

Trabajo Fin de Máster

Máster en Organización Industrial y Gestión de
Empresas

“El problema de enrutado de vehículos para entrega y recogida con limitación de capacidad y ventanas temporales (CRVP-PD_TW): Aplicación al caso de una empresa de distribución de productos frescos y congelados”

Autor: Acevedo Temoche, Angie Tatiana

Tutor: Cortés Achedad, Pablo

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024



Proyecto Fin de Máster
Máster en Organización Industrial y Gestión de Empresas

“El problema de enrutado de vehículos para entrega y recogida con limitación de capacidad y ventanas temporales (CRVP-PD_TW): Aplicación al caso de una empresa de distribución de productos frescos y congelados”

Autor:

Acevedo Temoche, Angie Tatiana

Tutor:

Cortés Achedad, Pablo

Catedrático de Universidad

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas II

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2024

Trabajo Fin de Máster: “El problema de enrutado de vehículos para entrega y recogida con limitación de capacidad y ventanas temporales (CRVP-PD_TW): Aplicación al caso de una empresa de distribución de productos frescos y congelados”

Autor: Angie Tatiana Acevedo Temoche,

Tutor: Pablo Cortés Achedad

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2024

El Secretario del Tribunal

A Dios

A mi madre y hermanos

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por sostenerme durante todo mi trayecto de vida y, sobre todo, estudiantil.

A mi madre y hermanos, por estar conmigo en la distancia.

A mi familia presente en el país, por su apoyo y empuje a mejorar día a día.

A mi profesor Pablo, por su apoyo y dedicación en el presente trabajo.

RESUMEN

El presente trabajo de fin de máster desarrolla un modelo de Programación Lineal Entera Mixta (en inglés, *Mixed-Integer Linear Programming* MILP) en búsqueda de optimización de rutas de una empresa de distribución de productos frescos y congelados minimizando los costes. Se acomete una investigación aplicada con el objetivo de identificar y proponer un modelo para el enrutamiento de vehículos buscando la optimización de la distribución de vehículos en rutas al objeto de satisfacer unas demandas de entrega y recogida. Para ello, se identificaron los requisitos y condiciones actuales que se llevan a cabo por la empresa. Es así como, se considera la limitación de capacidad de los vehículos, la entrega y recogida simultánea y el cumplimiento del servicio dentro de ventanas de tiempo de atención en los destinos. Se modela un *Capacited Vehicle Routing Problem with Picking and Delivery and Time Windows* (CVRP-PD-TW) estableciendo los factores de coste a considerar en la función objetivo y las restricciones de capacidad, continuidad, balance e intervalos de tiempo. Este modelo fue sometido a pruebas con datos estimados y reales, siendo provechoso para la reducción de rutas de añadidura que generaban costes elevados. Finalmente, se propone este modelo para el ruteo de las unidades que puede ser adaptado para futuras investigaciones.

Palabras Clave: Problema de Enrutamiento de Vehículos, Entrega y Recogida, Ventanas de Tiempo, Optimización, Distribución.

ABSTRACT

This master's thesis develops a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model aimed at optimizing the routes of a company distributing fresh and frozen products, minimizing costs. An applied research was conducted with the objective of identifying and proposing a model for vehicle routing, seeking to optimize the distribution of vehicles on routes to meet delivery and pickup demands. To this end, the current requirements and conditions carried out by the company were identified. Thus, the model considers vehicle capacity limitation, simultaneous delivery and pickup, and service compliance within time windows at the destinations. A Capacitated Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows (CVRP-PD-TW) is modeled, establishing the cost factors to be considered in the objective function and the constraints of capacity, continuity, balance, and time intervals. This model was tested with estimated and real data, proving beneficial for reducing additional routes that generated high costs. Finally, this model is proposed for routing the units and can be adapted for future research.

Key Words: Capacited Routing Problem, Picking and Delivery, Time Windows, Optimization, Distribution.

ÍNDICE

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | INTRODUCCIÓN | 16 |
| 2. | DESARROLLO DEL TRABAJO | 20 |
| 2.1. | <i>JUSTIFICACION</i> | 20 |
| 2.2. | <i>OBJETIVOS</i> | 20 |
| 2.2.1. | Objetivo General | 20 |
| 2.2.2. | Objetivos Específicos | 20 |
| 2.3. | <i>OBJETO DEL PROBLEMA DE ESTUDIO</i> | 21 |
| 2.4. | <i>INFORMACIÓN DE ALMACENES</i> | 22 |
| 3. | ESTADO DEL ARTE | 25 |
| 4. | DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA DE DISTRIBUCIÓN ACTUAL | 41 |
| 4.1. | <i>TIPOS DE CARGA</i> | 44 |
| 4.2. | <i>DESCRIPCIÓN DE RUTAS</i> | 44 |
| 4.2.1. | Según Tipo de Carga | 44 |
| 4.2.2. | Según Almacén destino | 46 |
| 4.3. | <i>CUADRO DE PROGRAMACIÓN ACTUAL</i> | 53 |
| 4.4. | <i>RUTAS ATÍPICAS O ADICIONALES</i> | 54 |
| 5. | MODELO PARA EL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON LIMITACIÓN DE CAPACIDAD, ENTREGA Y RECOGIDA Y VENTANAS DE TIEMPO | 57 |
| 5.1. | <i>Conjunto de Índices</i> | 57 |
| 5.2. | <i>Parámetros</i> | 58 |
| 5.3. | <i>Variables de Decisión</i> | 59 |
| 5.5. | <i>Restricciones</i> | 59 |
| 5.6. | <i>Modelo de enrutamiento de vehículos con limitación de capacidad con entrega y recogida y ventanas de tiempo (CVRP-PD-TW)</i> | 62 |
| 6. | ANÁLISIS DE RESULTADOS | 64 |
| 6.1. | <i>Datos Numéricos</i> | 64 |
| 6.2. | <i>Solución de Modelo Propuesto</i> | 66 |
| 6.3. | <i>Análisis de Resultados</i> | 67 |
| 6.4. | <i>Comparación Cuantitativa</i> | 70 |
| 7. | CONCLUSIONES | 72 |
| 8. | REFERENCIAS | 74 |
| | ANEXOS | 78 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 1. Región y nombres de Almacenes | 22 |
| Tabla 2. Clasificación de VRP Clásicos | 27 |
| Tabla 3. Resumen Estado del Arte: problema - Metodología | 39 |
| Tabla 4. Programación genérica - depot Trujillo | 41 |
| Tabla 5. Programación genérica – almacén central Salaverry | 42 |
| Tabla 6. Programación genérica - almacén central Chilca | 42 |
| Tabla 7. Tipo de carga demandada por almacenes | 44 |
| Tabla 8. Conjuntos del modelo CVRP-PD-TW | 58 |
| Tabla 9. Parámetros del modelo | 58 |
| Tabla 10. Variables continuas del modelo | 59 |
| Tabla 11. Coste fijo de salida de vehículo | 64 |
| Tabla 12. Coste de transporte | 65 |
| Tabla 13. Coste de espera | 65 |
| Tabla 14. Demanda de entrega, recogida y ventanas de tiempo por nodo | 66 |
| Tabla 15. Coste actual ruteo | 70 |
| Tabla 16. Consolidado Costes (Actual vs. Modelo) | 71 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1. Mapa del Perú | 21 |
| Figura 2. Región La Libertad | 22 |
| Figura 3. Ruta de Trujillo a Salaverry | 23 |
| Figura 4. Tipo de producto que suministra <i>depot</i> y <i>almacenes centrales</i> | 24 |
| Figura 5. Los problemas clásicos de VRP y sus conexiones | 27 |
| Figura 6. Camión de empresa en estudio | 41 |
| Figura 7. Distribución general | 43 |
| Figura 8. Grafo de distribución general | 43 |
| Figura 9. Ruta de carga Mixta (Almacén Norte) | 45 |
| Figura 10. Ruta de carga Mixta (Almacén Sur: Chimbote) | 45 |
| Figura 11. Ruta de carga Embutidos | 45 |
| Figura 12. Ruta de carga Congelados – Escenario 1 | 46 |
| Figura 13. Ruta de carga Congelados – Escenario 2 | 46 |
| Figura 14. Ruta a Chiclayo | 47 |
| Figura 15. Chiclayo: Horarios de ruta Trujillo y Salaverry | 47 |
| Figura 16. Chiclayo: Horarios de ruta Trujillo y Chiclayo | 48 |
| Figura 17. Ruta a Chorrillos | 48 |
| Figura 18. Chorrillos: Horarios de ruta Trujillo y Chorrillos | 49 |
| Figura 19. Ruta a Piura | 49 |
| Figura 20. Piura: Horarios de ruta Trujillo y Salaverry | 50 |
| Figura 21. Piura: Horarios de ruta Trujillo y Piura | 51 |
| Figura 22. Ruta a Chimbote y Chilca | 52 |
| Figura 23. Chimbote (Chilca) Horarios de ruta | 53 |
| Figura 24. Formato de Programación Actual | 53 |
| Figura 25. Ruta a Piura: congelados | 54 |
| Figura 26. Ruta Chorrillos (Chilca) | 55 |
| Figura 27. Chorrillos (Chilca)Horarios de ruta | 56 |
| Figura 28. Grafo con distancia en horas entre nodos | 66 |
| Figura 29. Grafo solución de modelo propuesto CPVR-PD-TW | 67 |
| Figura 30. Grafo solución CPVR-PD-TW – 1er mini bucle | 68 |
| Figura 31. Grafo solución CPVR-PD-TW – 2do mini bucle | 68 |
| Figura 32. Grafo solución CPVR-PD-TW – 3er mini bucle | 69 |

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la actividad económica se acomete hoy en día en un mundo cada vez más globalizado. La globalización ha desempeñado un papel importante en el ámbito económico a nivel mundial. Esto es a través del aumento del Producto Interno Bruto (PIB), la expansión de los mercados, el incremento del comercio internacional, entre mucho otros. Aparte de los efectos económicos, también ha traído consigo oportunidades para la innovación, y retos para la tecnología. Es innegable el trabajo importante que tiene aquí la logística.

En primer lugar, la creciente demanda de servicios logísticos eficientes bajo una buena Gestión de Cadena de Suministro ha dado lugar a redes de distribución globales que permiten a las empresas tener presencia fuera de sus países. También, el aumento del comercio internacional genera una demanda de transporte, almacenamiento e inventarios. Los retos que se afrontan actualmente es adopción de tecnologías para la gestión de la cadena de suministro, sistemas de planificación empresariales, y uso provechoso de *big data* para pronósticos y optimizar sus actividades operativas logísticas.

Como menciona el Consejo de Profesionales de Gestión de la Cadena de Suministro (CSCMP) (2015), la *gestión de la cadena de suministro* abarca la planificación y gestión de todas las actividades involucradas en compras y abastecimiento, transformación y todas las actividades de gestión logística. De manera muy importante, también incluye la coordinación y colaboración con los socios del canal, que pueden ser proveedores, intermediarios, operadores logísticos y clientes. En esencia, la gestión de la cadena de suministro integra la gestión del abastecimiento y la demanda dentro y a través de las empresas.

El corazón de las operaciones logísticas es el de distribución. Para facilitar el comercio global, debe existir una eficiencia en el transporte optimizando costes y tiempos de entrega. El transporte siempre ha sido primordial económicamente en cada país, debido al fenómeno de la globalización actualmente se ha convertido más relevante, ya que es una cualidad de suma importancia en el desarrollo de los productos que la empresa pueda brindar (Cachimuel et al, 2022). Asimismo, la planificación de rutas es estrategia dentro de cada compañía desde la cantidad de vehículos hasta la optimización constante.

En la actualidad, es cada vez mayor la importancia que cada organización brinda a la calidad de servicio y la capacidad de respuesta. Esto es, como respuesta ante las necesidades de los clientes dentro de la actividad económica al cual pertenezcan cada uno. La distribución como subsistema logístico se ha convertido dentro de la gestión empresarial en un factor clave para la toma de decisiones, en lo que se basa las estrategias de un negocio (Quintana et al., 2019).

Las redes de distribución permiten satisfacer las necesidades de usuarios o clientes a partir de coordinaciones de su demanda con las capacidades de producción y logística. La búsqueda de ser cada vez más eficientes en la distribución ha sido motivación para el estudio y desarrollo de diferentes métodos exactos de Programación Lineal Entera Mixta (en inglés, *Mixed-Integer Linear Programming*, MILP) como modelos matemáticos.

El problema del Agente Viajero o TSP por sus siglas en inglés (*Travelling Salesman Problem*) ha sido abordado por varias ramas de la ingeniería y por distintas razones. Se destaca que, su principal aplicación es la de diseñar rutas desde distintas perspectivas, buscando la mejor ruta posible con criterios de economía en distancia (García y Moreno, 2020). En otras palabras, busca minimizar sus costes con una ruta óptima que atienda a todos los clientes. Conforme ha pasado el tiempo, se habla de una extensión o particularización de este problema.

Es así como aparece el Problema de Enrutado de Vehículos (en inglés, *Vehicle Routing Problem*, VRP) que, para muchos autores en la literatura tanto este como TSP son los métodos más utilizados para el diseño, la planificación y mejora de rutas de transporte para mejorar costes y tiempos de entregas. La aplicación de uno u otro depende, como es lógico, de las condiciones y contexto de problema. Por tanto, se puede afirmar que, dentro de cada empresa, el departamento de distribución debe elaborar un modelo matemático que permita determinar la distribución óptima y resolverlo.

El modelo matemático se afirma que es el primer paso en el diseño y planificación de la ruta planteada. En concreto, el modelo VRP con la misma información recopilada se diseña e ingresa el modelo matemático para el problema del transporte, donde cada vehículo contaría con restricciones de capacidad en depósitos y vehículos, cada ruta comienza y termina en el mismo depósito, cada cliente debe ser visitado por una ruta exactamente una vez, la suma de las demandas de los clientes visitados en una ruta no debe exceder la capacidad del vehículo y la suma de las demandas de los clientes asignados a un depósito no debe exceder su capacidad. Se tiene entonces, una aplicación importante de la programación lineal, donde la problemática de transporte se puede representar con un modelo matemático (Cachimuel et al, 2022).

Aparte de ello, la optimización constante ha permitido añadir a la literatura condiciones y características de este modelo *Vehicle Routing Problem*. Como consecuencia, existen cada vez más investigaciones que se particularizan con las condiciones del contexto de las compañías de estudio con el objetivo de obtener una ruta óptima y menores costes involucrados para la distribución. Es así como, del problema de enrutamiento de vehículos VRP nacen las variantes y las combinaciones entre ellos.

La empresa de distribución de productos frescos y congelados de estudio no es ajena a ello, puesto que al igual que las demás empresas en el mundo, su distribución comprende de características a cumplir. En particular esta empresa considera la restricción de capacidad de los vehículos, flujo de entrega y recogida (*picking and delivery*) y ventanas temporales. Estas características dan lugar a una combinación del modelo base VRP.

En primer lugar, el problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas (*Vehicle Routing Problem with Picking and Delivery*, VRPPD) el cual es considerado como una extensión del problema clásico de ruteo de vehículos (VRP) (Ballesteros y Escobar, 2016). Este problema (VRPPD) fue tratado por primera vez en 1989, reconociendo la posibilidad de entregas y recogidas simultáneas en el mismo nodo. En segundo lugar, se toma en cuenta la restricción de capacidad de flota. La variante con esta restricción se denomina en la literatura el Problema de Enrutamiento de limitación de capacidad (*Capacited Vehicle Routing Problem*, CVRP) que es un problema combinatorio fundamental con aplicaciones en la optimización logística (Ochoa et al., 2015).

Desde un punto de vista general, el CVRP se da un conjunto finito de ciudades y los costes de los viajes entre ellas. Así, se identifica un nodo como depósito de vehículos y el resto como clientes. Cada cliente corresponde a una ubicación en la que se entrega una cantidad de un único producto. Las cantidades requeridas por los clientes están predeterminadas y no pueden dividirse. En otras palabras, tienen que ser entregadas por un vehículo a la vez. En tercer lugar, el enrutamiento con ventanas de tiempo o *Time Windows* (CVRP-TW) toma en cuenta restricciones horarias. En otras palabras, a cada nodo se debe visitar estrictamente en un intervalo de tiempo que está disponible para atender a los vehículos.

La empresa en estudio actualmente tiene una distribución con el factor de días de ruta específicas para los distintos almacenes en el país. Sin embargo, se ve reflejado en su red de distribución excesos de rutas lo que contribuye a aumentar los costes de operaciones. Ante ello, esta investigación pretende identificar y proponer un modelo matemático que cumpla con las restricciones de contexto del negocio a fin de optimizar

el ruteo de los vehículos de esta empresa.

El modelo comprende la combinación de tres restricciones principales: limitación de capacidad de los vehículos, flujo de entrega y recogida y, ventanas temporales. Entonces, es una combinación de CVRP, VRPPD y VRPTW. Se destaca que, la flota tiene una capacidad homogénea, y que se tienen que respetar los horarios establecidos de atención en cada almacén ciudad.

2. DESARROLLO DEL TRABAJO

La presente investigación tiene el enfoque de ser mixta, ya que realiza recolección y análisis de datos cuantitativa y cualitativamente. Aparte de ello, la investigación es aplicada, ya que como menciona Álvarez (2020) es cuando se orienta a conseguir un nuevo conocimiento destinado que permita soluciones de problemas prácticos.

2.1. JUSTIFICACION

El presente trabajo tiene justificación económica porque a través de la optimización de rutas, los costes involucrados como de transporte, de oportunidad de uso de cada vehículo, utilizando mejor sus recursos. Asimismo, el impacto que trae consigo la propuesta de modelo matemático es la búsqueda de beneficio de forma directa a gerencia de la compañía en estudio, de los colaboradores. Es así como, internamente a la empresa de distribución de productos frescos y congelados le permite mejor gestión de recursos, actividades e información con los almacenes a nivel nacional, dando respuesta a la demanda de los clientes finales. También, se pretende que, con la optimización de rutas y mejora de costes involucrados, la compañía incremente su posicionamiento en el mercado nacional.

Por último, la justificación ambiental que posee la investigación es la identificación de cantidad de vehículos a utilizar con ruta óptima, reduciendo el impacto ambiental de emisiones de carbono por transporte.

2.2. OBJETIVOS

2.2.1. Objetivo General

Identificar y proponer un método exacto (modelo matemático) como solución al problema de enrutamiento de vehículos para la optimización de rutas de la empresa de distribución de productos frescos y congelados con destino varias ciudades en diferentes provincias de Perú.

2.2.2. Objetivos Específicos

- Identificar las condiciones a cumplir según el modelo de negocio y almacenes ciudad

- Modelar problema de enrutamiento considerando los datos actuales de la compañía
- Evaluar modelo matemático propuesto
- Proponer modelo matemático para la optimización de rutas actuales de distribución de la compañía.

2.3. OBJETO DEL PROBLEMA DE ESTUDIO

La empresa peruana de distribución de productos frescos y congelados situada en la región La Libertad, se dedica a la elaboración, conservación y comercialización de productos embutidos, cárnicos. Cuenta con 70 años en el mercado, y a lo largo de estos años ha cubierto los eslabones de la cadena de suministro, abordando su distribución hacia las sucursales y al cliente final. Actualmente, cuenta con seis almacenes, teniendo predominio en el norte del país. A continuación, se visualizará en la Figura 1 las regiones que poseen almacenes y posteriormente, se identificarán los detalles de cada una.



Figura 1. Mapa del Perú

Fuente: Elaboración propia

Se puede apreciar en la Figura 1 las regiones del país y, los íconos de ubicación de color rojo ubican a los seis almacenes según región. Dos de estas regiones cuentan con dos almacenes: La Libertad y Lima.

2.4. INFORMACIÓN DE ALMACENES

Por lo mencionado anteriormente, la Región La Libertad cuenta con dos almacenes. También es el caso de la Región Lima. Estas dos regiones son particulares porque cuentan con almacenes centrales.

Para una mejor identificación de los almacenes y *depot*, se describe en la Tabla 1. Se debe tener en cuenta que, el punto de origen de las operaciones y, en términos de distribución: punto de origen y retorno para las unidades de transporte, es Trujillo (Fábrica).

Tabla 1. Región y nombres de Almacenes

| Región | Provincia | Almacén/Ciudad | Cardinalidad |
|-------------|------------|----------------|--------------|
| Piura | Piura | Piura | Norte |
| Lambayeque | Chiclayo | Chiclayo | Norte |
| La Libertad | Trujillo | Trujillo | <i>Depot</i> |
| | Trujillo | Salaverry | Norte |
| Ancash | Chimbote | Chimbote | Sur |
| Lima | Chorrillos | Chorrillos | Sur |
| | Lima | Chilca | Norte |

Fuente: Elaboración Propia

2.5. ALMACENES *DEPOT* Y *CENTRALES*

Como se mencionó anteriormente la empresa en estudio produce embutidos, esto se realiza en el *depot* de La Libertad, la fábrica está ubicada en Trujillo. También, en la misma región se produce productos congelados cárnicos a base de cerdo, cuya fábrica también está localizada en Trujillo y es el *almacén central Salaverry*. La distancia de viaje entre la Fábrica Trujillo y Salaverry es de 19,6 kms lo cual es aproximadamente 40 minutos.

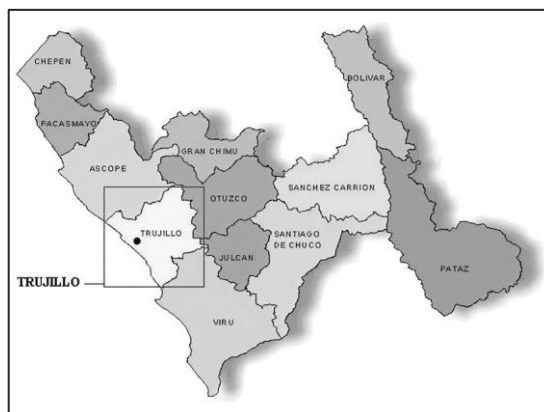


Figura 2. Región La Libertad

En la Figura 2 se aprecia en detalle las provincias de la Región La Libertad y su capital, Trujillo donde se encuentra ubicado el *depot* de las operaciones.

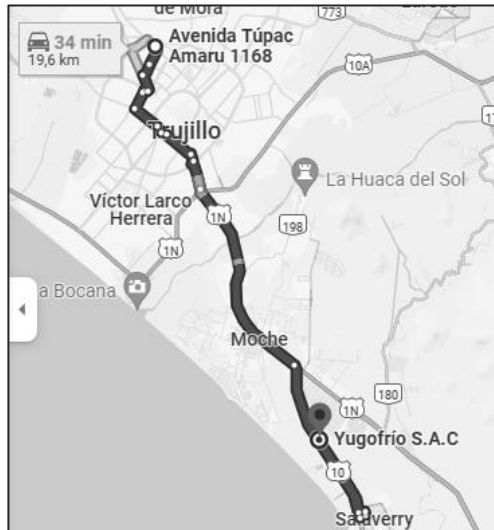


Figura 3. Ruta de Trujillo a Salaverry

En la Figura 3 se puede observar la distancia de 19,6km y ruta para desplazarse de Trujillo a Salaverry o viceversa.

El segundo *almacén central* es Chilca que, está ubicado en la región Lima, cumpliendo la función de producción de productos congelados cárnicos. Este almacén central se encuentra a aproximadamente 645km y, el tiempo de viaje es de 11h horas desde *depot* Trujillo.

Los demás almacenes de la Tabla 1, son almacenes únicamente, a los cuales se denomina *almacenes ciudad*. Los *almacenes ciudad* están conformados por: Piura, Chiclayo, Chimbote, Chorrillos (Lima).

Estos almacenes realizan el papel de recepción de la demanda sea productos frescos y/o congelados. Además, simultáneamente, luego de la entrega, brindan productos a retornar al *depot* (recogida). El detalle de qué productos se entregan y recogen en la visita a cada uno se detalla en el cuarto capítulo, que es donde se conoce en detalle lo que se sigue actualmente en la empresa en estudio para llevar a cabo la distribución.

Por lo tanto, en términos generales, se cuenta con *depot*, *almacenes centrales* y *almacenes ciudad*. Cada uno de los mencionados tiene un papel de suministrar productos embutidos, suministrar productos congelados cárnicos y ser punto de entrega y recojo, respectivamente. En la **Figura 4**. Tipo de producto que suministra *depot* y *almacenes centrales* Figura 4 se clasifica al *depot* y *almacenes centrales* por tipo de producto que se suministra.

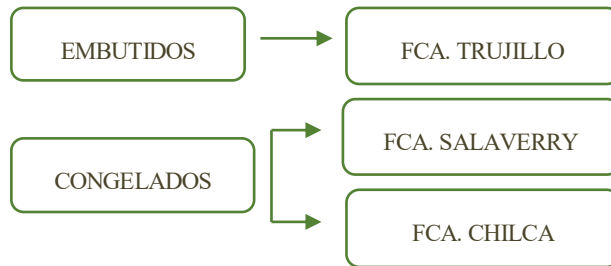


Figura 4. Tipo de producto que suministra *depot* y *almacenes centrales*

Fuente: Elaboración propia

3. ESTADO DEL ARTE

La logística es el arte de mover y almacenar, el movimiento (transporte) es la parte de la actividad logística con mayor repercusión económica e incluso social (García, 2020). Por tanto, se puede afirmar que sin transporte no hay comercio y sin comercio no hay actividad económica sostenible. Por otro lado, se afirma que los procesos de aprovisionamiento y/o distribución dentro de los eslabones de la Cadena de Suministro son vitales, por lo que el establecimiento de las rutas para vehículos de la manera óptima ha generado un gran interés investigativo (Rocha et al., 2011).

Debido a los objetivos diferentes, los problemas de planeación y enrutamiento de vehículos deben ser considerados de manera separada pero ligados de manera estrecha, ya que ambos problemas tienen un efecto significativo en la capacidad de respuesta del sistema, y, por lo tanto, afectan su rendimiento, el nivel de utilización de maquinaria o equipos, tiempo de ciclo de los productos y la flexibilidad del sistema (Montoya, 2003).

El problema de enrutamiento de vehículos o VRP es un nombre genérico que ha sido dado a toda aquella clase de problemas que implica la visita de nodos mediante vehículos. Además, indican que el VRP en definitiva es una extensión del problema del Viajante de Comercio (TSP) donde el vendedor debe visitar un conjunto de clientes o ciudades una sola vez, y luego volver a la ruta de partida. Es así como, se construye un grafo donde figuran los clientes y las rutas posibles entre un cliente y otro (arcos) (Bernal et al., 2013).

Los problemas de diseño de rutas de vehículos (VRP) abarca varios tipos de problemas reales, donde se tiene varias rutas para una serie de vehículos que a la vez deben atender determinados clientes distribuidos geográficamente partiendo de uno o varios depósitos. La característica principal consiste en, el caso de tener una cantidad determinada de clientes y almacenes distribuidos geográficamente y una flota de vehículos, el objetivo es encontrar las rutas donde los vehículos visiten a los clientes al menor coste y que inicien y finalicen en los depósitos (Olivera, 2004). Las variantes a este tipo de problemas acontecen por las restricciones que puede haber entre los vehículos, clientes, depósitos u operacionales (Bernal et al., 2013).

Una de ellas es, por ejemplo, el problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas (VRPPD), el cual es considerado como una extensión del problema clásico de ruteo de vehículos

(VRP). Esta extensión reconoce la posibilidad de entregas y recogidas simultáneas en el mismo nodo. El objetivo del problema es encontrar una serie de rutas para un determinado conjunto de vehículos con el coste mínimo para suministrar servicio a los clientes de la manera más adecuada u óptima posible. También, debe cumplir restricciones como, los vehículos deben tener una capacidad suficiente de transporte para los productos, los cuales deben ser recogidos y/o entregados en cada nodo cliente. Aparte de ello, otra restricción a cumplir es que, se debe partir de un depósito (*depot*) y volver al mismo (Ballesteros y Escobar, 2016).

A través del tiempo hasta el año 2016, se encuentran publicaciones con clasificaciones desde diferentes perspectivas de esta extensión (VRPPD). Es así como, se ha tratado el problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas, con ventanas de tiempo y contaminación con el método de resolución de programación lineal entera mixta. También, el problema de enrutamiento de petróleo con entregas y recogidas fraccionadas utilizando como método de resolución algoritmo de generación de columnas. Por otro lado, se abordó el problema con restricciones bidimensionales de carga utilizando como método de resolución en este caso un algoritmo de búsqueda local y heurística de embalaje de dos dimensiones para generar estructuras de carga factible (Ballesteros y Escobar, 2016).

Se destaca que, las variantes son diversas y vienen dadas por los requerimientos y también por las restricciones operativas impuestas por el diseño de rutas en situaciones prácticas. Entre ellas se puede destacar que los clientes no sean conocidos en primera instancia, lo cual es el caso de DVRP (*Dynamic Vehicle Routing Problem*). También existe la variante en la cual las entregas solo pueden ser realizadas en una determinada franja horaria (*Time Windows*), siendo el VRPTW (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*). Que la capacidad del vehículo sea una restricción, siendo CVRP (en inglés, *Capacited Vehicle Routing Problem*), entre otros como, por ejemplo: entrega y recogida simultánea en el cliente, demandas deterministas o aleatorias, etc. (Bernal et al., 2013).

En la clasificación de las variantes clásicas desarrollada por Tarazona y Neira (2022) se encuentran CVRP, DCVRP, VRPB, VRPTW, VRPPD, VRPBTW, VRPPDTW. La descripción de cada una de ellas se encuentra a continuación en la Tabla 2.

Tabla 2. Clasificación de VRP Clásicos

| Sigla | Nombre | Particularidad |
|----------------|--|---|
| CVRP | <i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i> | Es aquel en donde el vehículo presenta una capacidad limitada de carga o transporte que no debe ser superada. |
| DCVRP | <i>Distance Constrained Vehicle Routing Problem</i> | VRP con limitación en la distancia total recorrida o en el número de clientes visitados. |
| VRPB | <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i> | Existen puntos de entrega desde y hacia el almacén. No se permite la recolección del cliente hacia el almacén, hasta no finalizar las entregas. |
| VRPTW | <i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i> | Cada cliente presenta una (o varias) ventanas horarias de reparto o entrega. El depósito también tiene un horario de disponibilidad. |
| VRPPD | <i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery</i> | Es aquel donde cabe la posibilidad de entrega y recogida, como la devolución de bienes por parte de los clientes. Se debe considerar la capacidad de los vehículos para las acciones mencionadas. |
| VRPBTW | <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows</i> | Mismas características de la versión general, pero existen intervalos de tiempo definidos dentro de los cuales el cliente debe ser atendido. |
| VRPPDTW | <i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows</i> | Es aquel donde se contempla entrega y recogida, pero existen intervalos de tiempo definidos dentro de los cuales el cliente debe ser atendido. |

Fuente: Tarazona y Neira (2022)

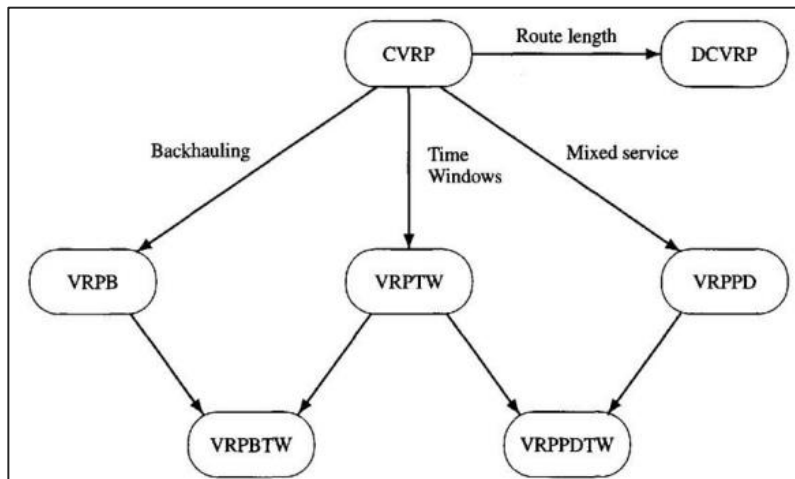


Figura 5. Los problemas clásicos de VRP y sus conexiones

Fuente: Tarazona y Neira (2022)

La metodología de desarrollo de un estudio para conocer y entender el problema de enrutado de vehículo consta de tres fases: Aprendizaje, Ejecución y Análisis y Discusión. En una investigación se afirma que esta herramienta permite a sus participantes entender la complejidad que requiere el proceso de enrutamiento, y la forma en que se puede lograr una disminución de los costes

de uno de los procesos de la gestión logística de una empresa, o por el contrario incrementarlos sino se realiza un análisis del entorno (Tarazona y Neira, 2022). Lo que se resalta de este estudio es el enfoque y mensaje de la organización interna para los roles del proceso de enrutamiento.

Además, en una investigación con enfoque multiobjetivo para estudiar el problema de enrutamiento de vehículos capacitado (CVRP) se considera una demanda determinística, pero los tiempos de viaje son considerados como estocásticos. En el caso de estudio se indica que una ventana de tiempo suave es asociada con cada cliente y existe penalización por iniciar el servicio fuera de esta. El modelo que presentan tiene dos objetivos a minimizar, siendo el primero la distancia recorrida y la penalización por no cumplir con la ventana de tiempo. El método utilizado es un algoritmo genético con ordenamiento no dominado (NSGA) y una heurística de búsqueda de vecindad variable (VNS). Como resultados, se muestra en su mayoría de casos probados una mejora, pero aún existe un margen de mejora. Esta investigación influye en la presente en conocer método utilizado según el tipo de datos de demanda y tiempos de viaje, los cuales no son los mismos en estudio, pero se evidencia la mejora en su mayoría de casos (Oyola, 2019).

En el estudio “Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases” se presenta un procedimiento alternativo para resolver el problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad y flota homogénea (CVRP) (Daza et al., 2009). Esta investigación propone un algoritmo metaheurístico, el cual consta de dos fases: diseño de rutas y planificación de la flota. De modo que, la primera fase la compone procedimiento heurísticos y metaheurísticos donde se construye una solución inicial mejorada. En la segunda fase, propone abordar el problema partiendo de una analogía con el problema de programación de máquinas paralelas idénticas. El procedimiento presentado tiene el objetivo de minimizar el coste fijo de la utilización de capacidad instalada.

Cabe destacar que, el estudio mencionado en párrafo anterior corresponde a la variante del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad y flota homogénea (en inglés, *Capacited vehicle routing problem with homogenous fleet*, CVRP-HF). En cuanto a los resultados, el algoritmo propuesto permite concluir que la aplicación de procedimientos heurísticos que implementen un proceso de programación de operaciones vehiculares puede presentar un comportamiento homogéneo y confiable ante diversas instancias de situaciones problemáticas reales del ruteo de vehículos. También, se encontró una notable mejoría en la determinación del número óptimo de camiones para asignar a los clientes mediante la planificación, llevando así a disminuir el coste fijo de la capacidad instalada de hasta en un 50% menos que con las otras aplicaciones evaluadas.

En una investigación se afirma que existe complejidad cuando el grafo es más completo. En un Trabajo Fin de Grado titulado “Diseño de rutas de vehículos en una empresa de transporte de hidrocarburos” se brinda un modelo acorde al contexto de la organización en estudio, con unidades de transporte de capacidad heterogénea (Pardo, 2018). El modelo VRP que se proporciona funciona teniendo en cuenta instancias pequeñas. Por tanto, el autor indica que la realización de ese modelo puede considerarse como primera parte necesaria para la posterior programación de una heurística. Además, recalca que la complejidad del problema no solo es por la cantidad de variables que se tiene y restricciones sino también por el modelado en sí. Esta investigación aporta un tipo de modelo según contexto organizacional y, el trabajo de prueba error que se seguirá también en la presente investigación.

Por otro lado, en una investigación con el objetivo de introducir y resolver el problema de enrutamiento de vehículos en empresas de control meteorológico: “Diseño y aplicación de un Algoritmo Memético basado en Sistema de Colonias de Hormigas para la resolución del problema VRP en Servicios de Control Meteorológico” (Moles, 2020), el autor afirma que el problema es de la vida real y combina múltiples atributos que se distinguen de los introducidos en los problemas tradicionales de enrutamiento de vehículos. Asimismo, para resolver ha diseñado un algoritmo de colonia de hormigas hibridado con una búsqueda local, al que llamó algoritmo memético ACS. El algoritmo diseñado ha sido evaluado comparándolo con otros algoritmos del estado del arte de la literatura científica y ha sido aplicado con éxito al diseño y planificación de rutas de un caso real de la compañía en estudio.

El estudio de Moles es caracterizado por tener una flota fija y heterogénea de vehículos, restricciones vehículo – orden, conductor – orden, sincronización de recursos debido a la presencia de un número limitado de patrones disponibles y restricciones de ventanas de tiempo. El estudio no presenta una variante, sino que el autor introduce el término con las siglas en inglés MCSVRP (*Metrological Control Services Vehicle Routing Problem*). El estudio de este autor ha tenido como resultado de aplicar el algoritmo memético muestran una gran mejoría respecto a los valores obtenidos por la empresa, porque se evidencia una disminución del 10.33% de la distancia total recorrida con respecto a la planificación. Además, un aumento en el número de órdenes servidas. El algoritmo memético ha sido validado en tres casos de estudio adicionales que suelen aparecer en ese tipo de empresas. La investigación hecha por Moles influye en el presente trabajo por la particularización acorde a las necesidades y sector económico de la empresa. El objetivo siempre es buscar optimizar y reducir costes involucrados.

Asimismo, en el ámbito sanitario se presenta un modelo de optimización basado en la

aplicación de dos heurísticas para una situación real de enrutamiento de una flota de vehículos de una Institución Prestadora de Servicios de Salud (IPS) para transportar sus pacientes. En el artículo “Propuesta de un modelo de ruteo de vehículos abierto en una institución prestadora de servicios de salud” (Campo y Mendoza, 2018). Los resultados indican que la heurística del vecino más cercano ofrece una solución con un coste menor que la del vecino más cercano modificada ya que los ahorros serían del 7% y 6% respecto de su coste actual. La metodología es de enfoque metodológico cuantitativo soportado en la aplicación de técnicas de la investigación de operaciones para la construcción de un modelo de optimización de enrutamiento abierto de vehículos con restricción de capacidad (COVRP). La investigación de estos autores demuestra que bajo la nueva propuesta de recorridos logran disminuir los costes variables y fijos identificados de transporte.

Otro estudio de la variante de problema de enrutamiento con limitación de capacidad (CVRP) titulado “*Capacitated vehicle routing problem for PSS uses based on ubiquitous computing: An emerging markets approach*” considera en las especificidades de la logística urbana bajo un contexto de mercados emergentes, por lo que involucra: bajas competencias logísticas de los tomadores de decisiones, también considera la limitada disponibilidad de datos y, restringido acceso a tecnología de alto desempeño para calcular rutas de transporte óptimas (Ochoa et al., 2015). A diferencia de este estudio, los autores proponen el uso de un software libre que proporciona soluciones de bajo coste (en tiempo y recursos). El artículo muestra la aplicación de los resultados de una herramienta de software basado en la Teoría de Grafos utilizado para analizar y resolver un CVRP utilizando como caso práctico el de una empresa local de distribución de alimentos situada en una gran ciudad de México.

En el artículo de investigación “Modelado de un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y flota heterogénea de un servicio de mensajería” se considera restricciones de ventanas de tiempo, de capacidad, flota heterogénea y múltiples depósitos con el objetivo de presentar un modelo de un servicio de mensajería al cual llama “transporte de canje bancario”, considerándolo un problema de enrutamiento de vehículos (Rodríguez, 2020). También, el autor indica que son escasos los trabajos que consideran múltiples restricciones como los que él considera. Eso fue la inspiración para el trabajo. Dentro de sus resultados, se logra una reducción de recursos requeridos. El autor sustenta que el desarrollo de nuevos modelos del Problema de Enrutamiento de Vehículos que consideran múltiples restricciones simultáneas son las que han permitido modelar y solucionar los problemas reales que afrontan las empresas.

La planificación operativa del ruteo de vehículos y programación de cargas es abordada en un estudio con enfoque multiobjetivo del problema de distribución de bienes en un área urbana

(Maximiliano, 2017). El autor para modelar la red de centros de distribución, al servicio de los puntos de venta finales agregó franjas horarias y otros requisitos. Considera la distancia como factor clave. También agregó el objetivo de equilibrar cargas entre las diferentes unidades operativas. La variante del modelo es identificado como MO-TDMDCVRPTW (*Multiobjective Time Dependent Multi-Depot Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows*), que integra tres problemas de enrutamiento, el MD-CVRP: *Multi Depot Vehicle Routing Problem*, el CVRP-TW: *Vehicle Routing Problem with Time Windows*, y el TD-CVRP: *Time Dependent Vehicle Routing Problem*.

En el estudio en mención, el autor modela desde un enfoque multiobjetivo considerando la dependencia temporal. También, indica que ello es un aspecto relevante dentro de contextos de distribución urbana de mercaderías porque cuando existen cambios son sustanciales. Considera también el objetivo de balanceo de carga de trabajo entre los transportistas. Esto con el objetivo de evitar conflictos en las asignaciones de carga entre los distintos agentes de transporte, ya que en los modelos que solo consideran como determinante del objetivo económico la distancia recorrida, generan programas desequilibrados, que son muy eficientes, en términos de distancia recorrida, pero que implican factores de utilización de la capacidad del 90% para algunos operadores mientras que otros trabajan al 10% o 20%.

También, en un caso de estudio publicado “Un Problema de Enrutamiento del Vehículo con Enfoque de Ventanas de Tiempo Para Mejorar el Proceso de Entregas” se plantea resolver el problema de represamiento de entregas identificado en 2018 en una empresa dedicada al servicio de entregas de paquetes y mercancías, localizada en Colombia, a partir de la optimización del proceso logístico que permita reducir los tiempos del proceso de entregas a los clientes y evitar pérdidas para la empresa (Pineda y Carabalí, 2020). De manera que, se genera rutas adecuadas, según el problema clásico denominado problema de enrutamiento del vehículo. Como método se combina herramientas de calidad tales como el análisis de Pareto y el enfoque de procesos con técnicas de optimización basadas en el método Clarke-Wright y el uso de ventanas de tiempo por medio del programa VRP Solver 3.0.

Los autores previamente mencionados obtuvieron resultados favorables con un aumento en el nivel de servicio del 60 %. Cabe resaltar que, hicieron ajustes de jornada siendo completa y no media jornada como era usual. Aparte de ello, evidencian el aumento en los clientes atendidos genera ingresos adicionales suficientes para cubrir los costes de usar el vehículo una jornada más, con utilidades para la empresa. Asimismo, la capacidad de entrega se aumenta. Finalmente, estos autores afirman que mediante el uso de ventanas de tiempo proponen un método para la programación de rutas mediante la aplicación de la herramienta VRP Solver 3.0.

Se dice que futuros trabajos de investigación deben focalizarse en la modelización y resolución de configuraciones particulares de la red de transporte al interior de los sistemas productivos (Montoya, 2003). Asimismo, una investigación interesante sería la búsqueda de algoritmos que consideren los problemas de enrutamiento y planeación del transporte de manera simultánea. Esto es porque, aunque existan muchos trabajos en automatización de vehículos e inteligencia en el transporte, esto no implica necesariamente que los problemas de enrutamiento y planificación de transporte vayan a desaparecer. Por tanto, los métodos existentes pueden ser satisfactorios en ciertas aplicaciones particulares, pero ninguno sería capaz de garantizar absolutamente que no se presentarán congestiones, colisiones o embotellamientos en el sistema, incluso si los transportadores son manejados por personas.

En términos de herramientas para resolución del problema de enrutamiento existe una gran variedad. Se ha demostrado en un estudio la utilidad informática Solver, que incorporada en Excel y debidamente programada con VBA (*Visual Basic for Applications*) que permite la obtención de soluciones de manera sencilla para su uso docente y para la pequeña y mediana empresa (Bernal et al., 2013). Hay que destacar que, una información de gran utilidad para el ámbito del enrutamiento de vehículos es el tiempo necesario de recorrido de un vehículo entre los diferentes puntos. Los autores indican que esta información representada en una matriz de tiempos permite cálculos de disponibilidad de flotas, así como costes relacionados con ellas, permitiendo ampliar los resultados y la aplicabilidad del modelo diseñado a las compañías de transporte.

Como es lógico, cada investigación tiene una problemática. Un estudio con la problemática de localizar un punto óptimo de partida en el problema de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP) es realizado en 2013. El contexto de investigación es una flota de vehículos recolectores de basura y las rutas óptimas para minimizar el coste de su recolección, en 144 barrios en un municipio de Colombia, utilizando ocho vehículos con capacidad homogénea de 25 toneladas de la empresa Serviciudad (Bernal et al., 2013). Para ello, diseñaron una nueva metodología, denominada híbrida CSGTR (*Clustering, sweep, genetic, tabu routing*) que permitió aprovechar las ventajas de la clusterización. La aplicación de la metodología CSGTR permitió reducir el tiempo y los costes de los recorridos de los camiones recolectores de residuos en el municipio de Colombia.

Asimismo, el caso particular de una investigación de contar con múltiples depósitos, se desarrolló una Tesis de Maestría que tiene el objetivo de diseñar un modelo de ruteo de vehículos con múltiples depósitos en empresas de transporte de carga por carretera en Colombia (Hernández, 2016). Es así como, se desarrolló una metodología de solución de dos fases para resolver el problema. El modelo propuesto consta de dos fases está basado en una metaheurística híbrida que aplica el

procedimiento GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) para generar los agrupamientos de clientes en la primera fase y el procedimiento de Búsqueda Tabú para generar las rutas de cada clúster en la segunda fase. Se resalta que, no existe conexión entre los múltiples depósitos, por lo que como parte de la solución son grafos independientes entre sí con clientes asignados.

Aun así, el autor utilizó una variable como punto comparativo con los resultados propuestos por diversos investigadores, la cual es la función objetivo obtenida en las corridas del algoritmo que busca minimizar las distancias totales recorridas por todos los vehículos. Esta demostró ser más eficiente en diversos casos. La diferencia de este trabajo con el de Hernández se basa en las restricciones múltiples que se considera y, que existe un depósito vinculado con demás nodos.

Además, existe una investigación que comprende una variante particularizada por tipo de carga tridimensional. El artículo “Un algoritmo híbrido para el problema de ruteo de vehículos con restricciones de carga de tridimensional” presenta un algoritmo híbrido para resolver el problema de ruteo de vehículos con restricciones de capacidad y restricciones prácticas de empaquetamiento tridimensional, conocido en la literatura es conocido como 3L-CVRP (*Capacitated Vehicle Routing Problem and Container Loading Problem*) (Escobar et al, 2016).

La metodología de solución propuesta por los autores consiste en dos fases. La primera utiliza un procedimiento de optimización basado en cortes para el Problema de Rutas de Vehículos Capacitados (CVRP). La segunda valida las soluciones de la fase anterior a través de un algoritmo GRASP, el cual evalúa las restricciones de empaquetamiento de cada una de las rutas. En cuanto a los resultados, el algoritmo propuesto ha sido comparado con los algoritmos más eficaces para el 3L-CVRP en el conjunto clásico de instancias presentadas en la literatura. Los autores afirman que los resultados computacionales muestran que el método propuesto es capaz de obtener buenos resultados perfeccionando algunas de las mejores soluciones conocidas propuestas en la literatura.

El estudio de estos autores toma de punto de partido la restricción de limitación de capacidad para la flota vehicular, lo cual es la semejanza con este estudio. Sin embargo, se rescata que los autores en su búsqueda del algoritmo realizan mejoras para garantizar y superar la calidad de soluciones encontrada por los algoritmos publicados anteriormente en la literatura. Aparte de estos autores, existen investigaciones que tienen en cuenta la restricción de ventanas de tiempo.

Un estudio aborda el problema de ruteos de vehículos eléctricos con ventanas de tiempo (E-

VRPTW) considerando el estado de carga (en inglés, *State of Charge*, SoC) de la batería y tanto la linealidad como la no linealidad del proceso de recarga. En el artículo titulado “*Mathematical models for the electric vehicle routing problem with time windows considering different aspects of the charging process*” (Cataldo et al., 2024). Los autores se centran en la búsqueda de opciones de responsabilidad ambiental, en este caso hacen referencia a que nuevas investigaciones se centran en resolver el problema de rutas de vehículos considerando la sostenibilidad. Ellos afirman que las cuestiones medioambientales han desencadenado la necesidad de modernizar las operaciones logísticas en las últimas dos décadas. Por ello, las empresas están buscando mecanismos para reducir los efectos ambientales de la entrega de bienes considerando el conflicto entre el cambio climático y los avances tecnológicos disruptivos a través de una mejor planificación o modos de transporte menos contaminantes.

Se conoce que, según los autores, los países desarrollados han implementado incentivos, ventajas fiscales y diversos beneficios por el uso de vehículos con combustibles alternativos. Esto ha generado una creciente comunidad de investigación en torno al uso de vehículos eléctricos como una alternativa sostenible al transporte convencional. Recientemente se han formulado varios algoritmos aproximados basados en vehículos eléctricos. Para un vehículo eléctrico, la batería es uno de sus componentes principales. Las baterías tienen una valiosa vida cuya longevidad depende de diversos factores asociados a su uso, limitando la autonomía de los vehículos. Ellos estudian los vehículos eléctricos de batería (en inglés, *Vehicle Electric Battery*, VEB) con un esquema de propulsión íntegramente eléctrico. Los VEB tienen una alta eficiencia y su autonomía de conducción varía según la capacidad de energía de la batería. El vehículo debe cargarse desde la red eléctrica.

Los autores contribuyen a la literatura con un estudio en búsqueda de la sostenibilidad. Esto es porque la empresa objeto de estudio cuenta con vehículos eléctricos de batería. El detalle de su estudio comprende clientes con una demanda y una ventana de tiempo específicas. También, en cada depósito se dispone de un vehículo eléctrico homogéneo, de capacidad fija y autonomía limitada, para satisfacer a los clientes. Ellos buscan recargar la batería de forma eficiente y gestionar su energía para completar el recorrido. El tiempo de recarga de la batería depende del estado del SoC en el que llega el vehículo a la estación y de la cantidad de energía suministrada. El proceso de recarga sigue un comportamiento no lineal en el tiempo. El modelo propuesto es determinar la ruta a realizar con el mínimo coste y tiempo.

Las similitudes con el artículo de los autores radican en dos restricciones: las rutas deben comenzar y terminar en el depósito; además, cada cliente debe ser visitado una vez para satisfacer su demanda. Por otro lado, el problema de los autores considera que las visitas a las estaciones permiten recargas parciales, implicando transferir sólo la energía suficiente para completar el recorrido (eficiencia de recarga), tratando de evitar una descarga profunda de la batería durante el recorrido y sobrecargando

el proceso de transferencia de energía, lo cual alarga la vida útil de las baterías.

Por la ciudad circulan distintos tipos de mercancías, como bienes de consumo, materiales, correo/paquetes y residuos. Indican que estos flujos representan una cuarta parte del tráfico rodado de una ciudad típica (Kim et al, 2015). Además, el crecimiento de la investigación en logística urbana se ha visto impulsado por el aumento de la población de las ciudades, los problemas de tráfico y la presión pública. La culminación de todos estos factores hace necesario plantear el problema del encaminamiento de vehículos urbanos (VRP), que trata de dar respuesta a todos estos problemas. Esto contrasta con los estudios generales sobre VRP, que suelen centrarse en resolver los problemas parcialmente. En consecuencia, el VRP, y en particular el VRP urbano, que proporciona las soluciones básicas en la logística urbana, ha recibido recientemente una renovada atención entre los expertos.

Además de las rutas convencionales para vehículos, se afirma que el VRP urbano tiene en cuenta los problemas que surgen en la ciudad, como las normas de tráfico, la congestión del tráfico, el estado de las carreteras, el espacio de aparcamiento, la contaminación atmosférica, la contaminación acústica y las emergencias. En particular, *City VRP* tiene en cuenta los beneficios económicos y el interés público. Se evidencia que, los autores tienen el enfoque dentro de áreas urbanas. El estudio afirma que una de las principales diferencias entre el encaminamiento convencional de vehículos y el VRP urbano es el entorno de este último, que gira en torno a las partes interesadas, pero que rara vez se tiene en cuenta en el encaminamiento convencional de vehículos. También, señalan que en *City VRP*, los cargadores, transportistas, residentes y administradores son las cuatro principales partes interesadas.

Estas cuatro partes interesadas suelen tener objetivos diferentes y a veces contrapuestos. Se cita el ejemplo que los cargadores pretenden maximizar el nivel de servicio, los transportistas se centran en minimizar los costes de desplazamiento, los residentes quieren las mejores condiciones de vida, mientras que los administradores están interesados en la mejor política de gestión de la ciudad. Estos objetivos están muy correlacionados entre sí. Aparte de ello, indican que el VRP puede considerarse una fusión de dos problemas: el Problema del Embalaje de Contenedores (en inglés, *Bin Paking Problem*, BPP) y el Problema del Vendedor Viajero Múltiple (en inglés, *multiple Traveling Salesman Problem*, m-TSP). Desde el punto de vista de los autores, examinar la consideración de las cuatro partes interesadas y las características de los VRP urbanos en la literatura es vital.

Entonces, debido a las correlaciones entre los cuatro objetivos de las partes interesadas, los VRP urbanos deben tener en cuenta todos los intereses de las partes interesadas en su modelización y resolución de problemas. Al hacer una recogida de información, lo cual es el objetivo de los autores, se

conoce que los trabajos de investigación sobre VRP urbanos revisados se clasifican en cuatro grupos de interés y se analizan según la noción de problemas aplicados y los métodos de modelización/solución.

A partir de ello, entre las seis características principales de los VRP urbanos, la mayoría de los estudios se han centrado en las ventanas de tiempo y la contaminación atmosférica. También, han observado que no se han estudiado suficientemente otras características, como los STI, la contaminación acústica, los problemas de recogida y entrega, la regulación del tráfico y la respuesta rápida. Por otro lado, indican que, en el VRP de la ciudad, se observa que las cuatro partes interesadas están muy correlacionadas. Sin embargo, la mayoría de los estudios sólo han considerado uno o parte de ellos de forma independiente.

La presente investigación considera las restricciones de capacidad de los vehículos, la flota es homogénea, se cuenta con ventanas de tiempo de atención de cada almacén que son quienes desempeñan el papel de clientes con sus respectivas demandas y lo que se recogerá en cada nodo. Un estudio que nos acerca a este enfoque es el artículo “*A Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows*” donde se propone un algoritmo heurístico para resolver el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (Cordone y Wolfer, 2001). El marco es una combinación inteligente de tres procedimientos sencillos: los intercambios k-opt clásicos, un procedimiento ad hoc reduce el número de vehículos y una segunda función objetivo impulsa la búsqueda fuera de los óptimos locales. Ellos consideran no es necesario ajustar los parámetros ni elegir al azar. Por otra parte, el algoritmo se ha probado en problemas de referencia que demuestran que es más eficaz que otros algoritmos comparables.

Estos autores señalan que los problemas de encaminamiento de vehículos surgen cuando se dispone de un conjunto de vehículos para atender un conjunto de solicitudes de transporte. Cada solicitud especifica una o más ubicaciones que deben ser visitadas por el mismo vehículo y varias restricciones laterales que restringen la forma de visitarlas. Toman en cuenta como las más comunes, tanto en la práctica como en la literatura a la capacidad y al tiempo. Las restricciones de capacidad surgen cuando las ubicaciones de los clientes requieren que los vehículos recojan o entreguen cargas y la cantidad que cada vehículo puede transportar a la vez es limitada. Las restricciones temporales suelen modelar la siguiente situación: el servicio en cada ubicación sólo puede tener lugar durante un intervalo determinado, denominado ventana temporal.

Asimismo, en su trabajo se aborda el Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW). Ese problema consiste en encontrar un conjunto de rutas que visiten cada petición una y sólo

una vez al mínimo coste. Cada ruta, que comienza y termina en una ubicación específica, llamada depósito, tiene que satisfacer tanto las restricciones de capacidad como las de ventana temporal. Se trata de dado un intervalo $[e_i, l_i]$, el vehículo que presta servicio al nodo i tiene que llegar antes de l_i ; puede llegar antes de e_i , pero entonces el servicio no puede comenzar hasta que comience la ventana temporal. Una vez iniciado el servicio, debe transcurrir un tiempo s_i antes de que el vehículo pueda abandonar el nodo.

El problema de las rutas de localización (en inglés, *Problem Routing Location*, PRL) es abordado por Yu et al. (2010) en el que se requiere saber la localización de las instalaciones y las rutas de los vehículos. Ellos afirman que, en diversos contextos, estos componentes son interdependientes, por lo que resulta beneficioso considerarlos simultáneamente. Asimismo, se citan a Min et al. (1998) quienes afirman que los métodos secuenciales que tratan estos dos componentes por separado tienen sus limitaciones. Los autores resaltan las ganancias de productividad mediante el diseño de modelos de rutas de localización, ya que estos modelos pueden determinar verdaderas soluciones de mínimo coste a un problema logístico teniendo en cuenta tanto la política estratégica (localización de instalaciones) como las decisiones operativas (rutas de vehículos). Por tanto, el estudio de los autores tiene dos objetivos. Respecto de este estudio con el actual, no se cuenta con el objetivo de conocer si se ubica una instalación nueva, solo el de ruta de vehículos.

El corazón del presente estudio es cumplir con la restricción de *pick and delivery* y las ventanas de tiempo. Tras revisión acometida de la literatura, se destaca el artículo “*Integrated Ant Colony and Tabu Search approach for time dependent vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery*” de Zhang y Chaovaitwongse (2014). Antes de empezar con los resultados y metodología de su estudio, los autores indican que el problema de enrutamiento de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD) fue introducido por primera vez a finales de los años 80 por Min (1989) para resolver un problema de distribución de libros entre veintidós bibliotecas públicas (clientes) y un centro de administración de bibliotecas (depósito) con un número fijo de vehículos de servicio y una capacidad de carga limitada de vehículos homogéneos.

También, señalan que el VRPSPD se considera un problema estático ya que se supone que los costes de desplazamiento en el problema son deterministas. A veces, sin embargo, los costes de desplazamiento son estocásticos y pueden variar a medida que cambia el estado de la carretera. En este trabajo se estudia el VRPSPD dependiente del tiempo (TD-VRPSPD), que es una versión estocástica del VRPSPD. Es así como, dan paso a formular ese problema como un modelo de programación entera mixta, en el que la función de paso temporal se utiliza para calcular el tiempo de viaje. Para resolver

eficientemente este complejo problema, desarrollamos un algoritmo híbrido que integra los algoritmos *Ant Colony System* (ACS) y *Tabu Search* (TS).

Cabe destacar que, tal como mencionan los autores, el problema de enrutamiento de vehículos en función del tiempo (TDVRP) ha sido ampliamente estudiado y se considera un caso especial del TD-VRPSPD. Y, aunque se han realizado varios estudios sobre el TDVRP y el TDTSP que tienen en cuenta las características dependientes del tiempo de los problemas, no han considerado los problemas que tienen que ver con la logística inversa. El TD-VRPSPD es un problema de enrutamiento dependiente del tiempo que implica logística inversa. Cuando la demanda de recogida es 0, el TD-VRPSPD es igual al TDVRP. Zhang y Chaovallitwongse (2014) sustentan que, TD-VRPSPD es una generalización de TDVRP.

Teniendo en cuenta por separado el problema de enrutamiento con recogida y entrega simultánea (VRP-SPD), los autores indican como parte de información recopilada que, el primer VRPSPD se introdujo en 1989 y se resolvió utilizando algoritmos de agrupación y clasificación, y posteriormente optimizando la secuencia de clientes en cada agrupación basándose en un Problema del Vendedor Viajero (TSP) estándar (Min, 1989). Además, señalan que, a lo largo de los años, se han realizado varios estudios sobre el VRPSPD. Gendreau et al. (1999) estudiaron un VRPSPD de un solo vehículo, en el que primero se resuelve el TSP y, a continuación, el orden de recogida y entrega.

Tang y Galvão (2002); y Montane y Galvão (2002) propusieron dos algoritmos de búsqueda local: uno es para mejorar la heurística de partición de recorridos; el otro es para mejorar el algoritmo de barrido. Establecieron un modelo matemático alternativo para el VRPSPD, y resolvieron el VRPSPD con un vehículo utilizando el mismo método para el Problema de Enrutamiento de Vehículos con Backhauls (VRPB). Posteriormente, Tang y Galvão (2006) propusieron un modelo matemático de VRPSPD con una restricción de máxima distancia de viaje.

Por su lado, en cuanto el problema de enrutamiento con ventanas de tiempo, los autores sustentan que, se desarrolla a partir del problema del viajante de comercio dependiente del tiempo (TDTSP). También, citan a Picard y Queryranne (1978), quienes presentaron el modelo TDTSP y aplicaron un algoritmo exacto para resolver el problema con veinte clientes. Posteriormente, Fox et al. (1980) mejoraron el modelo TDTSP. Y, Malandraki y Robert (1996) aplicaron un algoritmo de programación dinámica para resolver el TDTSP. Malandraki (1989) propuso el modelo de TDVRP basado en el modelo TDTSP en 1989, y demostró que el coste del viaje entre dos clientes no sólo depende de la distancia, sino también de la hora de salida. Por último, se propuso una función escalonada

de velocidad de viaje para evitar tiempos de viaje discontinuos, y resolvieron el TDVRP sin restricciones de ventana temporal para hasta doscientos diez clientes (Hill y Benton, 1992). Finalmente, se destaca a Ichoua et al. (2003) que propusieron una regla de cálculo para medir las velocidades de viaje en diferentes intervalos de tiempo, y utilizaron el método TS paralelo para resolver el TDVRP con restricciones de ventana temporal.

La Tabla 3 recoge de la literatura los diferentes tipos de problemas encontrados por los autores y la metodología utilizada para la resolución de cada uno. Se puede apreciar, por ejemplo, los inicios de resolución del problema del viajante de comercio dependiente del tiempo (TDTSP) y las mejoras de metodología conforme ha pasado el tiempo. El mismo caso es para el enrutamiento de vehículos con backhauls (VRPB). Además, se evidencia que cronológicamente se pasa de algoritmo a modelos y heurísticas como enfoque de estudio.

Tabla 3. Resumen Estado del Arte: problema - Metodología

| Autores | Año | Tipo de Problema | Metodología |
|------------------|------------|---|--|
| Cataldo et al. | 2024 | Ruteo de vehículos eléctricos con ventanas de tiempo (E-VRPTW) | Modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP): CVRP |
| Moles | 2020 | Enrutamiento de vehículos VRP en Servicios de Control Meteorológico | Algoritmo Memético basado en Sistema de Colonias de Hormigas |
| Pinea y Carabalí | 2020 | Problema de Enrutamiento del Vehículo con Enfoque de Ventanas de Tiempo para mejorar el Proceso de Entregas | Enfoque de procesos con técnicas de optimización basadas en el método Clarke-Wright, Pareto y VRP Solver 3.0 |
| Rodríguez | 2020 | Ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y flota heterogénea | Modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP) con múltiples restricciones simultáneas |
| Oyola | 2019 | Enrutamiento de Vehículos con limitación de capacidad (CVRP) | Multiobjetivo: Minimizar distancia recorrida y penalización de no cumplimiento de ventana de tiempo |
| Campo y Mendoza | 2018 | Ruteo de vehículos abierto en una Institución de Salud | Modelo de optimización basado en la aplicación de dos heurísticas |
| Pardo | 2018 | Diseño de Rutas mediante VRP | Modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP): VRP |
| Maximiliano | 2017 | Red de centros de distribución al servicio de los puntos de venta finales | MO-TDMDCVRPTW (<i>Multiobjective Time Dependent Multi-Depot Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>) |
| Escobar | 2016 | Ruteo de vehículos con restricciones de carga de tridimensional: 3L-CVRP (<i>Capacitated Vehicle Routing Problem and Container Loading Problem</i>) | Algoritmo híbrido |
| Hernández | 2016 | Ruteo de vehículos con múltiples depósitos en empresas de transporte de carga por carretera en Colombia | Metodología de dos fases basado en una metaheurística híbrida que aplica el procedimiento GRASP |
| Kim et al. | 2015 | Encaminamiento de vehículos urbanos (VRP) | Modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP): <i>City VRP</i> |
| Ochoa et al. | 2015 | CVRP en mercados emergentes urbanos | Software basado en la Teoría de Grafos |

| Autores | Año | Tipo de Problema | Metodología |
|-------------------------|------------|---|---|
| Zhang y Chaovalitwongse | 2014 | Enrutamiento de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD) | Algoritmo híbrido: <i>Ant Colony System</i> (ACS) y <i>Tabu Search</i> (TS). |
| Bernal et al. | 2013 | Localizar un punto óptimo de partida en el problema de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP) | Híbrida CSGTR (<i>Clustering, sweep, genetic, tabu routing</i>) |
| Hernández y Aleksovski | 2013 | Enrutamiento de Vehículos (VRP) | Solver incorporada en Excel y debidamente programada con VBA (<i>Visual Basic for Applications</i>) |
| Yu, Lin et al. | 2010 | Localización de las instalaciones y las rutas de los vehículos | Multiobjetivo: Ubicar instalaciones y diseño de ruta de vehículos |
| Daza et al. | 2009 | Enrutamiento de Vehículos con limitación de capacidad de flota homogénea (CVRP-HF) | Método heurístico de dos fases: Diseño de rutas y planificación de la flota |
| Tang y Galvão | 2006 | Enrutamiento de Vehículos con Backhauls (VRPB) | modelo matemático de VRPSPD con una restricción de máxima distancia de viaje |
| Tang y Galvão | 2002 | Enrutamiento de Vehículos con Backhauls (VRPB) | Heurística de partición de recorridos |
| Montane y Galvão | 2002 | Enrutamiento de Vehículos con Backhauls (VRPB) | modelo matemático alternativo para el VRPSPD |
| Ichoua | 2003 | Enrutamiento con ventanas de tiempo: TDVRP | Método TS paralelo |
| Cordone y Wolfer | 2001 | Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRP-TW) | Modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP): VRP-TW |
| Gendreau | 1999 | Enrutamiento de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD) | TSP y, el orden de recogida y entrega |
| Malandraki y Robert | 1996 | Problema del viajante de comercio dependiente del tiempo (TDTSP) | Algoritmo de programación dinámica |
| Min | 1989 | Enrutamiento de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD) | Algoritmos de agrupación y clasificación y basado en Problema del Vendedor Viajero (TSP) |
| Picard y Queryranne | 1978 | Problema del viajante de comercio dependiente del tiempo (TDTSP) | Algoritmo exacto para resolver el problema con 20 clientes |

Fuente: Elaboración propia

Para concluir, se destaca de toda la literatura recogida, que existen pocas investigaciones con las restricciones del presente estudio en simultáneo. También, que de los modelos de capacidad, recogida y entrega con ventanas de tiempo se particulariza el caso de la empresa de distribución de productos frescos y congelados con el objetivo de minimizar los costes, los cuales son fijos y variables.

4. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA DE DISTRIBUCIÓN ACTUAL

En este capítulo se describe el proceso actual que se sigue en la empresa de distribución de productos frescos y congelados para la distribución de vehículos en rutas.

El área de distribución de esta empresa cuenta con cuatro unidades de transporte con capacidad para 29,5 TN (toneladas) cada uno. (ver Figura 6). Actualmente, la programación de estas unidades se sigue bajo criterio de asignar días de semana y establecer conexión entre fábricas. A continuación, se presenta en las siguientes tablas, en modo genérico, la programación clasificada por fábrica y *almacenes ciudad*.



Figura 6. Camión de empresa en estudio

Salida de Fábrica Trujillo

Tabla 4. Programación genérica - depot Trujillo

| Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|------------|----------|-----------|------------|-------------------|
| Chiclayo | Piura | | Chiclayo | Piura |
| Chorrillos | Chimbote | | Chorrillos | Chimbote (Chilca) |

Fuente: Elaboración propia

Se observa en la Tabla 4 que, el viernes tiene dos almacenes destino juntos “Chimbote (Chilca)”, es debido a que luego de llegar a Chimbote, no vuelve al *depot* Trujillo, sino que continúa hacia el *almacén*

central Chilca. Esto se explicará de mejor manera en la Figura 7.

Salida de Salaverry

Tabla 5. Programación genérica – almacén central Salaverry

| Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|----------|-------------------|-----------|----------|-------------------|
| Chiclayo | Piura | | Chiclayo | Piura |
| Trujillo | Chimbote (Chilca) | | Trujillo | Chimbote (Chilca) |

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 5 resume las rutas que se realizan saliendo de *almacén central* Salaverry. Hasta este punto se evidencia que, existe similitud en los destinos entre *depot* y *almacenes centrales*, siendo el almacén único de excepción Chorrillos. Esto es debido a que, como se sabe, Salaverry provee un tipo de producto que son congelados cárnicos, los que forman parte de la carga para los almacenes destino. Chorrillos no demanda este producto. Se ampliará la información en cuanto a tipo de carga y producto en el apartado siguiente.

Salida de Chilca

Tabla 6. Programación genérica - almacén central Chilca

| Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes | Sábado |
|-------|--------|-----------|--------|---------|-----------|
| | | Salaverry | | | Salaverry |

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 6 describe que Chilca suministra solamente a Salaverry, teniendo dos rutas a la semana. Tomando todo lo anterior en cuenta, se tiene salida de *depot* Trujillo y *almacenes centrales* Salaverry y Chilca. Estos dos últimos comparten la función de provisionar el mismo tipo de producto: congelados cárnicos. Se destaca que, Trujillo y Salaverry están conectados debido a que, cargan la misma unidad de transporte y al mismo almacén destino el mismo día. Por ello, existen dos puntos de carga. En la Figura 7 se esquematiza los desplazamientos permitiendo reconocer las conexiones en un grafo.

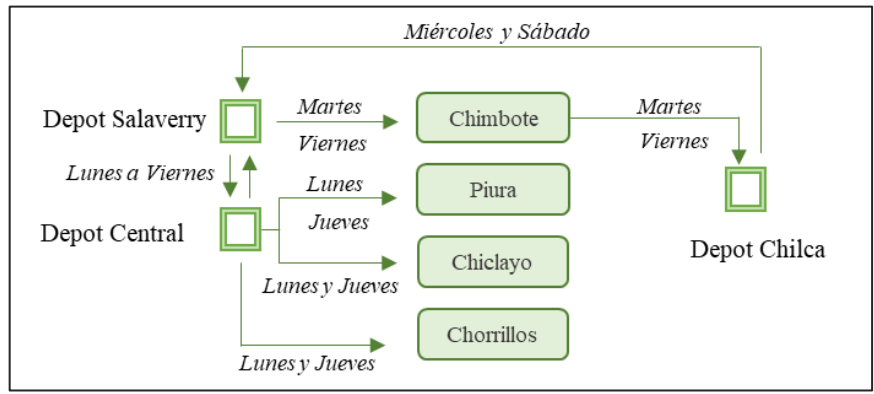


Figura 7. Distribución general

Fuente: Elaboración propia

La distribución de manera visual contemplando los días de la semana que están designados para las rutas con destino *almacenes ciudad* y *almacenes centrales* se puede observar en la Figura 7.

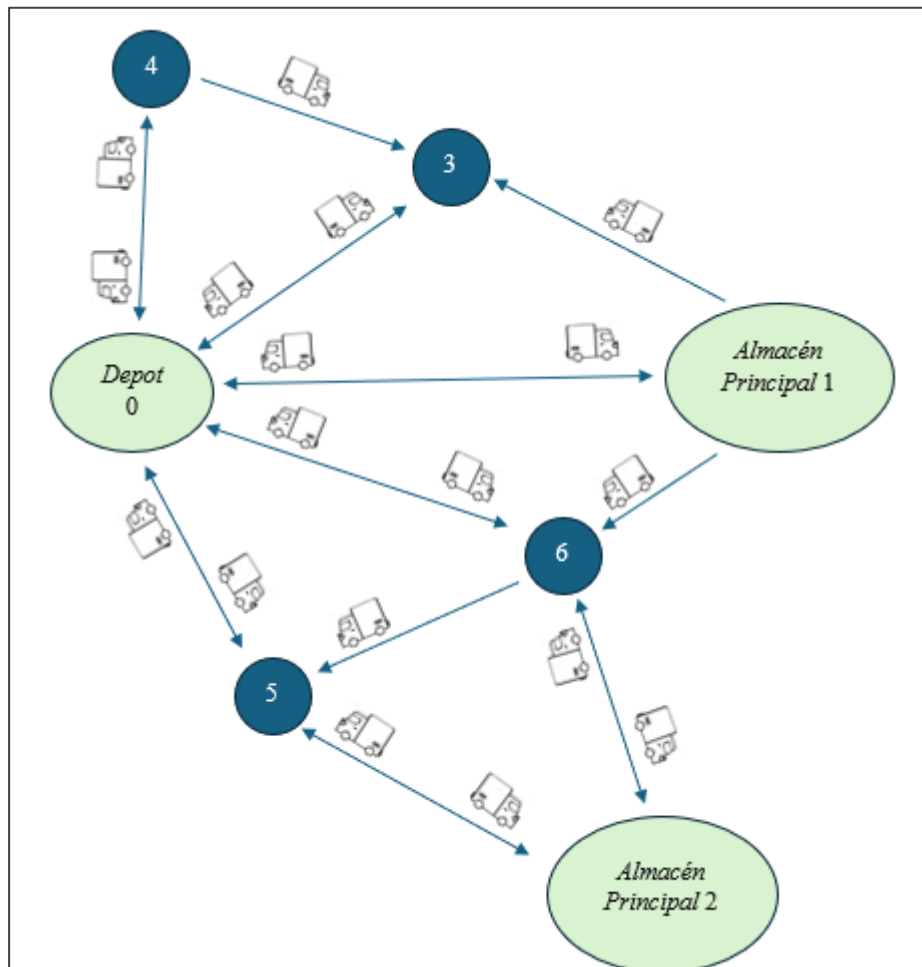


Figura 8. Grafo de distribución general

Fuente: Elaboración Propia

La Figura 8 es un grafo direccionado que contempla tanto ida y retorno en los arcos en unos nodos. Este grafo será desglosado en el apartado 4.2.2 con el objetivo de conocer a detalle el viaje de la unidad de transporte por *los almacenes centrales y ciudad* con sus retornos a *depot*. Tener en cuenta que *depot* es el almacén de Trujillo, el *almacén central* (picking) 1 es Salaverry, el 2 es Chilca. Finalmente, los nodos *almacenes ciudad* son: (1) es *Piura*, (2) es *Chiclayo*, (3) es *Chorrillos* y (4) *Chimbote*.

4.1. TIPOS DE CARGA

Cada almacén tiene distinto tipo de carga según producto demandado. La demanda es conocida y no es estocástica. En la Tabla 7 **Error! Reference source not found.** se describe el tipo de carga y, por tanto, tipo de producto demandado por los almacenes. Se evidencia lo comentado en el apartado anterior, Chorrillos es el único almacén que solicita embutidos exclusivamente, teniendo solo un punto de carga.

Tabla 7. Tipo de carga demandada por almacenes

| Almacén | Tipo de Carga | Producto |
|------------------|---------------|------------------------|
| Chiclayo | Mixto | Embutidos + Congelados |
| Chorrillos | Embutidos | Embutidos |
| Piura | Mixto | Embutidos + Congelados |
| Chimbote | Mixto | Embutidos + Congelados |
| <i>Salaverry</i> | Congelados | Congelados |
| <i>Trujillo</i> | Congelados | Congelados |

Fuente: Elaboración propia

4.2. DESCRIPCIÓN DE RUTAS

4.2.1. Según Tipo de Carga

Anteriormente, se habla de manera general sobre la conexión entre *depot* y *almacenes centrales* especialmente entre Trujillo y Salaverry. Estos conforman los puntos de carga para los almacenes que solicitan tipo de carga Mixta.

En el **tipo de carga mixta**, solo intervienen Trujillo y Salaverry. El orden acerca quién de ellos carga la unidad de transporte antes del otro es afectado por el factor de Cardinalidad descrito también anteriormente. Entonces, el único que tiene cardinalidad Sur y que demanda este tipo de carga es Chimbote, siendo el caso excepción en el orden de carga.

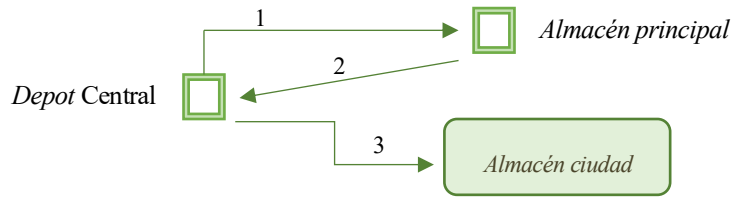


Figura 9. Ruta de carga Mixta (Almacén Norte)

Fuente: Elaboración propia

La Figura 9 que representa la ruta de carga mixta hacia Chiclayo y Piura. Se debe tener en cuenta que, el *depot* Central es Trujillo (origen y destino de las unidades de carga). Tal como se enumera, primero la unidad de carga sale del *depot* central hacia el *almacen central* Salaverry, el cual es el primero en empezar a cargar la unidad con productos congelados cárnicos. Posteriormente, regresa a Trujillo donde se termina de cargar con embutidos cumpliendo con la demanda del almacén. Por último, inicia su ruta hacia dicho almacén.

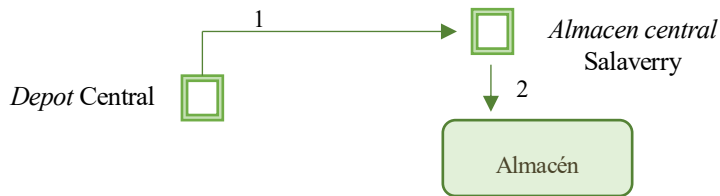


Figura 10. Ruta de carga Mixta (Almacén Sur: Chimbote)

Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 10 se observa que, si el destino de la carga mixta es el almacén Chimbote (Sur), la unidad de carga sale del *depot* Trujillo, lo que es usual. Sin embargo, en este punto Trujillo envía la unidad ya con carga de embutidos. Luego, en el *almacén central* Salaverry se completa la carga con congelados y envía la unidad hacia el almacén Chimbote.

En cuanto al **tipo de carga embutidos**, el *depot* Trujillo provee de este tipo de producto. En este caso solo se tiene un punto de carga. (Ver **Figura 11**).



Figura 11. Ruta de carga Embutidos

Fuente: Elaboración Propia

Finalmente, el **tipo de carga congelados** tiene el mismo escenario que el de embutidos. La

diferencia está que se tienen dos *almacenes centrales* que proveen este tipo de producto. También, este producto es el que establece la conexión entre los tres. Entonces, hay dos escenarios, la conexión entre dos *almacenes centrales* de productos congelados (Chilca y Salaverry) y la conexión entre uno de ellos y el central.

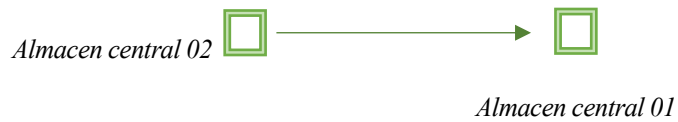


Figura 12. Ruta de carga Congelados – Escenario 1

Fuente: Elaboración propia

El primer escenario que se muestra en la **Figura 12**, cuando la unidad de carga estando en el Sur cargue productos congelados en *almacén central* Chilca con destino a Salaverry. Una ruta viceversa no se realiza.

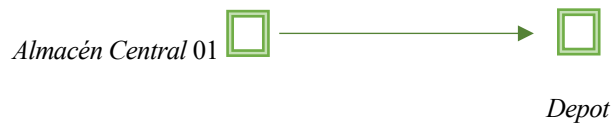


Figura 13. Ruta de carga Congelados – Escenario 2

Fuente: Elaboración Propia

El segundo escenario que se visualiza en la **Figura 13** comprende la continuidad de la cadena para productos congelados. El *almacén central* Salaverry envía los productos congelados cárnicos que demanda el *depot* Trujillo.

4.2.2. Según Almacén destino

a) Chiclayo (lunes y jueves)

En la Figura 14 se evidencia que, la unidad de transporte sale del *depot* Trujillo porque es su origen y destino siempre.



Figura 14. Ruta a Chiclayo

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente, en la **Figura 15** se puede apreciar los horarios de carga en cada uno de los puntos. Es así como, correspondiente al primer desplazamiento (1), la unidad sale hacia Salaverry con la finalidad de cargar productos congelados cárnicos demandados por Chiclayo. Esta ruta es aprovechada por el *depot* Trujillo para enviar en pallets requerimientos de materiales, útiles o canastas de plástico de fábrica coordinados con logística para Salaverry, los cuales serán descargados antes de iniciar la carga de congelados para Chiclayo.

En el desplazamiento dos (2) la unidad de carga sale de Salaverry hacia *depot* Trujillo. A su vez, en este desplazamiento Salaverry envía productos congelados para Trujillo, el cual se descarga antes de empezar la carga de embutidos. Los horarios en detalle de estos dos desplazamientos se visualizan en la **Figura 15**.

Carga de congelados y embutidos (1 y 2)

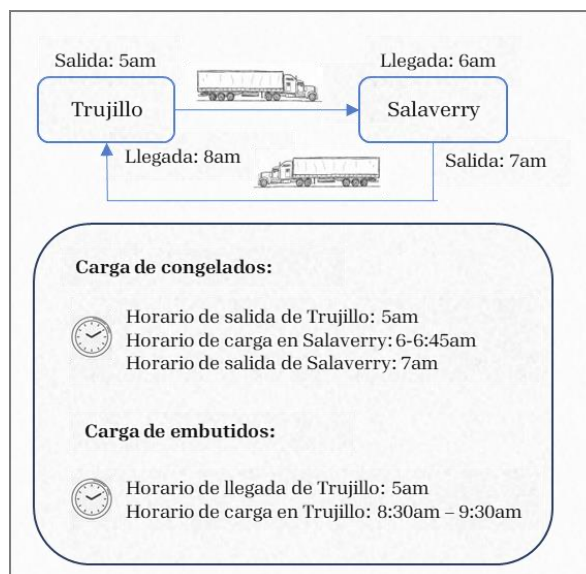


Figura 15. Chiclayo: Horarios de ruta Trujillo y Salaverry

Fuente: Elaboración propia

El tercer desplazamiento (3) es de inicio de viaje hacia almacén Chiclayo. Y el último es el retorno hacia el *depot* Trujillo (4). En este último desplazamiento Chiclayo envía a *depot* Trujillo canastas de plástico de fábrica, productos de devolución para revisión de Calidad en Trujillo u otros. En otros casos, cuando no existe estos por enviar, la unidad de carga retorna al *depot* vacío.

Ida y Retorno de Chiclayo (3 y 4)

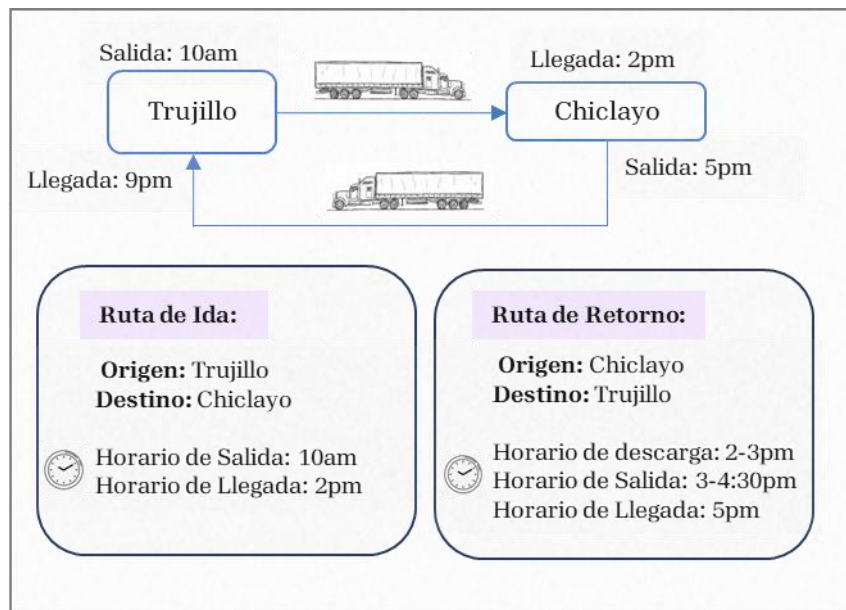


Figura 16. Chiclayo: Horarios de ruta Trujillo y Chiclayo

Fuente: Elaboración propia

La Figura 16 detalla en términos horarios los desplazamientos de la ruta hacia Chiclayo y el retorno al *depot*, teniendo en cuenta el tiempo de trabajo de descarga y carga para la salida del vehículo.

b) Chorrillos (lunes y jueves)



Figura 17. Ruta a Chorrillos

Fuente: Elaboración propia

La ruta al almacén Chorrillos consta solamente de un punto de carga, porque como se ha indicado varias veces, *depot* Trujillo es el único que provee productos embutidos que es especialmente lo que demanda este almacén. Por ello, en la **Figura 18** se aprecia dos desplazamientos siendo la ruta de ida y retorno, respectivamente.

El desplazamiento de retorno (2), a su vez, se cumple el caso de retorno de Chiclayo. En general, esto sucede en todos los almacenes. Asimismo, la **Figura 18** contempla los horarios de descarga y carga en los puntos que participan de la ruta.

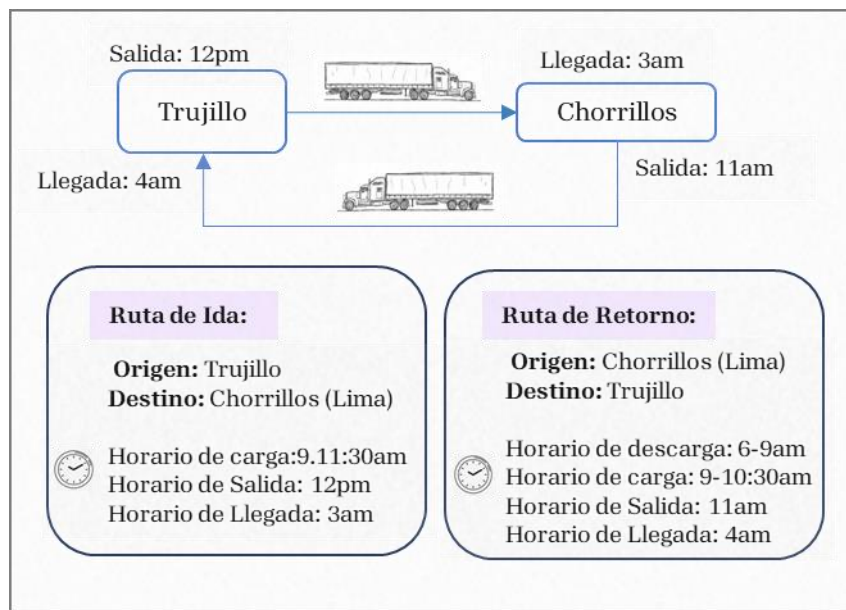


Figura 18. Chorrillos: Horarios de ruta Trujillo y Chorrillos

Fuente: Elaboración propia

c) Piura (martes y viernes)

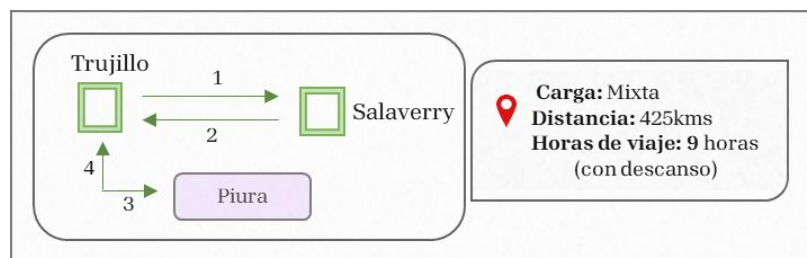


Figura 19. Ruta a Piura

Fuente: Elaboración propia

La Figura 19 describe los desplazamientos al almacén Piura, que son los mismos para Chiclayo. Esto es debido a que la carga es mixta, por tanto, se cuenta con dos puntos de

carga. Asimismo, como se indica en el apartado anterior, clasificación por tipo de carga, Piura tiene cardinalidad norte al igual que Chiclayo.

Entonces, el primer desplazamiento enumerado como uno (1) es aprovechado por el *depot* Trujillo para enviar en pallets requerimientos o canastas de plástico de fábrica coordinados con logística para Salaverry, los cuales serán descargados antes de iniciar la carga de congelados para Piura. Posteriormente, en el desplazamiento dos (2) la unidad de carga sale de Salaverry hacia *depot* Trujillo, el Central. A su vez, en este desplazamiento Salaverry envía productos congelados para Trujillo, el cual se descarga antes de empezar la carga de embutidos.

Carga de congelados y embutidos (1 y 2)

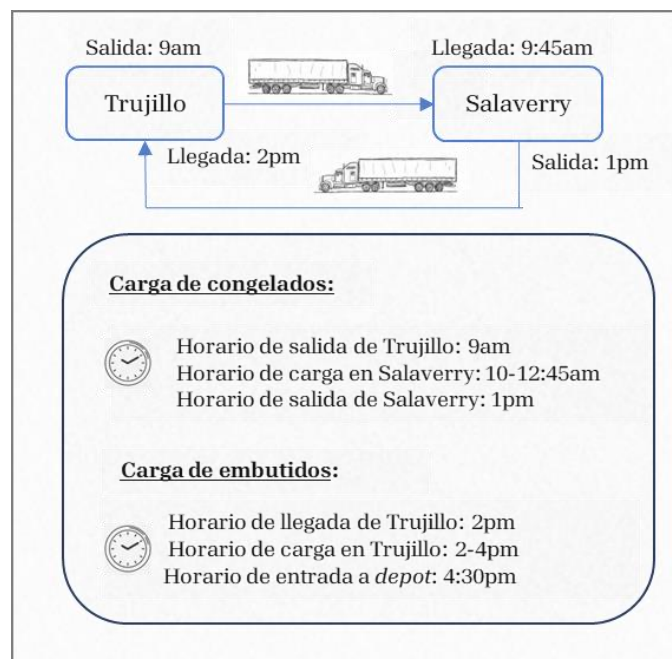


Figura 20. Piura: Horarios de ruta Trujillo y Salaverry

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 20** detalla los horarios de la ruta entre Trujillo y Salaverry a fin de realizar la carga de congelados. Los desplazamientos (1) y (2) que terminan con el retorno a *depot* tiene el horario de entrada a *depot*, porque el desplazamiento (3) no es inmediato sino al cabo de unas horas.

El tercer desplazamiento (3) es de inicio de viaje hacia Piura. En este punto, la unidad se

encuentra guardada en *depot* Trujillo hasta su horario de inicio de ruta. Y, el último desplazamiento (4) es el retorno hacia el *depot* Trujillo. Se conoce que, este desplazamiento puede comprender la carga de canastas de plástico de fábrica y/o productos a revisión a Trujillo.

La diferencia entre Piura y Chiclayo es que la ruta al almacén Piura consta de más de un día.

Ida y Retorno de Piura (3 y 4)

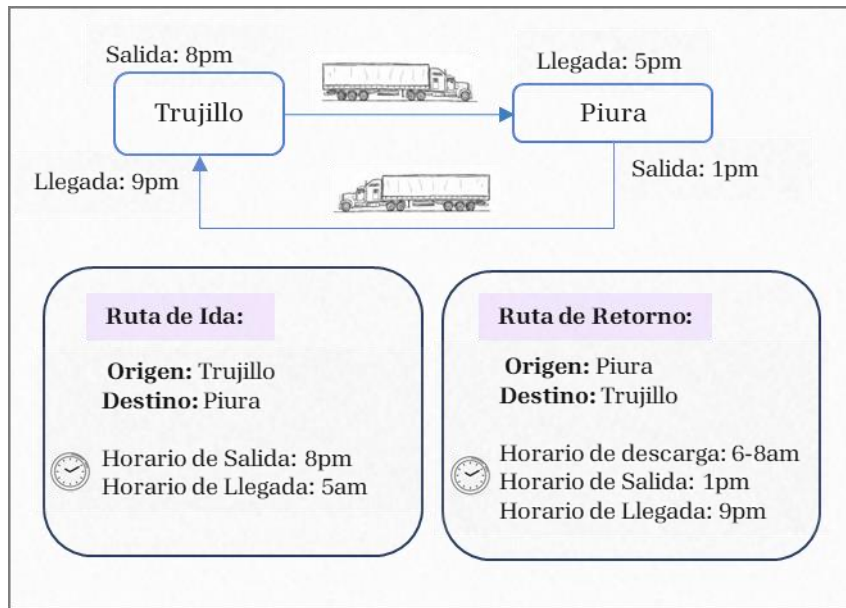


Figura 21. Piura: Horarios de ruta Trujillo y Piura

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 21 se brinda detalle de los horarios de ida y retorno entre Trujillo y Piura. Es así como, la ruta de ida inicia a las 8pm, que son 4 horas después de completar la carga para Piura. La ruta de inicio es más tarde para llegar al día siguiente un poco antes de la ventana de atención de Piura.

d) **Chimbote (Chilca)** (martes y viernes)

La Figura 22 comprende una ruta con más desplazamientos hasta ahora visto. En general, cuando se involucra más de un almacén hay más rutas intermedias.

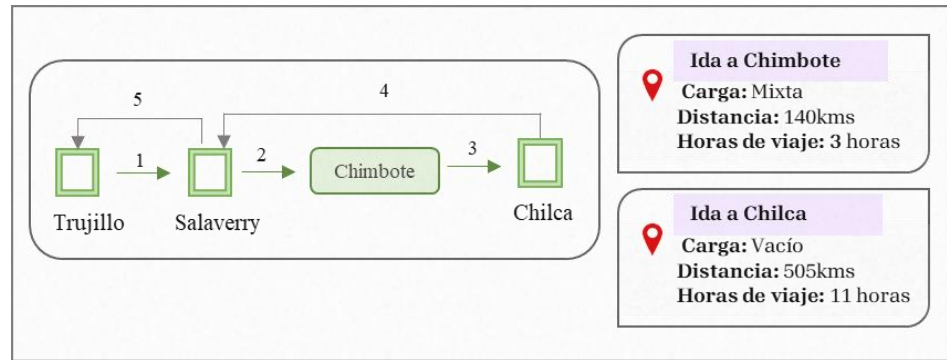


Figura 22. Ruta a Chimbote y Chilca

Fuente: Elaboración propia

Se parte por el primer *almacén ciudad*, Chimbote. Este cuenta con el primer desplazamiento (1) de salida de la unidad de carga de *depot* Trujillo. En este viaje Trujillo envía la unidad con la carga de embutidos ya realizada. Como se recuerda, Chimbote demanda tipo de carga mixta y, tiene cardinalidad Sur. Por tanto, después de completar la carga demandada con congelados cárnicos en Salaverry, la unidad ya no retorna a *depot*, sino inmediatamente inicia su viaje a Chimbote, siendo el segundo desplazamiento (2).

El tercer desplazamiento (3) comprende la salida de Chimbote luego de descargar su producto. La unidad de carga va vacía hacia Chilca, a la cual se llega al día siguiente, miércoles o sábado por la madrugada. Tener en cuenta que en este punto la unidad de carga tiene que esperar a horario de atención del *almacén central* Chilca.

Estando en horario de atención, Chilca realiza la carga de productos congelados para Salaverry. Se inicia el desplazamiento cuatro (4), llegando a Salaverry al día siguiente del inicio de viaje. Se cumple nuevamente que la unidad de carga realiza espera a horario de atención de Salaverry. El tiempo de espera depende de qué día llega, si es el jueves, la atención es el mismo día. Sin embargo, cuando llega domingo, espera hasta lunes por la mañana para el desplazamiento cinco (5).

El último desplazamiento es de retorno al *depot* central, Trujillo. Salaverry envía productos a Trujillo o, en el peor de los casos, requerimientos adicionales para Trujillo.

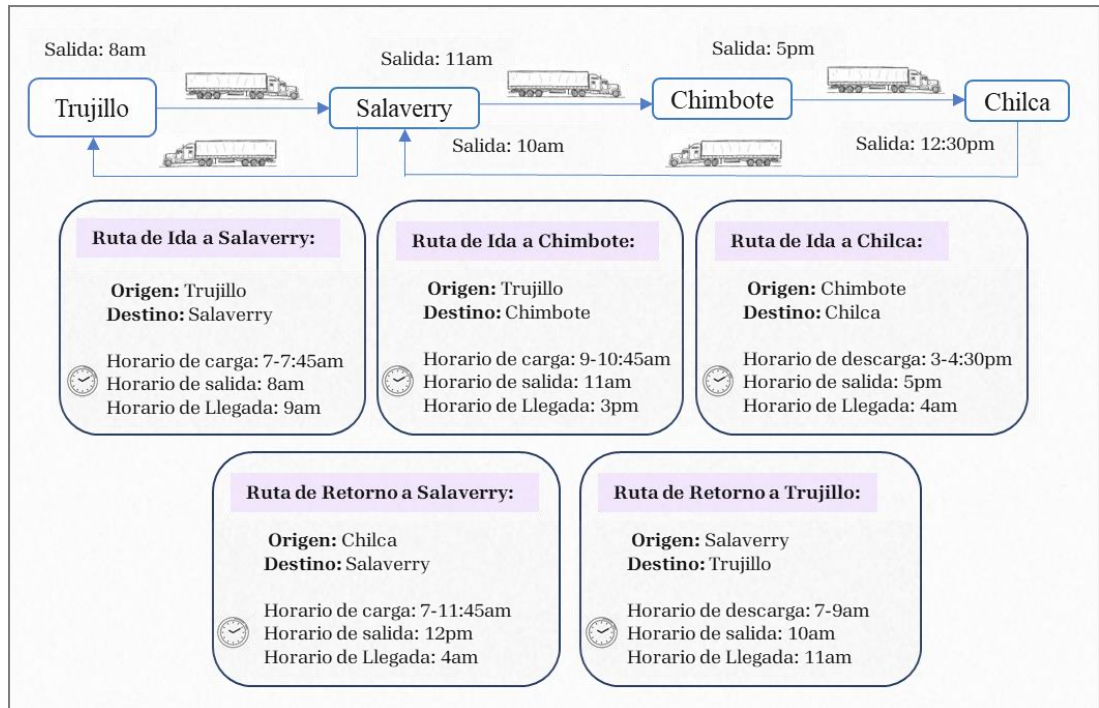


Figura 23. Chimbote (Chilca) Horarios de ruta

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 23 se visualiza lo descrito en párrafos anteriores por cada desplazamiento incluyendo los horarios de carga, de salida y llegada de *depot* a Chimbote, luego a Chilca y el retorno al *depot*.

4.3. CUADRO DE PROGRAMACIÓN ACTUAL

| CARGA TRUJILLO | | | | | | |
|--|---|---|--------------|---|---|-----------|
| Programacion de Unidades del 10 AL 15 de Enero | | | | | | |
| Sucursal | Lunes 10 | Martes 11 | Miercoles 12 | Jueves 13 | Viernes 14 | Sábado 15 |
| PIURA | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 25.5TN PLACA: T8N-330 / AJQ-990 ALEXANDER RIVAS HORA CARGA YF: 10-12 PM HORA CARGA FCA: 2-4 PM | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 26TN PLACA: T9K-882 / ACM973 PERCY ACOSTA HORA CARGA YF: 10-12 PM HORA CARGA FCA: 2-4 PM | |
| CHICLAYO | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 25.5TN PLACA: T8N-330 / AJQ-990 JORGE MENDOZA HORA CARGA YF: 6-7 AM HORA CARGA FABRICA: 8-9 AM | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (DN) PESO: 26TN PLACA: TAR-877 / ADW-936 CHARLES TERAN HORA CARGA YF: 6-7 AM HORA CARGA FABRICA: 8-9 AM | | |
| CHIMBOTE | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 26TN PLACA: T9K-882 / ACM973 PERCY ACOSTA HORA CARGA FCA: 7-8 AM HORA CARGA YF: 9-10AM | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (DN) PESO: 26TN PLACA: T9K-885 / AJQ-973 ALEXANDER RIVAS HORA CARGA FCA: 7-8 AM HORA CARGA YF: 9-10AM | |
| CHORRILLOS | UNIDAD: FREIGHTLINER (DN) PESO: 26TN PLACA: TAR-877 / ADW-936 CHARLES TERAN HORA CARGA FCA: 9-12 AM SOLO EMBUTIDOS | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 25.5TN PLACA: T8N-330 / AJQ-990 JORGE MENDOZA HORA CARGA FCA: 9-12 AM SOLO EMBUTIDOS | | |
| YF - FABRICA | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 26TN PLACA: T9K-882 / ACM973 PERCY ACOSTA | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 26TN PLACA: T9K-882 / ACM973 PERCY ACOSTA | | |

| CARGA LIMA | | | | | | |
|--|----------|-----------|---|-----------|------------|---|
| Programacion de Unidades del 10 AL 15 de Enero | | | | | | |
| Sucursal | Lunes 10 | Martes 11 | Miercoles 12 | Jueves 13 | Viernes 14 | Sábado 15 |
| CHILCA | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (YC) PESO: 26TN PLACA: T9K-882 / ACM973 PERCY ACOSTA CARGA EN CHILCA PARA YUGOFRIO (YC) | | | UNIDAD: FREIGHTLINER (DN) PESO: 26TN PLACA: T9K-885 / AJQ-973 ALEXANDER RIVAS CARGA EN CHILCA PARA YUGOFRIO (YC) |

Figura 24. Formato de Programación Actual

Fuente: Empresa de distribución de productos frescos y congelados

La **Figura 24** muestra el cuadro formato de programación de rutas actual de la empresa en estudio de distribución de productos frescos y congelados. La Tabla está dividido en dos puntos, en vez de tres. Primero con “Carga Trujillo”, indicando que es salida del *depot* Trujillo. Luego, en la parte inferior está la sección de “Carga Lima” que indica que la carga de la unidad es realizada en *almacén central* Chilca. Finalmente, el *almacén central* Salaverry está incluido en la primera sección con el nombre “Yf-Fabrica”.

4.4. RUTAS ATÍPICAS O ADICIONALES

Sin embargo, la programación de unidades de carga y el tipo de carga están en función dependiente de la demanda de los almacenes. Por ello, el cuadro de programación de la Figura 24 no es estándar. Por ejemplo, ¿cuál sería el caso si Piura no demanda un tipo de carga mixto sino solamente de congelados cárnicos? ¿Y si se emplea el viaje a Chorrillos para ir a Chilca también? ¿Si el viaje a Chimbote es de ida y vuelta solamente?

Estos casos mencionados han sucedido durante la distribución a los almacenes, sufriendo modificaciones el cuadro estándar cada semana. A continuación, se abordan estos posibles escenarios.

a) Escenario 01: Piura – Tipo de Carga: Congelados



Figura 25. Ruta a Piura: congelados

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 25** describe los números de desplazamientos en la ruta hacia Piura, pero con el tipo de carga congelados. Como se trata de esta carga, la unidad de carga sale del *depot* Trujillo hacia Salaverry que provee estos productos. En el desplazamiento uno es (1) que comprende la acción, la unidad puede como no llevar cajas de plástico de fábrica u otros requerimientos para

Salaverry. Al llegar al segundo punto, la unidad descarga y empieza la carga de productos congelados en la totalidad de capacidad de la unidad, ya que es solamente este producto para enviar.

El segundo desplazamiento (2) es el retorno a Trujillo, ya que se conoce que, el inicio de viaje a Piura siempre es por la noche alrededor de las 8pm. La unidad guarda en el *depot* Trujillo hasta que sea el horario de ruta, dando paso al tercer desplazamiento (3). Finalmente, se llega al almacén Piura efectuando la descarga de lo demandado. Para el retorno (4), la unidad puede retornar vacía o con canastas de plástico de fábrica, productos de devolución para revisión de Calidad en Trujillo u otros.

En términos de horarios de carga no varía, siendo así los mismos descritos anteriormente en la Figura 20 y la Figura 21.

b) Escenario 02: Chorrillos con conexión a Chilca

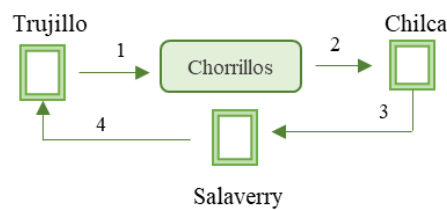


Figura 26. Ruta Chorrillos (Chilca)

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 26** muestra el escenario de desplazarse a Chilca luego de salir de Chorrillos (Lima). Se tiene, entonces la añadidura del desplazamiento (2) hacia Chilca en vez del retorno a *depot* Trujillo. Se respeta el tipo de carga embutidos de demanda de Chorrillos, la cual no varía. Entonces, después de descargar embutidos de la unidad, inicia su desplazamiento hacia Chilca. En Chilca se realiza la carga de congelados cárnicos e inicia el desplazamiento tres (3) con destino Salaverry.

Finalmente, el último desplazamiento (4) es de retorno a *depot* Trujillo.

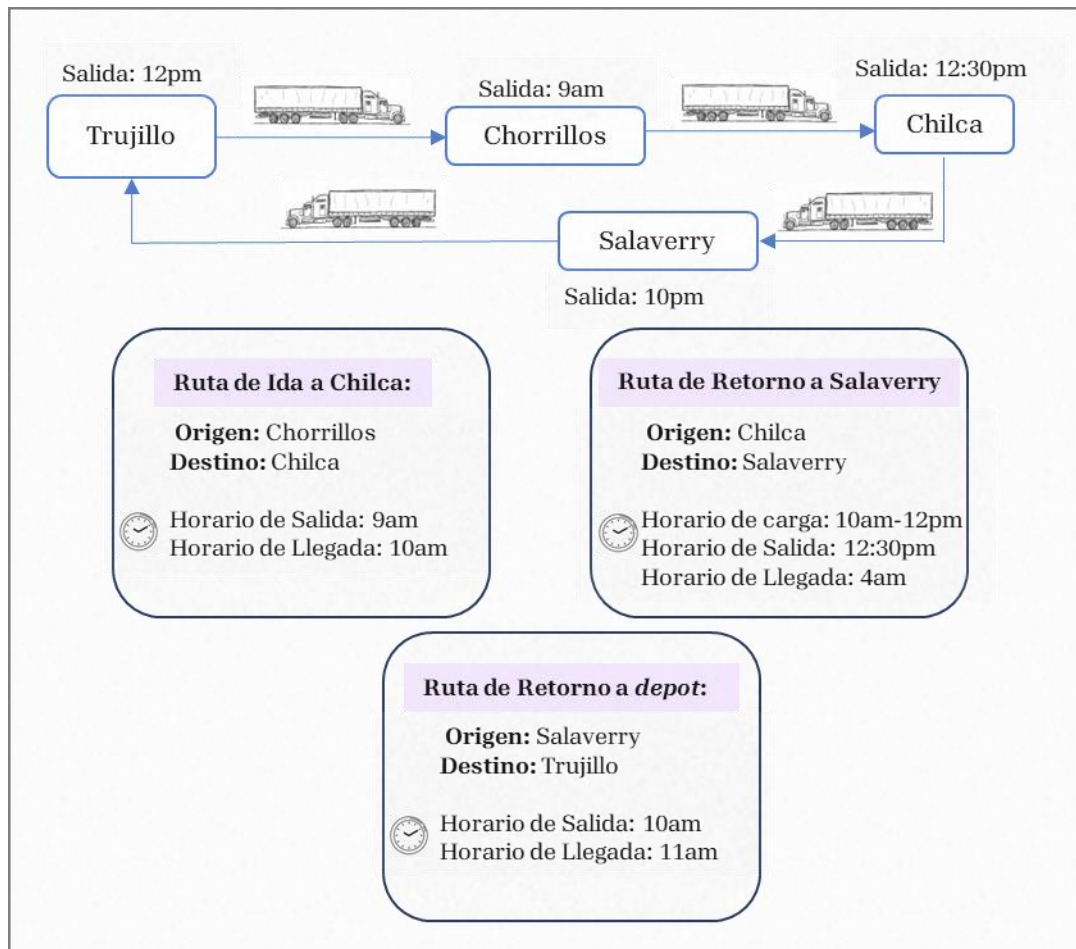


Figura 27. Chorrillos (Chilca)Horarios de ruta

Fuente: Elaboración propia

La Figura 27 muestra los horarios de las rutas partiendo desde la de añadidura Chorrillos a Chilca, luego el retorno a Salaverry para, posteriormente, dirigirse al *depot* Trujillo.

5. MODELO PARA EL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON LIMITACIÓN DE CAPACIDAD, ENTREGA Y RECOGIDA Y VENTANAS DE TIEMPO

El problema de enrutamiento de vehículos con limitación de capacidad, entrega y recogida y, con ventanas de tiempo (en inglés, *Capacited Vehicle Routing Problem with Picking and Delivery and, Time Windows*, CVRP-PD-TW) implica un *depot* central, un conjunto de vehículos que tienen capacidad homogénea entre todos, y conjunto de nodos que incluye al *depot* central como a los almacenes denominados *centrales* y *ciudad*.

Cada nodo almacén tiene demanda tanto de entrega como de recogida. Cada uno de ellos debe ser visitado únicamente una vez. Los vehículos entregan demanda de productos tanto embutidos como congelados a cada nodo de almacén y recoge productos para revisión de calidad o por motivos de fecha próxima caducidad. Los vehículos visitan cada cliente y el *depot* respetando las ventanas temporales de atención de cada uno. Respecto las distancias, están estimadas en horas de viaje, dadas la distancia entre ciudades y velocidad media de viaje de cada vehículo.

El coste de espera ocurre cuando el vehículo llega antes de que inicie la ventana temporal de atención o salir después del término de esta. La función objetivo comprende tres sumandos, la primera es el coste fijo de salida de un vehículo del *depot*, es decir, de emplearlo. El segundo sumando corresponde al coste de transporte de ir de un nodo a otro y, el tercero es el coste de espera que se imputa cuando se encuentra fuera de la ventana temporal de atención del nodo visitado.

5.1. Conjunto de Índices

A continuación, en la Tabla 8 se ordenan los conjuntos, datos y variables:

Tabla 8. Conjuntos del modelo CVRP-PD-TW

| Conjunto | Descripción |
|----------|---|
| N | Conjunto de Nodos; $N = \{i\}$ donde depot es $i = 0$ |
| A | Conjunto de arcos; $A = \{(i,j)\}$ |
| K | Conjunto de vehículos; $K = \{1..4\}$ |

Fuente: Elaboración propia

En cuanto al conjunto de nodos (N) está compuesto por el *depot* y los *almacenes centrales y ciudad*. De esta manera, se estructura de la siguiente forma:

$$N = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

donde:

$$i(0) = \text{Depot}$$

$$i(1) = \text{Salaverry}$$

$$i(2) = \text{Chilca}$$

$$i(3) = \text{Piura}$$

$$i(4) = \text{Chiclayo}$$

$$i(5) = \text{Chorrillos}$$

$$i(6) = \text{Chimbote}$$

Por su parte, el conjunto de vehículos es finito, debido a que la empresa cuenta con cuatro camiones de 29,5 TN de capacidad.

$$K = \{1; 2; 3; 4\}$$

5.2. Parámetros

Tabla 9. Parámetros del modelo

| Parámetro | Descripción |
|--------------|--|
| d_i | Demanda de entrega en nodo i |
| p_i | Demanda de recogida en nodo i |
| q | Capacidad del vehículo |
| C | Coste de transporte por hora |
| C_f | Coste fijo de salida de un vehículo |
| C_e | Coste de espera de vehículo por hora |
| R_{ij} | Tiempo de viaje de nodo i a j en horas |
| $[e_i; l_i]$ | Ventana de tiempo en nodo i |

Fuente: Elaboración propia

5.3. Variables de Decisión

Tabla 10. Variables continuas del modelo

| Variable | Descripción |
|-----------|--|
| q_{ijk} | Carga del vehículo k en el nodo j después de visitar i |
| t_{ik} | Instante de tiempo que vehículo k llega a nodo i |
| T_{ejk} | Tiempo de espera de vehículo k en el nodo j |

Fuente: Elaboración propia

También, se describen la variable de decisión binaria:

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } k \text{ visita nodo } j \text{ después de } i \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

5.4. Función Objetivo:

La función objetivo se descompone en tres factores sumando:

La primera corresponde al coste fijo (€) de salida de una unidad del *depot*. El segundo factor que suma es el coste de transporte (€) por hora de viaje (€/h) y, el tercer sumando es el coste de espera por hora (€/h), en caso de corresponda aplicarse.

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C_f \cdot X_{ijk} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C \cdot R_{ij} \cdot X_{ijk} + \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C_e \cdot T_{ejk}$$

5.5. Restricciones

Restricciones de Capacidad:

La restricción (2) asegura que la suma de carga del vehículo k al llegar al nodo j después de haber iniciado ruta saliendo de depot es igual a la suma de demanda de los nodos almacenes j . Esto condicionado a que la variable binaria esté activa, es decir, que el arco (i,j) sea visitado con ese vehículo k .

$$(2) \quad \sum_{j \in N \setminus \{0\}} q_{0jk} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ijk} \cdot d_j ; \forall k \in K$$

En cuanto a la restricción (3), esta garantiza que la carga del vehículo k al volver al depot desde algún nodo i es igual a la suma de todo lo recogido en los nodos visitados. Esto aplica para cada vehículo que visita el arco (i,j) .

$$(3) \sum_{i \in N} q_{i0k} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ijk} \cdot p_i ; \forall k \in K$$

La restricción (4) implica que la carga del vehículo k es mayor que cero, pero menor que la capacidad de este.

$$(4) 0 \leq q_{ijk} \leq q \cdot X_{ijk} ; \forall (i,j) \in A ; \forall k \in K$$

Restricciones de balance de carga: *picking & delivery*

La quinta restricción (5) es la esencial del modelo, estableciendo una relación entre lo que se entrega y recoge en el mismo nodo simultáneamente. La carga del vehículo k al llegar al nodo j después de visitar i menos la carga al salir del nodo j es igual a lo que entrega menos lo que recoge en el mismo nodo.

$$(5) \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} q_{ijk} - \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} q_{jik} = (d_j - p_j) \cdot \sum_{i \in N} X_{ijk} ; \forall j \in N ; \forall k \in K$$

Restricciones de continuidad:

Por su parte, la restricción (6) asegura que cada nodo almacén se visiten una vez.

$$(6) \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} \sum_{k \in K} X_{ijk} = 1 ; \forall j \in N \setminus \{0\}$$

La séptima restricción (7) asegura que para cada vehículo que llega al nodo (i,j) es el mismo vehículo que sale del nodo j hacia algún otro nodo i . En otras palabras, cualquier nodo al que se ingrese, debe ser también nodo de salida.

$$(7) \sum_{i \in N} X_{ijk} = \sum_{i \in N} X_{jik} ; \forall j \in N ; \forall k \in K$$

La restricción (8) no obliga a todos los vehículos salir del *depot*. Es posible que un vehículo k salga del *depot* o que no lo haga en absoluto.

$$(8) \sum_{j \in N} X_{0jk} \leq 1 ; \forall k \in K$$

La novena restricción (9) asegura que al menos un vehículo salga del *depot* hacia otros nodos j .

$$(9) \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} X_{0jk} \geq 1$$

La restricción (10) garantiza que al menos un vehículo retorne al *depot* desde algún nodo j , permitiendo múltiples retornos.

$$(10) \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} X_{j0k} \geq 1$$

Restricciones de intervalos de tiempo:

La restricción (11) asegura que el instante de tiempo de llegada al nodo j en la ruta del vehículo k no sea antes del inicio del intervalo de ventana de tiempo de atención del nodo j considerando el tiempo de viaje hasta este.

$$(11) T e_{jk} \geq e_j \cdot X_{ijk} - (t_{ik} + X_{ijk} \cdot R_{ij}) ; \forall (i, j) \in A ; \forall k \in K$$

La décima restricción (12) obliga a que el instante de tiempo que se llega al nodo j es menor que el término de ventana temporal de atención en dicho nodo.

$$(12) t_{jk} \leq l_j \cdot \sum_{i \in N} X_{ijk} ; \forall j \in N ; \forall k \in K$$

Especificaciones sobre las variables:

Por último, las restricciones (13) a (16) describen si son enteras o binarias cada variable.

$$(13) q_{ijk} \geq 0$$

$$(14) t_{ik} \geq 0$$

$$(15) X_{ijk} \in \{0; 1\}$$

$$(16) Te_{jk} \geq 0$$

5.6. Modelo de enrutamiento de vehículos con limitación de capacidad con entrega y recogida y ventanas de tiempo (CVRP-PD-TW)

A continuación, se presente el modelo de programación lineal entero mixto CVRP-PD-TW:

$$(1) \text{ Min } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C_f \cdot X_{ijk} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C \cdot R_{ij} \cdot X_{ijk} + \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} C_e \cdot Te_{jk}$$

s.a.

$$(2) \sum_{j \in N \setminus \{0\}} q_{0jk} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ijk} \cdot d_j ; \forall k \in K$$

$$(3) \sum_{i \in N} q_{i0k} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ijk} \cdot p_i ; \forall k \in K$$

$$(4) 0 \leq q_{ijk} \leq q \cdot X_{ijk} ; \forall (i, j) \in A ; \forall k \in K$$

$$(5) \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} q_{ijk} - \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} q_{jik} = (d_j - p_j) \cdot \sum_{i \in N} X_{ijk} ; \forall j \in N ; \forall k \in K$$

$$(6) \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} \sum_{k \in K} X_{ijk} = 1 ; \forall j \in N \setminus \{0\}$$

$$(7) \sum_{i \in N} X_{ijk} = \sum_{i \in N} X_{jik} ; \forall j \in N ; \forall k \in K$$

$$(8) \sum_{j \in N} X_{0jk} \leq 1 ; \forall k \in K$$

$$(9) \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} X_{0jk} \geq 1$$

$$(10) \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} X_{j0k} \geq 1$$

$$(11) \quad Te_{jk} \geq e_j \cdot X_{ijk} - (t_{ik} + X_{ijk} \cdot R_{ij}); \forall (i, j) \in A; \forall k \in K$$

$$(12) \quad t_{jk} \leq l_j \cdot \sum_{i \in N} X_{ijk}; \forall j \in N; \forall k \in K$$

$$(13) \quad q_{ijk} \geq 0$$

$$(14) \quad t_{ik} \geq 0$$

$$(15) \quad X_{ijk} \in \{0; 1\}$$

$$(16) \quad Te_{jk} \geq 0$$

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se desarrolla el análisis de los resultados obtenidos del modelo de programación lineal entera mixta propuesto en el quinto capítulo. Primero, en el apartado de datos numéricos, se detalla el cálculo de los parámetros de costes implicados y utilizados en la función objetivo. Luego, se desarrolla información de las ventanas temporales, demanda de entrega y recogida por cada nodo. También, se describe los valores del parámetro R_{ij} en un grafo.

El segundo apartado se aprecia el grafo solución del modelo propuesto. En el tercer apartado de análisis de resultados se describe y analiza la solución del modelo propuesto. Finalmente, en el cuarto apartado se realiza comparativa cuantitativa de los resultados con el modelo propuesto y lo que se está realizando actualmente en la empresa de distribución de productos frescos y congelados.

6.1. Datos Numéricos

En cuanto a los datos de costes, se desglosa a continuación el cálculo de cada uno de ellos. En primer lugar, el coste de fijo de salida de un vehículo (C_f) se constituye de tres sumandos: coste fijo de iniciar viaje, promedio de monto de peajes, depreciación del vehículo. Para el coste fijo de inicio de viaje se tiene en cuenta tanto los costes administrativos y operativos que se incurren para ello. Luego, se asume un valor promedio de peajes y la depreciación de vehículo según vida útil estimada por método de línea recta. Este primer sumando de la función objetivo de costes se encuentra en términos de euros por trayecto. (ver **Tabla 11**)

Tabla 11. Coste fijo de salida de vehículo

| | |
|---|----------------|
| Coste Fijo de salida de vehículo | 110,28 € |
| CF Iniciar Viaje | 37,65 € |
| Coste Administrativo | 25,15 € |
| Coste Operativo | 12,50 € |
| Peajes | 15,00 € |
| Depreciación | 57,63 € |

Fuente: Elaboración propia

En segundo lugar, el coste de transporte (C) se encuentra calculado en términos de euros por

hora (€/h). Para el cálculo de este coste se encuentra el combustible, mantenimiento, salario de mano de obra directa (conductor) y el seguro del vehículo de transporte. El coste de combustible ha sido calculado teniendo en cuenta el consumo promedio cada 100km y el precio del combustible diésel. Por tanto, el consumo cada 100km se multiplica por la velocidad promedio y el precio. En este caso es de 29,40 € el resultado. Esta analogía es sucesiva para el de mantenimiento, el de salario de conductor y seguro. (ver

Tabla 12).

Tabla 12. Coste de transporte

| | | |
|----------------------------|---------|---------|
| Coste de Transporte | | 59,40 € |
| Coste Combustible | 29,40 € | |
| Coste Mantenimiento | 7,00 € | |
| Salario Conductor | 20,00 € | |
| Seguro Transporte | 3,00 € | |

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, el tercer sumando corresponde al coste de espera (C_e). Así como el coste de transporte, está calculado en términos de euro por hora (€/h). En este caso está conformado por coste de oportunidad, salario de conductor, y coste de operación. El coste de oportunidad es calculado por la cantidad de beneficio al año con esa unidad. El salario de conductor es un dato obtenido en el coste anterior. Finalmente, el coste de operación comprende costes varios de tener un vehículo encendido. (ver **Tabla 13**)

Tabla 13. Coste de espera

| | | |
|------------------------|---------|---------|
| Coste de Espera | | 74,72 € |
| Coste de Oportunidad | 34,72 € | |
| Salario Conductor | 20 € | |
| Coste de Operación | 2 € | |

Fuente: Elaboración propia

Entonces, los datos de los parámetros de costes del modelo son:

$$C_f = 110,28; C = 59,40; C_e = 74,72$$

Los datos de demanda de entrega, recogida y de ventanas de tiempo en cada nodo son conocidos. Así también, las distancias entre cada nodo del grafo. Como se mencionó anteriormente, la demanda no es estocástica, es conocida, así como lo que se recoge. No existe variabilidad significativa, por ello se puede decir que es determinista. A continuación, en la siguiente **Tabla 14** se brindan los datos mencionados gráficamente.

Tabla 14. Demanda de entrega, recogida y ventanas de tiempo por nodo

| Nodo | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|----------|-----------|--------|-------|----------|------------|----------|
| Nombre | Trujillo | Salaverry | Chilca | Piura | Chiclayo | Chorrillos | Chimbote |
| e_j | 1 | 5 | 7 | 7 | 7 | 7 | 12 |
| l_j | 16 | 12 | 14 | 16 | 18 | 17 | 18 |
| d_i | 0 | 7800 | 0 | 25000 | 18500 | 24000 | 17500 |
| p_i | 0 | 10000 | 17500 | 7500 | 6200 | 5500 | 5000 |

Fuente: Elaboración propia

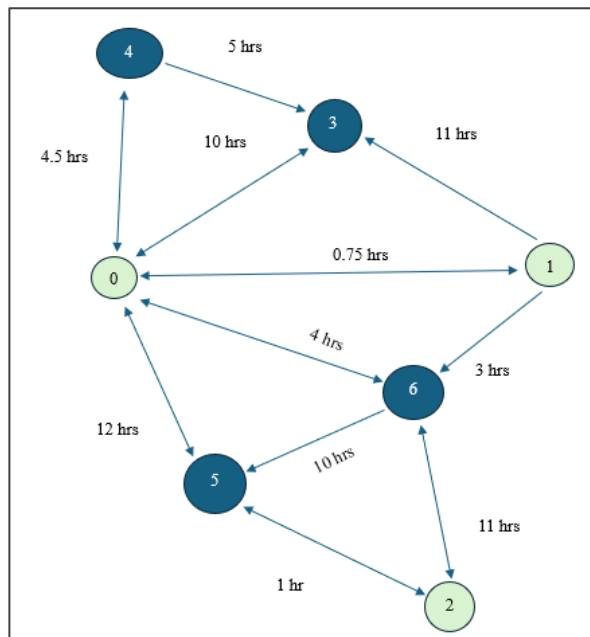


Figura 28. Grafo con distancia en horas entre nodos

Fuente: Elaboración propia

Además, para el parámetro R_{ij} de tiempo de viaje en horas de un nodo a otro es necesario de hacer un cálculo de distancia en kilómetros por la velocidad promedio del vehículo, el cual es de 70 km/h. Como resultado, en la Figura 28 se aprecia los valores que toman el parámetro en horas.

6.2. Solución de Modelo Propuesto

Mediante el software de programación Lingo v18 se realizó el modelo descrito anteriormente, el código se encuentra detallado en Anexo 1. A continuación, se presenta la solución obtenida gráficamente en la **Figura 29**.

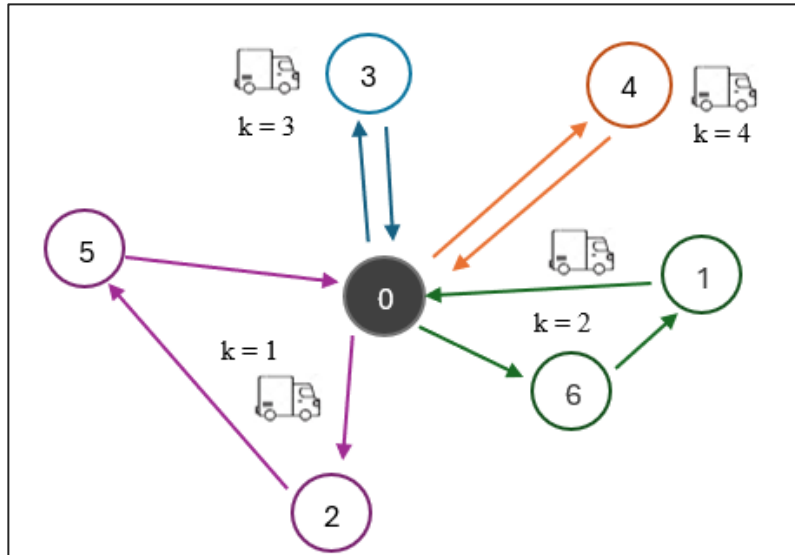


Figura 29. Grafo solución de modelo propuesto CPVR-PD-TW

Fuente: Elaboración propia

6.3. Análisis de Resultados

La solución comprende una Función Objetivo de 4830,15 € del cual tienen una participación los tres costes que son:

- Coste Fijo de salida de un vehículo: 1102,8 €
- Coste de Transporte: 3272,35 €
- Coste de Espera: 0 €

Como se puede apreciar, no existe coste de espera. Ante esto, se puede afirmar que se cumple en la distribución con la llegada de cada vehículo dentro de la ventana de tiempo de cada nodo.

Asimismo, la variable q_{ijk} cumple la restricción y asegura el balance entre la entrega y recogida al salir de *depot*. El apartado anterior en la solución, se conoce qué vehículo sale de *depot* a qué nodo y cuál es el nodo desde donde se retorna a *depot*. Tenemos cuatro mini bucles, los cuales desagregamos para verificar las cargas al salir con toda la demanda y retorno con el valor de recogida de todos los nodos que se visitan.

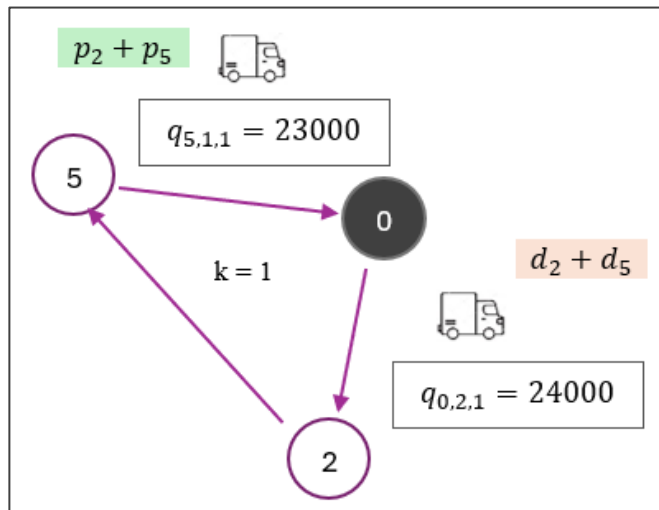


Figura 30. Grafo solución CPVR-PD-TW – 1er mini bucle

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 30** demuestra el cumplimiento de las restricciones de capacidad, balance y continuidad. En primer lugar, no se excede nunca la capacidad de 29.5TN del vehículo camión. Luego, sale con la demanda en sumatoria de los nodos. Y, recoge lo correspondiente en cada punto que es 17500kg y 5500kg lo que da el total de los 23000kg que retornan al *depot*.

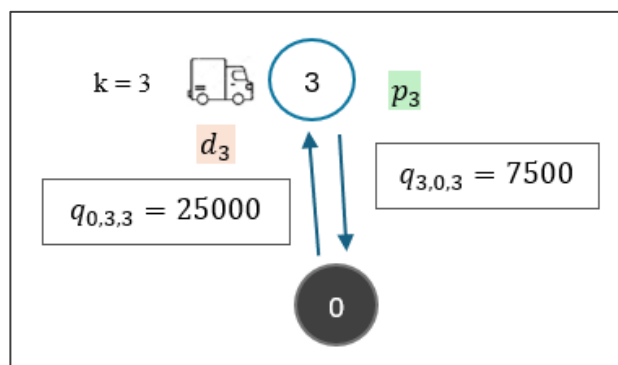


Figura 31. Grafo solución CPVR-PD-TW – 2do mini bucle

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 31**, el segundo mini bucle, solo comprende un nodo y es el *almacén Piura*. A este nodo el vehículo sale con toda la demanda a atender, la cual es 25000kg. La demanda no excede la capacidad del vehículo camión y, se afirma que no se tiene un nodo adicional en el mini bucle por ello. Asimismo, el vehículo que entra sale con lo recogido en el mismo, siendo 7500kg hacia el *depot* en su retorno.

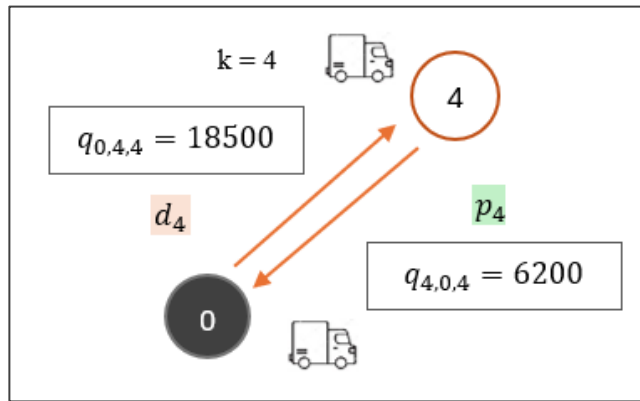


Figura 32. Grafo solución CPVR-PD-TW – 3er mini bucle
Fuente: Elaboración propia

En cuanto al tercer mini bucle (ver **Figura 32**), es escenario parecido al anterior porque solo comprende un nodo, en este caso es el *almacén Chiclayo*. Por tanto, de *depot* el camión sale con la demanda de Chiclayo que es 18500kg respetando la capacidad del vehículo. El mismo camión sale con lo recogido respetando las ventanas de tiempo y, retorna al *depot* con 6200kg.

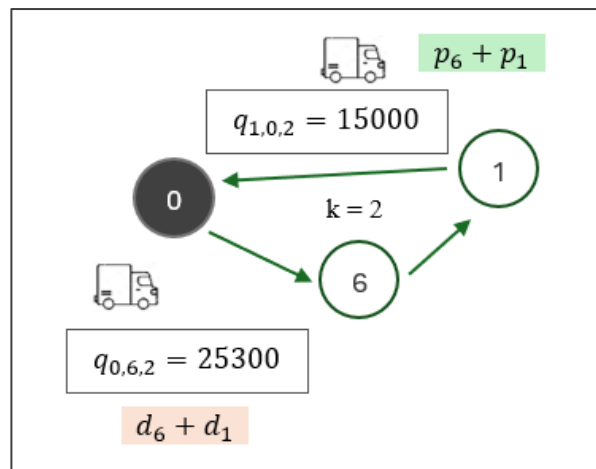


Figura 33. Grafo solución CPVR-PD-TW – 4to mini bucle
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, el último mini bucle lo conforman dos nodos. En la **Figura 33** se aprecia este escenario donde el camión sale de *depot* con las dos demandas, siendo la suma de 17500kg y 7800kg con el total de 25300kg. Asimismo, retorna con lo correspondiente en cada nodo, la suma es de 5000kg y 10000kg que es 15000kg. Se cumple con la capacidad, balance y continuidad.

Por otro lado, en cuanto a la variable binaria X_{ijk} , es activada para conocer las rutas que componen el grafo. La **Figura 30** que presenta la solución es evidencia que se emplean los cuatro vehículos disponibles

y, cuáles son los pares (i,j) en cada mini bucle.

La variable Te_{jk} que es el tiempo de espera en un nodo por un vehículo tiene el valor de cero en todos. Se afirma que se cumple la distribución y recogida dentro de las ventanas de tiempo de atención de cada uno de ellos, lo que conlleva a no tener un coste de espera en la función objetivo.

6.4. Comparación Cuantitativa

A continuación, se realiza comparación económica de costes de ruteo actual y con la solución del modelo propuesto. Primero, se calcula el coste actual semanal, considerando los mismos valores de costes del modelo CVRP-PD-TW descritos en el apartado 6.1. Luego, se analiza la diferencia monetaria por cada factor de coste.

La tomando en cuenta una programación sin rutas atípicas. Se destaca que existe coste de espera en cinco de siete rutas, siendo el 71% del 100% de cantidad de rutas. Asimismo, el coste de transporte, por la cantidad de rutas es elevado en su sumatoria. Los totales se detallan en la **Tabla 16**.

Tabla 15 recoge la estimación de costes tomando en cuenta una programación sin rutas atípicas. Se destaca que existe coste de espera en cinco de siete rutas, siendo el 71% del 100% de cantidad de rutas. Asimismo, el coste de transporte, por la cantidad de rutas es elevado en su sumatoria. Los totales se detallan en la **Tabla 16**.

Tabla 15. Coste actual ruteo

| | | Cf | 110.28 € | |
|-----------------------------|------------|------------|----------|-------------------|
| Origen | Destino | C | Ce | Σ |
| Salaverry | Trujillo | 44.55 € | 224.16 € | 268.71 € |
| Trujillo | Chiclayo | 534.60 € | 0.00 € | 534.60 € |
| Trujillo | Chorrillos | 1,782.00 € | 224.16 € | 2,006.16 € |
| Trujillo | Chimbote | 237.60 € | 0.00 € | 237.60 € |
| Trujillo | Piura | 1,069.20 € | 298.88 € | 1,368.08 € |
| Chimbote | Chilca | 653.40 € | 298.88 € | 952.28 € |
| Chilca | Salaverry | 831.60 € | 224.16 € | 1,055.76 € |
| Coste Total (Semana) | | | | 6,864.31 € |

Fuente: Elaboración propia

Para una visión general, se hace la sumatoria total por coste. Es así como, en la **Tabla 16** se tiene la comparativa por cada coste entre el ruteo actual y el modelo propuesto. Asimismo, se considera dos filas de diferencia entre ellas. La primera fila, con el símbolo delta, cuantifica por coste la diferencia del actual con el modelo y, la segunda fila el total de la diferencia en euros.

Tabla 16. Consolidado Costes (Actual vs. Modelo)

| | Cf | C | Ce |
|--------------------|------------|-------------|-------------|
| Actual | 1,323.36 € | 5,152.95 € | 1,270.24 € |
| CVRP-PD-TW | 1,102.80 € | 3,272.35 € | 0.00 € |
| Δ Por Coste | -220.56 € | -1,880.60 € | -1,270.24 € |
| Δ Total | | | -3,371.40 € |

Fuente: Elaboración propia

Se aprecia en la **Tabla 16** que en los tres costes el ruteo actual es superior a los costes de solución del modelo. Los costes con mayor diferencia son los de transporte y de espera. En total, a la semana con el ruteo actual, el coste total es de 7746,55 €.

En conclusión, el ruteo de los vehículos a semana con el modelo propuesto significa una reducción en 3371,40 €. Esto debido a que, se puede apreciar que el grafo solución obtenido del modelo propuesto a diferencia de la Figura 8 en el apartado 4 no cuenta con rutas adicionales excesivas y, se cumple con los requisitos actuales por productos.

7. CONCLUSIONES

El estudio realizado se ha estructurado en seis capítulos donde, el primer capítulo aborda desde un contexto macro resaltando la importancia del papel de la logística en la globalización hasta el contexto micro que toma en cuenta la planificación de rutas. Posteriormente, en el segundo capítulo se describe el problema objeto de estudio seguido de los objetivos que persigue esta investigación y su justificación.

El tercer capítulo recoge el estado de arte apreciándose en la Tabla 3 el resumen de estudios el orden cronológico descendente por años de los problemas abordados y la metodología aplicada en cada uno de ellos. Luego, el cuarto capítulo da a conocer la información actual de la distribución que se realiza en la empresa de distribución de productos frescos y congelados, así como el modo que se realiza el ruteo por parte de la empresa. La propuesta del modelo de programación entera lineal mixta CVRP-PD-TW se desarrolla en el capítulo quinto describiendo cada una de las restricciones y la función objetivo. Por último, en el sexto capítulo se realiza el análisis de los resultados obtenidos mediante el programa Lingo v18.

El trabajo fin de máster cumple con los objetivos planteados inicialmente en el segundo capítulo aplicándose al caso real de una empresa de distribución de productos frescos y congelados proponiendo un modelo para el problema de enrutamiento de vehículos. Es así como, en cuanto a los objetivos específicos, se da respuesta al primero de ellos porque se identificó las condiciones actuales de la distribución de la empresa, es decir, que trabaja cumpliendo con ventanas de tiempo de atención de los *almacenes principales*, los *almacenes ciudad* y el *depot*. Se identificó que la capacidad de los vehículos es homogénea y se debe respetar. Y, el área de distribución trabaja con entrega y recogida simultánea en cada nodo almacén, de modo que se saca provecho de las rutas hacia ellos.

Siguiendo con los objetivos específicos, partiendo de lo descrito en párrafo anterior, se modeló el problema *Capacited Routing Problem with Picking and Delivery and, Time Windows* (CVPFR-PD-TW) estableciendo tres factores de costes a minimizar dentro de la función objetivo. Y, las restricciones esenciales de capacidad, balance, continuidad. Por su parte, los datos de distancia son estimados considerando la velocidad promedio del vehículo y kilómetros de distancia recorrida.

Finalmente, el modelo propuesto CVRP-PD-TW es evaluado mediante pruebas con los datos de demanda de entrega y de recogida para garantizar el correcto funcionamiento de cada una de las restricciones y variables. También, se compara los resultados obtenidos con la distribución actual de la empresa en estudio,

tanto en la cantidad de rutas como económicamente. Se evidencia la reducción de rutas y, en términos monetarios, la contribución a la reducción de costes de ruteo semanal en 3371,40 €.

Por todo lo mencionado anteriormente, este modelo CVRP-PD-TW de enrutamiento de los vehículos camiones de la empresa de distribución de productos frescos y congelados, ha demostrado ser eficiente y contribuir a la optimización de rutas y reducción de costes de la distribución. Todo esto contribuiría a un desarrollo más eficiente de la actividad de negocio de la empresa de estudio.

8. REFERENCIAS

- Álvarez R., A. (2020). Clasificación de las Investigaciones. *Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas- Carrera de Negocios Internacionales*, 1 – 5.
- Ballesteros, P. y Escobar, A. (2016). Revisión del estado del arte del problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega (VRPPD). *Ingeniería y Desarrollo*, 34(2), 463 – 482.
- Bernal, J. et al. (2013). El Problema de Enrutamiento de Vehículos: Propuestas para la búsqueda de camino más corto – Aplicación al entorno Docente y Pymes. *Rect@*, 4.
- Cachimuel et al. (2022). Proceso de diseño y planificación de rutas de transporte para mejorar los tiempos de entrega. *Polo del Conocimiento*, 7(4), 13 – 30.
- Campo, B. y Mendoza, A. (2018). Propuesta de un modelo de ruteo de vehículos abierto en una institución prestadora de servicios de salud. *Entramado*, 14(2), 288-298. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4761>.
- Cataldo, C. et al. (2024). Mathematical models for the electric vehicle routing problem with time windows considering different aspects of the charging process. *Operational Research*, 24(1), 1-35. <https://doi.org/10.1007/s12351-023-00806-5>.
- Cordone, R. y Wolfer, R. (2001). A Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of Heuristics*, 7, 107 – 129.
- Daza, J. et al. (2009). Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases. *Revista EIA*, 12, 23-38.
- Escobar, L. et al. (2016). Un algoritmo híbrido para el problema de ruteo de vehículos con restricciones de carga de tridimensional. *Revista Facultad de Ingeniería*, 78, 9-20. <https://doi.org/10.17533/udea.redin.n78a02>.
- Fox, K. et al. (1980). An n-constraint formulation of the (time-dependent) traveling salesman problem. *Operations Research*, 28(4), 1018–1021.
- García, G., y Moreno, J. (2020). Diseño de un modelo de optimización para el problema de transporte en una piladora de arroz de la ciudad de Daule. *Revista Científica Aristas*, 2(1), 1-75. <https://doi.org/10.17533/udea.rib.v43n1ec1>.
- Gendreau, M. et al. (1999) Heuristics for the travelling salesman problem with pickup and delivery. *Computers & Operations Research*, 26(7), 699–714. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(98\)00085-9](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00085-9).
- Hernández, Y. (2016). *Diseño de un sistema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos en empresas de transporte de carga por carretera*. [Tesis de Maestría, Universidad Distrital Francisco José Caldas].

- Hill, A.V. y Benton, W.C. (1992). Modeling intra-city time-dependent travel speeds for vehicle scheduling problems. *Journal of the Operational Research Society*, 43(4), 343–351. [https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(97\)00265-9](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(97)00265-9).
- Ichoua, S. et al. (2003). Vehicle dispatching with time-dependent travel times. *European Journal of Operational Research*, 144(2), 379–396. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00147-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00147-9).
- Kim et al. (2015). City Vehicle Routing Problem (City VRP): A Review. *IEE Transactions on Intelligent Transportation System*, 16(4), 1654-1665. <https://doi.org/10.1109/TITS.2015.2395536>.
- Malandraki, C. (1989). *Time dependent vehicle routing problem: formulations, solution algorithms and computations experiments*. [Tesis Doctoral – University Microfilms International] – Repositorio de Tesis Proquest.
- Malandraki, C. y Robert, BD. (1996). A restricted dynamic programming heuristic algorithm for the time dependent traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, 90(1), 45–55. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00299-1](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00299-1).
- Maximiliano, F. (2017). *Planificación operativa del ruteo de vehículos y programación de cargas desde un enfoque multi-objetivo, en una red de distribución urbana de mercaderías perecederas, usando técnicas computacionales evolutiva*. [Tesis Doctoral, Universidad Nacional del Sur] – Repositorio de Universidad Nacional del Sur.
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problems with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 23(5), 377–386. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(89\)90085-X](https://doi.org/10.1016/0191-2607(89)90085-X).
- Min, H. et al. (1998). Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. *European Journal of Operational Research*, 108(1), 1–15. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00172-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00172-0).
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problems with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 23(5), 377–386. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(89\)90085-X](https://doi.org/10.1016/0191-2607(89)90085-X).
- Moles, L. (2020). *Diseño y aplicación de un Algoritmo Memético basado en Sistema de Colonias de Hormigas para la resolución del problema VRP en Servicios de Control Metrológico*. [Tesis de Maestría, Universidad de Sevilla] – Repositorio Universidad de Sevilla.
- Montane, F. y Galvão, R. (2002). Vehicle routing problems with simultaneous pick-up and delivery service. *OPSEARCH*, 38(6/1), 19 – 33.
- Montoya, J. (2003). Planeación del transporte y enrutamiento de vehículos en sistemas de producción: Panorama actual de trabajos y algunas proposiciones. *Ingeniería & Desarrollo*, 13, 85-97.

- Ochoa et al. (2015). Capacitated vehicle routing problem for PSS uses based on ubiquitous computing: An emerging markets approach. *DYNA*, 82(191), 20-26.
- Olivera, A. (2004). Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos (Reportes Técnicos). Uruguay: UR. FI - INCO.
- Oyola, J. (2019). The capacitated vehicle routing problem with soft time windows and stochastic travel times. *Revista Facultad de Ingeniería*, 28(50), 19-33. <https://doi.org/10.19053/01211129.v28.n50.2019.8782>.
- Picard, J. C., Queryranne, M. (1978). The time-dependent traveling salesman problem and its application to the tardiness problem in one-machine scheduling. *Operations Research*, 26(1), 86–110.
- Pineda, U. y Carabalí, H. (2020). Un Problema de Enrutamiento del Vehículo con Enfoque de Ventanas de Tiempo Para Mejorar el Proceso de Entregas. *Ingeniería*, 25(2), 117-143. <https://doi.org/10.14483/23448393.15271>.
- Pardo, M. (2018). *Diseño de rutas de vehículos en una empresa de transporte de hidrocarburos*. [Tesis de Grado, Universidad de Sevilla] – Repositorio de Universidad de Sevilla.
- Professionals Council of Supply Chain Management. (2015). CSCMP- Council of Supply Chain Management Professionals. (CSCMP) Obtenido de <https://cscmp.org/about-us/supply-chain-management-definitions>.
- Quintana, E., et al. (2019). Diseño de un sistema de rutas variable de transportación basado en sistemas de información geográfica. *Avances*, 21(4), 512-530. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000100035>.
- Rocha, L. et al. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16 (2), 35 - 55.
- Rodríguez, W. (2020). Modelado de un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y flota heterogénea de un servicio de mensajería. *Información Tecnológica*, 31(1), 207-214. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642020000100207>.
- Tang, F.A. y Galvão, R.D. (2002) Vehicle routing problems with simultaneous pick-up and delivery service. *Journal of the Operational Research Society of India*, 39(1), 19–33. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.07.009>.
- Tang, F.A. y Galvão, R.D. (2006). A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers & Operations Research*, 33(3), 595–619. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.07.009>.
- Tarazona, H. y Neira, J. (2022). Enruta tu ruta: Actividad lúdica para la enseñanza del Problema de Enrutamiento de Vehículos Considerando Restricciones de Capacidad – CVRP. *I+D Revista de Investigaciones*, 17(1), 108-123.

- Yu, V. et al. (2010). A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 58, 288 – 299. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.10.007>.
- Zhang, T. y Chaovalitwongse, W. (2014). Integrated Ant Colony and Tabu Search approach for time dependent vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery. *Journal of Combinatorial Optimization*, 28, 288 – 309. <https://doi.org/10.1007/s10878-014-9741-1>.

Anexo 01: Código Lingo v18

SETS:

Nodos/1..7/: d, p, a, b, u;
Vehiculos/1..4/;

Arcos(Nodos, Nodos): R;

Carga_visita(Nodos, Nodos, Vehiculos): q, X;
Ventana (Nodos,Vehiculos): t, Te;

ENDSETS

DATA:

Capac = 29500;

C = 59.4;

Cf = 110.28;

Ce = 74.72;

d = 0 7800 0 25000 18500 24000 17500;

p = 0 10000 17500 7500 6200 5500 5000;

a = 1 5 7 7 7 7 12;

b = 16 12 14 16 18 17 18;

R = 0 0.75 13 10 4.5 12 4
0.75 0 14 11 5.25 13 3
13 14 0 23 17.5 1 11
10 11 23 0 5 22 14
4.5 5.25 17.5 5 0 16.5 8.5
12 13 1 22 16.5 0 10
4 3 11 14 8.5 10 0;

ENDDATA

!Funcion Objetivo;

MIN = F1+F2+F3;

F1 = @SUM (Nodos(I):@SUM(Nodos(J):@SUM(Vehiculos(K):Cf*X(I,J,K))));

F2 = @SUM

(Nodos(I):@SUM(Nodos(J):@SUM(Vehiculos(K):C*R(I,J)*X(I,J,K))));

F3 = @SUM (Nodos(J):@SUM(Vehiculos(K): Ce*Te(J,K)));

!Restricciones;

!R1 de Capacidad 01;

```

@FOR(Vehiculos(K): @SUM (Nodos(J) | J#NE#1: q(1,J,K))= @SUM (Nodos(I):
@SUM(Nodos(J): X(I,J,K)*d(J)));

!R2 de Capacidad 02;
@FOR(Vehiculos(K): @SUM(Nodos(I): q(I, 1, K)) = @SUM (Nodos(I):
@SUM(Nodos(J): X(I,J,K)*p(I)));

!R3 de Capacidad 03;
@FOR(Nodos(I): @FOR(Nodos(J): @FOR(Vehiculos(K): q(I, J, K) >= 0)));
@FOR(Nodos(I): @FOR(Nodos(J): @FOR(Vehiculos(K): q(I, J, K) <= Capac *
X(I, J, K)));

!R04 Balance picking y delivery;
@FOR(Nodos(J): @FOR(Vehiculos(K):@SUM(Nodos(I) | I#NE#J: q(I,J,K)) -
@SUM(Nodos(I) | I#NE#J: q(J,I,K)) = (d(J) -
p(J)) * @SUM(Nodos(I):X(I,J,K)));

!R5 De continuidad;
@FOR(Nodos(J) | J#NE#1: @SUM(Nodos(I) | I#NE#J: @SUM(Vehiculos(K):
X(I,J,K)))=1);

!R6 Vehiculo que llega sale de cada almacén;
@FOR(Nodos(J): @FOR(Vehiculos(K): @SUM(Nodos(I):X(I,J,K))=
@SUM(Nodos(I):X(J,I,K)));

!R7 Salir o no de depot;
@FOR(Vehiculos(K):@SUM(Nodos(J):X(1,J,K))<=1);

!R8 de salir depot más de uno;
@SUM(Nodos(J):@SUM(Vehiculos(K): X(1,J,K)))>=1;

!R9 de retorno a depot múltiple;
@SUM(Nodos(J):@SUM(Vehiculos(K): X(J,1,K)))>=1;

!R10 de Intervalos de Tiempo;
@FOR(Arcos(I,J):@FOR(Vehiculos(K): Te(J,K) >= (a(J)*X(I,J,K)) -
(t(I,K)+X(I,J,K)*R(I,J)));

!R11 Ventana de tiempo;
@FOR(Nodos(J):@FOR(Vehiculos(K): t(J,K)<=
b(J)*@SUM(Nodos(I):X(I,J,K)));

!R12 de variables;
@FOR (Carga_visita: @BIN (X));

```

Anexo 02: Capturas de solución

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | |
|--|------|----------|
| Global optimal solution found. | | |
| Objective value: | | 4830.150 |
| Objective bound: | | 4830.150 |
| Infeasibilities: | | 0.000000 |
| Extended solver steps: | | 1080 |
| Total solver iterations: | | 27025 |
| Elapsed runtime seconds: | | 4.14 |
| | | |
| Model Class: | | MILP |
| | | |
| Total variables: | 458 | |
| Nonlinear variables: | 0 | |
| Integer variables: | 196 | |
| | | |
| Total constraints: | 810 | |
| Nonlinear constraints: | 0 | |
| | | |
| Total nonzeros: | 3050 | |
| Nonlinear nonzeros: | 0 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|--------------|--|
| Variable | Value | Reduced Cost | |
| CAPAC | 29500.00 | 0.000000 | |
| C | 59.40000 | 0.000000 | |
| CF | 110.2800 | 0.000000 | |
| CE | 74.72000 | 0.000000 | |
| F1 | 1102.800 | 0.000000 | |
| F2 | 3727.350 | 0.000000 | |
| F3 | 0.000000 | 0.000000 | |
| D(1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| D(2) | 7800.000 | 0.000000 | |
| D(3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| D(4) | 25000.00 | 0.000000 | |
| D(5) | 18500.00 | 0.000000 | |
| D(6) | 24000.00 | 0.000000 | |
| D(7) | 17500.00 | 0.000000 | |
| P(1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| P(2) | 10000.00 | 0.000000 | |
| P(3) | 17500.00 | 0.000000 | |
| P(4) | 7500.000 | 0.000000 | |
| P(5) | 6200.000 | 0.000000 | |
| P(6) | 5500.000 | 0.000000 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|-----------|----------|----------|
| U(6) | 6.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| U(7) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 2) | 0.750000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 3) | 13.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 4) | 10.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 5) | 4.500000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 6) | 12.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(1, 7) | 4.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 1) | 0.750000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 3) | 14.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 4) | 11.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 5) | 5.250000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 6) | 13.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(2, 7) | 3.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 1) | 13.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 2) | 14.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 4) | 23.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 5) | 17.500000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 6) | 1.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(3, 7) | 11.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(4, 1) | 10.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(4, 2) | 11.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(4, 3) | 23.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| R(4, 5) | 5.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Q(1, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 3, 1) | 24000.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 4, 3) | 25000.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 5, 4) | 18500.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 7, 2) | 25300.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(1, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Q(2, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 1, 2) | 15000.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(2, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Q(3, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(3, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| Q(4, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 1, 3) | 7500.000 | 0.000000 | |
| Q(4, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(4, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| Q(5, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 1, 4) | 6200.000 | 0.000000 | |
| Q(5, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | |
| Q(5, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Q(6, 1, 1) | 23000.00 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(6, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Q(6, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 1, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 1, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 1, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 1, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 2, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 2, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 2, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 2, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 3, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 3, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 3, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 3, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 4, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 4, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 4, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 4, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 5, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 5, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 5, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 5, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 6, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 6, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 6, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 6, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 7, 1) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 7, 2) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 7, 3) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Q(7, 7, 4) | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| X(1, 1, 1) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(1, 1, 2) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(1, 1, 3) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(1, 1, 4) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(1, 2, 1) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(1, 2, 2) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(1, 2, 3) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(1, 2, 4) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(1, 3, 1) | 1.000000 | 882.4800 | |
| X(1, 3, 2) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(1, 3, 3) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(1, 3, 4) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(1, 4, 1) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(1, 4, 2) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(1, 4, 3) | 1.000000 | 704.2800 | |
| X(1, 4, 4) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(1, 5, 1) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(1, 5, 2) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(1, 5, 3) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(1, 5, 4) | 1.000000 | 377.5800 | |
| X(1, 6, 1) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(1, 6, 2) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(1, 6, 3) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(1, 6, 4) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(1, 7, 1) | 0.000000 | 347.8800 | |
| X(1, 7, 2) | 1.000000 | 347.8800 | |
| X(1, 7, 3) | 0.000000 | 347.8800 | |
| X(1, 7, 4) | 0.000000 | 347.8800 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| X(2, 1, 1) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(2, 1, 2) | 1.000000 | 154.8300 | |
| X(2, 1, 3) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(2, 1, 4) | 0.000000 | 154.8300 | |
| X(2, 2, 1) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(2, 2, 2) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(2, 2, 3) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(2, 2, 4) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(2, 3, 1) | 0.000000 | 941.8800 | |
| X(2, 3, 2) | 0.000000 | 941.8800 | |
| X(2, 3, 3) | 0.000000 | 941.8800 | |
| X(2, 3, 4) | 0.000000 | 941.8800 | |
| X(2, 4, 1) | 0.000000 | 763.6800 | |
| X(2, 4, 2) | 0.000000 | 763.6800 | |
| X(2, 4, 3) | 0.000000 | 763.6800 | |
| X(2, 4, 4) | 0.000000 | 763.6800 | |
| X(2, 5, 1) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(2, 5, 2) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(2, 5, 3) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(2, 5, 4) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(2, 6, 1) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(2, 6, 2) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(2, 6, 3) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(2, 6, 4) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(2, 7, 1) | 0.000000 | 288.4800 | |
| X(2, 7, 2) | 0.000000 | 288.4800 | |
| X(2, 7, 3) | 0.000000 | 288.4800 | |
| X(2, 7, 4) | 0.000000 | 288.4800 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | |
|--|----------|----------|
| X(3, 1, 1) | 0.000000 | 882.4800 |
| X(3, 1, 2) | 0.000000 | 882.4800 |
| X(3, 1, 3) | 0.000000 | 882.4800 |
| X(3, 1, 4) | 0.000000 | 882.4800 |
| X(3, 2, 1) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(3, 2, 2) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(3, 2, 3) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(3, 2, 4) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(3, 3, 1) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(3, 3, 2) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(3, 3, 3) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(3, 3, 4) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(3, 4, 1) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(3, 4, 2) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(3, 4, 3) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(3, 4, 4) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(3, 5, 1) | 0.000000 | 1149.780 |
| X(3, 5, 2) | 0.000000 | 1149.780 |
| X(3, 5, 3) | 0.000000 | 1149.780 |
| X(3, 5, 4) | 0.000000 | 1149.780 |
| X(3, 6, 1) | 1.000000 | 169.6800 |
| X(3, 6, 2) | 0.000000 | 169.6800 |
| X(3, 6, 3) | 0.000000 | 169.6800 |
| X(3, 6, 4) | 0.000000 | 169.6800 |
| X(3, 7, 1) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(3, 7, 2) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(3, 7, 3) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(3, 7, 4) | 0.000000 | 763.6800 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | |
|--|----------|----------|
| X(4, 1, 1) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(4, 1, 2) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(4, 1, 3) | 1.000000 | 704.2800 |
| X(4, 1, 4) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(4, 2, 1) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(4, 2, 2) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(4, 2, 3) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(4, 2, 4) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(4, 3, 1) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(4, 3, 2) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(4, 3, 3) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(4, 3, 4) | 0.000000 | 1476.480 |
| X(4, 4, 1) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(4, 4, 2) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(4, 4, 3) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(4, 4, 4) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(4, 5, 1) | 0.000000 | 407.2800 |
| X(4, 5, 2) | 0.000000 | 407.2800 |
| X(4, 5, 3) | 0.000000 | 407.2800 |
| X(4, 5, 4) | 0.000000 | 407.2800 |
| X(4, 6, 1) | 0.000000 | 1417.080 |
| X(4, 6, 2) | 0.000000 | 1417.080 |
| X(4, 6, 3) | 0.000000 | 1417.080 |
| X(4, 6, 4) | 0.000000 | 1417.080 |
| X(4, 7, 1) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(4, 7, 2) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(4, 7, 3) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(4, 7, 4) | 0.000000 | 941.8800 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| X(5, 1, 1) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(5, 1, 2) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(5, 1, 3) | 0.000000 | 377.5800 | |
| X(5, 1, 4) | 1.000000 | 377.5800 | |
| X(5, 2, 1) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(5, 2, 2) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(5, 2, 3) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(5, 2, 4) | 0.000000 | 422.1300 | |
| X(5, 3, 1) | 0.000000 | 1149.780 | |
| X(5, 3, 2) | 0.000000 | 1149.780 | |
| X(5, 3, 3) | 0.000000 | 1149.780 | |
| X(5, 3, 4) | 0.000000 | 1149.780 | |
| X(5, 4, 1) | 0.000000 | 407.2800 | |
| X(5, 4, 2) | 0.000000 | 407.2800 | |
| X(5, 4, 3) | 0.000000 | 407.2800 | |
| X(5, 4, 4) | 0.000000 | 407.2800 | |
| X(5, 5, 1) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(5, 5, 2) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(5, 5, 3) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(5, 5, 4) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(5, 6, 1) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(5, 6, 2) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(5, 6, 3) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(5, 6, 4) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(5, 7, 1) | 0.000000 | 615.1800 | |
| X(5, 7, 2) | 0.000000 | 615.1800 | |
| X(5, 7, 3) | 0.000000 | 615.1800 | |
| X(5, 7, 4) | 0.000000 | 615.1800 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | | |
|--|----------|----------|--|
| X(6, 1, 1) | 1.000000 | 823.0800 | |
| X(6, 1, 2) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(6, 1, 3) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(6, 1, 4) | 0.000000 | 823.0800 | |
| X(6, 2, 1) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(6, 2, 2) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(6, 2, 3) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(6, 2, 4) | 0.000000 | 882.4800 | |
| X(6, 3, 1) | 0.000000 | 169.6800 | |
| X(6, 3, 2) | 0.000000 | 169.6800 | |
| X(6, 3, 3) | 0.000000 | 169.6800 | |
| X(6, 3, 4) | 0.000000 | 169.6800 | |
| X(6, 4, 1) | 0.000000 | 1417.080 | |
| X(6, 4, 2) | 0.000000 | 1417.080 | |
| X(6, 4, 3) | 0.000000 | 1417.080 | |
| X(6, 4, 4) | 0.000000 | 1417.080 | |
| X(6, 5, 1) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(6, 5, 2) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(6, 5, 3) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(6, 5, 4) | 0.000000 | 1090.380 | |
| X(6, 6, 1) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(6, 6, 2) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(6, 6, 3) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(6, 6, 4) | 0.000000 | 110.2800 | |
| X(6, 7, 1) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(6, 7, 2) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(6, 7, 3) | 0.000000 | 704.2800 | |
| X(6, 7, 4) | 0.000000 | 704.2800 | |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | |
|--|----------|----------|
| X(7, 1, 1) | 0.000000 | 347.8800 |
| X(7, 1, 2) | 0.000000 | 347.8800 |
| X(7, 1, 3) | 0.000000 | 347.8800 |
| X(7, 1, 4) | 0.000000 | 347.8800 |
| X(7, 2, 1) | 0.000000 | 288.4800 |
| X(7, 2, 2) | 1.000000 | 288.4800 |
| X(7, 2, 3) | 0.000000 | 288.4800 |
| X(7, 2, 4) | 0.000000 | 288.4800 |
| X(7, 3, 1) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(7, 3, 2) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(7, 3, 3) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(7, 3, 4) | 0.000000 | 763.6800 |
| X(7, 4, 1) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(7, 4, 2) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(7, 4, 3) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(7, 4, 4) | 0.000000 | 941.8800 |
| X(7, 5, 1) | 0.000000 | 615.1800 |
| X(7, 5, 2) | 0.000000 | 615.1800 |
| X(7, 5, 3) | 0.000000 | 615.1800 |
| X(7, 5, 4) | 0.000000 | 615.1800 |
| X(7, 6, 1) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(7, 6, 2) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(7, 6, 3) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(7, 6, 4) | 0.000000 | 704.2800 |
| X(7, 7, 1) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(7, 7, 2) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(7, 7, 3) | 0.000000 | 110.2800 |
| X(7, 7, 4) | 0.000000 | 110.2800 |

| Solution Report - Prueba 04_Modelo-Corregido | | |
|--|----------|----------|
| TE(1, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(1, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(1, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(1, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(2, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(2, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(2, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(2, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(3, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(3, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(3, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(3, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(4, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(4, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(4, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(4, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(5, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(5, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(5, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(5, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(6, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(6, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(6, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(6, 4) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(7, 1) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(7, 2) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(7, 3) | 0.000000 | 74.72000 |
| TE(7, 4) | 0.000000 | 74.72000 |