

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

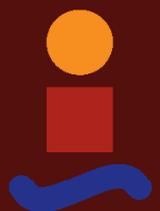
Análisis de pórticos traslacionales de acero según
la Instrucción de Acero Estructural (EAE)

Autor: Ana Campos Zambrano

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

**Dep. Mecánica de Medios Continuos y
Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Análisis de pórticos traslacionales de acero según la Instrucción de Acero Estructural (EAE)

Autor:

Ana Campos Zambrano

Tutor:

Luis Rodríguez de Tembleque Solano

Profesor titular

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Grado: Análisis de pórticos traslacionales de acero según la Instrucción de Acero Estructural (EAE)

Autor: Ana Campos Zambrano

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis profesores

Agradecimientos

Antes de dar por concluido el grado con la entrega de este TFG, me gustaría agradecer a todos los que me han apoyado y ayudado de una forma u otra a conseguir este título.

En mis años de instituto, antes de llegar a la universidad, siempre soñé con que llegara este momento. Han sido unos años duros pero, con esfuerzo y dedicación, he podido cumplir mi sueño. Todavía recuerdo cuando una de mis profesoras, dando un breve discurso en nuestra graduación de bachillerato, dijo aquello de ‘este será el año en el que más estudiaréis de vuestra vida’. En mi caso, no podía estar más equivocada, puesto que en estos años de universidad he tenido que pasar de estudiar un poco los días antes del examen a estudiar a conciencia casi todos los días. Todo ello lo he logrado llevar a cabo gracias al apoyo de mi familia. A mis padres por animarme, confiar en mí y desearme suerte cada vez que me enfrentaba a un examen, y a mi hermano por entenderme y presumir de mí siempre como la ‘hermana mayor ingeniera’.

Agradecer también a mis compañeros de clase, con los que he reído tanto (y estudiado tanto) en estos años. Y que sin apenas percatarnos, hemos pasado de ser desconocidos a verdaderos amigos. También a mis amigos no ingenieros, que siempre se han interesado por mí y por mis estudios.

Por último, quiero dar las gracias a todos los maestros y profesores que me han enseñado a lo largo de mi vida. En particular a Luis Rodríguez de Tembleque, mi profesor y ahora tutor en este Trabajo de Fin de Grado. Gracias por todo lo que me has enseñado y por hacerme amar las estructuras.

En general, gracias a todos los que confiasteis en mí desde el inicio. Estoy orgullosa de haber podido pertenecer a la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Sevilla.

Ana Campos Zambrano

Sevilla, 2017

En el presente trabajo se estudiará el efecto de los aspectos no lineales, o de segundo orden, en pórticos traslacionales (o no arriostrados) metálicos según la normativa vigente: la Instrucción de Acero Estructural (EAE).

En primer lugar, se realizará una introducción al análisis de estabilidad global de pórticos según la EAE, donde se recogen los métodos de estudio según el parámetro facilitado por la normativa: el grado de traslacionalidad. En consecuencia, se realizará la aplicación para el caso de un pórtico con una geometría y sometido a unas cargas determinadas que produzcan inestabilidades que hagan necesario este tipo de comprobación. Para ello, se seleccionará una estructura esbelta aporricada y se estudiarán varios casos contemplados en la norma para, a continuación, hacer una comparativa de resultados y comprobar qué metodología de verificación es más idónea. Estos casos serán dos de segundo orden, con la diferencia de incluir o no imperfecciones locales además de las globales, y uno de primer orden sin ningún tipo de imperfección.

Los resultados obtenidos permiten concluir que un análisis en segundo orden incluyendo solo imperfecciones globales será la mejor opción con el objetivo de hacer un diseño lo más eficiente posible de nuestra estructura.

Agradecimientos	9
Resumen	11
Índice	13
Índice de Tablas	15
Índice de Figuras	17
1 Introducción	1
2 Análisis estructural de la estabilidad lateral de pórticos.	3
2.1. <i>Métodos de análisis</i>	3
2.2. <i>Consideración de las imperfecciones geométricas</i>	3
2.3. <i>Imperfecciones en el análisis global de la estructura</i>	4
2.3.1 Imperfecciones laterales globales equivalentes	4
2.3.2 Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos	5
2.3.3 Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones	6
2.4. <i>Estabilidad lateral de estructuras</i>	7
2.5. <i>Criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación</i>	7
2.6. <i>Métodos de análisis de la estabilidad global de estructuras</i>	8
2.7. <i>Longitud de pandeo de elementos comprimidos</i>	8
2.7.1 Soportes de estructuras o pórticos de edificios	8
3 Estudio de un pórtico traslacional.	12
3.1. <i>Descripción del problema</i>	12
3.2. <i>Clasificación del pórtico</i>	12
3.3. <i>Métodos de análisis</i>	14
3.3.1 Método A	14
3.3.2 Método B	19
3.3.3 Método C	24
3.4. <i>Análisis de resultados</i>	28
4 Resumen y conclusiones	29
4.1. <i>Resumen</i>	29
4.2. <i>Concluiones</i>	29
4.3. <i>Desarrollos futuros</i>	30
Bibliografía	32
Anexo A: Cálculo grado de traslacionalidad	33
Anexo B: Cálculo por el método A	35
Anexo C: Cálculo por el método B	38
Anexo D: Cálculo por el método C	40

Índice de Tablas

<i>Tabla 2.1.</i> Tipo de curva de pandeo	6
<i>Tabla 2.2.</i> Coeficiente de rigidez efectiva para una viga	9
<i>Tabla 3.1.</i> Curva de pandeo del perfil HEB240	16
<i>Tabla 3.2.</i> Curva de pandeo del perfil IPE500	21
<i>Tabla 3.3.</i> Cuadro resumen: Porcentajes	28

Índice de Figuras

<i>Figura 1.1. y 1.2.</i> Estructuras metálicas aporticadas con distinto arriostramiento lateral	1
<i>Figura 2.1.</i> Imperfecciones laterales globales	5
<i>Figura 2.2.</i> Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones	6
<i>Figura 2.3.</i> Relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)	10
<i>Figura 2.4.</i> Relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)	10
<i>Figura 2.5.</i> Modo intraslacional (pandeo con nudos fijos)	11
<i>Figura 2.6.</i> Modo traslacional (pandeo con nudos desplazables)	11
<i>Figura 3.1.</i> Pórtico: Geometría y cargas iniciales	12
<i>Figura 3.2.</i> Factor de pandeo α_{cr}	13
<i>Figura 3.3.</i> Pórtico con imperfecciones globales equivalentes	13
<i>Figura 3.4.</i> Diagrama de cortantes	13
<i>Figura 3.5.</i> Deformada: Desplazamientos U_x	13
<i>Figura 3.6.</i> Pórtico con imperfecciones globales y locales	16
<i>Figura 3.7.</i> Método A. Axiles	17
<i>Figura 3.8.</i> Método A. Cortantes	17
<i>Figura 3.9.</i> Método A. Flectores	17
<i>Figura 3.10.</i> Método B. Axiles	19
<i>Figura 3.11.</i> Método B. Cortantes	19
<i>Figura 3.12.</i> Método B. Flectores	19
<i>Figura 3.13.</i> Método B. Coeficiente de pandeo χ IPE500	21
<i>Figura 3.14.</i> Modo intraslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)	22
<i>Figura 3.15.</i> Método B. Coeficiente de pandeo χ HEB240	23
<i>Figura 3.16.</i> Método C. Axiles	24
<i>Figura 3.17.</i> Método C. Cortantes	24
<i>Figura 3.18.</i> Método C. Flectores	25
<i>Figura 3.19.</i> Modo traslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)	26

1 INTRODUCCIÓN

Actualmente, el desarrollo de herramientas numéricas y procedimientos de cálculo más avanzados está permitiendo realizar un diseño más óptimo de las estructuras. Esto hace posible que las estructuras calculadas sean cada vez más esbeltas. En alguno de estos casos, para garantizar que no se alcanza ningún estado límite, es necesario realizar un análisis global en segundo orden de la estructura que tenga en cuenta la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura en la configuración deformada. Además, hoy día la normativa actual (EAE y Eurocódigos) permite un análisis global en segundo orden, así como el comportamiento no lineal de los materiales y la no linealidad en las condiciones de contorno.

Al realizar la comprobación de la estabilidad lateral global de pórticos traslacionales (o no arriostrados) de acero, debidos a la gran esbeltez y deformabilidad que presentan, existen ciertos efectos, denominados efectos de segundo orden, que deben ser tenidos en cuenta en el análisis. Estos efectos suponen un importante incremento de los esfuerzos de cálculo en comparación con los obtenidos mediante un análisis en primer orden. Un ejemplo claro de ello son los edificios constituidos por una estructura aporticada de varias plantas, los cuales son susceptibles de manifestar este tipo de fenómenos, y en los que podemos apreciar medidas de arriostramiento para salvar estos efectos de segundo orden.



Figura 1.1. y 1.2. Estructuras metálicas aporticadas con distinto arriostramiento lateral

En las normativas actuales (i.e. Comité Europeo en Normalización (EN 1993-1-1) [1], Código Técnico de la Edificación (DB-SE-A) [2] y Instrucción EAE de Acero Estructural [3]), los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas pueden considerarse mediante análisis global que incluya la totalidad de dichos efectos con métodos de cálculo no lineales o, en algunos casos, considerando métodos de cálculo lineales y coeficientes de amplificación de cargas horizontales, para comprobar finalmente los elementos comprimidos como elementos aislados.

Por tanto, en los casos en los que sea posible, podremos utilizar técnicas de cálculo que ahорren recursos computacionales obteniendo resultados válidos para nuestro análisis estructural. Cuando esto no sea posible, habrá que recurrir al análisis en segundo orden en su totalidad. El principal objetivo de este texto será precisamente saber qué elección llevar a cabo en cada caso.

MOTIVACIÓN

Debido a la necesidad de incorporar métodos de análisis que permitan construir estructuras más esbeltas y, por tanto, hacer un mayor aprovechamiento del material del que disponemos hoy en día, la EAE contempla los distintos métodos de cálculo que, según el grado de traslacionalidad, debemos escoger. Para ello, debemos conocer el alcance que tiene el cálculo y adecuarlo a nuestra estructura. En el caso de pórticos, la longitud de los pilares o la existencia de cargas horizontales es un aspecto fundamental.

En pórticos no traslacionales, se puede estudiar la estabilidad en análisis de primer orden con comprobación aislada de los elementos, pero en traslacionales (no arriostrados) los cálculos lineales cotidianos pueden quedar del lado de la inseguridad por el hecho de no considerar efectos que incrementan las cargas externas (como es el caso de la no linealidad geométrica). Ante este hecho, las normativas actuales [1, 2, 3] tratan los efectos de segundo orden, aunque de una forma un tanto ambigua. Esto puede causar confusión y hacer pensar que solo se dispone de dos opciones: el estudio lineal en pórticos donde se haya comprobado con certeza que no hay problemas de traslacionalidad, y el estudio directamente en segundo orden para aquellas estructuras aporticadas que tengan problemas de inestabilidad debidos al fenómeno de traslacionalidad. Lo cierto es, que disponemos de más opciones de las que creemos, y que, conociéndolas en su mayoría nos aseguraremos de hacer un uso mucho más eficiente de nuestro cálculo.

Por lo tanto, es necesario realizar estudios comparativos que muestren el potencial de los distintos métodos de cálculo que nos proporciona la Instrucción de Acero Estructural para el análisis global de pórticos de acero.

OBJETIVO

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es exponer los conceptos básicos del análisis estructural de pórticos de acero en consideración con la no linealidad y estudiar qué metodología de verificación de la estabilidad global es más idónea en un pórtico traslacional de acero mediante el empleo de los distintos métodos que nos ofrece la normativa [3]. Para ello se va a hacer uso del programa de elementos finitos ANSYS, el cual permitirá realizar tanto los análisis lineales, como los análisis no lineales incluyendo la no linealidad geométrica.

En primer lugar, se realizará el cálculo del grado de traslacionalidad haciendo un análisis de pandeo lineal, con el que también se obtendrán los primeros modos de pandeo de la estructura, así como sus primeros coeficientes de pandeo. Esto nos permitirá clasificar la tipología del pórtico.

En segundo lugar, se someterá a la estructura a distintos tipos de análisis propuestos por la EAE, con el fin de obtener un aprovechamiento del material y comparar los resultados obtenidos por cada método. Con ello, podremos averiguar qué método de análisis es más idóneo para el cálculo de la tipología propuesta.

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

El trabajo se va a estructurar de la siguiente forma:

- En el Capítulo 2 se va a proceder a comentar el alcance del análisis estructural para el caso de estabilidad lateral en pórticos traslacionales. Se pretenderá exponer al lector el ámbito en el que se va a estudiar en este trabajo.
- En el Capítulo 3 se estudiará un pórtico traslacional por los diferentes métodos propuestos en la Instrucción de Acero Estructural, obteniendo los correspondientes resultados y presentándolos en un cuadro resumen a modo de comparativa.
- Finalmente, en el Capítulo 4, se expondrán las conclusiones a las que se ha llegado y se comentará la posibilidad de desarrollo de trabajos futuros.

2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA ESTABILIDAD LATERAL DE PÓRTICOS.

Todos los análisis estructurales deben satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad, teniendo en cuenta las leyes de comportamiento de los materiales a utilizar.

2.1. Métodos de análisis

Los métodos para el análisis global de una estructura se pueden clasificar de la siguiente manera:

- a) Análisis lineales, basados en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal de los materiales y en la consideración del equilibrio sobre la estructura en su configuración indeformada (análisis de primer orden).
- b) Análisis no lineales, que tienen en cuenta la no linealidad mecánica, esto es, el comportamiento no lineal de los materiales, y la no linealidad geométrica. Es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura deformada (análisis en segundo orden).
- c) Los análisis no lineales pueden considerar, a su vez, una sola o ambas de las causas de no linealidad citadas (del material o de la geometría).

Consecuentemente, el comportamiento no lineal implica la no validez del principio de superposición, lo que debe ser tenido en cuenta en el cálculo.

En casos de no linealidad, la respuesta estructural depende de la historia de las cargas, siendo generalmente preciso proceder de forma incremental, recorriendo los rangos elásticos y elastoplásticos hasta el agotamiento de la estructura.

Los efectos de segundo orden debidos a la deformación de la estructura deben ser tenidos en cuenta si aumentan significativamente las cargas exteriores y, por tanto, la respuesta estructural: los esfuerzos.

2.2. Consideración de las imperfecciones geométricas

El análisis en segundo orden de las estructuras cuya respuesta sea sensible a las deformaciones de su geometría inicial debe considerar adecuadamente los efectos de las tensiones residuales sobre la respuesta no lineal del material, así como de las inevitables imperfecciones geométricas, tales como defectos de verticalidad, de alineación, de planeidad, de ajuste y excentricidad en las uniones, y demás tolerancias de ejecución y montaje.

En general, sus efectos pueden incorporarse en los análisis estructurales adoptando unas imperfecciones geométricas equivalentes. Los efectos de las imperfecciones deben considerarse en los siguientes casos:

- a) Efecto de las imperfecciones en el análisis global de la estructura.
- b) Efecto de las imperfecciones en el análisis de sistemas de arriostramiento lateral de elementos flectados o comprimidos.
- c) Efecto de las imperfecciones en el análisis local de elementos aislados.

Las imperfecciones deben incluirse en los análisis estructurales para la comprobación de los estados límite últimos, siempre que su influencia sea significativa.

Los efectos de las imperfecciones geométricas equivalentes, definidas en el apartado 22.3 de la EAE, deben incluirse en el análisis global de estructuras traslacionales susceptibles a fenómenos de inestabilidad

lateral (Artículos 23 y 24). Los esfuerzos resultantes del análisis deberán considerarse en las posteriores comprobaciones resistentes de los diferentes elementos de la estructura.

2.3. Imperfecciones en el análisis global de la estructura

Las imperfecciones geométricas equivalentes deben incluirse en el análisis global de todas aquellas estructuras en las que no puedan despreciarse los efectos de segundo orden.

La geometría del modelo de cálculo es la que resulta de incorporar a la geometría teórica, ideal, de la estructura las imperfecciones geométricas equivalentes, de forma que produzcan los efectos más desfavorables.

Para ello, las imperfecciones a considerar pueden obtenerse a partir de los modos de pandeo global de la estructura, en el plano de inestabilidad considerado.

El efecto de las imperfecciones en el análisis global de estructuras traslacionales se introduce como suma de un defecto global de verticalidad de la estructura y de unas curvaturas iniciales en todos los elementos comprimidos de la misma, con forma parabólica de segundo grado.

Si se desea, las imperfecciones geométricas pueden sustituirse por un sistema autoequilibrado de fuerzas transversales equivalentes, según se contempla en el apartado 22.3.3 de la normativa.

En general, debe analizarse siempre la posible inestabilidad bajo modos de pandeo simétricos y asimétricos, y para aquellas combinaciones de acciones en las que se obtenga, para cada uno de ellos, el menor coeficiente de amplificación de las cargas que produce la inestabilidad elástica del sistema.

2.3.1 Imperfecciones laterales globales equivalentes

Se considerará un defecto inicial de verticalidad tal que:

$$\varphi = k_h \cdot k_m \cdot \varphi_0$$

Siendo:

- φ_0 el valor de base de la imperfección lateral: $\varphi_0 = 1/200$
- k_h el coeficiente reductor para la altura 'h' (en metros) de la estructura:

$$k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{con} \quad \frac{2}{3} \leq k_h \leq 1.0$$

- k_m el coeficiente reductor para el número de alineaciones 'm' de elementos comprimidos (pilas en puentes o pilares en edificios) en el plano del pandeo considerado:

$$k_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

En 'm' sólo se contabilizan los elementos solicitados por una compresión cuyo valor de cálculo, N_{Ed} , sea igual o superior al 50% de la compresión media por elemento, para el plano de pandeo y combinación de acciones considerada.

En principio, sólo deberán contabilizarse en 'm' aquellos elementos comprimidos que se extiendan a la totalidad de la altura 'h' de la estructura utilizada para la obtención de k_h .

En entramados aporticados de edificación, la imperfección lateral global podrá despreciarse, para una cierta combinación de acciones, cuando:

$$H_{Ed} \geq 0.15 V_{Ed}$$

Siendo:

- H_{Ed} el valor de cálculo de la resultante de las acciones horizontales totales, en la base del edificio, correspondientes a la combinación de acciones considerada.

- V_{Ed} el valor de cálculo de la resultante de las acciones verticales totales, en la base del edificio, para dicha combinación de acciones.

Los efectos estructurales ocasionados por las imperfecciones laterales globales equivalentes son poco significativos respecto de los ocasionados por las acciones horizontales que actúan sobre la estructura.

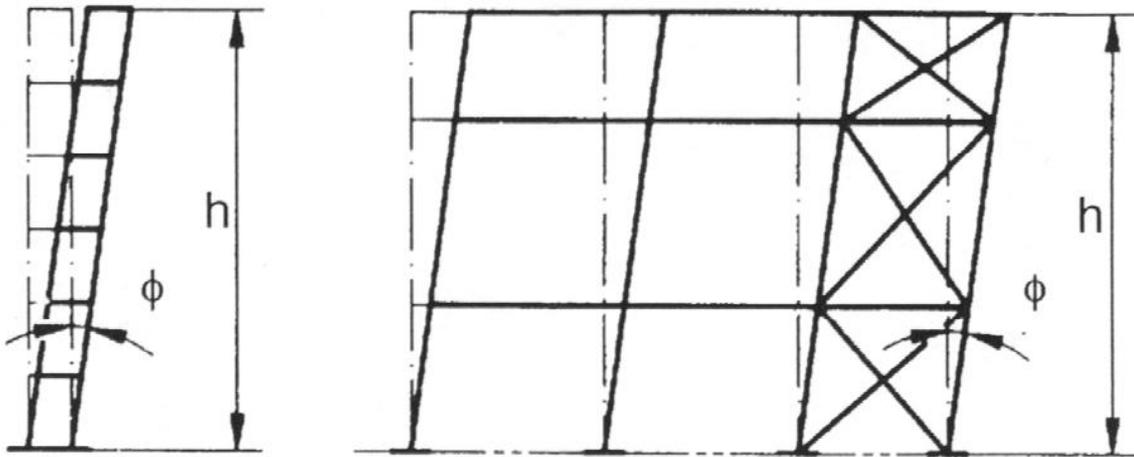


Figura 2.1. Imperfecciones laterales globales

2.3.2 Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos

Además del defecto inicial de verticalidad global de la estructura, y salvo en las circunstancias establecidas seguidamente, deberá considerarse la influencia, en la inestabilidad global de las estructuras traslacionales, de las imperfecciones locales propias de todos aquellos elementos comprimidos en los que se cumplan las dos condiciones siguientes:

- Al menos uno de los dos nudos extremos del elemento no pueda considerarse como articulado.
- Su esbeltez adimensional en el plano de pandeo considerado, calculada como barra biarticulada en sus extremos, sea tal que:

$$\bar{\lambda} > 0.5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

Siendo:

- A el área de la sección transversal del elemento.
- N_{Ed} el valor de cálculo de la compresión en el elemento, para la combinación de acciones analizada.

Esta condición equivale a que el axil de compresión de cálculo del elemento, N_{Ed} , sea superior al 25% de su carga crítica de Euler, N_{cr} .

En dichos casos puede adoptarse una curvatura inicial equivalente, en los elementos comprimidos afectados, con forma parabólica de segundo grado y una flecha máxima e_0 , tal que:

Tipo de curva de pandeo	Método de análisis global de la estructura	
	Análisis global elástico e_0	Análisis global plástico e_0
a₀	L/350	L/300
A	L/300	L/250
B	L/250	L/200
C	L/200	L/150
D	L/150	L/100

Tabla 2.1. Tipo de curva de pandeo

Donde L es la longitud del elemento.

2.3.3 Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones

Los efectos de las imperfecciones laterales globales y de las curvaturas iniciales en los elementos comprimidos pueden asimilarse a unos sistemas de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la combinación de acciones correspondiente, estimadas como sigue para cada elemento (ver figura 2.2).

- a. Para el caso de defectos iniciales de verticalidad de elementos comprimidos:

$$H_{td} = \varphi N_{Ed}$$

- b. Para el caso de curvaturas iniciales en elementos comprimidos, cuando sea preciso considerarlas según 2.3.2:

$$q_{td} = \frac{8 N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

Siendo L y N_{Ed} la longitud y el valor de cálculo del esfuerzo de compresión, respectivamente, en el elemento.

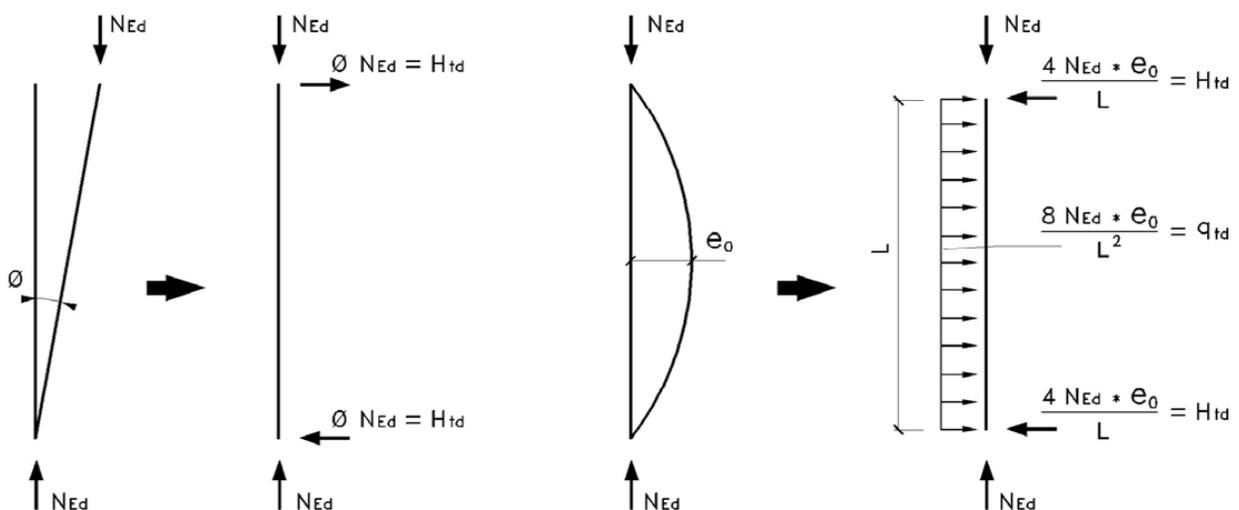


Figura 2.2. Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones

2.4. Estabilidad lateral de estructuras

Una estructura puede clasificarse como intraslacional cuando su rigidez lateral es suficiente para que la influencia de los efectos de segundo orden en su resistencia pueda considerarse despreciable. El análisis global de las estructuras intraslacionales puede realizarse según la teoría en primer orden.

Una estructura puede considerarse como intraslacional frente a un cierto modo de inestabilidad lateral, y una determinada combinación de acciones, si se cumple el siguiente criterio:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad \text{cuando se realiza un análisis global elástico.}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \quad \text{cuando se realiza un análisis global plástico.}$$

Siendo:

- F_{cr} la carga crítica de inestabilidad elástica para dicho modo de pandeo global, bajo la configuración de la combinación de acciones a considerar.
- F_{Ed} la carga de cálculo que actúa sobre la estructura para dicha combinación de acciones.
- α_{cr} el coeficiente de amplificación por el que debe multiplicarse la configuración de cargas de cálculo para provocar la inestabilidad lateral elástica según el modo de pandeo global considerado.

2.5. Criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación

Una estructura puede clasificarse como intraslacional cuando su rigidez lateral es suficiente para que la influencia de los efectos de segundo orden sobre la magnitud de los esfuerzos o sobre el comportamiento estructural global de la misma pueda considerarse despreciable. El análisis global de las estructuras intraslacionales puede realizarse según la teoría en primer orden. Los efectos de segundo orden sólo deben ser considerados en las comprobaciones resistentes de los elementos comprimidos aislados, según se trataría en el apartado 22.5 y el Artículo 35 de la EAE.

En pórticos simples con dinteles de cubierta planos, o de débil pendiente, así como en entramados aporticados planos de edificación, con nudos rígidos, el criterio de intraslacionalidad del apartado anterior puede suponerse satisfecho si, en cada planta, y para la combinación de acciones considerada, dicho criterio se cumple para:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \times \left(\frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

Siendo:

- $F_{H,Ed}$ el valor de cálculo de la fuerza horizontal, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas horizontales que actúan por encima de dicho nivel, incluyendo los efectos de las imperfecciones indicadas anteriormente.
- $F_{V,Ed}$ el valor de cálculo de la fuerza vertical, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales que actúan por encima de dicho nivel.
- h_p la altura de la planta considerada.
- $\delta_{H,Ed}$ el desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las acciones exteriores, horizontales y verticales, de cálculo y de las fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones, establecidas anteriormente, para la combinación de acciones considerada.

2.6. Métodos de análisis de la estabilidad global de estructuras

En todas aquellas estructuras cuya rigidez lateral no sea suficiente para poderlas considerar como intraslacionales, según los criterios establecidos en 2.4, debe comprobarse su estabilidad lateral global según los métodos descritos, que consideran los efectos de segundo orden así como las imperfecciones geométricas equivalentes, definidas en el Artículo 22 de la EAE y comentadas anteriormente.

En función del tipo de estructura y del método de análisis global a realizar, la consideración de los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas equivalentes puede abordarse por alguno de los métodos siguientes:

- a) Mediante un análisis global traslacional que incluya la totalidad de dichos efectos, es decir, las imperfecciones laterales globales equivalentes de la estructura traslacional, y las imperfecciones por curvaturas iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados.
- b) Mediante un análisis global traslacional de la estructura que considere únicamente, salvo lo establecido en 2.3.2, los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes, seguido de un control de los efectos de la inestabilidad en los elementos comprimidos aislados.

En 2.3.2 se establecen las condiciones en las que el análisis global traslacional debe incorporar, además, las imperfecciones por curvaturas lineales equivalentes en ciertos elementos comprimidos.

- c) En ciertos casos básicos, puede resultar suficiente la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados según el Artículo 35 de la EAE, a partir de 'longitudes de pandeo' apropiadas, basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura, y con las solicitaciones obtenidas según la teoría de primer orden, sin considerar las imperfecciones geométricas equivalentes.

Si se utiliza el método a), la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda adecuadamente garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura, no siendo preciso ninguna verificación adicional a la comprobación resistente de las diferentes secciones bajo los esfuerzos resultantes del cálculo.

Si se utiliza el método b), la estabilidad de los elementos aislados comprimidos debe controlarse posteriormente, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones locales en dichos elementos, no considerados previamente en el análisis global en segundo orden de la estructura (por ejemplo, pandeo por flexocompresión o pandeo lateral del elemento).

Los métodos a) y b) exigen la consideración de los efectos de segundo orden, bajo las cargas exteriores y los efectos equivalentes de las imperfecciones.

2.7. Longitud de pandeo de elementos comprimidos

La longitud de pandeo L_{cr} de un elemento comprimido es la longitud de otro elemento similar con los "extremos articulados" (extremos que no pueden desplazarse lateralmente, pero que están libres para girar en el plano de pandeo) que tenga la misma resistencia a dicho pandeo.

2.7.1 Soportes de estructuras o pórticos de edificios

La relación L_{cr}/L de un soporte de un pórtico intraslacional (modo de nudos fijos) puede obtenerse de la figura 2.3.

La relación L_{cr}/L de un soporte de un pórtico traslacional (modo de nudos desplazables) puede obtenerse a partir de la figura 2.4.

Para los modelos teóricos que se muestran en las figuras 2.5. y 2.6., los coeficientes de distribución η_1 y η_2 se obtienen de:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{11} + K_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{K_c}{K_c + K_{21} + K_{22}}$$

Siendo:

- K_c el coeficiente de rigidez del pilar I/L .
- K_{ij} el coeficiente de rigidez efectiva de la viga.

Dichos modelos pueden adaptarse para el dimensionamiento de soportes continuos, suponiendo que cada tramo longitudinal del soporte está solicitado hasta el mismo valor de la relación (N/N_{cr}) . En el caso general de que (N/N_{cr}) varíe, esto conduce a un valor conservador de L_{cr}/L para la longitud más crítica del pilar.

Cuando las vigas no se vean sometidas a esfuerzos axiales, sus coeficientes de rigidez efectiva pueden determinarse de acuerdo con la tabla 2.2., siempre que se encuentren en régimen elástico.

Condiciones de coacción al giro en el extremo alejado de la viga	Coefficiente de rigidez efectiva K de la viga (siempre que ésta permanezca en régimen elástico)
Empotrada en el extremo alejado	1,0 I/L
Articulada en el extremo alejado	0,75 I/L
Giro igual al del extremo próximo (curvatura doble)	1,5 I/L
Giro igual y opuesto al del extremo próximo (curvatura simple)	0,5 I/L
Caso general. Giro θ_a en el extremo próximo y θ_b en el extremo alejado	$(1 + 0,5 \theta_b/\theta_a) I/L$

Tabla 2.2. Coeficiente de rigidez efectiva para una viga

Cuando para el mismo caso de carga, el valor de cálculo del momento flector en cualquiera de las vigas supere el valor $W_{el,fy} / \gamma_{M0}$, deberá suponerse que la viga está articulada en el punto o puntos correspondientes.

Cuando una viga tenga uniones nominalmente articuladas, deberá suponerse que está articulada en el punto o puntos correspondientes.

Cuando en una viga se dispongan uniones semirrígidas, su coeficiente de rigidez efectiva deberá reducirse adecuadamente.

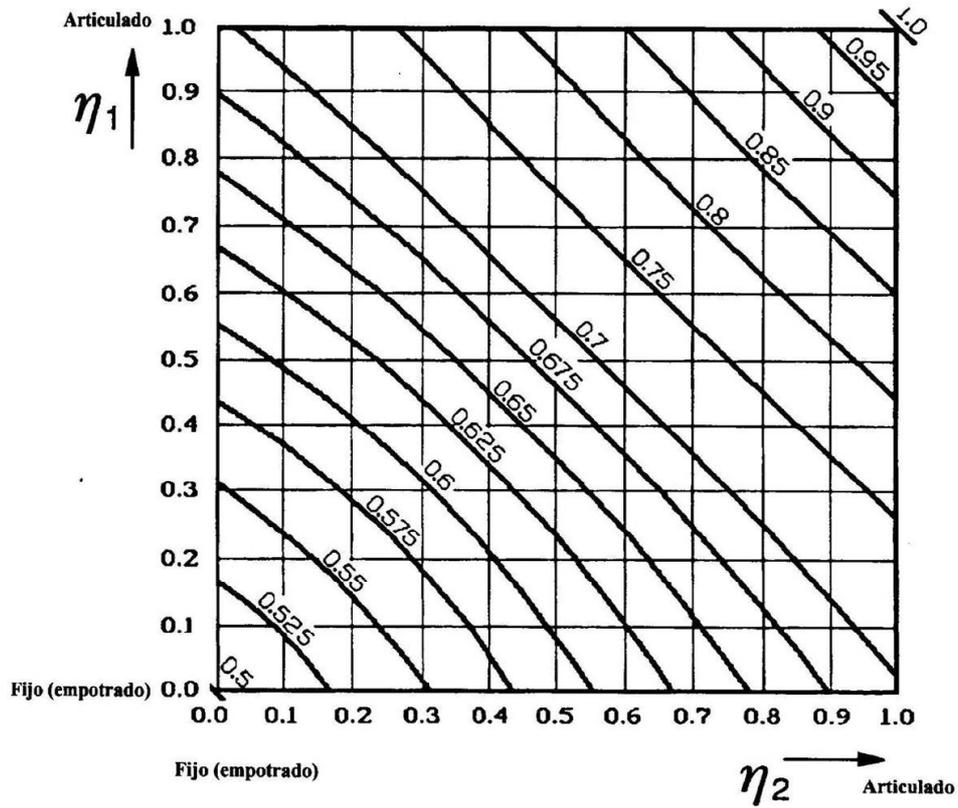


Figura 2.3. Relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)

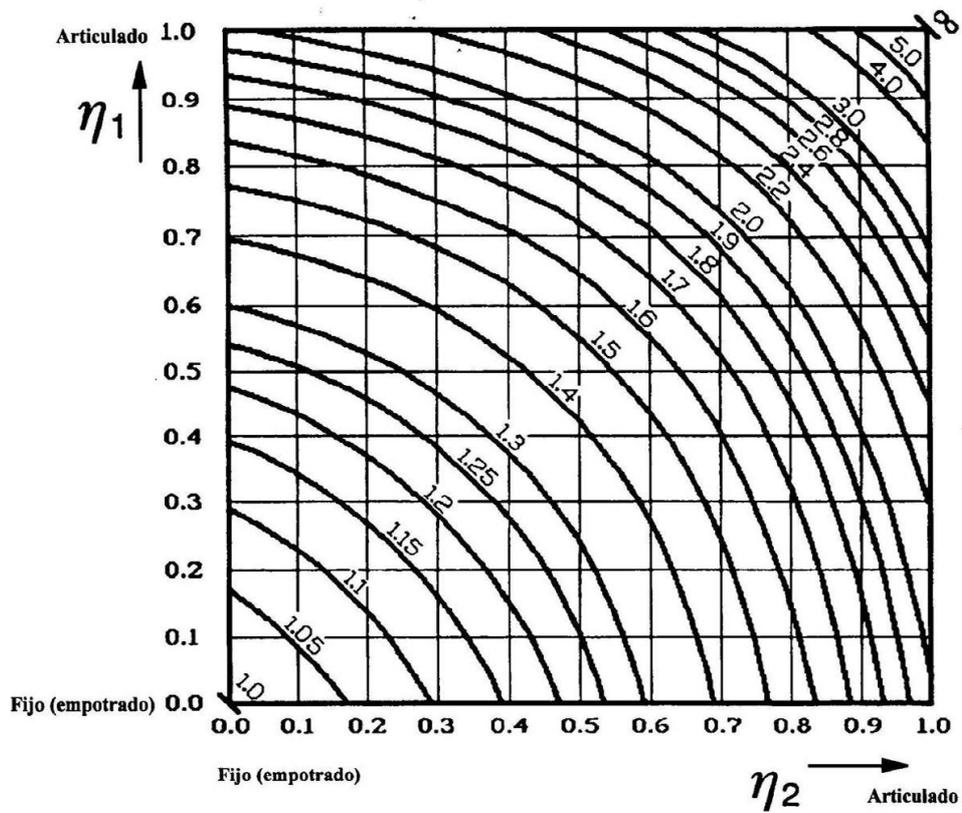


Figura 2.4. Relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)

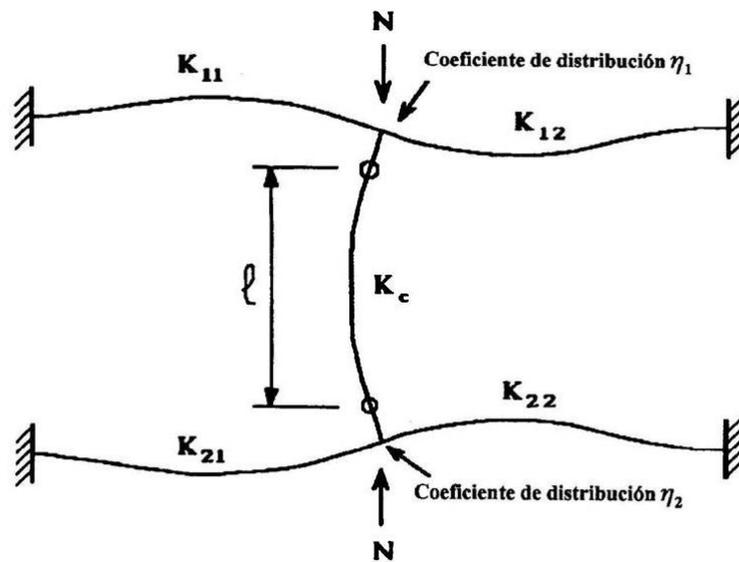


Figura 2.5. Modo intraslacional (pandeo con nudos fijos)

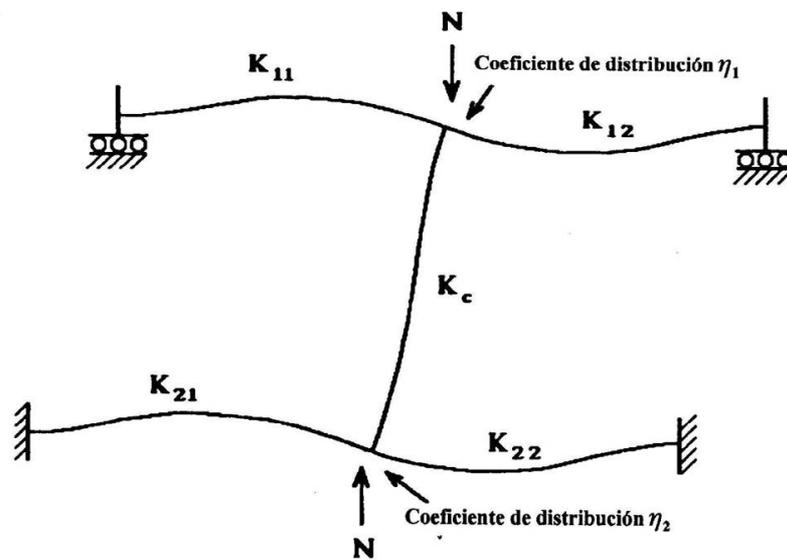


Figura 2.6. Modo traslacional (pandeo con nudos desplazables)

Las expresiones empíricas que se dan a continuación pueden emplearse como aproximaciones conservadoras en lugar de los valores resultantes de las figuras 2.3. y 2.4.:

- a) Modo intraslacional (figura 2.3):

$$\frac{L_{cr}}{L} = 0.5 + 0.14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2$$

- b) Modo traslacional (figura 2.4):

$$\frac{L_{cr}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0.12 \cdot \eta_1 \eta_2}{1 - 0.8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.6 \cdot \eta_1 \eta_2}}$$

3 ESTUDIO DE UN PÓRTICO TRASLACIONAL.

A

continuación, estudiaremos el caso concreto de un pórtico según lo comentado anteriormente y analizaremos qué método de cálculo es el más apropiado según su tipología.

3.1. Descripción del problema

Tenemos una estructura aporticada de acero que se compone de un dintel de 8 metros de longitud unido a dos pilares de 4 metros cada uno. El dintel es un perfil IPE500 y los pilares son perfiles HEB240, ambos laminados. Llamaremos pilar I al izquierdo y pilar II al derecho tal y como se muestra en la figura. Podemos observar que está solicitado por varias cargas: una carga lineal sobre el dintel de 50 kN/m, dos cargas puntuales de 200 kN en cada uno de los nudos superiores y una carga también puntual de 40 kN en dirección horizontal sobre el pilar I. Estas cargas las supondremos ya mayoradas. Las condiciones de contorno vienen dadas por articulaciones de los pilares con el terreno mientras que, obviamente, los nudos superiores son rígidos para que la estructura pueda soportar las cargas sin perder la forma. El material es un acero S275, que es comúnmente utilizado en el ámbito de la construcción.

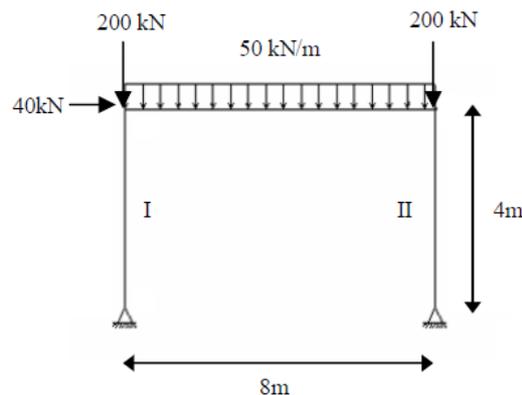


Figura 3.1. Pórtico: Geometría y cargas iniciales

Nuestro problema será plano, así que el modelamiento de Ansys deberá incluir la restricción del desplazamiento de los nodos fuera de nuestro plano de trabajo, el plano xy.

3.2. Clasificación del pórtico

En primer lugar, hay que comprobar si nuestra estructura tendrá problemas de inestabilidad debido al fenómeno de translacionalidad. Para ello, como hemos visto anteriormente en 2.4, tendremos que calcular el valor del coeficiente de amplificación, es decir, el valor por el que debe multiplicarse las cargas iniciales para provocar la inestabilidad de la estructura (α_{cr}). En nuestro caso, como realizaremos un análisis global elástico, comprobaremos si nuestro valor está por encima de 10:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10$$

Para obtener el valor de α_{cr} , hemos utilizado Ansys para realizar el cálculo de autovalores y modos de pandeo del pórtico con un análisis de tipo buckle, con el que se obtiene de forma inmediata. Con ello hemos obtenido un valor de α_{cr} de:

$$\alpha_{cr} = 7.42$$

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	7.4207	1	1	1
2	9.8793	1	2	2
3	9.8946	1	3	3
4	10.452	1	4	4
5	10.819	1	5	5
6	11.053	1	6	6
7	11.224	1	7	7
8	11.352	1	8	8
9	11.444	1	9	9
10	11.507	1	10	10

Figura 3.2. Factor de pandeo α_{cr}

Nuestro coeficiente de amplificación que está entre 3 y 10, y por tanto habrá que hacer el estudio de los efectos que provoca la traslacionalidad.

También, para ciertas geometrías de pórticos, podemos utilizar una expresión alternativa dada en 2.5 para pórticos con cubiertas planas, en el caso de que el software que estuviéramos utilizando no realizara este tipo de cálculo:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \times \left(\frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

Con esta expresión solo tendríamos que hacer un análisis en primer orden, pero incluyendo las imperfecciones globales definidas en 2.3.1 (y que se obtendrán en el apartado 3.3). El diagrama de esfuerzos cortantes (que es el que necesitamos) y la deformada que nos proporciona Ansys es el siguiente:

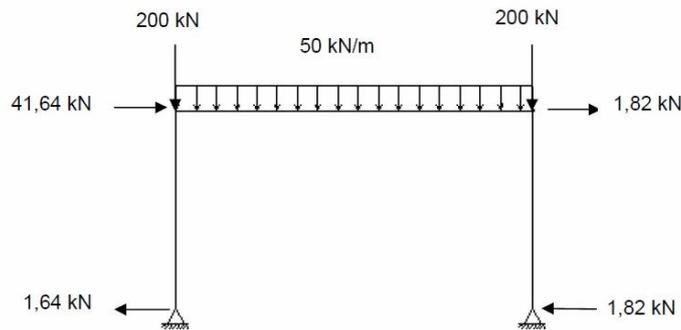


Figura 3.3. Pórtico con imperfecciones globales equivalentes

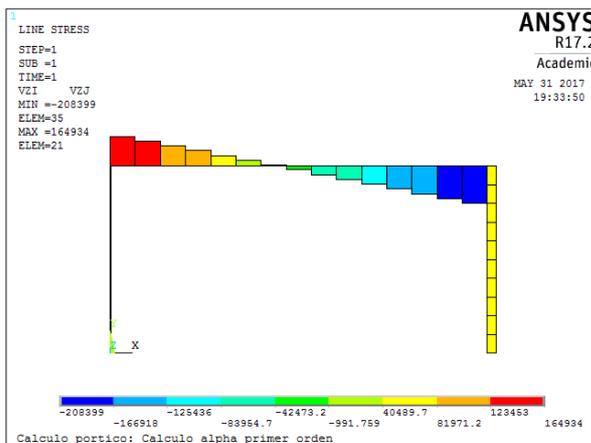


Figura 3.4. Diagrama de cortantes

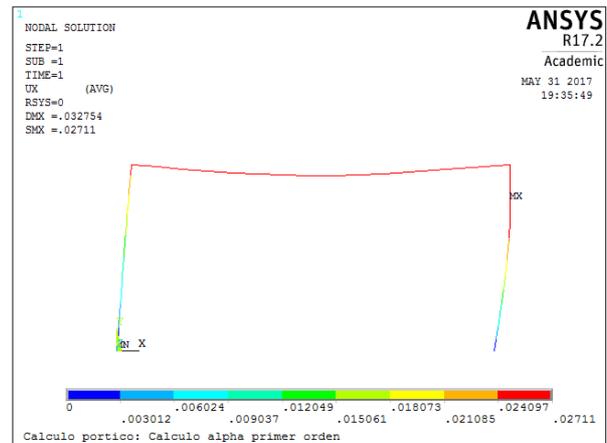


Figura 3.5. Deformada: Desplazamientos U_x

Así, nuestros valores para introducir en la expresión son:

$$F_{H,Ed} = 48.80 - 5.33 = 43.47 \text{ kN}$$

$$F_{V,Ed} = (164.93 + 200) + (208.34 + 200) = 773.27 \text{ kN}$$

$$\delta_{H,Ed} = 27 \text{ mm}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{43.47}{773.27} \right) \times \left(\frac{4000}{27} \right) = 8.32 < 10$$

Con lo que comprobamos de nuevo que la estructura es intranslacional.

3.3. Métodos de análisis

Como hemos visto en 2.6, la Instrucción de Acero Estructural nos permite estudiar este fenómeno por varias vías:

- Mediante un análisis global traslacional que incluya la totalidad de los efectos, es decir, las imperfecciones laterales globales equivalentes de la estructura traslacional, y las imperfecciones por curvaturas iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados.
- Mediante un análisis global traslacional de la estructura que considere únicamente, salvo lo establecido en 2.3.2, los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes, seguido de un control de los efectos de la inestabilidad en los elementos comprimidos aislados.
- En ciertos casos básicos, puede resultar suficiente la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados según el Artículo 35 de la EAE, a partir de 'longitudes de pandeo' apropiadas, basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura, y con las solicitaciones obtenidas según la teoría de primer orden, sin considerar las imperfecciones geométricas equivalentes.

La EAE nos impone tres formas distintas de verificar la estabilidad de nuestro pórtico, teniendo $3 < \alpha_{cr} < 10$. Pero con solo la información que se nos proporciona en este apartado, no podemos tener la certeza de cuál de estos tres métodos de análisis va a conseguir que nuestra estructura aproveche al máximo sus propiedades. Por ello, haremos la aplicación de cada método para solventar esta incertidumbre que se nos puede presentar cuando analizamos este tipo de estructuras.

3.3.1 Método A

Nuestro método A es el análisis en segundo orden incluyendo imperfecciones globales y locales. Para las imperfecciones globales se considerará un defecto de verticalidad como se ha indicado en 2.3.1:

$$\varphi = k_h \cdot k_m \cdot \varphi_0$$

Tomamos, como dice la normativa, un valor base de imperfección de $\varphi_0 = 1/200$. Nuestro pórtico tiene una altura de 4 metros, por tanto, $h = 4$. Y tiene dos pilares sometidos una compresión superior al 50% de la compresión media por elemento, así: $m = 2$. Con ello calculamos k_h y k_m :

$$k_h = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$k_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{2} \right)} = 0.866$$

Resultando al sustituir:

$$\varphi = 1 \cdot 0.866 \cdot \frac{1}{200} = 0.00433$$

Una vez obtenido este valor de defecto de verticalidad, lo multiplicamos por el valor de los axiles de cada pilar. Se pueden obtener mediante un modelado de primer orden en Ansys o a mano, desacoplando el problema en dos y aplicando superposición.

$$N_{Ed,I} = \frac{50 \cdot 8}{2} + 200 - 20 = 380 \text{ kN}$$

$$N_{Ed,II} = \frac{50 \cdot 8}{2} + 20 + 20 = 420 \text{ kN}$$

$$H_{td,I} = 0.00433 \cdot 380 = 1.6454 \text{ kN}$$

$$H_{td,II} = 0.00433 \cdot 420 = 1.8187 \text{ kN}$$

Incorporando estos valores a la configuración de cargas inicial, obtenemos el esquema que se mostraba anteriormente en la figura 3.3. A las cargas iniciales de nuestra estructura le hemos añadido cargas horizontales que equivalen a las imperfecciones de verticalidad, de forma que se obtenga la configuración más desfavorable.

Una vez calculadas las imperfecciones globales, nos disponemos a hallar las imperfecciones locales. Primero, vamos a comprobar si sería necesario añadir estas imperfecciones. Como se ha comentado en 2.3.2, sustituimos en la siguiente expresión para hallar la esbeltez adimensional de cada pilar:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

Siendo:

$$A = 10600 \text{ mm}^2$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 1.126 \cdot 10^8}{4000^2} = 14586041.6 \text{ N} = 14586.04 \text{ kN}$$

Con L_{cr} 4000 mm, por considerarse elemento biapoyado.

$$f_y = 275 \text{ MPa}$$

Con ello tenemos:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{10600 \cdot 275}{14586041.6}} = 0.447$$

Este valor de esbeltez reducida tiene que ser mayor que:

$$\bar{\lambda} > 0.5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

$$N_{Ed,I} = 380 \text{ kN} \quad \text{y} \quad N_{Ed,II} = 420 \text{ kN}$$

$$\text{Para el pilar izquierdo se tiene} \rightarrow 0.5 \sqrt{\frac{10600 \cdot 275}{380000}} = 1.38$$

$$\text{Para el pilar derecho se tiene} \rightarrow 0.5 \sqrt{\frac{10600 \cdot 275}{420000}} = 1.32$$

Por tanto, $\bar{\lambda}$ es menor que estos dos valores. En este caso no sería necesario considerar las imperfecciones de curvaturas iniciales en los pilares. No obstante, como este método de análisis debe incluir las dos, las calcularemos y añadiremos igualmente.

El sistema de fuerzas autoequilibradas debidas a imperfecciones locales se puede obtener mediante las expresiones:

$$q_{td} = \frac{8 N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

Con $N_{Ed,I} = 380 \text{ kN}$ y $N_{Ed,II} = 420 \text{ kN}$, al igual que en el caso anterior. La longitud 'L' corresponderá a 4 metros de cada pilar, y la e_0 depende de la curva de pandeo de nuestro perfil.

HEB240	Curva
Clase I	B
S275	
$h/b < 1,2$	
$t_f < 100$ mm	
Pandeo y-y	

Tabla 3.1. Curva de pandeo del perfil HEB240

Teniendo en cuenta las características del perfil, debemos escoger la amplitud (e_0) que nos da la tabla 2.1, anteriormente expuesta en el capítulo 2. De la tabla obtenemos un valor de $e_0 = L/250$. Sustituyendo en las expresiones para cada pilar:

Pilar I:

$$q_{td} = \frac{8 \cdot 380 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 3.04 \text{ kN/m}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot 380 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 6.08 \text{ kN}$$

Pilar II:

$$q_{td} = \frac{8 \cdot 420 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 3.36 \text{ kN/m}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot 420 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 6.72 \text{ kN}$$

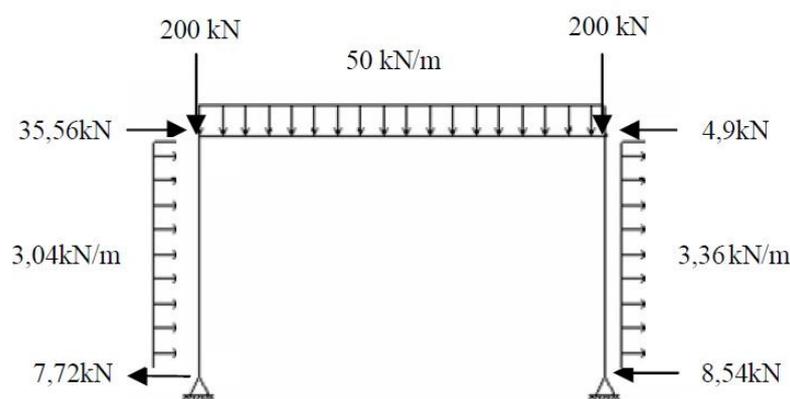


Figura 3.6. Pórtico con imperfecciones globales y locales

Añadimos estas cargas a nuestro modelo junto con las cargas iniciales y las imperfecciones globales anteriores, quedando un esquema como el que se muestra en la figura 3.6. A continuación, modelamos en Ansys nuestra estructura con estas cargas, haciendo un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las figuras 3.7, 3.8 y 3.9.

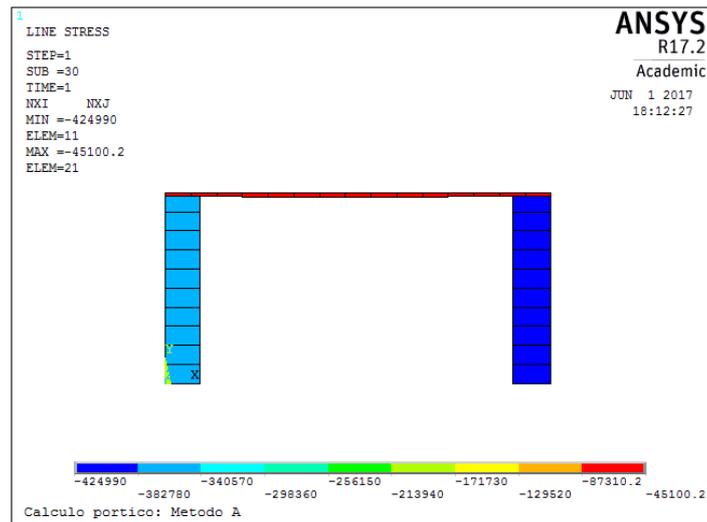


Figura 3.7. Método A. Axiles

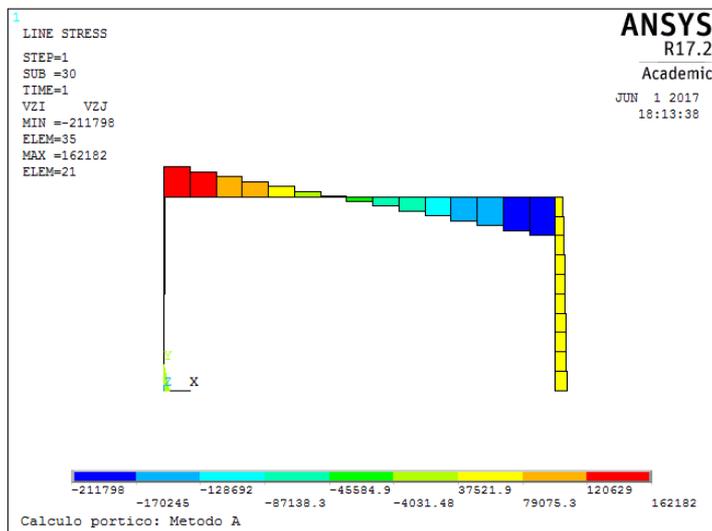


Figura 3.8. Método A. Cortantes

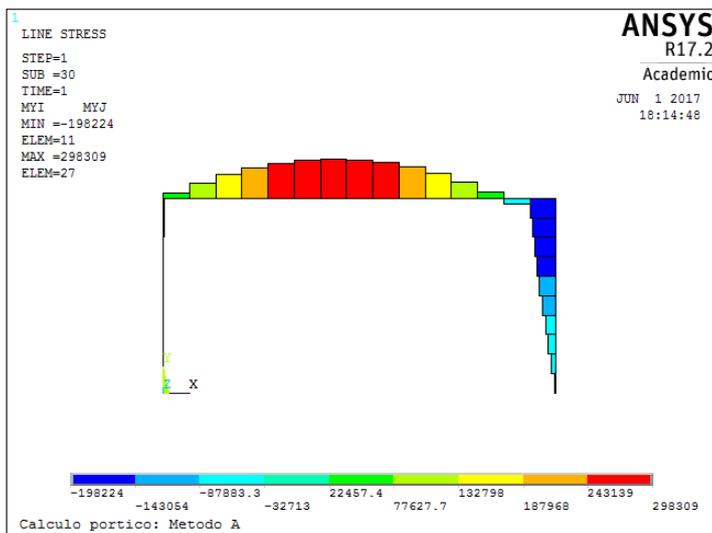


Figura 3.9. Método A. Flectores

Hemos obtenemos unos esfuerzos máximos, tanto en el dintel como en los pilares, y vamos a proceder a hacer la comprobación. Primeramente, deberemos asegurarnos de que los perfiles que estamos utilizando podemos agotarlos plásticamente, siendo de clase 1 o clase 2. En nuestro caso, pilares y dintel son de clase 1 ante estas sollicitaciones de cargas. Nuestros valores máximos de esfuerzos son:

Dintel:

$$N_{Ed} = -45.1 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 211.8 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 298.3 \text{ kNm}$$

Pilar:

$$N_{Ed} = -424.99 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 60.45 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = -198.2 \text{ kNm}$$

Como en este método de análisis hemos incorporado los dos tipos de imperfecciones, no necesitamos hacer la comprobación de estabilidad tal y como se apuntó en 2.6. Con una verificación de la resistencia será suficiente.

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot f_y}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{1.05}$$

Siendo el valor de 1.05 del coeficiente γ_{M0} de resistencia, dado por la EAE. Los valores de A_w y $W_{y,pl}$ serán el área a cortante y el módulo resistente respectivamente.

Para el dintel tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{11600 \cdot 275}{1.05} = 3038.09 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{5990 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 905.75 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{2194000 \cdot 275}{1.05} = 574.62 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{45.1}{3038.09} + \frac{298.3}{574.62} = 0.5339 < 1 \rightarrow \mathbf{53.4 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{10600 \cdot 275}{1.05} = 2776.19 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{3323 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 502.47 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{1053000 \cdot 275}{1.05} = 275.79 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{424.99}{2776.19} + \frac{198.2}{275.79} = 0.8717 < 1 \rightarrow \mathbf{87.17 \%}$$

Con lo que también queda correctamente comprobado.

3.3.2 Método B

El método B aplicado a continuación consistirá en un análisis en segundo orden incluyendo solo imperfecciones globales. Ya hemos comprobado en el apartado anterior que las curvaturas iniciales en los pilares asociadas a las imperfecciones locales no son necesarias. Tenemos así un modelo como el presentado en la figura 3.3. Calculamos los esfuerzos para este caso y volvemos a tomar los valores máximos.

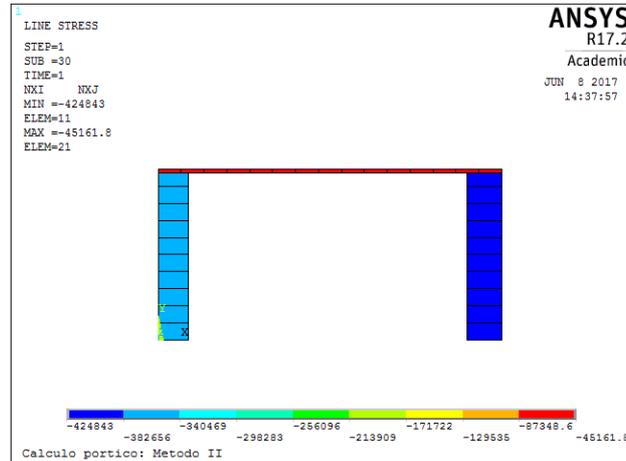


Figura 3.10. Método B. Axiles

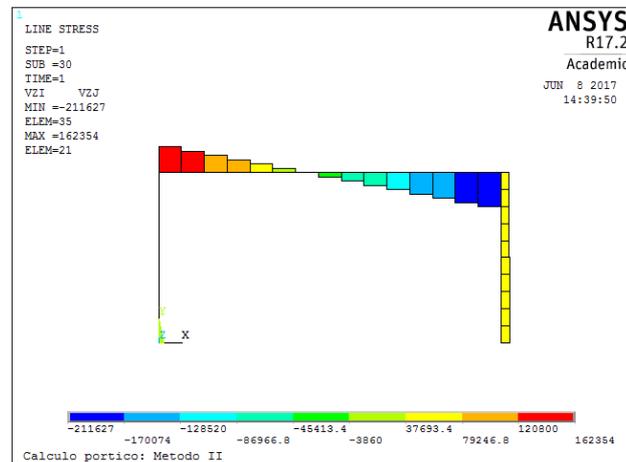


Figura 3.11. Método B. Cortantes

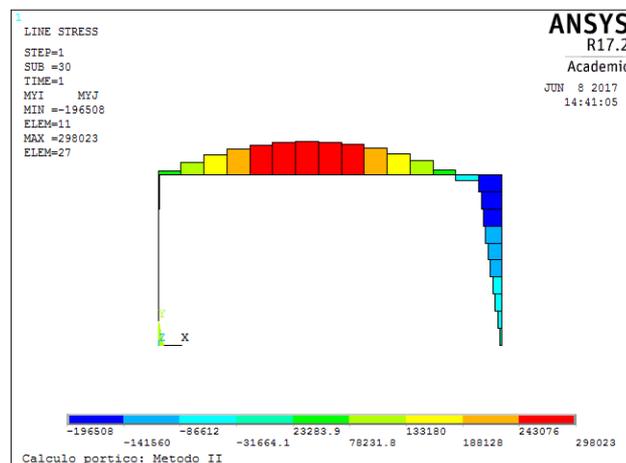


Figura 3.12. Método B. Flectores

Para este caso, además de la comprobación resistente, debemos realizar después de ésta una comprobación a estabilidad. Los esfuerzos máximos son los siguientes:

Dintel:

$$N_{Ed} = -45.16 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 211.63 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 298.02 \text{ kNm}$$

Pilar:

$$N_{Ed} = -424.84 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 54.09 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = -196.51 \text{ kNm}$$

La comprobación de resistencia se realiza de forma análoga a la anterior:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot f_y}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{1.05}$$

Para el dintel tenemos los mismos valores de resistencia que en el caso anterior, ya que las propiedades de la sección no han cambiado:

$$N_{pl,Rd} = 3038.09 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = 905.75 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = 574.62 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{45.16}{3038.09} + \frac{298.02}{574.62} = 0.5335 < 1 \rightarrow \mathbf{53.35 \%}$$

Para el pilar tenemos también los mismos valores de resistencia de la sección que en el caso anterior:

$$N_{pl,Rd} = 2776.19 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = 502.47 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = 275.79 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{424.84}{2776.19} + \frac{196.51}{275.79} = 0.8656 < 1 \rightarrow \mathbf{86.56 \%}$$

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de elementos aislados. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, obtener a la siguiente:

$$\chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}$$

Siendo χ_y el coeficiente de pandeo por compresión, k_{yy} coeficiente de interacción, γ_{M1} coeficiente de minoración en estabilidad según la EAE, y N_{Rk} y $M_{y,Rk}$ los esfuerzos que soporta la sección. Como tampoco tenemos pandeo lateral, $\chi_{LT} = 1$. Calculamos entonces los valores de χ_y y k_{yy} para el dintel:

IPE500	Curva
Clase I	A
S275	
$h/b > 1,2$	
$t_f < 40$ mm	
Pandeo	
y-y	

Tabla 3.2. Curva de pandeo del perfil IPE500

La esbeltez de referencia para un S275 es:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

Por su parte, la esbeltez mecánica se obtiene de la expresión:

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{1 \cdot 8000}{204} = 39.22$$

Con lo que la esbeltez reducida, que se obtiene dividiendo estos dos valores, es $\bar{\lambda} = 0.45$

Siendo $\chi_y = 0.9391$ (ver figura 3.13).

Valores del coeficiente de pandeo χ . Curva a											
Parámetro de Imperfección	Esbeltez reducida $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \leq 1$ $\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,20	1,0000	0,9978	0,9956	0,9934	0,9912	0,9889	0,9867	0,9844	0,9821	0,9798
	0,30	0,9775	0,9751	0,9728	0,9704	0,9680	0,9655	0,9630	0,9605	0,9580	0,9554
	0,40	0,9528	0,9501	0,9474	0,9447	0,9419	0,9391	0,9363	0,9333	0,9304	0,9273
	0,50	0,9243	0,9211	0,9179	0,9147	0,9114	0,9080	0,9045	0,9010	0,8974	0,8937
	0,60	0,8900	0,8862	0,8823	0,8783	0,8742	0,8700	0,8657	0,8614	0,8569	0,8524
	0,70	0,8477	0,8430	0,8382	0,8332	0,8282	0,8230	0,8178	0,8124	0,8069	0,8014
	0,80	0,7957	0,7899	0,7841	0,7781	0,7721	0,7659	0,7597	0,7534	0,7470	0,7405
	0,90	0,7339	0,7273	0,7206	0,7139	0,7071	0,7003	0,6934	0,6865	0,6796	0,6726
	1,00	0,6656	0,6586	0,6516	0,6446	0,6376	0,6306	0,6236	0,6167	0,6098	0,6029

Figura 3.13. Método B. Coeficiente de pandeo χ IPE500

Para el coeficiente de interacción tenemos la siguiente expresión:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \gamma_{M1} N_{Rk}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.45 - 0.2) \cdot \frac{45.16}{0.9391 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.9$$

Donde C_{my} es el coeficiente de momento equivalente, tomado como 0.9 por ser un elemento con modo de pandeo traslacional. Finalmente sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{45.16}{0.9391 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.9 \cdot \frac{298.02}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.4826 \rightarrow \mathbf{48.26 \%}$$

Una vez comprobado el dintel, pasamos a comprobar los pilares. Para ello debemos tener en cuenta el carácter traslacional. Esto se consigue calculando un valor de β dado por el anexo 5 de la EAE y mencionado en el apartado 2.7.1:

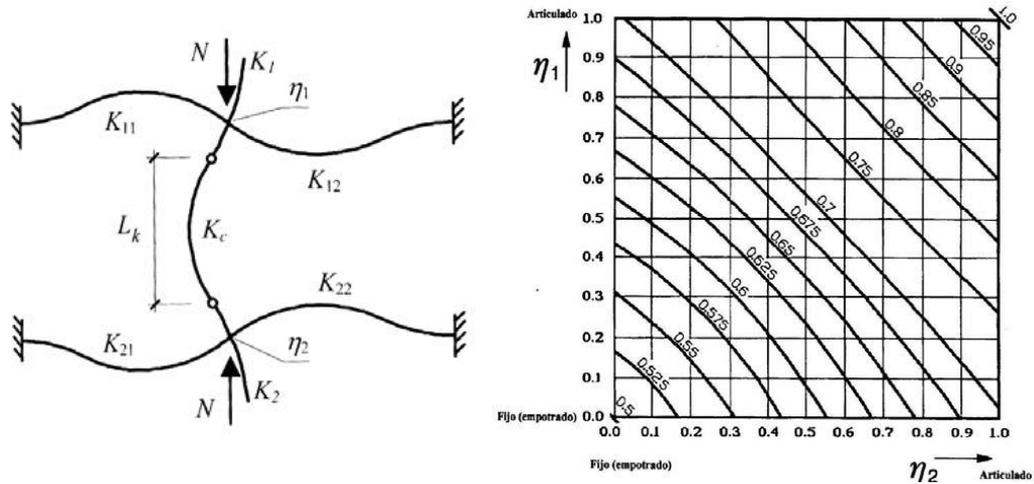


Figura 3.14. Modo intraslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)

En el cual tenemos la expresión que nos proporcionará el valor de L_{cr}/L :

$$\beta = 0.5 + 1.14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2$$

Si consideramos uno de los pilares, sabiendo que η_1 y η_2 son los coeficientes de distribución en el extremo y en la base respectivamente:

$$\eta_2 = 1$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{I_p}{L_p}}{\frac{I_p}{L_p} + 1.5 \cdot \frac{I_d}{L_d}}$$

Donde, como ya sabemos, I son las inercias de pilar y dintel, y L sus longitudes.

$$\eta_1 = \frac{\frac{11260 \cdot 10^4}{4000}}{\frac{11260 \cdot 10^4}{4000} + 1.5 \cdot \frac{48200 \cdot 10^4}{8000}} = 0.237$$

Sustituyendo ahora en β :

$$\beta = 0.5 + 1.14 \cdot (0.237 + 1) + 0.055 \cdot (0.237 + 1)^2 = 0.757$$

Los demás valores los calculamos de forma análoga a como se realizó para el dintel:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{0.757 \cdot 4000}{103.1} = 29.37$$

$$\bar{\lambda} = 0.34$$

Sabemos, por la tabla 3.1, que debemos obtener el coeficiente de pandeo de la curva B.

Siendo $\chi_y = 0.9492$ (ver figura 3.15).

Valores del coeficiente de pandeo χ . Curva b											
Parámetro de Imperfección	Esbeltez reducida	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$										
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}$ $\phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2]$	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,20	1,0000	0,9965	0,9929	0,9894	0,9858	0,9822	0,9786	0,9750	0,9714	0,9678
	0,30	0,9641	0,9605	0,9570	0,9534	0,9492	0,9455	0,9417	0,9378	0,9339	0,9300
	0,40	0,9261	0,9221	0,9181	0,9140	0,9099	0,9057	0,9015	0,8973	0,8930	0,8886
	0,50	0,8842	0,8798	0,8752	0,8707	0,8661	0,8614	0,8566	0,8518	0,8470	0,8420
	0,60	0,8371	0,8320	0,8269	0,8217	0,8165	0,8112	0,8058	0,8004	0,7949	0,7893
	0,70	0,7837	0,7780	0,7723	0,7665	0,7606	0,7547	0,7488	0,7428	0,7367	0,7306
	0,80	0,7245	0,7183	0,7120	0,7058	0,6995	0,6931	0,6868	0,6804	0,6740	0,6676
	0,90	0,6612	0,6547	0,6483	0,6419	0,6354	0,6290	0,6226	0,6162	0,6098	0,6034
	1,00	0,5970	0,5907	0,5844	0,5781	0,5719	0,5657	0,5595	0,5534	0,5473	0,5412
	1,10	0,5352	0,5293	0,5234	0,5175	0,5117	0,5060	0,5003	0,4947	0,4891	0,4836

Figura 3.15. Método B. Coeficiente de pandeo χ HEB240

Para el coeficiente de interacción tenemos la siguiente expresión:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\gamma_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.34 - 0.2) \cdot \frac{424.84}{0.9492 \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.92$$

Finalmente, sustituímos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{424.84}{0.9492 \frac{2915}{1.05}} + 0.92 \frac{196.51}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.8167 \rightarrow \mathbf{81.67 \%}$$

3.3.3 Método C

Para este tercer método de análisis, haremos un estudio en primer orden sin incluir cualquier tipo de imperfección en el modelo de Ansys. Volveremos a obtener los esfuerzos máximos y se comprobará resistencia y estabilidad de elementos aislados. Después de modelar esta idea en el programa de elementos finitos, nuestros esfuerzos máximos son los siguientes:

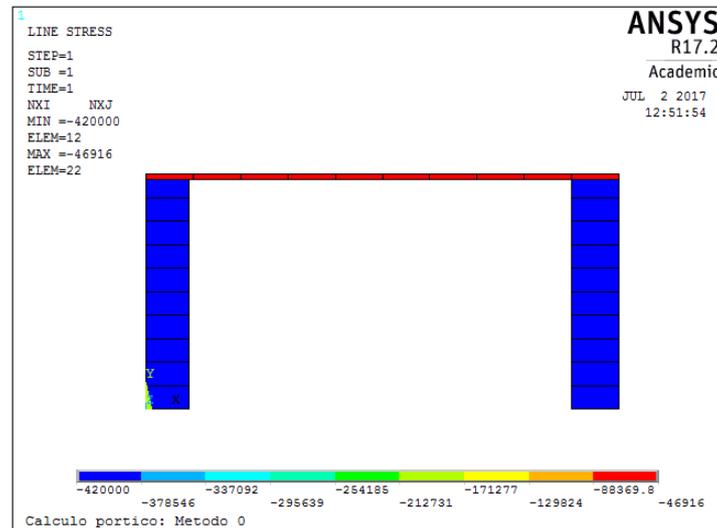


Figura 3.16. Método C. Axiles

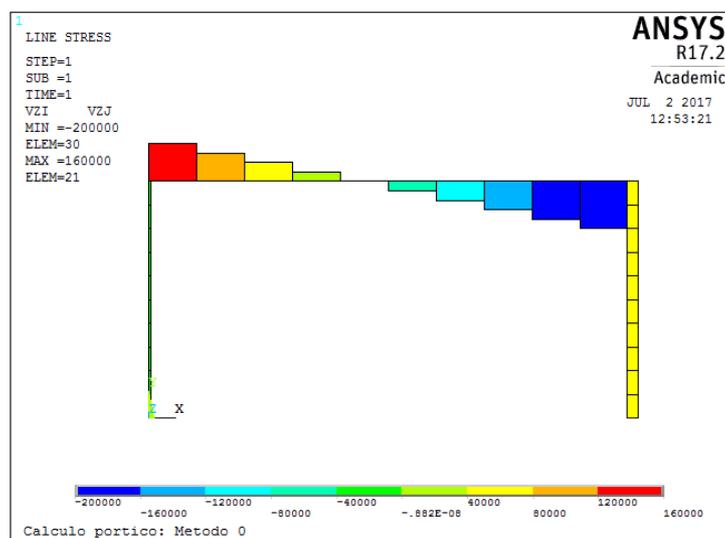


Figura 3.17. Método C. Cortantes

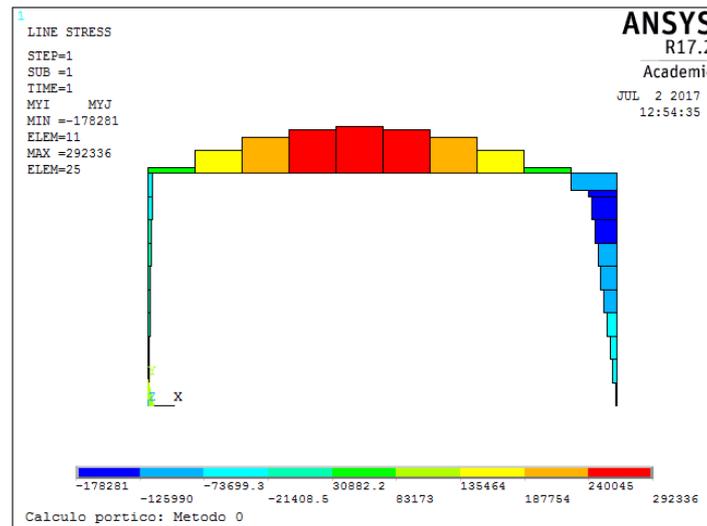


Figura 3.18. Método C. Flectores

Dintel:

$$N_{Ed} = -46.92 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 200 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 292.34 \text{ kNm}$$

Pilar:

$$N_{Ed} = -420 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 46.92 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = -178.28 \text{ kNm}$$

Realizamos la comprobación de resistencia como en los métodos de análisis anteriores:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot f_y}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{1.05}$$

Los valores de esfuerzos de agotamiento en resistencia serán los mismos que en los casos anteriores, variando solo los valores de los esfuerzos de cálculo. Para el dintel tenemos:

$$N_{pl,Rd} = 3038.09 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = 905.75 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = 574.62 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{46.92}{3038.09} + \frac{292.34}{574.62} = 0.5242 < 1 \rightarrow \mathbf{52.42 \%}$$

Para el pilar:

$$N_{pl,Rd} = 2776.19 \text{ kN}$$

$$V_{pl,Rd} = 502.47 \text{ kN} < 2V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción M-V}$$

$$M_{c,Rd} = 275.79 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción N-M: } \frac{420}{2776.19} + \frac{178.28}{275.79} = 0.7977 < 1 \rightarrow \mathbf{79.77 \%}$$

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de elementos aislados. Al igual que en el caso anterior, en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Para el dintel:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{1 \cdot 8000}{204} = 39.22$$

$$\bar{\lambda} = 0.45$$

De la misma curva a (figura 3.13) obtenemos el coeficiente de pandeo $\chi_y = 0.9391$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.45 - 0.2) \cdot \frac{46.92}{0.9391 \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.9$$

Comprobación a estabilidad:

$$\frac{46.92}{0.9391 \frac{3189.99}{1.05}} + 0.9 \frac{292.34}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.4743 \rightarrow 47.43 \%$$

Para el pilar teniendo ahora en cuenta el carácter traslacional:

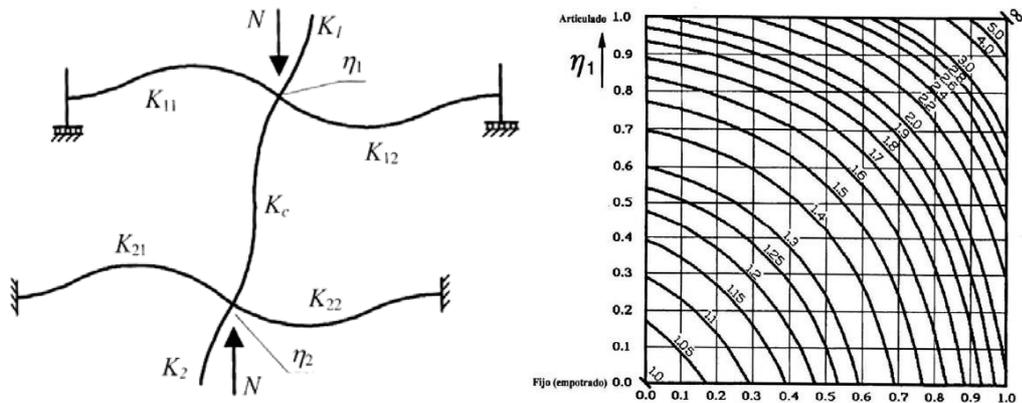


Figura 3.19. Modo traslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)

Nuestro valor de β en este caso será:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0.12 \cdot \eta_1 \eta_2}{1 - 0.8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.6 \cdot \eta_1 \eta_2}}$$

$$\eta_2 = 1$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{11260 \cdot 10^4}{4000}}{\frac{11260 \cdot 10^4}{4000} + 1.5 \cdot \frac{48200 \cdot 10^4}{8000}} = 0.237$$

Finalmente:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (0.237 + 1) - 0.12 \cdot 0.237 \cdot 1}{1 - 0.8 \cdot (0.237 + 1) + 0.6 \cdot 0.237 \cdot 1}} = 2.18$$

Calculamos las esbelteces:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{2.18 \cdot 4000}{103.1} = 84.58$$

$$\bar{\lambda} = 0.97$$

Con la curva b de pandeo obtenemos su coeficiente:

$$\chi_y = 0.6162$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.97 - 0.2) \cdot \frac{420}{0.6162 \frac{2915}{1.05}} \right] = 1.07$$

Por último, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{420}{0.6162 \frac{2915}{1.05}} + 1.07 \frac{178.28}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.9372 \rightarrow \mathbf{93.72 \%}$$

3.4. Análisis de resultados

En este apartado vamos a comparar los resultados obtenidos de nuestra estructura para los tres métodos de análisis realizados. Se presentará un cuadro resumen de los porcentajes de aprovechamiento y se comentarán los resultados con el objetivo de poder elegir aquel método que nos permita establecer elementos más esbeltos en nuestro pórtico y, así, utilizar menos cantidad de material.

El análisis de tipo A, en segundo orden, ha incluido en su realización las imperfecciones globales y locales, con el propósito de no tener la obligación de comprobar a estabilidad y que fuera suficiente con la comprobación a resistencia. El tipo B, también de segundo orden, solo ha incluido las imperfecciones globales, al ser especificado que no era necesario incluir las locales en el estudio. Así, en este método sí se ha comprobado tanto resistencia como estabilidad. Por último, el método de tipo C, ha sido un análisis en primer orden sin imperfecciones, con sus correspondientes comprobaciones de resistencia y estabilidad.

Nuestro cuadro resumen con los resultados obtenidos al realizar estos tres análisis es el siguiente:

	Elem	Resistencia	Estabilidad
Método A	Dintel	53,40%	-
	Pilar	87,17%	-
Método B	Dintel	53,35%	48,26%
	Pilar	86,56%	81,67%
Método C	Dintel	52,42%	47,43%
	Pilar	79,77%	93,72%

Tabla 3.3. Cuadro resumen: Porcentajes

Como podemos observar, el porcentaje más alto de aprovechamiento de material lo adquiere el método C, con un 93.72% en los pilares. Pero, evidentemente, si comparamos estructuras iguales con cargas, materiales y perfiles idénticos, llegamos a la conclusión de que el método C nos dará el fallo del pórtico antes, es decir, no podremos aumentar mucho más la esbeltez de los elementos. Realmente, si no se dispone de un programa que resuelva problemas incluyendo efectos de segundo orden como Ansys, se puede hacer un estudio en primer orden, pero obtendremos unos resultados más conservadores y, por tanto, para esbelteces menores.

En cambio, los métodos A y B, con aprovechamientos máximos de 87.17% y 86.56% respectivamente, nos permitirían aumentar aún más la esbeltez. En el método de tipo A no hemos tenido que comprobar estabilidad, pero en el tipo B podemos apreciar que la resistencia se vuelve un factor más importante que la estabilidad en el pórtico. Esto es debido a que hemos considerado los efectos de segundo orden en nuestro análisis, además de las imperfecciones oportunas. Vemos que el tipo B aprovecha menos el material que el de tipo A, esto quiere decir que en el B sería posible aumentar la esbeltez en mayor medida, aunque la diferencia no es tan considerable como en el caso comentado anteriormente. Esto quiere decir que al considerar las imperfecciones globales y locales en el método A para evitar hacer la comprobación a estabilidad, obtenemos un aprovechamiento mayor, lo que se traduce en que colapsará antes.

Con todo ello, podemos tener la certeza de que el método de análisis más adecuado para esta tipología de pórtico es el tipo B. Aunque es cierto que hay que realizar la comprobación a estabilidad, podemos aprovechar al máximo la estructura y volverla más eficiente.

4 RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este capítulo se va a realizar una exposición final de este Trabajo de Fin de Grado, con el objetivo de sintetizar el estudio que se ha llevado a cabo y sus conclusiones. Además, se proyectarán varias líneas de ampliación de estos análisis para desarrollos futuros en este ámbito.

4.1. Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se han estudiado los métodos de análisis que propone la Instrucción de Acero Estructural para abarcar el problema de la adición de los efectos de segundo orden en una estructura aporticada traslacional (o no arriostrada).

Se han realizado estos tres tipos de análisis que ofrece la norma y se han comprobado sus resultados con el objetivo de obtener la solución más eficiente. Podemos enumerar los tres métodos como sigue:

- Método A, en el que se ha estudiado un modelo de análisis en segundo orden y se han incluido los dos tipos de imperfecciones que propone la EAE: globales y locales. Para este método no se ha necesitado comprobar estabilidad, ya que al incluir las imperfecciones locales (no siendo necesarias) la norma garantiza que con una comprobación resistente es suficiente.
- Método B, en el que igualmente se ha llevado a cabo un análisis en segundo orden, pero solo con imperfecciones globales (al no ser éstas necesarias). Por ello, para este caso sí se ha tenido que comprobar la estabilidad de elementos aislados, además de la comprobación de resistencia.
- Método C, abarcado mediante un análisis en primer orden sin imperfecciones, con el objetivo de considerar el caso en el que no se disponga de una herramienta como Ansys y no poder realizar estudios complejos como los de segundo orden. Al igual que en el método B, se ha tenido que comprobar tanto resistencia como estabilidad.

4.2. Conclusiones

Como habíamos comentado anteriormente, los porcentajes de aprovechamiento que se han obtenido nos muestran un fallo de la estructura más prematuro en el método de análisis C. Esto es así por el hecho de no haber considerado elementos como las imperfecciones o los efectos de segundo orden. Se ha obtenido un resultado que equivaldría a tener que adquirir perfiles de mayor tamaño o longitudes menores en los pilares, en comparación con los otros dos métodos.

Sin embargo, se ha apreciado una disminución del aprovechamiento en los métodos A y B, los cuales sí han incluido los aspectos anteriores. Se concluye así que existe la posibilidad de aumentar en mayor medida las esbelteces colocando perfiles más pequeños o aumentando la longitud del elemento. Finalmente, apreciando los valores numéricos de los porcentajes, se ha podido deducir que el análisis más idóneo ha sido el análisis tipo B, que es el que permitiría esbelteces mayores y un rendimiento más eficiente de nuestra estructura.

4.3. Desarrollos futuros

Como trabajos futuros, destacaría la ampliación del estudio de los posibles métodos de análisis para este tipo de estructuras. Aunque en la EAE existan varias formas diferentes de tratar el problema de la traslacionalidad y los efectos de segundo orden, podemos encontrar más variantes para abordarlo en otras normativas, como el Código Técnico de Edificación o el Comité Europeo en Normalización. Además, en la Instrucción de Acero Estructural se expone de forma algo ambigua, y puede resultar complejo de entender. En el presente Trabajo de Fin de Grado se han aplicado tres de estos métodos para su esclarecimiento. No obstante, el estudio se puede ampliar considerablemente, destacando la posible aplicación a estructuras más complejas y estructuras 3D.

Añadir también que, de cara a los futuros planteamientos estructurales, tener siempre en cuenta estos aspectos a fin de conseguir más eficiencia y, por tanto, más ahorro económico. Un cálculo riguroso siempre llevará a un buen diseño.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] *Comité Europeo en Normalización (EN 1993-1-1)*. Bruselas.
- [2] *Código Técnico de la Edificación (DB-SE-A)*. Madrid: Ministerio de Fomento.
- [3] *Instrucción de Acero Estructural (EAE)*. Madrid: Ministerio de Fomento.
- [4] SKILLS PROJECT. *Edificios de acero de una sola planta*. Programa de Aprendizaje Permanente, 2008.
- [5] ARGÜELLES, R., MARTÍNEZ, C., ARRIAGA, F., ESTEBAN, M. *Estructura de naves industriales*.
- [6] ARGÜELLES, R., ARGÜELLES, J.M., ARRIAGA, F., ATIENZA, J.R. *Estructuras de acero. Fundamentos y cálculo según CTE, EAE y EC 3*. 3ª Edición, 2013.
- [7] EDUACERO. *Análisis no lineal de un pórtico traslacional de acero*. Vol 1, Número 3, 2013.
- [8] TEMBLEQUE, L.R., ABASCAL, R. *Estructuras metálicas. Análisis estructural*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería.
- [9] SERRA, O.P. *Análisis global de pórticos de acero*. Ingeniería de la construcción, 2009.
- [10] ROJAS, M.D., ARENAS, J.J. *Comparación Técnico-financiera del acero estructural y el hormigón armado*. Bdigital, vol 75, número 155, p. 47-56, 2008. Disponible en: <http://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/1739/11577>

Anexo A: Cálculo grado de traslacionalidad

```
FINISH
/CLEAR

/TITLE, Calculo portico: Alpha critico

/PREP7

!Tipo de elemento y propiedades del material.

ET,1,BEAM188

MP,EX,1,2.1e11
MP,PRXY,1,0.3

!Geometría.

K,1,0,0
K,2,0,4
K,3,8,4
K,4,8,0

L,1,2
L,2,3
L,3,4

!Secciones.

SECTYPE, 1, BEAM, I, HEB, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.017,0.01,0,0,0,0,0

SECTYPE, 2, BEAM, I, IPE, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016,0.0102,0,0,0,0,0

!Mallado.

LSEL,,,1,,
LATT,1,,1,,3,,1
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,,,3,,
LATT,1,,1,,2,,1
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,2,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
LSEL,ALL

FINISH
/SOLU

ANTYPE,STATIC

PSTRES,ON

DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,UZ,0
DK,4,UX,0
DK,4,UY,0
DK,4,UZ,0

D,ALL,UZ,0

FK,2,FY,-200000
FK,3,FY,-200000
FK,2,FX,40000

ESEL,S,SEC,,2
SFBEAM,ALL,1,PRES,-50000
ALLSEL

SOLVE
FINISH

/SOLU

ANTYPE,BUCKLE
BUCOPT,LANB,10
MXPAND,10

SOLVE
FINISH

/POST1

SET,LIST

*GET,pcrit,active,0,set,freq
```

Anexo B: Cálculo por el método A

```
FINISH  
/CLEAR
```

```
/TITLE, Calculo portico: Metodo A
```

```
/PREP7
```

```
!Tipo de elemento y propiedades del material.
```

```
ET,1,BEAM188
```

```
MP,EX,1,2.1e11  
MP,PRXY,1,0.3
```

```
!Geometría.
```

```
K,1,0,0  
K,2,0,4  
K,3,8,4  
K,4,8,0
```

```
L,1,2  
L,2,3  
L,3,4
```

```
!Secciones.
```

```
SECTYPE, 1, BEAM, I, HEB, 0  
SECOFFSET, CENT  
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.017,0.01,0,0,0,0,0
```

```
SECTYPE, 2, BEAM, I, IPE, 0  
SECOFFSET, CENT  
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016,0.0102,0,0,0,0,0
```

```
!Mallado.
```

```
LSEL,,,1,,  
LATT,1,,1,,3,,1  
LESIZE,ALL,,,10  
LMESH,ALL  
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,3,,  
LATT,1,,1,,2,,1  
LESIZE,ALL,,,10  
LMESH,ALL  
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,2,,
```

```
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,15
LMESH,ALL
LSEL,ALL

FINISH
/SOLU

ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON

NSUBST,30,1000,30

OUTRES,ALL,ALL

DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,UZ,0
DK,4,UX,0
DK,4,UY,0
DK,4,UZ,0

D,ALL,UZ,0

FK,2,FY,-200000
FK,3,FY,-200000
FK,2,FX,40000-6080+1645
FK,1,FX,-1645-6080
FK,3,FX,1820-6720
FK,4,FX,-1820-6720

ESEL,S,SEC,,2
SFBEAM,ALL,1,PRES,-50000
ALLSEL
ESEL,S,ELEM,,1,10
SFBEAM,ALL,1,PRES,-3040
ALLSEL
ESEL,S,ELEM,,11,20
SFBEAM,ALL,1,PRES,3360
ALLSEL

SOLVE
FINISH

/POST1

PLDISP,1

ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15

ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
```

ETABLE,NXI,SMISC,1

Anexo C: Cálculo por el método B

```
FINISH  
/CLEAR
```

```
/TITLE, Calculo portico: Metodo B
```

```
/PREP7
```

```
!Tipo de elemento y propiedades del material.
```

```
ET,1,BEAM188
```

```
MP,EX,1,2.1e11  
MP,PRXY,1,0.3
```

```
!Geometría.
```

```
K,1,0,0  
K,2,0,4  
K,3,8,4  
K,4,8,0
```

```
L,1,2  
L,2,3  
L,3,4
```

```
!Secciones.
```

```
SECTYPE, 1, BEAM, I, HEB, 0  
SECOFFSET, CENT  
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.017,0.01,0,0,0,0,0
```

```
SECTYPE, 2, BEAM, I, IPE, 0  
SECOFFSET, CENT  
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016,0.0102,0,0,0,0,0
```

```
!Mallado.
```

```
LSEL,,,1,,  
LATT,1,,1,,3,,1  
LESIZE,ALL,,,10  
LMESH,ALL  
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,3,,  
LATT,1,,1,,2,,1  
LESIZE,ALL,,,10  
LMESH,ALL  
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,2,,
```

```
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,15
LMESH,ALL
LSEL,ALL

FINISH
/SOLU

ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON

NSUBST,30,1000,30

OUTRES,ALL,ALL

DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,UZ,0
DK,4,UX,0
DK,4,UY,0
DK,4,UZ,0

D,ALL,UZ,0

FK,2,FY,-200000
FK,3,FY,-200000
FK,2,FX,40000+1645
FK,1,FX,-1645
FK,3,FX,1820
FK,4,FX,-1820

ESEL,S,SEC,,2
SFBEAM,ALL,1,PRES,-50000
ALLSEL

SOLVE
FINISH

/POST1

PLDISP,1

ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15

ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18

ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
```

Anexo D: Cálculo por el método C

```
FINISH
/CLEAR

/TITLE, Calculo portico: Metodo C

/PREP7

!Tipo de elemento y propiedades del material.

ET,1,BEAM188

MP,EX,1,2.1e11
MP,PRXY,1,0.3

!Geometría.

K,1,0,0
K,2,0,4
K,3,8,4
K,4,8,0

L,1,2
L,2,3
L,3,4

!Secciones.

SECTYPE, 1, BEAM, I, HEB, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.017,0.01,0,0,0,0,0

SECTYPE, 2, BEAM, I, IPE, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016,0.0102,0,0,0,0,0

!Mallado.

LSEL,,,1,,
LATT,1,,1,,3,,1
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,,,3,,
LATT,1,,1,,2,,1
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
```

```
LSEL,ALL

LSEL,,,2,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
LSEL,ALL

FINISH
/SOLU

ANTYPE,STATIC

DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,UZ,0
DK,4,UX,0
DK,4,UY,0
DK,4,UZ,0

D,ALL,UZ,0

FK,2,FY,-200000
FK,3,FY,-200000
FK,2,FX,40000

ESEL,S,SEC,,2
SFBEAM,ALL,1,PRES,-50000
ALLSEL

SOLVE
FINISH

/POST1

PLDISP,1

ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15

ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18

ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
```

Anexo E: Cálculo grado de traslacionalidad en primer orden

```
FINISH
/CLEAR
```

```
/TITLE, Calculo portico: Calculo alpha primer orden
```

```
/PREP7
```

```
!Tipo de elemento y propiedades del material.
```

```
ET,1,BEAM188
```

```
MP,EX,1,2.1e11
```

```
MP,PRXY,1,0.3
```

```
!Geometría.
```

```
K,1,0,0
```

```
K,2,0,4
```

```
K,3,8,4
```

```
K,4,8,0
```

```
L,1,2
```

```
L,2,3
```

```
L,3,4
```

```
!Secciones.
```

```
SECTYPE, 1, BEAM, I, HEB, 0
```

```
SECOFFSET, CENT
```

```
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.017,0.01,0,0,0,0,0,0
```

```
SECTYPE, 2, BEAM, I, IPE, 0
```

```
SECOFFSET, CENT
```

```
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016,0.0102,0,0,0,0,0,0
```

```
!Mallado.
```

```
LSEL,,,1,,
```

```
LATT,1,,1,,3,,1
```

```
LESIZE,ALL,,,10
```

```
LMESH,ALL
```

```
LSEL,ALL
```

```
LSEL,,,3,,
```

```
LATT,1,,1,,2,,1
```

```
LESIZE,ALL,,,10
```

```
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,,,2,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,15
LMESH,ALL
LSEL,ALL

FINISH
/SOLU

ANTYPE,STATIC

DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,UZ,0
DK,4,UX,0
DK,4,UY,0
DK,4,UZ,0

D,ALL,UZ,0

FK,2,FY,-200000
FK,3,FY,-200000
FK,2,FX,40000+1645
FK,1,FX,-1645
FK,3,FX,1820
FK,4,FX,-1820

ESEL,S,SEC,,2
SFBEAM,ALL,1,PRES,-50000
ALLSEL

SOLVE
FINISH

/POST1

PLDISP,1

ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15

ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18

ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
```