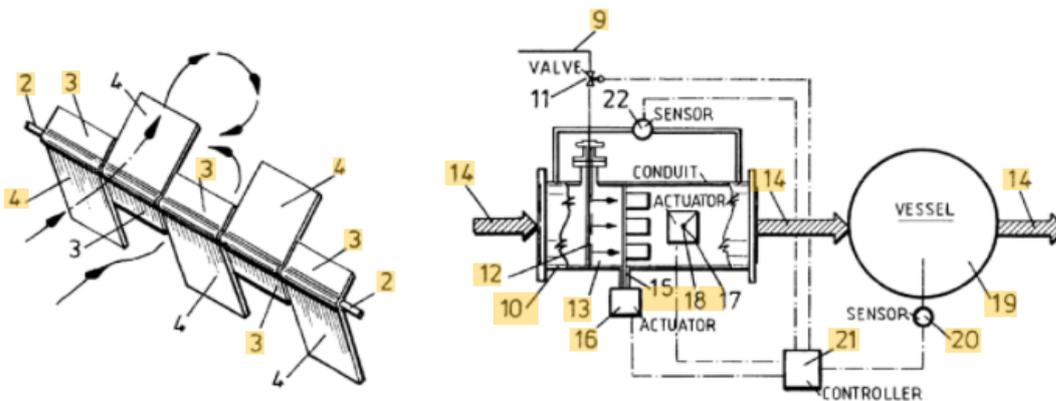


Figura 1.5 Mezclador mediante generación de vórtices (Patente US2018/078912, 2018).

## 1.3 Encuadre del estudio

Como se ha comentado anteriormente, este estudio se presenta dentro de una línea de investigaciones lanzadas desde el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Sevilla y la empresa Drops & Bubbles Tecnología. Con el mencionado objetivo de conseguir un mezclado eficiente y con la menor pérdida de carga posible, se han llevado a cabo múltiples investigaciones previas, que incluyen tanto estudios experimentales en laboratorio, como estudios teóricos y simulaciones CFD. Un resumen de las conclusiones de estos estudios se presenta en la Sección 2.4 del próximo capítulo.

## 1.4 Organización del documento

Por último se muestra cómo está organizado el presente documento en diferentes capítulos de la siguiente manera:

- Capítulo 1: Introducción.
- Capítulo 2: Vórtices de punta de ala.
- Capítulo 3: Computational Fluid Dynamics.
- Capítulo 4: Aplicación de CFD.
- Capítulo 5: Resultados.
- Capítulo 6: Conclusión y líneas futuras.



## 2 Vórtices de punta de ala

---

En este capítulo se hace una introducción a los vórtices de punta de ala, cómo se comportan y sus características. Se presentará el uso de la aerodinámica potencial como método para caracterizar el campo de velocidades alrededor de un perfil aerodinámico. Se definirá el concepto de vorticidad y los diferentes modelos que existen para definirla, haciendo una comparación entre estos y finalmente, se presentarán con más detalle las principales conclusiones obtenidas de las investigaciones que han precedido al presente estudio.

### 2.1 Introducción a los vórtices de punta de ala

Se conoce como vórtice al flujo rotatorio turbulento que gira alrededor de un eje y que, por lo general, se propaga en la dirección de dicho eje dando lugar a trayectorias helicoidales. Se pueden encontrar vórtices en la naturaleza, por ejemplo, en forma de fenómenos meteorológicos como torbellinos, huracanes o vórtices de von Kármán, que se dan cuando extensas acumulaciones nubosas pasan por islas o montañas. Los vórtices también pueden darse como consecuencia de la acción humana en procesos ingenieriles: sumideros en instalaciones hidráulicas, reactores de mezcla de la industria química, en los alerones de los coches, etc [8]. O en las puntas de las alas de los aviones, que es el caso que se estudia en este trabajo.

Se conoce como vórtice de punta de ala al flujo turbulento que se forma tras las aeronaves como consecuencia del rebordeo del flujo alrededor del ala. Esto se debe a la gran diferencia de presiones entre el intradós del ala, que tiene altas presiones, y el extradós, con presiones bajas. Este tipo de vórtices supone uno de las principales preocupaciones en el campo de la aviación, ya que son los responsables de la llamada resistencia inducida, la cual puede suponer en torno al 40% de la resistencia total de una aeronave convencional. A esto se suma que este efecto de rebordeo del flujo, supone una disminución del ángulo de ataque efectivo, lo que se traduce en una pérdida de parte de la sustentación. Es por todo esto, que estos vórtices de punta de ala son un fenómeno no deseado desde el punto de vista de la aviación, el cual se intenta disminuir al máximo posible con, por ejemplo, el empleo de winglets, que son superficies que se colocan en las puntas de las alas para obstaculizar el rebordeo y así bajar la intensidad de los vórtices.

Para estudiar analíticamente este fenómeno sobre alas finitas, se hace uso de la teoría de ala larga de Prandtl, basada en la aerodinámica potencial linealizada, que se verá en la próxima sección, y en la hipótesis de que el alargamiento del ala  $\Lambda$  sea mucho mayor que 1 ( $\Lambda \gg 1$ ). El alargamiento queda definido de la siguiente manera, donde  $b$  es la envergadura y  $S$  la superficie alar:

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} \quad (2.1)$$

Aunque la hipótesis del alargamiento no se cumple en las geometrías del presente trabajo, permite alcanzar una solución analítica para el coeficiente de resistencia inducida  $C_{Di}$ , el cual se define:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \Lambda e} \quad (2.2)$$

Siendo  $C_L$  el coeficiente de sustentación y  $e$  el coeficiente de eficiencia de Oswald, que es una forma de medir la similitud que tiene la forma en planta del ala con un ala elíptica (para la cual se tiene  $e = 1$ ), que minimiza la resistencia inducida, aunque no se suele dar en aviones comerciales debido a su dificultad y coste de fabricación. Por último, obsérvese que para la situación ideal de ala infinita, se tendría resistencia inducida nula [11].

## 2.2 Aerodinámica potencial

En esta sección se verá cómo partiendo de las ecuaciones de *Navier-Stokes* se puede llegar a describir el campo de velocidades alrededor de un ala. Con las simplificaciones de la teoría potencial y con un conjunto de condiciones de contorno, estas ecuaciones pueden llegar a resolverse [11].

El flujo alrededor de un ala queda definido de forma general mediante las ecuaciones de *Navier-Stokes*. Estas ecuaciones están representadas por un sistema no lineal en derivadas parciales, cuya resolución permite calcular los campos de presiones  $p$ , velocidades  $\vec{v}$ , temperaturas  $T$  y densidades  $\rho$  en cualquier punto del dominio fluido. Son las siguientes:

- **Ecuación de continuidad o de conservación de la masa:**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.3)$$

- **Ecuación de cantidad de movimiento:**

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}' + \rho \vec{f}_m \quad (2.4)$$

Donde  $\vec{f}_m$  denota el vector de fuerzas másicas y el tensor de esfuerzos viscosos  $\bar{\bar{\tau}}'$  (que para un fluido newtoniano se define mediante la ley de *Navier-Poisson*) queda definido así:

$$\bar{\bar{\tau}}' = 2\mu \bar{\bar{\gamma}} + \bar{\bar{I}} \cdot \left( \mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) \nabla \cdot \vec{v} \quad (2.5)$$

Siendo  $\mu$  el coeficiente de viscosidad,  $\mu_v$  el coeficiente de viscosidad volumétrica,  $\bar{\bar{I}}$  la matriz identidad y  $\bar{\bar{\gamma}}$  el tensor de velocidades de deformación que se define:

$$\frac{1}{2} (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T) \quad (2.6)$$

- **Ecuación de la energía:**

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla e = -p \nabla \cdot \vec{v} + \bar{\bar{\tau}}' : \nabla \vec{v} + Q_r + Q_q + \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (2.7)$$

Donde  $e$  es la energía interna del fluido,  $k$  es la conductividad térmica,  $Q_r$  y  $Q_q$  son las potencias caloríficas externas que recibe el fluido por radiación y reacción química respectivamente, y el término  $\bar{\bar{\tau}}' : \nabla \vec{v}$  representa la disipación de energía cinética interna del fluido.

Para que estas ecuaciones puedan ser resueltas, deben estar sujetas a una serie de condiciones de contorno que se definen por un lado lejos de las superficie del ala:

$$x \rightarrow \infty, \quad p \rightarrow p_\infty, \quad \vec{v} \rightarrow \vec{U}_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty \quad (2.8)$$

Y por otro lado, sobre la superficie del ala se tiene:

$$x \rightarrow x_s, \quad \vec{v} = 0, \quad T = T_s, \quad k\vec{n}_s \cdot \nabla T = k_s \vec{n}_s \cdot \nabla T \quad (2.9)$$

Donde el subíndice  $s$  denota a las magnitudes tomadas sobre la superficie del ala, y siendo  $\vec{n}_s$  el vector normal a dicha superficie.

Con todo lo anterior, el sistema de ecuaciones en derivadas parciales no es resoluble analíticamente para la mayoría de los casos, por lo que además se deben introducir las siguientes simplificaciones:

- Perfil rígido y esbelto. Así el espesor  $e(x)$  es independiente del tiempo y mucho menor que la cuerda y la envergadura.

$$z_e(x,y) - z_i(x,y) \sim e(x) \ll c, b \quad (2.10)$$

Siendo  $z_e$  y  $z_i$  la distancia desde el centro del ala al extradós e intradós respectivamente,  $c$  la cuerda y  $b$  la envergadura del ala.

- Movimiento cuasi-estacionario ( $St \ll 1$ ). Siendo número de Strouhal un número adimensional que indica las variaciones de un fluido con respecto a su velocidad media:

$$St = \frac{fc}{U_\infty} \quad (2.11)$$

Donde  $f$  es la frecuencia de desprendimiento del vórtice,  $c$  la cuerda y  $U_\infty$  la velocidad media del flujo incidente.

- Fuerzas másicas despreciables ( $Fr \gg 1$ ). Siendo el número de Froude un número adimensional que permite comparar el efecto de las fuerzas de aceleración convectiva frente al de las fuerzas másicas:

$$Fr = \frac{U_\infty^2}{gc} \quad (2.12)$$

- Término viscoso despreciable para zonas alejadas del ala. El número adimensional de Reynolds representa la importancia relativa entre el término de aceleración convectiva y el viscoso. Para la viscosidad y las densidades típicas del aire y velocidades y dimensiones de las aeronaves, se obtiene  $Re \gg 1$  para zonas fuera de la capa límite. Por tanto, se puede despreciar el término viscoso en zonas alejadas de la pared. El número de Reynolds queda definido:

$$Re = \frac{\rho_\infty U_\infty c}{\mu} \quad (2.13)$$

- Términos de potencia calorífica exterior aportada por radiación, por reacción química y conducción entre partículas fluidas despreciables. El último término se puede despreciar ya que lejos de la zona viscosa el número de Peclet ( $Pe = RePr$ ) es tal que  $Pe \gg 1$ . Siendo el número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\mu C_D}{k} \quad (2.14)$$

- Flujo incompresible ( $\rho = cte$ ). Los efectos de compresibilidad son despreciables si se cumple que el número de Mach  $M_\infty \ll 1$ , lo que se cumple en el caso de estudio.

$$M_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty} = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (2.15)$$

- Bajo ángulo de ataque  $\alpha(y) \sim \alpha_0 \ll 1$ .

Ahora, aplicando todas estas simplificaciones descritas, las ecuaciones de *Navier-Stokes* quedan de la siguiente forma:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.16)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p \quad (2.17)$$

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_\infty}{\rho_\infty^\gamma} \quad (2.18)$$

Con las siguientes condiciones de contorno (la última recibe el nombre de condición de impenetrabilidad):

$$\begin{aligned} x \rightarrow \infty, \quad p \rightarrow p_\infty, \quad \vec{v} \rightarrow \vec{U}_\infty \\ x \rightarrow x_s, \quad \vec{v} \cdot \vec{n}_s = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

A continuación, dado que el sistema de ecuaciones no es lineal, conviene linealizar el problema introduciendo una serie de conceptos. Por un lado, la vorticidad, relacionado con la velocidad angular del fluido, se define como el rotacional de la velocidad ( $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$ ). Introduciendo este concepto en la ecuación 2.17 y una serie de propiedades, se llega a:

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{v} - \vec{\omega} \nabla \cdot \vec{v} \quad (2.20)$$

Que representa la variación del vector vorticidad por unidad de tiempo en un sistema de referencia ligado a la partícula fluida.

Por otro lado, el fluido lejos del perfil se comporta de forma uniforme de modo que su vorticidad es cero. Así, en las zonas donde la viscosidad es despreciable, se cumple  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} = 0$  lo que implica que el campo de velocidades proviene de un gradiente, esto es,  $\vec{v} = \nabla \phi$ , donde  $\phi$  es una función escalar denominada potencial de velocidades. Teniendo esto en cuenta en la ecuación 2.16 se obtiene que el potencial de velocidades  $\nabla^2 \phi' = 0$ , siendo  $\phi'$  el potencial de velocidades de la corriente perturbada. Finalmente, la ecuación 2.16 se expresa de la siguiente manera:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_y}{\partial y} + \frac{\partial v'_z}{\partial z} = 0 \quad (2.21)$$

Y si se tiene en cuenta la incompresibilidad del flujo, se tiene la siguiente ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_y}{\partial y} + \frac{\partial v'_z}{\partial z} = 0 \quad (2.22)$$

Que tiene asociadas las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} \vec{v}' \rightarrow 0, \quad \text{si } |\vec{x}| \rightarrow \infty \\ v'_z(x, y, 0^\pm) = U_\infty \frac{\partial z_{e,i}(x, y)}{\partial x}, \quad \text{si } (x, y) \in \text{forma en planta del ala} \\ v'_z(x, y, 0^+) = v'_z(x, y, 0^-), \quad \text{si } (x, y) \in \text{forma en planta de la estela} \\ v'_x(x, y, 0^+) = v'_x(x, y, 0^-), \quad \text{si } (x, y) \in \text{forma en planta de la estela} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Con esta linealización se hace posible descomponer el problema como suma del problema simétrico o de espesor y del problema sustentador o de curvatura, de modo que la superposición de las soluciones de ambos problemas permite satisfacer las condiciones de contorno del problema en su conjunto. Como el problema simétrico no produce sustentación, se le suele dar más importancia al problema sustentador.

Con todo esto, la ecuación de Laplace puede resolverse mediante la superposición de soluciones elementales. Aquí se considera la solución elemental del torbellino, que es la siguiente:

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\theta \quad (2.24)$$

Donde  $\theta$  es la coordenada angular y  $\Gamma$  es la circulación de la velocidad a lo largo de un camino  $C$  que encierra el origen del torbellino y que es recorrido en el sentido contrario a las agujas del reloj, es decir:

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} dl \quad (2.25)$$

Así la ecuación de Laplace puede resolverse teniendo en cuenta lo siguiente:

$$\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \arctan\left(\frac{z-z_0}{x-x_0}\right) \quad (2.26)$$

Y sabiendo que el campo de velocidades viene dado por el gradiente del potencial y que puede obtenerse así:

$$\vec{v} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad (2.27)$$

Finalmente y con todo lo anterior, se ha conseguido obtener un modelo para calcular el campo de velocidades del vórtice utilizando la teoría potencial. Sin embargo, hay que tener en cuenta que este modelo desprecia la zona viscosa del vórtice y que por ello presenta velocidades que tienden a infinito en el centro del vórtice, lo que es falso según muestran los resultados experimentales. Esta divergencia se intenta corregir con los modelos de vorticidad presentados en la próxima sección.

## 2.3 Modelos de vorticidad

Aunque como se acaba de ver en la sección anterior la aerodinámica potencial proporciona una primera aproximación para caracterizar el campo de velocidades de los vórtices, este modelo no representa de manera adecuada los resultados experimentales, ya que tiene el inconveniente de que en las zonas cercanas al eje del vórtice se obtendrían velocidades tangenciales  $v_\theta$  muy elevadas llegando incluso a la singularidad en el mismo eje. Esto es debido a que se desprecia el efecto de la viscosidad en la zona cercana al eje del vórtice, donde el flujo ya no es potencial y las velocidades tangenciales tienen a anularse [13].

Es por esta razón que surgieron diferentes modelos que intentan caracterizar ese campo de velocidades dentro del núcleo viscoso del vórtice que la aerodinámica potencial no permite aproximar. Todos los modelos que a continuación se van a describir, y que describen el campo de velocidades tangenciales, se caracterizan porque definen el vórtice estableciendo relaciones de esta velocidad con dos magnitudes: la intensidad del vórtice o circulación de corriente  $\Gamma$  y el radio viscoso  $R_v$  del mismo. Así, se pueden encontrar los siguientes modelos de vorticidad (extraídos de [13], [3], [1]):

- **Modelo de Lamb-Oseen.** Este primer modelo se caracteriza por definir la velocidad tangencial con la siguiente función continua:

$$v_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-1.2526\left(\frac{r}{R_v}\right)^2}\right) \quad (2.28)$$

- **Modelo de Rankine.** Este segundo modelo se caracteriza porque hace uso de la solución del torbellino de la aerodinámica potencial para radios mayores que  $R_v$ , y de un modelo lineal en el núcleo viscoso. El modelo queda así descrito por las siguientes funciones:

$$v_{\theta}(r) = \begin{cases} \frac{\Gamma r}{2\pi R_v^2}, & r \leq R_v \\ \frac{\Gamma}{2\pi r}, & r > R_v \end{cases} \quad (2.29)$$

- **Modelo de Burnham-Hallock.** La función continua de este modelo fue obtenida a partir de las medidas experimentales de la intensidad de los vórtices de punta de ala sobre las aeronaves en un aeropuerto:

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left( \frac{r}{r^2 + R_v^2} \right) \quad (2.30)$$

- **Modelo de Proctor.** Este modelo usa dos parámetros adicionales,  $\bar{B}$  que representa la envergadura adimensional del ala, y  $\beta$ , un parámetro de ajuste que suele tomar valores cercanos a 10. Queda definido de la siguiente manera:

$$v_{\theta}(r) = \begin{cases} \frac{1.4\Gamma}{2\pi r} \left( 1 - e^{-\beta(\frac{r}{\bar{B}})^{0.75}} \right) \left( 1 - e^{-1.2526(\frac{r}{R_v})^2} \right), & r \leq R_v \\ \frac{\Gamma}{2\pi r} \left( 1 - e^{-\beta(\frac{r}{R_v \bar{B}})^{0.75}} \right), & r > R_v \end{cases} \quad (2.31)$$

- **Modelo de Proctor-Winckelmans.** Este modelo con una única función, presenta los parámetros descritos en el modelo de Proctor (teniendo en cuenta que  $\beta_0$  es equivalente al anterior  $\beta$ ), añadiendo otros dos:  $p \approx 2 - 4$  y  $\beta_i \approx 400 - 800$ . Toma la siguiente forma:

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left( 1 - \exp \left( \frac{-\beta_i (\frac{r}{R_v \bar{B}})^2}{\left( 1 + \left( \frac{\beta_i}{\beta_0} \left( \frac{r}{R_v \bar{B}} \right)^{1.2} \right)^p \right)^{\frac{1}{p}}} \right) \right) \quad (2.32)$$

- **Modelo de Vatistas.** Este modelo hace uso del parámetro  $n \approx 2$  que se ajusta en función de la presión y de la temperatura. Para  $n = 1$  se tendría la misma expresión que el modelo de Burnham-Hallock.

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left( \frac{r}{(r^{2n} + R_v^{2n})^{\frac{1}{n}}} \right) \quad (2.33)$$

- **Modelo de Jacquin.** Este modelo queda definido en tres tramos diferentes, según la zona del vórtice. Una primera zona correspondiente al núcleo viscoso ( $r \leq R_v$ ), una segunda zona donde los efectos viscosos no son del todo despreciables ( $R_v < r \leq R_0$ ) y la zona donde se puede considerar el flujo potencial ( $r > R_0$ ). Este nuevo parámetro  $R_0$  se estima con  $R_0 \approx 0.1R_v \bar{B}$ .

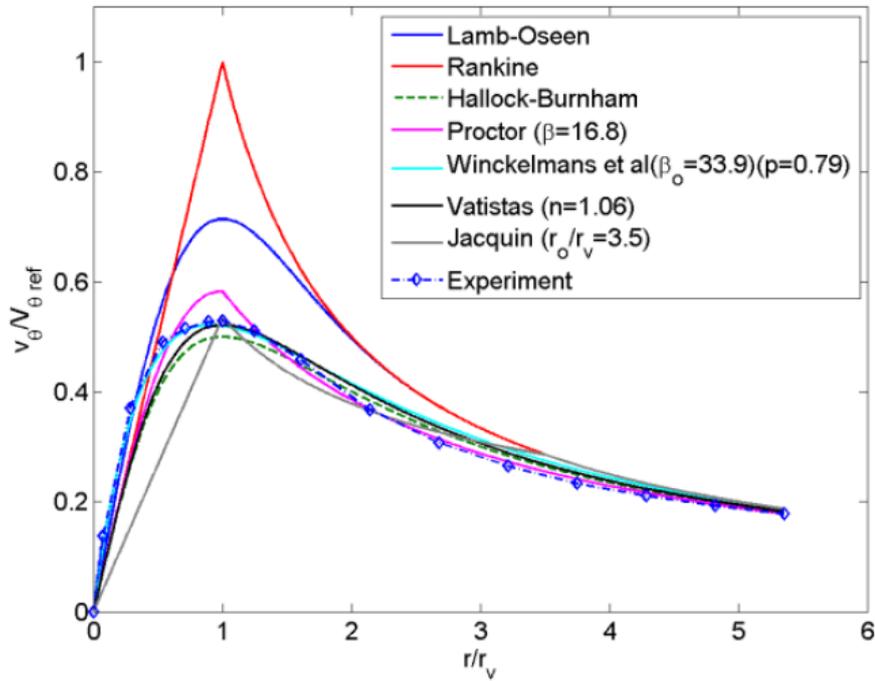
$$v_{\theta}(r) = v_{\theta}(r) = \begin{cases} \frac{\Gamma r}{2\pi R_v^2} \sqrt{\frac{R_v}{R_0}}, & r \leq R_v \\ \frac{\Gamma}{2\pi \sqrt{r R_0}}, & R_v < r \leq R_0 \\ \frac{\Gamma}{2\pi r}, & r > R_0 \end{cases} \quad (2.34)$$

- **Modelo de Burgers.** Este modelo se corresponde con una solución a las ecuaciones de *Navier-Stokes*. Presenta similitudes con el modelo de Lamb-Oseen, que se suele usar en estudios no estacionarios, mientras que el de Burgers es una solución estacionaria.

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left( 1 - e^{-\left(\frac{r}{R_v}\right)^2} \right) \quad (2.35)$$

### 2.3.1 Comparación de modelos de vorticidad

Ahora, en la Figura 2.1 se puede ver una gráfica presenta todos estos modelos de vorticidad que se acaban de describir, salvo el modelo de Burgers, así como su comparación con datos experimentales. Aunque se puede ver que ningún modelo se ajusta por completo a los datos experimentales, aquí se presentan algunas observaciones.



**Figura 2.1** Comparación entre varios modelos de vorticidad y datos experimentales. Extraído de [13].

Por un lado, el modelo de Proctor-Winckelmans caracteriza especialmente bien el vórtice para radios dentro de la zona viscosa pero no tanto la zona más alejada del núcleo, la que es mejor aproximada por el modelo de Proctor. Llama la atención que alrededor del pico viscoso, el modelo de Rankine se aleja bastante de los datos experimentales. Por otro lado, el modelo de Vatistas se acerca bastante a estos datos experimentales.

No obstante, el modelo de Burnham-Hallock es uno de los que mejor se ajusta a la curva de datos experimentales. Además no hace uso de parámetros de ajuste, utilizando sólo magnitudes físicas, y presenta una única función continua tanto dentro del núcleo viscoso como fuera, lo que facilita los cálculos. Por todo ello, y para poder comparar los resultados obtenidos en este trabajo con lo del estudio de Díaz [8], se ha decidido hacer uso de este mismo modelo para los ajustes y obtención de los resultados a partir de las simulaciones CFD.

## 2.4 Investigaciones previas

Una vez introducidos los principales conceptos teóricos del fenómeno de vórtice, se está en disposición de presentar con más profundidad el encuadre de este estudio. Como se comentó brevemente en el Capítulo 1, se han llevado a cabo una serie de investigaciones que preceden a esta. Es por ello, que para tener una visión del estado actual de la situación y poder situar mejor el presente trabajo, aquí se presentan las principales conclusiones extraídas de esos trabajos previos.

### 2.4.1 Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabes en una placa plana

La primera de las investigaciones que se puede considerar parte de esta misma línea [7], se trata de un estudio numérico mediante CFD de la influencia de la forma en planta y el ángulo de ataque en la intensidad del vórtice y en la resistencia que se genera. Aunque este estudio utilizó como fluido el aire y se sometió al álabes a un flujo libre, lo que difiere de las investigaciones actuales, permitió empezar a caracterizar los vórtices de punta de ala en este tipo de simulaciones. Se empleó

el modelo de Rankine para caracterizar el vórtice, y algunas conclusiones de interés fueron las siguientes:

- El álabo con flecha nula resultó ser, en términos de rendimiento, el más eficiente.
- El ángulo de ataque óptimo estaría comprendido entre los  $2^\circ$  y los  $5^\circ$ .
- Las configuraciones de flecha cercanas a la configuración del ala delta son las que generan mayores vórtices. Sin embargo, esto hacía aumentar el coeficiente de resistencia de los álabes.
- Se observó una evolución lineal de la intensidad del vórtice con el ángulo de ataque.

#### **2.4.2 Generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico**

Este estudio [16] se centró en conseguir caracterizar de la mejor forma posible los vórtices de punta de ala resultantes de la experimentación en un canal hidráulico disponible en el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos, mediante técnicas de procesamiento digital de imágenes. Para ello, se usaron distintas geometrías y las conclusiones se presentan a continuación:

- El método mediante el que se consiguió llevar a cabo la caracterización de los vórtices de punta de ala, hacía uso del procesamiento de imágenes mediante los programas ImageJ y MATLAB.
- Se compararon los resultados experimentales con las simulaciones llevadas a cabo en el proyecto anterior y se llegó a la conclusión de que efectivamente la circulación del vórtice varía linealmente con el ángulo de ataque.
- La velocidad tangencial máxima del campo de velocidades del vórtice depende fuertemente de la curvatura del álabo.
- De los resultados de un estudio comparativo de los distintos modelos de vorticidad, se llegó a la conclusión de que el modelo de Burnham-Hallock presentaba los resultados más precisos.
- Se comprobó que el radio viscoso aumenta cuanto más redondeado es el borde marginal del álabo.

#### **2.4.3 Estudio experimental de generación de vórtices de punta de ala en distintas geometrías alares**

Este proyecto [14], al igual que el anterior, se centró también en los ensayos experimentales. Para ello, se estudiaron nuevas geometrías de álabes y se llegó a las siguientes conclusiones:

- Se comprobó de nuevo que la curvatura tiene una gran influencia en el la intensidad del vórtice.
- La circulación del vórtice aumenta con la longitud del borde marginal.
- Los álabes con un valor menor del alargamiento producen vórtices menos intensos.

#### **2.4.4 Caracterización de vórtices de punta de ala mediante simulación CFD**

En este proyecto [8], se dejaron atrás los ensayos experimentales para centrarse en un estudio CFD numérico del problema real. Para ello, se modeló el canal hidráulico del laboratorio, y se hizo una comparación de distintos modelos de turbulencia. Se estudiaron distintas geometrías y curvaturas, aunque en concreto resultan de interés los álabes con flecha, cuyos resultados se estudian también es el presente estudio. Las conclusiones alcanzadas fueron:

- Las tendencias obtenidas en simulación se asemejan a los resultados experimentales. No obstante, existen ciertas diferencias en los mismos.
- El tipo de mallado cutcell es el que presenta los mejores resultados.
- El modelo de turbulencia RSM  $k - \epsilon$  presenta los mejores resultados, pero con un elevado coste computacional y se consideró como el modelo óptimo.

- El punto de curvatura máxima de los perfiles debe encontrarse en torno al 50% de la cuerda para maximizar el rendimiento del álabe.
- El radio viscoso crece con el ángulo de ataque.
- La intensidad de los vórtices y la eficiencia aumentan con la velocidad de la corriente incidente.
- La eficiencia máxima se alcanza para una curvatura entre el 3% y el 5%. Además, la circulación aumenta con la curvatura.
- La posición de la curvatura máxima en torno al 70% de la cuerda hace que los valores de la circulación sean máximos.

#### 2.4.5 Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico mediante simulación numérica

Este estudio [17] también consistió en la realización de simulaciones numéricas, usando de nuevo el canal de agua del estudio anterior. Este trabajo se centró, más que en estudiar diversas geometrías, en mejorar los modelos numéricos empleados para así obtener buenos resultados de las simulaciones minimizando el coste computacional. Se empleó el modelo de Burnham-Hallock para la caracterización de los vórtices. Las principales conclusiones de este estudio son:

- El uso de un mallado dinámico automatizado permite una mejor caracterización del vórtice, reduciendo de esta manera los tiempos de simulación al conseguir mallas con un número de celtas bastante menor.
- Si se hace uso de una malla suficientemente buena, se estableció que el modelo laminar permite caracterizar de forma apropiada la turbulencia. De nuevo, esto permite reducir significativamente el coste computacional de las simulaciones. Sin embargo, este modelo tiene ciertas limitaciones para ángulos de ataque grandes.
- Se analizó la influencia de la cuerda y se encontró que en torno a los 30cm se encontraba el punto óptimo en cuanto a la eficiencia, con una relación  $c/b = 2$ .
- Se observó que la intensidad del vórtice aumenta al retrasarse la posición de la curvatura máxima del álabe, mientras que la eficiencia presentaba un máximo en torno al 50%.
- Con respecto al efecto de la distancia al fondo del canal, se concluyó que distancias mayores permiten obtener intensidades del vórtice mayores, pero la posición con mejores eficiencias es aquella en la cual el eje del vórtice queda centrado en el canal, ya que de este modo el campo de velocidades se distribuye uniformemente.

#### 2.4.6 Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canales y conductos

Este último estudio [18] fue realizado poco antes del presente trabajo y por tanto, no se han podido tener en cuenta sus conclusiones para la realización del mismo. Se trata de una investigación en la que se llevaron a cabo tanto simulaciones numéricas (en canal prismático y cilíndrico) como ensayos experimentales. Del extenso estudio realizado, aquí se muestran algunas de las principales conclusiones:

- Se mejoró el proceso de análisis de resultados para ensayos experimentales, estudiándose la influencia de la cuerda del álabe y observando que la circulación aumenta con esta.
- Se mostraron las bondades del cálculo de la circulación mediante integración directa de la vorticidad en la dirección del flujo.
- Del estudio en canal prismático, se estudió la eficiencia de los vórtices en un canal periódico, se estudiaron álabes con curvatura y sus eficiencias con el ángulo de ataque y el efecto de la envergadura, y el efecto de la torsión, entre otros parámetros. También se estudió la evolución del vórtice a lo largo del canal.

- En el estudio en canal cilíndrico se estudió la influencia de la cuerda, de la curvatura para ángulos de ataque fijos, la evolución de la circulación y la velocidad tangencial a lo largo del canal y, al igual que en el canal prismático, se estudiaron las trayectorias sinusoidales seguidas por las partículas fluidas.

## 3 Computational Fluid Dynamics

---

Una vez introducidos los vórtices en el capítulo anterior, en el presente capítulo se hablará sobre el concepto de CFD, de ANSYS como software de simulación, de las ecuaciones de transporte que este tipo de software se encarga de resolver, y del modelado de la turbulencia, fundamental para caracterizar correctamente los vórtices de punta de ala.

La Mecánica de Fluidos Computacional, o como se conoce en inglés, Computational Fluid Dynamics (CFD), se trata de una rama de la mecánica de fluidos que emplea métodos numéricos y algoritmos para resolver y analizar problemas sobre el flujo de fluidos. Se apoya en la capacidad computacional de los ordenadores para realizar los cálculos requeridos para simular las interacciones que se producen en los líquidos o gases. Aunque es muy difícil reflejar por completo la realidad, en la actualidad cada vez es posible analizar situaciones más complejas con un error muy pequeño. Los resultados obtenidos mediante CFD suelen contrastarse con resultados experimentales para comprobar cómo de bien reflejan la realidad. El método se basa en una discretización del espacio con la creación de una malla espacial, que divide el espacio en pequeños volúmenes de control, donde se resuelven las ecuaciones del problema hasta que los residuos entre iteraciones se hacen lo suficientemente pequeños y la solución converge [2].

### 3.1 ANSYS como software de simulación

ANSYS se trata de un software de simulación desarrollado por la empresa del mismo nombre, y es en la actualidad un líder global en las simulaciones aplicadas a la ingeniería, incluyendo estas no sólo las simulaciones CFD, sino también muchas otras como pueden ser las simulaciones estructurales, acústicas o incluso de vehículos autónomos o satélites espaciales. Este tipo de software es vital para predecir como funcionará y reaccionará un determinado producto bajo un entorno real, como paso previo a su fabricación. ANSYS ofrece un paquete de aplicaciones que pueden ser unificadas para los problemas más complejos. Téngase en cuenta que la versión de ANSYS empleada para las simulaciones es la 17.0.

### 3.2 ANSYS Fluent

Dentro del paquete de aplicaciones para resolver problemas de mecánica de fluidos existen diferentes programas de resolución que reciben el nombre de solvers, siendo Fluent uno de ellos y el elegido para su utilización en las simulaciones del presente trabajo.

ANSYS Fluent es capaz modelar un amplio rango de complejos problemas con flujos incompresibles, compresibles, laminares o turbulentos. Tiene la posibilidad además de trabajar con análisis estacionarios (el empleado en esta ocasión) o transitorios. Se incluyen una extensa variedad de modelos para fenómenos de transporte, como reacciones químicas o transferencia de calor. Y entre

otras muchas funcionalidades, permite actualizar dinámicamente el mallado de entrada, como se verá en la Sección 4.2.

### 3.3 Ecuaciones de transporte

Para poder llegar a una solución de los complejos problemas de la mecánica de fluidos, dentro de Fluent se resuelven las ecuaciones de *Navier-Stokes* (ecuación de continuidad, de cantidad de movimiento y de la energía, como se vio en la Sección 2.2) discretizadas, ya que la resolución analítica no es posible. Esta discretización permite obtener resultados lo suficientemente precisos. Sin embargo, la solución a la que se llegue nunca podrá corresponderse al 100% con la solución del problema real, ya que está limitada a los errores numéricos subyacentes al mallado escogido y el modelo empleado para la resolución.

Para llevar a cabo la nombrada discretización existen varios métodos, entre los que se encuentran el Método de Diferencias Finitas o el Método de Elementos Finitos. No obstante, el método empleado por Fluent, y por lo general en CFD, es el Método de los Volúmenes Finitos. Este modelo considera las ecuaciones de forma integral en pequeños volúmenes de control (*VC*) o celdas, resolviendo las incógnitas en cada una de ellas. Así, se consigue discretizar tanto el espacio como el tiempo. Dicho esto, las ecuaciones de *Navier-Stokes* siguen una estructura de ecuación de transporte. Así, para una magnitud escalar  $\phi$ , se tiene la siguiente ecuación de transporte escrita de forma integral:

$$\iiint_{VC} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \iint_{SC} \rho \phi \vec{u} d\vec{A} = \iint_{SC} \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \iiint_{VC} S_\phi dV \quad (3.1)$$

Donde *VC* representa el volumen de control, *SC* la superficie de control,  $\rho$  la densidad,  $\vec{u}$  es el vector velocidad,  $\Gamma_\phi$  el coeficiente difusivo y  $S_\phi$  es el término asociado a las fuentes de la magnitud transportada. Esta ecuación es aplicada a cada celda del volumen de control total. Si ahora se discretiza la ecuación para cada celda, se tiene:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f \rho_f \vec{u}_f \phi_f \vec{A}_f = \sum_f \Gamma_\phi \nabla \phi_f \vec{A}_f + S_\phi V \quad (3.2)$$

Siendo  $\phi_f$  el valor de  $\phi$  convectado a través de la cara  $f$ ,  $\rho_f \vec{u}_f \phi_f \vec{A}_f$  el flujo másico a través de cada cara,  $\nabla \phi_f$  el gradiente de  $\phi$  en la cara  $f$ ,  $\vec{A}_f$  el área de la cara,  $N$  el número de caras de cada celda y  $V$  el volumen de la misma.

Resolviendo estas ecuaciones para las magnitudes del problema se obtienen unos residuos que no son más que la diferencia entre la solución de dos iteraciones consecutivas. Cuando estos residuos son lo suficientemente pequeños, se suele considerar que la solución ha llegado a la convergencia, aunque existen otros criterios para determinar cuándo la solución se da por buena, como se verá en la Sección 4.4 [18].

### 3.4 Modelado de la turbulencia

Se define un flujo turbulento como aquel que es desordenado en términos de espacio y de tiempo, y además es caótico, lo que implica que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales que se tengan, pueden incurrir en importantes cambios en las condiciones finales obtenidas. Se caracteriza también por ser un flujo disipativo y con una gran difusividad másica, y por presentar un espectro continuo en cuanto a las escalas espaciales, desde las escalas más grandes hasta las más pequeñas determinadas por la viscosidad. Por todo esto, para poder modelar la turbulencia se emplean modelos estadísticos y estocásticos, lo que no significa que la solución sea aleatoria, sino determinista [17].

En aplicaciones de la mecánica de fluidos, el modelado de la turbulencia cobra especial importancia en la capa límite de los perfiles. Existen diferentes modelos para resolver la turbulencia. Entre ellos se encuentran modelos como la teoría de la cascada de energía de Kolmogorov, el modelo de simulaciones de Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS), las llamadas Large Eddy Simulations [10], o el Reynolds Stress Model (RSM), que será el empleado en este trabajo y que se detalla a continuación.

### 3.4.1 Reynolds Stress Model

Este modelo es el escogido para las simulaciones de este estudio por un lado porque, aunque es el más complejo y costoso computacionalmente, es el que mejores soluciones del vórtice da y, además, se trata del usado en el estudio de Díaz [8] con el que se comparan ciertos resultados.

Constituye un tipo de modelo de turbulencia que proporciona Ansys Fluent más elaborado que el RANS. Este modelo no utiliza la hipótesis de Boussinesq, sino que cierra las ecuaciones de *Reynolds Navier-Stokes* resolviendo las ecuaciones de transporte junto con una ecuación para la tasa de disipación, lo que implica que se necesitan cinco ecuaciones de transporte adicionales en flujos bidimensionales y siete ecuaciones de transporte en flujos tridimensionales como el de este trabajo. Las ecuaciones de transporte del modelo RSM son de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \bar{u}_i' \bar{u}_j') + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i' \bar{u}_j') = D_{L,ij} + D_{T,ij} + G_{ij} + P_{ij} + \phi_{ij} - F_{ij} - \varepsilon_{ij} + S_u \quad (3.3)$$

Donde  $D_{L,ij}$  es la difusión molecular,  $D_{T,ij}$  es la difusión turbulenta,  $G_{ij}$  la generación de flotabilidad,  $P_{ij}$  la generación de los esfuerzos,  $\phi_{ij}$  los esfuerzos de presión,  $F_{ij}$  los esfuerzos generados por la rotación,  $\varepsilon_{ij}$  el término de disipación, y  $S_u$  es una variable definida por el usuario. Además, la velocidad se ha descompuesto así:

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (3.4)$$

Siendo  $\bar{u}_i$  la velocidad media y  $u_i'$  la fluctuación, para las 3 componentes de la velocidad ( $i = 1, 2, 3$ ).

Por último, téngase en cuenta que la variante del modelo usada es la RSM  $k - \varepsilon$ , para la que se requiere un valor de la distancia adimensional a la pared  $y^+$  cercano a la unidad ( $y^+ \sim 1$ ). Esta se define así:

$$y^+ = \frac{\rho y u_\tau}{\mu} \quad (3.5)$$

Donde  $y$  es la distancia dimensional a la pared y  $u_\tau$  es la velocidad de fricción en dicho punto.



## 4 Aplicación de CFD

---

Tras la introducción a la Mecánica de Fluidos Computacional del Capítulo 3 anterior, en el presente capítulo se pasará a explicar cómo se ha aplicado de forma práctica esta teoría para la posterior obtención de los resultados deseados.

Se presentan un total de cinco secciones, empezando por el proceso previo a la aplicación directa de CFD en las propias simulaciones que incluye el método de creación de las geometrías de álabes empleadas, el dominio empleado, la malla escogida y las correspondientes condiciones de contorno. Ya como parte del mismo proceso de simulación, se presenta la automatización del refinamiento de la malla dentro del propio Fluent. Posteriormente se presenta una descripción de los casos de álabes simulados, algunos comentarios sobre los criterios que marcarán la correcta convergencia de los resultados obtenidos de las simulaciones, y por último, la metodología empleada, con la ayuda de MATLAB, para la extracción de resultados de valor a partir de los datos extraídos de Fluent.

### 4.1 Preproceso

En esta sección se detallan los procesos previos más relevantes que se necesita realizar con anterioridad a las propias simulaciones.

#### 4.1.1 Modelado de la geometría

En primer lugar, para el modelado de la geometría se ha hecho uso del software de CATIA (Computer-Aided Three dimensional Interactive Application), que no es más que un programa de diseño asistido por computadora que pertenece a Dassault Systèmes.

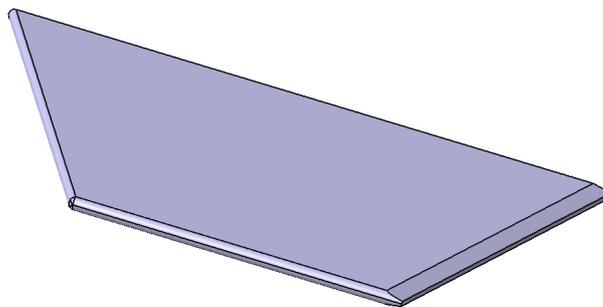
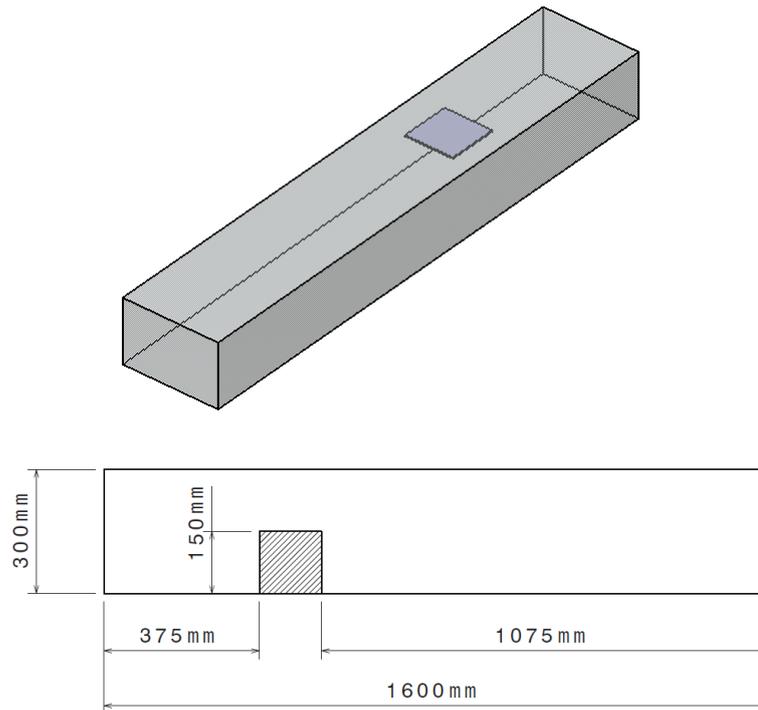


Figura 4.1 Modelado de la geometría del álabe con flecha de 30°.

Como se puede ver en la Figura 4.1, donde se muestra una de las geometrías modeladas, la parte más importante del diseño no es más que el álabe en sí. Hay que tener especial cuidado en este proceso, de manera que se reduzcan al máximo las posibles irregularidades, bordes afilados no deseados o curvaturas que puedan pasar desapercibidas a simple vista.

#### 4.1.2 Dominio estudiado

El dominio empleado en las simulaciones es similar para todos los casos estudiados. Además, se trata de un canal hidráulico que tiene exactamente las mismas dimensiones del empleado en las simulaciones del estudio de Díaz [8]. Se muestra en la Figura 4.2.



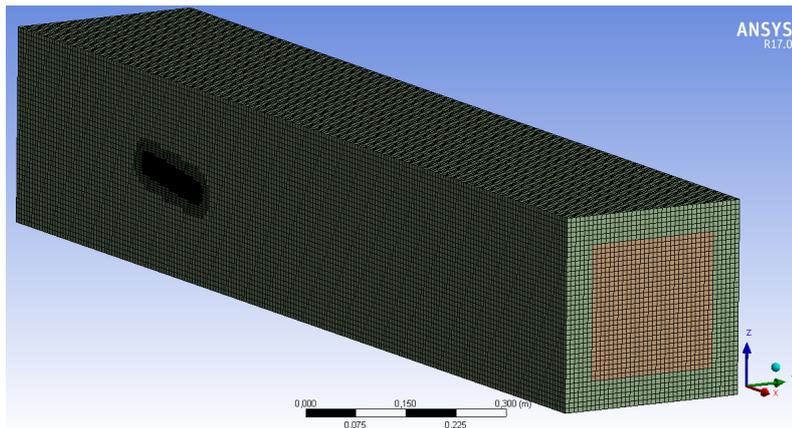
**Figura 4.2** Ejemplo del volumen de control para el caso de una placa plana cuadrada y ángulo de ataque 0. Extraída de [8].

Se trata de un canal de sección cuadrada de 300x300mm, en el que el álabe se sitúa más cercano a la sección de entrada, y que para todos los casos estudiados, el borde de salida de este álabe se mantiene siempre con la longitud de 150mm constante y en la misma posición central, estando a la misma distancia tanto de la parte superior del canal como del fondo del mismo (el borde de salida es paralelo a ambas superficies).

#### 4.1.3 Mallado de partida

En CFD el mallado empleado en el dominio definido cobra una importancia vital, ya que es la base sobre la que se resuelven las ecuaciones de transporte y que permite llegar a una solución de calidad que refleje correctamente el comportamiento del vórtice de punta de ala.

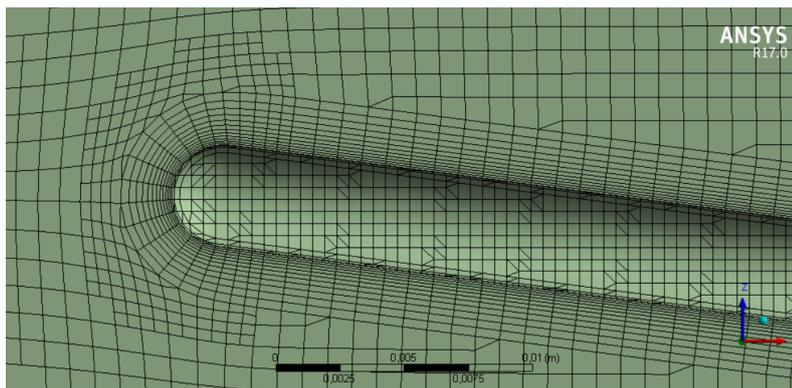
Como se verá en la Sección 4.2, para las simulaciones se ha decidido partir de una malla inicial sin refinamiento previo, y dejar que sea ya dentro de Fluent cuando se proceda al refinado de la misma. Este mallado de partida está formado por celdas hexaédricas de tipo cutcell en todo el volumen de control, con una longitud de arista constante de 7.5mm, salvo en las proximidades del álabe, donde las celdas van decreciendo de tamaño gradualmente. La vista general del mallado



**Figura 4.3** Mollado tipo cutcell del volumen de control.

puede verse en la Figura 4.3, así como la disposición de los ejes, teniendo el eje  $x$  la dirección y el sentido del flujo incidente de entrada (paralelo a las paredes del canal), siendo el eje  $y$  el horizontal y el eje  $z$  el vertical, y situándose el origen de coordenadas en el eje central del canal.

El tamaño de estas celdas cercanas a la pared del álabe se definen mediante un "inflation" con 12 como número de capas y un ratio de crecimiento de 1.15, de manera que el valor de  $y^+$  sea del orden de la unidad. Un detalle de la malla en las cercanías del álabe puede verse en la Figura 4.4.

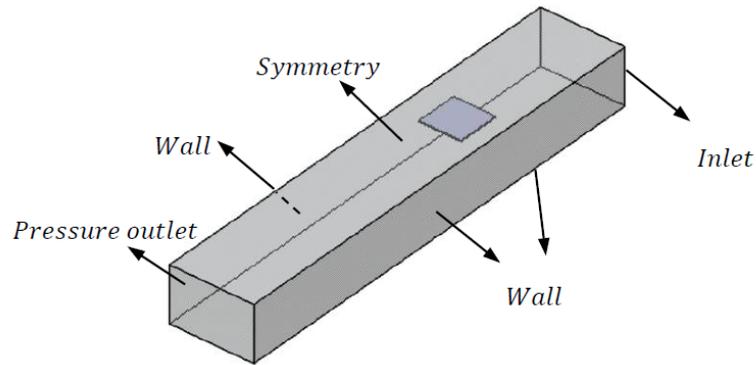


**Figura 4.4** Detalle del mllado cercano al álabe.

#### 4.1.4 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno del dominio son similares para todas las simulaciones. Las diferencias entre unas simulaciones y otras estará en las diferentes geometrías y ángulos de ataque de las mismas. Estas condiciones comunes son las siguientes (véase la Figura 4.5):

- Pared con condición de impenetrabilidad y no deslizamiento en la superficie del álabe, en las paredes laterales y en el fondo del canal hidráulico.
- Simetría en la parte superior del dominio. Aunque en realidad esta condición debería ser de superficie libre para ajustarse a la realidad, se ha optado por esta condición de simetría que la aproxima bastante bien y requiere simulaciones menos pesadas.
- Salida de presión en la parte posterior del dominio.
- Entrada de velocidad en la cara anterior del canal con los valores en velocidad, diámetro hidráulico y la intensidad de la turbulencia mostrados en la Tabla 4.1, los cuales se mantienen constantes para todos los casos simulados.



**Figura 4.5** Condiciones de contorno del dominio.

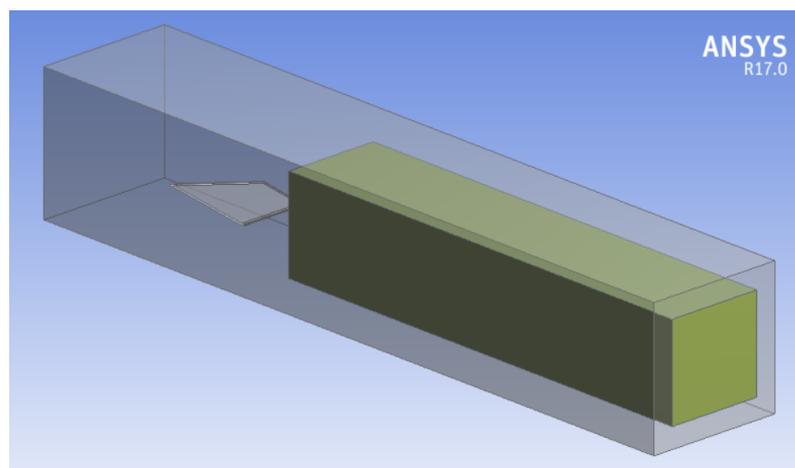
**Tabla 4.1** Condiciones del flujo de entrada.

$U_\infty$	$D_H$	$I_T$
0.3m/s	0.343m	3.78 %

## 4.2 Refinado de la malla y automatización

En esta sección se explica cómo se ha aplicado un método de refinamiento automático de la malla, siguiendo las ideas presentadas por Navarro [17]. Como se comentó en la sección anterior, es absolutamente necesario el refinamiento de la malla de partida para captar de manera correcta el comportamiento del vórtice de punta de ala.

Primero se optó por un refinamiento de la malla en un volumen cilíndrico con eje el del canal hidráulico y que partiese aguas abajo del álabe. Sin embargo, esta solución es muy poco óptima por varias razones, ya que no se conoce a priori la posición del eje del vórtice (además del hecho de que este va variando su posición a lo largo del canal) o el hecho de que para asegurar capturar todo el vórtice se tiende a sobredimensionar el volumen a refinar con la consiguiente penalización en celdas y tiempo de simulación.



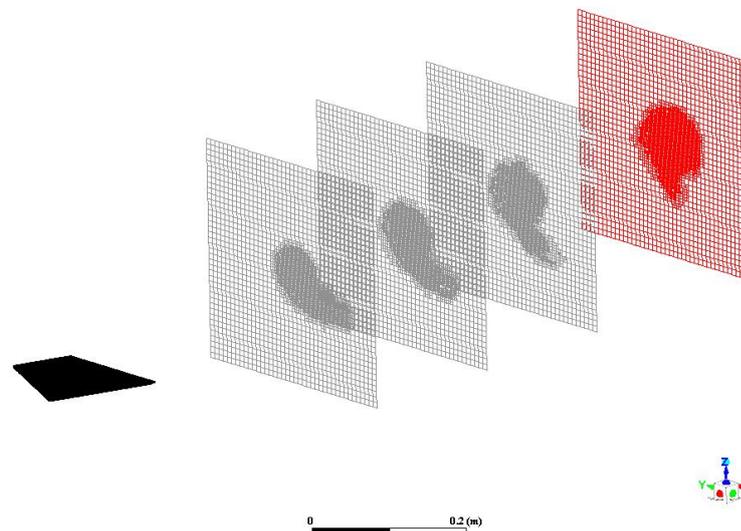
**Figura 4.6** Subvolumen del dominio en que se produce el refinamiento automático de la malla.

Por todo ello, se ha hecho uso de la herramienta Adapt by Gradient dentro del propio Fluent, que permite el refinado automático de la malla cada cierto número de iteraciones en función de

la magnitud del gradiente de una determinada variable. La variable escogida no es otra que la vorticidad en dirección  $x$   $\omega_x$ , debido a que presenta grandes variaciones únicamente en la zona cercana al eje del vórtice, permitiendo así el refinamiento deseado y adaptado perfectamente a los límites del vórtice donde los gradientes de la vorticidad son importantes.

Dentro de esta funcionalidad de Fluent, se han utilizado los siguientes parámetros: método Gradient, un Refine Threshold del 0.5 % (se refinarán aquellas zonas en que el gradiente de  $\omega_x$  supere ese porcentaje), un Coarsen Threshold del 0.01 % (se invierte el refinado si las variaciones son menores que este porcentaje para evitar sobredimensionado) y una actualización dinámica de la malla cada 50 iteraciones. Además, para evitar que se refinen los bordes marginales del álabe donde los gradientes de vorticidad son elevados, se ha definido una zona aguas abajo del álabe (Figura 4.6) de manera que el refinamiento sólo se aplique en ella.

Por último, un ejemplo de la evolución de la malla resultante una vez la solución converge, puede verse en la Figura 4.7, en la que se aprecia cómo la malla efectivamente se adapta a la forma del vórtice.



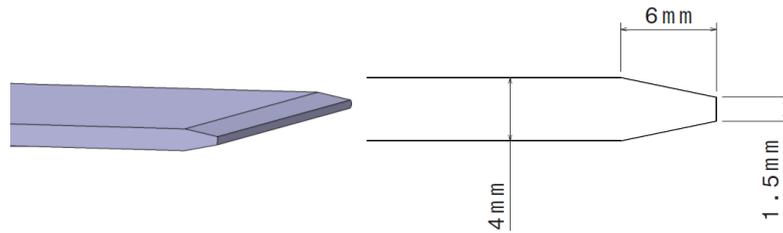
**Figura 4.7** Ejemplo de refinado automático de la malla. Planos a 40cm, 60cm y 80cm aguas abajo del álabe y sección de salida del canal.

## 4.3 Geometrías de álabe estudiadas

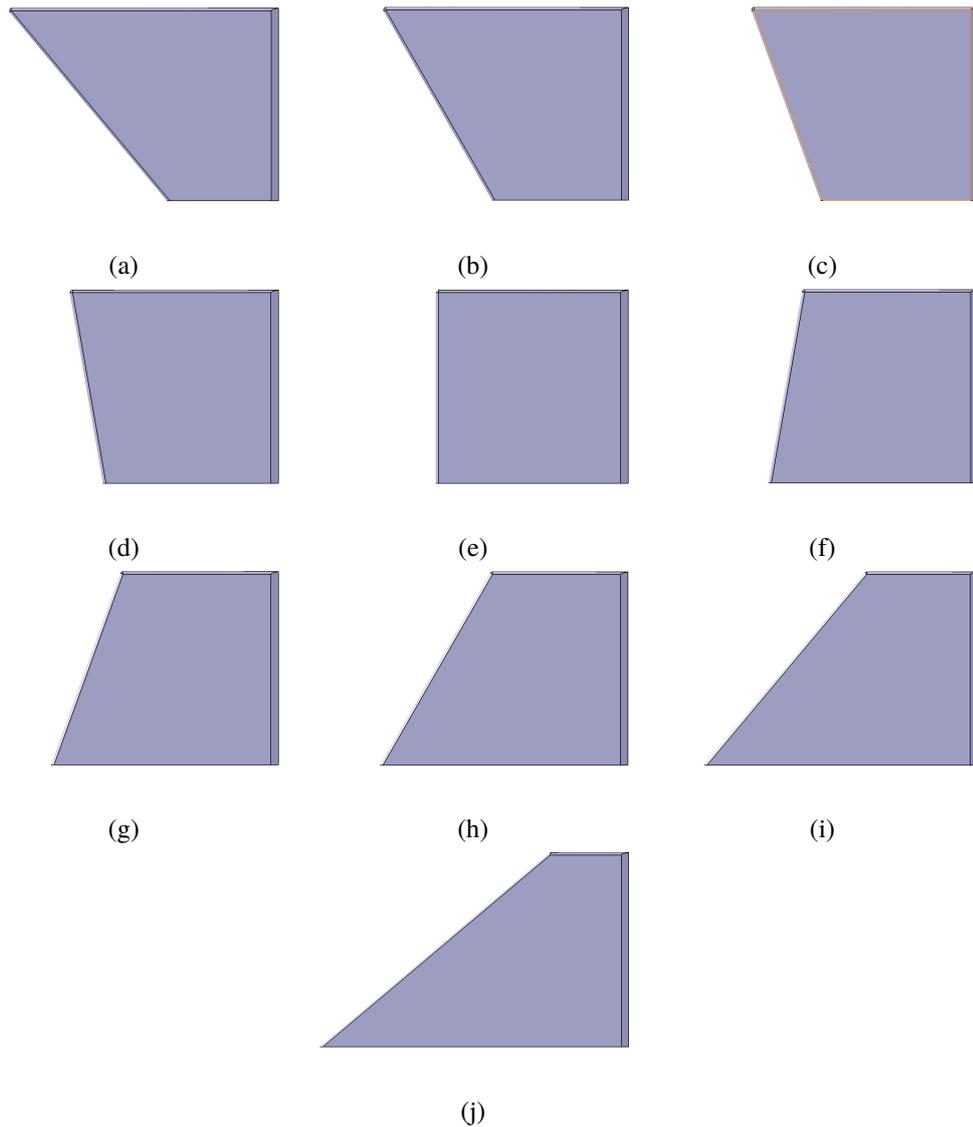
En esta sección se describen todas las geometrías de álabes definidas con la herramienta CATIA y estudiadas posteriormente en las simulaciones. Téngase en cuenta que para todas las geometrías de álabes mostradas a continuación, se ha redondeado tanto el borde de ataque como el borde marginal de estos.

### 4.3.1 Álabes con flecha

En primer lugar, hay que tener en cuenta que el hecho de haber escogido álabes planos con distintos ángulos de flecha tiene entre sus motivaciones, confirmar los resultados obtenidos por Díaz [8]. En el citado estudio se realizaron simulaciones para álabes con flecha que variaba entre los  $-30^\circ$  y los  $30^\circ$ , ampliándose en este estudio el rango yendo desde los  $-40^\circ$  de flecha negativa, hasta llegar con la flecha positiva al álabe en delta, mostrado en la sección siguiente.



**Figura 4.8** Geometría de álabe en delta.



**Figura 4.9** Geometría de álabe con flecha: (a)  $\varphi = -40^\circ$ . (b)  $\varphi = -30^\circ$ . (c)  $\varphi = -20^\circ$ . (d)  $\varphi = -10^\circ$ . (e)  $\varphi = 0^\circ$ . (f)  $\varphi = 10^\circ$ . (g)  $\varphi = 20^\circ$ . (h)  $\varphi = 30^\circ$ . (i)  $\varphi = 40^\circ$ . (j)  $\varphi = 50^\circ$ .

Además del ángulo de flecha, el álabe queda definido por las dimensiones mostradas en la Figura 4.8, mostrándose en la Figura 4.9 el detalle de todos los álabes simulados.

Todos estos álabes, de manera que se puedan comparar los resultados de unos a otros, mantienen constante tanto el área de la forma en planta ( $S = 0.0225m^2$ ) como la envergadura ( $b = 0.15m$ ). De este modo, la variación de la flecha se consigue cambiando la longitud de la cuerda del álabe en la

raíz ( $c_r$ ) y en la punta ( $c_t$ ), según los valores mostrados en la Tabla 4.2.

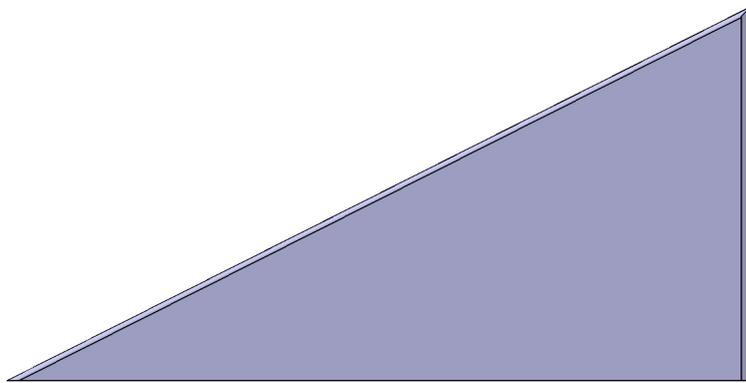
**Tabla 4.2** Ángulo de flecha, cuerda en la raíz y cuerda en la punta de los álabes con flecha estudiados.

$\varphi [^\circ]$	$c_r [mm]$	$c_t [mm]$
-40	87.1	212.9
-30	106.7	193.3
-20	122.7	177.3
-10	136.8	163.2
0	150.0	150.0
10	163.2	136.8
20	177.3	122.7
30	193.3	106.7
40	212.9	87.1
50	239.4	60.6

Téngase en cuenta que se ha decidido no llegar más allá de los  $-40^\circ$  de flecha negativa ya que el álabo resultante tendría una cuerda en la raíz muy pequeña, lo que no resultaría estructuralmente correcto.

#### 4.3.2 Álabo en delta

Al ir aumentando progresivamente en ángulo de flecha, se ha llegado a la geometría de álabo en delta (Figura 4.10), a la cual le corresponde un ángulo de flecha de  $63.435^\circ$ . Como en todas las geometrías anteriores, se han mantenido constantes los mismos valores de área de la forma en planta y envergadura del álabo.

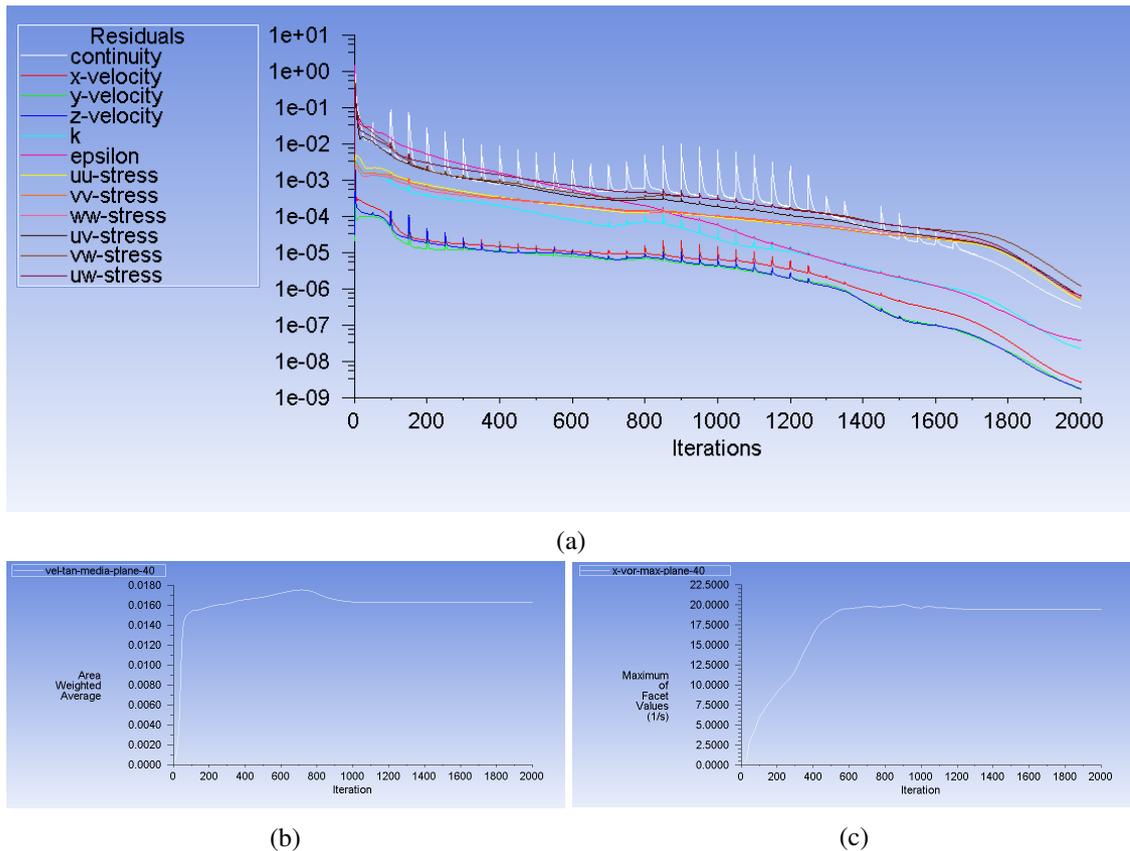


**Figura 4.10** Geometría de álabo en delta.

## 4.4 Convergencia de los resultados

El hecho de que una simulación se pueda dar por concluida para poder extraer resultados precisos y sobre los que se tenga un alto nivel de confianza, depende de que la solución de dicha simulación haya convergido de manera adecuada. Para evaluar la convergencia de la solución se pueden usar múltiples criterios. A mayor número de comprobaciones, más confianza en la solución obtenida.

Para este estudio, en primer lugar únicamente se tuvo en cuenta para esto que el valor de los residuos de resolución de las ecuaciones del problema bajasen lo suficiente y que los valores de



**Figura 4.11** Ejemplo de convergencia de la simulación: (a) Residuos. (b) Velocidad tangencial media en plano 40cm aguas abajo del álabe. (c) Vorticidad en  $x$  máxima en plano 40cm aguas abajo del álabe.

$C_L$  y  $C_D$  del álabe no varían con las nuevas iteraciones. Sin embargo, los vórtices de punta de ala requieren de bastantes iteraciones para converger correctamente y que se cumplan esto no garantiza la convergencia, por lo que estos criterios no son suficientes. Es por ello que en cada simulación también se monitorizó la evolución de un par de variables más, ambas medidas en un plano perpendicular al eje  $x$  del canal y situado 40cm aguas abajo del álabe: el valor medio de la velocidad tangencial  $v_\theta$ , y el máximo valor de la vorticidad en dirección  $x$   $\omega_x$ . Un ejemplo de una simulación que ha convergido correctamente se muestra en la Figura 4.11

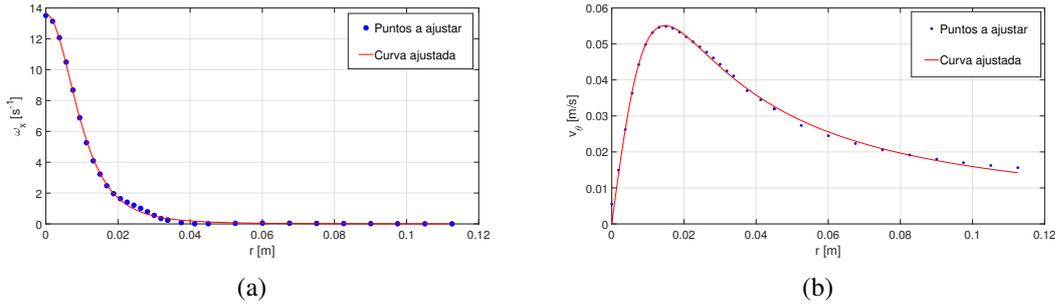
## 4.5 Metodología para la obtención de los resultados

En esta última sección del presente capítulo, se describen los métodos y herramientas empleados para la obtención de los resultados que se presentarán en el Capítulo 5.

Mencionar que una vez finalizadas las simulaciones en Fluent, los datos que se han extraído para extraer la información que nos interesa, se corresponden con los valores de vorticidad en dirección  $x$  ( $\omega_x$ ) y de velocidad tangencial ( $v_\theta$ ) en planos perpendiculares al eje  $x$  y situados a 40cm, 50cm, 60cm, 70cm, 80cm, 90cm y 100cm aguas abajo con respecto al borde de salida del álabe. Es decir, los resultados que se mostrarán en el próximo capítulo están calculados para estos planos concretos.

### 4.5.1 Localización del eje del vórtice

En primer lugar, es necesario localizar dónde se sitúa el centro o eje del vórtice en cada uno de los planos estudiados, ya que será a partir de este centro desde donde partirá la coordenada radial que



**Figura 4.12** Ejemplo para álabes con flecha de  $30^\circ$  de ajuste en: (a) vorticidad para una línea horizontal situada 70cm aguas abajo del álabes, (b) velocidad tangencial para una línea vertical situada 60cm aguas abajo del álabes.

nos permitirá realizar el ajuste al modelo de vorticidad escogido.

Para encontrar este centro del vórtice, únicamente nos basta con localizar el valor máximo de la vorticidad en  $x$  en el plano que estamos estudiando. Ese punto se corresponderá con el eje del vórtice para ese plano dado.

#### 4.5.2 Ajuste en vorticidad y ajuste en velocidad tangencial

La parte más interesante de la obtención de resultados, se trata del ajuste de los valores de vorticidad en  $x$  y de velocidad tangencial al modelo de vorticidad escogido para dicho ajuste, que como se mencionó en la Sección 2.3.1, no es otro que el modelo de vorticidad de Burnham-Hallock, que se recuerda que queda definido por las ecuaciones siguientes funciones de  $r$ , según si se expresa en vorticidad o en velocidad tangencial:

$$\omega_x(r) = \frac{\Gamma}{\pi} \frac{R_v^2}{(r^2 + R_v^2)^2} \quad (4.1)$$

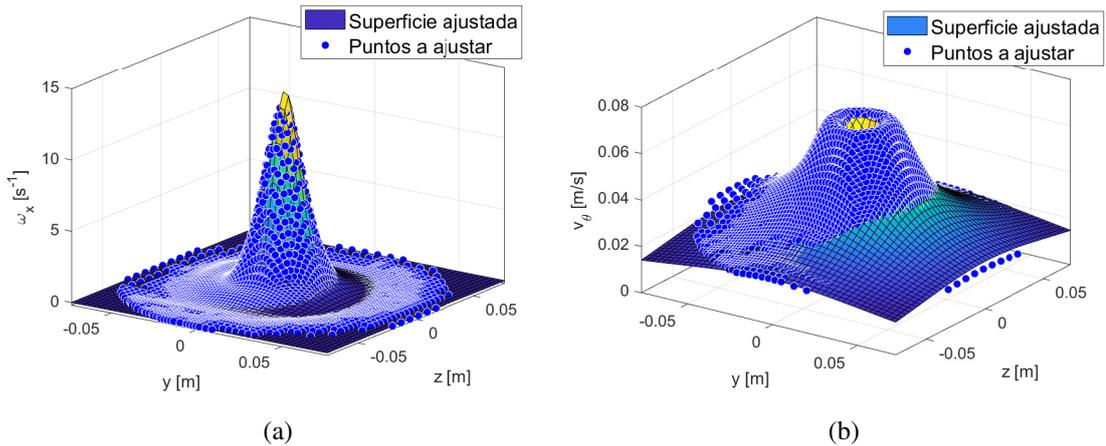
$$v_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left( \frac{r}{r^2 + R_v^2} \right) \quad (4.2)$$

Estando la velocidad tangencial  $v_\theta$  definida de la siguiente manera:

$$v_\theta = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \quad (4.3)$$

En un primer momento se decidió seguir la misma metodología empleada en el estudio de Díaz [8] para la obtención de los valores de la circulación o intensidad del vórtice ( $\Gamma$ ) y del radio viscoso ( $R_v$ ). Gracias a la herramienta que Curve Fitting que incorpora MATLAB se consigue calcular las variables de interés y caracterizar el vórtice. Con esta herramienta se realiza un ajuste de mínimos cuadrados no lineales de unos valores dados. En este caso, partiendo del eje del vórtice y desplazándose en el sentido positivo del eje  $y$  se obtiene una línea horizontal cuyos valores de  $\omega_x$  y  $v_\theta$  pueden ajustarse a la ecuación 4.1 y 4.2 respectivamente. Del mismo modo, partiendo del eje del vórtice y desplazándose en el sentido positivo del eje  $z$  se obtiene una línea vertical en este caso, que de igual modo se puede ajustar a las ecuaciones para obtener los valores deseados de intensidad y radio viscoso. En la Figura 4.12 pueden observarse ejemplos gráficos de estos ajustes, que obtienen como resultado, un valor de  $\Gamma$ , un valor de  $R_v$  (ambos con un cierto margen de confianza) y un valor del estadístico  $R^2$  que toma valores entre 0 y 1 y que nos indica cómo de bueno es el ajuste a los puntos proporcionados. Cuanto más se acerque su valor a la unidad, mejor será el ajuste.

Sin embargo, al evaluar los resultados obtenidos, se ha llegado a la conclusión de que este método, a pesar de dar resultados que se ajustan perfectamente a las curvas en la mayoría de casos, no es del todo fiable. Esto es debido a que el hecho de basar los resultados de caracterización del vórtice



**Figura 4.13** Ejemplo para álabes con flecha de  $50^\circ$  de ajuste en: (a) vorticidad para los valores de un plano 90cm aguas abajo del álabes, (b) velocidad tangencial para una línea vertical situada 100cm aguas abajo del álabes.

únicamente en los valores que toman las variables en una línea horizontal o vertical, implica un alto grado de aleatoriedad en el ajuste obtenido, ya que los vórtices que se obtienen en las simulaciones (y en la realidad) no son axisimétricos, por lo que la solución y los valores de intensidad y radio viscoso pueden variar mucho dependiendo de los valores que las variables tomen en esas líneas horizontales o verticales. Por esta razón, los resultados que se presentan en el próximo capítulo, se han obtenido no realizando un ajuste en una única línea en dos dimensiones, sino aplicando un ajuste superficial tridimensional con todos valores de vorticidad en  $x$  o velocidad tangencial que se encuentren dentro del área del plano marcada por un determinado radio. De esta manera, aunque el ajuste arrojará valores del estadístico  $R^2$  menores que para el otro caso de ajuste de una curva (ya que una única ecuación es difícil que capture toda la variabilidad del vórtice), se realiza un ajuste en todas las direcciones y el resultado obtenido no depende de la aleatoriedad que ello suponía. Ejemplos visuales de este ajuste pueden verse en la Figura 4.13.

### 4.5.3 Integral de área

Por otro lado, también se han obtenido valores de la intensidad del vórtice de punta de ala con otro método numérico más sencillo, presentado en el estudio de Román [18]. Se parte de la definición de circulación, dado un vector de velocidad  $\vec{v}$  y una curva cerrada  $C$  cuyo diferencial de longitud es  $dl$ :

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} dl \quad (4.4)$$

Y con la definición de vorticidad y el teorema de Stokes, se tiene:

$$\Gamma = \iint_S \omega dS \quad (4.5)$$

Para hacer este cálculo se hace uso de una función incorporada en el propio Fluent (Report/Surface Integral), que mediante una integral de área de la vorticidad en dirección  $x$  en los planos de interés, proporciona un único valor de la circulación. No obstante, a pesar de ser un método sencillo y sin la incertidumbre propia del método de ajuste anterior, hay que tener en cuenta que para este cálculo se están tomando valores de la totalidad del plano, lo que puede provocar que se llegue a un valor de la circulación del vórtice, aunque mucho más preciso que los obtenidos con el ajuste de modelos de vorticidad, algo inferior al del propio vórtice en sí, ya que las zonas más alejadas del eje del vórtice pueden llegar a tener valores negativos de  $\omega_x$ .

#### 4.5.4 Eficiencia del vórtice

Para terminar con este capítulo y con la metodología, una vez se tiene localizado el eje del vórtice y se han calculado los valores de intensidad del mismo, se está en disposición de calcular la eficiencia del vórtice, teniendo también en cuenta los valores del coeficiente de resistencia del álabe  $C_D$  extraídos de Fluent. Este valor de la eficiencia representa indirectamente la pérdida de carga del flujo, de manera que a mayor eficiencia, menor será la pérdida de carga. Así, la eficiencia del vórtice  $\eta$  se define así:

$$\eta = \frac{\Gamma}{2\pi c C_D U_\infty} \quad (4.6)$$

Siendo  $c$  la cuerda media ( $c = 0.15m$ ),  $U_\infty = 0.3m/s$  y  $C_D$  el coeficiente de resistencia obtenido de Fluent, estando definido de la siguiente manera:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho S U_\infty^2} \quad (4.7)$$

Donde  $\rho = 998.2kg/m^3$  es la densidad del agua líquida y  $S = 0.0225m^2$  es la superficie en planta de los álabes.



## 5 Resultados

---

En esta sección se muestran y se comentan los resultados más relevantes obtenidos con la aplicación de los métodos previamente detallados en el Capítulo 4. El objetivo de este análisis es intentar esclarecer cómo afectan los distintos parámetros estudiados, que principalmente incluyen el ángulo de flecha y el ángulo de ataque, a la caracterización de los vórtices de punta de ala.

En la primera Sección 5.1, se muestran los resultados obtenidos con las geometrías de álabes con distintos ángulos de flecha, desde flechas negativas hasta positivas, llegando a la flecha máxima posible dada la superficie constante del álabe, que se corresponde con el álabe en delta.

Esta última geometría de álabe en delta, es la protagonista de la Sección 5.2, en la que se muestran los resultados obtenidos del estudio sobre la forma en que el vórtice se ve afectado por la variación del ángulo de ataque del álabe frente a la corriente incidente de entrada. El hecho de ser la geometría del álabe en delta la que aún no se había simulado en los estudios anteriores (vistos en la Sección 1.3), se decidió usar esta geometría para este estudio con la variación del ángulo de ataque.

Dentro de cada una de las subsecciones, se estudia tanto la evolución de las variables que sirven para caracterizar el vórtice formado, que son la intensidad del mismo y el radio viscoso, como la evolución del eje del vórtice en el canal de agua. Además, también se presentan los resultados de la eficiencia del vórtice, en concreto de su evolución con el ángulo de flecha y con el ángulo de ataque. Una estimación de la disminución de la intensidad del vórtice también se muestra como parte de los resultados.

Finalmente, es importante recordar que los resultados obtenidos mediante un ajuste en vorticidad o en velocidad tangencial, se han obtenido usando el método de ajuste superficial, que como se explicó en la Sección 4.5.1, proporciona resultados más fiables al no restringir el ajuste a una única línea, con la aleatoriedad que eso conlleva al no ser el vórtice axilsimétrico.

### 5.1 Álabes con flecha

Aquí se muestran los resultados obtenidos para cada una de las geometrías de álabe con flecha descritas en la Sección 4.3.1. Hay que recordar que todas las geometrías estudiadas mantienen constante la superficie alar y además la longitud del borde de salida se mantiene invariable de manera que la formación del vórtice parta siempre del mismo punto intermedio del canal hidráulico, y se puedan comparar las distintas posiciones del eje del vórtice de punta de ala. Recuérdese también que en todas las simulaciones de esta sección mantienen constante la velocidad del flujo incidente ( $U_{\infty} = 0.3m/s$ ) y el ángulo de ataque ( $\alpha = 7.5^{\circ}$ ) de los álabes.

Como ocurrirá también en las próximas secciones, primero se presentan los resultados para cada una de las geometrías con flecha por separado, viendo la evolución del vórtice a medida que este avanza aguas abajo del álabe. Y posteriormente, para cada una de las distancias aguas abajo del álabe, se comparan los vórtices formados para cada uno de los distintos ángulos de flecha.

### 5.1.1 Evolución aguas abajo para cada ángulo de flecha

Ahora se caracteriza al vórtice en función de su intensidad  $\Gamma$  y del radio viscoso  $R_v$ .

#### Intensidad del vórtice y radio viscoso

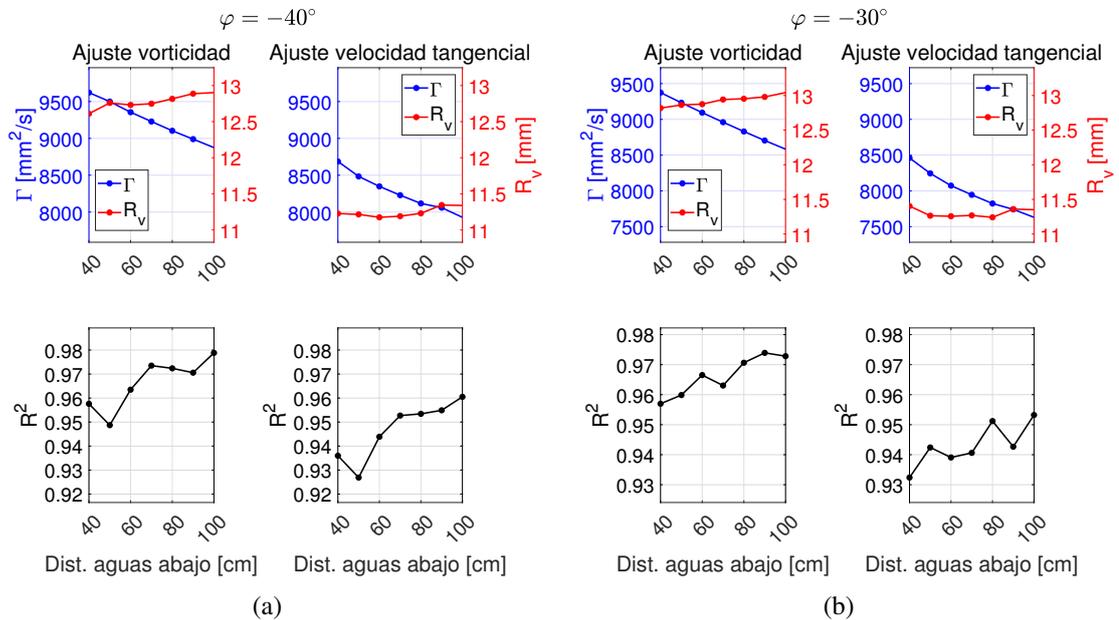


Figura 5.1 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a)  $\varphi = -40^\circ$ , (b)  $\varphi = -30^\circ$ .

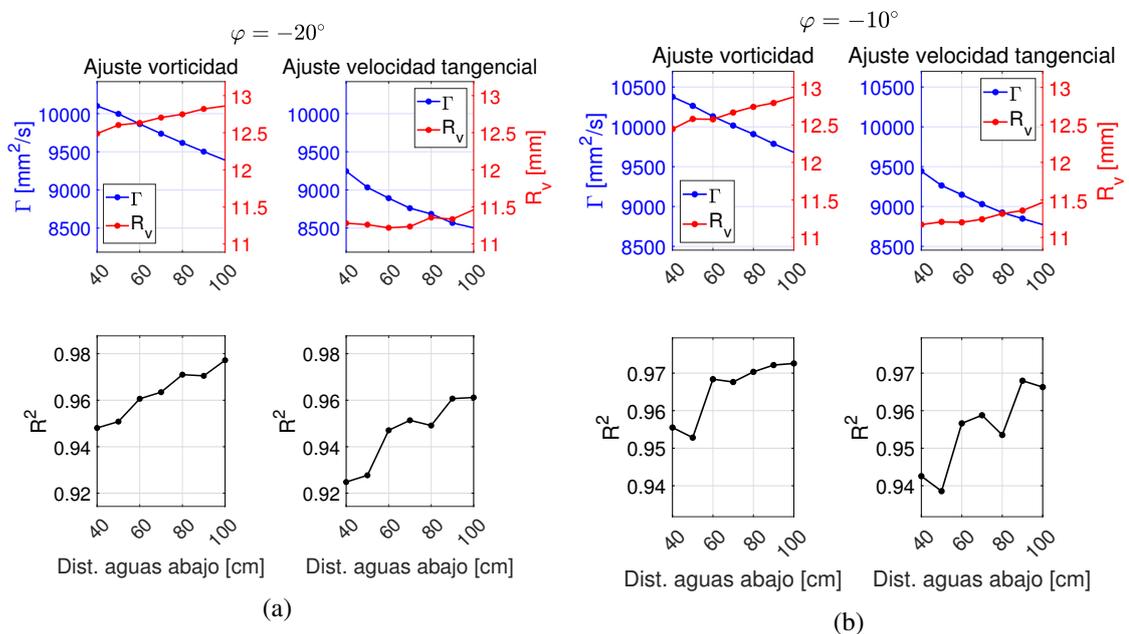


Figura 5.2 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a)  $\varphi = -20^\circ$ , (b)  $\varphi = -10^\circ$ .

Nótese que en cada una de las figuras de esta subsección (Figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6), la parte izquierda muestra los resultados correspondientes a la solución obtenido realizando un ajuste en vorticidad en el eje  $x$ , y la parte derecha se corresponde al ajuste realizado con los valores correspondientes de velocidad tangencial. La evolución de la intensidad del vórtice y del radio

viscoso se muestran conjuntamente en la parte superior, mientras que en la parte inferior están los valores del estadístico  $R^2$ .

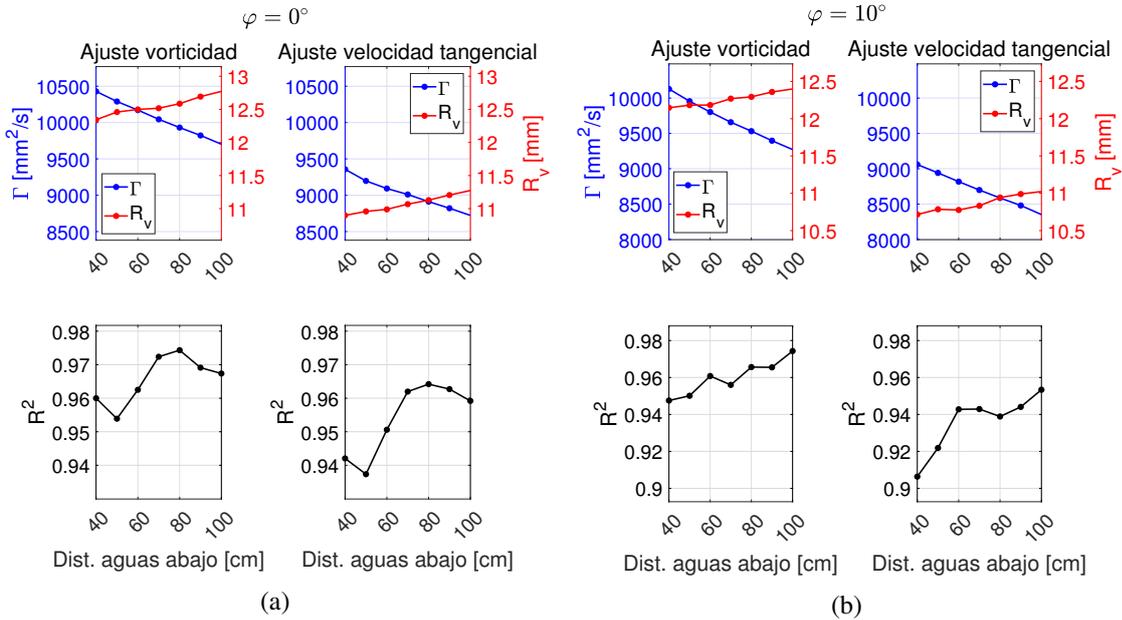


Figura 5.3 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a)  $\varphi = 0^\circ$ , (b)  $\varphi = 10^\circ$ .

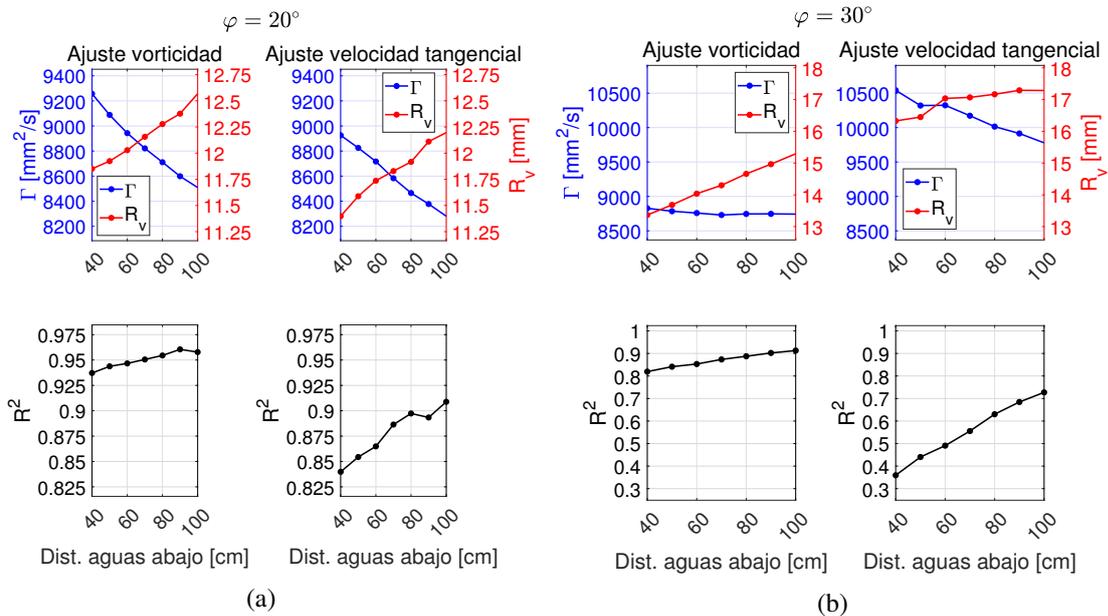


Figura 5.4 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a)  $\varphi = 20^\circ$ , (b)  $\varphi = 30^\circ$ .

Antes de nada hay que destacar que, centrándose únicamente en los valores del estadístico  $R^2$ , se puede apreciar que sus valores en general bastante cercanos a la unidad, lo que indica un buen ajuste del resultado, salvo por dos casos concretos: para ángulo de flecha  $30^\circ$  en la Figura 5.4 (b), y para  $40^\circ$  en la Figura 5.5 (a).

En estos dos casos, la solución llega a converger correctamente, pero lo hace para un vórtice que tarda más en acercarse a la situación simétrica definida por el modelo de vorticidad de Burnham-Hallock. A medida que nos alejamos aguas abajo del álabe, este se va normalizando, como podemos

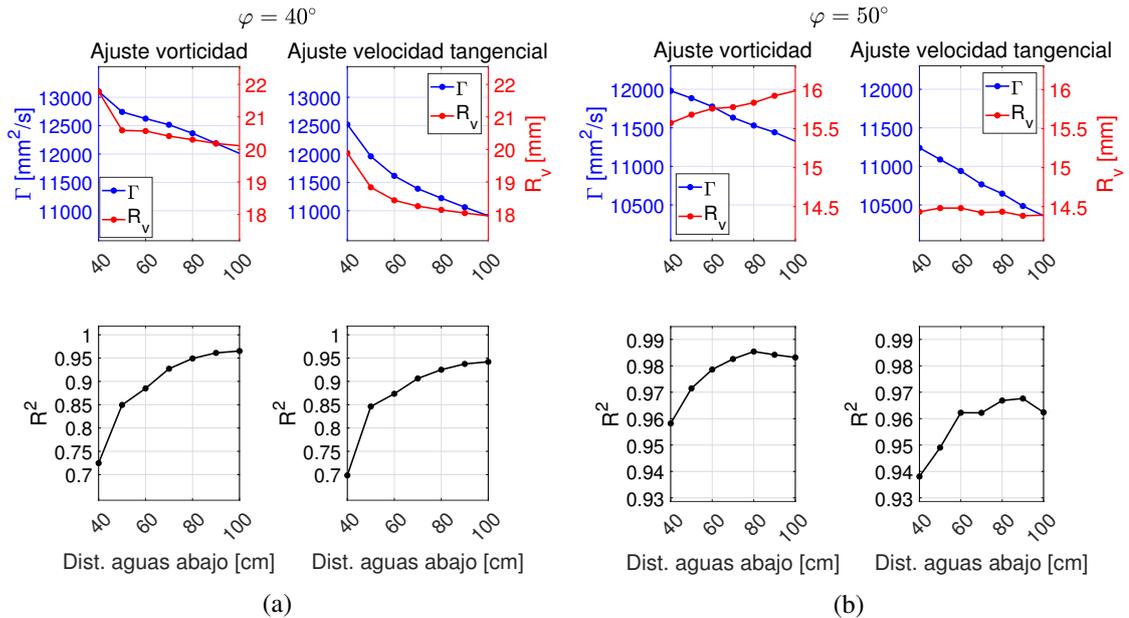


Figura 5.5 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha: (a)  $\varphi = 40^\circ$ , (b)  $\varphi = 50^\circ$ .

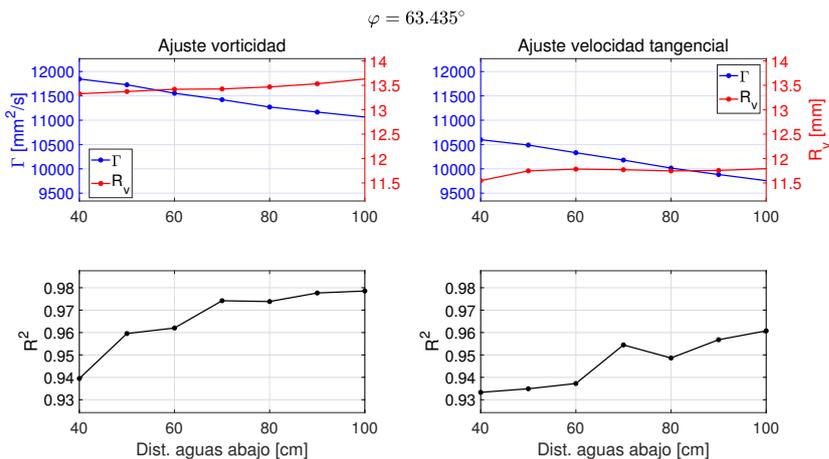


Figura 5.6 Evolución del vórtice del álabe con ángulo de flecha  $\varphi = 63.435^\circ$  (delta).

deducir al ver que los valores del estadístico  $R^2$  que van en aumento (nótese esto ocurre como normal general para todos los valores de ángulo de flecha). Por esta razón, los valores obtenidos mediante los ajustes para estos dos ángulos de flecha, no son precisos, y más adelante se podrán observar valores más cercanos a la realidad obtenidos mediante la integral de área.

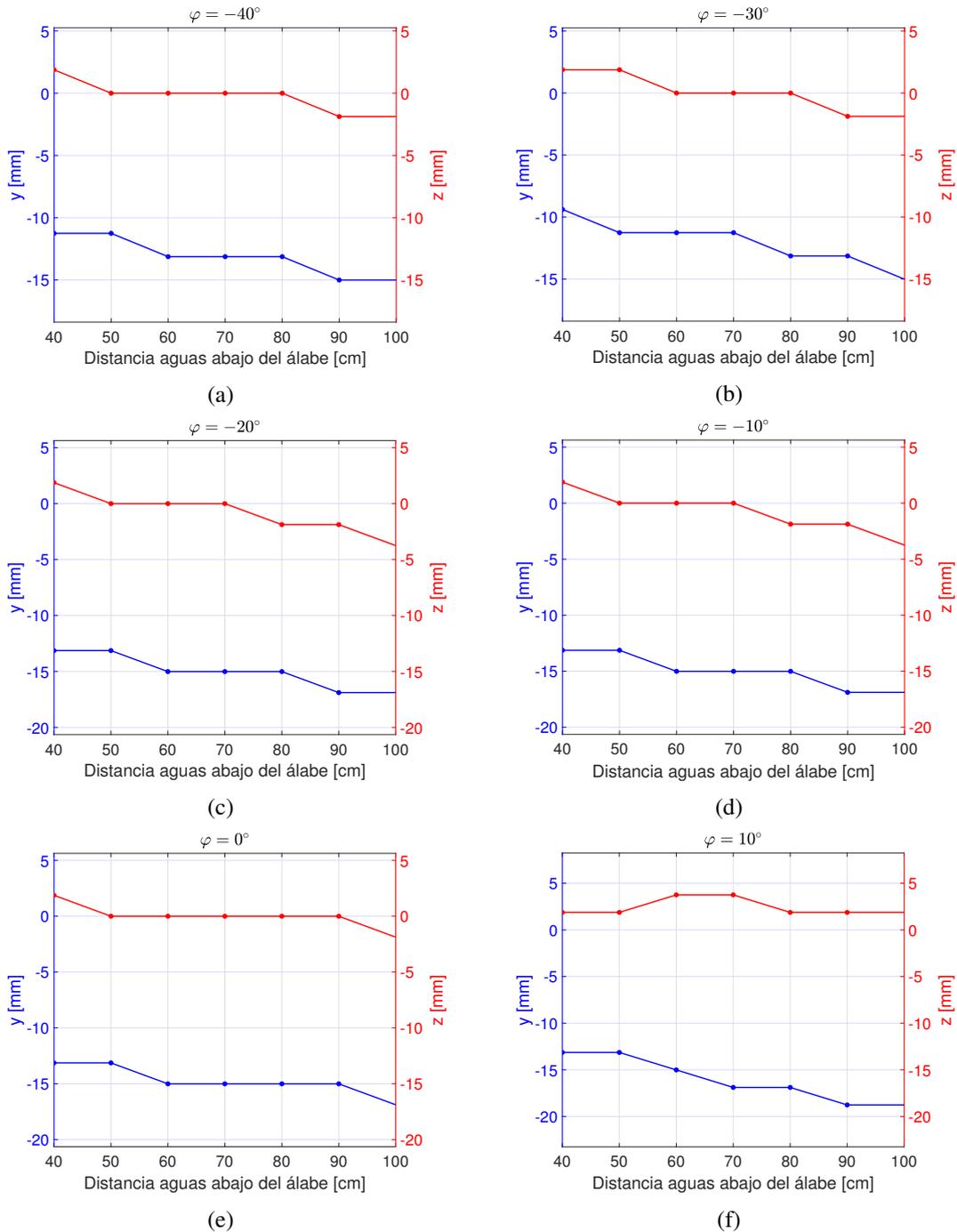
Siguiendo con el análisis de la calidad del ajuste también se puede observar que, en general, el que da valores mayores del estadístico, es el ajuste en vorticidad, lo que podría indicar que la solución es más precisa, aunque más adelante se discutirá sobre la veracidad de esta afirmación.

Sobre las variables que caracterizan al vórtice, se observa claramente en todos los casos estudiados que a medida que el vórtice se aleja aguas abajo, la intensidad del mismo va cayendo, prácticamente de manera lineal, siendo estas bajadas de un orden de magnitud que oscila entre los  $500\text{mm}^2/\text{s}$  y los  $1000\text{mm}^2/\text{s}$ . A la vez, el radio viscoso tiene el efecto contrario, yendo en aumento con la distancia al álabe, siendo estas variaciones del orden del milímetro.

Comparando los resultados de ambos ajustes, en todos los casos, los valores tanto de intensidad como de radio viscoso son mayores para el ajuste en vorticidad. Sin embargo, la evolución del

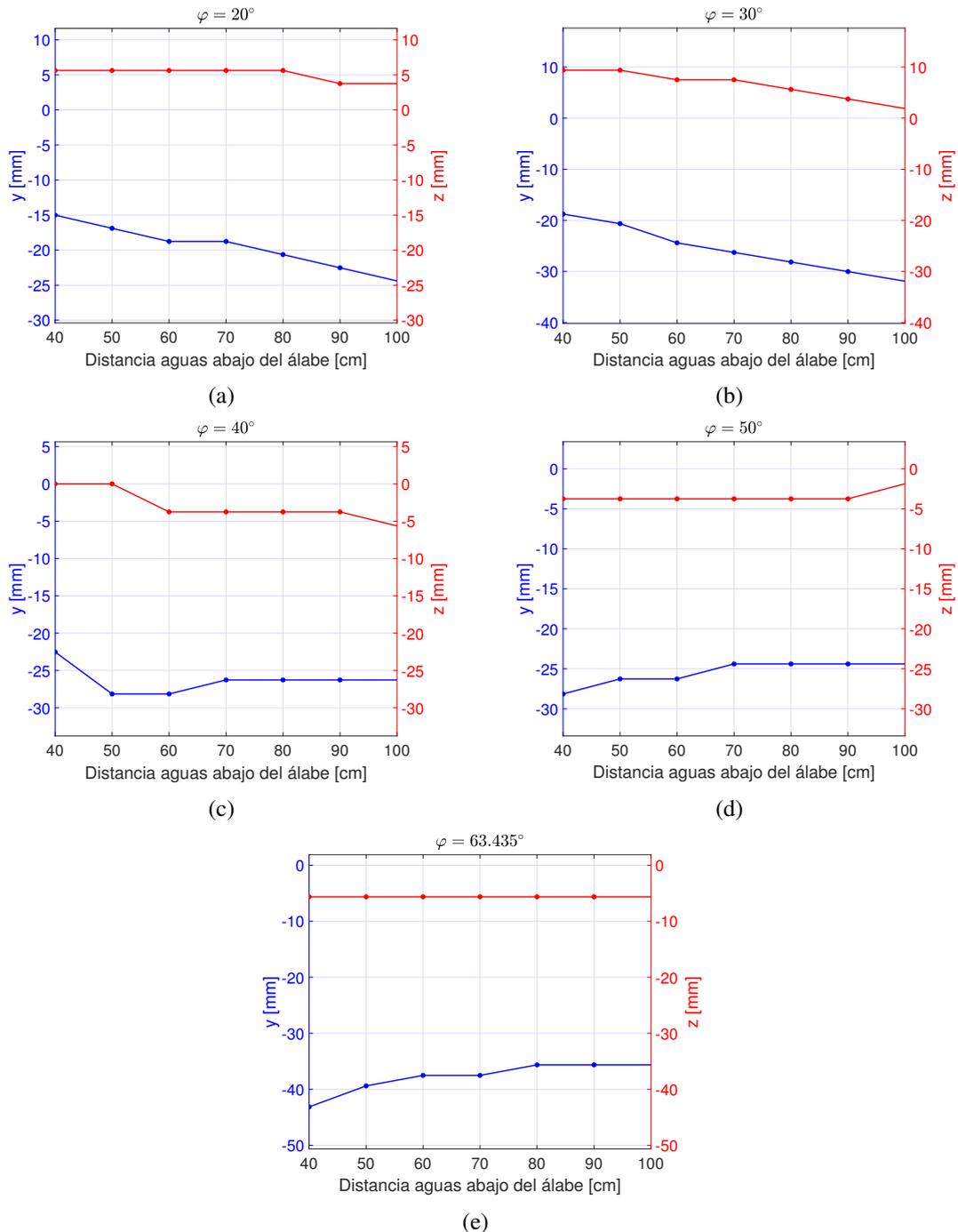
vórtice de forma cualitativa presenta muchas similitudes en ambos casos.

### Eje del vórtice



**Figura 5.7** Evolución del eje del vórtice de álabes para distintos ángulos de flecha: (a)  $\varphi = -40^\circ$ . (b)  $\varphi = -30^\circ$ . (c)  $\varphi = -20^\circ$ . (d)  $\varphi = -10^\circ$ . (e)  $\varphi = 0^\circ$ . (f)  $\varphi = 10^\circ$ .

Con respecto a la posición del eje del vórtice mostrada en esta subsección (Figuras 5.7, 5.8), lo primero que salta a la vista es la diferencia entre la posición en el eje horizontal (eje y), cuyos valores indican que el vórtice se desplaza ligeramente hacia la pared del canal donde está la raíz del álabe, y la posición en el eje vertical (eje z), que se mantiene cercana a la mitad del canal con



**Figura 5.8** Evolución del eje del vórtice de álabes para distintos ángulos de flecha: (a)  $\varphi = 20^\circ$ . (b)  $\varphi = 30^\circ$ . (c)  $\varphi = 40^\circ$ . (d)  $\varphi = 50^\circ$ . (e)  $\varphi = 63.435^\circ$  (delta).

valores en torno a 0.

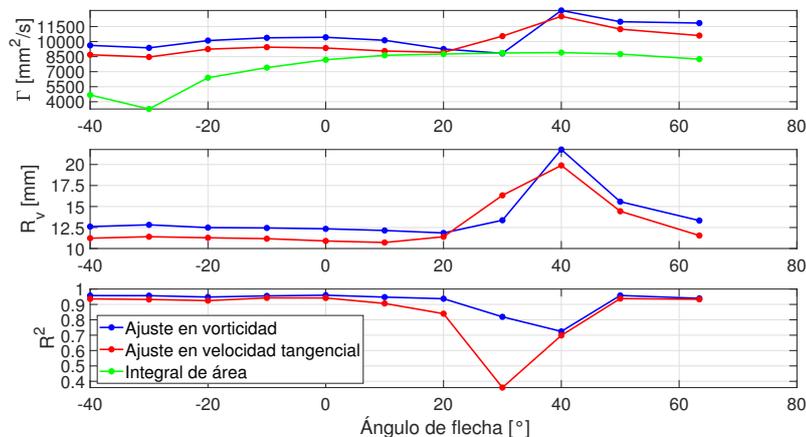
Sobre la evolución de la posición del eje del vórtice a medida que este avanza por el canal, se observa que tanto los valores en y como en z tienden hacia a disminuir para los valores de flecha comprendidos entre los  $-30^\circ$  y los  $40^\circ$ , es decir, el eje del vórtice se va desplazando cada vez más hacia la parte inferior y hacia la pared donde está anclado el álabe. Sin embargo, llama la atención que para los valores más altos del ángulo de flecha, los de las Figuras 5.7 (j) y 5.8, se aprecia una separación del eje del vórtice de la pared del álabe a medida que se aleja de este.

### 5.1.2 Evolución con el ángulo de flecha

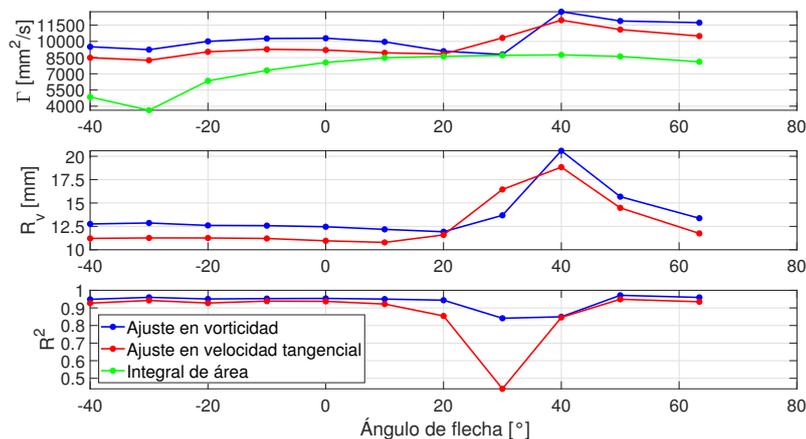
Esta sección presenta los resultados obtenidos de comparar, manteniendo fija la distancia aguas abajo del álabe, los distintos ángulos de flecha estudiados.

#### Intensidad del vórtice y radio viscoso

Téngase en cuenta que en cuenta que estas figuras (Figuras 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15) muestran la evolución con la flecha de los valores de la intensidad del vórtice, del radio viscoso y del estadístico  $R^2$  en tres gráficas distintas, mostrando cada una la comparación entre los resultados obtenidos mediante el ajuste en vorticidad y el ajuste en velocidad tangencial. Además, también se comparan los valores de intensidad del vórtice obtenido mediante la integral de área de los valores de  $\omega_x$  en cada plano estudiado.



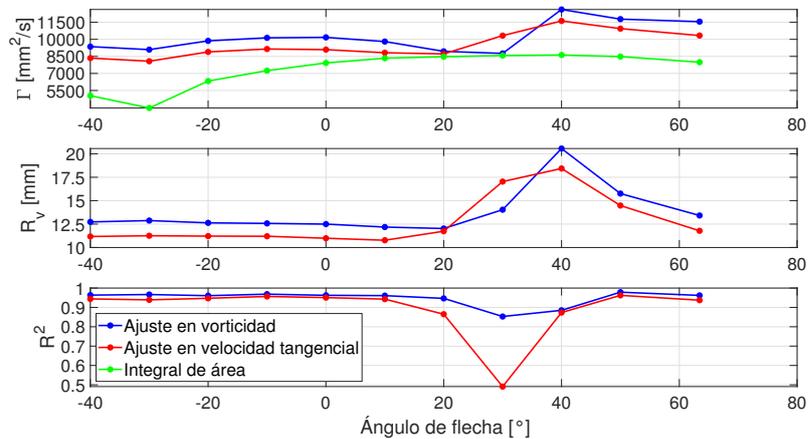
**Figura 5.9** Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 40cm aguas abajo del álabe.



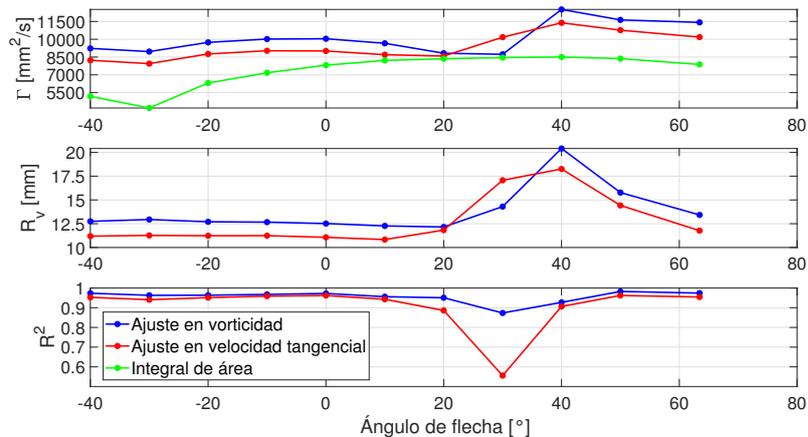
**Figura 5.10** Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 50cm aguas abajo del álabe.

Primeramente, con respecto a la evolución de la intensidad del vórtice, se observa lo siguiente. En todos los casos, los valores mínimos se obtienen en el caso de flecha negativa de  $-30^\circ$ , sin importar el método empleado para la obtención de los resultados. Tras este mínimo, la intensidad va en aumento, aunque se observa un comportamiento distinto en función de si los resultados se han obtenido mediante el ajuste con el modelo de Burnham-Hallock o mediante una integral de superficie.

Se observa que en los dos ajustes, ya sea en vorticidad o en velocidad tangencial, se obtiene un máximo local de la intensidad para ángulos de flecha en torno al álabe sin flecha. Además, sin tener en cuenta los valores poco fiables para el ajuste con flechas de 30° y 40°, los valores máximos y significativamente mayores se obtienen para 50° de flecha y para el álabe en delta. Esta es una de las causas que hacen que más adelante el estudio se centre precisamente en esta última geometría de álabe.



**Figura 5.11** Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 60cm aguas abajo del álabe.



**Figura 5.12** Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 70cm aguas abajo del álabe.

Por contra, este comportamiento no es el mismo si nos fijamos exclusivamente en los valores de intensidad del vórtice obtenidos mediante la integral de área, viendo que estos se mantienen en valores más o menos constantes para valores de flecha positivos, con un ligero máximo en torno a 30° y 40°. Además, los valores de intensidad son significativamente menores en este caso en comparación con los del ajuste. Estas diferencias pueden ser debidas al hecho de que en la integral de área se tienen en consideración todos los valores de  $\omega_x$  en los planos correspondientes, mientras que para los ajustes estamos restringiendo la solución a la zona más cercana al eje del vórtice, sin llegar a las paredes del canal donde los valores de vorticidad en  $x$  llegan a tomar valores negativos.

Para terminar con esta subsección, se ha añadido la Tabla 5.1 con la que se hace una comparación entre los valores de intensidad del vórtice y radio viscoso obtenido en el estudio de Díaz [8] en un plano 40cm aguas abajo del álabe, con los resultados obtenidos en el presente trabajo para las mismas geometrías de álabes con flecha. Hay que tener en cuenta que en el estudio de Díaz, las

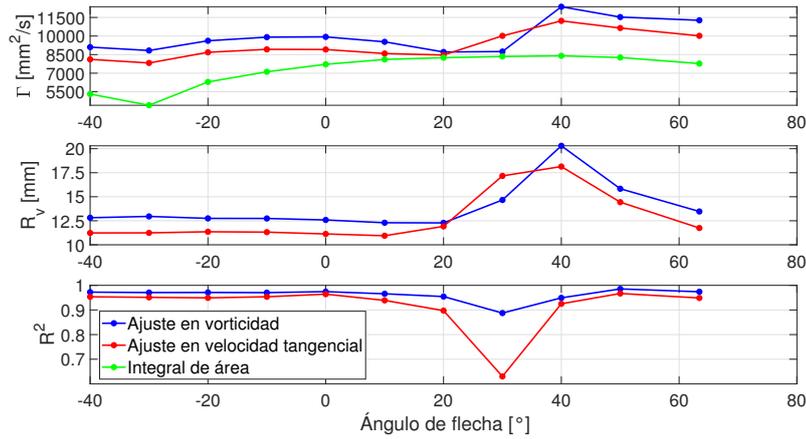


Figura 5.13 Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 80cm aguas abajo del álabe.

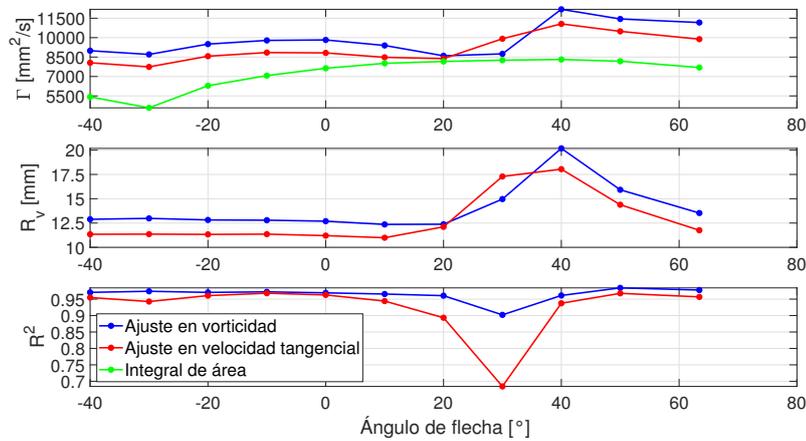


Figura 5.14 Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 90cm aguas abajo del álabe.

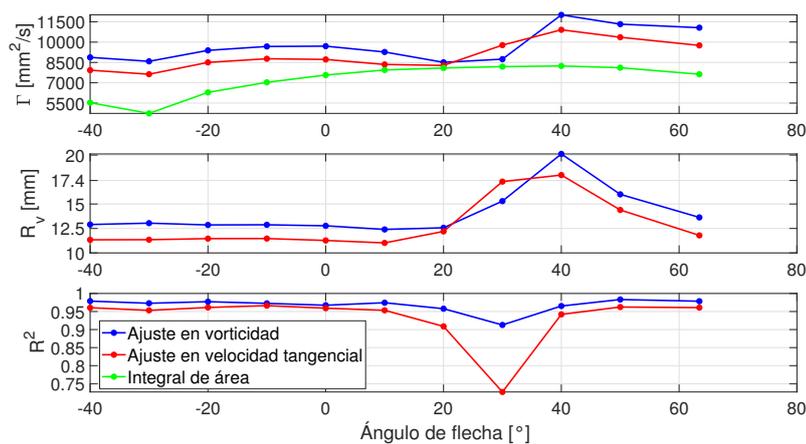


Figura 5.15 Evolución del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe.

simulaciones se hicieron con el modelo de turbulencia RSM  $k - \epsilon$ , y que los ajustes se hacen un líneas horizontales y verticales y no mediante un ajuste superficial como en este estudio.

En cuanto a los valores de intensidad, se puede ver que el orden de magnitud de los mismos es

Tabla 5.1 Comparación con los resultados de Díaz [8] para plano 40cm aguas abajo del álabe.

Ajuste	Flecha $\varphi$	-30°	-20°	-10°	0°	10°	20°	30°
En $v_\theta$ (línea horizontal)	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	8798	9191	9456	9623	9592	8902	8299
	$R_v$ [mm]	8.836	8.656	8.484	8.321	8.077	7.717	9.216
En $v_\theta$ (línea vertical)	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	10110	10480	10800	10920	10840	10370	10300
	$R_v$ [mm]	9.437	9.255	9.041	8.811	8.568	8.303	10.140
En $\omega_x$	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	9530	10710	11420	11360	11580	10530	7714
	$R_v$ [mm]	9.575	9.702	9.592	9.309	9.189	8.666	8.829
En $v_\theta$ (superficie)	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	8460	9245	9443	9357	9059	8925	10541
	$R_v$ [mm]	11.403	11.279	11.171	10.898	10.715	11.397	16.328
En $\omega_x$ (superficie)	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	9373	10100	10375	10428	10128	9257	8827
	$R_v$ [mm]	12.818	12.488	12.446	12.343	12.147	11.850	13.365
Integral de área	$\Gamma$ [ $mm^2/s$ ]	3278	6393	7401	8186	8629	8759	8861

muy similar, asemejándose sobre todo los valores del ajuste en velocidad tangencial en la línea horizontal con los del ajuste superficial de este estudio. Además, se puede ver que la tendencia general se mantiene en ambos estudios, esto es, los valores máximos de intensidad se concentran en torno a los 0° de flecha. Por el contrario, en los valores del radio viscoso sí que se ve cierta diferencia en los resultados, ya que los valores obtenidos en este trabajo son aproximadamente 3mm superiores. Además, la ligera tendencia a la baja del radio viscoso con el aumento del ángulo de flecha también se confirma en esta comparación. Es interesante ver cómo para ángulo de flecha de 30°, los valores obtenidos en ambos estudios se alejan bastante de las tendencias mostradas para ángulos inferiores, por lo que esto podría confirmar la inestabilidad de la solución comentada anteriormente para este valor de flecha.

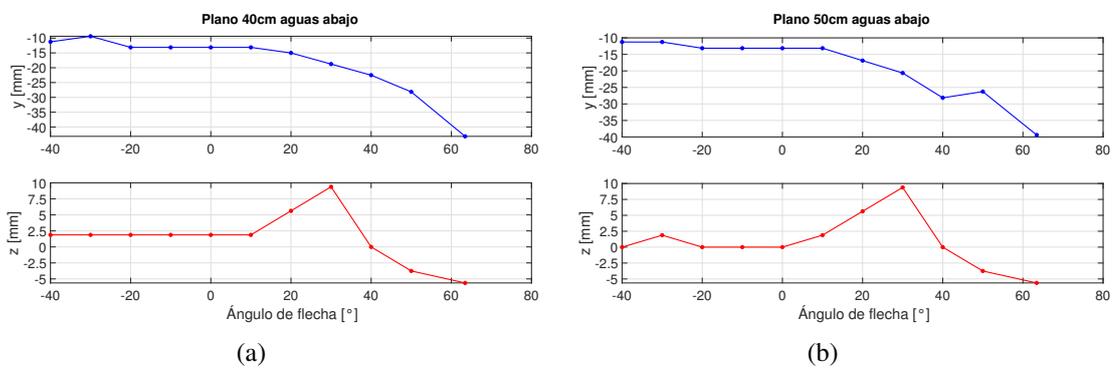
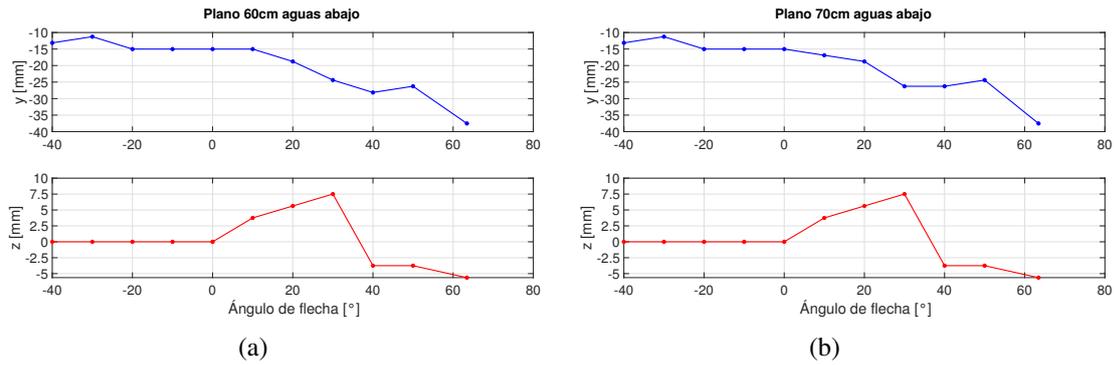


Figura 5.16 Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe.

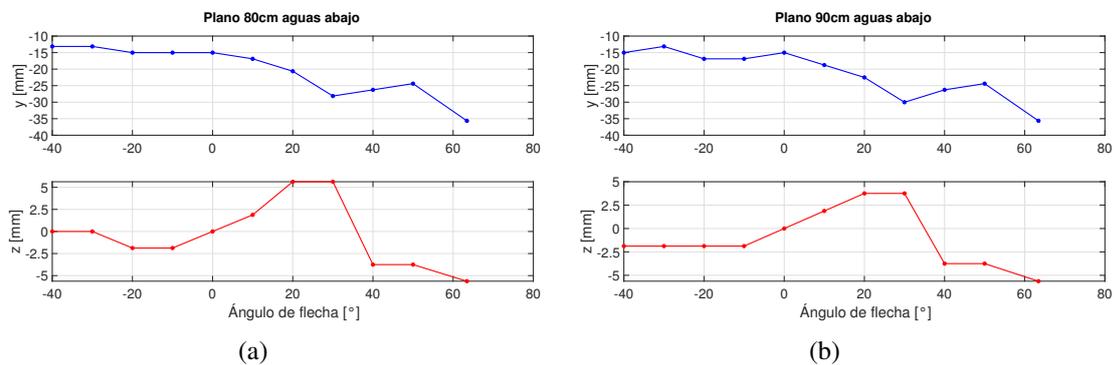
### Eje del vórtice

En estas figuras (Figuras 5.16, 5.17, 5.18, 5.19) se muestra la evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha. Cabe recordar que la localización del eje se ha realizado tomando la posición donde se alcanza el máximo del valor de  $\omega_x$ .

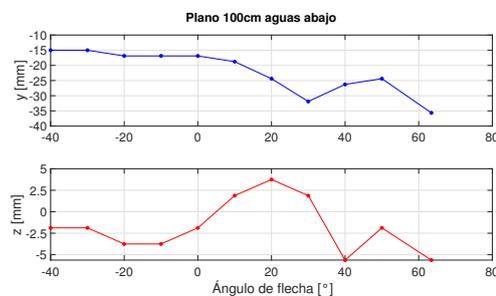
En la posición horizontal (eje y) se observa una tendencia que acerca el vórtice a la pared donde se encuentra la raíz del álabe a medida que va aumentando el ángulo de flecha, siendo las máximas diferencias del orden de los 20mm para el rango de flechas estudiadas. Por otro lado, con respecto a la posición vertical del vórtice (eje z), las variaciones son cuantitativamente menores, observándose



**Figura 5.17** Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe.



**Figura 5.18** Evolución del eje del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabe.



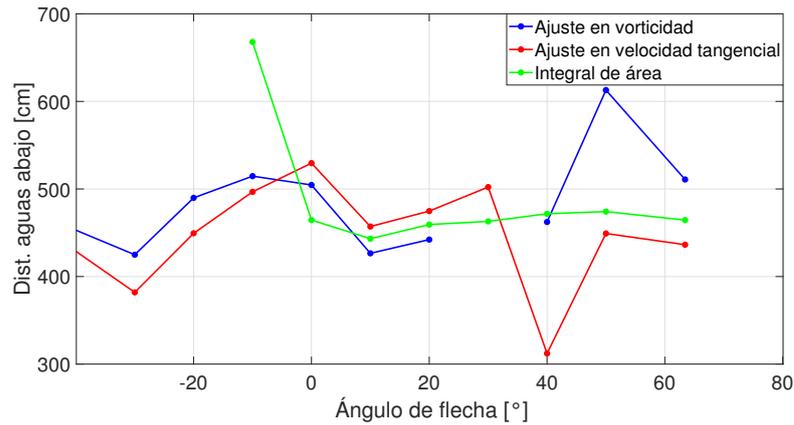
**Figura 5.19** Evolución del eje del vórtice con la flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe.

un desplazamiento del vórtice hacia la parte superior para valores de flecha comprendidos entre los  $10^\circ$  y  $30^\circ$ .

#### Estimación de la disipación del vórtice

En la Figura 5.20 se muestra una estimación de la distancia aguas abajo del álabe para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad (tomando como referencia el valor de la intensidad a 100cm aguas abajo del álabe). La estimación está basada en el ajuste de una línea (mediante mínimos cuadrados) a los valores de intensidad mostrados antes para cada geometría de álabe con flecha, desde los 40cm a los 100cm aguas abajo. Al basarse en pocos puntos, la estimación no se puede asegurar que sea demasiado buena.

Nótese que los valores que para la curva obtenida mediante ajuste en vorticidad, se ha eliminado la estimación para  $30^\circ$  al ser muy elevada en comparación al resto debido a que está basada en

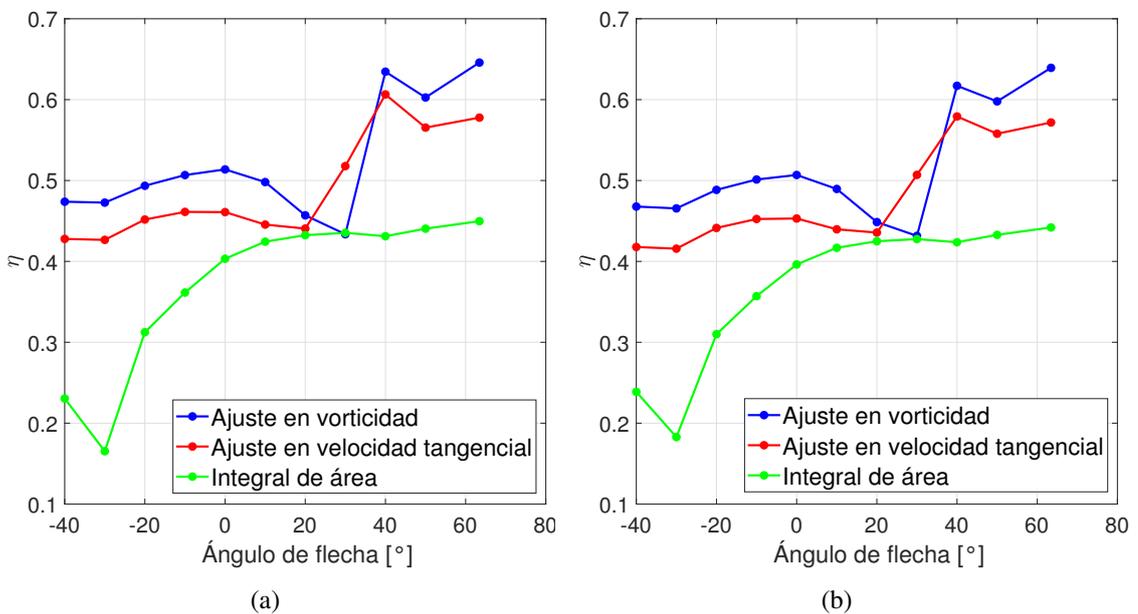


**Figura 5.20** Estimación de la distancia aguas abajo del álabe para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad para cada una de las geometrías con flecha estudiadas.

unos valores poco fiables de la intensidad. Además, los primeros valores de flecha negativa para la curva obtenida mediante integral de área tampoco se muestran ya que la intensidad va ligeramente en aumento desde los 40cm a los 100cm, por lo que no se puede estimar la distancia a la que se dispararía el vórtice.

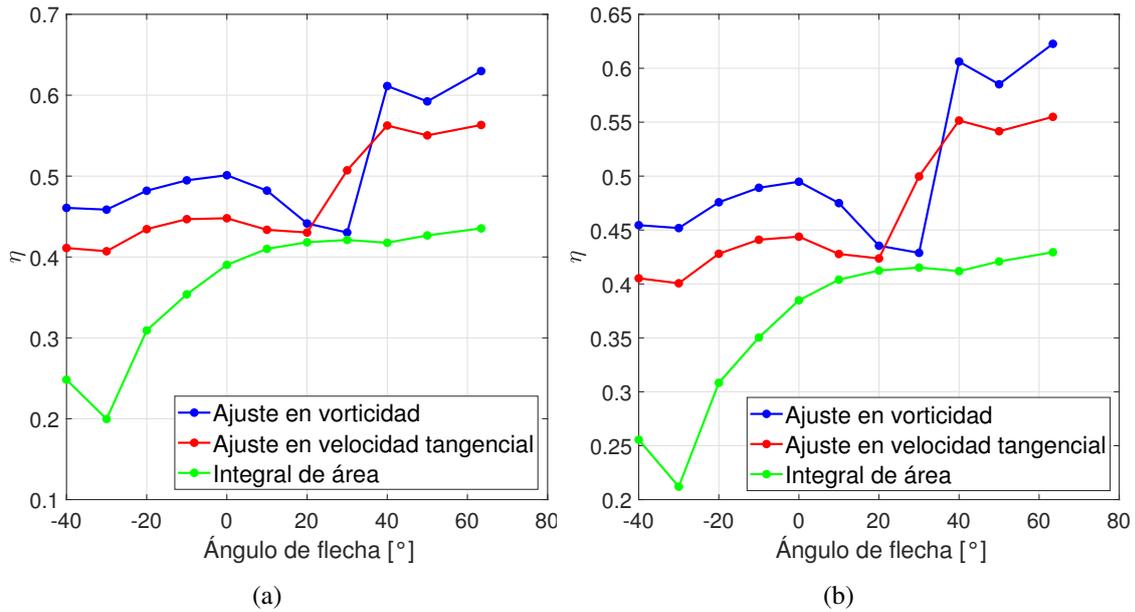
Con respecto a las estimaciones, lo que resulta más interesante es el hecho de que tanto para el ajuste en vorticidad como para la integral de área, se obtiene una distancia larga de disipación para ángulo de flecha 50°.

**Eficiencia del vórtice**

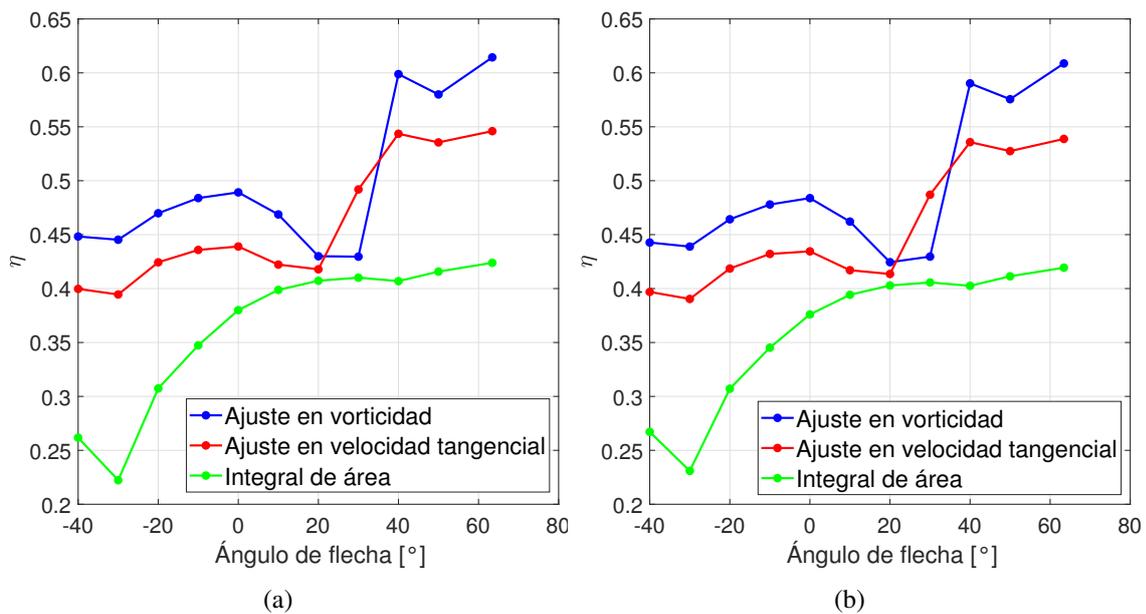


**Figura 5.21** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe.

Para terminar con el estudio comparativo de los álbes con flecha, en las figuras de esta sección (Figuras 5.21, 5.22, 5.23, 5.24) se muestra la evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha. Recuérdese que la eficiencia es una forma de representar la pérdida de carga del flujo.

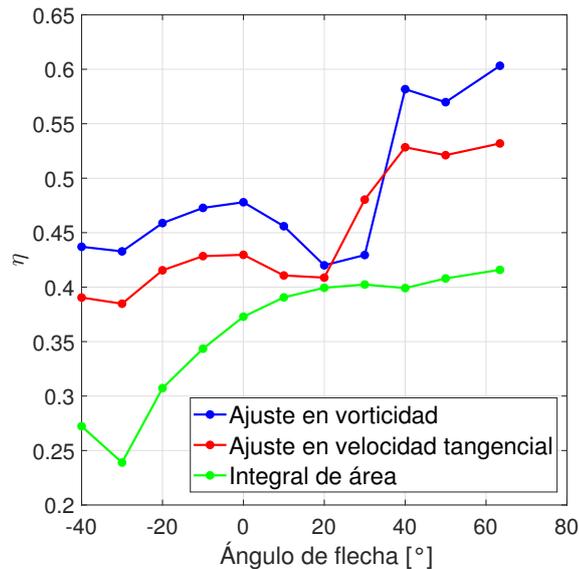


**Figura 5.22** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe.



**Figura 5.23** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabe.

Se observa que la forma de las curvas no varía apenas para los diferentes planos aguas abajo del álabe, pero sí se puede ver que los valores de eficiencia van cayendo levemente al alejarse el plano del álabe. En cuanto a la evolución en sí con el ángulo de flecha del álabe, se pueden ver dos comportamientos algo distintos según se miren los resultados de los ajustes o los obtenidos por integral numérica, como ocurría con la intensidad del vórtice. Por un lado, los ajustes arrojan un máximo local de la eficiencia para unos ángulos de flecha entre  $-10^\circ$  y  $0^\circ$ , pero lo que resulta más interesante es que el álabe en delta es el que presenta mayor eficiencia de todos (recuérdese que lo



**Figura 5.24** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de flecha en un plano 100cm aguas abajo del álabe.

valores de 40° no son del todo fiables por la mala calidad del ajuste).

Y se ven ahora los resultados de la integral de área, se vuelve a obtener el máximo de la eficiencia para el álabe en delta, que además se corresponde como se vio antes con unos de los valores más altos también en intensidad del vórtice. Por tanto, este álabe en delta resulta de mucho interés, al tener una pérdida de carga baja y además un intensidad de vórtice alta. Esta geometría se ve con más profundidad en las secciones siguientes.

## 5.2 Álaves en delta

Una vez terminado el análisis sobre el efecto del ángulo de flecha, y vistos los interesantes resultados obtenidos para la flecha máxima, correspondiente al álabe en delta, en la presente sección se ha tomado esta misma geometría y se ha decidido evaluar cuál es el efecto de la variación del ángulo de ataque, manteniéndose constante de nuevo la velocidad de la corriente de entrada.

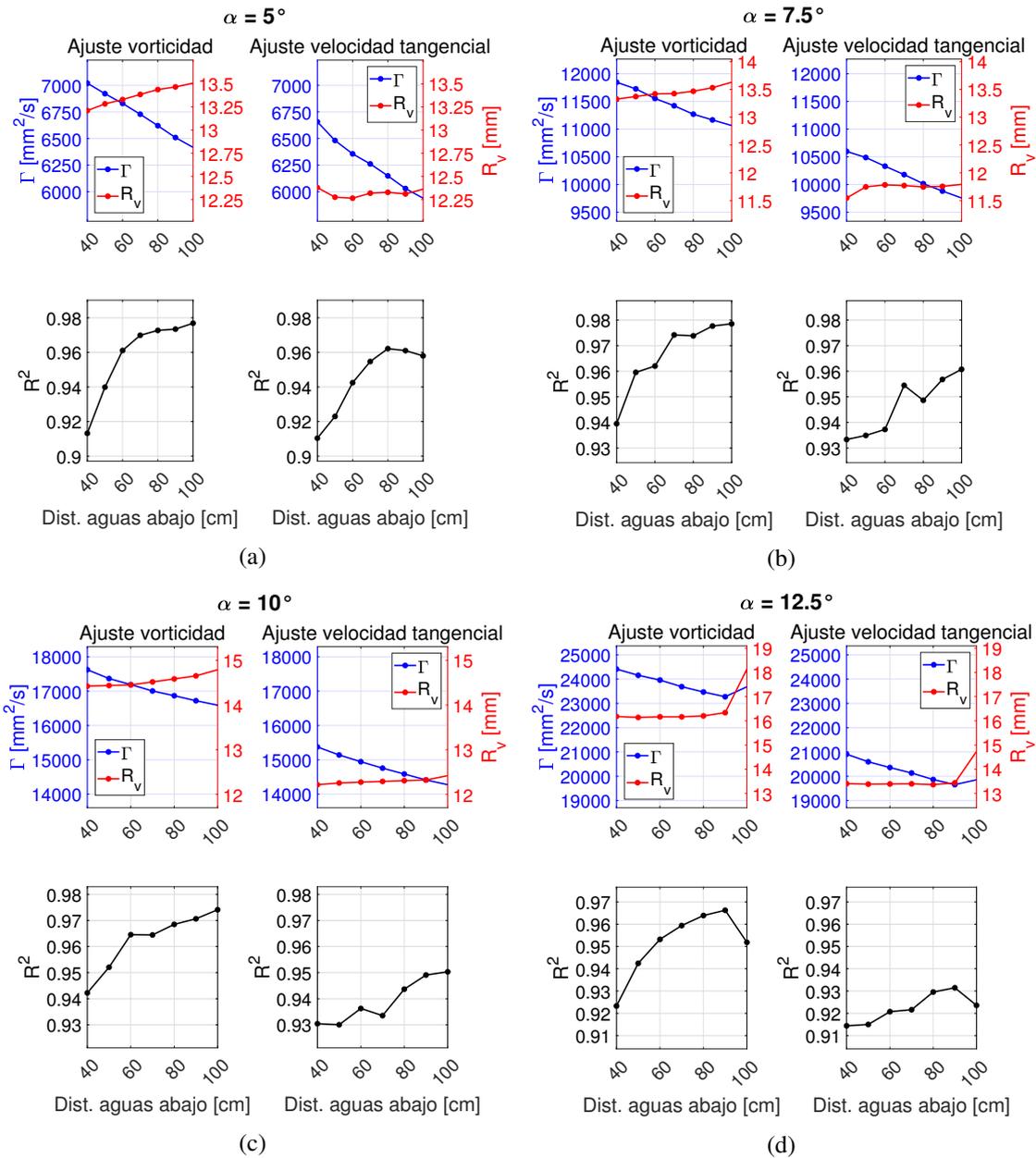
Antes de mostrar los resultados, cabe destacar que, para el valor máximo de ángulo de ataque estudiado ( $\alpha = 15^\circ$ ), se hizo necesaria la extensión de la longitud del canal alejando el plano de salida del álabe para poder llegar a la convergencia de la solución. Para ángulo de ataque de  $12.5^\circ$ , el canal no se varió, pero sí hicieron falta más iteraciones que en el resto de casos para llegar a la convergencia.

### 5.2.1 Evolución aguas abajo para cada ángulo de ataque

Como ocurría para el estudio de los álaves con flecha, primero se muestra la evolución de los resultados a medida que el vórtice avanza alejándose aguas abajo del álabe.

#### Intensidad del vórtice y radio viscoso

A la vista de los resultados (Figuras 5.25, 5.26) y a diferencia de lo que ocurría en las geometrías de álaves con flecha de las subsecciones anteriores, en este caso se puede observar que el radio viscoso apenas aumenta con la distancia al álabe, sino que se mantienen prácticamente constante a lo largo del canal. Para los valores de intensidad del vórtice sin embargo sí se aprecia una evolución descendente muy similar cualitativamente a la observada en los casos anteriores.



**Figura 5.25** Evolución del vórtice del álabe en delta para ángulo de ataque: (a)  $\alpha = 5^\circ$ , (b)  $\alpha = 7.5^\circ$ , (c)  $\alpha = 10^\circ$ , (d)  $\alpha = 12.5^\circ$ .

Por otro lado, de nuevo se vuelve a ver que los resultados obtenidos son mayores en intensidad, radio viscoso y estadístico  $R^2$  para el caso de ajuste en vorticidad que para el ajuste en velocidad tangencial.

### Eje del vórtice

Con respecto a la evolución del eje del vórtice aguas abajo del álabe (Figuras 5.27 y 5.28), se confirma la tendencia descrita en la Sección 5.1.1 para el último caso del álabe en delta. Esto es, el ligero alejamiento del eje del vórtice de la pared del álabe a medida que avanza aguas abajo, y la pequeña variación por el contrario de la posición vertical del eje a lo largo del canal.

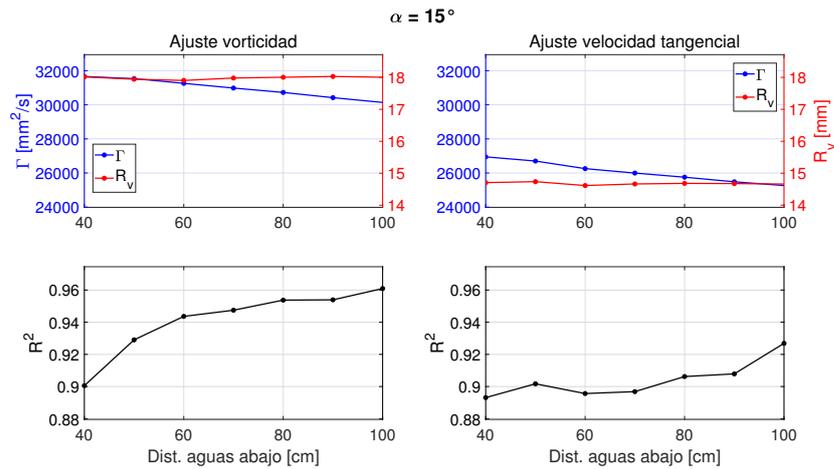


Figura 5.26 Evolución del vórtice del álabo en delta para ángulo de ataque  $\alpha = 15^\circ$ .

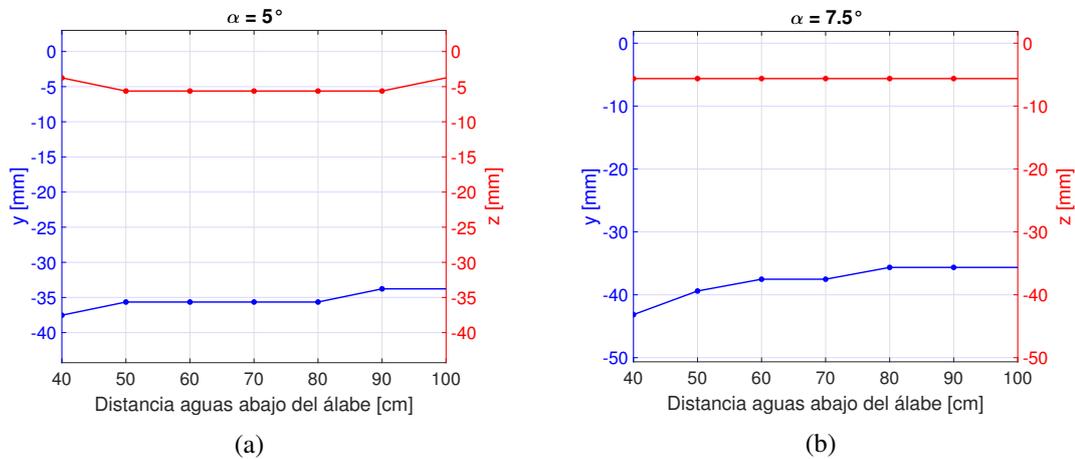


Figura 5.27 Evolución del eje del vórtice del álabo en delta para distintos ángulos de ataque: (a)  $\alpha = 5^\circ$ , (b)  $\alpha = 7.5^\circ$ .

### 5.2.2 Evolución con el ángulo de ataque

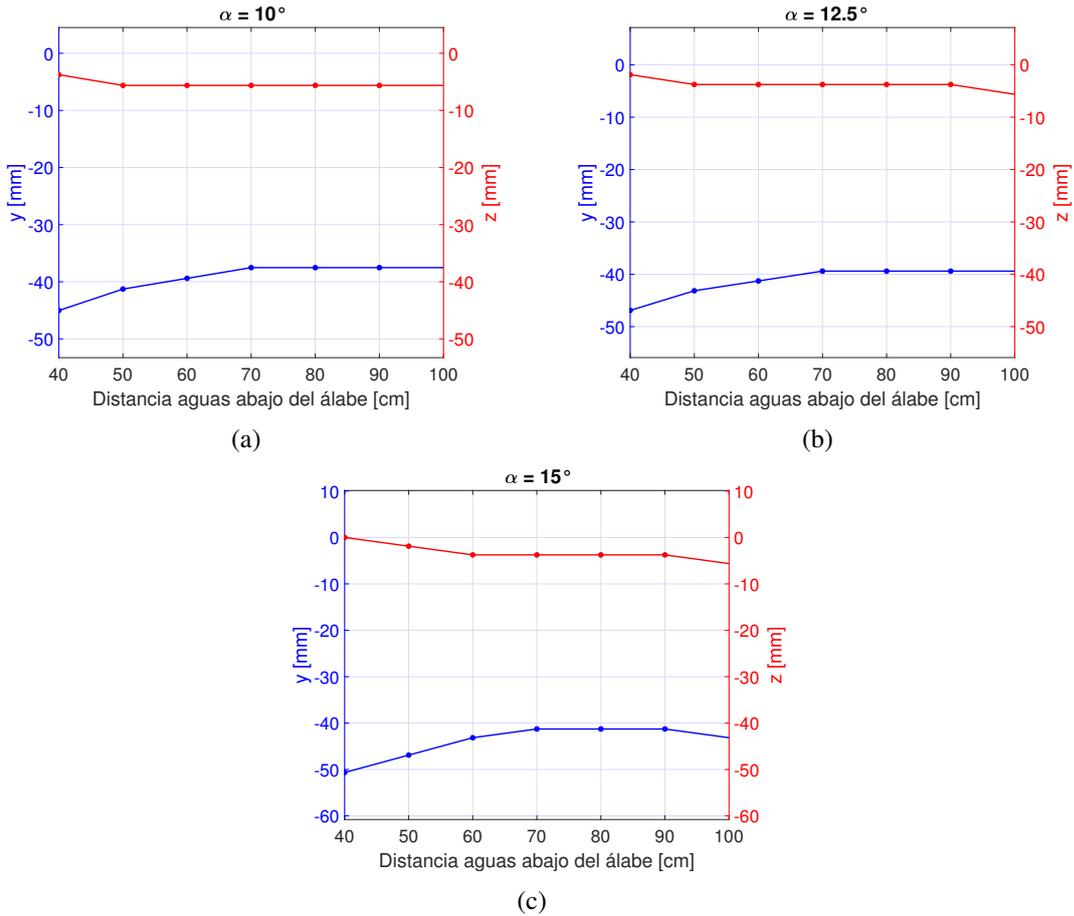
Finalmente en esta sección se estudia cómo es la evolución del vórtice en función del ángulo de ataque del álabo, primero caracterizando el vórtice por su intensidad y radio viscoso, y posteriormente por su situación espacial.

#### Intensidad del vórtice y radio viscoso

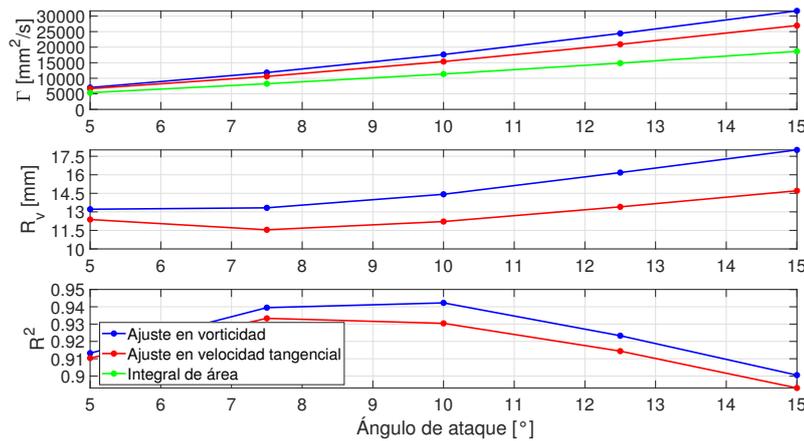
Nótese que también se presentan los resultados de intensidad del vórtice obtenido mediante la integral de área desde el propio Fluent. De estas figuras (Figuras 5.29, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34, 5.35, 5.36) se pueden observar los siguientes comportamientos.

En primer lugar, se observa una tendencia creciente de la intensidad del vórtice de ala, siendo además esta tendencia prácticamente lineal para la solución obtenida con los dos ajustes del modelo de vorticidad y con la integral de área. Este crecimiento lineal con el ángulo de ataque confirma la tendencia que ya se puso de manifiesto desde los primeros pasos de estas investigaciones, con el estudio de Díaz [7].

Obsérvese que, mientras que las soluciones están muy cercanas para el ángulo de ataque más bajo ( $\alpha = 5^\circ$ ), las pendientes difieren, siendo la del ajuste en vorticidad la más pronunciada, y la menor la obtenida haciendo uso de la integral de superficie. Esto hace que los valores de intensidad del



**Figura 5.28** Evolución del eje del vórtice del álabe en delta para distintos ángulos de ataque: (a)  $\alpha = 10^\circ$ , (b)  $\alpha = 12.5^\circ$ , (c)  $\alpha = 15^\circ$ .



**Figura 5.29** Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 40cm aguas abajo del álabe.

vórtice para los ángulos de ataque mayores difieran más para cada uno de los métodos de obtención de los resultados.

Viendo los resultados relativos al radio viscoso, de nuevo se ve una tendencia hacia valores más altos a medida que crece el ángulo de ataque, si bien es cierto que este apenas varía para los ángulos de ataque de  $5^\circ$  y  $7.5^\circ$ .

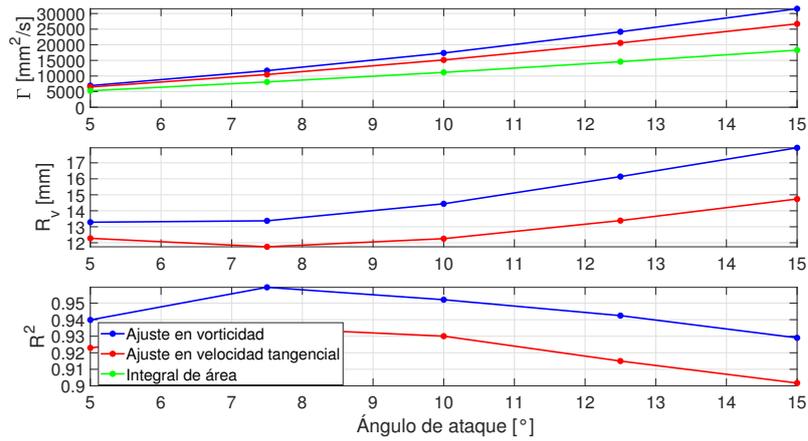


Figura 5.30 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 50cm aguas abajo del álabe.

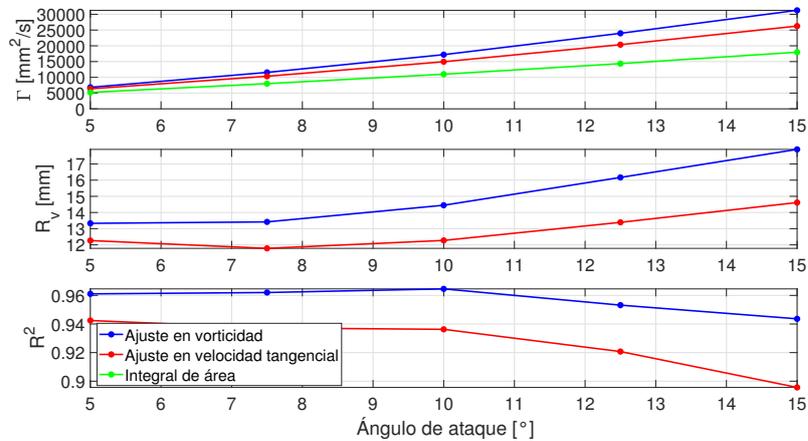


Figura 5.31 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 60cm aguas abajo del álabe.

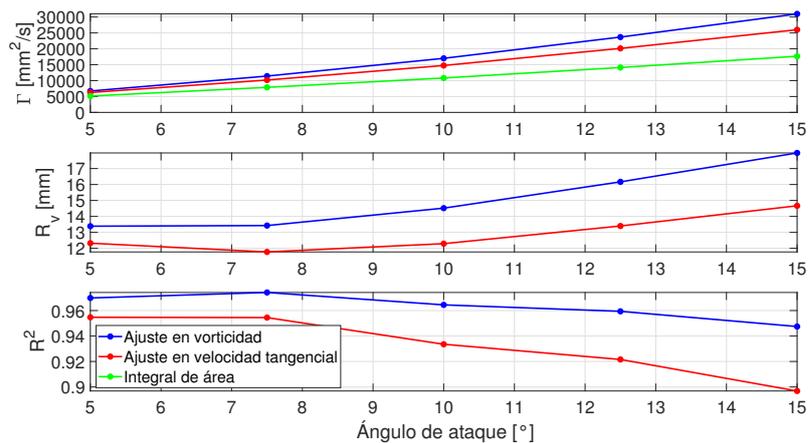


Figura 5.32 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 70cm aguas abajo del álabe.

Por último, se observa que los valores del ajuste son más precisos para ángulos de ataque bajos que para los altos, aunque estos se mantienen cercanos a la unidad y no se observa ningún caso extraño como ocurría antes para ciertos ángulos de flecha.

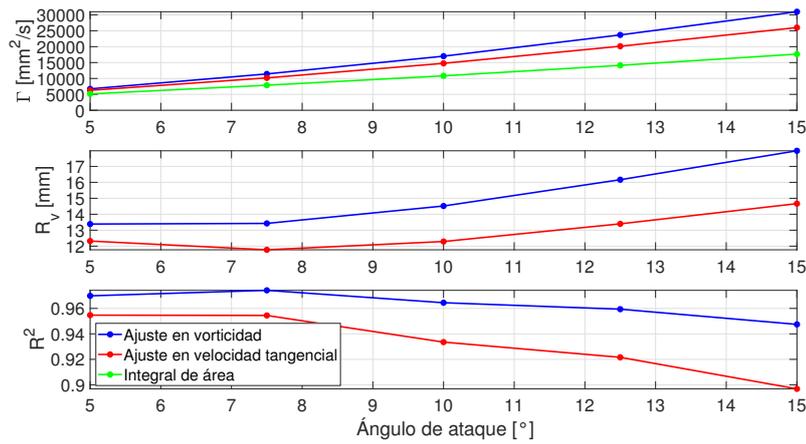


Figura 5.33 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 70cm aguas abajo del álabe.

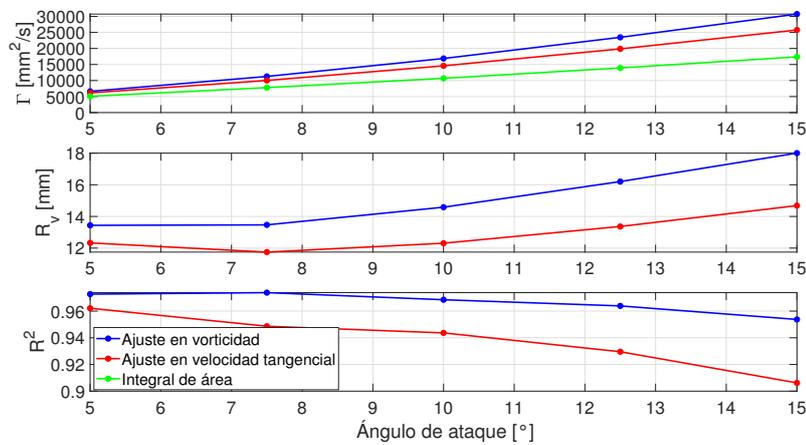


Figura 5.34 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 80cm aguas abajo del álabe.

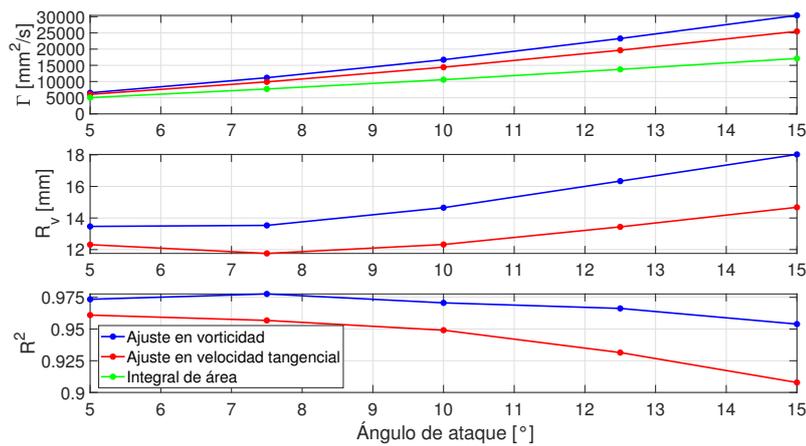


Figura 5.35 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 90cm aguas abajo del álabe.

### Eje del vórtice

Las siguientes figuras (Figuras 5.37, 5.38, 5.39, 5.40) muestran la evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque. De nuevo, las variaciones mayores se dan en eje y, para el que se puede ver

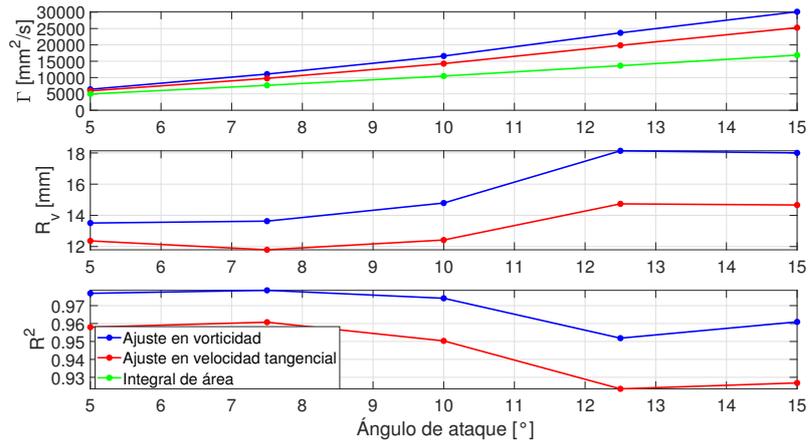


Figura 5.36 Evolución del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 100cm aguas abajo del álabe.

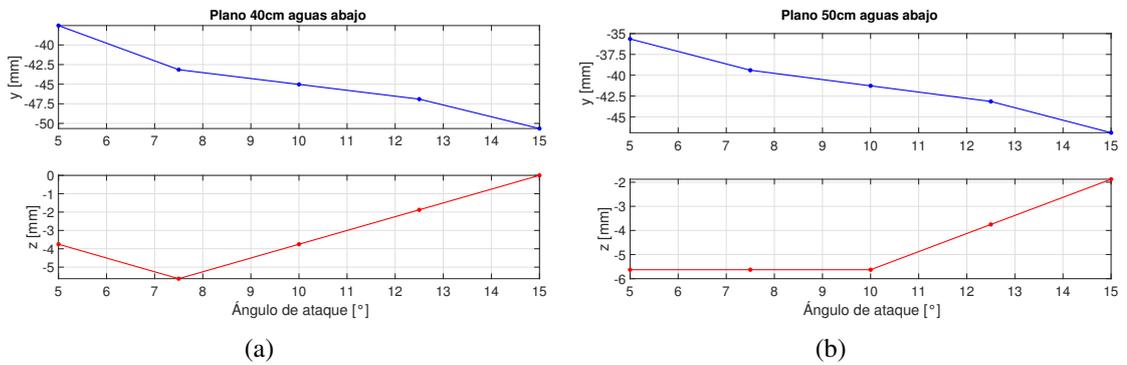


Figura 5.37 Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe.

cómo el eje del vórtice se va acercando cada vez más a la pared donde se encuentra la raíz del álabe. Por otro lado, las variaciones en el eje  $z$  no son significativas, manteniéndose la posición del eje muy próxima a la mitad del canal.

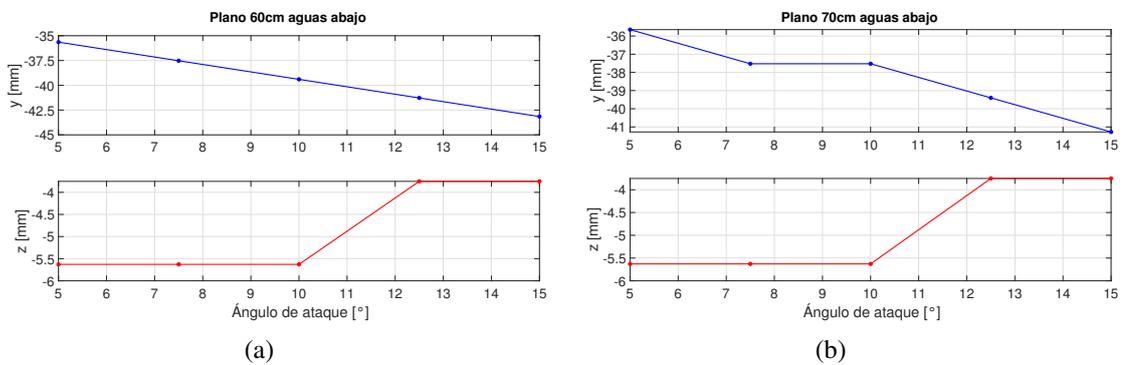


Figura 5.38 Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm aguas abajo del álabe.

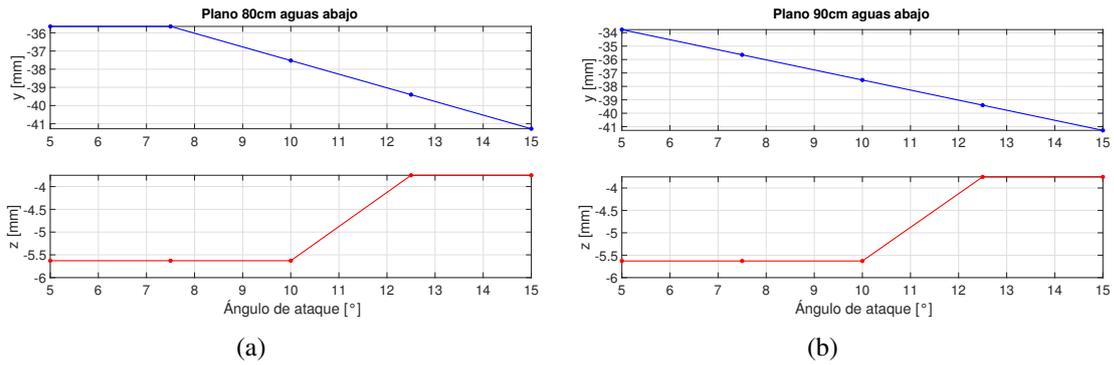


Figura 5.39 Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 80cm, (b) 90cm aguas abajo del álabes.

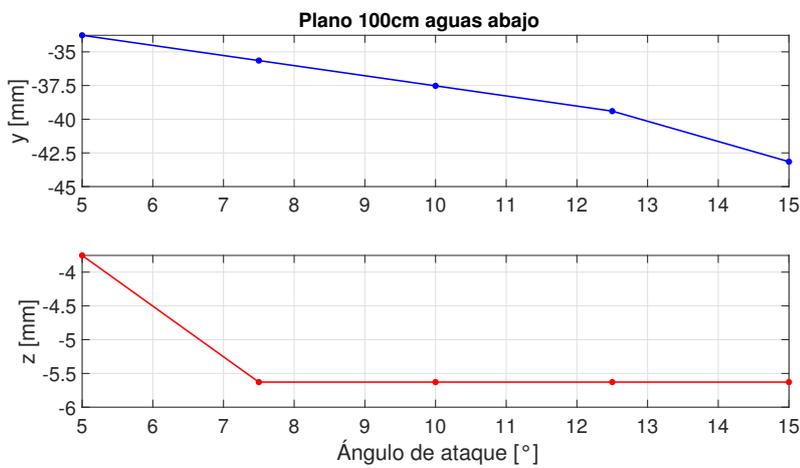


Figura 5.40 Evolución del eje del vórtice con el ángulo de ataque en un plano 100cm aguas abajo del álabes.

**Estimación de la disipación del vórtice**

En la Figura 5.41 se muestra la estimación de la distancia aguas abajo del álabes para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad en función del ángulo de ataque. La metodología es la misma que la explicada en la Subsección 5.1.2.

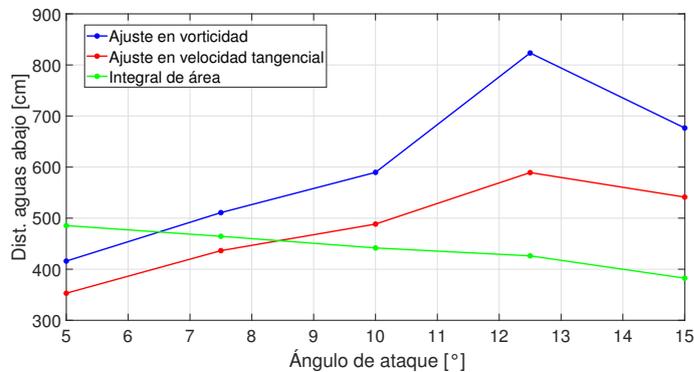


Figura 5.41 Estimación de la distancia aguas abajo del álabes para la cual la intensidad del vórtice disminuiría a la mitad para cada uno de los ángulos de ataque estudiados.

De los resultados obtenidos no se puede esclarecer una tendencia clara, ya que mientras que para los resultados obtenidos mediante los ajustes, la distancia de disipación crece hasta alcanzar un máximo en los  $12.5^\circ$ , para los obtenidos mediante integración numérica, la distancia de disipación disminuye con el ángulo de ataque.

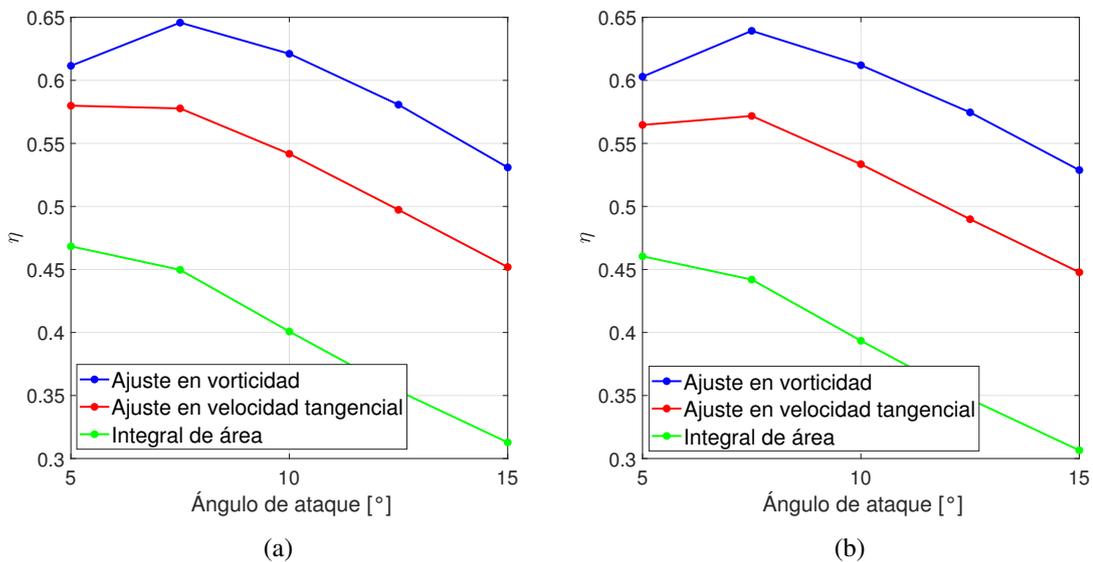
### Eficiencia del vórtice

Para terminar con los resultados, aquí (Figuras 5.42, 5.43) se muestra la evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de ataque para esta geometría en delta.

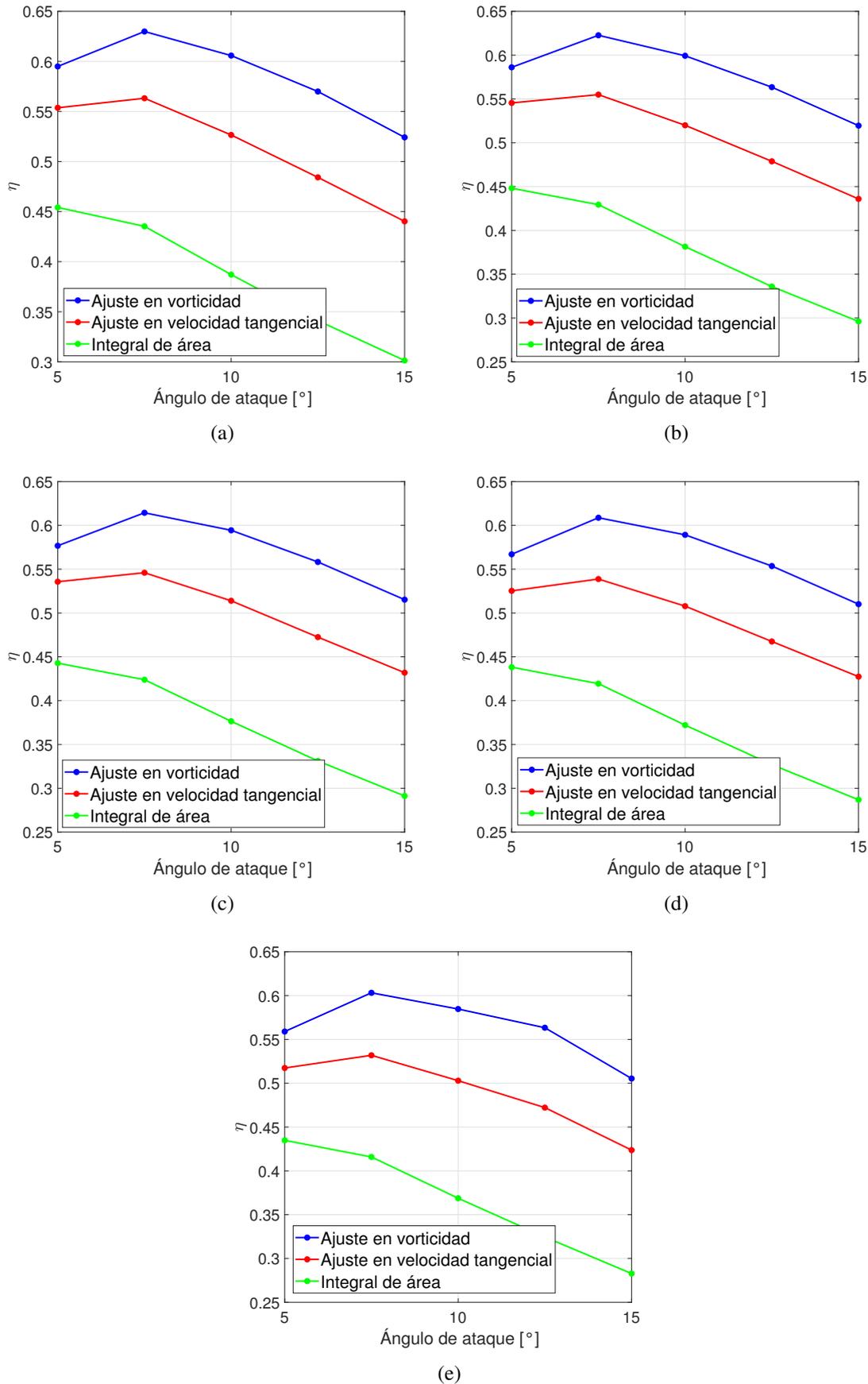
De estos resultados destaca que los valores más altos de eficiencia para ambos ajustes, se presentan para ángulo de ataque de  $7.5^\circ$ , aunque la eficiencia para  $5^\circ$  presenta valores que sólo son ligeramente inferiores. Los ángulos de ataque mayores presentan un descenso pronunciado casi lineal de la eficiencia.

Si se mira ahora los resultados de la integral de área, el resultado es muy similar, pero en este caso el máximo se da para  $\alpha = 5^\circ$ , descendiendo los valores para ángulos de ataque superiores.

Por tanto, y teniendo en cuenta los valores de intensidad del vórtice antes mostrados, habría que valorar si interesa más eficiencias altas con pérdidas de carga bajas, o valores superiores de la intensidad.



**Figura 5.42** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 40cm, (b) 50cm aguas abajo del álabe.



**Figura 5.43** Evolución de la eficiencia del vórtice con el ángulo de ataque en un plano: (a) 60cm, (b) 70cm, (c) 80cm, (d) 90cm, (e) 100cm aguas abajo del álabes.



## 6 Conclusión y líneas futuras

---

En este último capítulo de la memoria se presentan las principales conclusiones extraídas de la presente investigación, así como las posibles líneas futuras que podrían servir como continuación de este trabajo.

### 6.1 Conclusiones

En esta sección se detallan las principales conclusiones obtenidas tras la evaluación de los resultados de este proyecto. Son las siguientes:

- Tras unas primeras simulaciones con refinado estático de la zona central del canal, se ha conseguido reproducir la automatización dinámica del mallado dentro del propio Fluent, reduciendo mucho los tiempos de simulación. Además se comprueba que la variable escogida en el estudio de [17], la vorticidad en dirección  $x$   $\omega_x$  captura bien la zona que se desea refinar.
- Se ha desarrollado una metodología para ajustar los valores extraídos de las simulaciones al modelo de Burnham-Hallock y obtener los valores de intensidad de los vórtices y radio viscoso, que no depende de la aleatoriedad en la que se incurría al emplear una única curva de vorticidad o velocidad tangencial, sino que se emplean todos los valores de estas variables para realizar el ajuste de la superficie completa.
- Se han comprobado las bondades de la obtención del valor de la circulación del vórtice mediante el empleo de la integración numérica de área dentro de Fluent, al ser un método sencillo, rápido y que no incurre en los errores subyacentes a los ajustes del modelo de vorticidad. Hay que tener también en cuenta que mediante este método no se obtienen valores del radio viscoso.
- No obstante, hay que valorar cuidadosamente los valores de intensidad del vórtice que se obtienen de ambos métodos. Mientras que mediante el ajuste superficial del modelo de vorticidad se está evaluando únicamente una zona circular que rodea al vórtice, mediante la integral de área se están tomando todos los valores de una sección cuadrada del canal hidráulico. Es decir, mediante el primer método se caracteriza mejor al vórtice en sí, mientras que el segundo método describe la circulación en la totalidad de la sección del canal.
- Con respecto a la comparación de los resultados para álabes con flecha obtenidos por Díaz [8], se ha comprobado que, a pesar de que la obtención de los valores se ha realizado con métodos que difieren ligeramente (se ajusta el mismo modelo de vorticidad de Burnham-Hallock, pero aquí se ha hecho con un ajuste de superficies en vez de líneas), se obtienen valores que se asemejan mucho y además las curvas de evolución con la flechas siguen los mismos patrones.

- Del estudio comparativo de la evolución de las características del vórtice con la flecha, se han extendido los resultados y geometrías obtenidas por Díaz [8], estudiando desde valores menores de flecha negativa, y aumentando los valores de flecha positiva hasta llegar al álabe en delta.
- El ajuste en vorticidad es, frente al de velocidad tangencial, el que da por lo general valores superiores del estadístico  $R^2$  y, por tanto, los resultados más precisos.
- Los resultados obtenidos mediante los ajustes al modelo de vorticidad de Burnham-Hallock, no son fiables ni precisos para los ángulos de flecha de  $30^\circ$  y  $40^\circ$ , ya que para estas geometrías de álabe, el vórtice presenta especial falta de simetría axial a pesar de ser soluciones estables que han llegado correctamente a la convergencia. Este comportamiento también podía verse para ángulo de flecha de  $30^\circ$  en el estudio de Díaz [8].
- Para el ajuste superficial al modelo de vorticidad, los valores de intensidad del vórtice máximos se obtienen para ángulo de flecha  $50^\circ$  y para el álabe en delta. Con la integral de área ese máximo se desplaza a la izquierda para un ángulo de flecha en torno a los  $40^\circ$ .
- El eje del vórtice tiende a desplazarse hacia valores cada vez más negativos tanto en el eje  $y$  como en el eje  $z$ . Además hay que tener en cuenta que las variaciones en  $y$  son bastante superiores a las del eje  $z$ , en el que el eje se mantiene más estable. Este comportamiento es ligeramente diferente para valores elevados del ángulo de flecha y para el álabe en delta, para los que la posición del eje en  $y$  puede tener el efecto contrario.
- Con respecto a los valores de eficiencia, resulta muy interesante el hecho de que la geometría que da un valor mayor es la del álabe en delta, siendo además una de las que tiene mayor intensidad del vórtice.
- Con respecto a la comparación de los resultados para el álabe en delta con distintos ángulos de ataque, se confirma el comportamiento visto por primera vez en [7] sobre la evolución prácticamente lineal de la intensidad del vórtice con el ángulo de ataque, aumentando también el radio viscoso.
- A medida que se aumenta el ángulo de ataque, las simulaciones requieren de más iteraciones para llegar a la convergencia y los resultados de los ajustes van empeorando del mismo modo.
- El eje del vórtice se desplaza considerablemente en dirección  $y$  negativa, acercándose cada vez más a la pared donde se encuentra la raíz del álabe.
- Los resultados obtenidos acerca de la disipación del vórtice no parecen concluyentes al estar basados en la evolución de la intensidad del vórtice en una distancia pequeña que quizá no sea lo suficientemente representativa de la tendencia de disipación.
- Los valores más altos de eficiencia para el álabe en delta se obtienen para los valores más bajos del ángulo de ataque, descendiendo esta rápidamente a partir de los  $7.5^\circ$  grados de ángulo de ataque.

## 6.2 Líneas futuras

Para terminar con la memoria, aquí se presentan distintas ideas con las que se podría continuar esta línea de investigaciones con la idea de conseguir la configuración óptima para un buen mezclado en canales hidráulicos. Algunas de estas ideas podrían ir en las siguientes líneas:

- Tras los interesantes resultados arrojados por la geometría de álabe en delta, se propone profundizar en el estudio de la misma, cambiando otros parámetros del álabe, ya sin mantener constante la superficie del mismo. Se podrían estudiar distintos alargamientos, distintos

ángulos en el borde de ataque o configuraciones diferentes de álabes en delta que no sean triangulares.

- Los resultados obtenidos han sido evaluados en un único canal hidráulico. Posibles líneas futuras podrían basarse en estudiar el comportamiento de esta geometría de álabe en canales diferentes, por ejemplo, cilíndricos, o bien evaluar el impacto que puedan tener parámetros como la profundidad del canal o la posición relativa del álabe en el mismo.
- Contrastar los resultados obtenidos mediante simulaciones CFD con nuevos resultados de experimentación obtenidos en el canal hidráulico del laboratorio, con álabes en delta. Esto permitiría validar los resultados obtenidos durante esta investigación.
- Ante los resultados no concluyentes de la estimación de la disipación del vórtice, se propone realizar simulaciones en un canal hidráulico más largo para poder caracterizar mejor esta disipación.
- Estudiar la posible implementación de este tipo de álabes en un canal de cultivo de microalgas.
- Estudiar la posible aplicación de las conclusiones aquí obtenidas en otros tipos de mezcladores, como los reactores de agitado, donde aún hay un amplio campo de mejora y optimización.



# Bibliografía

---

- [1] D. J. Acheson, *Elementary fluid dynamics*, Oxford University Press. ISBN: 0-19-859679-0, 1990.
- [2] John D. Anderson, *Computational fluid dynamics: The basics with applications*, McGraw Hill, Inc., 1995.
- [3] D. C. Burnham and J. N. Hallock, *Chicago monostatic acoustic vortex sensing system. volume iv: wake vortex decay*, Report No. DOT-TSC-FAA-79-104.IV, 1982.
- [4] Jorge L. Castillo T., *Introducción al mezclado*.
- [5] Charles Ross & Son Company, *Static mixer designs and applications*.
- [6] I. da Riva de la Cavada, *Comportamiento aerodinámico de barreras cortavientos*, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos.
- [7] Álvaro Díaz Campillejo, *Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabe en una placa plana*, TFG, ETSI, Universidad de Sevilla, 2016.
- [8] Álvaro Díaz Campillejo., *Caracterización de vórtices de punta de ala mediante simulaciones cfd*, TFM, ETSI, Universidad de Sevilla, 2018.
- [9] D&BTech, <https://dbtech.tech/es/>.
- [10] Aleksey Gerasimov, *Quick guide to setting up les-type simulations*, ANSYS Sweden AB, 2016.
- [11] José Manuel Gordillo Arias de Saavedra and Guillaume Maurice Riboux Acher, *Introducción a la aerodinámica potencial*, Enschede, The Netherlands, 2015.
- [12] Alexis Hernández-Pérez and José I. Labbé, *Microalgas, cultivo y beneficios*, vol. 49, nº 2, pp. 157-173, 2014.
- [13] T. Hommes, T. Bosschers, and H. W. M. Hoeijmakers, *Evaluation of the radial pressure distribution of vortex models and comparison with experimental data*, Enschede, The Netherlands, 2015.
- [14] Marina Jiménez Navarta, *Estudio experimental de generación de vórtices de punta de ala en distintas geometrías alares*, TFG, ETSI, Universidad de Sevilla, 2018.
- [15] Warren L. McCabe, Julian C. Smith, and Peter Harriott, *Operaciones unitarias en ingeniería química*, 2007.

- [16] Francisco Jesús Navarro Fuentes, *Generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico*, TFG, ETSI, Universidad de Sevilla, 2017.
- [17] Francisco Jesús Navarro Fuentes., *Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canal hidráulico mediante simulación numérica*, TFM, ETSI, Universidad de Sevilla, 2019.
- [18] Sergio Román Mora, *Optimización de álabes para la generación de vórtices de punta de ala en canales y conductos*, TFM, ETSI, Universidad de Sevilla, 2020.
- [19] A. Uribe, R. Rivera, A. Aguilera, and E. Murrieta, *Agitación y mezclado*, Universidad de Guanajuato, México, 2012.