

2014



[MODELO DE RUTAS DE VEHÍCULOS APLICADO AL E-COMMERCE]

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA. UNIVERSIDAD DE SEVILLA

GRADO EN INGENIERÍA DE LAS TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

Autor: Javier Távora Montero

Tutor: Jesús Muñozuri Sanz

A Manuel Távora (Q.E.P.D.)

*“Manolo, Manolón.
Tú no serás del montón.”*

Índice

0.- Introducción y Objetivos	10
1.- Problemática general del sector	12
1.1.- Globalización e internacionalización.....	12
1.2.- Incremento del precio del combustible	12
1.3.- Desarrollo del comercio electrónico	13
1.3.1.- Introducción al comercio electrónico	13
1.3.2.- Nacimiento del comercio electrónico	14
1.3.3.- El comercio electrónico en la actualidad	14
1.3.4.- Problemas de rutas aplicados al comercio electrónico B2C	15
2.- TSP: Problema del Viajante de Comercio.....	17
2.1.- Historia.....	17
2.2.- Aplicaciones	20
2.2.1.- Logística.....	20
2.2.2.- Industria	21
2.3.- Descripción mediante grafos	21
2.3.1.- Grafos dirigidos y no dirigidos.....	21
2.3.2.- Propiedades de los grafos	23
2.3.3.- Descripción del TSP mediante grafos.....	23
2.4.- Variantes del TSP.....	24
3.- Modelo del TSPMD	25
3.1.- Definición del modelo	25
4.- Experimentación y Resultados del TSPMD	27
4.1.- Introducción	27
4.2.- Consideraciones del Modelo.....	27
4.3.- Problema TSPMD Tipo I	29
4.3.1.- Presentación	29
4.3.2.- Resultados.....	30
4.4.- Problema TSPMD Tipo II	31
4.4.1.- Presentación	31
4.4.2.- Resultados.....	32
4.5.- Problema TSPMD Tipo III	33
4.5.1.- Presentación	33
4.5.2.- Resultados.....	34

4.6.- Problema TSPMD Tipo IV	34
4.6.1.- Presentación	34
4.6.2.- Resultados.....	35
4.7.- Análisis del Modelo y Conclusiones	36
5.- VRP: Problema de Rutas de Vehículos.	37
5.1.- Introducción	37
5.2.- VRP a lo largo de la historia	38
5.2.1.- CVRP (1959).....	38
5.2.2.- TDVRP (1966)	38
5.2.3.- VRPPD (1967)	39
5.2.4.- MDVRP (1969).....	39
5.2.5.- SVRP (1969).....	39
5.2.6.- PVRP (1974).....	40
5.2.7.- DVRP (1976)	40
5.2.8.- VRPTW (1977)	40
5.2.9.- FSMVRP (1983).....	41
5.2.10.- VRP Generalizado (1984)	41
5.2.11.- MCVRP (1985)	42
5.2.12.- Site-dependent VRP (1986).....	42
5.2.13.- Fuzzy VRP (1995).....	42
5.2.14.- VRPLC (2003).....	42
5.2.15.- G-VRP (2006)	42
5.2.16.- MEVRP (2009)	42
6.- Modelo del VRPMD	44
6.1.- Definición del Modelo.....	44
7.- Experimentación y Resultados del VRPMD.....	46
7.1.- Introducción	46
7.2.- Consideraciones del Modelo.....	46
7.3.- Problema VRPMD Tipo I.....	47
7.3.1.- Presentación	47
7.3.2.- Resultados.....	48
7.4.- Problema VRPMD Tipo II	49
7.4.1.- Presentación	49
7.4.2.- Resultados.....	50

7.5.- Problema VRPMD Tipo III.....	51
7.5.1.- Presentación	51
7.5.2.- Resultados.....	52
7.6.- Análisis del Modelo y Conclusiones	53
8.- Conclusiones	54
Bibliografía	55
ANEXOS	57
Comentario.....	57
1.- Problema TSPMD Tipo I	58
1.1- Resolución	58
1.2- Solución LINGO.....	64
2.- Problema TSPMD Tipo II	65
2.1.- Resolución	65
2.2.- Solución LINGO.....	70
3.- Problema TSPMD Tipo III	71
3.1.- Resolución	71
3.2.- Solución LINGO.....	77
4.- Problema TSPMD Tipo IV	78
4.1.- Resolución	78
4.2- Solución LINGO.....	83
5.- Problema VRPMD Tipo I.....	84
5.1.- Resolución	84
5.2.- Solución LINGO.....	104
6.- Problema VRPMD Tipo II.....	107
6.1.- Resolución	107
6.2.- Solución LINGO.....	121

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1: Los puentes de Königsberg.....	18
Ilustración 2: Juego Icosian de Hamilton	18
Ilustración 3: Hitos en la resolución del TSP	19
Ilustración 4: Progresos en la historia del TSP	20
Ilustración 5: Grafo no dirigido	22
Ilustración 6: Grafo dirigido	22
Ilustración 7: Grafo de un TSP	23
Ilustración 8: Representación TSPMD Tipo I	29
Ilustración 9: Resultado TSPMD Tipo I	30
Ilustración 10: Representación TSPMD Tipo II	31
Ilustración 11: Resultado TSPMD Tipo II	32
Ilustración 12: Representación TSPMD Tipo III	33
Ilustración 13: Resultados TSPMD Tipo III.....	34
Ilustración 14: Representación TSPMD Tipo IV.....	35
Ilustración 15: Resultados TSPMD Tipo IV	36
Ilustración 16: Introducción al VRP	37
Ilustración 17: Evolución del VRP	43
Ilustración 18: Representación VRPMD Tipo I	48
Ilustración 19: Resultados VRPMD Tipo I	49
Ilustración 20: Representación VRPMD Tipo II	50
Ilustración 21: Resultados VRPMD Tipo II.....	51
Ilustración 22: Representación VRPMD Tipo III	52
Ilustración 23: Resultados VRPMD Tipo III	53

Índice de tablas

Tabla 1: TSPMD Tipo I	30
Tabla 2: TSPMD Tipo II	31
Tabla 3: TSPMD Tipo III	33
Tabla 4: TSPMD Tipo IV	35
Tabla 5: VRPMD Tipo I.....	48
Tabla 6: VRPMD Tipo II.....	50
Tabla 7: VRPMD Tipo III.....	52

0.- Introducción y Objetivos

El problema del viajante de comercio (conocido por sus siglas en inglés, TSP ‘Travelling Salesman Problem’) y el de rutas de vehículos (VRP ‘Vehicle Routing Problem’) son dos problemas abordados en el campo de la Investigación Operativa.

El TSP se centra en problemas en los que un repartidor tiene que visitar varios clientes y quiere saber cuál es el camino de mínima distancia que, saliendo de su lugar de trabajo, vaya a todos los destinos y vuelva.

Los problemas de ruteo de vehículos intentan resolver problemas en los que una empresa tiene que repartir un producto entre sus clientes, para ello dispone de una flota de vehículos, y desea encontrar la ruta de menor coste que, partiendo del depósito, visite cada cliente y vuelva al depósito en última instancia.

Ambos problemas están muy relacionados entre sí. De hecho, el TSP es una particularización del VRP.

Estos problemas, aparentemente sencillos, se caracterizan por su dificultad computacional. Ambos están considerados dentro de la categoría NP-hard (o NP-complejo, NP-difícil) por lo que todavía no pueden ser resueltos en tiempo polinómico por algoritmos conocidos. Su importancia no se debe tan solo a la dificultad a la hora de resolverlos, sino a la variedad de situaciones prácticas en las que pueden ser aplicados, principalmente en el ámbito de la logística, aunque también se pueden encontrar aplicaciones en industria o genética.

Este Trabajo de Fin de Grado se va a centrar en una variante del TSP: el TSPMD (Travelling Salesman Problem with Moving Destinations), es decir, aquél en el que los clientes se mueven, cambian su localización a lo largo del día. En cada uno de estos posibles emplazamientos el cliente permanecerá un intervalo de tiempo determinado que se conoce como ventana temporal. El propósito de la empresa repartidora es atender al cliente en alguna de sus múltiples localizaciones mientras se encuentre dentro de sus respectivas ventanas temporales.

El objetivo es minimizar la suma de tiempos de viaje y, en el caso del VRPMD, minimizar además la flota de vehículos requerida. Este tipo de problemas está caracterizado por las siguientes restricciones adicionales:

- Una solución es inviable si un cliente es atendido después de su hora límite (existe otra variante, el caso de ventanas de tiempo relajadas: un servicio tardío no afectaría a la viabilidad de la solución pero ésta sería penalizada aumentando el valor de la función objetivo).
- Cada ruta debe empezar y terminar dentro de la misma ventana temporal asociada a cada cliente.

El TSPMD busca, por tanto, ofrecer una mejora en el servicio al cliente, es un paso más allá que la mera entrega a domicilio, ya que el reparto se produce donde y cuando mejor le convenga al consumidor, con la problemática que ello le conlleva al empresario.

Así pues, el objetivo del presente Trabajo de Fin de Grado es el desarrollo y verificación de un modelo que permita la minimización de costes en el problema del viajante de comercio con destinos móviles, así como su versión más genérica – el problema de ruteo de vehículos con destinos móviles- aplicado al reparto de mercancías en el ámbito del e-commerce.

El proyecto incluye la presentación del modelo y su implementación en un software de optimización. El problema planteado es, lógicamente, una simplificación matemática de la situación real a considerar.

1.- Problemática general del sector

Este primer apartado tiene como objetivo comentar de forma general los problemas y dificultades que afronta el sector de la distribución y el transporte. En primer lugar cabe destacar la gran importancia de este sector en las economías desarrolladas, ya que es uno de los pilares básicos del desarrollo sostenible ante la creciente internacionalización de los mercados.

Es necesario destacar que el coste derivado del transporte de un producto normalmente tiende a incrementarse debido a una serie de circunstancias que se discuten a continuación. Surge, pues, la necesidad de abaratizar los costes de transporte a partir de una mejor distribución de las mercancías.

1.1.- Globalización e internacionalización

La globalización e internacionalización de los mercados es un fenómeno que cada vez está cobrando más importancia a la hora de competir en un sector o industria determinado. Las economías nacionales se ven afectadas por la apertura de estos mercados a nuevos competidores.

No obstante, este fenómeno tiene una doble interpretación: por un lado la situación de las empresas locales de un determinado país se topan con nuevos competidores, pero por otro, son estas mismas empresas las que se encuentran con una puerta abierta hacia el exterior que les permite acudir a mercados extranjeros.

Este fenómeno debe ser aprovechado por todos los sectores, siendo posible sólo si existe una importante red de distribución propia, o el suficiente número de empresas de transporte externas que garanticen un servicio de calidad en la distribución de los productos, justificándose así la importancia del desarrollo de redes de transporte más eficientes, algo que destaca más si tenemos en cuenta que el porcentaje de costes de distribución en los productos se ha ido incrementando en los últimos años.

1.2.- Incremento del precio del combustible.

En los últimos años se ha producido una importante escalada de precios de los carburantes: en 2004 el precio medio del gasóleo era de 0.811 euros el litro, mientras que el de la gasolina llegaba a 0.935 €/l. Estos precios se han visto incrementados hasta tal punto que a día de hoy el gasóleo se encuentra a 1.355 €/l y la gasolina a 1.465 €/l. Además, los efectos de la subida del combustible no se estancan en el sector del transporte, sino que provoca un efecto dominó, arrastrando un incremento general de precios, ya sean productos industriales o de consumo, como ya sucediese en la Crisis del Petróleo de 1973.

Las principales causas del incremento de precio de los carburantes son las siguientes:

- La dependencia de suministro de los países no productores de petróleo del oligopolio de países productores.
- El hecho de que las transacciones realizadas por empresas y países se realicen en dólares, de manera que el precio global del producto está muy afectado por el riesgo de tipo de cambio.

1.3.- Desarrollo del comercio electrónico

Este apartado es especialmente interesante en el desarrollo del presente proyecto, ya que el diseño de rutas de vehículos está enfocado al e-commerce. En primer lugar, es necesario tener en cuenta el desarrollo de las nuevas tecnologías, así como las costumbres sociales.

1.3.1.- Introducción al comercio electrónico

El comercio electrónico o e-commerce (electronic commerce en inglés), tiene como objetivo la compra y venta de productos o de servicios a través de Internet y otras redes informáticas.

Originalmente el término se aplicaba a la realización de transacciones mediante medios electrónicos, sin embargo, con el auge de Internet y la World Wide Web a mediados de los 90 comenzó a referirse a la venta de bienes y servicios a través de Internet, usando como forma de pago medios electrónicos, tales como las tarjetas de crédito.

La cantidad de comercio llevada a cabo a través de la electrónica ha crecido extraordinariamente gracias a Internet, gran variedad de comercio se realiza de esta manera, estimulando la creación y utilización de innovaciones como la transferencia de fondos electrónica, la administración de cadenas de suministro o el marketing en Internet.

La mayor parte del comercio electrónico consiste en la compra y venta de productos o servicios entre personas y empresas, cuyo problema es objeto de estudio en este Trabajo, sin embargo, un porcentaje considerable del comercio electrónico consiste en la adquisición de artículos virtuales (software y derivados en su mayoría), tales como el acceso a contenido "premium" de un sitio web.

La historia del comercio ha ido evolucionando, unas veces de forma pausada y lenta, otras a pasos agigantados. Lo que se entiende hoy en día como comercio electrónico es la última fase a la cual hemos llegado de este progresivo desarrollo.

1.3.2.- Nacimiento del comercio electrónico

Se puede confirmar que el año que nació como tal el comercio electrónico fue hacia el 1920 en los Estados Unidos dónde apareció la venta por catálogo. Este nuevo sistema de distribución fue una gran revolución en ese momento, ya que fue la primera vez que se podía comprar sin antes ver el producto. La venta por catálogo funcionaba mediante fotos ilustrativas del producto. La gran ventaja que posibilitaba este sistema comercial era que se podía vender en zonas rurales difíciles de acceder.

En 1960 se inventó en Estados Unidos una importante forma de Intercambio de Datos Electrónicos, el EDI. La historia del e-commerce comienza en este año cuando Electronic Data Interchange crea el EDI y permite a las empresas realizar transacciones electrónicas e intercambio de información comercial.

Sin embargo, no es hasta principios de 1970 cuando comienza la práctica del comercio electrónico, con novedosas aplicaciones como la transferencia de fondos monetarios. Posteriormente apareció el intercambio de datos vía electrónica, dando lugar a otros tipos de procesos comerciales. Todos estos procesos permitieron que pequeñas empresas pudieran aumentar su nivel de competitividad implementando el comercio electrónico en sus actividades diarias. Debido a esto el comercio en línea se ha expandido muy rápidamente gracias a los millones de consumidores potenciales a los que se puede llegar a través de este medio.

El año 1980 supuso una modernización del comercio por catálogo con la ayuda de la televisión, gracias a las “televentas”. La televisión proporcionó al comercio por catálogo un mayor realismo de los productos ya que podían ser exhibidos resaltando sus atributos y características más importantes. Este tipo de venta directa se hacía mediante la utilización las llamadas telefónicas y el pago se realizaba a través de las tarjetas de crédito.

1.3.3.- El comercio electrónico en la actualidad

Es un hecho cada vez más común la compra desde casa, de forma que el establecimiento tradicional lleva años encontrándose con una fuerte competencia por parte del comercio electrónico.

A pesar de que todavía existe cierto grado de desconfianza a comprar a través de Internet, parece inevitable que, tanto a nivel internacional como local, el desarrollo de las redes de distribución sea cada vez más una fuente de ventajas competitivas para la empresa.

Por ello el desarrollo efectivo y eficiente de estas redes de distribución se están convirtiendo en un factor determinante, además, hay que tener en cuenta que el coste de transporte cada vez será más elevado, por lo que pequeñas reducciones en su coste serán clave para obtener grandes reducciones en el coste final del producto.

El comercio electrónico también está provocando fuertes cambios en la manera de vender los servicios de transporte, tanto a las empresas (línea *B2B, Business to Business*), como en los servicios destinados a los clientes finales (línea *B2C, Business to Customer*). Asimismo, se trata de una exigencia por parte de las normativas de calidad cada vez más demandadas por los clientes de las empresas de transporte para tener una garantía de los servicios de las mismas.

Por otro lado, las aplicaciones de seguimiento de flotas de vehículos son hoy día una realidad en muchas empresas, ya que aportan innumerables ventajas a la planificación de las rutas de transporte, algunas de éstas son:

- Conocimiento de la situación de cada vehículo
- Planificación dinámica de las rutas
- Comunicación constante entre el vehículo y la central
- Control de parámetros del vehículo: velocidad, régimen de revoluciones, consumos medios, etc.
- Seguimiento de los envíos a través de Internet.

1.3.4.- Problemas de rutas aplicados al comercio electrónico B2C

Como se ha visto anteriormente, la llegada del comercio electrónico ha supuesto una notable mejora en el servicio al cliente, ahora bien, el hecho de que éste pueda cambiar su localización a lo largo del día durante espacios temporales no hace otra cosa que generar un problema añadido a las empresas distribuidoras.

Partiendo de la base que los requisitos del cliente deben ser satisfechos, la optimización de rutas de vehículos es clave desde el punto de vista económico de la empresa ya que, a priori, lo que se busca es ofrecer un servicio añadido sin repercutírselo al usuario, además de suponer una ventaja competitiva frente al resto de empresas del sector.

El objeto de este Trabajo de Fin de Grado es diseñar y estudiar el comportamiento de un modelo que dé solución a ese problema añadido: el hecho de que los clientes no permanezcan estáticos a la espera del repartidor. Para ello, hay que tener en cuenta la distancia –medida en unidades de tiempo- que separa el vehículo de cada una de las posibles localizaciones de cada cliente a lo largo del tiempo ya que pueden darse tres situaciones:

- Que el distribuidor llegue antes de que el cliente haya llegado a su destino: no pasa nada, el repartidor se limitaría a esperarlo, es cierto que incrementaría el tiempo de servicio del conductor pero ése no es el propósito de estudio, sino minimizar el tiempo en el que el vehículo se desplaza, traducido en ahorro de combustible y, por tanto, de dinero.
- Que el distribuidor llegue mientras la ventana temporal del cliente está activa: se produce el reparto en el momento de llegada y, acto seguido, se encamina hacia un nuevo cliente.
- Que el distribuidor no llegue a tiempo mientras la ventana temporal del cliente está activa: el repartidor debe considerar visitar a ese cliente en otra localización y, por tanto, en otra ventana temporal distinta. Si debido a la configuración del problema el distribuidor no pudiese asistir a un cliente o clientes en ninguna de sus ventanas temporales, el problema no tendría solución en el caso del TSPMD, o no tendría solución para el número de vehículos disponibles en la flota del VRPMD.

La incompatibilidad para satisfacer la demanda de algún cliente también se podría solucionar variando la dureza de las restricciones temporales:

Tal como se plantea el modelo en los siguientes capítulos, un vehículo que no pudiese llegar a tiempo a un cliente en ninguna de sus ventanas temporales implicaría un problema sin solución, sin embargo, con la implantación de ventanas de tiempo blandas o relajadas consigue resolver esos problemas a costa de ejercer penalizaciones en la función objetivo debido a la espera por parte del cliente.

2.- TSP: Problema del Viajante de Comercio.

El problema del viajante de comercio hace la siguiente pregunta:

“Dada una lista de las ciudades y las distancias entre cada par de ciudades, ¿cuál es el camino más corto que visita cada ciudad exactamente una vez y vuelve a la ciudad de origen?”

Se trata de un problema NP-hard en la optimización combinatoria, importante en la investigación de operaciones y ciencias de la computación teórica.

El problema fue formulado por primera vez en 1930 y es uno de los problemas más intensamente estudiado en la optimización. Es utilizado como un punto de referencia para muchos métodos de optimización. A pesar de que el problema es computacionalmente difícil, se conocen un gran número de métodos y heurísticas exactas, por lo que algunos casos con decenas de miles de ciudades pueden ser resueltos.

El TSP tiene varias aplicaciones, tales como la planificación, la logística y la fabricación de microchips. Ligeramente modificado, llega a aparecer como un sub-problema en otras numerosas áreas, tales como la secuenciación del ADN.

En estas aplicaciones la ciudad concepto representa, por ejemplo, los clientes, puntos de soldadura, fragmentos de ADN... Por otro lado, la distancia concepto representa las veces o el coste del viaje, o bien una medida de similitud entre los fragmentos de ADN. En muchas aplicaciones, limitaciones adicionales, tales como recursos limitados o ventanas de tiempo hacen que el problema sea considerablemente más difícil.

En la teoría de la complejidad computacional, la versión de decisión del TSP pertenece a la clase de problemas NP-completos. Por lo que es probable que el tiempo de funcionamiento para cualquier algoritmo para el TSP aumente exponencialmente con el número de ciudades.

2.1.- Historia

La teoría de grafos, así como su aplicación a problemas de rutas, surge en el siglo XVIII, cuando los habitantes de Königsberg -actual ciudad rusa de Kaliningrado- se preguntaban si existía alguna ruta que pasase una única vez por los siete puentes que atravesaban el río Pregolya y volviese al punto de origen.

Este problema fue propuesto al matemático suizo Leonhard Euler, el cual demostró que no existía ninguna en un artículo del año 1736.

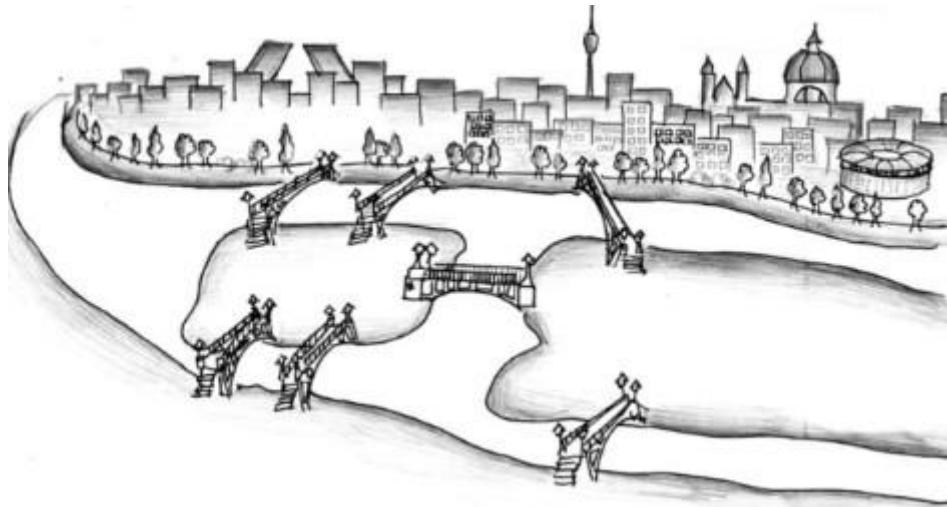


Ilustración 1: Los puentes de Königsberg

En 1832 se menciona el problema del viajante de comercio e incluye ejemplos de recorridos por Alemania y Suiza en un manual para los viajantes de comercio, pero no contiene ningún tratamiento matemático.

El TSP fue definido en 1800 por el matemático irlandés WR Hamilton y por el matemático británico Thomas Kirkman.



Ilustración 2: Juego Icosian de Hamilton

La forma general del TSP parece haber sido estudiado por primera vez por matemáticos durante la década de 1930 en Viena y la Universidad de Harvard, en particular por Karl Menger, que define el problema, considerando obvio el algoritmo Greedy, y observando la falta de optimalidad de vecinos más próximos.

Hassler Whitney de la Universidad de Princeton introdujo el nombre “Travelling Salesman problem” poco después.

Durante los años 1950 a 1960, el problema fue incrementando su popularidad entre el círculo de científicos de Europa y Estados Unidos. Una notable contribución fue la de

George Dantzig, Delbert Ray Fulkerson y Selmer M. Johnson de la Corporación RAND en Santa Mónica, quienes expresaron el problema como Programación Lineal en Enteros y desarrollaron para solucionarlo el método de Planos Cortantes. Con este nuevo método, resolvieron una instancia con 49 ciudades, óptimamente, mediante la construcción de un recorrido y probando que no había un recorrido más corto.

Tuvo un gran progreso a finales de los 70s y principios de los 80s, donde Grötschel, Padberg y Rinaldi manejaron soluciones exactas para instancias con 2392 ciudades, usando Planos Cortantes y Ramificación y Acotación.

1954	G. Dantzig, R. Fulkerson, S. Johnson	49 ciudades
1971	M. Held, R. M. Karp	57 ciudades
1971	M. Held, R. M. Karp	64 ciudades
1975	P.M. Camerini, L. Fratta, F. Maffioli	67 ciudades
1975	P. Miliotis	80 ciudades
1977	M. Grötschel	120 ciudades
1980	H. Crowder and M. W. Padberg	318 ciudades
1987	M. Padberg and G. Rinaldi	532 ciudades
1987	M. Grötschel and O. Holland	666 ciudades
1987	M. Padberg and G. Rinaldi	1002 ciudades
1987	M. Padberg and G. Rinaldi	2392 ciudades

Ilustración 3: Hitos en la resolución del TSP

En los 90s, Applegate, Bixby, Chvátal, y Cook desarrollaron el programa Concorde, que es usado en muchos de los registros de soluciones recientes. Gerhard Reinelt publicó en 1991 el TSPLIB: una colección de instancias de pruebas de dificultad variable que es usada por muchos grupos investigativos para comparar resultados.

En 2006, Cook obtuvo un recorrido óptimo para 85,900 ciudades dado para un problema de diseño de microchip. Para otras instancias con millones de ciudades, la solución puede ser encontrada garantizando que contiene un 2-3% del recorrido óptimo.

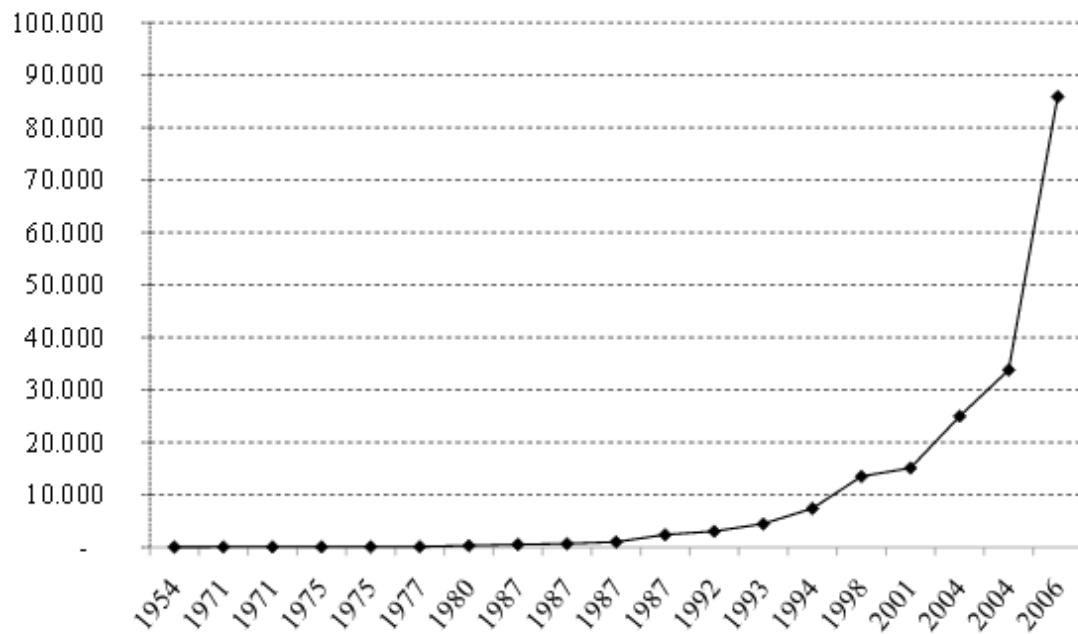


Ilustración 4: Progresos en la historia del TSP

Como se aprecia en la ilustración 4, la cantidad de nodos por problema a los que se ha logrado dar solución ha crecido exponencialmente en los últimos años.

2.2.- Aplicaciones

Durante los primeros años, la mayor parte de las mejoras en el problema del viajante estaban motivadas por sus posibles aplicaciones directas. Flood trabajó acerca de rutas de autobuses escolares, por otro lado, Morton y Land emplearon el TSP para gestionar las rutas de una empresa de lavandería en 1955.

El TSP se ha aplicado sobre una gran variedad de problemas que van desde rutas de vendedores hasta la genética. A continuación, se pasa a comentar algunas de las aplicaciones más importantes del problema del viajante:

2.2.1.- Logística

Las aplicaciones más directas del TSP están centradas en el ámbito de la logística. El flujo de personas, así como mercancías y vehículos alrededor de una serie de ciudades o clientes se adapta a la filosofía del problema del viajante. Entre las aplicaciones logísticas destacan:

- Repartidores y turistas: El primer caso es el que se va a estudiar a lo largo de este Trabajo, con respecto al uso del TSP en turistas, éstos utilizan

planificadores que determinan la ruta que mejor se adapte para visitar una serie de destinos y posteriormente volver al albergue. Estos planificadores suelen emplear algoritmos que resuelven el TSP.

- Rutas escolares.
- Visitadores médicos.

2.2.2.- Industria

En el caso de la industria, no tiene tantas aplicaciones como en el ámbito de la logística, aunque también ha significado una importante reducción de costes.

- Programación de operaciones: En este caso, el TSP puede aplicarse si hay una serie de tareas a monitorizar en el mínimo tiempo posible y el orden en que éstas se desarrollen es irrelevante.
- Producción de circuitos electrónicos: El TSP se utiliza principalmente para decidir el orden en el que perforan y sueldan las placas.

2.3.- Descripción mediante grafos

Un grafo G es un par ordenado: $G = (V, E)$ donde

- V es un conjunto de vértices o nodos
- E es un conjunto de aristas o arcos, que relacionan estos nodos.

Normalmente V suele ser finito. Muchos resultados importantes sobre grafos no son aplicables para grafos infinitos.

Se llama orden del grafo G a su número de vértices $|V|$.

El grado de un vértice o nodo $v \in V$ es igual al número de arcos que lo tienen como extremo.

2.3.1.- Grafos dirigidos y no dirigidos

Un grafo no dirigido es un grafo $G = (V, E)$ donde:

- $V \neq \emptyset$
- $E \subseteq \{x \in P(V): |x| = 2\}$ es un conjunto de pares no ordenados de elementos de V .

Un par no ordenado es un conjunto de la forma $\{a, b\}$, de manera que $\{a, b\} = \{b, a\}$. Para los grafos, estos conjuntos pertenecen al conjunto potencia de V , denotado $P(V)$, y son de cardinalidad 2.

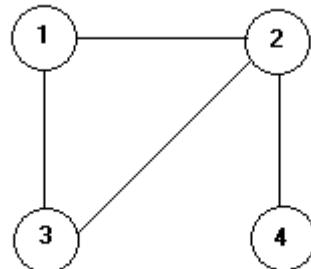


Ilustración 5: Grafo no dirigido

Un grafo dirigido un grafo $G = (V, E)$ donde:

- $V \neq \emptyset$.
- $E \subseteq \{(a, b) \in V \times V : a \neq b\}$ es un conjunto de pares ordenados de elementos de V .

Dada una arista (a, b) , a es su nodo inicial y b su nodo final.

Por definición, los grafos dirigidos no contienen bucles.

Un grafo mixto es aquel que se define con la capacidad de poder contener aristas dirigidas y no dirigidas. Tanto los grafos dirigidos como los no dirigidos son casos particulares de éste.

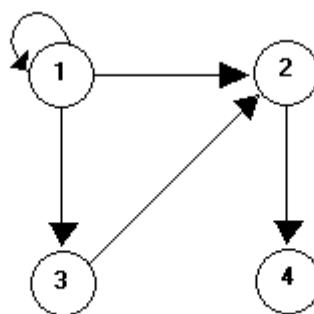


Ilustración 6: Grafo dirigido

2.3.2.- Propiedades de los grafos

- Adyacencia: dos aristas son adyacentes si tienen un vértice en común, y dos vértices son adyacentes si una arista los une.
- Incidencia: una arista es incidente a un vértice si ésta lo une a otro.
- Ponderación: corresponde a una función que a cada arista le asocia un valor (costo, peso, longitud, etc.), para aumentar la expresividad del modelo. Esto se usa mucho para problemas de optimización, como el del vendedor viajero o del camino más corto.
- Etiquetado: distinción que se hace a los vértices y/o aristas mediante una marca que los hace únicamente distinguibles del resto.

2.3.3.- Descripción del TSP mediante grafos

El TSP puede ser modelado como un grafo ponderado no dirigido (ya que, como se dijo anteriormente, el orden en que éstas se visiten no es relevante), de manera que las ciudades sean los vértices del grafo, los caminos son las aristas y las distancias de los caminos son los pesos de las aristas. Esto es un problema de minimización que comienza y termina en un mismo vértice mientras se visita el resto exactamente una vez.

Si no existe camino entre un par de ciudades, se añade arbitrariamente una arista larga para completar el grafo sin afectar el recorrido óptimo.

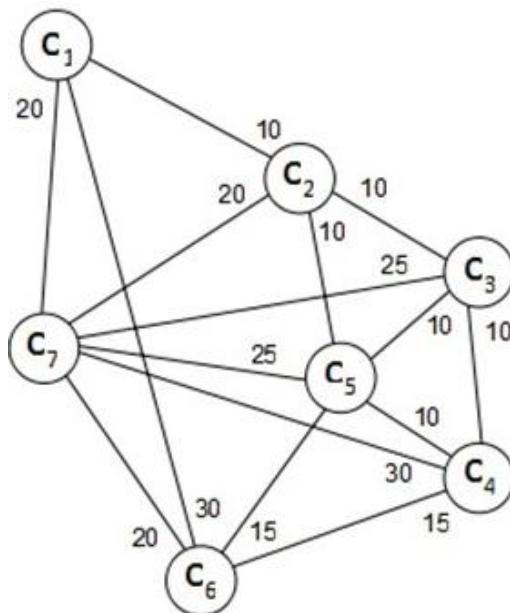


Ilustración 7: Grafo de un TSP

2.4.- Variantes del TSP

A continuación, se presenta una serie de problemas con diversas modificaciones respecto al TSP original:

- **m-TSP** (Multiple Travelling Salesman Problem): consta de $m > 1$ vendedores para $n > m$ localizaciones, las cuales deben ser visitadas una sola vez, minimizando el recorrido y, por tanto, el coste.
- **GTSP** (Generalized Travelling Salesman Problem): variante del TSP en el que existen clusters o grupos predefinidos y el viajante debe visitar al menos un nodo de cada cluster. Una versión diferente del problema, denominada E-GTSP, surge cuando es visitado exactamente un nodo de cada cluster.
- **PTSP** (Probabilistic Travelling Salesman Problem): en este caso, solo un subconjunto de clientes potenciales debe ser visitado, siendo el número de clientes a visitar una variable aleatoria.
- **TSPPD** (Travelling Salesman Problem with Pick-up and Delivery): consiste en determinar el recorrido de longitud mínima que se requiere para que un solo vehículo con capacidad de carga limitada recoja la mercancía de sus clientes en un determinado sitio de origen y la deposite posteriormente en otro destino.
- **TSPPDL** (Travelling Salesman Problem with Pick-up and Delivery with LIFO loading): agrega restricciones de precedencia que incorporan la política LIFO (Last In – First Out: “las últimas en entrar son las primeras en salir”) al cargar y extraer la mercancía.
- **DTSP** (Dubins Travelling Salesman Problem): presenta una aproximación del TSP a la robótica, caracterizando la planificación de rutas de un vehículo tipo Dubins. El DTSP es similar al TSP, ya que el vehículo debe visitar una serie de nodos y regresar al nodo inicial, pero deben considerarse restricciones asociadas a las trayectorias de curvatura que sigue el vehículo
- **TSPMD** (Travelling Salesman Problem with Moving Destinations): variante en el cual deben considerarse restricciones de tiempo a la hora de realizar las visitas a los clientes, considerando que cada uno debe ser visitado en un tiempo determinado, no permitiéndose llegar una vez haya finalizado la ventana temporal, esto es, una vez se haya ido el cliente.

En el caso de que el viajante llegue antes de que comience la ventana temporal del cliente, deberá esperar que se cumpla el tiempo establecido hasta que el cliente llegue. Ésta será la variante del TSP objeto de estudio en el presente Trabajo de Fin de Grado.

3.- Modelo del TSPMD

En este apartado se pasa a desarrollar la formulación y modelización del TSPMD, como se ha comentado anteriormente, el objetivo de este problema es diseñar una ruta que, partiendo y terminando en un mismo nodo, considerado depósito, y atendiendo a las necesidades temporales que tiene cada cliente, pase una única vez por el resto de nodos de forma que minimice la distancia total recorrida.

3.1.- Definición del modelo

En primer lugar, se definen las variables dicotómicas $x_{v_i v_j}$, que toman el valor 1 si el vehículo viaja desde el cliente i (saliendo desde su localización durante la ventana temporal v_i para ese cliente) al cliente j (llegando a su localización durante la ventana temporal v_j para ese cliente), en cualquier otro caso toma el valor 0.

Asimismo, se definen las variables t_j , que corresponden con el tiempo de llegada al cliente j .

Por otro lado, los datos empleados para formular el modelo comprenden $d_{v_i v_j}$, que es la distancia entre la localización del cliente i durante la ventana temporal v_i a la localización del cliente j durante la ventana temporal v_j . Así como e_{v_j} y l_{v_j} que son el tiempo más temprano y más tardío, respectivamente de la ventana temporal del cliente de destino v_j , por último, A es una constante suficientemente grande.

El problema se modela de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar: } \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall J \quad [1]$$

$$\sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall I \quad [2]$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} = \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_j v_i} \quad \forall J, v_j \quad [3]$$

$$t_i + d_{v_i v_j} x_{v_i v_j} \leq t_j + A(1 - x_{v_i v_j}) \quad \forall I, v_i, J, v_j \quad [4]$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \quad \forall J, v_j \quad [5]$$

$$x_{v_i v_j} \in \{0,1\}; t_j \geq 0$$

El conjunto de restricciones [1] y [2] garantizan que el vehículo llega y se va desde cada uno de los clientes, independientemente de sus respectivas localizaciones en las diferentes ventanas temporales.

El conjunto de restricciones [3] son restricciones de flujo, establecen que el vehículo debe llegar y salir en cada nodo durante la misma ventana temporal.

El conjunto de restricciones [4] fuerzan a que el tiempo de llegada al cliente j , visitado después que el cliente i , no puede ser más tarde que el tiempo de llegada al cliente i .

El conjunto de restricciones [5] establecen los límites del tiempo de llegada a cada cliente dependiendo de sus respectivas ventanas temporales.

Finalmente, la función objetivo minimiza la distancia total del recorrido, el tiempo transcurrido entre la salida y llegada al depósito podrían ser también utilizadas.

4.- Experimentación y Resultados del TSPMD

4.1.- Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en la fase de experimentación a través del modelo expuesto con anterioridad. Para ello, se ha servido de un problema tipo de TSPMD de extensión muy pequeña previamente definido.

4.2.- Consideraciones del Modelo

Una vez desarrollado el modelo completo, es necesario ajustarlo para que pueda ser resuelto por algún software de optimización, entendiéndose por ‘ajustarlo’ el hecho de eliminar aquellas variables dicotómicas de decisión que cumplen lo siguiente:

- El hecho de que el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía, esto es: e_{vj} es posterior a l_{vi}
- El hecho de que, debido a la longitud del trayecto, el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la suma de la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía más la el tiempo transcurrido entre que el vehículo llega de v_i a v_j , es decir: $(e_{vj} + d_{v_iv_j})$ es posterior a l_{vi} .

Estas variables son las representadas en los distintos Anexos en color verde y tachadas, siendo por tanto el modelo a introducir en el software de optimización aquél que está en color azul, en el apartado de Anexos se explicará convenientemente.

Por otro lado, en caso de que el vehículo llegue al cliente j antes de que haya comenzado su ventana temporal e_{vj} , éste deberá esperar a que acuda el cliente respectivo.

En cuanto a la experimentación del problema, de cara a facilitar el desarrollo del mismo, las distancias que suponen el desplazamiento entre distintos clientes y ventanas temporales han sido medidas directamente en tiempos, asimismo, ha sido necesario definir una ventana temporal lo suficientemente grande para el depósito, mucho mayor que las del resto de clientes.

Otra consideración a tener en cuenta en cuanto al depósito, es que se ha tenido que definir un depósito de llegada y otro de salida, si bien son ‘el mismo’, ya que están

situados geográficamente en el mismo sitio, ha sido necesaria definir esta dualidad para que el software de optimización compilase adecuadamente.

A efectos prácticos, pues, el depósito es un cliente más con dos ventanas temporales – la de partida y la de llegada- y cuya localización no varía, esta consideración es importante a la hora de analizar el número de variables que hay en el modelo.

Por último, un hecho remarcable a la hora de entender el funcionamiento del modelo es saber qué se entiende exactamente por minimizar la función objetivo, ya que hay distintos problemas de minimización:

- Minimización de distancias

El propósito de este problema es buscar la ruta más corta geográficamente, medida en unidades de espacio.

- Minimización de tiempos

Este problema tiene como objeto la localización de la ruta más corta, esta vez medida en unidades de tiempo.

- Minimización del tiempo más tardío

En esta ocasión, el modelo intenta que el tiempo del vehículo que parte desde el último cliente de vuelta al depósito sea lo menor posible.

Obviamente, las soluciones que ofrecen cada uno de ellos difieren, aunque las dos primeras sean parecidas, en ocasiones la ruta más corta no es la que menos tiempo conlleva, ya que hay factores como las restricciones de velocidad, estado de la calzada, tráfico, el consumo de combustible según la velocidad, etc. que juegan un papel importante en un entorno no ideal.

En este Trabajo de Fin de Grado se estudia la minimización de tiempos, sin importar cuán tardío sea el último de ellos. Así, mientras una ventana temporal no está activa el vehículo está parado, sin gastar combustible (que, como se expuso en el primer apartado, es uno de los principales causantes de la problemática en el sector del transporte en la actualidad), este hecho no sucede en el caso de la minimización del tiempo más tardío, incrementándose el consumo de gasoil y, por tanto, produciendo una solución peor a efectos económicos.

4.3.- Problema TSPMD Tipo I

4.3.1.- Presentación

Tanto en este sub-apartado como en los sucesivos de experimentación se procederá de la siguiente forma:

En primer lugar se presentará el problema a estudiar mediante una figura representativa del binomio depósito-clientes. Asimismo, se presentará las restricciones temporales de cada uno de ellos. Como comentario, hay que destacar una simplificación a la hora de calcular las distancias medidas en tiempo, y es que se ha considerado que la distancia de ir del cliente i durante la ventana temporal v_i al cliente j durante la ventana temporal v_j es la misma, esto es, la matriz de tiempos empleada es simétrica.

Los problemas a estudiar están compuestos por tres clientes con dos ventanas temporales cada uno (el número de ventanas temporales de cada cliente podría haber sido distinto) más el depósito, representado en la esquina inferior izquierda por un cuadrado en color rojo como se muestra en la figura a continuación.

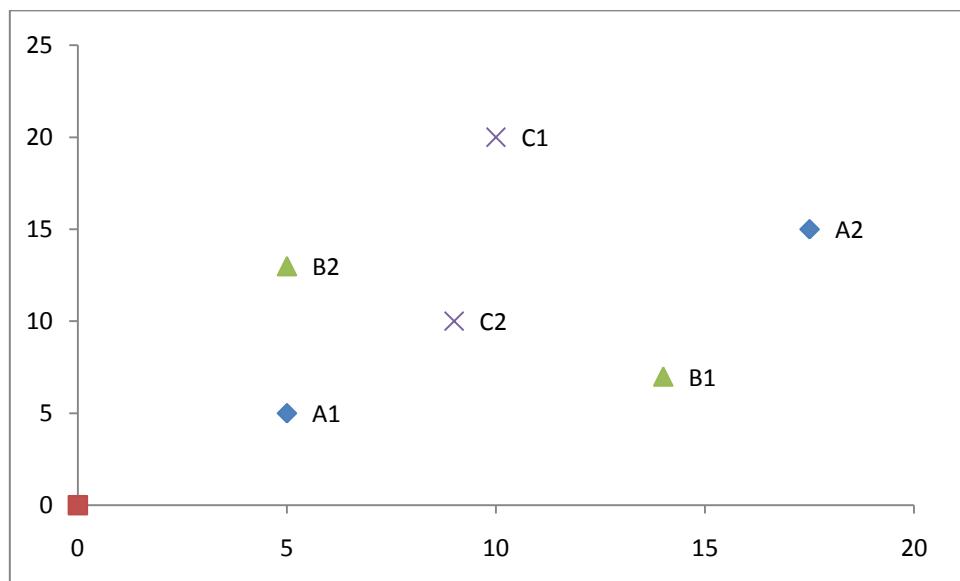


Ilustración 8: Representación TSPMD Tipo I

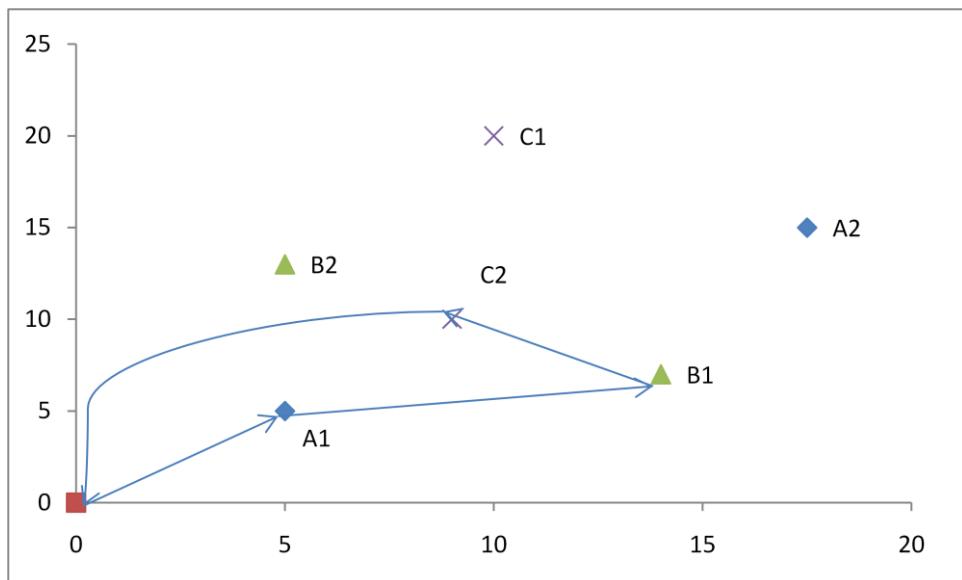
Las restricciones temporales de cada cliente vienen representadas en la siguiente tabla. Como se ha comentado con anterioridad, el depósito también lleva asignada una restricción temporal (aunque no se mueva), no obstante, esta restricción no se ha representado en la tabla ya que no tiene sentido práctico.

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	8
A2	25	30
B1	0	20
B2	25	35
C1	0	20
C2	25	40

Tabla 1: TSPMD Tipo I

4.3.2.- Resultados

A la hora de probar el modelo, el software de optimización que se ha empleado ha sido el LINGO, versión 10.0, la hoja de resultados detallados, así como la activación de las variables de decisión están disponibles en los distintos Anexos.



En esta ocasión, el vehículo parte desde el depósito hacia el cliente A durante su primera ventana temporal, de ahí se dirige a la primera ventana temporal del cliente B, posteriormente sale en dirección a la segunda ventana temporal del cliente C y, finalmente, de vuelta al depósito.

El valor de la función objetivo del recorrido es 35.6 unidades de tiempo.

4.4.- Problema TSPMD Tipo II

4.4.1.- Presentación

En este problema, se va a comprobar cómo reacciona el modelo frente a cambios en las restricciones en las ventanas temporales, para ello, se aplica el modelo a un problema donde los clientes tienen la misma situación geográfica que el problema anterior, pero han modificado las ventanas temporales en las que están activos, como se muestra en la figura y tabla siguientes.

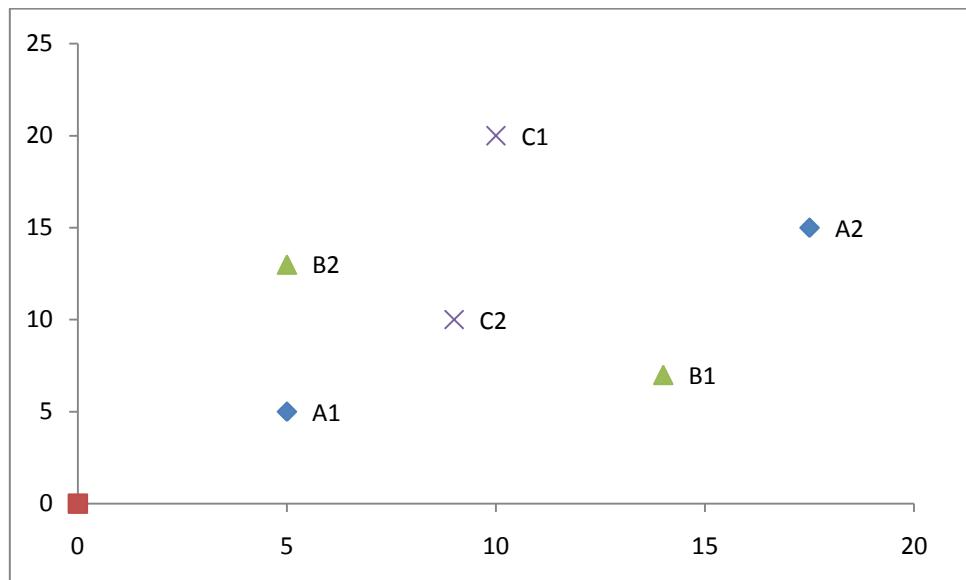


Ilustración 10: Representación TSPMD Tipo II

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	5
A2	20	30
B1	0	10
B2	35	45
C1	0	5
C2	25	40

Tabla 2: TSPMD Tipo II

4.4.2.- Resultados

Como se comprueba, el resultado ha cambiado notablemente con respecto al del problema anterior, se concluye que el modelo responde de forma adecuada a las restricciones de las ventanas temporales.

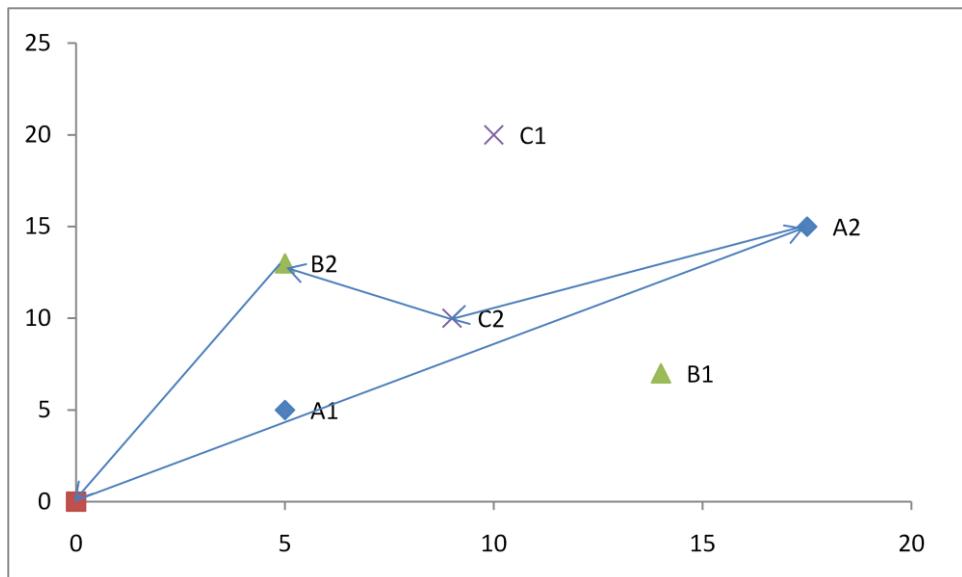


Ilustración 11: Resultado TSPMD Tipo II

En esta ocasión, el vehículo parte del depósito encaminándose hacia la segunda ventana temporal del cliente A que, aunque está lejos, es la única a la que puede acceder de este cliente dadas las restricciones de tiempo (si quisiese haber ido a la primera ventana temporal, el cliente A ya se hubiese ido para cuando el vehículo hubiese llegado, por lo que el modelo se comporta adecuadamente), de ahí, parte hacia la segunda ventana temporal del cliente C, posteriormente se dirige al cliente B, nuevamente en su segunda ventana temporal y, desde ahí, vuelve al depósito.

La función objetivo de este problema se ha visto incrementada con respecto al anterior, como es obvio, y ha resultado de 51.9 unidades de tiempo.

4.5.- Problema TSPMD Tipo III

4.5.1.- Presentación

Anteriormente se ha pretendido demostrar la efectividad del modelo en cuanto a cambios en las restricciones temporales se refiere, con el problema TSPMD Tipo III se quiere comprobar cómo actúa frente a cambios en la localización de los distintos clientes sin modificar las ventanas temporales de éstos. Para ello, se ha considerado el siguiente escenario.

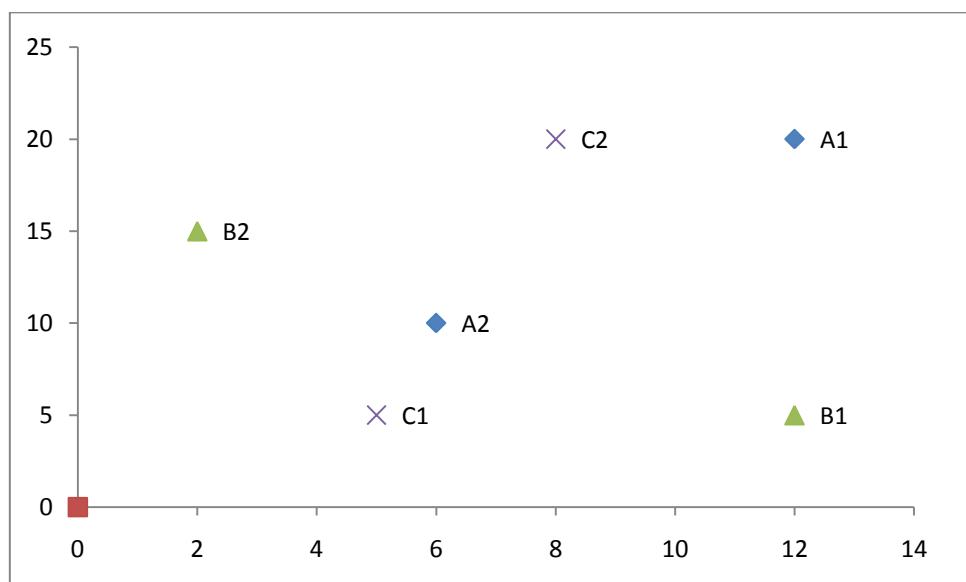


Ilustración 12: Representación TSPMD Tipo III

Cliente	ventana temporal	
	Earliest	latest
A1	0	10
A2	25	30
B1	0	5
B2	25	35
C1	0	15
C2	25	40

Tabla 3: TSPMD Tipo III

4.5.2.- Resultados

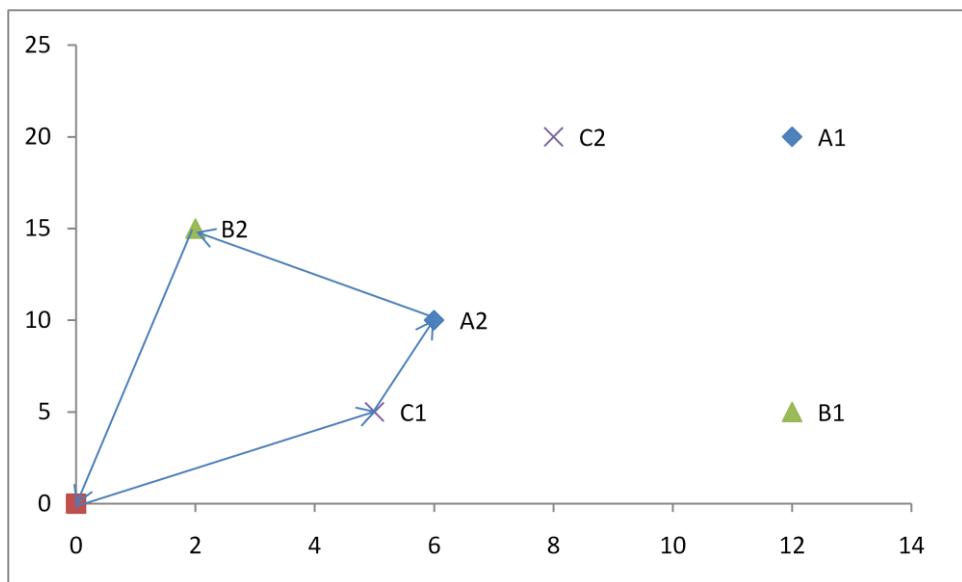


Ilustración 13: Resultados TSPMD Tipo III

En efecto, se comprueba que al haber modificado el escenario, también lo hace el recorrido del vehículo por los distintos clientes, así como el valor de la función objetivo.

En el problema Tipo III, el vehículo parte del depósito encaminándose hacia la primera ventana temporal del cliente C, de ahí se dirige en dirección a la segunda ventana temporal del cliente A, esperándolo hasta que llegue. Una vez ha satisfecho la demanda de A, sale hacia la segunda ventana temporal del cliente B y, finalmente, vuelve al depósito.

4.6.- Problema TSPMD Tipo IV

4.6.1.- Presentación

En este problema se pretende comprobar cómo actúa el modelo frente a un problema incompatible, partiendo de unos clientes situados igual que en el problema anterior pero cuyas ventanas temporales han sido modificadas hasta el punto en que el problema no tiene solución.

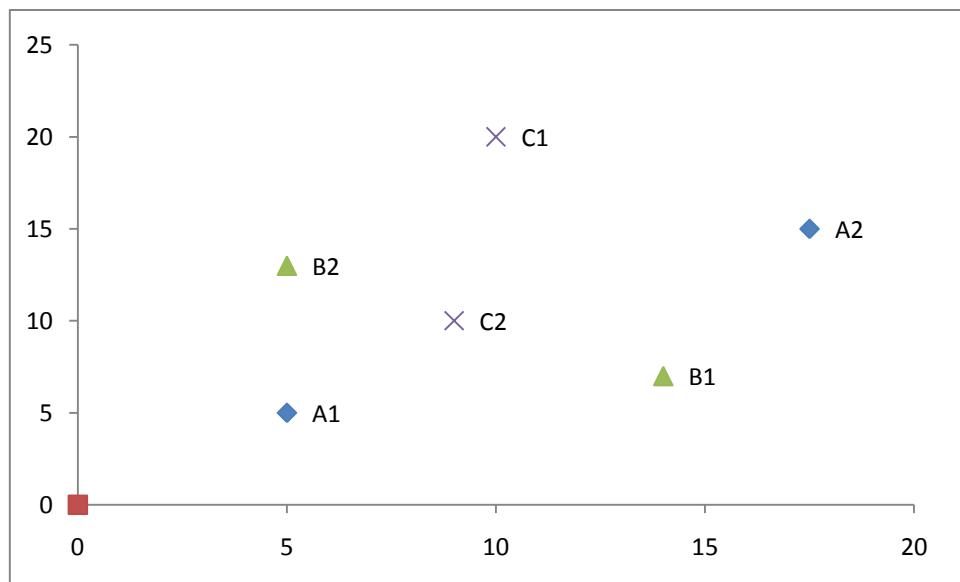


Ilustración 14: Representación TSPMD Tipo IV

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	5
A2	5	10
B1	0	10
B2	35	45
C1	0	5
C2	25	40

Tabla 4: TSPMD Tipo IV

4.6.2.- Resultados

Como era de esperar, el software de optimización no encuentra una solución factible, saltando el siguiente mensaje de error:

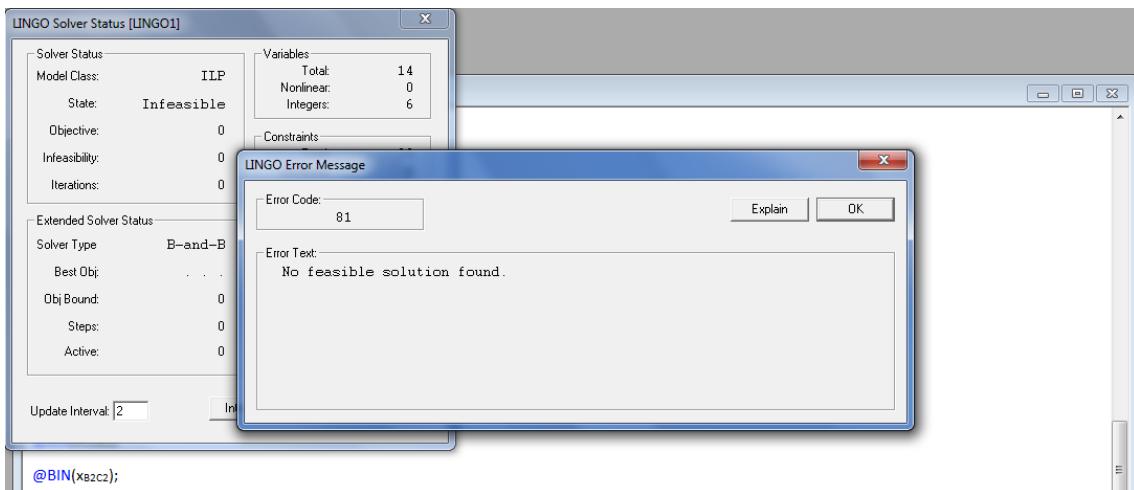


Ilustración 15: Resultados TSPMD Tipo IV

Se concluye, pues, que el modelo responde de forma adecuada también en aquellos casos en los que el problema no tiene solución.

4.7.- Análisis del Modelo y Conclusiones

Una vez presentados los distintos escenarios para el problema, así como sus soluciones (el desarrollo de las mismas se encuentra en el apartado Anexos, al final del presente documento), ha quedado demostrado que el modelo responde adecuadamente a los posibles cambios que pueda hacérsele, tanto aquéllos que afecten a la localización de clientes, como a las restricciones de tiempo, o bien, probando que el problema no tiene solución en un caso dado.

Una mejora a efectos prácticos consistiría en desarrollar un programa que dejase el modelo preparado, esto es, que eliminase aquellas variables que no cumpliesen las consideraciones al modelo comentadas en el apartado 4.1, debido a que eliminar variables de cara a su compilación en el software de optimización ya de por sí resulta tedioso en un problema pequeño.

Finalmente, se procede a realizar un análisis del modelo consistente en determinar el número de variables y restricciones para cada tipo de problema. Para ello, es importante remarcar que en el modelo propuesto, el depósito es considerado como un cliente más. Así, el número total de variables en el modelo es igual al cuadrado del número total de ventanas temporales definidas para los distintos clientes, más el número de clientes. Por otro lado, el número total de restricciones es igual al doble del número de clientes, más el número de ventanas temporales, más el cuadrado del número de ventanas temporales. Por ejemplo, un TSPMD con depósito más cinco clientes, con dos ventanas temporales cada uno, tendría $144 + 6 = 150$ variables y $12 + 12 + 144 = 168$ restricciones.

5.- VRP: Problema de Rutas de Vehículos.

5.1.- Introducción

En este apartado se pasará a introducir los principales fundamentos del problema de planificación de rutas de vehículos, cómo ha ido evolucionando a lo largo de la historia, según las necesidades del momento. Posteriormente se realizará una presentación del modelo, así como de los resultados obtenidos en los diferentes problemas propuestos.

Para ello, se parte de la situación más sencilla descrita con anterioridad. El VRP se trata de una generalización del problema del viajante de comercio, en el que una flota de vehículos ha de servir un número determinado de nodos en un tiempo determinado. Para ello la empresa dispone de un depósito en el que están los vehículos preparados para servir los diferentes nodos.

Cada vehículo ha de realizar una ruta, según la secuencia de nodos que ha de visitar. Estas rutas deben significar la menor distancia total recorrida.

Además, aunque no sea objeto de estudio de este Trabajo de Fin de Grado, existen restricciones de todo tipo, siendo las más comunes aquéllas referidas a las capacidades de cada vehículo y las distancias máximas recorridas en cada ruta.

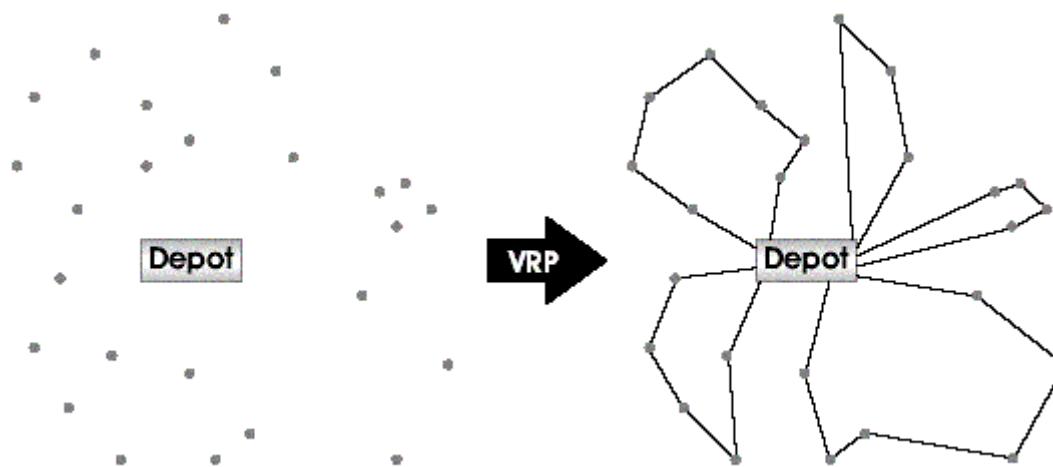


Ilustración 16: Introducción al VRP

Los problemas de rutas de vehículos no se limitan simplemente a resolver situaciones de reparto y recogida de bienes y servicios, donde resulta increíblemente útil. Además, existe una gran cantidad de situaciones reales relacionadas con el ámbito del transporte y logística, por ejemplo: rutas escolares, limpieza de calles, sistemas de recogida de basuras, etc.

Generalmente, el proceso de transporte de bienes y servicios supone una parte determinante del coste final del producto. Cada vez es más difícil establecer una diferenciación en el mercado a través únicamente del producto ofertado. Por tanto, es en el ámbito de la gestión logística donde las empresas pueden conseguir ventajas competitivas.

La importancia de los costes logísticos dentro del funcionamiento general de la empresa, que hace que éste sea un ámbito en el que las mejoras pueden dar lugar a importantes reducciones de costes, con el consiguiente aumento de la competitividad de la empresa.

El VRP está situado dentro de los problemas NP-hard, por lo que si el tamaño del problema es muy grande, es conveniente hallar soluciones aproximadas que, si bien no son exactas, son lo suficientemente parecidas al óptimo del problema y puede ser obtenido en un tiempo considerablemente menor.

5.2.- VRP a lo largo de la historia

5.2.1.- CVRP (1959)

El problema de rutas de vehículos con restricciones de capacidad fue introducido por primera vez gracias a Dantzig y Ramster en 1959, describen un problema del mundo real en relación al envío de camiones de reparto de gasolina entre terminales y un gran número de estaciones de servicio.

A medida que el número de estaciones de servicio se hace más grande, las opciones de rutas aumentan drásticamente, por lo que la búsqueda de la mejor ruta para producir una solución óptima suponía gran esfuerzo. Por ello, propusieron un algoritmo enfoque basado en la programación entera para obtener una aproximación de la solución óptima. En su problema, la capacidad de cada camión se considera de manera explícita.

5.2.2.- TDVRP (1966)

El VRP tradicional asume distancias euclidianas como una constante. Sin embargo, esto contradice las condiciones reales en que los vehículos están moviéndose en una red de carreteras real. Por tanto, la estimación de costes es poco convincente porque la variabilidad de los costos en relación con el tiempo es descuidado en gran parte (Polimeni y Vitetta, 2013).

La característica distintiva del VRP dependiente del tiempo (TDVRP) es que el tiempo de viaje entre cualquier par de puntos (clientes y depósito) depende de la distancia entre los puntos o en de hora del día (por ejemplo, las condiciones meteorológicas).

La característica de que la duración del viaje fluctúe permite al VRP para dar cuenta de las condiciones reales, tales como la congestión del tráfico urbano, donde la velocidad de desplazamiento no es constante.

5.2.3.- VRPPD (1967)

El problema de rutas de vehículos con restricciones de recogida y entrega se remonta a un problema examinado por Wilson y Weissberg (1967). Dentro de este tipo de problema, hay una serie de variantes de estructura muy similar, pero con ligeras diferencias difíciles de distinguir y, por lo tanto, a menudo causan confusión. De hecho, todas estas clases debe ser considerado como subcategorías del VRPDP.

5.2.4.- MDVRP (1969)

El VRP multi-depósito (MDVRP) se estudió en primer lugar por Tillman (1969), el problema contiene más de un depósito y cada cliente es visitado por un vehículo que se asigna a uno de estos depósitos (es decir, todos los vehículos deben comenzar y terminar en el mismo depósito).

El MDVRP se origina a partir de una variedad de problemas de distribución física, tales como la entrega de comidas, productos químicos, refrescos, máquinas, alimentos envasados, etc.

5.2.5.- SVRP (1969)

El VRP estocástico (SVRP) surge cuando algunos elementos como la demanda del cliente, los tiempos de viaje, e incluso los mismos clientes son aleatorios (Gendreau, Laporte, y Séguin, 1996). La principal herramienta empleada para representar la incertidumbre en este contexto es la Teoría de la Probabilidad. Gendreau et al. (1996) clasificaron el SVRP en diferentes variantes:

- VRP con demanda estocástica
- VRP con clientes estocásticos
- VRP con clientes y demanda estocásticos
- VRP con tiempo de viaje estocástico
- VRP con demanda y tiempo de viaje estocástico
- VRP con tiempos de servicio y de viaje estocásticos

5.2.6.- PVRP (1974)

Beltrami y Bodin (1974) desarrollaron algoritmos para la resolución de problemas de rutas para la recogida de residuos urbanos con restricciones de tiempo, en el que los clientes requieren un número diferente de visitas en una semana.

El VRP clásico se amplía para también asignar visitas en ciertos días de la semana. El objetivo es encontrar una posible solución de tal manera que el coste total de los itinerarios por el horizonte temporal sea el mínimo posible.

Este problema se conoce como VRP Periódico (PVRP). La importancia de estudiar PVRP está motivada por muchas aplicaciones del mundo real, tales como recogida de residuos, distribución de gas industrial, industria de alimentación...

5.2.7.- DVRP (1976)

El VRP tradicional tiene un entorno operativo determinista, donde toda la información permanece estática. Sin embargo, las circunstancias en el mundo real no siempre son deterministas y estáticas, como la ruptura de vehículos, el control de tráfico y continua llegada de solicitudes de clientes.

Como reflejo de esta incertidumbre surge el VRP dinámico (DVRP), que se caracteriza por la continua la manera en que la información cambia a través del tiempo. En el DVRP típico las peticiones de los clientes se producen durante el período de planificación (solicitudes en línea) y los vehículos deben ser asignados en tiempo real.

Está motivado por una variedad de aplicaciones de la vida real, tales como la gestión dinámica de la flota, sistemas de distribución gestionado por el proveedor , servicio de mensajería y centro de servicio o el servicio de rescate , servicio de emergencia, como así como servicio de taxi.

5.2.8.- VRPTW (1977)

Los enfoques heurísticos para VRP no consideraban el tiempo de servicio o las fechas de vencimiento como restricciones del modelo hasta Russell (1977). En general, hay dos tipos de ventanas de tiempo que se estudian ampliamente en la literatura:

- Ventanas temporales duras: un vehículo debe llegar y estar listo para servir al cliente antes o justo antes del intervalo de tiempo especificado. No se permite la llegada tardía. Si el vehículo llega antes que la ventana de tiempo, que tiene que esperar.

- Ventana de tiempo blanda: donde la violación de la restricción de la ventana de tiempo es aceptable por el precio de una penalización (Kallehauge, 2008).

El primero de los casos parece describir de forma natural la situación del mundo real, pero hacer más flexible esta restricción estricta podría dar lugar a una mejor solución con respecto a la distancia total o para el número total de vehículos.

En particular, las ventanas de tiempo semi-blandas (Qureshi, Taniguchi, y Yamada, 2010), son una variante de las ventanas de tiempo blandas: se refiere a la situación donde se permite la llegada temprana sin coste, mientras que la llegada tardía incurre en un costo de penalización.

Figliozi (2009) refleja cómo las limitaciones de tiempo de la ventana y los niveles de demanda de los clientes influyen en la distancia media del VRP, que es un indicador importante asociado con las decisiones en el diseño de red, ubicación de las instalaciones y el tamaño de la flota, en especial para la entrega de los productos sensibles de alto valor.

5.2.9.- FSMVRP (1983)

La extensión de la VRP con vehículos heterogéneos es relevante ya que los vehículos se diferencian en la velocidad, la capacidad de carga, así como la estructura de costes.

En realidad, el problema común al que se enfrentan aquéllos que toman decisiones logísticas es: ¿Cuántos y de qué tamaño son los vehículos necesarios para satisfacer a la demanda al menor gasto (Golden, Assad, y Dahl, 1984)?

5.2.10.- VRP Generalizado (1984)

En el VRP Generalizado (Ghiani y Imrota, 2000), los clientes son divididos en grupos y los vehículos están obligados a visitar una solo cliente en cada grupo (es decir, cada grupo debe ser visitado exactamente una vez).

Se caracterizan por el caso de que los clientes que visitan se asocian con diferentes puntuaciones (o utilidades) y, debido a la limitación de tiempo, es imposible para visitar todos los clientes. Los subconjuntos de clientes visitados, cómo asignar éstos a los vehículos y la forma de enviarlos a fin de lograr el máximo beneficio total se convierten en los objetivos y, por tanto, es un problema de optimización multi-nivel.

5.2.11.- MCVRP (1985)

El VRP con múltiples compartimentos (MCVRP) (Christophides, 1985) difiere del VRP tradicional en que los bienes en MCVRP están en múltiples compartimentos en el mismo vehículo.

En el MCVRP, cada cliente pide uno o más tipos de productos; la demanda de un determinado producto por un cliente no se puede dividir.

5.2.12.- Site-dependent VRP (1986)

En el VRP con dependencia del lugar (NAG, 1986), hay interdependencias compatibles entre los clientes (sitios) y tipos de vehículos. Cada cliente puede recibir visitas de un solo conjunto de tipo de vehículos.

5.2.13.- Fuzzy VRP (1995)

En la vida real, las ventanas de tiempo y demanda de los clientes se establecen con frecuencia por las declaraciones ambiguas como "preferentemente de 14:00 a 16:00", "serán necesarios entre 200 y 300 elementos aproximadamente". En este contexto, la lógica difusa se utiliza en el VRP para formular los elementos de incertidumbre, subjetivos, ambiguos y vagos. El Fuzzy VRP con ventanas temporales (VRPFTW) investiga directamente cómo influye la preferencia temporal del servicio en la logística.

5.2.14.- VRPLC (2003)

El VRP con Restricciones de Carga (VRPLC) determina conjuntamente la rutas óptimas y pautas de embalaje (Zachariadis, Tarantilis, y Kiranoudis, 2012).

5.2.15.- G-VRP (2006)

Se definen principalmente tres grandes categorías de GVRP, incluidos Green-VRP, VRP de Contaminación y VRP Logístico. La investigación sobre Green-VRP (G-VRP) se ocupa de la optimización del consumo de energía de transporte.

5.2.16.- MEVRP (2009)

El VRP Multinivel (MEVRP) estudia del movimiento de flujos en una estrategia de distribución de varios escalones, donde la entrega de carga desde el origen de los clientes se entrega obligatoriamente a través de un depósito intermedio (Perboli, Tardei, y Vigo, 2011). Tiene como objetivo minimizar el coste total de transporte de los vehículos implicados en todos los niveles. Es útil en diferentes industrias del mundo

real, tales como periódicos y la distribución de prensa, el comercio electrónico y el servicio de entrega a domicilio.

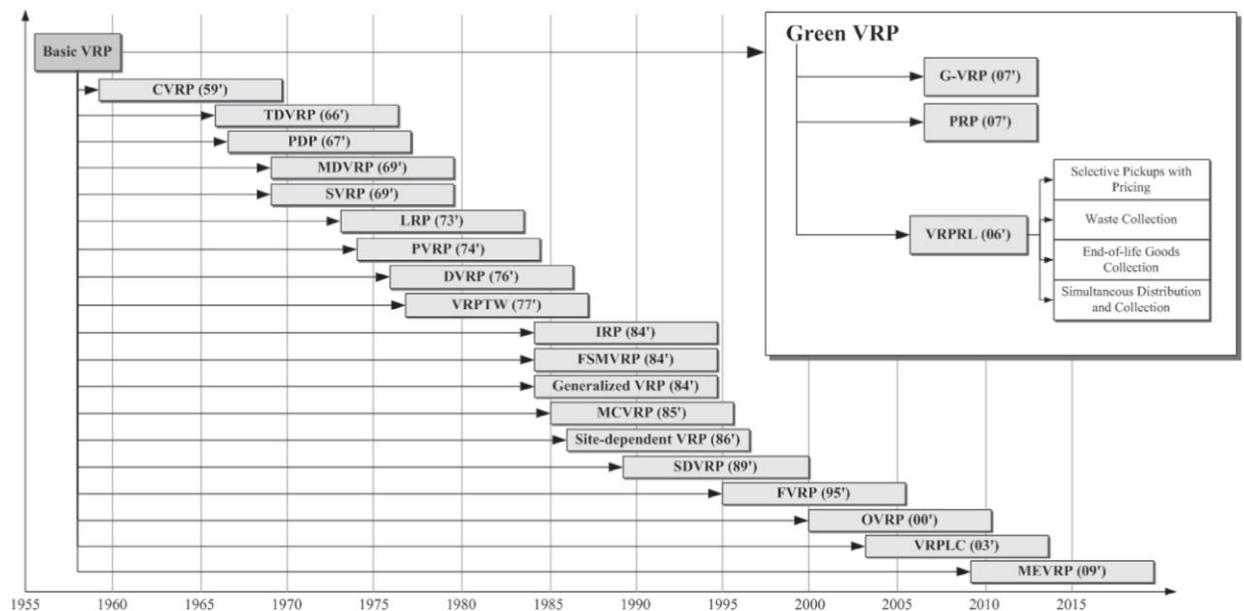


Ilustración 17: Evolución del VRP

6.- Modelo del VRPMD

En este apartado se desarrolla la formulación y modelización del VRPMD, como se ha comentado con anterioridad, el objetivo de este problema consiste en, partiendo de una flota de vehículos, diseñar una serie de rutas que, partiendo y terminando en un mismo nodo –el depósito– y atendiendo a las necesidades temporales que tiene cada cliente, pase una única vez por todos nodos de forma que minimice la distancia total recorrida atendiendo a la demanda de los clientes.

6.1.- Definición del Modelo

Se procede como en el caso del Problema del Viajante de Comercio, ya que, como se ha visto, son dos problemas muy relacionados entre sí.

En primer lugar, se definen las variables dicotómicas $x_{v_i v_j}$, que toman el valor 1 si el vehículo viaja desde el cliente i (saliendo desde su localización durante la ventana temporal v_i para ese cliente) al cliente j (llegando a su localización durante la ventana temporal v_j para ese cliente), en cualquier otro caso toma el valor 0.

Asimismo, se definen las variables t_j , que corresponden con el tiempo de llegada al cliente j .

Por otro lado, los datos empleados para formular el modelo comprenden $d_{v_i v_j}$, que es la distancia entre la localización del cliente i durante la ventana temporal v_i a la localización del cliente j durante la ventana temporal v_j . Así como e_{v_j} y l_{v_j} que son el tiempo más temprano y más tardío, respectivamente de la ventana temporal del cliente de destino v_j , por último, A es una constante suficientemente grande.

$$\text{Minimizar: } \sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}^k$$

$$\text{Subjeto a: } \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall J \quad [1]$$

$$\sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall I \quad [2]$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k = \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \quad \forall J, \forall v_j, \forall k \quad [3]$$

$$t_i + d_{v_i v_j} \sum_k x_{v_i v_j}^k \leq t_j + A \left(1 - \sum_k x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall I, v_i, J, v_j \quad [4]$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall J, v_j \quad [5]$$

$$x_{v_i v_j}^k \in \{0,1\}; t_j \geq 0$$

El conjunto de restricciones [1] y [2] garantizan que el vehículo llega y sale de cada uno de los clientes, independientemente de su localización en las diferentes ventanas temporales.

El conjunto de restricciones [3] son restricciones de flujo, establecen que el vehículo debe llegar y dejar cada nodo durante la misma ventana temporal.

El conjunto de restricciones [4] fuerzan a que el tiempo de llegada al cliente j , visitado después que el cliente i , no puede ser más tarde que el tiempo de llegada al cliente i .

El conjunto de restricciones [5] establecen los límites del tiempo de llegada a cada cliente dependiendo de sus respectivas ventanas temporales.

Finalmente, la función objetivo minimiza la distancia total del recorrido, el tiempo transcurrido entre la salida y llegada al depósito podrían ser también utilizadas.

7.- Experimentación y Resultados del VRPMD

7.1.- Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en la fase de experimentación a través del modelo expuesto anteriormente. Para ello, se ha servido de un problema tipo de VRPMD de extensión muy pequeña previamente definido.

7.2.- Consideraciones del Modelo

En este apartado se procederá de forma idéntica a las consideraciones que tenía el modelo del TSPMD, es decir, en primer lugar es preciso desarrollar el modelo y, una vez esté completo, también hay que ajustarlo para que pueda ser resuelto por algún software de optimización, como ya se hizo en el Problema del Viajante de Comercio.

En definitiva, antes de compilar el programa hay que eliminar aquellas variables dicotómicas de decisión que cumplen lo siguiente:

- El hecho de que el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía, esto es: e_{v_j} es posterior a l_{v_i}
- El hecho de que, debido a la longitud del trayecto, el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la suma de la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía más la el tiempo transcurrido entre que el vehículo llega de v_i a v_j , es decir: $(e_{v_j} + d_{v_i v_j})$ es posterior a l_{v_i} .

Ésta es la principal consideración a tener en cuenta en el presente modelo, el resto de ellas son idénticas a las que han sido comentadas en el apartado [4.2.- Consideraciones del Modelo TSPMD](#).

Cabe destacar una particularización en el conjunto de restricciones [5] en el caso del depósito, como se expuso anteriormente:

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall J, v_j \quad [5]$$

Particularizando esta expresión para el depósito, habría que sustituir sendos ‘1’ por el número de coches de los que dispone la flota.

Ahora bien, el modelo propuesto distingue entre depósito de salida y de llegada (ha sido necesaria esta división para que el software de optimización no presentase problemas de compilación, aunque realmente sean el mismo depósito). Una opción para que el modelo dé como solución el número óptimo de vehículos necesario es dar la opción de que vayan del depósito 1 (depósito de salida) al 2 (depósito de llegada). En tal caso, ese vehículo no sería utilizado.

7.3.- Problema VRPMD Tipo I

7.3.1.- Presentación

En los siguientes apartados de experimentación se procederá de la siguiente forma:

En primer lugar se presentará el problema a estudiar mediante una figura representativa del binomio depósito-clientes. Asimismo, se presentarán las restricciones temporales de cada uno de ellos. En este caso, al igual que en el del TSPMD, hay que destacar una simplificación a la hora de calcular las distancias medidas en tiempo, y es que se ha considerado que la distancia de ir del cliente i durante la ventana temporal v_i al cliente j durante la ventana temporal v_j es la misma, esto es, la matriz de tiempos empleada es simétrica.

Los problemas a estudiar están compuestos por cuatro clientes con dos ventanas temporales cada uno (el número de ventanas temporales de cada cliente podría haber sido distinto) más el depósito, representado por un cuadrado en color rojo como se muestra en la figura a continuación.

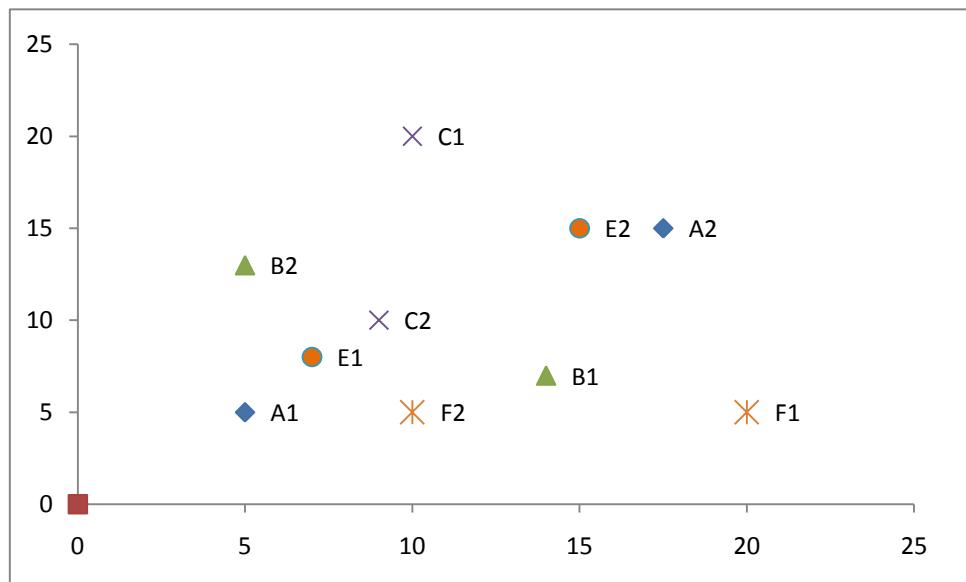


Ilustración 18: Representación VRPMD Tipo I

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	8
A2	25	30
B1	0	20
B2	25	35
C1	0	20
C2	25	40
E1	0	10
E2	20	30
F1	0	20
F2	30	40

Tabla 5: VRPMD Tipo I

7.3.2.- Resultados

A la hora de probar el modelo, el software de optimización que se ha empleado ha sido nuevamente el LINGO, versión 10.0, la hoja de resultados detallados, así como la activación de las variables de decisión están disponibles en los distintos Anexos, al final del documento.

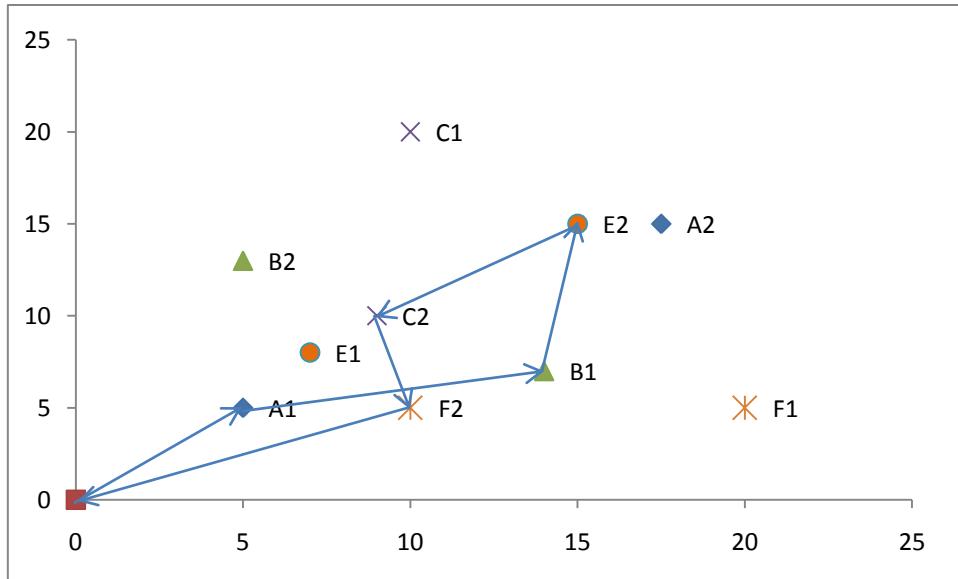


Ilustración 19: Resultados VRPMD Tipo I

En esta situación, aún teniendo más de un vehículo, el resultado que minimiza el tiempo total del trayecto se realiza con uno solo, el cual parte del depósito encaminándose hacia la primera ventana temporal del cliente A, de ahí, parte hacia la primera ventana temporal del cliente B, posteriormente se dirige al cliente E, en esta ocasión en su segunda ventana temporal, una vez satisfecho E, el vehículo pone ruta hacia la segunda ventanas temporales de los clientes C y F, en ese orden y, finalmente, vuelve al depósito desde F.

La función objetivo de este problema ha resultado de 48.5 unidades de tiempo.

7.4.- Problema VRPMD Tipo II

7.4.1.- Presentación

En este segundo tipo de problema se va a situar el depósito en un lugar central, con los clientes alrededor, así se asegura que la solución óptima requerirá más de un vehículo, como se muestra en la siguiente figura.

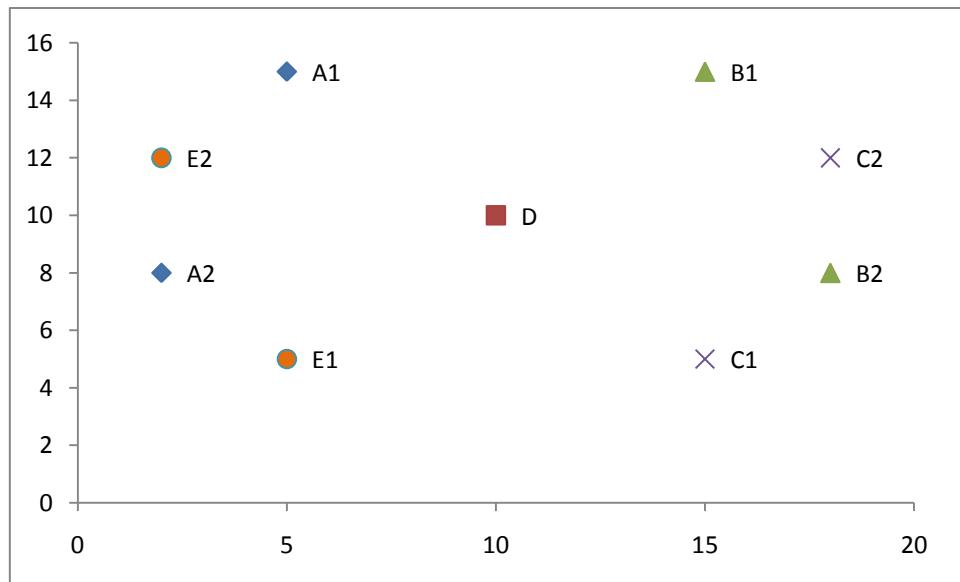


Ilustración 20: Representación VRPMD Tipo II

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	8
A2	10	15
B1	0	8
B2	10	15
C1	0	5
C2	10	15
E1	0	5
E2	10	15

Tabla 6: VRPMD Tipo II

7.4.2.- Resultados

Efectivamente, como se comprueba en la figura, ahora el modelo emplea dos vehículos para encontrar el óptimo:

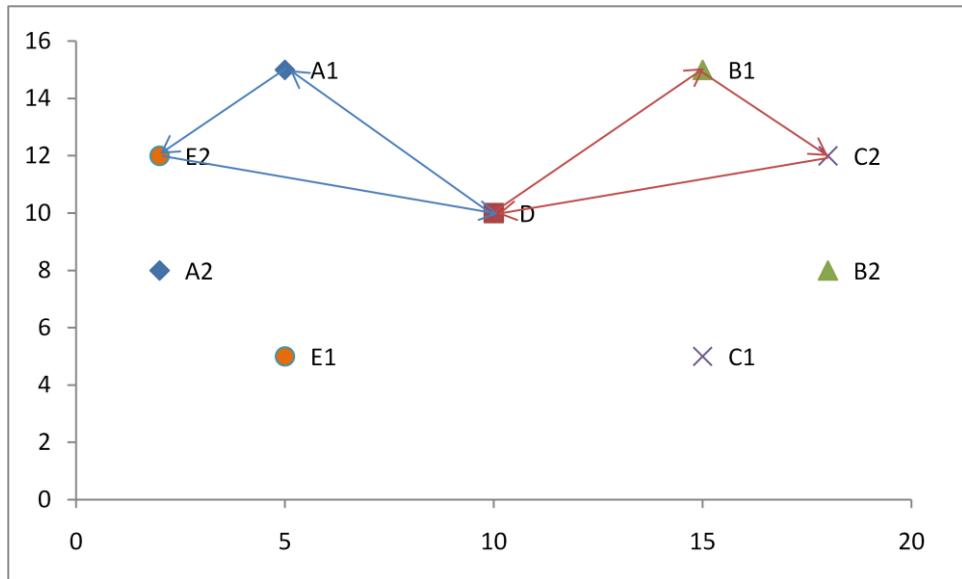


Ilustración 21: Resultados VRPMD Tipo II

En esta situación el coche 1, representado en color azul, parte del depósito hacia la primera ventana temporal del cliente A, de ahí se encamina hacia la segunda ventana temporal del cliente E, al que tiene que esperar, y, una vez éste ha llegado, vuelve nuevamente al depósito.

Por otro lado, el coche 2, representado en color rojo, parte del depósito hacia la primera ventana temporal del cliente B, sale en dirección al cliente C, al que también tiene que esperar para que comience su segunda ventana temporal, una vez está C satisfecho el coche 2 vuelve al depósito.

El valor de la función objetivo en este caso es de 39.00 unidades de tiempo.

7.5.- Problema VRPMD Tipo III

7.5.1.- Presentación

Hasta ahora se ha comprobado la perfecta adecuación del modelo a situaciones resolubles, en este tercer tipo de problema se pretende saber cómo responde frente a un problema que no tiene solución, para ello, como se hizo con los problemas TSPMD, se va a modificar las ventanas temporales de un problema anterior hasta que la flota de vehículos no pueda satisfacer a todos los clientes.

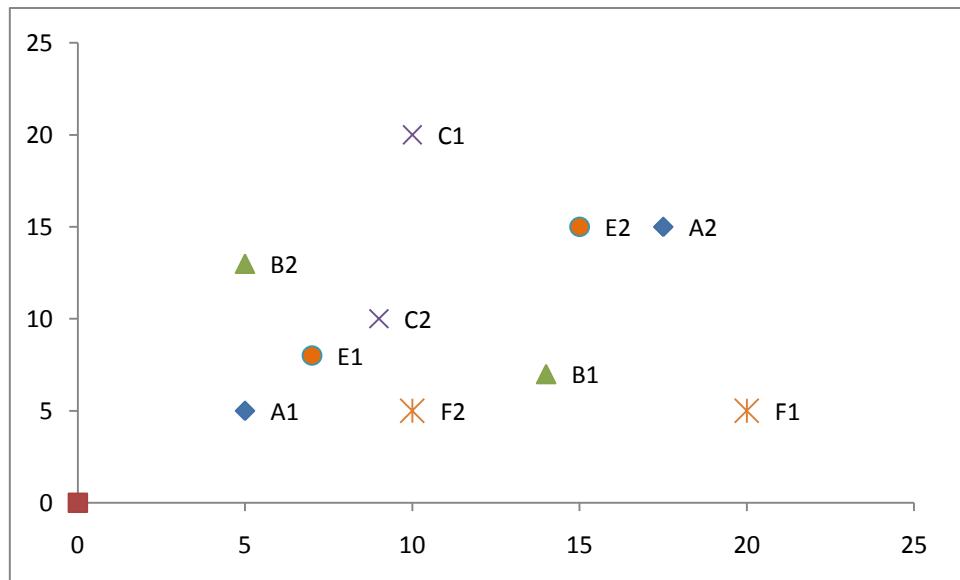


Ilustración 22: Representación VRPMD Tipo III

Cliente	ventana temporal	
	earliest	latest
A1	0	8
A2	8	15
B1	0	20
B2	25	35
C1	0	20
C2	25	40
E1	0	10
E2	20	30
F1	0	20
F2	30	40

Tabla 7: VRPMD Tipo III

7.5.2.- Resultados

Como era de esperar, el software de optimización no encuentra una solución factible, saltando el siguiente mensaje de error:

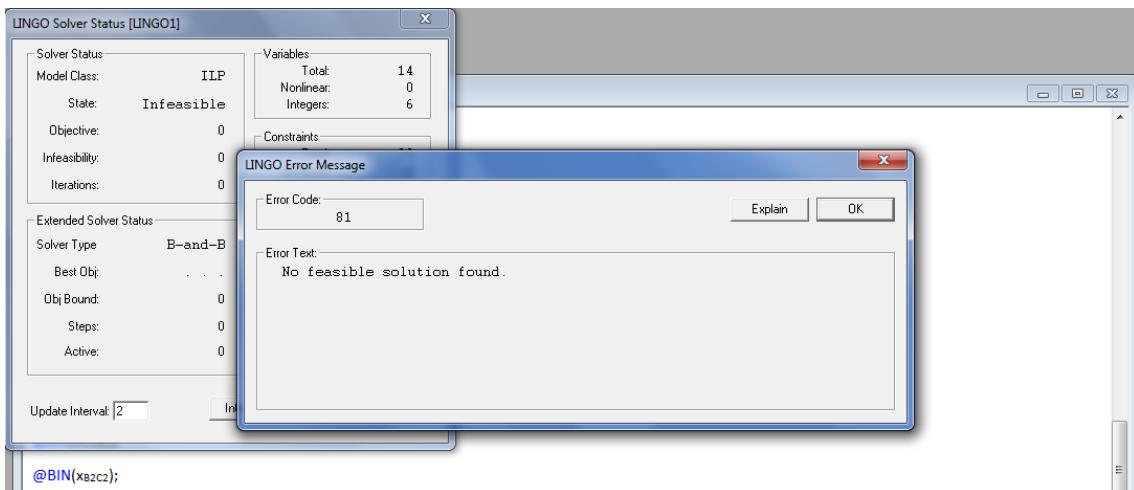


Ilustración 23: Resultados VRPMD Tipo III

Se concluye, pues, que el modelo responde de forma adecuada también en aquellos casos en los que el problema no tiene solución.

7.6.- Análisis del Modelo y Conclusiones

Una vez presentados los distintos escenarios para el problema, así como sus soluciones (el desarrollo de las mismas se encuentra en el apartado Anexos, al final del presente documento), ha quedado demostrado que el modelo responde adecuadamente a los posibles cambios que pueda hacérsele, tanto aquéllos que afecten a la localización de clientes, como a las restricciones de tiempo, o bien, probando que el problema no tiene solución en un caso dado.

Una mejora a efectos prácticos consistiría en desarrollar un programa que dejase el modelo preparado, esto es, que eliminase aquellas variables que no cumpliesen las consideraciones al modelo comentadas en el apartado 4.1, debido a que eliminar variables de cara a su compilación en el software de optimización ya de por sí resulta tedioso en un problema pequeño.

Finalmente, se procede a realizar un análisis del modelo consistente en determinar el número de variables y restricciones para cada tipo de problema. Para ello, es importante remarcar que en el modelo propuesto, el depósito es considerado como un cliente más. Así, el número total de variables en el modelo es igual al cuadrado del número total de ventanas temporales definidas para los distintos clientes, más el número de clientes. Por otro lado, el número total de restricciones es igual al doble del número de clientes, más el número de ventanas temporales, más el cuadrado del número de ventanas temporales. Por ejemplo, un TSPMD con depósito más cinco clientes, con dos ventanas temporales cada uno, tendría $144 + 6 = 150$ variables y $12 + 12 + 144 = 168$ restricciones.

8.- Conclusiones

A la vista de los resultados obtenidos en el TSPMD y el VRPMD, como se ha comentado anteriormente, ambos modelos se comportan convenientemente frente a cambios en la localización de clientes y sus distintas ventanas temporales, además de variaciones en los límites de éstas, permitiendo obtener soluciones factibles en caso que las hubiera.

Esto hace posible una planificación óptima que minimice el tiempo en que un vehículo esté circulando y que, a la vez, se adecúe a las exigencias del cliente.

El desarrollo de programas que planifiquen rutas es hoy una realidad gracias al avance en otras tecnologías tales como:

- La velocidad de cálculo de los procesadores, permitiendo la implementación de algoritmos más complejos, si bien la memoria necesaria aumenta de forma exponencial a medida que se añaden nodos.
- Los avances en Sistemas de Información Geográfica (SIG), que sirven como base de datos con información acerca de la red de carreteras, códigos postales, distancias... en definitiva, toda la información necesaria para realizar la planificación de rutas.
- Los avances en los Sistemas de Navegación, que utilizan normalmente GPS, permiten la introducción de datos de un destino en concreto, mostrando al usuario todas las alternativas para acceder a él.

Por tanto, resulta interesante que las PyMEs dedicadas a la distribución introduzcan software de planificación y resolución de rutas basado en modelos como los propuestos, ya que la minimización de tiempo se traduce en ahorro de combustible, con lo que esto representa hoy en día en términos económicos, más si cabe para una pequeña empresa. No obstante, es muy común recurrir a sistemas mucho más intuitivos basados en la experiencia.

Además del desarrollo de un programa encargado de preparar el modelo, como línea de investigación futura sería interesante considerar las restricciones de las ventanas temporales como blandas o semi-blandas, es decir, no eliminar directamente las variables que a priori no cumplen las condiciones de tiempo, sino penalizarlas en la función objetivo y comprobar si hay una mejoría en el resultado de ésta pese a poder empeorar el servicio a algún cliente.

Bibliografía

- Applegate, D. L.; Bixby, R. E.; Chvátal, V.; Cook, W. J. (2006). *The Traveling Salesman Problem: a computational study*. Princeton University Press. ISBN 978-0-691-12993-8.
- Beltrami, E. J., & Bodin, L. D. (1974). *Networks and vehicle routing for municipal waste collection*. Networks, 4, 65–94.
- Christofides, N. (1985). *Vehicle routing*. In E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, & D. B Shmoys (Eds.), *The traveling salesman problem: a guided tour of combinatorial optimization*. John Wiley and Sons Ltd.
- Dantzig, G.B.; Ramser, R. H. (1959). *The Truck Dispatching Problem*. Management Science. Vol. 6, No. 1. 80-91
- Euler, Leonhard (1736). *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. Comment. Acad. Sci. U. Petrop 8, 128-40.
- Figliozi, M. A. (2009). *Planning approximations to the average length of vehicle routing problems with time window constraints*. Transportation Research Part B: Methodological, 43(4), 438–447.
- Gendreau, M., Laporte, G., & Séguin, R. (1996). *Stochastic vehicle routing*. European Journal of Operational Research, 88, 3–12.
- Ghiani, G., & Improta, G. (2000). *An efficient transformation of the generalized vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research, 122, 11–17.
- Golden, B. L., Assad, A., & Dahl, R. (1984). *Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component*. Large Scale Systems, 7, 181–190.
- Kallehauge, B. (2008). *Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows*. Computers & Operations Research, 35, 2307–2330.
- Morton, G., Land, A.H. (1955). *A contribution to the traveling-salesman problem*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 17, 185-194.
- Nag, B. (1986). *Vehicle routing in the presence of site/vehicle dependency constraints*. Ph.D. Dissertation, College of Business and Management, University of Maryland at College Park.

- Perboli, G., Tadei, R., & Vigo, D. (2011). *The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics*. *Transportation Science*, 45, 364–380.
- Polimeni, A., & Vitetta, A. (2013). *Optimising waiting at nodes in time dependent networks: cost functions and applications*. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 156(3), 805–818.
- Qureshi, A. G., Taniguchi, E., & Yamada, T. (2010). *Exact solution for the vehicle routing problem with semi soft time windows and its application*. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2(3), 5931–5943.
- Russell, R. (1977). *An effective heuristic for the M-Tour traveling salesman problem with some side conditions*. *Operations Research*, 25, 517–524.
- Tillman, F. A. (1969). *The multiple terminal delivery problem with probabilistic demands*. *Transportation Science*, 3, 192–204.
- Wilson, H., & Weissberg, H. (1967). *Advanced dial-a-ride algorithms research project: final report*. Technical Report. R76-20, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, MA.
- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2012). *The pallet-packing vehicle routing problem*. *Transportation Science*, 46, 341–358.

ANEXOS

Comentario

Los anexos a continuación están constituidos por dos apartados: el primero, en el que se muestra la resolución de cada uno de los problemas, y el segundo, donde se adjunta el archivo que exporta LINGO con la solución del problema.

La tónica a seguir en el apartado de resolución consiste en lo siguiente:

En primer lugar se mostrará el modelo generado de cada problema, agrupado según cada conjunto de restricciones. Ahí aparecerán todas las variables del modelo, tanto aquellas que cumplen las consideraciones de los apartados [4.2](#) y [7.2](#) –representadas en color negro- como las que no –representadas en color verde y tachadas–.

Se recuerda que por ‘no cumplir las condiciones’ se entiende lo siguiente:

- El hecho de que el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía, esto es: e_{vj} es posterior a l_{vi}
- El hecho de que, debido a la longitud del trayecto, el comienzo de la ventana temporal v_j del cliente de destino sea posterior a la suma de la finalización de la ventana temporal v_i del cliente del que partía más la el tiempo transcurrido entre que el vehículo llega de v_i a v_j , es decir: $(e_{vj} + d_{v_iv_j})$ es posterior a l_{vi} .

Éstas serán las variables dicotómicas de decisión que deberán ser eliminadas antes de compilar el programa.

En segundo lugar, al final de cada conjunto de restricciones se muestra en un tono azul y encuadrado el modelo preparado para ejecutarlo directamente en el software de programación, es decir, es el resultado de suprimir las variables que no cumplían las condiciones de cada uno de los modelos.

1.- Problema TSPMD Tipo I

1.1- Resolución

$$\sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}$$

$$\text{Min} = 7.1*x_{D1A1} + 7.1*x_{A1D2} + 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + 15.7*x_{D1B1} + 15.7*x_{B1D2} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 22.4*x_{D1C1} + 22.4*x_{C1D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 9.2*x_{B1A1} + 9.2*x_{A1B1} + 8*x_{B2A1} + 8*x_{A1B2} + 15.8*x_{C1A1} + 15.8*x_{A1C1} + 6.4*x_{C2A1} + 6.4*x_{A1C2} + 8.7*x_{B1A2} + 8.7*x_{A2B1} + 12.7*x_{B2A2} + 12.7*x_{A2B2} + 9*x_{C1A2} + 9*x_{A2C1} + 9.9*x_{C2A2} + 9.9*x_{A2C2} + 13.6*x_{C1B1} + 13.6*x_{B1C1} + 5.8*x_{C2B1} + 5.8*x_{B1C2} + 8.6*x_{C1B2} + 8.6*x_{B2C1} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

$$\text{Min} = 7.1*x_{D1A1} + 7.1*x_{A1D2} + 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + 15.7*x_{D1B1} + 15.7*x_{B1D2} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 22.4*x_{C1D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 9.2*x_{A1B1} + 8*x_{A1B2} + 6.4*x_{A1C2} + 8.7*x_{B1A2} + 9*x_{C1A2} + 9.9*x_{A2C2} + 13.6*x_{C1B1} + 13.6*x_{B1C1} + 5.8*x_{B1C2} + 8.6*x_{C1B2} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

sa:

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall J$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{B1A1} + x_{B1A2} + x_{B2A1} + x_{B2A2} + x_{C1A1} + x_{C1A2} + x_{C2A1} + x_{C2A2} = 1;$$

$$x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A2B1} + x_{A2B2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B1} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C1} + x_{D1C2} + x_{A1C1} + x_{A1C2} + x_{A2C1} + x_{A2C2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C1} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{C1A2} = 1;$$

$$x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$\sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall I$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{A1B1} + x_{A2B1} + x_{A1B2} + x_{A2B2} + x_{A1C1} + x_{A2C1} + x_{A1C2} + x_{A2C2} = 1;$$

$$x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{B1A1} + x_{B2A1} + x_{B1A2} + x_{B2A2} + x_{B1C1} + x_{B2C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{C1D2} + x_{C2D2} + x_{C1A1} + x_{C2A1} + x_{C1A2} + x_{C2A2} + x_{C1B1} + x_{C2B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C1} + x_{D1C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} = 1;$$

$$x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{C1D2} + x_{C2D2} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C2} = 1;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} = \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_j v_i} \quad \forall J, v_j$$

$$x_{D1A1} + x_{B1A1} + x_{B2A1} + x_{C1A1} + x_{C2A1} = x_{A1D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C1} + x_{A1C2};$$

$$x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{B2A2} + x_{C1A2} + x_{C2A2} = x_{A2D2} + x_{A2B1} + x_{A2B2} + x_{A2C1} + x_{A2C2};$$

$$x_{D1B1} + x_{A1B1} + x_{A2B1} + x_{C1B1} + x_{C2B1} = x_{B1D2} + x_{B1A1} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2};$$

$$x_{D1B2} + x_{A1B2} + x_{A2B2} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = x_{B2D2} + x_{B2A1} + x_{B2A2} + x_{B2C1} + x_{B2C2};$$

$$x_{D1C1} + x_{A1C1} + x_{A2C1} + x_{B1C1} + x_{B2C1} = x_{C1D2} + x_{C1A1} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2};$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = x_{C2D2} + x_{C2A1} + x_{C2A2} + x_{C2B1} + x_{C2B2};$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C1} + x_{D1C2};$$

$$x_{D1A1} = x_{A1D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C2};$$

$$x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{C1A2} = x_{A2D2} + x_{A2C2};$$

$$x_{D1B1} + x_{A1B1} + x_{C1B1} = x_{B1D2} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2};$$

$$x_{D1B2} + x_{A1B2} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = x_{B2D2} + x_{B2C2};$$

$$x_{B1C1} = x_{C1D2} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2};$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = x_{C2D2} + x_{C2B2};$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C2};$$

$$t_i + d_{v_i v_j} x_{v_i v_j} \leq t_j + A(1 - x_{v_i v_j}) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq 7.1 * x_{A1D2};$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A1}) \geq 7.1 * x_{D1A1};$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq 15.7 * x_{B1D2};$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq 15.7 * x_{D1B1};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{D2B2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq 22.4 * x_{C1D2};$$

$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C1}) \geq 22.4 * x_{D1C1};$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq 9.2 * x_{A1B1};$$

$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A1}) \geq 9.2 * x_{B1A1};$$

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq 8 * x_{A1B2};$$

$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A1}) \geq 8 * x_{B2A1};$$

$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C1}) \geq 15.8 * x_{A1C1};$$

$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A1}) \geq 15.8 * x_{C1A1};$$

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq 6.4 * x_{A1C2};$$

$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A1}) \geq 6.4 * x_{C2A1};$$

$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B1}) \geq 8.7 * x_{A2B1};$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq 8.7 * x_{B1A2};$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B2}) \geq 12.7 * x_{A2B2};$$

$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A2}) \geq 12.7 * x_{B2A2};$$

$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C1}) \geq 9 * x_{A2C1};$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq 9 * x_{C1A2};$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$$

$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A2}) \geq 9.9 * x_{C2A2};$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq 13.6 * x_{B1C1};$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq 13.6 * x_{C1B1};$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq 5.8 * x_{B1C2};$$

$$t_{B1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B1}) \geq 5.8 * x_{C2B1};$$

$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C1}) \geq 8.6 * x_{B2C1};$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq 8.6 * x_{C1B2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq 7.1 * x_{A1D2};$	$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq 8 * x_{A1B2};$
$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A1}) \geq 7.1 * x_{D1A1};$	$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq 6.4 * x_{A1C2};$
$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$	$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq 8.7 * x_{B1A2};$
$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$	$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq 9 * x_{C1A2};$
$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq 15.7 * x_{B1D2};$	$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$
$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq 15.7 * x_{D1B1};$	$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq 13.6 * x_{B1C1};$
$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{D2B2}) \geq 14 * x_{B2D2};$	$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq 13.6 * x_{C1B1};$
$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$	$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq 5.8 * x_{B1C2};$
$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq 22.4 * x_{C1D2};$	$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq 8.6 * x_{C1B2};$
$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$	$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$
$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$	$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$
$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq 9.2 * x_{A1B1};$	

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \quad \forall J, v_j$$

$$t_{A1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1A1} + \textcolor{red}{x_{B1A1}} + \textcolor{red}{x_{B2A1}} + \textcolor{red}{x_{C1A1}} + \textcolor{red}{x_{C2A1}}));$$

$$t_{A2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1A2} + x_{B1A2} + \textcolor{red}{x_{B2A2}} + x_{C1A2} + \textcolor{red}{x_{C2A2}}));$$

$$t_{B1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1B1} + x_{A1B1} + \textcolor{red}{x_{A2B1}} + x_{C1B1} + \textcolor{red}{x_{C2B1}}));$$

$$t_{B2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1B2} + x_{A1B2} + \textcolor{red}{x_{A2B2}} + x_{C1B2} + x_{C2B2}));$$

$$t_{C1} \geq 0 - 1000 * (1 - (\textcolor{red}{x_{D1C1}} + \textcolor{red}{x_{A1C1}} + \textcolor{red}{x_{A2C1}} + x_{B1C1} + \textcolor{red}{x_{B2C1}}));$$

$$t_{C2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2}));$$

$$t_{D1} \geq 0;$$

$$t_{D2} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2}));$$

```

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (xD1A1));
tA2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xC1A2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xC1B1));
tB2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (xB1C1));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1A1 + xB1A1 + xB2A1 + xC1A1 + xC2A1));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xB2A2 + xC1A2 + xC2A2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xA2B1 + xC1B1 + xC2B1));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xA2B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1C1 + xA1C1 + xA2C1 + xB1C1 + xB2C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 <= 50;
tD2 <= 50 + 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xB2D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1A1));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xC1A2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xC1B1));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (xB1C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 <= 50;
tD2 <= 50 + 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

Variables binarias:

@BIN(x _{D1A1});	@BIN(x _{C1D2});	@BIN(x_{C2A1});	@BIN(x _{A2C2});
@BIN(x _{A1D2});	@BIN(x _{D1C2});	@BIN(x _{A1C2});	@BIN(x _{C1B1});
@BIN(x _{D1A2});	@BIN(x _{C2D2});	@BIN(x _{B1A2});	@BIN(x _{B1C1});
@BIN(x _{A2D2});	@BIN(x_{B1A1});	@BIN(x_{A2B1});	@BIN(x_{C2B1});
@BIN(x _{D1B1});	@BIN(x _{A1B1});	@BIN(x_{B2A2});	@BIN(x _{B1C2});
@BIN(x _{B1D2});	@BIN(x_{B2A1});	@BIN(x_{A2B2});	@BIN(x _{C1B2});
@BIN(x _{D1B2});	@BIN(x _{A1B2});	@BIN(x _{C1A2});	@BIN(x_{B2C1});
@BIN(x _{B2D2});	@BIN(x_{C1A1});	@BIN(x_{A2C1});	@BIN(x _{C2B2});
@BIN(x_{D1C1});	@BIN(x_{A1C1});	@BIN(x_{C2A2});	@BIN(x _{B2C2});

@BIN(x _{D1A1});	@BIN(x _{D1B2});	@BIN(x _{A1B2});	@BIN(x _{B1C1});
@BIN(x _{A1D2});	@BIN(x _{B2D2});	@BIN(x _{A1C2});	@BIN(x _{B1C2});
@BIN(x _{D1A2});	@BIN(x _{C1D2});	@BIN(x _{B1A2});	@BIN(x _{C1B2});
@BIN(x _{A2D2});	@BIN(x _{D1C2});	@BIN(x _{C1A2});	@BIN(x _{C2B2});
@BIN(x _{D1B1});	@BIN(x _{C2D2});	@BIN(x _{A2C2});	
@BIN(x _{B1D2});	@BIN(x _{A1B1});	@BIN(x _{C1B1});	
@BIN(x _{B2C2});			

1.2- Solución LINGO

Global optimal solution found.

Objective value: 35.60000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 0

Variable	Value	Reduced Cost
XD1A1	1.000000	7.100000
XA1D2	0.000000	7.100000
XD1A2	0.000000	23.000000
XA2D2	0.000000	23.000000
XD1B1	0.000000	1.700000
XB1D2	0.000000	15.700000
XD1B2	0.000000	0.000000
XB2D2	0.000000	14.000000
XC1D2	0.000000	22.400000
XD1C2	0.000000	13.500000
XC2D2	1.000000	13.500000
XA1B1	1.000000	-4.800000
XA1B2	0.000000	-6.000000
XA1C2	0.000000	6.400000
XB1A2	0.000000	8.700000
XC1A2	0.000000	9.000000
XA2C2	0.000000	9.900000
XC1B1	0.000000	-0.4000000
XB1C1	0.000000	13.600000
XB1C2	1.000000	5.800000
XC1B2	0.000000	-5.400000
XC2B2	0.000000	-9.000000
XB2C2	0.000000	5.000000
TD2	50.000000	0.000000
TA1	7.100000	0.000000
TD1	0.000000	0.000000
TA2	30.000000	0.000000
TB1	16.300000	0.000000
TB2	35.000000	0.000000
TC1	16.300000	0.000000
TC2	35.000000	0.000000

2.- Problema TSPMD Tipo II

2.1.- Resolución

$$\sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}$$

$$\text{Min} = \cancel{7.1*x_{D1A1}} + \cancel{7.1*x_{A1D2}} + 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + \cancel{15.7*x_{D1B1}} + \cancel{15.7*x_{B1D2}} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + \cancel{22.4*x_{D1C1}} + \cancel{22.4*x_{C1D2}} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + \cancel{9.2*x_{B1A1}} + \cancel{9.2*x_{A1B1}} + \cancel{8*x_{B2A1}} + \cancel{8*x_{A1B2}} + \cancel{15.8*x_{C1A1}} + \cancel{15.8*x_{A1C1}} + \cancel{6.4*x_{C2A1}} + \cancel{6.4*x_{A1C2}} + \cancel{8.7*x_{B1A2}} + \cancel{8.7*x_{A2B1}} + \cancel{12.7*x_{B2A2}} + 12.7*x_{A2B2} + \cancel{9*x_{C1A2}} + \cancel{9*x_{A2C1}} + \cancel{9.9*x_{C2A2}} + 9.9*x_{A2C2} + \cancel{13.6*x_{C1B1}} + \cancel{13.6*x_{B1C1}} + \cancel{5.8*x_{C2B1}} + \cancel{5.8*x_{B1C2}} + \cancel{8.6*x_{C1B2}} + \cancel{8.6*x_{B2C1}} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

$$\text{Min} = 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 12.7*x_{A2B2} + 9.9*x_{A2C2} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

sa:

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall J$$

$$\cancel{x_{D1A1}} + x_{D1A2} + \cancel{x_{B1A1}} + \cancel{x_{B1A2}} + \cancel{x_{B2A1}} + \cancel{x_{B2A2}} + \cancel{x_{C1A1}} + \cancel{x_{C1A2}} + \cancel{x_{C2A1}} + \cancel{x_{C2A2}} = 1;$$

$$\cancel{x_{D1B1}} + x_{D1B2} + \cancel{x_{A1B1}} + \cancel{x_{A1B2}} + \cancel{x_{A2B1}} + x_{A2B2} + \cancel{x_{C1B1}} + \cancel{x_{C1B2}} + \cancel{x_{C2B1}} + x_{C2B2} = 1;$$

$$\cancel{x_{D1C1}} + x_{D1C2} + \cancel{x_{A1C1}} + \cancel{x_{A1C2}} + \cancel{x_{A2C1}} + x_{A2C2} + \cancel{x_{B1C1}} + \cancel{x_{B1C2}} + \cancel{x_{B2C1}} + x_{B2C2} = 1;$$

$$\cancel{x_{A1D2}} + x_{A2D2} + \cancel{x_{B1D2}} + x_{B2D2} + \cancel{x_{C1D2}} + x_{C2D2} = 1;$$

$$x_{D1A2} = 1;$$

$$x_{D1B2} + x_{A2B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C2} + x_{A2C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{A2D2} + x_{B2D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$\sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall I$$

$$*_{A1D2} + X_{A2D2} + *_{A1B1} + *_{A2B1} + *_{A1B2} + X_{A2B2} + *_{A1C1} + *_{A2C1} + *_{A1C2} + X_{A2C2} = 1;$$

$$*_{B1D2} + X_{B2D2} + *_{B1A1} + *_{B2A1} + *_{B1A2} + *_{B2A2} + *_{B1C1} + *_{B2C1} + *_{B1C2} + X_{B2C2} = 1;$$

$$*_{C1D2} + X_{C2D2} + *_{C1A1} + *_{C2A1} + *_{C1A2} + *_{C2A2} + *_{C1B1} + *_{C2B1} + *_{C1B2} + X_{C2B2} = 1;$$

$$*_{D1A1} + X_{D1A2} + *_{D1B1} + X_{D1B2} + *_{D1C1} + X_{D1C2} = 1;$$

$$X_{A2D2} + X_{A2B2} + X_{A2C2} = 1;$$

$$X_{B2D2} + X_{B2C2} = 1;$$

$$X_{C2D2} + X_{C2B2} = 1;$$

$$X_{D1A2} + X_{D1B2} + X_{D1C2} = 1;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} = \sum_I \sum_{v_j \in I} x_{v_j v_i} \quad \forall J, v_j$$

$$*_{D1A1} + *_{B1A1} + *_{B2A1} + *_{C1A1} + *_{C2A1} = *_{A1D2} + *_{A1B1} + *_{A1B2} + *_{A1C1} + *_{A1C2};$$

$$X_{D1A2} + *_{B1A2} + *_{B2A2} + *_{C1A2} + *_{C2A2} = X_{A2D2} + *_{A2B1} + X_{A2B2} + *_{A2C1} + X_{A2C2};$$

$$*_{D1B1} + *_{A1B1} + *_{A2B1} + *_{C1B1} + *_{C2B1} = *_{B1D2} + *_{B1A1} + *_{B1A2} + *_{B1C1} + *_{B1C2};$$

$$X_{D1B2} + *_{A1B2} + X_{A2B2} + *_{C1B2} + X_{C2B2} = X_{B2D2} + *_{B2A1} + *_{B2A2} + *_{B2C1} + X_{B2C2};$$

$$*_{D1C1} + *_{A1C1} + *_{A2C1} + *_{B1C1} + *_{B2C1} = *_{C1D2} + *_{C1A1} + *_{C1A2} + *_{C1B1} + *_{C1B2};$$

$$X_{D1C2} + *_{A1C2} + X_{A2C2} + *_{B1C2} + X_{B2C2} = X_{C2D2} + *_{C2A1} + *_{C2A2} + *_{C2B1} + X_{C2B2};$$

$$*_{A1D2} + X_{A2D2} + *_{B1D2} + X_{B2D2} + *_{C1D2} + X_{C2D2} = *_{D1A1} + X_{D1A2} + *_{D1B1} + X_{D1B2} + *_{D1C1} + X_{D1C2};$$

$$0 = 0;$$

$$X_{D1A2} = X_{A2D2} + X_{A2B2} + X_{A2C2};$$

$$0 = 0;$$

$$X_{D1B2} + X_{A2B2} + X_{C2B2} = X_{B2D2} + X_{B2C2};$$

$$0 = 0;$$

$$X_{D1C2} + X_{A2C2} + X_{B2C2} = X_{C2D2} + X_{C2B2};$$

$$X_{A2D2} + X_{B2D2} + X_{C2D2} = X_{D1A2} + X_{D1B2} + X_{D1C2};$$

$$t_i + d_{v_i v_j} x_{v_i v_j} \leq t_j + A(1 - x_{v_i v_j}) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq -7.1 * x_{A1D2};$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A1}) \geq -7.1 * x_{D1A1};$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq 15.7 * x_{B1D2};$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq -15.7 * x_{D1B1};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2D2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq -22.4 * x_{C1D2};$$

$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C1}) \geq -22.4 * x_{D1C1};$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq -9.2 * x_{A1B1};$$

$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A1}) \geq -9.2 * x_{B1A1};$$

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq -8 * x_{A1B2};$$

$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A1}) \geq -8 * x_{B2A1};$$

$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C1}) \geq -15.8 * x_{A1C1};$$

$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A1}) \geq -15.8 * x_{C1A1};$$

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq -6.4 * x_{A1C2};$$

$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A1}) \geq -6.4 * x_{C2A1};$$

$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B1}) \geq -8.7 * x_{A2B1};$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq -8.7 * x_{B1A2};$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B2}) \geq 12.7 * x_{A2B2};$$

$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A2}) \geq -12.7 * x_{B2A2};$$

$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C1}) \geq 9 * x_{A2C1};$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq -9 * x_{C1A2};$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$$

$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A2}) \geq -9.9 * x_{C2A2};$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq -13.6 * x_{B1C1};$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq -13.6 * x_{C1B1};$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq -5.8 * x_{B1C2};$$

$$t_{B1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B1}) \geq -5.8 * x_{C2B1};$$

$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C1}) \geq -8.6 * x_{B2C1};$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq -8.6 * x_{C1B2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2D2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B2}) \geq 12.7 * x_{A2B2};$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \quad \forall J, v_j$$

```

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1A1 + *B1A1 + *B2A1 + *C1A1 + *C2A1));
tA2 >= 20 - 1000*(1 - (xD1A2 + *B1A2 + *B2A2 + *C1A2 + *C2A2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1B1 + *A1B1 + *A2B1 + *C1B1 + *C2B1));
tB2 >= 35 - 1000*(1 - (xD1B2 + *A1B2 + xA2B2 + *C1B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1C1 + *A1C1 + *A2C1 + *B1C1 + *B2C1));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + *A1C2 + xA2C2 + *B1C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (*A1D2 + xA2D2 + *B1D2 + xB2D2 + *C1D2 + xC2D2));

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tA2 >= 20 - 1000*(1 - (xD1A2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tB2 >= 35 - 1000*(1 - (xD1B2 + xA2B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + xA2C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (xA2D2 + xC2D2));

```

```

tA1 <= 5 + 1000*(1 - (*D1A1 + *B1A1 + *B2A1 + *C1A1 + *C2A1));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2 + *B1A2 + *B2A2 + *C1A2 + *C2A2));
tB1 <= 10 + 1000*(1 - (*D1B1 + *A1B1 + *A2B1 + *C1B1 + *C2B1));
tB2 <= 45 + 1000*(1 - (xD1B2 + *A1B2 + xA2B2 + *C1B2 + xC2B2));
tC1 <= 5 + 1000*(1 - (*D1C1 + *A1C1 + *A2C1 + *B1C1 + *B2C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + *A1C2 + xA2C2 + *B1C2 + xB2C2));
tD1 <= 60;

```

$t_{D2} \leq 60 + 1000 * (1 - (x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2}))$;

```

 $t_{A1} \leq 5 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{A2} \leq 30 + 1000 * (1 - (x_{D1A2}))$ ;
 $t_{B1} \leq 10 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{B2} \leq 45 + 1000 * (1 - (x_{D1B2} + x_{A2B2} + x_{C2B2}))$ ;
 $t_{C1} \leq 5 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{C2} \leq 40 + 1000 * (1 - (x_{D1C2} + x_{A2C2} + x_{B2C2}))$ ;
 $t_{D1} \leq 60$ ;
 $t_{D2} \leq 60 + 1000 * (1 - (x_{A2D2} + x_{C2D2}))$ ;

```

Variables binarias:

$@BIN(x_{D1A1})$;	$@BIN(x_{C1D2})$;	$@BIN(x_{C2A1})$;	$@BIN(x_{A2C2})$;
$@BIN(x_{A1D2})$;	$@BIN(x_{D1C2})$;	$@BIN(x_{A1C2})$;	$@BIN(x_{C1B1})$;
$@BIN(x_{D1A2})$;	$@BIN(x_{C2D2})$;	$@BIN(x_{B1A2})$;	$@BIN(x_{B1C1})$;
$@BIN(x_{A2D2})$;	$@BIN(x_{B1A1})$;	$@BIN(x_{A2B1})$;	$@BIN(x_{C2B1})$;
$@BIN(x_{D1B1})$;	$@BIN(x_{A1B1})$;	$@BIN(x_{B2A2})$;	$@BIN(x_{B1C2})$;
$@BIN(x_{B1D2})$;	$@BIN(x_{B2A1})$;	$@BIN(x_{A2B2})$;	$@BIN(x_{C1B2})$;
$@BIN(x_{D1B2})$;	$@BIN(x_{A1B2})$;	$@BIN(x_{C1A2})$;	$@BIN(x_{B2C1})$;
$@BIN(x_{B2D2})$;	$@BIN(x_{C1A1})$;	$@BIN(x_{A2C1})$;	$@BIN(x_{C2B2})$;
$@BIN(x_{D1C1})$;	$@BIN(x_{A1C1})$;	$@BIN(x_{C2A2})$;	$@BIN(x_{B2C2})$

$@BIN(x_{D1A2})$;	$@BIN(x_{D1B2})$;	$@BIN(x_{D1C2})$;	$@BIN(x_{A2B2})$;
$@BIN(x_{A2D2})$;	$@BIN(x_{B2D2})$;	$@BIN(x_{C2D2})$;	$@BIN(x_{A2C2})$;
$@BIN(x_{C2B2})$;			
$@BIN(x_{B2C2})$;			

2.2.- Solución LINGO

Global optimal solution found.

Objective value: 51.90000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 0

Variable	Value	Reduced Cost
XD1A2	1.000000	0.000000
XA2D2	0.000000	23.00000
XD1B2	0.000000	14.00000
XB2D2	1.000000	14.00000
XD1C2	0.000000	13.50000
XC2D2	0.000000	13.50000
XA2B2	0.000000	12.70000
XA2C2	1.000000	9.900000
XC2B2	1.000000	5.000000
XB2C2	0.000000	5.000000
TD2	1060.000	0.000000
TA2	23.00000	0.000000
TD1	0.000000	0.000000
TB2	37.90000	0.000000
TC2	32.90000	0.000000
TA1	1005.000	0.000000
TB1	1010.000	0.000000
TC1	1005.000	0.000000

3.- Problema TSPMD Tipo III

3.1.- Resolución

$$\sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}$$

$$\text{Min} = 7.1*x_{D1A1} + 7.1*x_{A1D2} + 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + 15.7*x_{D1B1} + 15.7*x_{B1D2} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 22.4*x_{D1C1} + 22.4*x_{C1D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 9.2*x_{B1A1} + 9.2*x_{A1B1} + 8*x_{B2A1} + 8*x_{A1B2} + 15.8*x_{C1A1} + 15.8*x_{A1C1} + 6.4*x_{C2A1} + 6.4*x_{A1C2} + 8.7*x_{B1A2} + 8.7*x_{A2B1} + 12.7*x_{B2A2} + 12.7*x_{A2B2} + 9*x_{C1A2} + 9*x_{A2C1} + 9.9*x_{C2A2} + 9.9*x_{A2C2} + 13.6*x_{C1B1} + 13.6*x_{B1C1} + 5.8*x_{C2B1} + 5.8*x_{B1C2} + 8.6*x_{C1B2} + 8.6*x_{B2C1} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

$$\boxed{\text{Min} = 7.1*x_{A1D2} + 23*x_{D1A2} + 23*x_{A2D2} + 15.7*x_{D1B1} + 15.7*x_{B1D2} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 22.4*x_{C1D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 9.2*x_{A1B1} + 8*x_{A1B2} + 6.4*x_{A1C2} + 8.7*x_{B1A2} + 9*x_{C1A2} + 9.9*x_{A2C2} + 13.6*x_{C1B1} + 13.6*x_{B1C1} + 5.8*x_{B1C2} + 8.6*x_{C1B2} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};}$$

sa:

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall J$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{B1A1} + x_{B1A2} + x_{B2A1} + x_{B2A2} + x_{C1A1} + x_{C1A2} + x_{C2A1} + x_{C2A2} = 1;$$

$$x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A2B1} + x_{A2B2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B1} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C1} + x_{D1C2} + x_{A1C1} + x_{A1C2} + x_{A2C1} + x_{A2C2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C1} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{C1A2} = 1;$$

$$x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$\sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall I$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{A1B1} + x_{A2B1} + x_{A1B2} + x_{A2B2} + x_{A1C1} + x_{A2C1} + x_{A1C2} + x_{A2C2} = 1;$$

$$x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{B1A1} + x_{B2A1} + x_{B1A2} + x_{B2A2} + x_{B1C1} + x_{B2C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{C1D2} + x_{C2D2} + x_{C1A1} + x_{C2A1} + x_{C1A2} + x_{C2A2} + x_{C1B1} + x_{C2B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C1} + x_{D1C2} = 1;$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} = 1;$$

$$x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{C1D2} + x_{C2D2} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C2} = 1;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} = \sum_I \sum_{v_j \in I} x_{v_j v_i} \quad \forall J, v_j$$

$$x_{D1A1} + x_{B1A1} + x_{B2A1} + x_{C1A1} + x_{C2A1} = x_{A1D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C1} + x_{A1C2};$$

$$x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{B2A2} + x_{C1A2} + x_{C2A2} = x_{A2D2} + x_{A2B1} + x_{A2B2} + x_{A2C1} + x_{A2C2};$$

$$x_{D1B1} + x_{A1B1} + x_{A2B1} + x_{C1B1} + x_{C2B1} = x_{B1D2} + x_{B1A1} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2};$$

$$x_{D1B2} + x_{A1B2} + x_{A2B2} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = x_{B2D2} + x_{B2A1} + x_{B2A2} + x_{B2C1} + x_{B2C2};$$

$$x_{D1C1} + x_{A1C1} + x_{A2C1} + x_{B1C1} + x_{B2C1} = x_{C1D2} + x_{C1A1} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2};$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = x_{C2D2} + x_{C2A1} + x_{C2A2} + x_{C2B1} + x_{C2B2};$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = x_{D1A1} + x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C1} + x_{D1C2};$$

$$0 = x_{A1D2} + x_{A1B1} + x_{A1B2} + x_{A1C2};$$

$$x_{D1A2} + x_{B1A2} + x_{C1A2} = x_{A2D2} + x_{A2C2};$$

$$x_{D1B1} + x_{A1B1} + x_{C1B1} = x_{B1D2} + x_{B1A2} + x_{B1C1} + x_{B1C2};$$

$$x_{D1B2} + x_{A1B2} + x_{C1B2} + x_{C2B2} = x_{B2D2} + x_{B2C2};$$

$$x_{B1C1} = x_{C1D2} + x_{C1A2} + x_{C1B1} + x_{C1B2};$$

$$x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2} = x_{C2D2} + x_{C2B2};$$

$$x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2} = x_{D1A2} + x_{D1B1} + x_{D1B2} + x_{D1C2};$$

$$t_i + d_{v_i v_j} x_{v_i v_j} \leq t_j + A(1 - x_{v_i v_j}) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq 7.1 * x_{A1D2};$$

~~$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A1}) \geq 7.1 * x_{D1A1};$$~~

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq 15.7 * x_{B1D2};$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq 15.7 * x_{D1B1};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{D2B2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq 22.4 * x_{C1D2};$$

~~$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C1}) \geq 22.4 * x_{D1C1};$$~~

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq 9.2 * x_{A1B1};$$

~~$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A1}) \geq 9.2 * x_{B1A1};$$~~

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq 8 * x_{A1B2};$$

~~$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A1}) \geq 8 * x_{B2A1};$$~~

~~$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C1}) \geq 15.8 * x_{A1C1};$$~~

~~$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A1}) \geq 15.8 * x_{C1A1};$$~~

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq 6.4 * x_{A1C2};$$

~~$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A1}) \geq 6.4 * x_{C2A1};$$~~

~~$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B1}) \geq 8.7 * x_{A2B1};$$~~

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq 8.7 * x_{B1A2};$$

~~$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B2}) \geq 12.7 * x_{A2B2};$$~~

~~$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A2}) \geq 12.7 * x_{B2A2};$$~~

~~$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C1}) \geq 9 * x_{A2C1};$$~~

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq 9 * x_{C1A2};$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$$

~~$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A2}) \geq 9.9 * x_{C2A2};$$~~

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq 13.6 * x_{B1C1};$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq 13.6 * x_{C1B1};$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq 5.8 * x_{B1C2};$$

~~$$t_{B1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B1}) \geq 5.8 * x_{C2B1};$$~~

~~$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C1}) \geq 8.6 * x_{B2C1};$$~~

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq 8.6 * x_{C1B2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq 7.1 * x_{A1D2};$	$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq 8 * x_{A1B2};$
$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq 23 * x_{A2D2};$	$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq 6.4 * x_{A1C2};$
$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq 23 * x_{D1A2};$	$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq 8.7 * x_{B1A2};$
$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq 15.7 * x_{B1D2};$	$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq 9 * x_{C1A2};$
$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq 15.7 * x_{D1B1};$	$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq 9.9 * x_{A2C2};$
$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{D2B2}) \geq 14 * x_{B2D2};$	$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq 13.6 * x_{B1C1};$
$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$	$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq 13.6 * x_{C1B1};$
$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq 22.4 * x_{C1D2};$	$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq 5.8 * x_{B1C2};$
$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$	$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq 8.6 * x_{C1B2};$
$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$	$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$
$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq 9.2 * x_{A1B1};$	$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \quad \forall J, v_j$$

$$t_{A1} \geq 0 - 1000 * (1 - (\textcolor{red}{x_{D1A1}} + \textcolor{red}{x_{B1A1}} + \textcolor{red}{x_{B2A1}} + \textcolor{red}{x_{C1A1}} + \textcolor{red}{x_{C2A1}}));$$

$$t_{A2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1A2} + x_{B1A2} + \textcolor{red}{x_{B2A2}} + x_{C1A2} + \textcolor{red}{x_{C2A2}}));$$

$$t_{B1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1B1} + x_{A1B1} + \textcolor{red}{x_{A2B1}} + x_{C1B1} + \textcolor{red}{x_{C2B1}}));$$

$$t_{B2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1B2} + x_{A1B2} + \textcolor{red}{x_{A2B2}} + x_{C1B2} + x_{C2B2}));$$

$$t_{C1} \geq 0 - 1000 * (1 - (\textcolor{red}{x_{D1C1}} + \textcolor{red}{x_{A1C1}} + \textcolor{red}{x_{A2C1}} + x_{B1C1} + \textcolor{red}{x_{B2C1}}));$$

$$t_{C2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1C2} + x_{A1C2} + x_{A2C2} + x_{B1C2} + x_{B2C2}));$$

$$t_{D1} \geq 0;$$

$$t_{D2} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2}));$$

```

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tA2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xC1A2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xC1B1));
tB2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (xB1C1));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1A1 + xB1A1 + xB2A1 + xC1A1 + xC2A1));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xB2A2 + xC1A2 + xC2A2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xA2B1 + xC1B1 + xC2B1));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xA2B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1C1 + xA1C1 + xA2C1 + xB1C1 + xB2C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 <= 50;
tD2 <= 50 + 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xB2D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (0));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2 + xB1A2 + xC1A2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1B1 + xA1B1 + xC1B1));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2 + xA1B2 + xC1B2 + xC2B2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (xB1C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + xA1C2 + xA2C2 + xB1C2 + xB2C2));
tD1 <= 50;
tD2 <= 50 + 1000*(1 - (xA1D2 + xA2D2 + xB1D2 + xC1D2 + xC2D2));

```

Variables binarias:

@BIN(x_{D1A1});	@BIN(x _{C1D2});	@BIN(x_{C2A1});	@BIN(x _{A2C2});
@BIN(x _{A1D2});	@BIN(x_{D1C2});	@BIN(x _{A1C2});	@BIN(x_{C1B1});
@BIN(x_{D1A2});	@BIN(x _{C2D2});	@BIN(x _{B1A2});	@BIN(x_{B1C1});
@BIN(x _{A2D2});	@BIN(x_{B1A1});	@BIN(x_{A2B1});	@BIN(x_{C2B1});
@BIN(x_{D1B1});	@BIN(x _{A1B1});	@BIN(x_{B2A2});	@BIN(x _{B1C2});
@BIN(x _{B1D2});	@BIN(x_{B2A1});	@BIN(x_{A2B2});	@BIN(x _{C1B2});
@BIN(x_{D1B2});	@BIN(x _{A1B2});	@BIN(x _{C1A2});	@BIN(x_{B2C1});
@BIN(x_{B2D2});	@BIN(x_{C1A1});	@BIN(x_{A2C1});	@BIN(x _{C2B2});
@BIN(x_{D1C1});	@BIN(x_{A1C1});	@BIN(x_{C2A2});	@BIN(x _{B2C2});

@BIN(x _{A1D2});	@BIN(x_{B2D2});	@BIN(x _{A1C2});	@BIN(x _{B1C2});
@BIN(x_{D1A2});	@BIN(x _{C1D2});	@BIN(x _{B1A2});	@BIN(x_{C1B2});
@BIN(x_{A2D2});	@BIN(x_{D1C2});	@BIN(x _{C1A2});	@BIN(x _{C2B2});
@BIN(x_{D1B1});	@BIN(x_{C2D2});	@BIN(x_{A2C2});	@BIN(x_{B2C2});
@BIN(x_{B1D2});	@BIN(x_{A1B1});	@BIN(x_{C1B1});	
@BIN(x_{D1B2});	@BIN(x_{A1B2});	@BIN(x_{B1C1});	

3.2.- Solución LINGO

Global optimal solution found.

Objective value: 47.80000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 0

Variable	Value	Reduced Cost
XA1D2	0.000000	7.100000
XD1A2	0.000000	23.000000
XA2D2	0.000000	23.000000
XD1B1	1.000000	15.700000
XB1D2	0.000000	15.700000
XD1B2	0.000000	14.000000
XB2D2	0.000000	14.000000
XC1D2	0.000000	22.400000
XD1C2	0.000000	13.500000
XC2D2	1.000000	13.500000
XA1B1	0.000000	9.200000
XA1B2	0.000000	8.000000
XA1C2	0.000000	6.400000
XB1A2	1.000000	8.700000
XC1A2	0.000000	9.000000
XA2C2	1.000000	9.900000
XC1B1	0.000000	13.600000
XB1C1	0.000000	13.600000
XB1C2	0.000000	5.800000
XC1B2	0.000000	8.600000
XC2B2	0.000000	5.000000
XB2C2	0.000000	5.000000
XB2D2	0.000000	0.000000
TD2	50.000000	0.000000
TA1	0.000000	0.000000
TA2	26.600000	0.000000
TD1	0.000000	0.000000
TB1	15.700000	0.000000
TB2	0.000000	0.000000
TC1	0.000000	0.000000
TC2	36.500000	0.000000

4.- Problema TSPMD Tipo IV

4.1.- Resolución

$$\sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}$$

$$\text{Min} = \cancel{7.1*x_{D1A1}} + \cancel{7.1*x_{A1D2}} + \cancel{23*x_{D1A2}} + \cancel{23*x_{A2D2}} + \cancel{15.7*x_{D1B1}} + \cancel{15.7*x_{B1D2}} + 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + \cancel{22.4*x_{D1C1}} + \cancel{22.4*x_{C1D2}} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + \cancel{9.2*x_{B1A1}} + \cancel{9.2*x_{A1B1}} + \cancel{8*x_{B2A1}} + \cancel{8*x_{A1B2}} + \cancel{15.8*x_{C1A1}} + \cancel{15.8*x_{A1C1}} + \cancel{6.4*x_{C2A1}} + \cancel{6.4*x_{A1C2}} + \cancel{8.7*x_{B1A2}} + \cancel{8.7*x_{A2B1}} + \cancel{12.7*x_{B2A2}} + \cancel{12.7*x_{A2B2}} + \cancel{9*x_{C1A2}} + \cancel{9*x_{A2C1}} + \cancel{9.9*x_{C2A2}} + \cancel{9.9*x_{A2C2}} + \cancel{13.6*x_{C1B1}} + \cancel{13.6*x_{B1C1}} + \cancel{5.8*x_{C2B1}} + \cancel{5.8*x_{B1C2}} + \cancel{8.6*x_{C1B2}} + \cancel{8.6*x_{B2C1}} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};$$

$$\boxed{\text{Min} = 14*x_{D1B2} + 14*x_{B2D2} + 13.5*x_{D1C2} + 13.5*x_{C2D2} + 5*x_{C2B2} + 5*x_{B2C2};}$$

sa:

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall J$$

$$\cancel{x_{D1A1}} + \cancel{x_{D1A2}} + \cancel{x_{B1A1}} + \cancel{x_{B1A2}} + \cancel{x_{B2A1}} + \cancel{x_{B2A2}} + \cancel{x_{C1A1}} + \cancel{x_{C1A2}} + \cancel{x_{C2A1}} + \cancel{x_{C2A2}} = 1;$$

$$\cancel{x_{D1B1}} + x_{D1B2} + \cancel{x_{A1B1}} + \cancel{x_{A1B2}} + \cancel{x_{A2B1}} + \cancel{x_{A2B2}} + \cancel{x_{C1B1}} + \cancel{x_{C1B2}} + \cancel{x_{C2B1}} + x_{C2B2} = 1;$$

$$\cancel{x_{D1C1}} + x_{D1C2} + \cancel{x_{A1C1}} + \cancel{x_{A1C2}} + \cancel{x_{A2C1}} + \cancel{x_{A2C2}} + \cancel{x_{B1C1}} + \cancel{x_{B1C2}} + \cancel{x_{B2C1}} + x_{B2C2} = 1;$$

$$\cancel{x_{A1D2}} + \cancel{x_{A2D2}} + \cancel{x_{B1D2}} + x_{B2D2} + \cancel{x_{C1D2}} + x_{C2D2} = 1;$$

$$0 = 1;$$

$$x_{D1B2} + x_{C2B2} = 1;$$

$$x_{D1C2} + x_{B2C2} = 1;$$

$$x_{B2D2} + x_{C2D2} = 1;$$

$$\sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j} = 1 \quad \forall I$$

$$*_{A1D2} + *_{A2D2} + *_{A1B1} + *_{A2B1} + *_{A1B2} + *_{A2B2} + *_{A1C1} + *_{A2C1} + *_{A1C2} + *_{A2C2} = 1;$$

$$*_{B1D2} + X_{B2D2} + *_{B1A1} + *_{B2A1} + *_{B1A2} + *_{B2A2} + *_{B1C1} + *_{B2C1} + *_{B1C2} + X_{B2C2} = 1;$$

$$*_{C1D2} + X_{C2D2} + *_{C1A1} + *_{C2A1} + *_{C1A2} + *_{C2A2} + *_{C1B1} + *_{C2B1} + *_{C1B2} + X_{C2B2} = 1;$$

$$*_{D1A1} + X_{D1A2} + *_{D1B1} + X_{D1B2} + *_{D1C1} + X_{D1C2} = 1;$$

$$0 = 1;$$

$$X_{B2D2} + X_{B2C2} = 1;$$

$$X_{C2D2} + X_{C2B2} = 1;$$

$$X_{D1B2} + X_{D1C2} = 1;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} = \sum_I \sum_{v_j \in I} x_{v_j v_i} \quad \forall J, v_j$$

$$*_{D1A1} + *_{B1A1} + *_{B2A1} + *_{C1A1} + *_{C2A1} = *_{A1D2} + *_{A1B1} + *_{A1B2} + *_{A1C1} + *_{A1C2};$$

$$*_{D1A2} + *_{B1A2} + *_{B2A2} + *_{C1A2} + *_{C2A2} = *_{A2D2} + *_{A2B1} + *_{A2B2} + *_{A2C1} + *_{A2C2};$$

$$*_{D1B1} + *_{A1B1} + *_{A2B1} + *_{C1B1} + *_{C2B1} = *_{B1D2} + *_{B1A1} + *_{B1A2} + *_{B1C1} + *_{B1C2};$$

$$X_{D1B2} + *_{A1B2} + *_{A2B2} + *_{C1B2} + X_{C2B2} = X_{B2D2} + *_{B2A1} + *_{B2A2} + *_{B2C1} + X_{B2C2};$$

$$*_{D1C1} + *_{A1C1} + *_{A2C1} + *_{B1C1} + *_{B2C1} = *_{C1D2} + *_{C1A1} + *_{C1A2} + *_{C1B1} + *_{C1B2};$$

$$X_{D1C2} + *_{A1C2} + *_{A2C2} + *_{B1C2} + X_{B2C2} = X_{C2D2} + *_{C2A1} + *_{C2A2} + *_{C2B1} + X_{C2B2};$$

$$*_{A1D2} + *_{A2D2} + *_{B1D2} + X_{B2D2} + *_{C1D2} + X_{C2D2} = *_{D1A1} + *_{D1A2} + *_{D1B1} + X_{D1B2} + *_{D1C1} + X_{D1C2};$$

$$0 = 0;$$

$$0 = 0;$$

$$0 = 0;$$

$$X_{D1B2} + X_{C2B2} = X_{B2D2} + X_{B2C2};$$

$$0 = 0;$$

$$X_{D1C2} + X_{B2C2} = X_{C2D2} + X_{C2B2};$$

$$X_{B2D2} + X_{C2D2} = X_{D1B2} + X_{D1C2};$$

$$t_i + d_{v_i v_j} x_{v_i v_j} \leq t_j + A(1 - x_{v_i v_j}) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1D2}) \geq -7.1 * x_{A1D2};$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A1}) \geq -7.1 * x_{D1A1};$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2D2}) \geq -23 * x_{A2D2};$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1A2}) \geq -23 * x_{D1A2};$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1D2}) \geq -15.7 * x_{B1D2};$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B1}) \geq -15.7 * x_{D1B1};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2D2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1D2}) \geq -22.4 * x_{C1D2};$$

$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C1}) \geq -22.4 * x_{D1C1};$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B1}) \geq -9.2 * x_{A1B1};$$

$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A1}) \geq -9.2 * x_{B1A1};$$

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1B2}) \geq -8 * x_{A1B2};$$

$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A1}) \geq -8 * x_{B2A1};$$

$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C1}) \geq -15.8 * x_{A1C1};$$

$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A1}) \geq -15.8 * x_{C1A1};$$

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - x_{A1C2}) \geq -6.4 * x_{A1C2};$$

$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A1}) \geq -6.4 * x_{C2A1};$$

$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B1}) \geq -8.7 * x_{A2B1};$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1A2}) \geq -8.7 * x_{B1A2};$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2B2}) \geq -12.7 * x_{A2B2};$$

$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2A2}) \geq -12.7 * x_{B2A2};$$

$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C1}) \geq -9 * x_{A2C1};$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1A2}) \geq -9 * x_{C1A2};$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - x_{A2C2}) \geq -9.9 * x_{A2C2};$$

$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2A2}) \geq -9.9 * x_{C2A2};$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C1}) \geq -13.6 * x_{B1C1};$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B1}) \geq -13.6 * x_{C1B1};$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - x_{B1C2}) \geq -5.8 * x_{B1C2};$$

$$t_{B1} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B1}) \geq -5.8 * x_{C2B1};$$

$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C1}) \geq -8.6 * x_{B2C1};$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - x_{C1B2}) \geq -8.6 * x_{C1B2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2D2}) \geq 14 * x_{B2D2};$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1B2}) \geq 14 * x_{D1B2};$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2D2}) \geq 13.5 * x_{C2D2};$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - x_{D1C2}) \geq 13.5 * x_{D1C2};$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - x_{B2C2}) \geq 5 * x_{B2C2};$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - x_{C2B2}) \geq 5 * x_{C2B2};$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j} \right) \quad \forall J, v_j$$

```

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1A1 + *B1A1 + *B2A1 + *C1A1 + *C2A1));
tA2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1A2 + *B1A2 + *B2A2 + *C1A2 + *C2A2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1B1 + *A1B1 + *A2B1 + *C1B1 + *C2B1));
tB2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1B2 + *A1B2 + *A2B2 + *C1B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (*D1C1 + *A1C1 + *A2C1 + *B1C1 + *B2C1));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + *A1C2 + *A2C2 + *B1C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (*A1D2 + *A2D2 + *B1D2 + xB2D2 + *C1D2 + xC2D2));

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tA2 >= 25 - 1000*(1 - (0));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tB2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1B2 + xC2B2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tC2 >= 25 - 1000*(1 - (xD1C2 + xB2C2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(1 - (xC2D2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (*D1A1 + *B1A1 + *B2A1 + *C1A1 + *C2A1));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (*D1A2 + *B1A2 + *B2A2 + *C1A2 + *C2A2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (*D1B1 + *A1B1 + *A2B1 + *C1B1 + *C2B1));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2 + *A1B2 + *A2B2 + *C1B2 + xC2B2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (*D1C1 + *A1C1 + *A2C1 + *B1C1 + *B2C1));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2 + *A1C2 + *A2C2 + *B1C2 + xB2C2));
tD1 <= 50;

```

$t_{D2} \leq 50 + 1000 * (1 - (x_{A1D2} + x_{A2D2} + x_{B1D2} + x_{B2D2} + x_{C1D2} + x_{C2D2}))$;

```

 $t_{A1} \leq 8 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{A2} \leq 30 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{B1} \leq 20 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{B2} \leq 35 + 1000 * (1 - (x_{D1B2} + x_{C2B2}))$ ;
 $t_{C1} \leq 20 + 1000 * (1 - (0))$ ;
 $t_{C2} \leq 40 + 1000 * (1 - (x_{D1C2} + x_{B2C2}))$ ;
 $t_{D1} \leq 50$ ;
 $t_{D2} \leq 50 + 1000 * (1 - (x_{C2D2}))$ ;

```

Variables binarias:

$@BIN(x_{D1A1});$	$@BIN(x_{C1D2});$	$@BIN(x_{C2A1});$	$@BIN(x_{A2C2});$
$@BIN(x_{A1D2});$	$@BIN(x_{D1C2});$	$@BIN(x_{A1C2});$	$@BIN(x_{C1B1});$
$@BIN(x_{D1A2});$	$@BIN(x_{C2D2});$	$@BIN(x_{B1A2});$	$@BIN(x_{B1C1});$
$@BIN(x_{A2D2});$	$@BIN(x_{B1A1});$	$@BIN(x_{A2B1});$	$@BIN(x_{C2B1});$
$@BIN(x_{D1B1});$	$@BIN(x_{A1B1});$	$@BIN(x_{B2A2});$	$@BIN(x_{B1C2});$
$@BIN(x_{B1D2});$	$@BIN(x_{B2A1});$	$@BIN(x_{A2B2});$	$@BIN(x_{C1B2});$
$@BIN(x_{D1B2});$	$@BIN(x_{A1B2});$	$@BIN(x_{C1A2});$	$@BIN(x_{B2C1});$
$@BIN(x_{B2D2});$	$@BIN(x_{C1A1});$	$@BIN(x_{A2C1});$	$@BIN(x_{C2B2});$
$@BIN(x_{D1C1});$	$@BIN(x_{A1C1});$	$@BIN(x_{C2A2});$	$@BIN(x_{B2C2})$

$@BIN(x_{D1B2});$	$@BIN(x_{C2B2});$
$@BIN(x_{B2D2});$	$@BIN(x_{B2C2});$
$@BIN(x_{D1C2});$	
$@BIN(x_{C2D2});$	

4.2- Solución LINGO

No factible

5.- Problema VRPMD Tipo I

5.1.- Resolución

$$\sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}^k$$

$$\begin{aligned}
\text{Min} = & 7.1*x_{D1A1K1} + 7.1*x_{A1D2K1} + 23*x_{D1A2K1} + 23*x_{A2D2K1} + 15.7*x_{D1B1K1} + 15.7*x_{B1D2K1} + \\
& 14*x_{D1B2K1} + 14*x_{B2D2K1} + 22.4*x_{D1C1K1} + 22.4*x_{C1D2K1} + 13.5*x_{D1C2K1} + 13.5*x_{C2D2K1} + \\
& 10.6*x_{D1E1K1} + 10.6*x_{E1D2K1} + 21.2*x_{D1E2K1} + 21.2*x_{E2D2K1} + 20.6*x_{D1F1K1} + 20.6*x_{F1D2K1} + \\
& 11.2*x_{D1F2K1} + 11.2*x_{F2D2K1} + 9.2*x_{B1A1K1} + 9.2*x_{A1B1K1} + 8*x_{B2A1K1} + 8*x_{A1B2K1} + \\
& 15.8*x_{C1A1K1} + 15.8*x_{A1C1K1} + 6.4*x_{C2A1K1} + 6.4*x_{A1C2K1} + 3.6*x_{E1A1K1} + 3.6*x_{A1E1K1} + \\
& 14.1*x_{E2A1K1} + 14.1*x_{A1E2K1} + 15*x_{F1A1K1} + 5*x_{F2A1K1} + 5*x_{A1F2K1} + 8.7*x_{B1A2K1} + \\
& 8.7*x_{A2B1K1} + 12.7*x_{B2A2K1} + 12.7*x_{A2B2K1} + 9*x_{C1A2K1} + 9*x_{A2C1K1} + 9.9*x_{C2A2K1} + 9.9*x_{A2C2K1} + \\
& + 12.6*x_{E1A2K1} + 12.6*x_{A2E1K1} + 2.5*x_{E2A2K1} + 2.5*x_{A2E2K1} + 10.3*x_{F1A2K1} + 10.3*x_{A2F1K1} + \\
& 12.5*x_{E2A2K1} + 12.5*x_{A2F2K1} + 13.6*x_{C1B1K1} + 13.6*x_{B1C1K1} + 5.8*x_{C2B1K1} + 5.8*x_{B1C2K1} + \\
& 7.1*x_{E1B1K1} + 7.1*x_{B1E1K1} + 8.1*x_{B1E2K1} + 6.3*x_{F1B1K1} + 6.3*x_{B1F1K1} + 4.5*x_{F2B1K1} + \\
& + 4.5*x_{B1F2K1} + 8.6*x_{C1B2K1} + 8.6*x_{B2C1K1} + 5*x_{C2B2K1} + 5*x_{B2C2K1} + 5.4*x_{E1B2K1} + 5.4*x_{B2E1K1} + \\
& 10.2*x_{E2B2K1} + 10.2*x_{B2E2K1} + 17*x_{F1B2K1} + 17*x_{B2F1K1} + 9.4*x_{F2B2K1} + 9.4*x_{B2F2K1} + \\
& 12.4*x_{E1C1K1} + 12.4*x_{C1E1K1} + 7.1*x_{E1C2K1} + 18*x_{F1C1K1} + 18*x_{C1F1K1} + 15*x_{F2C1K1} + \\
& + 15*x_{C1F2K1} + 2.8*x_{E1C2K1} + 2.8*x_{C2E1K1} + 7.8*x_{E2C2K1} + 7.8*x_{C2E2K1} + 12.1*x_{F1C2K1} + \\
& 12.1*x_{C2F1K1} + 5.1*x_{F2C2K1} + 5.1*x_{C2F2K1} + 13.3*x_{F1E1K1} + 13.3*x_{E1F1K1} + 4.2*x_{F2E1K1} + \\
& 4.2*x_{E1F2K1} + 11.2*x_{F1E2K1} + 11.2*x_{E2F2K1} + 11.2*x_{F2E2K1} + 7.1*x_{D1A1K2} + \\
& 7.1*x_{A1D2K2} + 23*x_{D1A2K2} + 23*x_{A2D2K2} + 15.7*x_{D1B1K2} + 15.7*x_{B1D2K2} + 14*x_{D1B2K2} + \\
& 14*x_{B2D2K2} + 22.4*x_{D1C1K2} + 22.4*x_{C1D2K2} + 13.5*x_{D1C2K2} + 13.5*x_{C2D2K2} + 10.6*x_{D1F1K2} + \\
& 10.6*x_{E1D2K2} + 21.2*x_{D1E2K2} + 21.2*x_{E2D2K2} + 20.6*x_{D1F1K2} + 20.6*x_{F1D2K2} + 11.2*x_{D1F2K2} + \\
& 11.2*x_{F2D2K2} + 9.2*x_{B1A1K2} + 9.2*x_{A1B1K2} + 8*x_{B2A1K2} + 8*x_{A1B2K2} + 15.8*x_{C1A1K2} + \\
& 15.8*x_{A1C1K2} + 6.4*x_{C2A1K2} + 6.4*x_{A1C2K2} + 3.6*x_{E1A1K2} + 3.6*x_{A1E1K2} + 14.1*x_{E2A1K2} + \\
& 14.1*x_{A1E2K2} + 15*x_{F1A1K2} + 15*x_{A1F1K2} + 5*x_{F2A1K2} + 5*x_{A1F2K2} + 8.7*x_{B1A2K2} + 8.7*x_{A2B1K2} + \\
& 12.7*x_{B2A2K2} + 12.7*x_{A2B2K2} + 9*x_{C1A2K2} + 9*x_{B2C1K2} + 9.9*x_{C2A2K2} + 9.9*x_{A2C2K2} + \\
& 12.6*x_{E1A2K2} + 12.6*x_{A2E1K2} + 2.5*x_{E2A2K2} + 2.5*x_{A2E2K2} + 10.3*x_{F1A2K2} + 10.3*x_{A2F1K2} + \\
& 12.5*x_{E2A2K2} + 12.5*x_{A2F2K2} + 13.6*x_{C1B1K2} + 13.6*x_{B1C1K2} + 5.8*x_{C2B1K2} + 5.8*x_{B1C2K2} + \\
& 7.1*x_{E1B1K2} + 7.1*x_{B1E1K2} + 8.1*x_{B1E2K2} + 8.1*x_{B1E2K2} + 6.3*x_{F1B1K2} + 6.3*x_{B1F1K2} + 4.5*x_{F2B1K2} + \\
& + 4.5*x_{B1F2K2} + 8.6*x_{C1B2K2} + 8.6*x_{B2C1K2} + 5*x_{C2B2K2} + 5*x_{B2C2K2} + 5.4*x_{E1B2K2} + 5.4*x_{B2E1K2} + \\
& 10.2*x_{E2B2K2} + 10.2*x_{B2E2K2} + 17*x_{F1B2K2} + 17*x_{B2F1K2} + 9.4*x_{F2B2K2} + 9.4*x_{B2F2K2} + \\
& 12.4*x_{E1C1K2} + 12.4*x_{C1E1K2} + 7.1*x_{E1C2K2} + 18*x_{F1C1K2} + 18*x_{C1F1K2} + 15*x_{F2C1K2} + \\
& + 15*x_{C1F2K2} + 2.8*x_{E1C2K2} + 2.8*x_{C2E1K2} + 7.8*x_{E2C2K2} + 7.8*x_{C2E2K2} + 12.1*x_{F1C2K2} + \\
& 12.1*x_{C2F1K2} + 5.1*x_{F2C2K2} + 5.1*x_{C2F2K2} + 13.3*x_{F1E1K2} + 13.3*x_{E1F1K2} + 4.2*x_{F2E1K2} + \\
& 4.2*x_{E1F2K2} + 11.2*x_{F1E2K2} + 11.2*x_{E2F2K2} + 11.2*x_{F2E2K2} + 0*x_{D1D2K1} + \\
& 0*x_{D1D2K2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Min} = & 7.1*x_{D1A1K1} + 7.1*x_{A1D2K1} + 23*x_{D1A2K1} + 23*x_{A2D2K1} + 15.7*x_{D1B1K1} + 15.7*x_{B1D2K1} + \\
& 14*x_{D1B2K1} + 14*x_{B2D2K1} + 22.4*x_{C1D2K1} + 13.5*x_{D1C2K1} + 13.5*x_{C2D2K1} + 10.6*x_{E1D2K1} + \\
& 21.2*x_{D1E2K1} + 21.2*x_{E2D2K1} + 20.6*x_{F1D2K1} + 11.2*x_{D1F2K1} + 11.2*x_{F2D2K1} + 9.2*x_{A1B1K1} + \\
& 8*x_{A1B2K1} + 6.4*x_{A1C2K1} + 14.1*x_{A1E2K1} + 5*x_{A1F2K1} + 8.7*x_{B1A2K1} + 9*x_{C1A2K1} + 9.9*x_{A2C2K1} + \\
& 12.6*x_{E1A2K1} + 2.5*x_{E2A2K1} + 2.5*x_{A2E2K1} + 12.5*x_{A2F2K1} + 13.6*x_{C1B1K1} + 13.6*x_{B1C1K1} + \\
& 5.8*x_{B1C2K1} + 7.1*x_{E1B1K1} + 8.1*x_{B1E2K1} + 6.3*x_{F1B1K1} + 6.3*x_{B1F1K1} + 4.5*x_{B1F2K1} + 8.6*x_{C1B2K1} \\
& + 5*x_{C2B2K1} + 5*x_{B2C2K1} + 5.4*x_{E1B2K1} + 10.2*x_{E2B2K1} + 17*x_{F1B2K1} + 9.4*x_{B2F2K1} + 12.4*x_{E1C1K1} \\
& + 7.1*x_{C1E2K1} + 15*x_{C1F2K1} + 2.8*x_{E1C2K1} + 7.8*x_{E2C2K1} + 12.1*x_{F1C2K1} + 5.1*x_{F2C2K1} + \\
& 5.1*x_{C2F2K1} + 4.2*x_{E1F2K1} + 11.2*x_{F1E2K1} + 11.2*x_{E2F2K1} + 7.1*x_{D1A1K2} + 7.1*x_{A1D2K2} + \\
& 23*x_{D1A2K2} + 23*x_{A2D2K2} + 15.7*x_{D1B1K2} + 15.7*x_{B1D2K2} + 14*x_{D1B2K2} + 14*x_{B2D2K2} + \\
& 22.4*x_{C1D2K2} + 13.5*x_{D1C2K2} + 13.5*x_{C2D2K2} + 10.6*x_{E1D2K2} + 21.2*x_{D1E2K2} + 21.2*x_{E2D2K2} + \\
& 20.6*x_{F1D2K2} + 11.2*x_{D1F2K2} + 11.2*x_{F2D2K2} + 9.2*x_{A1B1K2} + 8*x_{A1B2K2} + 6.4*x_{A1C2K2} + \\
& 14.1*x_{A1E2K2} + 5*x_{A1F2K2} + 8.7*x_{B1A2K2} + 9*x_{C1A2K2} + 9.9*x_{A2C2K2} + 12.6*x_{E1A2K2} + 2.5*x_{E2A2K2} \\
& + 2.5*x_{A2E2K2} + 12.5*x_{A2F2K2} + 13.6*x_{C1B1K2} + 13.6*x_{B1C1K2} + 5.8*x_{B1C2K2} + 7.1*x_{E1B1K2} + \\
& 8.1*x_{B1E2K2} + 6.3*x_{F1B1K2} + 6.3*x_{B1F1K2} + 4.5*x_{B1F2K2} + 8.6*x_{C1B2K2} + 5*x_{C2B2K2} + 5*x_{B2C2K2} + \\
& 5.4*x_{E1B2K2} + 10.2*x_{E2B2K2} + 17*x_{F1B2K2} + 9.4*x_{B2F2K2} + 12.4*x_{E1C1K2} + 7.1*x_{C1E2K2} + 15*x_{C1F2K2} \\
& + 2.8*x_{E1C2K2} + 7.8*x_{E2C2K2} + 12.1*x_{F1C2K2} + 5.1*x_{F2C2K2} + 5.1*x_{C2F2K2} + 4.2*x_{E1F2K2} + \\
& 11.2*x_{F1E2K2} + 11.2*x_{E2F2K2} + 0*x_{D1D2K1} + 0*x_{D1D2K2};
\end{aligned}$$

sa:

$$\sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall J$$

$$\begin{aligned}
& x_{D1A1K1} + x_{D1A2K1} + *x_{B1A1K1} + x_{B1A2K1} + *x_{B2A1K1} + *x_{B2A2K1} + *x_{C1A1K1} + x_{C1A2K1} + *x_{C2A1K1} + *x_{C2A2K1} + \\
& *x_{E1A1K1} + x_{E1A2K1} + *x_{E2A1K1} + x_{E2A2K1} + *x_{F1A1K1} + *x_{F1A2K1} + *x_{F2A1K1} + *x_{F2A2K1} + x_{D1A1K2} + x_{D1A2K2} + \\
& *x_{B1A1K2} + x_{B1A2K2} + *x_{B2A1K2} + *x_{B2A2K2} + *x_{C1A1K2} + x_{C1A2K2} + *x_{C2A1K2} + *x_{C2A2K2} + *x_{E1A1K2} + x_{E1A2K2} + \\
& *x_{E2A1K2} + x_{E2A2K2} + *x_{F1A1K2} + *x_{F1A2K2} + *x_{F2A1K2} + *x_{F2A2K2} = 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{D1B1K1} + x_{D1B2K1} + x_{A1B1K1} + x_{A1B2K1} + *x_{A2B1K1} + *x_{A2B2K1} + x_{C1B1K1} + x_{C1B2K1} + *x_{C2B1K1} + x_{C2B2K1} + \\
& x_{E1B1K1} + x_{E1B2K1} + *x_{E2B1K1} + x_{E2B2K1} + x_{F1B1K1} + x_{F1B2K1} + *x_{F2B1K1} + *x_{F2B2K1} + x_{D1B1K2} + x_{D1B2K2} + \\
& x_{A1B1K2} + x_{A1B2K2} + *x_{A2B1K2} + *x_{A2B2K2} + x_{C1B1K2} + x_{C1B2K2} + *x_{C2B1K2} + x_{C2B2K2} + x_{E1B1K2} + x_{E1B2K2} + \\
& *x_{E2B1K2} + x_{E2B2K2} + x_{F1B1K2} + x_{F1B2K2} + *x_{F2B1K2} + *x_{F2B2K2} = 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& *x_{D1C1K1} + x_{D1C2K1} + *x_{A1C1K1} + x_{A1C2K1} + *x_{A2C1K1} + x_{A2C2K1} + x_{B1C1K1} + x_{B1C2K1} + *x_{B2C1K1} + x_{B2C2K1} + \\
& x_{E1C1K1} + x_{E1C2K1} + *x_{E2C1K1} + x_{E2C2K1} + *x_{F1C1K1} + x_{F1C2K1} + *x_{F2C1K1} + x_{F2C2K1} + *x_{D1C1K2} + x_{D1C2K2} + \\
& *x_{A1C1K2} + x_{A1C2K2} + *x_{A2C1K2} + x_{A2C2K2} + x_{B1C1K2} + x_{B1C2K2} + *x_{B2C1K2} + x_{B2C2K2} + x_{E1C1K2} + x_{E1C2K2} + \\
& *x_{E2C1K2} + x_{E2C2K2} + *x_{F1C1K2} + x_{F1C2K2} + *x_{F2C1K2} + x_{F2C2K2} = 1;
\end{aligned}$$

$$*_{D1E1K1} + X_{D1E2K1} + *_{A1E1K1} + X_{A1E2K1} + *_{A2E1K1} + X_{A2E2K1} + *_{B1E1K1} + X_{B1E2K1} + *_{B2E1K1} + *_{B2E2K1} + *_{C1E1K1} + X_{C1E2K1} + *_{C2E1K1} + *_{C2E2K1} + *_{F1E1K1} + X_{F1E2K1} + *_{F2E1K1} + *_{F2E2K1} + *_{D1E1K2} + X_{D1E2K2} + *_{A1E1K2} + X_{A1E2K2} + *_{A2E1K2} + X_{A2E2K2} + *_{B1E1K2} + X_{B1E2K2} + *_{B2E1K2} + *_{B2E2K2} + *_{C1E1K2} + X_{C1E2K2} + *_{C2E1K2} + X_{C2E2K2} + *_{F1E1K2} + X_{F1E2K2} + *_{F2E1K2} + *_{F2E2K2} = 1;$$

$$*_{D1F1K1} + X_{D1F2K1} + *_{A1F1K1} + X_{A1F2K1} + *_{A2F1K1} + X_{A2F2K1} + X_{B1F1K1} + X_{B1F2K1} + *_{B2F1K1} + X_{B2F2K1} + *_{C1F1K1} + X_{C1F2K1} + *_{C2F1K1} + X_{C2F2K1} + *_{E1F1K1} + X_{E1F2K1} + *_{E2F1K1} + X_{E2F2K1} + *_{D1F1K2} + X_{D1F2K2} + *_{A1F1K2} + X_{A1F2K2} + *_{A2F1K2} + X_{A2F2K2} + X_{B1F1K2} + X_{B1F2K2} + *_{B2F1K2} + X_{B2F2K2} + *_{C1F1K2} + X_{C1F2K2} + *_{C2F1K2} + X_{C2F2K2} + *_{E1F1K2} + X_{E1F2K2} + *_{E2F1K2} + X_{E2F2K2} = 1;$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} + X_{D1D2K1} + X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} + X_{D1D2K2} = 2;$$

$$X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{B1A2K1} + X_{C1A2K1} + X_{E1A2K1} + X_{E2A2K1} + X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{B1A2K2} + X_{C1A2K2} + X_{E1A2K2} + X_{E2A2K2} = 1;$$

$$X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + X_{A1B1K1} + X_{A1B2K1} + X_{C1B1K1} + X_{C1B2K1} + X_{C2B2K1} + X_{E1B1K1} + X_{E1B2K1} + X_{E2B2K1} + X_{F1B1K1} + X_{F1B2K1} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + X_{A1B1K2} + X_{A1B2K2} + X_{C1B1K2} + X_{C1B2K2} + X_{C2B2K2} + X_{E1B1K2} + X_{E1B2K2} + X_{E2B2K2} + X_{F1B1K2} + X_{F1B2K2} = 1;$$

$$X_{D1C2K1} + X_{A1C2K1} + X_{A2C2K1} + X_{B1C1K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} + X_{E1C1K1} + X_{E1C2K1} + X_{E2C2K1} + X_{F1C2K1} + X_{F2C2K1} + X_{D1C2K2} + X_{A1C2K2} + X_{A2C2K2} + X_{B1C1K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} + X_{E1C1K2} + X_{E1C2K2} + X_{E2C2K2} + X_{F1C2K2} + X_{F2C2K2} = 1;$$

$$X_{D1E2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} + X_{B1E2K1} + X_{C1E2K1} + X_{F1E2K1} + X_{D1E2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + X_{B1E2K2} + X_{C1E2K2} + X_{F1E2K2} = 1;$$

$$X_{D1F2K1} + X_{A1F2K1} + X_{A2F2K1} + X_{B1F1K1} + X_{B1F2K1} + X_{B2F2K1} + X_{C1F2K1} + X_{C2F2K1} + X_{E1F2K1} + X_{E2F2K1} + X_{D1F2K2} + X_{A1F2K2} + X_{A2F2K2} + X_{B1F1K2} + X_{B1F2K2} + X_{B2F2K2} + X_{C1F2K2} + X_{C2F2K2} + X_{E1F2K2} + X_{E2F2K2} = 1;$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} + X_{D1D2K1} + X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} + X_{D1D2K2} = 2;$$

$$\sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall I$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{A1B1K1} + *_{A2B1K1} + X_{A1B2K1} + *_{A2B2K1} + *_{A1C1K1} + *_{A2C1K1} + X_{A1C2K1} + X_{A2C2K1} + *_{A1E1K1} + *_{A2E1K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} + *_{A1F1K1} + *_{A2F1K1} + X_{A1F2K1} + X_{A2F2K1} + X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{A1B1K2} + *_{A2B1K2} + X_{A1B2K2} + *_{A2B2K2} + *_{A1C1K2} + *_{A2C1K2} + X_{A1C2K2} + X_{A2C2K2} + *_{A1F1K2} + *_{A2F1K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + *_{A1F1K2} + *_{A2F1K2} + X_{A1F2K2} + X_{A2F2K2} = 1;$$

$$X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + *_{B1A1K1} + *_{B2A1K1} + X_{B1A2K1} + *_{B2A2K1} + X_{B1C1K1} + *_{B2C1K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} + *_{B1E1K1} + *_{B2E1K1} + X_{B1E2K1} + *_{B2E2K1} + X_{B1F1K1} + *_{B2F1K1} + X_{B1F2K1} + X_{B2F2K1} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + *_{B1A1K2} + *_{B2A1K2} + X_{B1A2K2} + *_{B2A2K2} + X_{B1C1K2} + *_{B2C1K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} + *_{B1F1K2} + *_{B2F1K2} + X_{B1E2K2} + *_{B2E2K2} + X_{B1F1K2} + *_{B2F1K2} + X_{B1F2K2} + X_{B2F2K2} = 1;$$

$$X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + *_{C1A1K1} + *_{C2A1K1} + X_{C1A2K1} + *_{C2A2K1} + X_{C1B1K1} + *_{C2B1K1} + X_{C1B2K1} + X_{C2B2K1} + *_{C1E1K1} + *_{C2E1K1} + X_{C1E2K1} + *_{C2E2K1} + *_{C1F1K1} + *_{C2F1K1} + X_{C1F2K1} + X_{C2F2K1} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + *_{C1A1K2} + *_{C2A1K2} + X_{C1A2K2} + *_{C2A2K2} + X_{C1B1K2} + *_{C2B1K2} + X_{C1B2K2} + X_{C2B2K2} + *_{C1F1K2} + *_{C2F1K2} + X_{C1E2K2} + *_{C2E2K2} + *_{C1F1K2} + *_{C2F1K2} + X_{C1F2K2} + X_{C2F2K2} = 1;$$

$$X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + *_{E1A1K1} + *_{E2A1K1} + X_{E1A2K1} + X_{E2A2K1} + X_{E1B1K1} + *_{E2B1K1} + X_{E1B2K1} + X_{E2B2K1} + X_{E1C1K1} + *_{E2C1K1} + X_{E1C2K1} + X_{E2C2K1} + *_{E1F1K1} + *_{E2F1K1} + X_{E1F2K1} + X_{E2F2K1} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + *_{E1A1K2} + *_{E2A1K2} + X_{E1A2K2} + X_{E2A2K2} + X_{E1B1K2} + *_{E2B1K2} + X_{E1B2K2} + X_{E2B2K2} + X_{E1C1K2} + *_{E2C1K2} + X_{E1C2K2} + X_{E2C2K2} + *_{E1F1K2} + *_{E2F1K2} + X_{E1F2K2} + X_{E2F2K2} = 1;$$

$$X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} + *_{F1A1K1} + *_{F2A1K1} + *_{F1A2K1} + *_{F2A2K1} + X_{F1B1K1} + *_{F2B1K1} + X_{F1B2K1} + *_{F2B2K1} + *_{F1C1K1} + *_{F2C1K1} + X_{F1C2K1} + X_{F2C2K1} + *_{F1E1K1} + *_{F2E1K1} + X_{F1E2K1} + *_{F2E2K1} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} + *_{F1A1K2} + *_{F2A1K2} + *_{F1A2K2} + *_{F2A2K2} + X_{F1B1K2} + *_{F2B1K2} + X_{F1B2K2} + *_{F2B2K2} + *_{F1C1K2} + *_{F2C1K2} + X_{F1C2K2} + X_{F2C2K2} + *_{F1E1K2} + *_{F2E1K2} + X_{F1E2K2} + *_{F2E2K2} = 1;$$

$$X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + *_{D1C1K1} + X_{D1C2K1} + *_{D1E1K1} + X_{D1E2K1} + *_{D1F1K1} + X_{D1F2K1} + X_{D1D2K1} + X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + *_{D1C1K2} + X_{D1C2K2} + *_{D1E1K2} + X_{D1E2K2} + *_{D1F1K2} + X_{D1F2K2} + X_{D1D2K2} = 2;$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{A1B1K1} + X_{A1B2K1} + X_{A1C2K1} + X_{A2C2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} + X_{A1F2K1} + X_{A2F2K1} + X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{A1B1K2} + X_{A1B2K2} + X_{A1C2K2} + X_{A2C2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + X_{A1F2K2} + X_{A2F2K2} = 1;$$

$$X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{B1A2K1} + X_{B1C1K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} + X_{B1E2K1} + X_{B1F1K1} + X_{B1F2K1} + X_{B2F2K1} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{B1A2K2} + X_{B1C1K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} + X_{B1E2K2} + X_{B1F1K2} + X_{B1F2K2} + X_{B2F2K2} = 1;$$

$$X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{C1A2K1} + X_{C1B1K1} + X_{C1B2K1} + X_{C2B2K1} + X_{C1E2K1} + X_{C1F2K1} + X_{C2F2K1} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{C1A2K2} + X_{C1B1K2} + X_{C1B2K2} + X_{C2B2K2} + X_{C1E2K2} + X_{C1F2K2} + X_{C2F2K2} = 1;$$

$$X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + X_{E1A2K1} + X_{E2A2K1} + X_{E1B1K1} + X_{E1B2K1} + X_{E2B2K1} + X_{E1C1K1} + X_{E1C2K1} + X_{E2C2K1} + X_{E1F2K1} + X_{E2F2K1} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + X_{E1A2K2} + X_{E2A2K2} + X_{E1B1K2} + X_{E1B2K2} + X_{E2B2K2} + X_{E1C1K2} + X_{E2C2K2} + X_{E1F2K2} + X_{E2F2K2} = 1;$$

$$X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} + X_{F1B1K1} + X_{F1B2K1} + X_{F1C2K1} + X_{F2C2K1} + X_{F1E2K1} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} + X_{F1B1K2} + X_{F1C2K2} + X_{F2C2K2} + X_{F1E2K2} = 1;$$

$$X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + X_{D1C2K1} + X_{D1E2K1} + X_{D1F2K1} + X_{D1D2K1} + X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + X_{D1C2K2} + X_{D1E2K2} + X_{D1F2K2} + X_{D1D2K2} = 2;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k = \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \quad \forall J, \forall v_j, \forall k$$

$$X_{D1A1K1} + X_{B1A1K1} + X_{B2A1K1} + X_{C1A1K1} + X_{C2A1K1} + X_{E1A1K1} + X_{E2A1K1} + X_{F1A1K1} + X_{F2A1K1} = X_{A1D2K1} + X_{A1B1K1} + X_{A1B2K1} + X_{A1C1K1} + X_{A1C2K1} + X_{A1E1K1} + X_{A1E2K1} + X_{A1F1K1} + X_{A1F2K1};$$

$$X_{D1A1K2} + X_{B1A1K2} + X_{B2A1K2} + X_{C1A1K2} + X_{C2A1K2} + X_{E1A1K2} + X_{E2A1K2} + X_{F1A1K2} + X_{F2A1K2} = X_{A1D2K2} + X_{A1B1K2} + X_{A1B2K2} + X_{A1C1K2} + X_{A1C2K2} + X_{A1E1K2} + X_{A1E2K2} + X_{A1F1K2} + X_{A1F2K2};$$

$$X_{D1A2K1} + X_{B1A2K1} + X_{B2A2K1} + X_{C1A2K1} + X_{C2A2K1} + X_{E1A2K1} + X_{E2A2K1} + X_{F1A2K1} + X_{F2A2K1} = X_{A2D2K1} + X_{A2B1K1} + X_{A2B2K1} + X_{A2C1K1} + X_{A2C2K1} + X_{A2E1K1} + X_{A2E2K1} + X_{A2F1K1} + X_{A2F2K1};$$

$$X_{D1A2K2} + X_{B1A2K2} + X_{B2A2K2} + X_{C1A2K2} + X_{C2A2K2} + X_{E1A2K2} + X_{E2A2K2} + X_{F1A2K2} + X_{F2A2K2} = X_{A2D2K2} + X_{A2B1K2} + X_{A2B2K2} + X_{A2C1K2} + X_{A2C2K2} + X_{A2E1K2} + X_{A2E2K2} + X_{A2F1K2} + X_{A2F2K2};$$

$$X_{D1B1K1} + X_{A1B1K1} + \cancel{X_{A2B1K1}} + X_{C1B1K1} + \cancel{X_{E2B1K1}} + X_{E1B1K1} + \cancel{X_{E2B1K1}} + X_{F1B1K1} + \cancel{X_{F2B1K1}} = X_{B1D2K1} + \cancel{X_{B1A1K1}} + X_{B1A2K1} + X_{B1C1K1} + X_{B1C2K1} + \cancel{X_{B1E1K1}} + X_{B1E2K1} + X_{B1F1K1} + X_{B1F2K1};$$

$$X_{D1B1K2} + X_{A1B1K2} + \cancel{X_{A2B1K2}} + X_{C1B1K2} + \cancel{X_{E2B1K2}} + X_{E1B1K2} + \cancel{X_{E2B1K2}} + X_{F1B1K2} + \cancel{X_{F2B1K2}} = X_{B1D2K2} + \cancel{X_{B1A1K2}} + X_{B1A2K2} + X_{B1C1K2} + X_{B1C2K2} + \cancel{X_{B1E1K2}} + X_{B1E2K2} + X_{B1F1K2} + X_{B1F2K2};$$

$$X_{D1B2K1} + X_{A1B2K1} + \cancel{X_{A2B2K1}} + X_{C1B2K1} + X_{C2B2K1} + X_{E1B2K1} + X_{E2B2K1} + X_{F1B2K1} + \cancel{X_{F2B2K1}} = X_{B2D2K1} + \cancel{X_{B2A1K1}} + \cancel{X_{B2A2K1}} + \cancel{X_{B2C1K1}} + X_{B2C2K1} + \cancel{X_{B2E1K1}} + \cancel{X_{B2E2K1}} + \cancel{X_{B2F1K1}} + X_{B2F2K1};$$

$$X_{D1B2K2} + X_{A1B2K2} + \cancel{X_{A2B2K2}} + X_{C1B2K2} + X_{C2B2K2} + X_{E1B2K2} + X_{E2B2K2} + X_{F1B2K2} + \cancel{X_{F2B2K2}} = X_{B2D2K2} + \cancel{X_{B2A1K2}} + \cancel{X_{B2A2K2}} + \cancel{X_{B2C1K2}} + X_{B2C2K2} + \cancel{X_{B2E1K2}} + \cancel{X_{B2E2K2}} + \cancel{X_{B2F1K2}} + X_{B2F2K2};$$

$$\cancel{X_{D1C1K1}} + \cancel{X_{A1C1K1}} + \cancel{X_{A2C1K1}} + X_{B1C1K1} + \cancel{X_{B2C1K1}} + X_{E1C1K1} + \cancel{X_{E2C1K1}} + \cancel{X_{F1C1K1}} + \cancel{X_{F2C1K1}} = X_{C1D2K1} + \cancel{X_{C1A1K1}} + X_{C1A2K1} + X_{C1B1K1} + X_{C1B2K1} + \cancel{X_{C1E1K1}} + X_{C1E2K1} + \cancel{X_{C1F1K1}} + X_{C1F2K1};$$

$$\cancel{X_{D1C1K2}} + \cancel{X_{A1C1K2}} + \cancel{X_{A2C1K2}} + X_{B1C1K2} + \cancel{X_{B2C1K2}} + X_{E1C1K2} + \cancel{X_{E2C1K2}} + \cancel{X_{F1C1K2}} + \cancel{X_{F2C1K2}} = X_{C1D2K2} + \cancel{X_{C1A1K2}} + X_{C1A2K2} + X_{C1B1K2} + X_{C1B2K2} + \cancel{X_{C1E1K2}} + X_{C1E2K2} + \cancel{X_{C1F1K2}} + X_{C1F2K2};$$

$$X_{D1C2K1} + X_{A1C2K1} + X_{A2C2K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} + X_{E1C2K1} + X_{E2C2K1} + X_{F1C2K1} + X_{F2C2K1} = X_{C2D2K1} + \cancel{X_{C2A1K1}} + \cancel{X_{C2A2K1}} + \cancel{X_{C2B1K1}} + X_{C2B2K1} + \cancel{X_{C2E1K1}} + \cancel{X_{C2E2K1}} + \cancel{X_{C2F1K1}} + X_{C2F2K1};$$

$$X_{D1C2K2} + X_{A1C2K2} + X_{A2C2K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} + X_{E1C2K2} + X_{E2C2K2} + X_{F1C2K2} + X_{F2C2K2} = X_{C2D2K2} + \cancel{X_{C2A1K2}} + \cancel{X_{C2A2K2}} + \cancel{X_{C2B1K2}} + X_{C2B2K2} + \cancel{X_{C2E1K2}} + \cancel{X_{C2E2K2}} + \cancel{X_{C2F1K2}} + X_{C2F2K2};$$

$$\cancel{X_{D1E1K1}} + \cancel{X_{A1E1K1}} + \cancel{X_{A2E1K1}} + \cancel{X_{B1E1K1}} + \cancel{X_{B2E1K1}} + \cancel{X_{C1E1K1}} + \cancel{X_{C2E1K1}} + \cancel{X_{F1E1K1}} + \cancel{X_{F2E1K1}} = X_{E1D2K1} + \cancel{X_{E1A1K1}} + X_{E1A2K1} + X_{E1B1K1} + X_{E1B2K1} + X_{E1C1K1} + X_{E1C2K1} + \cancel{X_{E1F1K1}} + X_{E1F2K1};$$

$$\cancel{X_{D1E1K2}} + \cancel{X_{A1E1K2}} + \cancel{X_{A2E1K2}} + \cancel{X_{B1E1K2}} + \cancel{X_{B2E1K2}} + \cancel{X_{C1E1K2}} + \cancel{X_{C2E1K2}} + \cancel{X_{F1E1K2}} + \cancel{X_{F2E1K2}} = X_{E1D2K2} + \cancel{X_{E1A1K2}} + X_{E1A2K2} + X_{E1B1K2} + X_{E1B2K2} + X_{E1C1K2} + X_{E1C2K2} + \cancel{X_{E1F1K2}} + X_{E1F2K2};$$

$$X_{D1E2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} + X_{B1E2K1} + \cancel{X_{B2E2K1}} + X_{C1E2K1} + \cancel{X_{C2E2K1}} + X_{F1E2K1} + \cancel{X_{F2E2K1}} = X_{E2D2K1} + \cancel{X_{E2A1K1}} + X_{E2A2K1} + \cancel{X_{E2B1K1}} + X_{E2B2K1} + \cancel{X_{E2C1K1}} + \cancel{X_{E2C2K1}} + \cancel{X_{E2F1K1}} + X_{E2F2K1};$$

$$X_{D1E2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + X_{B1E2K2} + \cancel{X_{B2E2K2}} + X_{C1E2K2} + \cancel{X_{C2E2K2}} + X_{F1E2K2} + \cancel{X_{F2E2K2}} = X_{E2D2K2} + \cancel{X_{E2A1K2}} + X_{E2A2K2} + \cancel{X_{E2B1K2}} + X_{E2B2K2} + \cancel{X_{E2C1K2}} + \cancel{X_{E2C2K2}} + \cancel{X_{E2F1K2}} + X_{E2F2K2};$$

$$\cancel{X_{D1F1K1}} + \cancel{X_{A1F1K1}} + \cancel{X_{A2F1K1}} + X_{B1F1K1} + \cancel{X_{B2F1K1}} + \cancel{X_{C1F1K1}} + \cancel{X_{C2F1K1}} + \cancel{X_{E1F1K1}} + \cancel{X_{E2F1K1}} = X_{F1D2K1} + \cancel{X_{F1A1K1}} + \cancel{X_{F1A2K1}} + X_{F1B1K1} + X_{F1B2K1} + \cancel{X_{F1C1K1}} + X_{F1C2K1} + \cancel{X_{F1E1K1}} + X_{F1E2K1};$$

$$\cancel{X_{D1F1K2}} + \cancel{X_{A1F1K2}} + \cancel{X_{A2F1K2}} + X_{B1F1K2} + \cancel{X_{B2F1K2}} + \cancel{X_{C1F1K2}} + \cancel{X_{C2F1K2}} + \cancel{X_{E1F1K2}} + \cancel{X_{E2F1K2}} = X_{F1D2K2} + \cancel{X_{F1A1K2}} + \cancel{X_{F1A2K2}} + X_{F1B1K2} + X_{F1B2K2} + \cancel{X_{F1C1K2}} + X_{F1C2K2} + \cancel{X_{F1E1K2}} + X_{F1E2K2};$$

$$X_{D1F2K1} + X_{A1F2K1} + X_{A2F2K1} + X_{B1F2K1} + X_{B2F2K1} + X_{C1F2K1} + X_{C2F2K1} + X_{E1F2K1} + X_{E2F2K1} = X_{F2D2K1} + \cancel{X_{F2A1K1}} + \cancel{X_{F2A2K1}} + \cancel{X_{F2B1K1}} + \cancel{X_{F2B2K1}} + \cancel{X_{F2C1K1}} + \cancel{X_{F2C2K1}} + \cancel{X_{F2E1K1}} + \cancel{X_{F2E2K1}};$$

$$X_{D1F2K2} + X_{A1F2K2} + X_{A2F2K2} + X_{B1F2K2} + X_{B2F2K2} + X_{C1F2K2} + X_{C2F2K2} + X_{E1F2K2} + X_{E2F2K2} = X_{F2D2K2} + \cancel{X_{F2A1K2}} + \cancel{X_{F2A2K2}} + \cancel{X_{F2B1K2}} + \cancel{X_{F2B2K2}} + \cancel{X_{F2C1K2}} + \cancel{X_{F2C2K2}} + \cancel{X_{F2E1K2}} + \cancel{X_{F2E2K2}};$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} = X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + \cancel{X_{D1C1K1}} + X_{D1C2K1} + \cancel{X_{D1E1K1}} + X_{D1E2K1} + \cancel{X_{D1F1K1}} + X_{D1F2K1};$$

$$X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} = X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + \cancel{X_{D1C1K2}} + X_{D1C2K2} + \cancel{X_{D1E1K2}} + X_{D1E2K2} + \cancel{X_{D1F1K2}} + X_{D1F2K2};$$

$$X_{D1A1K1} = X_{A1D2K1} + X_{A1B1K1} + X_{A1B2K1} + X_{A1C2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A1F2K1};$$

$$X_{D1A1K2} = X_{A1D2K2} + X_{A1B1K2} + X_{A1B2K2} + X_{A1C2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A1F2K2};$$

$$X_{D1A2K1} + X_{B1A2K1} + X_{C1A2K1} + X_{E1A2K1} + X_{E2A2K1} = X_{A2D2K1} + X_{A2C2K1} + X_{A2E2K1} + X_{A2F2K1};$$

$$X_{D1A2K2} + X_{B1A2K2} + X_{C1A2K2} + X_{E1A2K2} + X_{E2A2K2} = X_{A2D2K2} + X_{A2C2K2} + X_{A2E2K2} + X_{A2F2K2};$$

$$X_{D1B1K1} + X_{A1B1K1} + X_{C1B1K1} + X_{E1B1K1} + X_{F1B1K1} = X_{B1D2K1} + X_{B1A2K1} + X_{B1C1K1} + X_{B1C2K1} + X_{B1E2K1} + X_{B1F1K1} + X_{B1F2K1};$$

$$X_{D1B1K2} + X_{A1B1K2} + X_{C1B1K2} + X_{E1B1K2} + X_{F1B1K2} = X_{B1D2K2} + X_{B1A2K2} + X_{B1C1K2} + X_{B1C2K2} + X_{B1E2K2} + X_{B1F1K2} + X_{B1F2K2};$$

$$X_{D1B2K1} + X_{A1B2K1} + X_{C1B2K1} + X_{E1B2K1} + X_{E2B2K1} + X_{F1B2K1} = X_{B2D2K1} + X_{B2C2K1} + X_{B2F2K1};$$

$$X_{D1B2K2} + X_{A1B2K2} + X_{C1B2K2} + X_{E1B2K2} + X_{E2B2K2} + X_{F1B2K2} = X_{B2D2K2} + X_{B2C2K2} + X_{B2F2K2};$$

$$X_{B1C1K1} + X_{E1C1K1} = X_{C1D2K1} + X_{C1A2K1} + X_{C1B1K1} + X_{C1B2K1} + X_{C1E2K1} + X_{C1F2K1};$$

$$X_{B1C1K2} + X_{E1C1K2} = X_{C1D2K2} + X_{C1A2K2} + X_{C1B1K2} + X_{C1B2K2} + X_{C1E2K2} + X_{C1F2K2};$$

$$X_{D1C2K1} + X_{A1C2K1} + X_{A2C2K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} + X_{E1C2K1} + X_{E2C2K1} + X_{F1C2K1} + X_{F2C2K1} = X_{C2D2K1} + X_{C2B2K1} + X_{C2F2K1};$$

$$X_{D1C2K2} + X_{A1C2K2} + X_{A2C2K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} + X_{E1C2K2} + X_{E2C2K2} + X_{F1C2K2} + X_{F2C2K2} = X_{C2D2K2} + X_{C2B2K2} + X_{C2F2K2};$$

$$0 = X_{E1D2K1} + X_{E1A2K1} + X_{E1B1K1} + X_{E1B2K1} + X_{E1C1K1} + X_{E1C2K1} + X_{E1F2K1};$$

$$0 = X_{E1D2K2} + X_{E1A2K2} + X_{E1B1K2} + X_{E1B2K2} + X_{E1C1K2} + X_{E1C2K2} + X_{E1F2K2};$$

$$X_{D1E2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} + X_{B1E2K1} + X_{C1E2K1} + X_{F1E2K1} = X_{E2D2K1} + X_{E2A2K1} + X_{E2B2K1} + X_{E2C2K1} + X_{E2F2K1};$$

$$X_{D1E2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + X_{B1E2K2} + X_{C1E2K2} + X_{F1E2K2} = X_{E2D2K2} + X_{E2A2K2} + X_{E2B2K2} + X_{E2C2K2} + X_{E2F2K2};$$

$$X_{B1F1K1} = X_{F1D2K1} + X_{F1B1K1} + X_{F1B2K1} + X_{F1E2K1};$$

$$X_{B1F1K2} = X_{F1D2K2} + X_{F1B1K2} + X_{F1B2K2} + X_{F1E2K2};$$

$$X_{D1F2K1} + X_{A1F2K1} + X_{A2F2K1} + X_{B1F2K1} + X_{B2F2K1} + X_{C1F2K1} + X_{C2F2K1} + X_{E1F2K1} + X_{E2F2K1} = X_{F2D2K1} + X_{F2C2K1};$$

$$X_{D1F2K2} + X_{A1F2K2} + X_{A2F2K2} + X_{B1F2K2} + X_{B2F2K2} + X_{C1F2K2} + X_{C2F2K2} + X_{E1F2K2} + X_{E2F2K2} = X_{F2D2K2} + X_{F2C2K2};$$

$$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} + X_{F1D2K1} + X_{F2D2K1} = X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + X_{D1C2K1} + X_{D1E2K1} + X_{D1F2K1};$$

$$X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} + X_{F1D2K2} + X_{F2D2K2} = X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + X_{D1C2K2} + X_{D1E2K2} + X_{D1F2K2};$$

$$t_i + d_{v_i v_j} \sum_k x_{v_i v_j}^k \leq t_j + A \left(1 - \sum_k x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2});$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2});$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2})) \geq 23 * (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2});$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2})) \geq 23 * (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2});$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2})) \geq 15.7 * (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2})) \geq 15.7 * (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2});$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{D2B2K1} + x_{D2B2K2})) \geq 14 * (x_{D2B2K1} + x_{D2B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2})) \geq 14 * (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2})) \geq 22.4 * (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2});$$

~~$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C1K1} + x_{D1C1K2})) \geq 22.4 * (x_{D1C1K1} + x_{D1C1K2});$$~~

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2})) \geq 13.5 * (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2});$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2})) \geq 13.5 * (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2});$$

~~$$t_{E1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E1K1} + x_{D1E1K2})) \geq 10.6 * (x_{D1E1K1} + x_{D1E1K2});$$~~

$$t_{D2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2})) \geq 10.6 * (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2});$$

$$t_{E2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2})) \geq 21.2 * (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2})) \geq 21.2 * (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2});$$

~~$$t_{F1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1F1K1} + x_{D1F1K2})) \geq 20.6 * (x_{D1F1K1} + x_{D1F1K2});$$~~

$$t_{D2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1D2K1} + x_{F1D2K2})) \geq 20.6 * (x_{F1D2K1} + x_{F1D2K2});$$

$$t_{F2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1F2K1} + x_{D1F2K2})) \geq 11.2 * (x_{D1F2K1} + x_{D1F2K2});$$

$$t_{D2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2D2K1} + x_{F2D2K2})) \geq 11.2 * (x_{F2D2K1} + x_{F2D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2})) \geq 9.2 * (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2});$$

~~$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1A1K1} + x_{B1A1K2})) \geq 9.2 * (x_{B1A1K1} + x_{B1A1K2});$$~~

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2})) \geq 8 * (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2});$$

$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2A1K1} + x_{B2A1K2})) \geq 8 * (x_{B2A1K1} + x_{B2A1K2});$$

$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1C1K1} + x_{A1C1K2})) \geq 15.8 * (x_{A1C1K1} + x_{A1C1K2});$$

$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1A1K1} + x_{C1A1K2})) \geq 15.8 * (x_{C1A1K1} + x_{C1A1K2});$$

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2})) \geq 6.4 * (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2});$$

$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2A1K1} + x_{C2A1K2})) \geq 6.4 * (x_{C2A1K1} + x_{C2A1K2});$$

$$t_{E1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E1K1} + x_{A1E1K2})) \geq 3.6 * (x_{A1E1K1} + x_{A1E1K2});$$

$$t_{A1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1A1K1} + x_{E1A1K2})) \geq 3.6 * (x_{E1A1K1} + x_{E1A1K2});$$

$$t_{E2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2})) \geq 14.1 * (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2});$$

$$t_{A1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A1K1} + x_{E2A1K2})) \geq 14.1 * (x_{E2A1K1} + x_{E2A1K2});$$

$$t_{F1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1F1K1} + x_{A1F1K2})) \geq 15 * (x_{A1F1K1} + x_{A1F1K2});$$

$$t_{A1} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1A1K1} + x_{F1A1K2})) \geq 15 * (x_{F1A1K1} + x_{F1A1K2});$$

$$t_{F2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1F2K1} + x_{A1F2K2})) \geq 5 * (x_{A1F2K1} + x_{A1F2K2});$$

$$t_{A1} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2A1K1} + x_{F2A1K2})) \geq 5 * (x_{F2A1K1} + x_{F2A1K2});$$

$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2B1K1} + x_{A2B1K2})) \geq 8.7 * (x_{A2B1K1} + x_{A2B1K2});$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2})) \geq 8.7 * (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2});$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2B2K1} + x_{A2B2K2})) \geq 12.7 * (x_{A2B2K1} + x_{A2B2K2});$$

$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2A2K1} + x_{B2A2K2})) \geq 12.7 * (x_{B2A2K1} + x_{B2A2K2});$$

$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2C1K1} + x_{A2C1K2})) \geq 9 * (x_{A2C1K1} + x_{A2C1K2});$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2})) \geq 9 * (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2});$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2})) \geq 9.9 * (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2});$$

$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2A2K1} + x_{C2A2K2})) \geq 9.9 * (x_{C2A2K1} + x_{C2A2K2});$$

$$t_{A2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2})) \geq 12.6 * (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2});$$

$$t_{E1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E1K1} + x_{A2E1K2})) \geq 12.6 * (x_{A2E1K1} + x_{A2E1K2});$$

$$t_{A2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2})) \geq 2.5 * (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2})) \geq 2.5 * (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2});$$

$$t_{A2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1A2K1} + x_{F1A2K2})) \geq 10.3 * (x_{F1A2K1} + x_{F1A2K2});$$

$$t_{F1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2F1K1} + x_{A2F1K2})) \geq 10.3 * (x_{A2F1K1} + x_{A2F1K2});$$

$$t_{A2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2A2K1} + x_{F2A2K2})) \geq 12.5 * (x_{F2A2K1} + x_{F2A2K2});$$

$$t_{F2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2F2K1} + x_{A2F2K2})) \geq 12.5 * (x_{A2F2K1} + x_{A2F2K2});$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2})) \geq 13.6 * (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2});$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2})) \geq 13.6 * (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2});$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2})) \geq 5.8 * (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2});$$

$$t_{B1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2})) \geq 7.1 * (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2});$$

$$t_{E1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1E1K1} + x_{B1E1K2})) \geq 7.1 * (x_{B1E1K1} + x_{B1E1K2});$$

$$t_{B1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2B1K1} + x_{E2B1K2})) \geq 8.1 * (x_{E2B1K1} + x_{E2B1K2});$$

$$t_{E2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2})) \geq 8.1 * (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2});$$

$$t_{B1} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1B1K1} + x_{F1B1K2})) \geq 6.3 * (x_{F1B1K1} + x_{F1B1K2});$$

$$t_{F1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1F1K1} + x_{B1F1K2})) \geq 6.3 * (x_{B1F1K1} + x_{B1F1K2});$$

$$t_{B1} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2B1K1} + x_{F2B1K2})) \geq 4.5 * (x_{F2B1K1} + x_{F2B1K2});$$

$$t_{F2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1F2K1} + x_{B1F2K2})) \geq 4.5 * (x_{B1F2K1} + x_{B1F2K2});$$

$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C1K1} + x_{B2C1K2})) \geq 8.6 * (x_{B2C1K1} + x_{B2C1K2});$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2})) \geq 8.6 * (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2});$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2})) \geq 5 * (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2});$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2})) \geq 5 * (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2})) \geq 5.4 * (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2});$$

$$t_{E1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2E1K1} + x_{B2E1K2})) \geq 5.4 * (x_{B2E1K1} + x_{B2E1K2});$$

$$t_{B2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2})) \geq 10.2 * (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2});$$

$$t_{E2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2E2K1} + x_{B2E2K2})) \geq 10.2 * (x_{B2E2K1} + x_{B2E2K2});$$

$$t_{B2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1B2K1} + x_{F1B2K2})) \geq 17 * (x_{F1B2K1} + x_{F1B2K2});$$

$$t_{F1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2F1K1} + x_{B2F1K2})) \geq 17 * (x_{B2F1K1} + x_{B2F1K2});$$

$$t_{B2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2B2K1} + x_{F2B2K2})) \geq 9.4 * (x_{F2B2K1} + x_{F2B2K2});$$

$$t_{F2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2F2K1} + x_{B2F2K2})) \geq 9.4 * (x_{B2F2K1} + x_{B2F2K2});$$

$$t_{C1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2})) \geq 12.4 * (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2});$$

~~$$t_{E1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1E1K1} + x_{C1E1K2})) \geq 12.4 * (x_{C1E1K1} + x_{C1E1K2});$$~~

~~$$t_{C1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2C1K1} + x_{E2C1K2})) \geq 7.1 * (x_{E2C1K1} + x_{E2C1K2});$$~~

$$t_{E2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2})) \geq 7.1 * (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2});$$

~~$$t_{C1} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1C1K1} + x_{F1C1K2})) \geq 18 * (x_{F1C1K1} + x_{F1C1K2});$$~~

~~$$t_{F1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1F1K1} + x_{C1F1K2})) \geq 18 * (x_{C1F1K1} + x_{C1F1K2});$$~~

~~$$t_{C1} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2C1K1} + x_{F2C1K2})) \geq 15 * (x_{F2C1K1} + x_{F2C1K2});$$~~

$$t_{F2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1F2K1} + x_{C1F2K2})) \geq 15 * (x_{C1F2K1} + x_{C1F2K2});$$

$$t_{C2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2})) \geq 2.8 * (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2});$$

~~$$t_{E1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2E1K1} + x_{C2E1K2})) \geq 2.8 * (x_{C2E1K1} + x_{C2E1K2});$$~~

$$t_{C2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2})) \geq 7.8 * (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2});$$

~~$$t_{E2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2E2K1} + x_{C2E2K2})) \geq 7.8 * (x_{C2E2K1} + x_{C2E2K2});$$~~

$$t_{C2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1C2K1} + x_{F1C2K2})) \geq 12.1 * (x_{F1C2K1} + x_{F1C2K2});$$

~~$$t_{F1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2F1K1} + x_{C2F1K2})) \geq 12.1 * (x_{C2F1K1} + x_{C2F1K2});$$~~

$$t_{C2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2C2K1} + x_{F2C2K2})) \geq 5.1 * (x_{F2C2K1} + x_{F2C2K2});$$

$$t_{F2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2F2K1} + x_{C2F2K2})) \geq 5.1 * (x_{C2F2K1} + x_{C2F2K2});$$

~~$$t_{E1} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1E1K1} + x_{F1E1K2})) \geq 13.3 * (x_{F1E1K1} + x_{F1E1K2});$$~~

~~$$t_{F1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1F1K1} + x_{E1F1K2})) \geq 13.3 * (x_{E1F1K1} + x_{E1F1K2});$$~~

~~$$t_{E1} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2E1K1} + x_{F2E1K2})) \geq 4.2 * (x_{F2E1K1} + x_{F2E1K2});$$~~

$$t_{F2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1F2K1} + x_{E1F2K2})) \geq 4.2 * (x_{E1F2K1} + x_{E1F2K2});$$

$$t_{E2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1E2K1} + x_{F1E2K2})) \geq 11.2 * (x_{F1E2K1} + x_{F1E2K2});$$

~~$$t_{F1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2F1K1} + x_{E2F1K2})) \geq 11.2 * (x_{E2F1K1} + x_{E2F1K2});$$~~

~~$$t_{E2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2E2K1} + x_{F2E2K2})) \geq 11.2 * (x_{F2E2K1} + x_{F2E2K2});$$~~

$$t_{F2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2F2K1} + x_{E2F2K2})) \geq 11.2 * (x_{E2F2K1} + x_{E2F2K2});$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2});$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2});$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2})) \geq 23 * (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2});$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2})) \geq 23 * (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2});$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2})) \geq 15.7 * (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2})) \geq 15.7 * (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2});$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{D2B2K1} + x_{D2B2K2})) \geq 14 * (x_{D2B2K1} + x_{D2B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2})) \geq 14 * (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2})) \geq 22.4 * (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2})) \geq 13.5 * (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2});$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2})) \geq 13.5 * (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2})) \geq 10.6 * (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2});$$

$$t_{E2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2})) \geq 21.2 * (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2})) \geq 21.2 * (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2});$$

$$t_{D2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1D2K1} + x_{F1D2K2})) \geq 20.6 * (x_{F1D2K1} + x_{F1D2K2});$$

$$t_{F2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1F2K1} + x_{D1F2K2})) \geq 11.2 * (x_{D1F2K1} + x_{D1F2K2});$$

$$t_{D2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2D2K1} + x_{F2D2K2})) \geq 11.2 * (x_{F2D2K1} + x_{F2D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2})) \geq 9.2 * (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2});$$

$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2})) \geq 8 * (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2});$$

$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2})) \geq 6.4 * (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2})) \geq 14.1 * (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2});$$

$$t_{F2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1F2K1} + x_{A1F2K2})) \geq 5 * (x_{A1F2K1} + x_{A1F2K2});$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2})) \geq 8.7 * (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2});$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2})) \geq 9 * (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2});$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2})) \geq 9.9 * (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2});$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2})) \geq 8.6 * (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2});$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2})) \geq 5 * (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2});$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2})) \geq 5 * (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2})) \geq 5.4 * (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2});$$

$$t_{F2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1F2K1} + x_{B1F2K2})) \geq 4.5 * (x_{B1F2K1} + x_{B1F2K2});$$

$$t_{E2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2})) \geq 8.1 * (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2});$$

$$t_{B1} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1B1K1} + x_{F1B1K2})) \geq 6.3 * (x_{F1B1K1} + x_{F1B1K2});$$

$$t_{F1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1F1K1} + x_{B1F1K2})) \geq 6.3 * (x_{B1F1K1} + x_{B1F1K2});$$

$$t_{B1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2})) \geq 7.1 * (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2});$$

$$t_{F2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2F2K1} + x_{A2F2K2})) \geq 12.5 * (x_{A2F2K1} + x_{A2F2K2});$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2})) \geq 13.6 * (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2});$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2})) \geq 13.6 * (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2});$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2})) \geq 5.8 * (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2});$$

$$t_{A2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2})) \geq 2.5 * (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2})) \geq 2.5 * (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2});$$

$$t_{A2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2})) \geq 12.6 * (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2});$$

$$t_{F2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2F2K1} + x_{E2F2K2})) \geq 11.2 * (x_{E2F2K1} + x_{E2F2K2});$$

$$t_{E2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1E2K1} + x_{F1E2K2})) \geq 11.2 * (x_{F1E2K1} + x_{F1E2K2});$$

$$t_{F2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1F2K1} + x_{E1F2K2})) \geq 4.2 * (x_{E1F2K1} + x_{E1F2K2});$$

$$t_{F2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2F2K1} + x_{C2F2K2})) \geq 5.1 * (x_{C2F2K1} + x_{C2F2K2});$$

$$t_{C2} - t_{F2} + 1000 * (1 - (x_{F2C2K1} + x_{F2C2K2})) \geq 5.1 * (x_{F2C2K1} + x_{F2C2K2});$$

$$t_{C2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1C2K1} + x_{F1C2K2})) \geq 12.1 * (x_{F1C2K1} + x_{F1C2K2});$$

$$t_{C2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2})) \geq 7.8 * (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2});$$

$$t_{C2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2})) \geq 2.8 * (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2});$$

$$t_{F2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1F2K1} + x_{C1F2K2})) \geq 15 * (x_{C1F2K1} + x_{C1F2K2});$$

$$t_{E2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2})) \geq 7.1 * (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2});$$

$$t_{C1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2})) \geq 12.4 * (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2});$$

$$t_{F2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2F2K1} + x_{B2F2K2})) \geq 9.4 * (x_{B2F2K1} + x_{B2F2K2});$$

$$t_{B2} - t_{F1} + 1000 * (1 - (x_{F1B2K1} + x_{F1B2K2})) \geq 17 * (x_{F1B2K1} + x_{F1B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2})) \geq 10.2 * (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2});$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall J, v_j$$

$$t_{A1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{B1A1K1} + x_{B2A1K1} + x_{C1A1K1} + x_{C2A1K1} + x_{E1A1K1} + x_{E2A1K1} + x_{F1A1K1} + x_{F2A1K1} + x_{D1A1K2} + x_{B1A1K2} + x_{B2A1K2} + x_{C1A1K2} + x_{C2A1K2} + x_{E1A1K2} + x_{E2A1K2} + x_{F1A1K2} + x_{F2A1K2}));$$

$$t_{A2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{B1A2K1} + x_{B2A2K1} + x_{C1A2K1} + x_{C2A2K1} + x_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} + x_{F1A2K1} + x_{F2A2K1} + x_{D1A2K2} + x_{B1A2K2} + x_{B2A2K2} + x_{C1A2K2} + x_{C2A2K2} + x_{E1A2K2} + x_{E2A2K2} + x_{F1A2K2} + x_{F2A2K2}));$$

$$t_{B1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{A1B1K1} + x_{A2B1K1} + x_{C1B1K1} + x_{C2B1K1} + x_{E1B1K1} + x_{E2B1K1} + x_{F1B1K1} + x_{F2B1K1} + x_{D1B1K2} + x_{A1B1K2} + x_{A2B1K2} + x_{C1B1K2} + x_{C2B1K2} + x_{E1B1K2} + x_{E2B1K2} + x_{F1B1K2} + x_{F2B1K2}));$$

$$t_{B2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{A1B2K1} + x_{A2B2K1} + x_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{E1B2K1} + x_{E2B2K1} + x_{F1B2K1} + x_{F2B2K1} + x_{D1B2K2} + x_{A1B2K2} + x_{A2B2K2} + x_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + x_{E1B2K2} + x_{E2B2K2} + x_{F1B2K2} + x_{F2B2K2}));$$

$$t_{C1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1C1K1} + x_{A1C1K1} + x_{A2C1K1} + x_{B1C1K1} + x_{B2C1K1} + x_{E1C1K1} + x_{E2C1K1} + x_{F1C1K1} + x_{F2C1K1} + x_{D1C1K2} + x_{A1C1K2} + x_{A2C1K2} + x_{B1C1K2} + x_{B2C1K2} + x_{E1C1K2} + x_{E2C1K2} + x_{F1C1K2} + x_{F2C1K2}));$$

$$t_{C2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{A1C2K1} + x_{A2C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{E1C2K1} + x_{E2C2K1} + x_{F1C2K1} + x_{F2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{A1C2K2} + x_{A2C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + x_{E1C2K2} + x_{E2C2K2} + x_{F1C2K2} + x_{F2C2K2}));$$

$$t_{E1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1E1K1} + x_{A1E1K1} + x_{A2E1K1} + x_{B1E1K1} + x_{B2E1K1} + x_{C1E1K1} + x_{C2E1K1} + x_{F1E1K1} + x_{F2E1K1} + x_{D1E1K2} + x_{A1E1K2} + x_{A2E1K2} + x_{B1E1K2} + x_{B2E1K2} + x_{C1E1K2} + x_{C2E1K2} + x_{F1E1K2} + x_{F2E1K2}));$$

$$t_{E2} \geq 20 - 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{B1E2K1} + x_{B2E2K1} + x_{C1E2K1} + x_{C2E2K1} + x_{F1E2K1} + x_{F2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} + x_{B1E2K2} + x_{B2E2K2} + x_{C1E2K2} + x_{C2E2K2} + x_{F1E2K2} + x_{F2E2K2}));$$

$$t_{F1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1F1K1} + x_{A1F1K1} + x_{A2F1K1} + x_{B1F1K1} + x_{B2F1K1} + x_{C1F1K1} + x_{C2F1K1} + x_{E1F1K1} + x_{E2F1K1} + x_{D1F1K2} + x_{A1F1K2} + x_{A2F1K2} + x_{B1F1K2} + x_{B2F1K2} + x_{C1F1K2} + x_{C2F1K2} + x_{E1F1K2} + x_{E2F1K2}));$$

$$t_{F2} \geq 30 - 1000 * (1 - (x_{D1F2K1} + x_{A1F2K1} + x_{A2F2K1} + x_{B1F2K1} + x_{B2F2K1} + x_{C1F2K1} + x_{C2F2K1} + x_{E1F2K1} + x_{E2F2K1} + x_{D1F2K2} + x_{A1F2K2} + x_{A2F2K2} + x_{B1F2K2} + x_{B2F2K2} + x_{C1F2K2} + x_{C2F2K2} + x_{E1F2K2} + x_{E2F2K2}));$$

$$t_{D1} \geq 0;$$

$$t_{D2} \geq 0 - 1000 * (2 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{F1D2K1} + x_{F2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} + x_{F1D2K2} + x_{F2D2K2}));$$

$$t_{A1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2}));$$

$$t_{A2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{B1A2K1} + x_{C1A2K1} + x_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} + x_{D1A2K2} + x_{B1A2K2} + x_{C1A2K2} + x_{E1A2K2} + x_{E2A2K2}));$$

$$t_{B1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{A1B1K1} + x_{C1B1K1} + x_{E1B1K1} + x_{F1B1K1} + x_{D1B1K2} + x_{A1B1K2} + x_{C1B1K2} + x_{E1B1K2} + x_{F1B1K2}));$$

$$t_{B2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{A1B2K1} + x_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{E1B2K1} + x_{E2B2K1} + x_{F1B2K1} + x_{D1B2K2} + x_{A1B2K2} + x_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + x_{E1B2K2} + x_{E2B2K2} + x_{F1B2K2}));$$

$$t_{C1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{B1C1K1} + x_{E1C1K1} + x_{B1C1K2} + x_{E1C1K2}));$$

$$t_{C2} \geq 25 - 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{A1C2K1} + x_{A2C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{E1C2K1} + x_{E2C2K1} + x_{F1C2K1} + x_{F2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{A1C2K2} + x_{A2C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + x_{E1C2K2} + x_{E2C2K2} + x_{F1C2K2} + x_{F2C2K2}));$$

$$t_{E1} \geq 0 - 1000 * (1 - (0));$$

$$t_{E2} \geq 20 - 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{B1E2K1} + x_{C1E2K1} + x_{F1E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} + x_{B1E2K2} + x_{C1E2K2} + x_{F1E2K2}));$$

$$t_{F1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{B1F1K1} + x_{B1F1K2}));$$

$$t_{F2} \geq 30 - 1000 * (1 - (x_{D1F2K1} + x_{A1F2K1} + x_{A2F2K1} + x_{B1F2K1} + x_{B2F2K1} + x_{C1F2K1} + x_{C2F2K1} + x_{E1F2K1} + x_{E2F2K1} + x_{D1F2K2} + x_{A1F2K2} + x_{A2F2K2} + x_{B1F2K2} + x_{B2F2K2} + x_{C1F2K2} + x_{C2F2K2} + x_{E1F2K2} + x_{E2F2K2}));$$

$$t_{D1} \geq 0;$$

$$t_{D2} \geq 0 - 1000 * (2 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{F1D2K1} + x_{F2D2K1} + x_{D1D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} + x_{F1D2K2} + x_{F2D2K2} + x_{D1D2K2}));$$

$t_{A1} \leq 8 + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + *_{B1A1K1} + *_{B2A1K1} + *_{C1A1K1} + *_{C2A1K1} + *_{E1A1K1} + *_{E2A1K1} + *_{F1A1K1} + *_{F2A1K1} + x_{D1A1K2} + *_{B1A1K2} + *_{B2A1K2} + *_{C1A1K2} + *_{C2A1K2} + *_{E1A1K2} + *_{E2A1K2} + *_{F1A1K2} + *_{F2A1K2}))$;
 $t_{A2} \leq 30 + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{B1A2K1} + *_{B2A2K1} + x_{C1A2K1} + *_{C2A2K1} + x_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} + *_{F1A2K1} + *_{F2A2K1} + x_{D1A2K2} + x_{B1A2K2} + *_{B2A2K2} + x_{C1A2K2} + *_{C2A2K2} + x_{E1A2K2} + x_{E2A2K2} + *_{F1A2K2} + *_{F2A2K2}))$;
 $t_{B1} \leq 20 + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{A1B1K1} + *_{A2B1K1} + x_{C1B1K1} + *_{C2B1K1} + x_{E1B1K1} + *_{E2B1K1} + x_{F1B1K1} + *_{F2B1K1} + x_{D1B1K2} + x_{A1B1K2} + *_{A2B1K2} + x_{C1B1K2} + *_{C2B1K2} + x_{E1B1K2} + *_{E2B1K2} + x_{F1B1K2} + *_{F2B1K2}))$;
 $t_{B2} \leq 35 + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{A1B2K1} + *_{A2B2K1} + x_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{E1B2K1} + x_{E2B2K1} + x_{F1B2K1} + *_{F2B2K1} + x_{D1B2K2} + x_{A1B2K2} + *_{A2B2K2} + x_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + x_{E1B2K2} + x_{E2B2K2} + x_{F1B2K2} + *_{F2B2K2}))$;
 $t_{C1} \leq 20 + 1000 * (1 - (*_{D1C1K1} + *_{A1C1K1} + *_{A2C1K1} + x_{B1C1K1} + *_{B2C1K1} + x_{E1C1K1} + *_{E2C1K1} + *_{F1C1K1} + *_{F2C1K1} + *_{D1C1K2} + *_{A1C1K2} + *_{A2C1K2} + x_{B1C1K2} + *_{B2C1K2} + x_{E1C1K2} + *_{E2C1K2} + *_{F1C1K2} + *_{F2C1K2}))$;
 $t_{C2} \leq 40 + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{A1C2K1} + x_{A2C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{E1C2K1} + x_{E2C2K1} + x_{F1C2K1} + x_{F2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{A1C2K2} + x_{A2C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + x_{E1C2K2} + x_{E2C2K2} + x_{F1C2K2} + x_{F2C2K2}))$;
 $t_{E1} \leq 10 + 1000 * (1 - (*_{D1E1K1} + *_{A1E1K1} + *_{A2E1K1} + *_{B1E1K1} + *_{B2E1K1} + *_{C1E1K1} + *_{C2E1K1} + *_{F1E1K1} + *_{F2E1K1} + *_{D1E1K2} + *_{A1E1K2} + *_{A2E1K2} + *_{B1E1K2} + *_{B2E1K2} + *_{C1E1K2} + *_{C2E1K2} + *_{F1E1K2} + *_{F2E1K2}))$;
 $t_{E2} \leq 30 + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{B1E2K1} + *_{B2E2K1} + x_{C1E2K1} + *_{C2E2K1} + x_{F1E2K1} + *_{F2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} + x_{B1E2K2} + *_{B2E2K2} + x_{C1E2K2} + *_{C2E2K2} + x_{F1E2K2} + *_{F2E2K2}))$;
 $t_{F1} \leq 20 + 1000 * (1 - (*_{D1F1K1} + *_{A1F1K1} + *_{A2F1K1} + x_{B1F1K1} + *_{B2F1K1} + *_{C1F1K1} + *_{C2F1K1} + *_{E1F1K1} + *_{E2F1K1} + *_{D1F1K2} + *_{A1F1K2} + *_{A2F1K2} + x_{B1F1K2} + *_{B2F1K2} + *_{C1F1K2} + *_{C2F1K2} + *_{E1F1K2} + *_{E2F1K2}))$;
 $t_{F2} \leq 40 + 1000 * (1 - (x_{D1F2K1} + x_{A1F2K1} + x_{A2F2K1} + x_{B1F2K1} + x_{B2F2K1} + x_{C1F2K1} + x_{C2F2K1} + x_{E1F2K1} + x_{E2F2K1} + x_{D1F2K2} + x_{A1F2K2} + x_{A2F2K2} + x_{B1F2K2} + x_{B2F2K2} + x_{C1F2K2} + x_{C2F2K2} + x_{E1F2K2} + x_{E2F2K2}))$;
 $t_{D1} \leq 100$;
 $t_{D2} \leq 100 + 1000 * (2 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{F1D2K1} + x_{F2D2K1} + x_{D1D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} + x_{F1D2K2} + x_{F2D2K2} + x_{D1D2K2}))$;

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1A1K1 + xD1A1K2));
tA2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1A2K1 + xB1A2K1 + xC1A2K1 + xE1A2K1 + xE2A2K1 + xD1A2K2 + xB1A2K2 +
xC1A2K2 + xE1A2K2 + xE2A2K2));
tB1 <= 20 + 1000*(1 - (xD1B1K1 + xA1B1K1 + xC1B1K1 + xE1B1K1 + xF1B1K1 + xD1B1K2 + xA1B1K2 +
xC1B1K2 + xE1B1K2 + xF1B1K2));
tB2 <= 35 + 1000*(1 - (xD1B2K1 + xA1B2K1 + xC1B2K1 + xC2B2K1 + xE1B2K1 + xE2B2K1 + xF1B2K1 + xD1B2K2
+ xA1B2K2 + xC1B2K2 + xC2B2K2 + xE1B2K2 + xE2B2K2 + xF1B2K2));
tC1 <= 20 + 1000*(1 - (xB1C1K1 + xE1C1K1 + xB1C1K2 + xE1C1K2));
tC2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1C2K1 + xA1C2K1 + xA2C2K1 + xB1C2K1 + xB2C2K1 + xE1C2K1 + xE2C2K1 + xF1C2K1
+ xF2C2K1 + xD1C2K2 + xA1C2K2 + xA2C2K2 + xB1C2K2 + xB2C2K2 + xE1C2K2 + xE2C2K2 + xF1C2K2 + xF2C2K2));
tE1 <= 10 + 1000*(1 - (0));
tE2 <= 30 + 1000*(1 - (xD1E2K1 + xA1E2K1 + xA2E2K1 + xB1E2K1 + xC1E2K1 + xF1E2K1 + xD1E2K2 + xA1E2K2
+ xA2E2K2 + xB1E2K2 + xC1E2K2 + xF1E2K2));
tF1 <= 20 + 1000*(1 - (xB1F1K1 + xB1F1K2));
tF2 <= 40 + 1000*(1 - (xD1F2K1 + xA1F2K1 + xA2F2K1 + xB1F2K1 + xB2F2K1 + xC1F2K1 + xC2F2K1 + xE1F2K1
+ xE2F2K1 + xD1F2K2 + xA1F2K2 + xA2F2K2 + xB1F2K2 + xB2F2K2 + xC1F2K2 + xC2F2K2 + xE1F2K2 + xE2F2K2));
tD1 <= 100;
tD2 <= 100 + 1000*(2 - (xA1D2K1 + xA2D2K1 + xB1D2K1 + xB2D2K1 + xC1D2K1 + xC2D2K1 + xE1D2K1 +
xE2D2K1 + xF1D2K1 + xF2D2K1 + xD1D2K1 + xA1D2K2 + xA2D2K2 + xB1D2K2 + xB2D2K2 + xC1D2K2 + xC2D2K2 +
xE1D2K2 + xE2D2K2 + xF1D2K2 + xF2D2K2 + xD1D2K2));

```

Variables binarias:

@BIN(x _{D1A1K1});	@BIN(x _{B2D2K1});	@BIN(x _{D1E2K1});	@BIN(x _{A1B1K1});
@BIN(x _{A1D2K1});	@BIN(x_{D1C1K1})	@BIN(x _{E2D2K1});	@BIN(x_{B2A1K1})
@BIN(x _{D1A2K1});	@BIN(x _{C1D2K1});	@BIN(x_{D1F1K1})	@BIN(x _{A1B2K1});
@BIN(x _{A2D2K1});	@BIN(x _{D1C2K1});	@BIN(x _{F1D2K1});	@BIN(x_{C1A1K1})
@BIN(x _{D1B1K1});	@BIN(x _{C2D2K1});	@BIN(x _{D1F2K1});	@BIN(x_{A1C1K1})
@BIN(x _{B1D2K1});	@BIN(x_{D1E1K1})	@BIN(x _{F2D2K1});	@BIN(x_{C2A1K1})
@BIN(x _{D1B2K1});	@BIN(x _{E1D2K1});	@BIN(x_{B1A1K1})	@BIN(x _{A1C2K1});

@BIN(x _{E1A1K1});	@BIN(x _{B2A2K1});	@BIN(x _{F1A2K1});	@BIN(x _{E2B1K1});
@BIN(x _{A1E1K1});	@BIN(x _{A2B2K1});	@BIN(x _{A2F1K1});	@BIN(x _{B1E2K1});
@BIN(x _{E2A1K1});	@BIN(x _{C1A2K1});	@BIN(x _{F2A2K1});	@BIN(x _{F1B1K1});
@BIN(x _{A1E2K1});	@BIN(x _{A2C1K1});	@BIN(x _{A2F2K1});	@BIN(x _{B1F1K1});
@BIN(x _{F1A1K1});	@BIN(x _{C2A2K1});	@BIN(x _{C1B1K1});	@BIN(x _{F2B1K1});
@BIN(x _{A1F1K1});	@BIN(x _{A2C2K1});	@BIN(x _{B1C1K1});	@BIN(x _{B1F2K1});
@BIN(x _{E2A1K1});	@BIN(x _{E1A2K1});	@BIN(x _{C2B1K1});	@BIN(x _{C1B2K1});
@BIN(x _{A1F2K1});	@BIN(x _{A2E1K1});	@BIN(x _{B1C2K1});	@BIN(x _{B2C1K1});
@BIN(x _{B1A2K1});	@BIN(x _{E2A2K1});	@BIN(x _{E1B1K1});	@BIN(x _{C2B2K1});
@BIN(x _{A2B1K1});	@BIN(x _{A2E2K1});	@BIN(x _{B1E1K1});	@BIN(x _{B2C2K1});
@BIN(x _{E1B2K1});	@BIN(x _{E1C2K1});	@BIN(x _{D1A1K2});	@BIN(x _{D1F1K2});
@BIN(x _{B2E1K1});	@BIN(x _{C2E1K1});	@BIN(x _{A1D2K2});	@BIN(x _{F1D2K2});
@BIN(x _{E2B2K1});	@BIN(x _{E2C2K1});	@BIN(x _{D1A2K2});	@BIN(x _{D1F2K2});
@BIN(x _{B2E2K1});	@BIN(x _{C2E2K1});	@BIN(x _{A2D2K2});	@BIN(x _{F2D2K2});
@BIN(x _{F1B2K1});	@BIN(x _{F1C2K1});	@BIN(x _{D1B1K2});	@BIN(x _{B1A1K2});
@BIN(x _{B2F1K1});	@BIN(x _{C2F1K1});	@BIN(x _{B1D2K2});	@BIN(x _{A1B1K2});
@BIN(x _{F2B2K1});	@BIN(x _{F2C2K1});	@BIN(x _{D1B2K2});	@BIN(x _{B2A1K2});
@BIN(x _{B2F2K1});	@BIN(x _{C2F2K1});	@BIN(x _{B2D2K2});	@BIN(x _{A1B2K2});
@BIN(x _{E1C1K1});	@BIN(x _{F1E1K1});	@BIN(x _{D1C1K2});	@BIN(x _{C1A1K2});
@BIN(x _{C1E1K1});	@BIN(x _{E1F1K1});	@BIN(x _{C1D2K2});	@BIN(x _{A1C1K2});
@BIN(x _{E2C1K1});	@BIN(x _{F2E1K1});	@BIN(x _{D1C2K2});	@BIN(x _{C2A1K2});
@BIN(x _{C1E2K1});	@BIN(x _{E1F2K1});	@BIN(x _{C2D2K2});	@BIN(x _{A1C2K2});
@BIN(x _{E1C1K1});	@BIN(x _{F1E2K1});	@BIN(x _{D1E1K2});	@BIN(x _{E1A1K2});
@BIN(x _{E1F1K1});	@BIN(x _{E2F1K1});	@BIN(x _{E1D2K2});	@BIN(x _{A1E1K2});
@BIN(x _{F2C1K1});	@BIN(x _{F2E2K1});	@BIN(x _{D1E2K2});	@BIN(x _{E2A1K2});
@BIN(x _{C1F2K1});	@BIN(x _{E2F2K1});	@BIN(x _{E2D2K2});	@BIN(x _{A1E2K2});

@BIN(x _{E1A1K2});	@BIN(x _{A2C1K2});	@BIN(x _{F2A2K2});	@BIN(x _{B1E2K2});
@BIN(x _{A1F1K2});	@BIN(x _{C2A2K2});	@BIN(x _{A2F2K2});	@BIN(x _{F1B1K2});
@BIN(x _{F2A1K2});	@BIN(x _{A2C2K2});	@BIN(x _{C1B1K2});	@BIN(x _{B1F1K2});
@BIN(x _{A1F2K2});	@BIN(x _{E1A2K2});	@BIN(x _{B1C1K2});	@BIN(x _{F2B1K2});
@BIN(x _{B1A2K2});	@BIN(x _{A2E1K2});	@BIN(x _{C2B1K2});	@BIN(x _{B1F2K2});
@BIN(x _{A2B1K2});	@BIN(x _{E2A2K2});	@BIN(x _{B1C2K2});	@BIN(x _{C1B2K2});
@BIN(x _{B2A2K2});	@BIN(x _{A2E2K2});	@BIN(x _{E1B1K2});	@BIN(x _{B2C1K2});
@BIN(x _{A2B2K2});	@BIN(x _{F1A2K2});	@BIN(x _{B1E1K2});	@BIN(x _{C2B2K2});
@BIN(x _{C1A2K2});	@BIN(x _{A2F1K2});	@BIN(x _{E2B1K2});	@BIN(x _{B2C2K2});
@BIN(x _{E1B2K2});	@BIN(x _{E1C1K2});	@BIN(x _{E1C2K2});	@BIN(x _{E1E1K2});
@BIN(x _{B2E1K2});	@BIN(x _{C1E1K2});	@BIN(x _{C2E1K2});	@BIN(x _{E1F1K2});
@BIN(x _{E2B2K2});	@BIN(x _{E2C1K2});	@BIN(x _{E2C2K2});	@BIN(x _{E2E1K2});
@BIN(x _{B2E2K2});	@BIN(x _{C1E2K2});	@BIN(x _{C2E2K2});	@BIN(x _{E1F2K2});
@BIN(x _{F1B2K2});	@BIN(x _{F1C1K2});	@BIN(x _{F1C2K2});	@BIN(x _{F1E2K2});
@BIN(x _{B2F1K2});	@BIN(x _{C1F1K2});	@BIN(x _{C2F1K2});	@BIN(x _{E2F1K2});
@BIN(x _{F2B2K2});	@BIN(x _{F2C1K2});	@BIN(x _{F2C2K2});	@BIN(x _{F2E2K2});
@BIN(x _{B2F2K2});	@BIN(x _{C1F2K2});	@BIN(x _{C2F2K2});	@BIN(x _{E2F2K2});

@BIN(x _{D1A1K1});	@BIN(x _{D1B2K1});	@BIN(x _{D1E2K1});	@BIN(x _{A1B2K1});
@BIN(x _{A1D2K1});	@BIN(x _{B2D2K1});	@BIN(x _{E2D2K1});	@BIN(x _{A1C2K1});
@BIN(x _{D1A2K1});	@BIN(x _{C1D2K1});	@BIN(x _{F1D2K1});	@BIN(x _{A1E2K1});
@BIN(x _{A2D2K1});	@BIN(x _{D1C2K1});	@BIN(x _{D1F2K1});	@BIN(x _{A1F2K1});
@BIN(x _{D1B1K1});	@BIN(x _{C2D2K1});	@BIN(x _{F2D2K1});	@BIN(x _{B1A2K1});
@BIN(x _{B1D2K1});	@BIN(x _{E1D2K1});	@BIN(x _{A1B1K1});	@BIN(x _{C1A2K1});

@BIN(x _{A2C2K1});	@BIN(x _{A2F2K1});	@BIN(x _{E1B1K1});	@BIN(x _{B1F2K1});
@BIN(x _{E1A2K1});	@BIN(x _{C1B1K1});	@BIN(x _{B1E2K1});	@BIN(x _{C1B2K1});
@BIN(x _{E2A2K1});	@BIN(x _{B1C1K1});	@BIN(x _{F1B1K1});	@BIN(x _{C2B2K1});
@BIN(x _{A2E2K1});	@BIN(x _{B1C2K1});	@BIN(x _{B1F1K1});	@BIN(x _{B2C2K1});
@BIN(x _{E1B2K1});	@BIN(x _{E2F2K1});	@BIN(x _{E2D2K2});	@BIN(x _{A2E2K2});
@BIN(x _{E2B2K1});	@BIN(x _{D1A1K2});	@BIN(x _{F1D2K2});	@BIN(x _{A2F2K2});
@BIN(x _{F1B2K1});	@BIN(x _{A1D2K2});	@BIN(x _{D1F2K2});	@BIN(x _{C1B1K2});
@BIN(x _{B2F2K1});	@BIN(x _{D1A2K2});	@BIN(x _{F2D2K2});	@BIN(x _{B1C1K2});
@BIN(x _{E1C1K1});	@BIN(x _{A2D2K2});	@BIN(x _{A1B1K2});	@BIN(x _{B1C2K2});
@BIN(x _{C1E2K1});	@BIN(x _{D1B1K2});	@BIN(x _{A1B2K2});	@BIN(x _{E1B1K2});
@BIN(x _{C1F2K1});	@BIN(x _{B1D2K2});	@BIN(x _{A1C2K2});	@BIN(x _{B1E2K2});
@BIN(x _{E1C2K1});	@BIN(x _{D1B2K2});	@BIN(x _{A1E2K2});	@BIN(x _{F1B1K2});
@BIN(x _{E2C2K1});	@BIN(x _{B2D2K2});	@BIN(x _{A1F2K2});	@BIN(x _{B1F1K2});
@BIN(x _{F1C2K1});	@BIN(x _{C1D2K2});	@BIN(x _{B1A2K2});	@BIN(x _{B1F2K2});
@BIN(x _{F2C2K1});	@BIN(x _{D1C2K2});	@BIN(x _{C1A2K2});	@BIN(x _{C1B2K2});
@BIN(x _{C2F2K1});	@BIN(x _{C2D2K2});	@BIN(x _{A2C2K2});	@BIN(x _{C2B2K2});
@BIN(x _{E1F2K1});	@BIN(x _{E1D2K2});	@BIN(x _{E1A2K2});	@BIN(x _{B2C2K2});
@BIN(x _{F1E2K1});	@BIN(x _{D1E2K2});	@BIN(x _{E2A2K2});	
@BIN(x _{E1B2K2});	@BIN(x _{C1E2K2});	@BIN(x _{F2C2K2});	@BIN(x _{D1D2K1});
@BIN(x _{E2B2K2});	@BIN(x _{C1F2K2});	@BIN(x _{C2F2K2});	@BIN(x _{D1D2K1});
@BIN(x _{F1B2K2});	@BIN(x _{E1C2K2});	@BIN(x _{E1F2K2});	
@BIN(x _{B2F2K2});	@BIN(x _{E2C2K2});	@BIN(x _{F1E2K2});	
@BIN(x _{E1C1K2});	@BIN(x _{F1C2K2});	@BIN(x _{E2F2K2});	

5.2.- Solución LINGO

Global optimal solution found.

Objective value: 48.50000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 153

Variable	Value	Reduced Cost
XD1A1K1	0.000000	7.100000
XA1D2K1	0.000000	7.100000
XD1A2K1	0.000000	23.000000
XA2D2K1	0.000000	23.000000
XD1B1K1	0.000000	15.700000
XB1D2K1	0.000000	15.700000
XD1B2K1	0.000000	14.000000
XB2D2K1	0.000000	14.000000
XC1D2K1	0.000000	22.400000
XD1C2K1	0.000000	13.500000
XC2D2K1	0.000000	13.500000
XE1D2K1	0.000000	10.600000
XD1E2K1	0.000000	21.200000
XE2D2K1	0.000000	21.200000
XF1D2K1	0.000000	20.600000
XD1F2K1	0.000000	11.200000
XF2D2K1	0.000000	11.200000
XA1B1K1	0.000000	9.200000
XA1B2K1	0.000000	8.000000
XA1C2K1	0.000000	6.400000
XA1E2K1	0.000000	14.100000
XA1F2K1	0.000000	5.000000
XB1A2K1	0.000000	8.700000
XC1A2K1	0.000000	9.000000
XA2C2K1	0.000000	9.900000
XE1A2K1	0.000000	12.600000
XE2A2K1	0.000000	2.500000
XA2E2K1	0.000000	2.500000
XA2F2K1	0.000000	12.500000
XC1B1K1	0.000000	13.600000
XB1C1K1	0.000000	13.600000
XB1C2K1	0.000000	5.800000
XE1B1K1	0.000000	7.100000
XB1E2K1	0.000000	8.100000
XF1B1K1	0.000000	6.300000
XB1F1K1	0.000000	6.300000
XB1F2K1	0.000000	4.500000
XC1B2K1	0.000000	8.600000

XC2B2K1	0.000000	5.000000
XB2C2K1	0.000000	5.000000
XE1B2K1	0.000000	5.400000
XE2B2K1	0.000000	10.20000
XF1B2K1	0.000000	17.00000
XB2F2K1	0.000000	9.400000
XE1C1K1	0.000000	12.40000
XC1E2K1	0.000000	7.100000
XC1F2K1	0.000000	15.00000
XE1C2K1	0.000000	2.800000
XE2C2K1	0.000000	7.800000
XF1C2K1	0.000000	12.10000
XF2C2K1	0.000000	5.100000
XC2F2K1	0.000000	5.100000
XE1F2K1	0.000000	4.200000
XF1E2K1	0.000000	11.20000
XE2F2K1	0.000000	11.20000
XD1A1K2	1.000000	7.100000
XA1D2K2	0.000000	7.100000
XD1A2K2	0.000000	23.00000
XA2D2K2	0.000000	23.00000
XD1B1K2	0.000000	15.70000
XB1D2K2	0.000000	15.70000
XD1B2K2	0.000000	14.00000
XB2D2K2	0.000000	14.00000
XC1D2K2	0.000000	22.40000
XD1C2K2	0.000000	13.50000
XC2D2K2	0.000000	13.50000
XE1D2K2	0.000000	10.60000
XD1E2K2	0.000000	21.20000
XE2D2K2	0.000000	21.20000
XF1D2K2	0.000000	20.60000
XD1F2K2	0.000000	11.20000
XF2D2K2	1.000000	11.20000
XA1B1K2	1.000000	9.200000
XA1B2K2	0.000000	8.000000
XA1C2K2	0.000000	6.400000
XA1E2K2	0.000000	14.10000
XA1F2K2	0.000000	5.000000
XB1A2K2	0.000000	8.700000
XC1A2K2	0.000000	9.000000
XA2C2K2	0.000000	9.900000
XE1A2K2	0.000000	12.60000
XE2A2K2	0.000000	2.500000
XA2E2K2	0.000000	2.500000
XA2F2K2	0.000000	12.50000
XC1B1K2	0.000000	13.60000

XB1C1K2	0.000000	13.60000
XB1C2K2	0.000000	5.800000
XE1B1K2	0.000000	7.100000
XB1E2K2	1.000000	8.100000
XF1B1K2	0.000000	6.300000
XB1F1K2	0.000000	6.300000
XB1F2K2	0.000000	4.500000
XC1B2K2	0.000000	8.600000
XC2B2K2	0.000000	5.000000
XB2C2K2	0.000000	5.000000
XE1B2K2	0.000000	5.400000
XE2B2K2	0.000000	10.20000
XF1B2K2	0.000000	17.00000
XB2F2K2	0.000000	9.400000
XE1C1K2	0.000000	12.40000
XC1E2K2	0.000000	7.100000
XC1F2K2	0.000000	15.00000
XE1C2K2	0.000000	2.800000
XE2C2K2	1.000000	7.800000
XF1C2K2	0.000000	12.10000
XF2C2K2	0.000000	5.100000
XC2F2K2	1.000000	5.100000
XE1F2K2	0.000000	4.200000
XF1E2K2	0.000000	11.20000
XE2F2K2	0.000000	11.20000
XD1D2K1	1.000000	0.000000
XD1D2K2	0.000000	0.000000
TD2	150.0000	0.000000
TA1	7.100000	0.000000
TD1	0.000000	0.000000
TA2	0.000000	0.000000
TB1	19.00000	0.000000
TB2	19.00000	0.000000
TC1	1000.000	0.000000
TC2	34.90000	0.000000
TE1	0.000000	0.000000
TE2	27.10000	0.000000
TF1	1019.000	0.000000
TF2	40.00000	0.000000

6.- Problema VRPMD Tipo II

6.1.- Resolución

$$\sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} d_{v_i v_j} x_{v_i v_j}^k$$

$$\begin{aligned}
\text{Min} = & 7.1*x_{D1A1K1} + 7.1*x_{A1D2K1} + 8.2*x_{D1A2K1} + 8.2*x_{A2D2K1} + 7.1*x_{D1B1K1} + 7.1*x_{B1D2K1} + \\
& 8.2*x_{D1B2K1} + 8.2*x_{B2D2K1} + 7.1*x_{C1D2K1} + 8.2*x_{D1C2K1} + 8.2*x_{C2D2K1} + \\
& 7.1*x_{D1E1K1} + 7.1*x_{E1D2K1} + 8.2*x_{D1E2K1} + 8.2*x_{E2D2K1} + 10*x_{B1A1K1} + 10*x_{A1B1K1} + \\
& 14.8*x_{B2A1K1} + 14.8*x_{A1B2K1} + 14.1*x_{C1A1K1} + 14.1*x_{A1C1K1} + 13.3*x_{C2A1K1} + 13.3*x_{A1C2K1} + \\
& 10*x_{E1A1K1} + 10*x_{A1E1K1} + 4.2*x_{E2A1K1} + 4.2*x_{A1E2K1} + 14.8*x_{B1A2K1} + 14.8*x_{A2B1K1} + \\
& 16*x_{B2A2K1} + 16*x_{A2B2K1} + 13*x_{C1A2K1} + 13*x_{A2C1K1} + 16.5*x_{C2A2K1} + 16.5*x_{A2C2K1} + \\
& 4.2*x_{E1A2K1} + 4.2*x_{A2E1K1} + 4*x_{E2A2K1} + 4*x_{A2E2K1} + 10*x_{C1B1K1} + 10*x_{B1C1K1} + 4.2*x_{C2B1K1} + \\
& 4.2*x_{B1C2K1} + 14.1*x_{E1B1K1} + 14.1*x_{B1E1K1} + 13.3*x_{E2B1K1} + 13.3*x_{B1E2K1} + 4.2*x_{C1B2K1} + \\
& 4.2*x_{B2C1K1} + 4*x_{C2B2K1} + 4*x_{B2C2K1} + 13.3*x_{E1B2K1} + 13.3*x_{B2E1K1} + 16.5*x_{E2B2K1} + \\
& 16.5*x_{B2E2K1} + 10*x_{E1C1K1} + 10*x_{C1E1K1} + 14.8*x_{E2C1K1} + 14.8*x_{C1E2K1} + 14.8*x_{E1C2K1} + \\
& 14.8*x_{C2E1K1} + 16*x_{E2C2K1} + 16*x_{C2E2K1} + 7.1*x_{D1A1K2} + 7.1*x_{A1D2K2} + 8.2*x_{D1A2K2} + \\
& 8.2*x_{A2D2K2} + 7.1*x_{D1B1K2} + 7.1*x_{B1D2K2} + 8.2*x_{D1B2K2} + 8.2*x_{B2D2K2} + 7.1*x_{D1C1K2} + \\
& 7.1*x_{C1D2K2} + 8.2*x_{D1C2K2} + 8.2*x_{C2D2K2} + 7.1*x_{D1E1K2} + 7.1*x_{E1D2K2} + 8.2*x_{D1E2K2} + \\
& 8.2*x_{E2D2K2} + 10*x_{B1A1K2} + 10*x_{A1B1K2} + 14.8*x_{B2A1K2} + 14.8*x_{A1B2K2} + 14.1*x_{C1A1K2} + \\
& 14.1*x_{A1C1K2} + 13.3*x_{C2A1K2} + 13.3*x_{A1C2K2} + 10*x_{E1A1K2} + 10*x_{A1E1K2} + 4.2*x_{E2A1K2} + \\
& 4.2*x_{A1E2K2} + 14.8*x_{B1A2K2} + 14.8*x_{A2B1K2} + 16*x_{B2A2K2} + 16*x_{A2B2K2} + 13*x_{C1A2K2} + \\
& 13*x_{A2C1K2} + 16.5*x_{C2A2K2} + 16.5*x_{A2C2K2} + 4.2*x_{E1A2K2} + 4.2*x_{A2E1K2} + 4*x_{E2A2K2} + 4*x_{A2E2K2} + \\
& + 10*x_{C1B1K2} + 10*x_{B1C1K2} + 4.2*x_{C2B1K2} + 4.2*x_{B1C2K2} + 14.1*x_{E1B1K2} + 14.1*x_{B1E1K2} + \\
& 13.3*x_{E2B1K2} + 13.3*x_{B1E2K2} + 4.2*x_{C1B2K2} + 4.2*x_{B2C1K2} + 4*x_{C2B2K2} + 4*x_{B2C2K2} + 13.3*x_{E1B2K2} + \\
& + 13.3*x_{B2E1K2} + 16.5*x_{E2B2K2} + 16.5*x_{B2E2K2} + 10*x_{E1C1K2} + 10*x_{C1E1K2} + 14.8*x_{E2C1K2} + \\
& 14.8*x_{C1E2K2} + 14.8*x_{E1C2K2} + 14.8*x_{C2E1K2} + 16*x_{E2C2K2} + 16*x_{C2E2K2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Min} = & 7.1*x_{D1A1K1} + 7.1*x_{A1D2K1} + 8.2*x_{D1A2K1} + 8.2*x_{A2D2K1} + 7.1*x_{D1B1K1} + 7.1*x_{B1D2K1} + \\
& 8.2*x_{D1B2K1} + 8.2*x_{B2D2K1} + 7.1*x_{C1D2K1} + 8.2*x_{D1C2K1} + 8.2*x_{C2D2K1} + 7.1*x_{E1D2K1} + \\
& 8.2*x_{D1E2K1} + 8.2*x_{E2D2K1} + 4.2*x_{A1E2K1} + 4*x_{E2A2K1} + 4*x_{A2E2K1} + 4.2*x_{B1C2K1} + 4*x_{C2B2K1} + \\
& 4*x_{B2C2K1} + 7.1*x_{D1A1K2} + 7.1*x_{A1D2K2} + 8.2*x_{D1A2K2} + 8.2*x_{A2D2K2} + 7.1*x_{D1B1K2} + 7.1*x_{B1D2K2} + \\
& + 8.2*x_{D1B2K2} + 8.2*x_{B2D2K2} + 7.1*x_{C1D2K2} + 8.2*x_{D1C2K2} + 8.2*x_{C2D2K2} + 7.1*x_{E1D2K2} + \\
& 8.2*x_{D1E2K2} + 8.2*x_{E2D2K2} + 4.2*x_{A1E2K2} + 4*x_{E2A2K2} + 4*x_{A2E2K2} + 4.2*x_{B1C2K2} + 4*x_{C2B2K2} + \\
& 4*x_{B2C2K2};
\end{aligned}$$

sa:

$$\sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall J$$

$$x_{D1A1K1} + x_{D1A2K1} + *_{B1A1K1} + *_{B1A2K1} + *_{B2A1K1} + *_{B2A2K1} + *_{C1A1K1} + *_{C1A2K1} + *_{C2A1K1} + *_{C2A2K1} + *_{E1A1K1} + *_{E1A2K1} + *_{E2A1K1} + x_{E2A2K1} + x_{D1A1K2} + x_{D1A2K2} + *_{B1A1K2} + *_{B1A2K2} + *_{B2A1K2} + *_{B2A2K2} + *_{C1A1K2} + *_{C1A2K2} + *_{C2A1K2} + *_{C2A2K2} + *_{E1A1K2} + *_{E1A2K2} + *_{E2A1K2} + *_{E2A2K2} = 1;$$

$$x_{D1B1K1} + x_{D1B2K1} + *_{A1B1K1} + *_{A1B2K1} + *_{A2B1K1} + *_{A2B2K1} + *_{C1B1K1} + *_{C1B2K1} + *_{C2B1K1} + *_{C2B2K1} + *_{E1B1K1} + *_{E1B2K1} + *_{E2B1K1} + *_{E2B2K1} + x_{D1B1K2} + x_{D1B2K2} + *_{A1B1K2} + *_{A1B2K2} + *_{A2B1K2} + *_{A2B2K2} + *_{C1B1K2} + *_{C1B2K2} + *_{C2B1K2} + *_{C2B2K2} + x_{C2B2K2} + *_{E1B1K2} + *_{E1B2K2} + *_{E2B1K2} + *_{E2B2K2} = 1;$$

$$*_{D1C1K1} + x_{D1C2K1} + *_{A1C1K1} + *_{A1C2K1} + *_{A2C1K1} + *_{A2C2K1} + *_{B1C1K1} + x_{B1C2K1} + *_{B2C1K1} + x_{B2C2K1} + *_{E1C1K1} + *_{E1C2K1} + *_{E2C1K1} + *_{E2C2K1} + *_{D1C1K2} + x_{D1C2K2} + *_{A1C1K2} + *_{A1C2K2} + *_{A2C1K2} + *_{A2C2K2} + *_{B1C1K2} + x_{B1C2K2} + *_{B2C1K2} + x_{B2C2K2} + *_{E1C1K2} + *_{E1C2K2} + *_{E2C1K2} + *_{E2C2K2} = 1;$$

$$*_{D1E1K1} + x_{D1E2K1} + *_{A1E1K1} + x_{A1E2K1} + *_{A2E1K1} + x_{A2E2K1} + *_{B1E1K1} + *_{B1E2K1} + *_{B2E1K1} + *_{B2E2K1} + *_{C1E1K1} + *_{C1E2K1} + *_{C2E1K1} + *_{C2E2K1} + *_{D1E1K2} + x_{D1E2K2} + *_{A1E1K2} + x_{A1E2K2} + *_{A2E1K2} + x_{A2E2K2} + *_{B1E1K2} + *_{B1E2K2} + *_{B2E1K2} + *_{B2E2K2} + *_{C1E1K2} + *_{C1E2K2} + *_{C2E1K2} + *_{C2E2K2} = 1;$$

$$x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} = 1;$$

$$x_{D1A1K1} + x_{D1A2K1} + x_{E2A2K1} + x_{D1A1K2} + x_{D1A2K2} + x_{E2A2K2} = 1;$$

$$x_{D1B1K1} + x_{D1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{D1B1K2} + x_{D1B2K2} + x_{C2B2K2} = 1;$$

$$x_{D1C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} = 1;$$

$$x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} = 1;$$

$$x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} = 2;$$

$$\sum_k \sum_{v_i \in I} \sum_J \sum_{v_j \in J} x_{v_i v_j}^k = 1 \quad \forall I$$

$$x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + *_{A1B1K1} + *_{A2B1K1} + *_{A1B2K1} + *_{A2B2K1} + *_{A1C1K1} + *_{A2C1K1} + *_{A1C2K1} + *_{A2C2K1} + *_{A1E1K1} + *_{A2E1K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + *_{A1B1K2} + *_{A2B1K2} + *_{A1B2K2} + *_{A2B2K2} + *_{A1C1K2} + *_{A2C1K2} + *_{A1C2K2} + *_{A2C2K2} + *_{A1E1K2} + *_{A2E1K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} = 1;$$

$$x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + *_{B1A1K1} + *_{B2A1K1} + *_{B1A2K1} + *_{B2A2K1} + *_{B1C1K1} + *_{B2C1K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + *_{B1E1K1} + *_{B2E1K1} + *_{B1E2K1} + *_{B2E2K1} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + *_{B1A1K2} + *_{B2A1K2} + *_{B1A2K2} + *_{B2A2K2} + *_{B1C1K2} + *_{B2C1K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + *_{B1E1K2} + *_{B2E1K2} + *_{B1E2K2} + *_{B2E2K2} = 1;$$

$$x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + *_{C1A1K1} + *_{C2A1K1} + *_{C1A2K1} + *_{C2A2K1} + *_{C1B1K1} + *_{C2B1K1} + *_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + *_{C1E1K1} + *_{C2E1K1} + *_{C1E2K1} + *_{C2E2K1} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + *_{C1A1K2} + *_{C2A1K2} + *_{C1A2K2} + *_{C2A2K2} + *_{C1B1K2} + *_{C2B1K2} + *_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + *_{C1E1K2} + *_{C2E1K2} + *_{C1E2K2} + *_{C2E2K2} = 1;$$

$$x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + *_{E1A1K1} + *_{E2A1K1} + *_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} + *_{E1B1K1} + *_{E2B1K1} + *_{E1B2K1} + *_{E2B2K1} + *_{E1C1K1} + *_{E2C1K1} + *_{E1C2K1} + *_{E2C2K1} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} + *_{E1A1K2} + *_{E2A1K2} + *_{E1A2K2} + x_{E2A2K2} + *_{E1B1K2} + *_{E2B1K2} + *_{E1B2K2} + *_{E2B2K2} + *_{E1C1K2} + *_{E2C1K2} + *_{E1C2K2} + *_{E2C2K2} = 1;$$

$$x_{D1A1K1} + x_{D1A2K1} + x_{D1B1K1} + x_{D1B2K1} + *_{D1C1K1} + x_{D1C2K1} + *_{D1E1K1} + x_{D1E2K1} + x_{D1A1K2} + x_{D1A2K2} + x_{D1B1K2} + x_{D1B2K2} + *_{D1C1K2} + x_{D1C2K2} + *_{D1E1K2} + x_{D1E2K2} = 1;$$

$$x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} = 1;$$

$$x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} = 1;$$

$$x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{C2B2K1} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{C2B2K2} = 1;$$

$$x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{E2A2K1} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2} + x_{E2A2K2} = 1;$$

$$x_{D1A1K1} + x_{D1A2K1} + x_{D1B1K1} + x_{D1B2K1} + x_{D1C2K1} + x_{D1E2K1} + x_{D1A1K2} + x_{D1A2K2} + x_{D1B1K2} + x_{D1B2K2} + x_{D1C2K2} + x_{D1E2K2} = 2;$$

$$\sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k = \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \quad \forall J, \forall v_j, \forall k$$

$$x_{D1A1K1} + *_{B1A1K1} + *_{B2A1K1} + *_{C1A1K1} + *_{C2A1K1} + *_{E1A1K1} + *_{E2A1K1} = x_{A1D2K1} + *_{A1B1K1} + *_{A1B2K1} + *_{A1C1K1} + *_{A1C2K1} + *_{A1E1K1} + x_{A1E2K1};$$

$$x_{D1A1K2} + *_{B1A1K2} + *_{B2A1K2} + *_{C1A1K2} + *_{C2A1K2} + *_{E1A1K2} + *_{E2A1K2} = x_{A1D2K2} + *_{A1B1K2} + *_{A1B2K2} + *_{A1C1K2} + *_{A1C2K2} + *_{A1E1K2} + x_{A1E2K2};$$

$$x_{D1A2K1} + *_{B1A2K1} + *_{B2A2K1} + *_{C1A2K1} + *_{C2A2K1} + *_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} = x_{A2D2K1} + *_{A2B1K1} + *_{A2B2K1} + *_{A2C1K1} + *_{A2C2K1} + *_{A2E1K1} + x_{A2E2K1};$$

$$x_{D1A2K2} + *_{B1A2K2} + *_{B2A2K2} + *_{C1A2K2} + *_{C2A2K2} + *_{E1A2K2} + x_{E2A2K2} = x_{A2D2K2} + *_{A2B1K2} + *_{A2B2K2} + *_{A2C1K2} + *_{A2C2K2} + *_{A2E1K2} + x_{A2E2K2};$$

$$x_{D1B1K1} + *_{A1B1K1} + *_{A2B1K1} + *_{C1B1K1} + *_{C2B1K1} + *_{E1B1K1} + *_{E2B1K1} = x_{B1D2K1} + *_{B1A1K1} + *_{B1A2K1} + *_{B1C1K1} + x_{B1C2K1} + *_{B1E1K1} + *_{B1E2K1};$$

$$x_{D1B1K2} + *_{A1B1K2} + *_{A2B1K2} + *_{C1B1K2} + *_{C2B1K2} + *_{E1B1K2} + *_{E2B1K2} = x_{B1D2K2} + *_{B1A1K2} + *_{B1A2K2} + *_{B1C1K2} + x_{B1C2K2} + *_{B1E1K2} + *_{B1E2K2};$$

$$x_{D1B2K1} + *_{A1B2K1} + *_{A2B2K1} + *_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + *_{E1B2K1} + *_{E2B2K1} = x_{B2D2K1} + *_{B2A1K1} + *_{B2A2K1} + *_{B2C1K1} + x_{B2C2K1} + *_{B2E1K1} + *_{B2E2K1};$$

$$x_{D1B2K2} + *_{A1B2K2} + *_{A2B2K2} + *_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + *_{E1B2K2} + *_{E2B2K2} = x_{B2D2K2} + *_{B2A1K2} + *_{B2A2K2} + *_{B2C1K2} + x_{B2C2K2} + *_{B2E1K2} + *_{B2E2K2};$$

$$*_{D1C1K1} + *_{A1C1K1} + *_{A2C1K1} + *_{B1C1K1} + *_{B2C1K1} + *_{E1C1K1} + *_{E2C1K1} = x_{C1D2K1} + *_{C1A1K1} + *_{C1A2K1} + *_{C1B1K1} + *_{C1B2K1} + *_{C1E1K1} + *_{C1E2K1};$$

$$*_{D1C1K2} + *_{A1C1K2} + *_{A2C1K2} + *_{B1C1K2} + *_{B2C1K2} + *_{E1C1K2} + *_{E2C1K2} = x_{C1D2K2} + *_{C1A1K2} + *_{C1A2K2} + *_{C1B1K2} + *_{C1B2K2} + *_{C1E1K2} + *_{C1E2K2};$$

$$x_{D1C2K1} + *_{A1C2K1} + *_{A2C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + *_{E1C2K1} + *_{E2C2K1} = x_{C2D2K1} + *_{C2A1K1} + *_{C2A2K1} + *_{C2B1K1} + x_{C2B2K1} + *_{C2E1K1} + *_{C2E2K1};$$

$$x_{D1C2K2} + *_{A1C2K2} + *_{A2C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + *_{E1C2K2} + *_{E2C2K2} = x_{C2D2K2} + *_{C2A1K2} + *_{C2A2K2} + *_{C2B1K2} + x_{C2B2K2} + *_{C2E1K2} + *_{C2E2K2};$$

$$*_{D1E1K1} + *_{A1E1K1} + *_{A2E1K1} + *_{B1E1K1} + *_{B2E1K1} + *_{E1E1K1} + *_{E2E1K1} = x_{E1D2K1} + *_{E1A1K1} + *_{E1A2K1} + *_{E1B1K1} + *_{E1B2K1} + *_{E1C1K1} + *_{E1C2K1};$$

$$*_{D1E1K2} + *_{A1E1K2} + *_{A2E1K2} + *_{B1E1K2} + *_{B2E1K2} + *_{C1E1K2} + *_{C2E1K2} = x_{E1D2K2} + *_{E1A1K2} + *_{E1A2K2} + *_{E1B1K2} + *_{E1B2K2} + *_{E1C1K2} + *_{E1C2K2};$$

$$x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + *_{B1E2K1} + *_{B2E2K1} + *_{C1E2K1} + *_{C2E2K1} = x_{E2D2K1} + *_{E2A1K1} + x_{E2A2K1} + *_{E2B1K1} + *_{E2B2K1} + *_{E2C1K1} + *_{E2C2K1};$$

$X_{D1E2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} + X_{B1E2K2} + X_{B2E2K2} + X_{C1E2K2} + X_{C2E2K2} = X_{E2D2K2} + X_{E2A1K2} + X_{E2A2K2} + X_{E2B1K2} + X_{E2B2K2} + X_{E2C1K2} + X_{E2C2K2};$

$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} = X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + X_{D1C1K1} + X_{D1C2K1} + X_{D1E1K1} + X_{D1E2K1};$

$X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} = X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + X_{D1C1K2} + X_{D1C2K2} + X_{D1E1K2} + X_{D1E2K2};$

$X_{D1A1K1} = X_{A1D2K1} + X_{A1E2K1};$

$X_{D1A1K2} = X_{A1D2K2} + X_{A1E2K2};$

$X_{D1A2K1} + X_{E2A2K1} = X_{A2D2K1} + X_{A2E2K1};$

$X_{D1A2K2} + X_{E2A2K2} = X_{A2D2K2} + X_{A2E2K2};$

$X_{D1B1K1} = X_{B1D2K1} + X_{B1C2K1};$

$X_{D1B1K2} = X_{B1D2K2} + X_{B1C2K2};$

$X_{D1B2K1} + X_{C2B2K1} = X_{B2D2K1} + X_{B2C2K1};$

$X_{D1B2K2} + X_{C2B2K2} = X_{B2D2K2} + X_{B2C2K2};$

$0 = X_{C1D2K1};$

$0 = X_{C1D2K2};$

$X_{D1C2K1} + X_{B1C2K1} + X_{B2C2K1} = X_{C2D2K1} + X_{C2B2K1};$

$X_{D1C2K2} + X_{B1C2K2} + X_{B2C2K2} = X_{C2D2K2} + X_{C2B2K2};$

$0 = X_{E1D2K1};$

$0 = X_{E1D2K2};$

$X_{D1E2K1} + X_{A1E2K1} + X_{A2E2K1} = X_{E2D2K1} + X_{E2A2K1};$

$X_{D1E2K2} + X_{A1E2K2} + X_{A2E2K2} = X_{E2D2K2} + X_{E2A2K2};$

$X_{A1D2K1} + X_{A2D2K1} + X_{B1D2K1} + X_{B2D2K1} + X_{C1D2K1} + X_{C2D2K1} + X_{E1D2K1} + X_{E2D2K1} = X_{D1A1K1} + X_{D1A2K1} + X_{D1B1K1} + X_{D1B2K1} + X_{D1C2K1} + X_{D1E2K1};$

$X_{A1D2K2} + X_{A2D2K2} + X_{B1D2K2} + X_{B2D2K2} + X_{C1D2K2} + X_{C2D2K2} + X_{E1D2K2} + X_{E2D2K2} = X_{D1A1K2} + X_{D1A2K2} + X_{D1B1K2} + X_{D1B2K2} + X_{D1C2K2} + X_{D1E2K2};$

$$t_i + d_{v_i v_j} \sum_k x_{v_i v_j}^k \leq t_j + A \left(1 - \sum_k x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall I, v_i, J, v_j$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2});$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2});$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2});$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2});$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2});$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2D2K1} + x_{B2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{B2D2K1} + x_{B2D2K2});$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2});$$

~~$$t_{C1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C1K1} + x_{D1C1K2})) \geq 22.4 * (x_{D1C1K1} + x_{D1C1K2});$$~~

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2});$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2});$$

~~$$t_{E1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E1K1} + x_{D1E1K2})) \geq 10.6 * (x_{D1E1K1} + x_{D1E1K2});$$~~

$$t_{D2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2});$$

$$t_{E2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2});$$

~~$$t_{B1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2})) \geq 9.2 * (x_{A1B1K1} + x_{A1B1K2});$$~~

~~$$t_{A1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1A1K1} + x_{B1A1K2})) \geq 9.2 * (x_{B1A1K1} + x_{B1A1K2});$$~~

~~$$t_{B2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2})) \geq 8 * (x_{A1B2K1} + x_{A1B2K2});$$~~

~~$$t_{A1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2A1K1} + x_{B2A1K2})) \geq 8 * (x_{B2A1K1} + x_{B2A1K2});$$~~

~~$$t_{C1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1C1K1} + x_{A1C1K2})) \geq 15.8 * (x_{A1C1K1} + x_{A1C1K2});$$~~

~~$$t_{A1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1A1K1} + x_{C1A1K2})) \geq 15.8 * (x_{C1A1K1} + x_{C1A1K2});$$~~

~~$$t_{C2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2})) \geq 6.4 * (x_{A1C2K1} + x_{A1C2K2});$$~~

$$t_{A1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2A1K1} + x_{C2A1K2})) \geq 6.4 * (x_{C2A1K1} + x_{C2A1K2});$$

$$t_{E1} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E1K1} + x_{A1E1K2})) \geq 3.6 * (x_{A1E1K1} + x_{A1E1K2});$$

$$t_{A1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1A1K1} + x_{E1A1K2})) \geq 3.6 * (x_{E1A1K1} + x_{E1A1K2});$$

$$t_{E2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2})) \geq 4.2 * (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2});$$

$$t_{A1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A1K1} + x_{E2A1K2})) \geq 14.1 * (x_{E2A1K1} + x_{E2A1K2});$$

$$t_{B1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2B1K1} + x_{A2B1K2})) \geq 8.7 * (x_{A2B1K1} + x_{A2B1K2});$$

$$t_{A2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2})) \geq 8.7 * (x_{B1A2K1} + x_{B1A2K2});$$

$$t_{B2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2B2K1} + x_{A2B2K2})) \geq 12.7 * (x_{A2B2K1} + x_{A2B2K2});$$

$$t_{A2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2A2K1} + x_{B2A2K2})) \geq 12.7 * (x_{B2A2K1} + x_{B2A2K2});$$

$$t_{C1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2C1K1} + x_{A2C1K2})) \geq 9 * (x_{A2C1K1} + x_{A2C1K2});$$

$$t_{A2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2})) \geq 9 * (x_{C1A2K1} + x_{C1A2K2});$$

$$t_{C2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2})) \geq 9.9 * (x_{A2C2K1} + x_{A2C2K2});$$

$$t_{A2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2A2K1} + x_{C2A2K2})) \geq 9.9 * (x_{C2A2K1} + x_{C2A2K2});$$

$$t_{A2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2})) \geq 12.6 * (x_{E1A2K1} + x_{E1A2K2});$$

$$t_{E1} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E1K1} + x_{A2E1K2})) \geq 12.6 * (x_{A2E1K1} + x_{A2E1K2});$$

$$t_{A2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2})) \geq 4 * (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2})) \geq 4 * (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2});$$

$$t_{C1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2})) \geq 13.6 * (x_{B1C1K1} + x_{B1C1K2});$$

$$t_{B1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2})) \geq 13.6 * (x_{C1B1K1} + x_{C1B1K2});$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2})) \geq 4.2 * (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2});$$

$$t_{B1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2B1K1} + x_{C2B1K2})) \geq 5.8 * (x_{C2B1K1} + x_{C2B1K2});$$

$$t_{B1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2})) \geq 7.1 * (x_{E1B1K1} + x_{E1B1K2});$$

$$t_{E1} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1E1K1} + x_{B1E1K2})) \geq 7.1 * (x_{B1E1K1} + x_{B1E1K2});$$

$$t_{B1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2B1K1} + x_{E2B1K2})) \geq 8.1 * (x_{E2B1K1} + x_{E2B1K2});$$

$$t_{E2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2})) \geq 8.1 * (x_{B1E2K1} + x_{B1E2K2});$$

$$t_{C1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C1K1} + x_{B2C1K2})) \geq 8.6 * (x_{B2C1K1} + x_{B2C1K2});$$

$$t_{B2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2})) \geq -8.6 * (x_{C1B2K1} + x_{C1B2K2});$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2})) \geq 4 * (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2});$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2})) \geq 4 * (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2});$$

$$t_{B2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2})) \geq -5.4 * (x_{E1B2K1} + x_{E1B2K2});$$

$$t_{E1} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2E1K1} + x_{B2E1K2})) \geq -5.4 * (x_{B2E1K1} + x_{B2E1K2});$$

$$t_{B2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2})) \geq -10.2 * (x_{E2B2K1} + x_{E2B2K2});$$

$$t_{E2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2E2K1} + x_{B2E2K2})) \geq -10.2 * (x_{B2E2K1} + x_{B2E2K2});$$

$$t_{C1} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2})) \geq -12.4 * (x_{E1C1K1} + x_{E1C1K2});$$

$$t_{E1} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1E1K1} + x_{C1E1K2})) \geq -12.4 * (x_{C1E1K1} + x_{C1E1K2});$$

$$t_{C1} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2C1K1} + x_{E2C1K2})) \geq -7.1 * (x_{E2C1K1} + x_{E2C1K2});$$

$$t_{E2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2})) \geq -7.1 * (x_{C1E2K1} + x_{C1E2K2});$$

$$t_{C2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2})) \geq -2.8 * (x_{E1C2K1} + x_{E1C2K2});$$

$$t_{E1} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2E1K1} + x_{C2E1K2})) \geq -2.8 * (x_{C2E1K1} + x_{C2E1K2});$$

$$t_{C2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2})) \geq -7.8 * (x_{E2C2K1} + x_{E2C2K2});$$

$$t_{E2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2E2K1} + x_{C2E2K2})) \geq -7.8 * (x_{C2E2K1} + x_{C2E2K2});$$

$$t_{D2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{A1D2K1} + x_{A1D2K2});$$

$$t_{A1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2});$$

$$t_{D2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{A2D2K1} + x_{A2D2K2});$$

$$t_{A2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1A2K1} + x_{D1A2K2});$$

$$t_{D2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{B1D2K1} + x_{B1D2K2});$$

$$t_{B1} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2})) \geq 7.1 * (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2});$$

$$t_{D2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2D2K1} + x_{B2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{B2D2K1} + x_{B2D2K2});$$

$$t_{B2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1B2K1} + x_{D1B2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C1} + 1000 * (1 - (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{C1D2K1} + x_{C1D2K2});$$

$$t_{D2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{C2D2K1} + x_{C2D2K2});$$

$$t_{C2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1C2K1} + x_{D1C2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E1} + 1000 * (1 - (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2})) \geq 7.1 * (x_{E1D2K1} + x_{E1D2K2});$$

$$t_{E2} - t_{D1} + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2})) \geq 8.2 * (x_{D1E2K1} + x_{D1E2K2});$$

$$t_{D2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2})) \geq 8.2 * (x_{E2D2K1} + x_{E2D2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A1} + 1000 * (1 - (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2})) \geq 4.2 * (x_{A1E2K1} + x_{A1E2K2});$$

$$t_{A2} - t_{E2} + 1000 * (1 - (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2})) \geq 4 * (x_{E2A2K1} + x_{E2A2K2});$$

$$t_{E2} - t_{A2} + 1000 * (1 - (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2})) \geq 4 * (x_{A2E2K1} + x_{A2E2K2});$$

$$t_{C2} - t_{B1} + 1000 * (1 - (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2})) \geq 4.2 * (x_{B1C2K1} + x_{B1C2K2});$$

$$t_{C2} - t_{B2} + 1000 * (1 - (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2})) \geq 4 * (x_{B2C2K1} + x_{B2C2K2});$$

$$t_{B2} - t_{C2} + 1000 * (1 - (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2})) \geq 4 * (x_{C2B2K1} + x_{C2B2K2});$$

$$e_{v_j} - A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \leq t_j \leq l_{v_j} + A \left(1 - \sum_k \sum_I \sum_{v_i \in I} x_{v_i v_j}^k \right) \quad \forall J, v_j$$

$$t_{A1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{B1A1K1} + x_{B2A1K1} + x_{C1A1K1} + x_{C2A1K1} + x_{E1A1K1} + x_{E2A1K1} + x_{D1A1K2} + x_{B1A1K2} + x_{B2A1K2} + x_{C1A1K2} + x_{C2A1K2} + x_{E1A1K2} + x_{E2A1K2}));$$

$$t_{A2} \geq 10 - 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{B1A2K1} + x_{B2A2K1} + x_{C1A2K1} + x_{C2A2K1} + x_{E1A2K1} + x_{E2A2K1} + x_{D1A2K2} + x_{B1A2K2} + x_{B2A2K2} + x_{C1A2K2} + x_{C2A2K2} + x_{E1A2K2} + x_{E2A2K2}));$$

$$t_{B1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{A1B1K1} + x_{A2B1K1} + x_{C1B1K1} + x_{C2B1K1} + x_{E1B1K1} + x_{E2B1K1} + x_{D1B1K2} + x_{A1B1K2} + x_{A2B1K2} + x_{C1B1K2} + x_{C2B1K2} + x_{E1B1K2} + x_{E2B1K2}));$$

$$t_{B2} \geq 10 - 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{A1B2K1} + x_{A2B2K1} + x_{C1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{E1B2K1} + x_{E2B2K1} + x_{D1B2K2} + x_{A1B2K2} + x_{A2B2K2} + x_{C1B2K2} + x_{C2B2K2} + x_{E1B2K2} + x_{E2B2K2}));$$

$$t_{C1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1C1K1} + x_{A1C1K1} + x_{A2C1K1} + x_{B1C1K1} + x_{B2C1K1} + x_{E1C1K1} + x_{E2C1K1} + x_{D1C1K2} + x_{A1C1K2} + x_{A2C1K2} + x_{B1C1K2} + x_{B2C1K2} + x_{E1C1K2} + x_{E2C1K2}));$$

$$t_{C2} \geq 10 - 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{A1C2K1} + x_{A2C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{E1C2K1} + x_{E2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{A1C2K2} + x_{A2C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2} + x_{E1C2K2} + x_{E2C2K2}));$$

$$t_{E1} \geq 0 - 1000 * (1 - (x_{D1E1K1} + x_{A1E1K1} + x_{A2E1K1} + x_{B1E1K1} + x_{B2E1K1} + x_{C1E1K1} + x_{C2E1K1} + x_{D1E1K2} + x_{A1E1K2} + x_{A2E1K2} + x_{B1E1K2} + x_{B2E1K2} + x_{C1E1K2} + x_{C2E1K2}));$$

$$t_{E2} \geq 10 - 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{B1E2K1} + x_{B2E2K1} + x_{C1E2K1} + x_{C2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} + x_{B1E2K2} + x_{B2E2K2} + x_{C1E2K2} + x_{C2E2K2}));$$

$$t_{D1} \geq 0;$$

$$t_{D2} \geq 0 - 1000 * (2 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2}));$$

```

tA1 >= 0 - 1000*(1 - (xD1A1K1 + xD1A1K2));
tA2 >= 10 - 1000*(1 - (xD1A2K1 + xD1A2K2 + xE2A2K1 + xE2A2K2));
tB1 >= 0 - 1000*(1 - (xD1B1K1 + xD1B1K2));
tB2 >= 10 - 1000*(1 - (xD1B2K1 + xC2B2K1 + xD1B2K2 + xC2B2K2));
tC1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tC2 >= 10 - 1000*(1 - (xD1C2K1 + xB1C2K1 + xB2C2K1 + xD1C2K2 + xB1C2K2 + xB2C2K2));
tE1 >= 0 - 1000*(1 - (0));
tE2 >= 10 - 1000*(1 - (xD1E2K1 + xA1E2K1 + xA2E2K1 + xD1E2K2 + xA1E2K2 + xA2E2K2));
tD1 >= 0;
tD2 >= 0 - 1000*(2 - (xA1D2K1 + xA2D2K1 + xB1D2K1 + xB2D2K1 + xC1D2K1 + xC2D2K1 + xE1D2K1 +
xE2D2K1 + xA1D2K2 + xA2D2K2 + xB1D2K2 + xB2D2K2 + xC1D2K2 + xC2D2K2 + xE1D2K2 + xE2D2K2));

```

```

tA1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1A1K1 + *B1A1K1 + *B2A1K1 + *C1A1K1 + *C2A1K1 + *E1A1K1 + *E2A1K1 + xD1A1K2
+ *B1A1K2 + *B2A1K2 + *C1A1K2 + *C2A1K2 + *E1A1K2 + *E2A1K2));
tA2 <= 15 + 1000*(1 - (xD1A2K1 + *B1A2K1 + *B2A2K1 + *C1A2K1 + *C2A2K1 + *E1A2K1 + *E2A2K1 + xE2A2K1 +
xD1A2K2 + *B1A2K2 + *B2A2K2 + *C1A2K2 + *C2A2K2 + *E1A2K2 + xE2A2K2));
tB1 <= 8 + 1000*(1 - (xD1B1K1 + *A1B1K1 + *A2B1K1 + *C1B1K1 + *C2B1K1 + *E1B1K1 + *E2B1K1 + xD1B1K2
+ *A1B1K2 + *A2B1K2 + *C1B1K2 + *C2B1K2 + *E1B1K2 + *E2B1K2));
tB2 <= 15 + 1000*(1 - (xD1B2K1 + *A1B2K1 + *A2B2K1 + *C1B2K1 + xC2B2K1 + *E1B2K1 + *E2B2K1 +
xD1B2K2 + *A1B2K2 + *A2B2K2 + *C1B2K2 + xC2B2K2 + *E1B2K2 + *E2B2K2));
tC1 <= 5 + 1000*(1 - (*D1C1K1 + *A1C1K1 + *A2C1K1 + *B1C1K1 + *B2C1K1 + *E1C1K1 + *E2C1K1 + *D1C1K2
+ *A1C1K2 + *A2C1K2 + *B1C1K2 + *B2C1K2 + *E1C1K2 + *E2C1K2));
tC2 <= 15 + 1000*(1 - (xD1C2K1 + *A1C2K1 + *A2C2K1 + xB1C2K1 + xB2C2K1 + *E1C2K1 + *E2C2K1 + xD1C2K2
+ *A1C2K2 + *A2C2K2 + xB1C2K2 + xB2C2K2 + *E1C2K2 + *E2C2K2));
tE1 <= 5 + 1000*(1 - (*D1E1K1 + *A1E1K1 + *A2E1K1 + *B1E1K1 + *B2E1K1 + *C1E1K1 + *C2E1K1 + *D1E1K2
+ *A1E1K2 + *A2E1K2 + *B1E1K2 + *B2E1K2 + *C1E1K2 + *C2E1K2));

```

$t_{E2} \leq 15 + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{B1E2K1} + x_{B2E2K1} + x_{C1E2K1} + x_{C2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2} + x_{B1E2K2} + x_{B2E2K2} + x_{C1E2K2} + x_{C2E2K2}))$;

$t_{D1} \leq 50$;

$t_{D2} \leq 50 + 1000 * (1 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2}))$;

$t_{A1} \leq 8 + 1000 * (1 - (x_{D1A1K1} + x_{D1A1K2}))$;

$t_{A2} \leq 15 + 1000 * (1 - (x_{D1A2K1} + x_{E2A2K1} + x_{D1A2K2} + x_{E2A2K2}))$;

$t_{B1} \leq 8 + 1000 * (1 - (x_{D1B1K1} + x_{D1B1K2}))$;

$t_{B2} \leq 15 + 1000 * (1 - (x_{D1B2K1} + x_{C2B2K1} + x_{D1B2K2} + x_{C2B2K2}))$;

$t_{C1} \leq 5 + 1000 * (1 - (0))$;

$t_{C2} \leq 15 + 1000 * (1 - (x_{D1C2K1} + x_{B1C2K1} + x_{B2C2K1} + x_{D1C2K2} + x_{B1C2K2} + x_{B2C2K2}))$;

$t_{E1} \leq 5 + 1000 * (1 - (0))$;

$t_{E2} \leq 15 + 1000 * (1 - (x_{D1E2K1} + x_{A1E2K1} + x_{A2E2K1} + x_{D1E2K2} + x_{A1E2K2} + x_{A2E2K2}))$;

$t_{D1} \leq 50$;

$t_{D2} \leq 50 + 1000 * (2 - (x_{A1D2K1} + x_{A2D2K1} + x_{B1D2K1} + x_{B2D2K1} + x_{C1D2K1} + x_{C2D2K1} + x_{E1D2K1} + x_{E2D2K1} + x_{A1D2K2} + x_{A2D2K2} + x_{B1D2K2} + x_{B2D2K2} + x_{C1D2K2} + x_{C2D2K2} + x_{E1D2K2} + x_{E2D2K2}))$;

Variables binarias:

$@BIN(x_{D1A1K1})$;	$@BIN(x_{D1B1K1})$;	$@BIN(x_{D1C1K1})$;	$@BIN(x_{D1E1K1})$;
$@BIN(x_{A1D2K1})$;	$@BIN(x_{B1D2K1})$;	$@BIN(x_{C1D2K1})$;	$@BIN(x_{E1D2K1})$;
$@BIN(x_{D1A2K1})$;	$@BIN(x_{D1B2K1})$;	$@BIN(x_{D1C2K1})$;	$@BIN(x_{D1E2K1})$;
$@BIN(x_{A2D2K1})$;	$@BIN(x_{B2D2K1})$;	$@BIN(x_{C2D2K1})$;	$@BIN(x_{E2D2K1})$;

@BIN(x _{B1A1K1});	@BIN(x _{A1E1K1});	@BIN(x _{C2A2K1});	@BIN(x _{B1C2K1});
@BIN(x _{A1B1K1});	@BIN(x _{E2A1K1});	@BIN(x _{A2C2K1});	@BIN(x _{E1B1K1});
@BIN(x _{B2A1K1});	@BIN(x _{A1E2K1});	@BIN(x _{E1A2K1});	@BIN(x _{B1E1K1});
@BIN(x _{A1B2K1});	@BIN(x _{B1A2K1});	@BIN(x _{A2E1K1});	@BIN(x _{E2B1K1});
@BIN(x _{E1A1K1});	@BIN(x _{A2B1K1});	@BIN(x _{E2A2K1});	@BIN(x _{B1E2K1});
@BIN(x _{A1C1K1});	@BIN(x _{B2A2K1});	@BIN(x _{A2E2K1});	@BIN(x _{E1B2K1});
@BIN(x _{C2A1K1});	@BIN(x _{A2B2K1});	@BIN(x _{C1B1K1});	@BIN(x _{B2C1K1});
@BIN(x _{A1C2K1});	@BIN(x _{E1A2K1});	@BIN(x _{B1C1K1});	@BIN(x _{C2B2K1});
@BIN(x _{E1A1K1});	@BIN(x _{A2C1K1});	@BIN(x _{C2B1K1});	@BIN(x _{B2C2K1});
@BIN(x _{E1B2K1});	@BIN(x _{D1B1K2});	@BIN(x _{C1A1K2});	@BIN(x _{E1A2K2});
@BIN(x _{B2E1K1});	@BIN(x _{B1D2K2});	@BIN(x _{A1C1K2});	@BIN(x _{A2E1K2});
@BIN(x _{E2B2K1});	@BIN(x _{D1B2K2});	@BIN(x _{C2A1K2});	@BIN(x _{E2A2K2});
@BIN(x _{B2E2K1});	@BIN(x _{B2D2K2});	@BIN(x _{A1C2K2});	@BIN(x _{A2E2K2});
@BIN(x _{E1C1K1});	@BIN(x _{D1C1K2});	@BIN(x _{E1A1K2});	@BIN(x _{E1B1K2});
@BIN(x _{C1E1K1});	@BIN(x _{C1D2K2});	@BIN(x _{A1E1K2});	@BIN(x _{B1C1K2});
@BIN(x _{E2C1K1});	@BIN(x _{D1C2K2});	@BIN(x _{E2A1K2});	@BIN(x _{E2B1K2});
@BIN(x _{E1E2K1});	@BIN(x _{C2D2K2});	@BIN(x _{A1E2K2});	@BIN(x _{B1C2K2});
@BIN(x _{E1C2K1});	@BIN(x _{D1E1K2});	@BIN(x _{B1A2K2});	@BIN(x _{E1B1K2});
@BIN(x _{C2E1K1});	@BIN(x _{E1D2K2});	@BIN(x _{A2B1K2});	@BIN(x _{B1E1K2});
@BIN(x _{E2C2K1});	@BIN(x _{D1E2K2});	@BIN(x _{B2A2K2});	@BIN(x _{E2B1K2});
@BIN(x _{C2E2K1});	@BIN(x _{E2D2K2});	@BIN(x _{A2B2K2});	@BIN(x _{B1E2K2});
@BIN(x _{D1A1K2});	@BIN(x _{B1A1K2});	@BIN(x _{C1A2K2});	@BIN(x _{C1B2K2});
@BIN(x _{A1D2K2});	@BIN(x _{A1B1K2});	@BIN(x _{A2C1K2});	@BIN(x _{B2C1K2});
@BIN(x _{D1A2K2});	@BIN(x _{B2A1K2});	@BIN(x _{C2A2K2});	@BIN(x _{C2B2K2});
@BIN(x _{A2D2K2});	@BIN(x _{A1B2K2});	@BIN(x _{A2C2K2});	@BIN(x _{B2C2K2});
@BIN(x _{E1B2K2});	@BIN(x _{B2E1K2});	@BIN(x _{E2B2K2});	@BIN(x _{B2E2K2});

$\text{@BIN}(x_{E1C1K2});$	$\text{@BIN}(x_{E2C1K2});$	$\text{@BIN}(x_{E1C2K2});$	$\text{@BIN}(x_{E2C2K2});$
$\text{@BIN}(x_{C1E1K2});$	$\text{@BIN}(x_{C1E2K2});$	$\text{@BIN}(x_{C2E1K2});$	$\text{@BIN}(x_{C2E2K2});$

$\text{@BIN}(x_{D1A1K1});$	$\text{@BIN}(x_{B1D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{C2D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{E2A2K1});$
$\text{@BIN}(x_{A1D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{D1B2K1});$	$\text{@BIN}(x_{E1D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{A2E2K1});$
$\text{@BIN}(x_{D1A2K1});$	$\text{@BIN}(x_{B2D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{D1E2K1});$	$\text{@BIN}(x_{B1C2K1});$
$\text{@BIN}(x_{A2D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{C1D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{E2D2K1});$	$\text{@BIN}(x_{C2B2K1});$
$\text{@BIN}(x_{D1B1K1});$	$\text{@BIN}(x_{D1C2K1});$	$\text{@BIN}(x_{A1E2K1});$	$\text{@BIN}(x_{B2C2K1});$
$\text{@BIN}(x_{D1A1K2});$	$\text{@BIN}(x_{B1D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{C2D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{E2A2K2});$
$\text{@BIN}(x_{A1D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{D1B2K2});$	$\text{@BIN}(x_{E1D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{A2E2K2});$
$\text{@BIN}(x_{D1A2K2});$	$\text{@BIN}(x_{B2D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{D1E2K2});$	$\text{@BIN}(x_{B1C2K2});$
$\text{@BIN}(x_{A2D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{C1D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{E2D2K2});$	$\text{@BIN}(x_{C2B2K2});$
$\text{@BIN}(x_{D1B1K2});$	$\text{@BIN}(x_{D1C2K2});$	$\text{@BIN}(x_{A1E2K2});$	$\text{@BIN}(x_{B2C2K2});$

6.2.- Solución LINGO

Global optimal solution found.

Objective value: 39.00000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 53

Variable	Value	Reduced Cost
XD1A1K1	1.000000	7.100000
XA1D2K1	0.000000	7.100000
XD1A2K1	0.000000	8.200000
XA2D2K1	0.000000	8.200000
XD1B1K1	0.000000	7.100000
XB1D2K1	0.000000	7.100000
XD1B2K1	0.000000	8.200000
XB2D2K1	0.000000	8.200000
XC1D2K1	0.000000	0.000000
XD1C2K1	0.000000	8.200000
XC2D2K1	0.000000	8.200000
XE1D2K1	0.000000	0.000000
XD1E2K1	0.000000	8.200000
XE2D2K1	1.000000	8.200000
XA1E2K1	1.000000	4.200000
XE2A2K1	0.000000	4.000000
XA2E2K1	0.000000	4.000000
XB1C2K1	0.000000	4.200000

XC2B2K1	0.000000	4.000000
XB2C2K1	0.000000	4.000000
XD1A1K2	0.000000	7.100000
XA1D2K2	0.000000	7.100000
XD1A2K2	0.000000	8.200000
XA2D2K2	0.000000	8.200000
XD1B1K2	1.000000	7.100000
XB1D2K2	0.000000	7.100000
XD1B2K2	0.000000	8.200000
XB2D2K2	0.000000	8.200000
XC1D2K2	0.000000	0.000000
XD1C2K2	0.000000	8.200000
XC2D2K2	1.000000	8.200000
XE1D2K2	0.000000	0.000000
XD1E2K2	0.000000	8.200000
XE2D2K2	0.000000	8.200000
XA1E2K2	0.000000	4.200000
XE2A2K2	0.000000	4.000000
XA2E2K2	0.000000	4.000000
XB1C2K2	1.000000	4.200000
XC2B2K2	0.000000	4.000000
XB2C2K2	0.000000	4.000000
TD2K1	100.0000	0.000000
TA1	7.100000	0.000000
TD2K2	100.0000	0.000000
TD1K1	0.000000	0.000000

TD1K2	0.000000	0.000000
TA2	0.000000	0.000000
TB1	7.100000	0.000000
TB2	0.000000	0.000000
TC1	0.000000	0.000000
TC2	11.300000	0.000000
TE1	0.000000	0.000000
TE2	11.300000	0.000000