

# Trabajo Fin de Grado

## Grado en Ingeniería Civil

### Estudio analítico y experimental de elementos flectados de hormigón de ultra-altas prestaciones armado y pretensado

Autor: Alejandro Gómez Casado

Tutores:

Héctor Cifuentes Bulté

José David Ríos Jiménez

**Dep. Mecánica de Medios Continuos y T. de  
Estructuras**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**

Sevilla, 2017





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Civil

# **Estudio analítico y experimental de elementos flectados de hormigón de ultra-altas prestaciones armado y pretensado**

Autor:

Alejandro Gómez Casado

Tutores:

Héctor Cifuentes Bulté

Profesor Contratado Doctor

José David Ríos Jiménez

Predocctoral PIF FPI Miniserio

Dep. Mecánica de Medios Continuos y T. de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado: Estudio analítico y experimental de elementos flectados de hormigón de ultra-altas prestaciones armado y pretensado

Autor: Alejandro Gómez Casado

Tutores: Héctor Cifuentes Bulté  
José David Ríos Jiménez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

*A mi familia*

*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

Es de gran dificultad mencionar a todas aquellas personas que han influido en mi vida durante estos años de estudio. Terminar estos cuatro años de formación académica de alto nivel me ha brindado de experiencias muy gratificantes y con lecciones que recordaré durante todo el resto de mi vida.

Si pudiera resumir en dos palabras lo que me ha aportado la Escuela a mi vida, serían disciplina y determinación.

Disciplina porque para alcanzar metas cuya ambición sobrepasa el talento de uno mismo, se requiere de una gran dedicación y resiliencia que se va adquiriendo a medida que se gana experiencia.

Determinación porque hay que perder el miedo a enfrentarse a situaciones que parecen inalcanzables.

Por otro lado, me gustaría agradecer profundamente la labor de mi familia más cercana, por apoyarme durante el camino recorrido y hacerme ver que los problemas que a veces me nublaban el objetivo, no eran de tal magnitud.

Por último, agradecer a mi tutor, Héctor Cifuentes, el apoyo recibido y las lecciones sobre hormigón y sobre la vida que siempre recordaré.



# Resumen

---

El presente trabajo consiste en un estudio de investigación sobre hormigones de ultra-alta resistencia reforzados con fibras. Estos hormigones presentan unas características mecánicas tanto a compresión como a tracción que sobrepasan con un grado de magnitud superior, las relativas a los hormigones de resistencia convencional.

El trabajo se puede organizar en dos partes:

- Campaña experimental. Durante la cual se desarrolla el hormigón de ultra-alta resistencia con materiales disponibles en España. Se realizarán los ensayos pertinentes para obtener las características mecánicas del hormigón desarrollado.

- Cálculo. Para evaluar el efecto de estos hormigones, se realizará un estudio sobre elementos flectados. Por otro lado, para poder comparar el positivo efecto de este tipo de hormigones en una aplicación tan común como es la de elementos tipo viga sometidos a flexión, se analizarán bajo las mismas condiciones, un hormigón de resistencia convencional y un hormigón de alta resistencia.

Para finalizar, se resumirán las conclusiones más importantes que se habrán ido discutiendo a lo largo del presente trabajo.



<b>Agradecimientos</b>	<b>9</b>
<b>Resumen</b>	<b>11</b>
<b>Índice</b>	<b>13</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>15</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>17</b>
<b>1 Introducción, objetivos y alcance</b>	<b>1</b>
<b>2 Hormigón de ultra-alta resistencia.</b>	<b>2</b>
2.1. <i>Introducción.</i>	2
2.1.1 Antecedentes.	2
2.1.2 Costes.	5
2.2. <i>Materiales y producción.</i>	5
2.2.1 Materiales constituyentes y proporciones de mezcla.	5
2.2.2 Influencia del árido grueso.	6
2.2.3 Mezclado y vertido	6
2.2.4 Curado	7
2.2.5 Resumen de los materiales y producción.	7
2.3. <i>Propiedades mecánicas.</i>	8
2.3.1 Resistencia a compresión.	8
2.3.2 Resistencia a tracción.	8
2.3.3 Módulo de elasticidad.	9
2.3.4 Propiedades del UHPC/UHPFRC de autores relevantes.	9
2.3.5 Resumen de propiedades mecánicas	10
<b>3 Hormigones reforzados con fibras.</b>	<b>11</b>
3.1. <i>Análisis estructural</i>	11
3.2. <i>Propiedades tecnológicas de los materiales.</i>	12
3.2.1 Materiales	12
3.3. <i>Hormigones reforzados con fibras. Leyes tensionales.</i>	13
3.3.1 Características mecánicas.	13
3.3.2 Valor mínimo de la resistencia.	14
3.3.3 Resistencia de cálculo del hormigón.	14
3.3.4 Cálculos relativos a los estados límite últimos.	15
<b>4 Trabajo experimental. Fabricación y caracterización del UHPC.</b>	<b>16</b>
4.1. <i>Dosificación.</i>	16
4.2. <i>Fabricación del hormigón.</i>	17
4.3. <i>Ensayos realizados sobre las probetas UHPC.</i>	20
4.3.1 Ensayos de flexión sobre tres puntos en probetas prismáticas entalladas.	21
4.3.2 Ensayos a compresión simple.	22
4.4. <i>Resultados de la campaña experimental.</i>	22
4.4.1 Resumen de resultados.	36
4.4.2 Comentarios.	36

<b>5</b>	<b>Procedimiento de cálculo de elementos flectados de hormigón armado y pretensado reforzados con fibras.</b>	<b>38</b>
5.1.	<i>Caracterización de los hormigones.</i>	38
5.1.1	Hormigón de resistencia convencional.	38
5.1.2	Hormigón de alta resistencia.	40
5.1.3	Hormigón de ultra-alta resistencia.	41
5.1.4	Resumen de características de los hormigones empleados.	41
5.2.	<i>Procedimiento de cálculo.</i>	41
5.2.1	Introducción.	41
5.2.2	Procedimiento de resolución.	43
<b>6</b>	<b>Resultados del cálculo. Análisis.</b>	<b>52</b>
6.1.	<i>Introducción</i>	52
6.2.	<i>Resultados.</i>	52
6.2.1	Elementos de hormigón armado.	52
6.2.2	Elementos de hormigón pretensado.	56
6.3.	<i>Análisis de resultados.</i>	62
6.3.1	Elementos de hormigón armado.	62
6.3.2	Elementos de hormigón pretensado.	65
	<b>Conclusiones</b>	<b>68</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>71</b>
	<b>Anejo de cálculo</b>	<b>73</b>
	<i>Hoja de cálculo para elementos de hormigón armado (FRC, HPFRC, UHPFRC)</i>	73
	<i>Hoja de cálculo para elementos de hormigón pretensado (FRC, HPFRC, UHPFRC)</i>	80

# ÍNDICE DE TABLAS

---

<i>Tabla 2-1. Dosificación de la matriz de hormigón.</i>	5
<i>Tabla 2-2. Propiedades del UHPC/UHPFRC según autores.</i>	10
<i>Tabla 4-1. Dosificación del hormigón UHPC/UHPFRC</i>	16
<i>Tabla 4-2. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas.</i>	36
<i>Tabla 4-3. Resultados experimentales del ensayo a compresión en probetas cúbicas.</i>	36
<i>Tabla 5-1. Dosificación de la matriz de hormigón.</i>	39
<i>Tabla 5-2. Propiedades mecánicas.</i>	39
<i>Tabla 5-3. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).</i>	39
<i>Tabla 5-4. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).</i>	39
<i>Tabla 5-5. Propiedades mecánicas (Desviación típica entre paréntesis)..</i>	40
<i>Tabla 5-6. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).</i>	40
<i>Tabla 5-7. Resumen de propiedades mecánicas de los hormigones empleados</i>	41
<i>Tabla 6-1. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. CC</i>	53
<i>Tabla 6-2. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC</i>	53
<i>Tabla 6-3. Elemento de hormigón armado. Momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC.</i>	53
<i>Tabla 6-4. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC.</i>	53
<i>Tabla 6-5. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. HPC</i>	54
<i>Tabla 6-6. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	54
<i>Tabla 6-7. Elemento de hormigón armado. Momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	54
<i>Tabla 6-8. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	54
<i>Tabla 6-9. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. UHPC</i>	55
<i>Tabla 6-10. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. UHPC.</i>	55
<i>Tabla 6-11. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. UHPC.</i>	55
<i>Tabla 6-12. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en</i>	

<i>estudio. CC</i>	56
<i>Tabla 6-13. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. CC</i>	56
<i>Tabla 6-14. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC.</i>	56
<i>Tabla 6-15. Elemento de hormigón pretensado. Momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC</i>	57
<i>Tabla 6-16. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC</i>	57
<i>Tabla 6-17. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. HPC</i>	58
<i>Tabla 6-18. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. HPC</i>	58
<i>Tabla 6-19. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	58
<i>Tabla 6-20. Elemento de hormigón pretensado. Momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	58
<i>Tabla 6-21. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.</i>	59
<i>Tabla 6-22. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. UHPC.</i>	60
<i>Tabla 6-23. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. UHPC.</i>	60
<i>Tabla 6-24. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(b).</i>	60
<i>Tabla 6-25. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(b).</i>	60
<i>Tabla 6-26. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(a).</i>	61
<i>Tabla 6-27. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(a).</i>	61

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

<i>Figura 2-1. Jakway Park Bridge, Buchanan County, IA</i>	2
<i>Figura 2-2. Puente peatonal. Sherbrooke, Quebec, Canadá</i>	3
<i>Figura 2-3. Puente Sakata-Mirai, Sakata, Japón.</i>	4
<i>Figura 2-4. Puente de Paz, Seúl, Corea del Sur.</i>	4
<i>Figura 2-5. Respuesta mecánica idealizada del UHPC sometido a tracción.</i>	9
<i>Figura 3-1. Aspecto de las fibras de acero.</i>	12
<i>Figura 3-2. Diagrama tipo carga apertura de fisura.</i>	13
<i>Figura 3-3. Diagrama rectangular según EHE-08.</i>	14
<i>Figura 3-4. Diagrama multilíneal según EHE-08.</i>	15
<i>Figura 4-1. Fabricación del hormigón. Material: Cemento.</i>	17
<i>Figura 4-2. Fabricación del hormigón. Material: Humo de sílice.</i>	17
<i>Figura 4-3. Fabricación del hormigón. Material: Escoria de alto horno.</i>	18
<i>Figura 4-4. Fabricación del hormigón. Material: Árido fino.</i>	18
<i>Figura 4-5. Fabricación del hormigón. Material: Filler.</i>	18
<i>Figura 4-6 Fabricación del hormigón. Material: Superplastificante.</i>	19
<i>Figura 4-7. Fabricación del hormigón. Material: Fibras de acero cortas.</i>	19
<i>Figura 4-8. Fabricación del hormigón. Material: Fibras de acero largas.</i>	19
<i>Figura 4-9. Reportaje fotográfico. Baño térmico.</i>	20
<i>Figura 4-10. Reportaje fotográfico. Ensayo a flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas.</i>	21
<i>Figura 4-11. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPFRC1</i>	23
<i>Figura 4-12. Gráfica F-CMOD. UHPFRC1</i>	23
<i>Figura 4-13. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPFRC2</i>	24
<i>Figura 4-14. Gráfica F-CMOD. UHPFRC1</i>	24
<i>Figura 4-15. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPFRC3.</i>	25
<i>Figura 4-16. Gráfica F-CMOD. UHPFRC3.</i>	25
<i>Figura 4-17. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPFRC4.</i>	26
<i>Figura 4-18. Gráfica F-CMOD. UHPFRC4.</i>	26
<i>Figura 4-19. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPC2.</i>	27
<i>Figura 4-20. Gráfica F-CMOD. UHPFRC4.</i>	27
<i>Figura 4-21. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPC3.</i>	28
<i>Figura 4-22. Gráfica F-CMOD. UHPC3.</i>	28
<i>Figura 4-23. Gráfica F-<math>\delta</math>. UHPC4.</i>	29
<i>Figura 4-24. Gráfica F-CMOD. UHPC3.</i>	29

<i>Figura 4-25. Reportaje fotográfico. UHPFRC1-Flexión.</i>	30
<i>Figura 4-26. Reportaje fotográfico. UHPFRC2-Flexión.</i>	30
<i>Figura 4-27. Reportaje fotográfico. UHPFRC3-Flexión.</i>	31
<i>Figura 4-28. Reportaje fotográfico. UHPFRC4-Flexión.</i>	31
<i>Figura 4-29. Reportaje fotográfico. UHPFRC1-Compresión.</i>	32
<i>Figura 4-30. Reportaje fotográfico. UHPFRC2-Compresión.</i>	32
<i>Figura 4-31. Reportaje fotográfico. UHPFRC3-Compresión.</i>	33
<i>Figura 4-32. Reportaje fotográfico. UHPFRC4-Compresión.</i>	33
<i>Figura 4-33. Reportaje fotográfico. UHPC1-Compresión.</i>	34
<i>Figura 4-34. Reportaje fotográfico. UHPC2-Compresión.</i>	34
<i>Figura 4-35. Reportaje fotográfico. UHPC3-Compresión.</i>	35
<i>Figura 4-36. Reportaje fotográfico. UHPC4-Compresión.</i>	35
<i>Figura 5-1. Diagrama de cálculo parábola-rectángulo del hormigón.</i>	43
<i>Figura 5-2. Diagrama de cálculo bilineal del acero pasivo (activo).</i>	44
<i>Figura 5-3. Dominios de deformación.</i>	47
<i>Figura 5-4. Esquema de la sección. Diagrama de Magnel</i>	49
<i>Figura 5-5. Esquema de las cargas. Diagrama de Magnel</i>	50
<i>Figura 6-1. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio2a-2b. CC</i>	63
<i>Figura 6-2. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio2b-3. CC</i>	63
<i>Figura 6-3. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio3-4a. CC</i>	64
<i>Figura 6-4. Relación momento-curvatura. Comparativa H00-H60.</i>	64



# 1 INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y ALCANCE

El hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras (HUAR o UHPFRC) es una nueva clase de hormigón que ha sido desarrollado en estos últimos años y ha levantado un gran interés mundial desde su introducción en el principio de los años 90. En comparación con los hormigones convencionales y los hormigones de alta resistencia, los UHPFRC exhiben propiedades superiores en términos de su comportamiento a compresión, el comportamiento a tracción y su durabilidad.

Durante varias décadas se ha intentado alcanzar records en relación a la resistencia a compresión del hormigón, y particularmente tras la aparición de dispersantes efectivos para estos materiales cementicios alrededor de los años 70. El principal objetivo ha sido disminuir la porosidad en estos materiales para incrementar la densidad y por lo tanto su resistencia a compresión. En los primeros años de los 70 Yudenfreund et al. lograron una resistencia a compresión de 230 MPa para especímenes con cemento de baja porosidad. La matriz cementicia estaba caracterizada por una relación agua/cemento de 0.2, un proceso de mezclado en vacío, y un cemento de alta calidad. (Wille, 2011)

Las técnicas de alta temperatura y presión fueron inicialmente aplicadas por (Roy et al, 1972). Se obtuvo una resistencia a compresión de hasta 510 MPa usando una presión de 50 MPa y unas temperaturas de hasta 250°C. En los primeros años de 1980, materiales cementicios modificados con polímeros, conocidos como cementos MDF, fueron introducidos por ICI (Imperial Chemical Industries). Estos materiales estaban caracterizados por una resistencia a compresión superior a 200 MPa y una resistencia a flexión mayor a los 150 MPa. Bache (1981) introdujo DSP (partículas pequeñas densificadas) que más tarde fueron comercializadas (Hjorth 1983), cuya porosidad fue disminuida a través del uso de microsílíce y HRWR (Reductor de agua). Lo cual condujo a resistencias a compresión entre 120 y 250 MPa. La mayoría de estos materiales fueron considerados especiales y no fácilmente disponibles o controlados para el uso diario, hasta que los UHPFRC fueron introducidos y usados en aplicaciones. Los UHPFRC pueden ser considerado como un desarrollo avanzado de las DSP. (Wille, 2011) (Graybeal, 2011)

Aunque el desarrollo de materiales cementicios de altas prestaciones se produjese en los años 70, el término de hormigones de ultra-alta resistencia fue usado por primera vez en una publicación de De Larrard y Sedran (1994). (Wille, 2011)

El objetivo del presente trabajo puede ser sistematizado en tres puntos:

- Estudio del estado del arte de la aplicabilidad del hormigón de ultra-alta resistencia, teniendo en cuenta sus principales propiedades, en concreto el aumento de la resistencia a tracción y la estabilización de una resistencia residual a tracción.
- Confeccionar un hormigón de ultra-alta resistencia y determinar sus propiedades mecánicas principales que nos permitan emplear estos valores para futuras aplicaciones numéricas. (Trabajo experimental).
- Cuantificar el ahorro de armadura pasiva en el caso de hormigón armado y el ahorro de armadura activa en el caso de hormigón pretensado que proporciona las fibras de acero al emplear hormigones reforzados con fibras. Para completar el estudio, se estudiarán estos dos casos aplicados a tres tipos de hormigones, un hormigón de resistencia convencional, un hormigón de alta resistencia y un hormigón de ultra-alta resistencia. Así pues, el estudio de una aplicación principal de los hormigones de ultra-alta resistencia será acometido y, además comparado con otros tipos de hormigón. (Trabajo numérico).

## 2 HORMIGÓN DE ULTRA-ALTA RESISTENCIA.

### 2.1. Introducción.

#### 2.1.1 Antecedentes.

La atención que ha recibido el hormigón de ultra-alta Resistencia (UHPC) en muchos países estos años es remarcable. A parte de emplearse en la construcción de obras civiles tales como puentes y viaductos, ha sido objeto de un fructífera inversión por parte de organismos de investigación, tanto privados como públicos.

-El hormigón de ultra-alta resistencia en su presente forma, empezó a comercializarse en los Estados Unidos alrededor del año 2000. En el Condado de Buchanan, IA, en 2008, se construyó puente de UHPC usando secciones con forma de pi, Figura 2-1. La sección es similar a una sección doble T. Se usaron tres secciones con forma de pi, en los tres vanos del puente (*FHWA-HRT-13-060, 2013*).



Figura 2-1. Jakway Park Bridge, Buchanan County, IA

- En Alemania, en 2005, se desarrolló un programa de investigación cuya financiación total ascendió a los 12 millones de euros (*Schmidt, 2012*). Este programa, financiado por la Fundación de Investigación Alemana, incluyó 34 proyectos de investigación en más de 20 centros de investigación en Alemania. El propósito de este programa era elaborar un conocimiento básico del material, con el fin de desarrollar una normativa técnica fiable. El fin era hacer del UHPC un material contrastado, disponible comercialmente, económicamente factible y regularmente aplicado. Durante y posteriormente al programa, se ha generalizado el empleo de este material en numeros puentes (*FHWA-HRT-13-060, 2013*).

-En 2002, se publicó en Francia las primeras recomendaciones sobre el uso del UHPC en estructuras (*Bétons Fibrés à Ultra-Hautes Performances, 2002*). Este documento inicial abordaba las propiedades mecánicas, el diseño estructural y la durabilidad. Desde 2002, numerosos puentes han sido construido en Francia usando UHPC. En 2009, gracias al empeño de diversos investigadores que insistieron en la actualización de las recomendaciones acerca del uso del UHPC, se ha elaborado actualmente un borrador de la futura normativa que regula el uso del UHPC en Francia. También, otros países como Japón y Corea del Sur, se han unido a la atractiva iniciativa de desarrollar una normativa con respecto a este material (*FHWA-HRT-13-060, 2013*).

- El primer puente en el que se empleó el UHPC en Canadá fue construido en 1997, Figura 2-2 (*Blaise, 1999*). Este puente peatonal en Sherbrooke, Quebec, consiste en una celosía de hormigón prefabricado y postensado. La estructura consiste en un tablero superior de UHPC que sirve de superficie para el paso de peatones, dos cordones de UHPC inferiores y una celosía que cierra el conjunto. Esta celosía consiste en tubos de acero cuyo diámetro es 152 mm, rellenos de UHPC.



*Figura 2-2. Puente peatonal. Sherbrooke, Quebec, Canadá*

- En Japón, el puente de Sakata-Mirai se construyó en 2002, Figura 2-3. Este puente peatonal consiste en vigas cajón pretensadas que fueron postensadas para formar un único vano de 49.2 metros.

-El puente peatonal Sunyudo (Paz), Figura 2-4, en Corea del Sur, se trata de un puente arco con un vano central de 120 metros. Está construido a base de seis secciones  $\pi$  prefabricadas y postensadas de 1.30 metros de canto. Estas seis secciones prefabricadas son postensadas entre ellas a través de una serie de tendones localizados en la zona superior e inferior de la sección. Este puente, es el puente de UHPC con la mayor luz del mundo.

-Otros países en los que ha sido empleado el UHPC en puentes son Australia, Austria, Croacia, Italia, Japón, Malasia, los Países Bajos, Nueva Zelanda, Eslovenia, Corea del Sur y Suiza. A parte, se han identificado en la literatura más de 90 puentes completados en los que se ha empleado UHPC en uno o más componentes.

No solo se ha investigado el material, también se ha investigado su aplicación directa en puentes de diferentes tipologías. Por ejemplo, en Corea del Sur se ha desarrollado un programa de investigación específico para investigar el uso del UHPC en puentes colgantes (*FHWA-HRT-13-060, 2013*).

Es obvio, por lo tanto, que el UHPC está recibiendo atención en todo el mundo y para aumentar el conocimiento de este material y generalizar el uso en diversos componentes estructurales, la labor de la investigación se antoja crucial.



*Figura 2-3. Puente Sakata-Mirai, Sakata, Japón.*



*Figura 2-4. Puente de Paz, Seúl, Corea del Sur.*

### 2.1.2 Costes.

El coste inicial de la unidad de UHPC excede de lejos al del hormigón convencional. Por consiguiente, las aplicaciones han sido focalizadas en optimizar su uso a través de la reducción del espesor de los elementos, modificando las formas estructurales de los elementos, o desarrollando soluciones que abarquen las deficiencias con materiales estructurales no cementicios. El UHPC es un producto muy durable, y las estructuras donde se emplean este material tienen una larga vida útil y requieren menos mantenimiento que aquellas construidas con hormigón convencional. (*FHWA-HRT-13-060, 2013*).

Piotrowski y Schmidt condujeron un análisis del ciclo de vida de dos métodos de reemplazamiento para el puente Eder en Felsberg, en Alemania (*Piotrowski, 2012*). En el primer método se emplean vigas cajón de UHPC prefabricado rellenos de hormigón de bajo peso. En el segundo método se emplean elementos de hormigón pretensado convencionales. Aunque el método que empleaba UHPC tenía mayores costes iniciales, los autores predijeron que el coste del ciclo de vida tras 100 años sería inferior para el puente de UHPC.

## 2.2. Materiales y producción.

### 2.2.1 Materiales constituyentes y proporciones de mezcla.

Las formulaciones del UHPC normalmente consisten en una combinación de cemento Portland, arena fina, humo de sílice, reductores de agua de amplio rango (HRWR), fibras (normalmente de acero), y agua. El uso de árido grueso puede ser empleado también, aunque afecta drásticamente a las propiedades relacionada con la tracción, debido a que se disminuye el rozamiento entre la matriz cementicia y las fibras. Por otro lado, también puede usarse una amplia variedad de productos químicos. Las diferentes dosificaciones de este material, depende de la aplicación y del proveedor de los componentes.

El UHPC usado comúnmente en Norte América tanto para investigación como para las aplicaciones es un producto comercial conocido como Ductal. La tabla 2-1 muestra una composición típica de este material. (*Graybeal, 2006*).

Tabla 2-1. Dosificación de la matriz de hormigón.

Material	lb/yd <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	Percentage by Weight
Portland Cement	1,200	712	28.5
Fine Sand	1,720	1,020	40.8
Silica Fume	390	231	9.3
Ground Quartz	355	211	8.4
HRWR	51.8	30.7	1.2
Accelerator	50.5	30.0	1.2
Steel Fibers	263	156	6.2
Water	184	109	4.4

Las siguientes recomendaciones para las proporciones de mezcla han sido desarrolladas para los materiales disponibles comercialmente: (Wille, 2011)

- Cemento con una moderada finura y un contenido de C<sub>3</sub>A significativamente inferior al 8%.
- Una tasa de arena y cemento de 1.4 para un tamaño máximo de grano de 0.8 mm.
- Humo de sílice con un contenido bajo en carbono al 25 % del peso del cemento.
- Polvo de crista con un tamaño medio de partícula de 1.7 μm al 25 % del peso del cemento.
- Empleo de reductores de agua de alto rango.
- Una relación de agua/cemento del 0.22
- Empleo de fibras de acero del 2.5 % del volumen.

Holschemacher y Weißl (*FHWA-HRT-13-060, 2013*) investigaron diferentes dosificaciones de la mezcla para minimizar los costes de materiales sin sacrificar las propiedades beneficiosas del UHPC. A través de una selección cuidadosa de los agregados, el tipo del cemento, los materiales cementicios, filler inerte, y HRWR, fue posible producir UHPC con una buena trabajabilidad y moderados costes de los materiales.

### 2.2.2 Influencia del árido grueso.

Según el estudio de Jianxin Ma y Marko Orgass (*Jianxin Ma, 2004*), dos UHPC fueron desarrollados, uno sin árido grueso y otro fue producido con el machaqueo de partículas de basalto con un tamaño de partícula de 2 mm a 5 mm. La resistencia a compresión que alcanzó el UHPC con árido grueso tenía la misma magnitud que el UHPC sin árido grueso en los cuales, el máximo tamaño de árido empleado se encuentra por debajo de 1.0 mm.

El uso de árido grueso conduce no solo a una reducción del volumen de la pasta cementicia, sino además a algunos cambios en el proceso de mezclado y de las propiedades mecánicas. UHPC que contiene árido grueso fue más fácil para ser fluidificado y homogeneizado. El proceso de mezclado también fue más corto que el UHPC sin árido grueso. Ambos materiales ensayados exhibieron un comportamiento similar bajo esfuerzos de compresión, excepto algunas diferencias en el módulo elástico y en la deformación asociada a la tensión de pico. La menor fracción volumétrica de pasta (cemento) y el obstáculo del árido grueso a la fisuración resultaron en una menor retracción autógena del UHPC con áridos. El volumen de pasta cementicia en los UHPC que contienen árido basáltico (2-5 mm) como árido grueso es alrededor de un 20% menor que los UHPC sin áridos gruesos que contienen una resistencia a la compresión y una fluidez, similar. El contenido en cemento en UHPC con árido grueso puede ser inferior a 550 kg/m<sup>3</sup>, mientras que en el UHPC sin árido grueso varía entre 700 kg/m<sup>3</sup> y 1000 kg/m<sup>3</sup>. (*Jianxin Ma, 2004*)

### 2.2.3 Mezclado y vertido

Graybeal ha resumido el proceso de mezcla del UHPC como sigue (*Graybeal, 2011*): Casi cualquier mezcladora convencional puede mezclar UHPC. Sin embargo, debe puntualizarse que el UHPC requiere un incremento de energía aportada comparada con el hormigón convencional, así pues, el tiempo de mezclado ha de ser incrementado. Esta energía de aporte incrementada, en combinación con la reducción o eliminación del árido grueso y un contenido bajo de agua, necesita del uso de procedimientos alternativos para asegurar que el UHPC no se sobrecalienta durante el mezclado. Este problema puede ser mitigado a través del uso de una mezcladora de alta energía o reduciendo la temperatura de los materiales constituyentes como por ejemplo sustituyendo total o parcialmente el agua por hielo. Estos procedimientos han permitido que el UHPC pueda ser mezclado en mezcladora convencionales, incluyendo camiones mezcladores.

El tiempo de mezclado del UHPC varía de 7 a 18 minutos, el cual es mucho mayor que aquellos tiempos usualmente empleados para el hormigón convencional. Esto impide el proceso de continua producción y reduce la capacidad de las plantas de hormigonado. El tiempo de mezclado puede ser reducido optimizando la distribución del tamaño de partículas, reemplazando cemento y cuarzo por humo de sílice, empleando el tipo de HRWR y cemento idóneo para los componentes utilizados, e incrementando la velocidad de la mezcladora (*Mazanec, 2010*). El tiempo de mezclado puede ser también reducido separando el proceso de mezclado en dos fases. Alta velocidad de mezcla por 40 segundos, seguida de una baja velocidad de mezcla por 70 segundos, con un tiempo total de 2 minutos (*Mazanec, 2008*).

Para el procedimiento de mezcla del UHPC y UHPFRC (*Schmidt, 2003*):

1. Mezclar SF y arena primero durante 5 minutos.
2. Añadir otros componentes secos (C, GP) y mezclarlos durante otros 5 minutos
3. Añadir agua en menos de 1 minuto.
4. Añadir todo el HRWR y mezclar por unos 5 minutos adicionales.
5. Añadir las fibras, en el caso de querer añadirlas, y mezclar por otros 2 minutos.

El método de colocación del UHPC influye en la orientación y dispersión de las fibras (*FHWA-HRT-13-060, 2013*). La orientación no afecta a la primera carga de fisuración, pero puede tener un efecto sensiblemente negativo en la resistencia última a tracción en la flexión. Cuando la colocación es realizada en la dirección de medición de la resistencia a tracción, se obtienen las cargas más altas.

Graybeal resume el proceso de vertido del UHPC como sigue (*Graybeal, 2011*): El vertido del UHPC debe ser realizado inmediatamente tras el mezclado. Aunque el tiempo antes de la iniciación de las reacciones de hidratación del cemento puede estar influenciado por factores como la temperatura y los aceleradores químicos, frecuentemente requiere varias horas antes que se produzcan las reacciones en el UHPC. Si el tiempo durante el cual el hormigón está fluido es aumentado, no se debe permitir que el UHPC se seque.

El empleo de fibras en el hormigón requiere consideraciones especiales en relación a su vertido. El UHPC tiende a exhibir comportamientos reológicos similares a los hormigones autocompactables, por lo tanto, posiblemente se requiera moldes de preparación adicionales que permitan reducir los esfuerzos durante la puesta a punto. La vibración interna del UHPC no es recomendable debido a las fibras, pero el empleo de ligeras vibraciones externas puede ser usado para facilitar la liberación del aire atrapado. (*Graybeal, 2011*)

## 2.2.4 Curado

El curado del UHPC considera dos componentes distintos, específicamente la temperatura y la humedad. Como ocurre con casi cualquier material cementicio, mantener una apropiada temperatura es un factor crítico para alcanzar la tasa deseada de las reacciones cementicias. Además, dado el bajo contenido de agua en el UHPC, la limitación de la pérdida interna de agua a través del sellado del sistema o manteniendo un ambiente altamente húmedo son también factores críticos. (*FHWA-HRT-13-060, 2013*)

El curado del UHPC ocurre en dos fases (*Graybeal, 2011*). Dado que el UHPC tiende a exhibir un período inactivo previo a las reacciones iniciales, la fase de curado inicial consiste en mantener una apropiada temperatura mientras evitando la pérdida de humedad hasta que el fraguado ocurra y se produzca la ganancia rápida de las propiedades mecánicas. La segunda fase de curado puede o no, incluir elevadas condiciones térmicas y de humedad, dependiendo de si se desea acelerar el proceso de ganancia de alguna de las características del material.

Graybeal declaró en un programa extensivo para determinar las propiedades del UHPC usando cuatro diferentes procedimientos de curado (*Graybeal, 2006*). Éstas involucraban el curado con vapor a 90 °C o 60 °C durante 48 horas, empezando 24 horas tras la fabricación; un curado con gas a 90 °C, empezando 15 días tras un curado estándar; y un curado estándar a temperatura de laboratorio hasta el día del ensayo.

Estos tres métodos de curado por vapor incrementaron la resistencia a compresión y el módulo de elasticidad, redujeron la fluencia, eliminó virtualmente la retracción de secado, redujo la permeabilidad a los iones cloruro e incrementó la resistencia a la abrasión. La mejora lograda por el tratamiento con vapor con menores temperaturas y el curado retrasado fueron ligeramente menores que las logradas por mayores temperaturas. Los especímenes curados con vapor a 90°C tras 24 horas de la fabricación alcanzaron su máxima resistencia a compresión en 4 días.

Graybeal en sus trabajos más recientes, se ha centrado en caracterizar y optimizar la dosificación del UHPC sometido a un curado estándar (*FHWA-HRT-13-060, 2013*). Acelerar el proceso de curado a través del empleo de un curado por vapor o más aún, por la aplicación de presión, se antoja complicado si tenemos elementos de UHPFRC prefabricados con unas dimensiones considerables, e imposible si hormigonamos en la obra, por lo que conseguir un UHPFRC con buenas propiedades mecánicas con un curado estándar sería ideal.

## 2.2.5 Resumen de los materiales y producción.

Los materiales constituyentes del UHPC generalmente consisten en cemento Portland, arena fina, arena de cuarzo, HRWR, acelerantes químicos, fibras de acero, y agua. El UHPC tiene altos contenidos de materiales cementicios y una tasa muy baja de agua-materiales cementicios. Puede ser mezclado en mezcladoras convencionales pero el tiempo de mezclado del UHPC es mayor que el del hormigón convencional. Los métodos de vertido del UHPC tienen una alta influencia en la orientación y dispersión de las fibras, las cuales influyen en las propiedades mecánicas a tracción del UHPC. Las propiedades del UHPC son afectadas

también por el método, duración y tipo de curado. Como con los hormigones convencionales, el tratamiento con calor acelera el desarrollo de la resistencia y otras propiedades relacionadas.

## 2.3. Propiedades mecánicas.

Este capítulo resume la información sobre varias propiedades mecánicas que son relevantes para el diseño estructural de elementos de UHPC.

Es importante puntualizar que la dispersión y orientación de las fibras de acero son parámetros críticos que influyen en el comportamiento mecánico del UHPC. Las fibras de acero contribuyen a resistir los esfuerzos de tracción, tanto antes como después de la aparición de la primera fisura. La respuesta mecánica post-fisuración del UHPC es particularmente susceptible a la degradación por la desventaja que proporciona la dispersión de las fibras y/o su orientación. El mezclado y el vertido pueden afectar a las características mecánicas del UHPC endurecido y por lo tanto deben ser apropiadamente coordinadas para asegurar un aceptable desempeño mecánico (*Bétons Fibrés à Ultra-Hautes Performances, 2002*).

### 2.3.1 Resistencia a compresión.

La resistencia a compresión es una propiedad importante en el diseño de cualquier estructura de hormigón. También es la propiedad medida con mayor frecuencia. Los ensayos de compresión en probetas cilíndricas y cúbicas usadas para probetas de hormigón convencional son igualmente apropiados para la determinación de la resistencia a compresión del UHPC.

Schmidt y Fröhlich (*Schmidt, 2010*) declararon que irregularidades en la superficie de apoyo en los especímenes ensayados a compresión pueden causar una mayor acentuación del decrecimiento en la resistencia a compresión medida del UHPC en relación con los hormigones convencionales.

Graybeal (*Graybeal, 2006*) obtuvo la resistencia a compresión de más de 1000 especímenes sometidos a los cuatro siguientes regímenes de curación:

- a. Curado con vapor a 90 °C y 95% de la humedad relativa durante 48 horas empezando tras 24 horas tras la fabricación.
- b. Curado con vapor a 60 °C durante 48 horas empezando tras 24 horas tras la fabricación.
- c. Curado con vapor a 90 °C durante 48 horas empezando tras 15 días tras la fabricación.
- d. Curado bajo condiciones de laboratorio (23 °C) y humedad ambiente.

La resistencia a compresión media a los 28 días para seis probetas cilíndricas curadas usando los métodos a, b, c y d fueron de 193, 171, 171, y 126 Mpa, respectivamente.

### 2.3.2 Resistencia a tracción.

La resistencia a tracción del UHPC es mayor que la del hormigón convencional y además puede exhibir una resistencia a tracción estable tras la primera fisuración. Los resultados de los ensayos para la resistencia a tracción del UHPC, por consiguiente, proporcionan valores tanto para la resistencia a la que se produce la primera fisuración como para las resistencias residuales post-fisuración. Consecuentemente, la resistencia a tracción gana importancia como una propiedad para considerar en el diseño estructural.

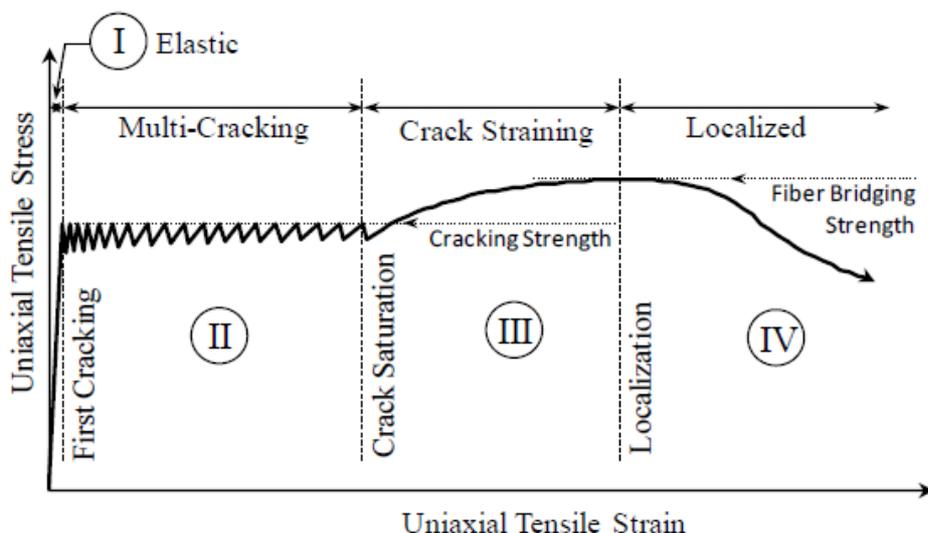


Figura 2-5. Respuesta mecánica idealizada del UHPC sometido a tracción.

La Figura 2-5, representa de forma cualitativa la respuesta de una probeta de UHPFRC cuando es sometido a un ensayo a tracción (Graybeal, 2013). Esta respuesta está basada en el ensayo a tracción de dos muestras de UHPC con múltiples contenidos en fibras. Es propuesta como una ilustración conceptual de la respuesta a la prefisuración y postfisuración de hormigones reforzados con fibras con endurecimiento por deformación, como lo es el UHPC. El comportamiento se encuentra segregado en cuatro fases:

1. La fase I con comportamiento elástico.
2. La fase II es la fase donde ocurre la fisuración múltiple con una espaciación entre fisuras estrechas. Las fisuras ocurren individualmente en cuanto la tensión en la matriz excede la resistencia a tracción.
3. La fase III empieza cuando el surgimiento de nuevas fisuras es improbable. Las fisuras individuales se ensanchan durante esta fase.
4. La fase IV empieza cuando una fisura individual ha alcanzado su deformación límite y las fibras que cosen la fisura empiezan a arrancarse de la matriz. En un hormigón reforzado con fibras con endurecimiento por deformación, la resistencia de cosido de las fibras es mayor que la resistencia a la fisuración donde ocurre la fisuración múltiple.

### 2.3.3 Módulo de elasticidad.

Graybeal (Graybeal, 2006) obtuvo el módulo de elasticidad a compresión de acuerdo con la norma ASTM C469 a las edades de 1 a 56 días para probetas cilíndricas curadas de acuerdo a cuatro regímenes descritos anteriormente. Tras el curado con vapor, los valores medidos eran alrededor de 50 GPa. Las probetas cilíndricas curadas bajo condiciones de laboratorio tenían un módulo de elasticidad de alrededor de 42.7 GPa a los 28 días. En términos de resistencia, módulo de elasticidad, y deformación en la deformación máxima, el UHPC mostró poco cambio tras la finalización del curado por vapor. Las probetas curadas bajo condiciones de laboratorio continuaron ganando resistencia por al menos 8 semanas tras su fabricación, pero el incremento en el módulo de elasticidad y la reducción de la deformación de pico parecía haber parado tras el primer mes.

### 2.3.4 Propiedades del UHPC/UHPFRC de autores relevantes.

A continuación, en la Tabla 2-2, se muestran algunas de las propiedades mecánicas más importantes relacionadas con el hormigón de ultra-alta resistencia. En ella se especifica el curado empleado, la adición de fibras, además de propiedades mecánicas tales como la resistencia a compresión, la resistencia a tracción, el módulo de elasticidad y la deformación de pico.

Tabla 2-2. Propiedades del UHPC/UHPFRC según autores.

Autores	Adición de fibras (%v)	Curado				$f_c$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	E(MPa)	$\epsilon$ ( $\mu\text{m/m}$ )
		Agua	Temp. ( $^{\circ}\text{C}$ )*	Presión	Tiempo (días)				
Jianxin Ma (2004)	×	✓	20	×	28	160	-	48	4,4
	×	✓	90 (2)	×	28	190	-	-	-
Graybeal (2007)	2,5	×	20	×	28	126	-	42,7	3,5
	2,5	✓	90 (2)	×	28	193	-	52,7	4,1
Wille (2011)	×	-	90(1)	×	28	192	7,5	-	-
	2,5	-	90(1)	×	28	201	14	-	-

\*Entre paréntesis se indica el número de días a los que la probeta ha estado sometida a ese tratamiento.

### 2.3.5 Resumen de propiedades mecánicas

La aplicación de un curado térmico tiene un significativo e inmediato impacto en las propiedades mecánicas del UHPC. Incrementa la resistencia a compresión, la resistencia a tracción y el módulo de elasticidad. La aplicación de un curado a presión otorga mayores beneficios en relación a las propiedades mecánicas que el curado térmico, pero hay que tener en cuenta la dificultad/imposibilidad de aplicar estos tratamientos a elementos prefabricados con unas dimensiones considerables, aún más si se trata de hormigonar en obra.

Aún sin aplicar tratamientos, Wille (*Wille, 2010*) como se muestra en la tabla 2-2 ha conseguido desarrollar un UHPC/UHPFRC con unas propiedades mecánicas similares a los hormigones tratados con algún tipo de curado especial, ya sea térmico o de presión.

## 3 HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS.

### 3.1. Análisis estructural

La incorporación de fibras modifica el comportamiento no lineal del hormigón estructural, especialmente en tracción, impidiendo la abertura y propagación de fisuras. Por ello, la aplicación del análisis no lineal puede ser especialmente recomendable en los casos en que las fibras constituyan una parte importante del refuerzo del hormigón. Asimismo, dada la ductilidad que introduce la presencia de fibras, se consideran válidos los principios para la aplicación del método de análisis lineal con redistribución limitada y de los métodos de cálculo plástico.

De forma general podemos considerar dos aspectos básicos a favor del empleo de las fibras (*CEB-fip, 2010*):

- Las fibras pueden ser empleadas para mejorar el comportamiento en servicio del elemento, ya que estas poseen la capacidad de reducir el espaciamiento de fisuras y la abertura de fisura, por lo tanto, mejoran la durabilidad.
- Las fibras pueden ser empleadas para mejorar el comportamiento en estado último del elemento, ya que puede sustituir parcialmente o totalmente el empleo de armadura convencional.

El empleo de las fibras modifica las propiedades de la matriz cementicia. Sin embargo, las propiedades elásticas y a compresión no se ven modificadas con el mismo grado de magnitud (A no ser que se emplee un alto contenido en fibras).

Al contrario que con la armadura tradicional, la mayoría de las fibras fallan sin alcanzar la máxima tensión admisible por estas, lo cual implica, que suelen fallar por adherencia. Las fibras se activan una vez se forma las microfisuras en el hormigón. La principal ventaja de añadir las fibras al hormigón es que generan una tensión residual tras la fisuración en combinación junto con una alta deformación última a tracción. El HRF (Hormigones reforzados con fibras) se caracteriza por su gran ductilidad y resistencia. (*CEB-fip, 2010*)

Las propiedades del compuesto dependen de las características de los materiales que lo constituyen, así como de su dosificación. Otros factores tales como la geometría, la fracción volumétrica y las propiedades mecánicas de las fibras, la adherencia entre las fibras y la matriz del hormigón, afectan significativamente en las propiedades del HRF.

Dependiendo del contenido en fibras, los HRF pueden mostrar un comportamiento bajo tracción uniaxial de endurecimiento o de reblandecimiento. En el caso de un comportamiento de reblandecimiento las deformaciones se localizan en una fisura. En el caso de un comportamiento de endurecimiento se produce múltiple fisuración antes de alcanzar el valor de pico. (*CEB-fip, 2010*)

El empleo de fibras estructurales puede aumentar la anchura de las bielas de compresión, lo cual puede ser tenido en cuenta en los modelos de bielas y tirantes. Por consiguiente, la combinación de armadura convencional y fibras puede suponer una alternativa para reducir la cuantía de armadura convencional en regiones D donde se presente una alta densidad de armadura que dificulte el correcto hormigonado del elemento. (*EHE-08, 2008*)

## 3.2. Propiedades tecnológicas de los materiales.

### 3.2.1 Materiales

#### -Fibras. Definiciones.

Las fibras son elementos de corta longitud y pequeña sección que se incorporan a la masa del hormigón a fin de conferirle ciertas propiedades específicas.

De una manera general se pueden clasificar como fibras estructurales, aquellas que proporcionan una mayor energía de rotura al hormigón en masa (en el caso de las fibras estructurales, la contribución de las mismas puede ser considerada en el cálculo de la respuesta de la sección de hormigón), o como fibras no estructurales, a aquellas que sin considerar en el cálculo esta energía suponen una mejora ante determinadas propiedades como por ejemplo el control de la fisuración por retracción, incremento de la resistencia al fuego, abrasión, impacto y otros.

Las características geométricas de las fibras (Longitud ( $l_f$ ), Diámetro equivalente ( $d_f$ ), Esbeltez ( $l$ ), se establecerán de acuerdo con UNE 83500-1 y UNE 83500-2. Por otro lado, de acuerdo con su naturaleza las fibras se clasifican en:

- Fibras de acero.
- Fibras poliméricas.
- Otras fibras inorgánicas.

#### -Fibras de acero.

Estas fibras deberán ser conformes con UNE 83500-1 y, según el proceso de fabricación se clasifican en: trefiladas (Tipo I), cortadas en láminas (Tipo II), extraídas por rascado en caliente (virutas de acero) (Tipo III) u otras (por ejemplo, fibras de acero fundidas) (Tipo IV). La forma de la fibra tiene una incidencia importante en las características adherentes de la fibra con el hormigón y puede ser muy variada: rectas, onduladas, corrugadas, conformadas en extremos de distintas formas, etc.



*Figura 3-1. Aspecto de las fibras de acero.*

La longitud de la fibra ( $l_f$ ) se recomienda que sea, como mínimo, 2 veces el tamaño del árido mayor. Es usual el empleo de longitudes de 2,5 a 3 veces el tamaño máximo de árido. Además, el diámetro de la tubería de bombeo exige que la longitud de la fibra sea inferior a 2/3 del diámetro del tubo. Sin embargo, la longitud de la

fibra debe ser suficiente para dar una adherencia necesaria a la matriz y evitar arrancamientos con demasiada facilidad. En la Figura 3-1 se muestra el aspecto de las fibras de acero, tanto cortas como largas.

A igualdad de longitud, las fibras de pequeño diámetro aumentan el número de ellas por unidad de peso y hacen más denso el entramado o red de fibras. El espaciamiento entre fibras se reduce cuando la fibra es más fina, siendo más eficiente y permitiendo una mejor redistribución de la carga o de los esfuerzos.

#### -Fibras poliméricas.

Las fibras plásticas están formadas por un material polimérico (polipropileno, polietileno de alta densidad, aramida, alcohol de polivinilo, acrílico, nylon, poliéster) extrusionado y posteriormente cortado. Estas pueden ser adicionadas homogéneamente al hormigón, mortero o pasta. Se rigen por la norma UNE 83500-2 y, según el proceso de fabricación se clasifican en: monofilamentosextruidos (Tipo I), láminas fibriladas (Tipo II).

Sus dimensiones pueden ser variables al igual que su diámetro y su formato:

— Micro-fibras:  $< 0,30$  mm diámetro

— Macro-fibras:  $> 0,30$  mm diámetro

Las macro-fibras pueden colaborar estructuralmente, siendo su longitud variable (desde 20 mm a 60 mm), Las micro-fibras se emplean para reducir la fisuración por retracción plástica del hormigón, especialmente en pavimentos y soleras, pero no pueden asumir ninguna función estructural. También se utilizan para mejorar el comportamiento frente al fuego, siendo conveniente en este caso que el número de fibras por kg sea muy elevado. Además de por sus características físico-químicas, las micro-fibras se caracterizan por su frecuencia de fibra, que indica el número de fibras presentes en 1 kg, y que depende de la longitud de fibra y muy especialmente de su diámetro.

#### - Otras fibras inorgánicas (fibras de vidrio).

Las fibras de vidrio mejoran potencialmente las características mecánicas del hormigón, por lo que pueden ser estructurales. Este tipo de fibras podrán emplearse siempre que se garantice un comportamiento adecuado durante la vida útil del elemento estructural, en relación con los problemas potenciales de deterioro de este tipo de fibras como consecuencia de la alcalinidad del medio.

### 3.3. Hormigones reforzados con fibras. Leyes tensionales.

#### 3.3.1 Características mecánicas.

En sollicitaciones de compresión, el diagrama tensión-deformación del hormigón con fibras no se modifica respecto al del articulado de la EHE-08, ya que se puede considerar que la adición de las fibras no varía de forma significativa el comportamiento del hormigón en compresión.

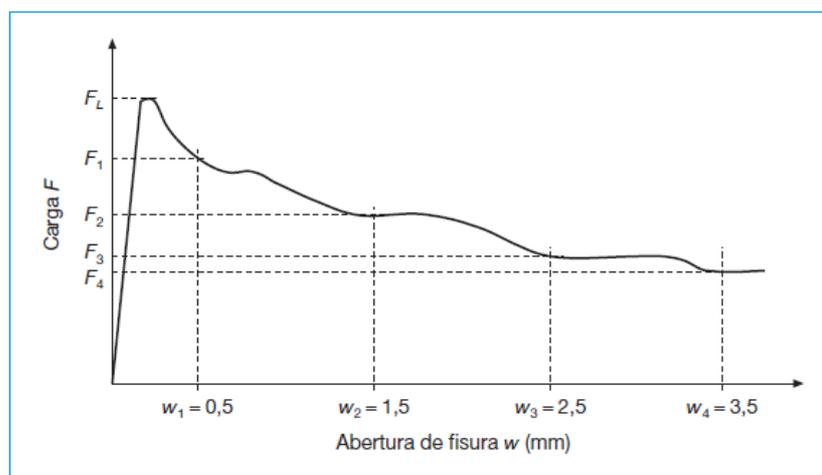


Figura 3-2. Diagrama tipo carga apertura de fisura.

Del ensayo propuesto en UNE-EN 14651 se obtiene el diagrama carga apertura de fisura del hormigón (Figura 3-2). A partir de los valores de carga correspondiente al límite de proporcionalidad ( $F_L$ ) y a las aberturas de fisura 0,5 mm y 2,5 mm ( $F_1$  y  $F_3$  respectivamente), se obtiene el valor de resistencia a flexotracción ( $f_{ct,fl}$ ) y los valores de resistencia residual a flexotracción correspondientes:  $f_{R,1}$  y  $f_{R,3}$ .

El cálculo de los valores de resistencia a flexotracción y de resistencia residual a flexotracción según la citada norma UNE-EN 14651 se realiza asumiendo una distribución elástico lineal de tensiones en la sección de rotura.

### 3.3.2 Valor mínimo de la resistencia.

Para que las fibras puedan ser consideradas con función estructural la resistencia característica residual a tracción por flexión  $f_{R,1,k}$  no será inferior al 40% del límite de proporcionalidad y  $f_{R,3,k}$  no será inferior al 20% del límite de proporcionalidad.

### 3.3.3 Resistencia de cálculo del hormigón.

Se considerará como resistencias residuales a flexotracción de cálculo del hormigón  $f_{R,1,d}$  y  $f_{R,3,d}$  el valor de la resistencia característica de proyecto  $f_{R,1,k}$  y  $f_{R,3,k}$  correspondiente, dividido por un coeficiente parcial de seguridad  $\gamma_c$ .

$$f_{R,1,d} = \frac{f_{R,1,k}}{\gamma_c}$$

$$f_{R,3,d} = \frac{f_{R,3,k}}{\gamma_c}$$

#### -Diagrama tensión – deformación en tracción de cálculo del hormigón con fibras.

Para el cálculo de secciones sometidas a sollicitaciones normales, en los Estados Límite Últimos se adoptará uno de los diagramas siguientes:

- Diagrama rectangular: De forma general se aplicará el diagrama de la Figura 3-3, caracterizado por la resistencia residual a tracción de cálculo  $f_{ctR,d}$ :

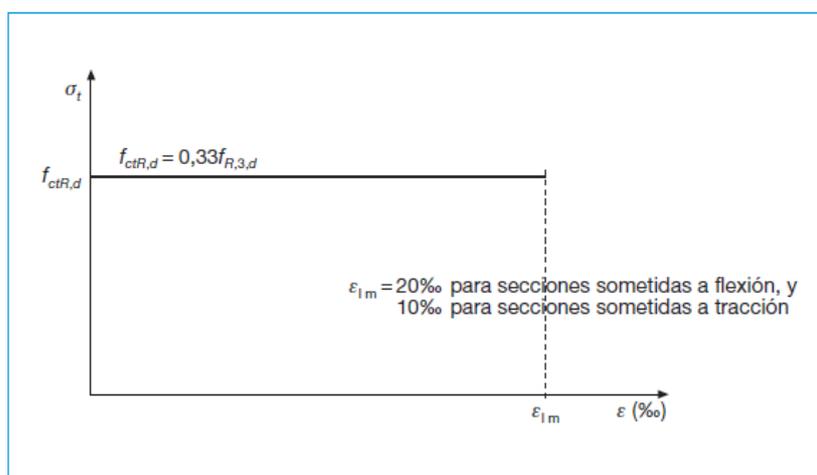


Figura 3-3. Diagrama rectangular según EHE-08.

- Diagrama multilínea: Para aplicaciones que exigen un cálculo ajustado, se propone el diagrama tensión ( $\sigma$ )- deformación ( $\epsilon$ ) de la Figura 3-4, definido por una resistencia a tracción de cálculo  $f_{ct,d}$  y de las resistencias residuales a tracción de cálculo:  $f_{R,1,d}$  y  $f_{R,3,d}$  asociadas a sendas deformaciones  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  en el régimen de post-pico.

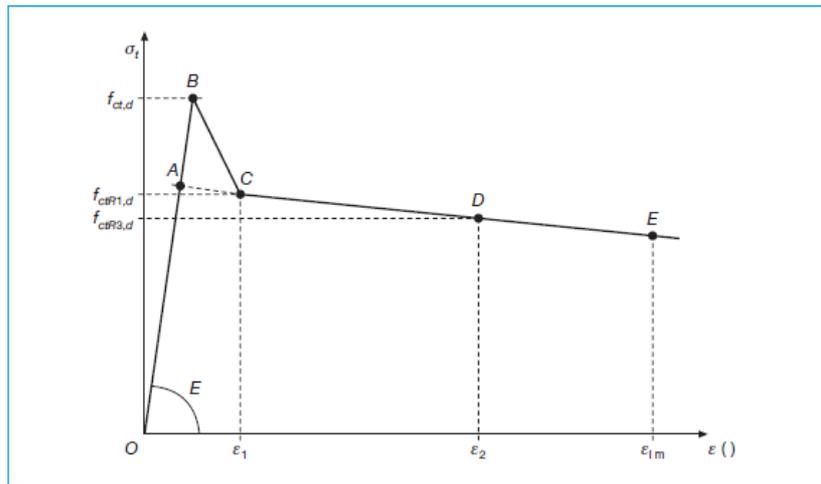


Figura 3-4. Diagrama multilínea según EHE-08.

Donde:

$f_l$  = Carga correspondiente al límite de proporcionalidad.

$$f_{ct,d} = 0,6 f_{ctfl,d}$$

$$f_{ctR1,d} = 0,45 f_{R,1,d}$$

$$f_{ctR3,d} = k_1 (0,5 f_{R,1,d} - 0,2 f_{R,1,d})$$

$k_1 = 1$  para secciones sometidas a flexión y  $0,7$  para secciones sometidas a tracción.

$$\varepsilon_1 = 0,1 + 1.000 f_{ct,d} / E_{c,0}$$

$$\varepsilon_2 = 2,5 / l_{cs}$$

$\varepsilon_{lim} = 20\%$  para secciones sometidas a flexión y  $10\%$  para secciones sometidas a tracción.

$l_{cs}$  = Longitud crítica (en metros) del elemento calculado que puede determinarse por la expresión

### 3.3.4 Cálculos relativos a los estados límite últimos.

-Dominios de deformación.

Se consideran los mismos que para una estructura con hormigón convencional.

## 4 TRABAJO EXPERIMENTAL. FABRICACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL UHPC.

### 4.1. Dosificación.

El hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras de acero desarrollado en el presente trabajo de investigación presenta los siguientes compuestos:

- Cemento.
- Humo de sílice.
- Escoria de alto horno.
- Filler.
- Arena fina.
- Superplastificante.
- Agua.
- Fibras de acero cortas.
- Fibras de acero largas.

Durante la campaña experimental se han desarrollado, con los materiales nombrados anteriormente, dos hormigones de ultra-alta resistencia, uno reforzado con fibras y otro sin refuerzo. El enfoque de tal intención es conseguir poner de manifiesto, gracias a los futuros ensayos, la mejora en las características mecánicas tanto a compresión como a tracción que las fibras aportan al material.

El objetivo de este trabajo, por lo tanto, no es optimizar para una resistencia dada, la dosificación a emplear, por lo que se ha empleado una dosificación ya puesta en práctica por otro equipo de investigación y que presenta buenos resultados. La dosificación empleada ha sido realizada por el co-tutor del presente trabajo José David Ríos, el cual en la actualidad se encuentra realizando su tesis sobre la resistencia a fatiga de hormigones de ultra-alta resistencia.

*Tabla 4-1. Dosificación del hormigón UHPC/UHPFRC*

Componentes	UHPC[kg/m <sup>3</sup> ]	UHPFRC[kg/m <sup>3</sup> ]
Cemento	544	544
Humo de sílice	214	214
Escoria de alto horno	312	312
Arena gruesa	470	470
Arena fina	470	470
Agua	188	188
Superplastificante	42	42
Fibras de acero cortas	-	98
Fibras de acero largas	-	98

Como puede observarse en la Tabla 4-1, debido a las grandes características mecánicas del hormigón realizado, se prevé que será necesario una dosificación de fibras de acero superior a las recomendaciones de la normativa EHE-08, la cual no contempla hormigones de ultra-alta resistencia.

## 4.2. Fabricación del hormigón.

Una vez obtenida la dosificación y preparado cada una de las cantidades de los componentes del hormigón, a continuación, se realiza el mezclado de los diferentes componentes.

A continuación, se adjunta imágenes de todos los materiales en el proceso previo al mezclado.



*Figura 4-1. Fabricación del hormigón. Material: Cemento.*



*Figura 4-2. Fabricación del hormigón. Material: Humo de sílice.*



*Figura 4-3. Fabricación del hormigón. Material: Escoria de alto horno.*



*Figura 4-4. Fabricación del hormigón. Material: Árido fino.*



*Figura 4-5. Fabricación del hormigón. Material: Filler.*



*Figura 4-6 Fabricación del hormigón. Material: Superplastificante.*



*Figura 4-7. Fabricación del hormigón. Material: Fibras de acero cortas.*



*Figura 4-8. Fabricación del hormigón. Material: Fibras de acero largas.*

Primero se mezclaron la arena fina junto al filler, el tiempo suficiente para que la mezcla presentase un aspecto homogéneo.

El siguiente paso fue el mezclado de la arena junto con el humo de sílice por aproximadamente 5 minutos. El siguiente paso consistió en la mezcla del cemento y de la escoria de alto horno durante otros 5 minutos en seco.

El siguiente paso consiste en la aplicación del agua y del superplastificante junto con la mezcla, en cuestiones de minutos, la mezcla ya presentaba una fluidez admisible para su amasado. El último paso y solo para las probetas reforzadas con fibras de acero, es la mezcla de las fibras de acero con la mezcla, y así conferir a estas futuras probetas unas características a tracción remarcables.

Una vez finalizado el proceso de mezclado, se rellenan los moldes de las probetas. Al siguiente día se procedió al desmoldeo y a su inclusión en el baño térmico.

Para el proceso de curado de las probetas se han dispuesto en un baño térmico a 60°C de temperatura. Numerosos equipos de investigación avalan que la aplicación de temperatura durante el curado del hormigón conduce a un significativo aumento de las características mecánicas del hormigón (*Graybeal, 2007*).



*Figura 4-9. Reportaje fotográfico. Baño térmico.*

El tiempo de curado del hormigón ha sido de 28 días en el interior del baño térmico, tras este tiempo se han sacado las ocho probetas fabricadas y se han intentado ensayar con la mayor antelación posible, siempre sujetos a la disponibilidad tanto de técnicos como de las máquinas de ensayo.

### **4.3. Ensayos realizados sobre las probetas UHPC.**

Con el fin de cuantificar las propiedades mecánicas del hormigón fabricado en nuestro laboratorio, se ha procedido a la realización de dos ensayos internacionalmente reconocidos.

- Ensayos de flexión sobre tres puntos en probetas prismáticas entalladas.
- Ensayo a compresión simple.

### 4.3.1 Ensayos de flexión sobre tres puntos en probetas prismáticas entalladas.

El ensayo de flexión sobre tres puntos consiste en la colocación de la probeta prismática apoyada sobre dos puntos. La carga se aplica sobre la sección central de la probeta, la cual se encuentra entallada con una longitud de entalla de un 1/6 de la altura (ancho) de la probeta de acuerdo a la norma UNE-EN 14651.

Para recoger la evolución del comportamiento de la probeta frente al incremento de la carga, se ha instrumentado la medida de los desplazamientos. La primera de ellas es la abertura de fisura de la sección central, para lo que se ha dispuesto un medidor del CMOD entre dos placas de acero adheridas a las superficies contiguas a la entalla. La segunda de ellas ha sido la colocación de un LDTV con el que se mide el desplazamiento vertical de la probeta.

En relación al CMOD tanto el procedimiento como las ecuaciones se encuentran detalladas en la norma UNE-EN 14651.



Figura 4-10. Reportaje fotográfico. Ensayo a flexión en tres puntos sobre probetas prismáticas.

A través de este método se puede determinar:

Resistencia residual a la tracción por flexión: Se representa con  $f_{Rj}$  y se calcula según la siguiente ecuación.

$$f_{Rj} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2}$$

Donde:

$f_{Rj}$ [MPa]: Resistencia residual a la tracción por flexión correspondiente a  $CMOD = CMOD_j$

$F_j$ [N]: Es la carga correspondiente a  $CMOD = CMOD_j$

$l$ [mm]: Es la longitud del vano

$b$ [mm]: Es el ancho del espécimen

$h_{sp}$ [mm]: Es la distancia entre el final de la entalla y la parte superior del espécimen.

Las dimensiones de las probetas son:

- Longitud de la probeta: 440 mm
- Longitud entre apoyos,  $l(\text{mm})= 400$
- Ancho,  $b(\text{mm})= 100$
- Altura en la sección central,  $h_{sp}(\text{mm})=83.33$  mm

El programa empleado permite controlar la velocidad con la que baja el cilindro hidráulico que aplica la carga. Se han marcado dos velocidades; una velocidad de 0,02 mm/min para el primer tramo y una velocidad de 0,1 mm/min cuando el medidor del CMOD parase de obtener resultados.

En la Figura 4-10, puede observarse los útiles, los elementos de medición y el equipo de ensayo.

#### **4.3.2 Ensayos a compresión simple.**

El ensayo a compresión simple consiste en la aplicación de una carga de compresión sobre una probeta cuadrada de hormigón a una velocidad normalizada, con el objetivo de determinar su resistencia a compresión.

Para ello se emplean probetas cuadradas de lado 100 mm, estas probetas han sido obtenidas directamente cortando las probetas ensayadas a flexión. Para uniformizar las superficies se han colocado dos platos, uno rectangular en la superficie inferior para proteger a la máquina del contacto con la muestra, y otro circular en la superficie superior.

En la Figura 4-29 se puede observar los útiles, los elementos de medición y el equipo de ensayo.

### **4.4. Resultados de la campaña experimental.**

En total se ha hormigonado ocho probetas, cuatro probetas de UHPFRC y otras cuatro probetas de UHPC. La dosificación de los materiales empleados para cada uno de los hormigones se ha detallado en la Tabla 4-1.

Como se ha comentado previamente, el objetivo a parte desarrollar un hormigón de ultra-alta resistencia con sus mejores características mencionadas en el capítulo 2 del presente trabajo, es poner de manifiesto la mejora en las características mecánicas que las fibras aportan al hormigón, por ello se ha decidido fabricar dos hormigones de ultra-resistencia, sin fibras y con fibras.

Puntualizar que la probeta 1 de UHPC, sufrió un incidente tras su colocación para ser ensayada a flexión en tres puntos, con el desafortunado desenlace de su rotura, por lo que no se pudieron obtener resultados.

A continuación, se muestran los resultados de la campaña experimental.

**UHPFRC1-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 24/07/2017

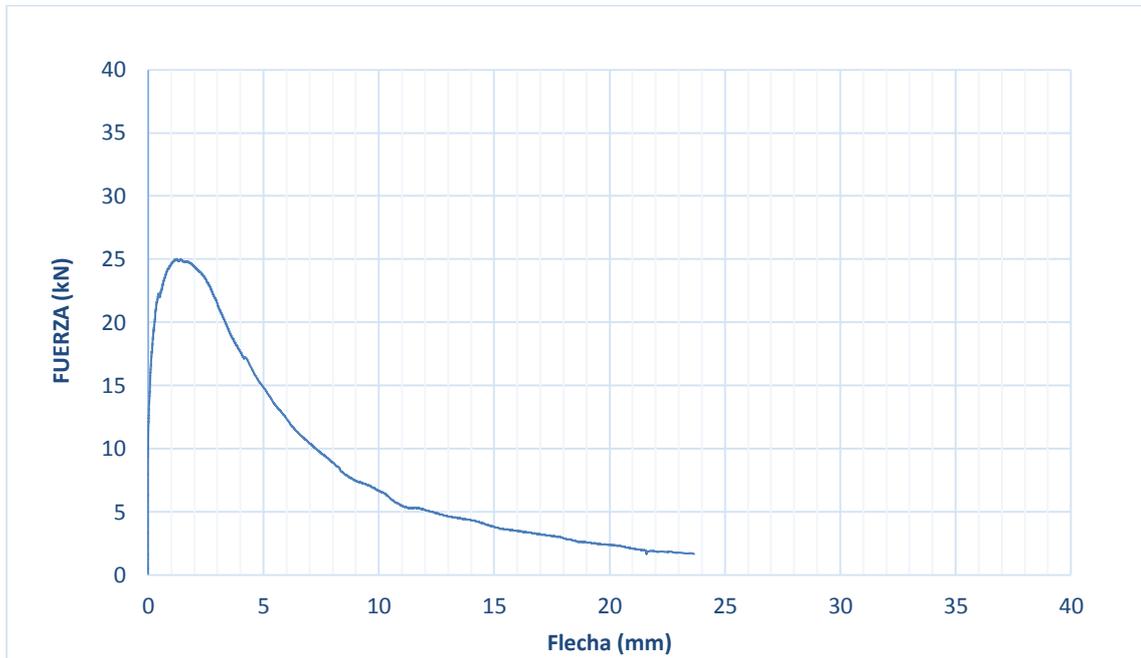
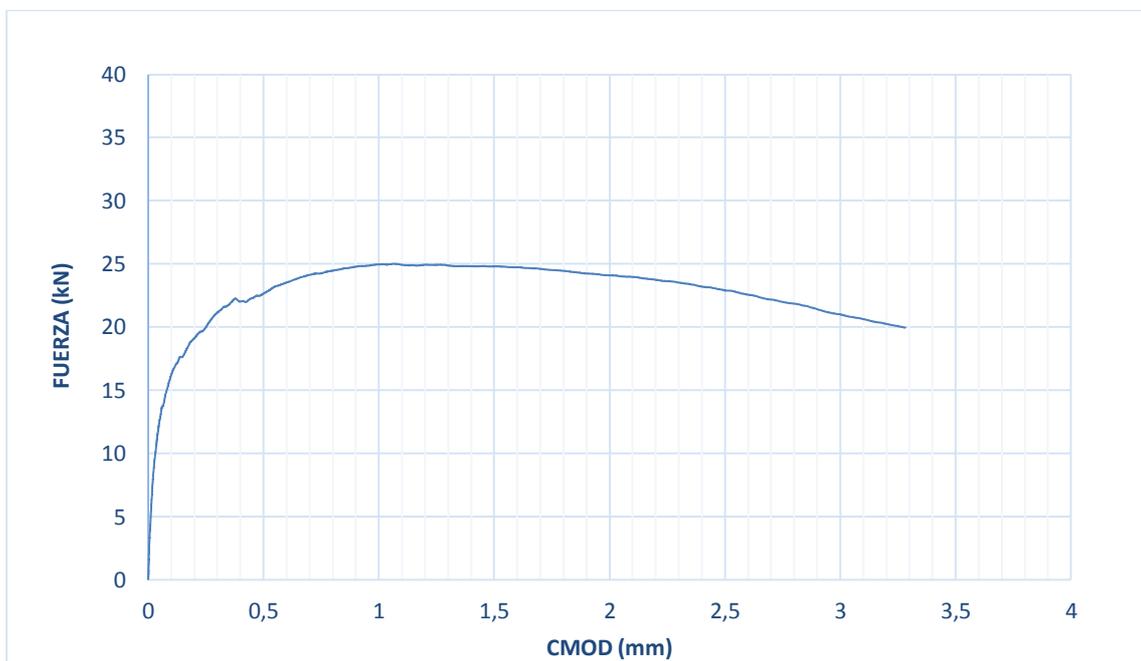
Figura 4-11. Gráfica F- $\delta$ . UHPFRC1

Figura 4-12. Gráfica F-CMOD. UHPFRC1

f<sub>R1</sub> [MPa]=19,6f<sub>R2</sub> [MPa]=21,4f<sub>R3</sub> [MPa]=19,8f<sub>max</sub> [MPa]=21,

**UHPFRC2-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 24/07/2017

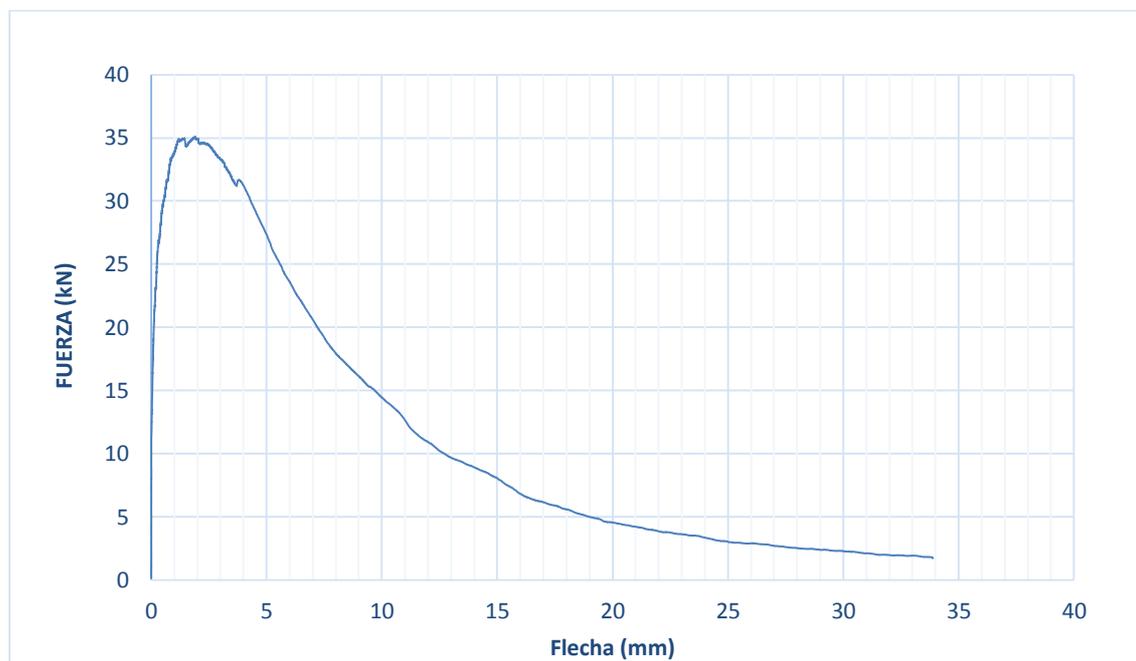
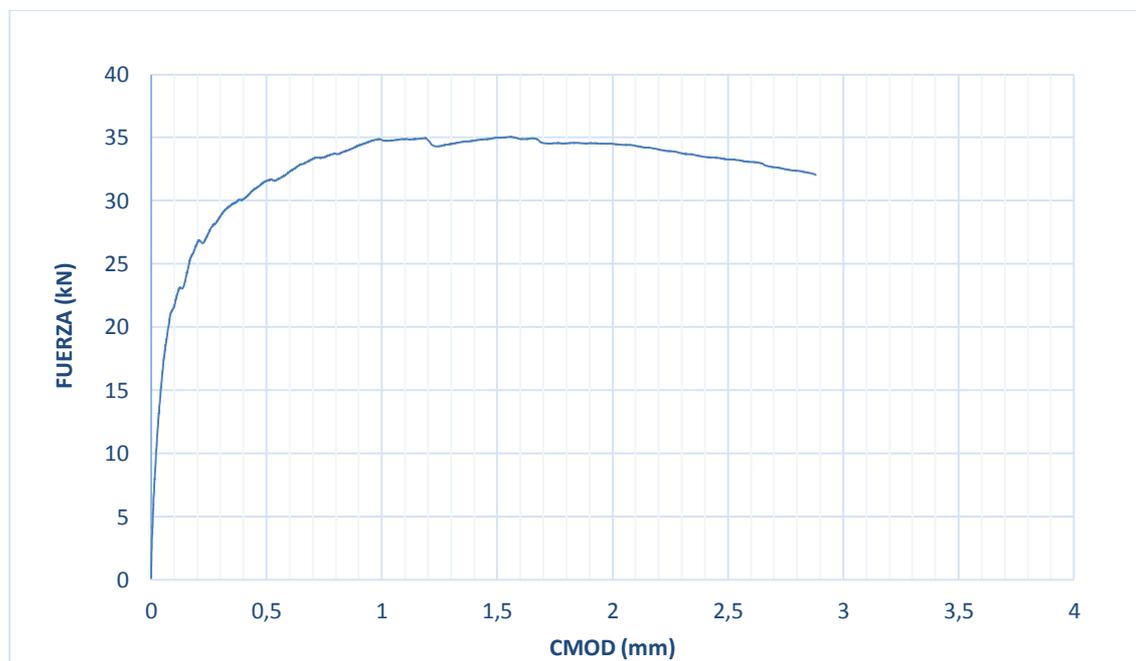
Figura 4-13. Gráfica F- $\delta$ . UHPFRC2

Figura 4-14. Gráfica F-CMOD. UHPFRC1

$f_{R1}$  [MPa]=27,2  
 $f_{R2}$  [MPa]=30,3  
 $f_{R3}$  [MPa]=28,8  
 $f_{max}$  [MPa]=30,4

**UHPFRC3-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 24/07/2017

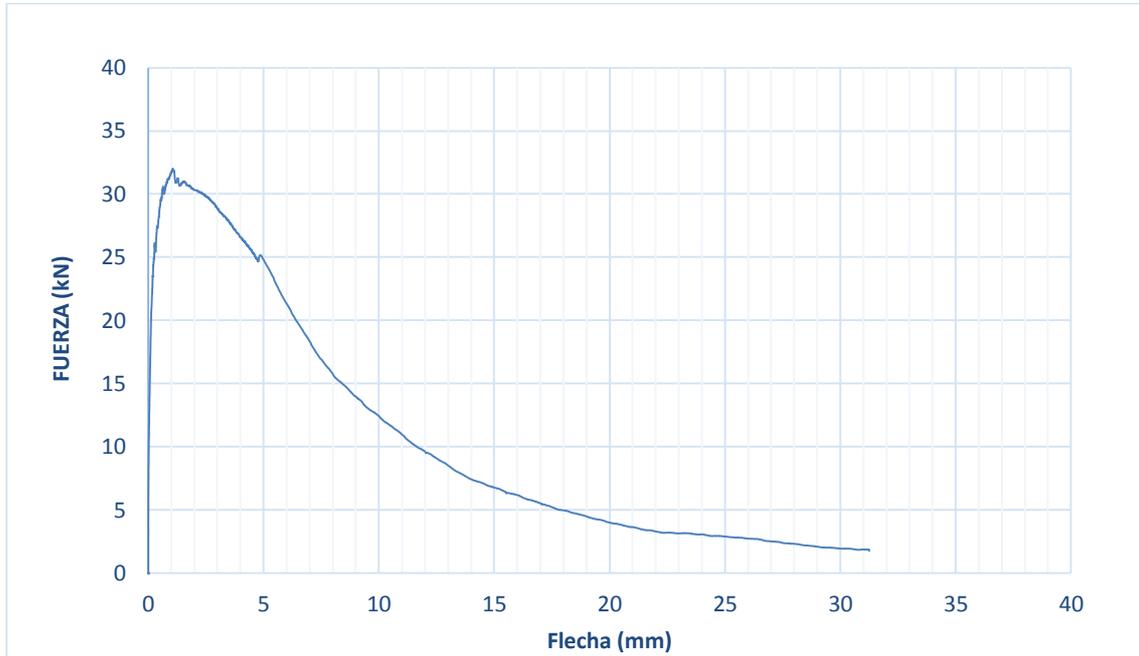
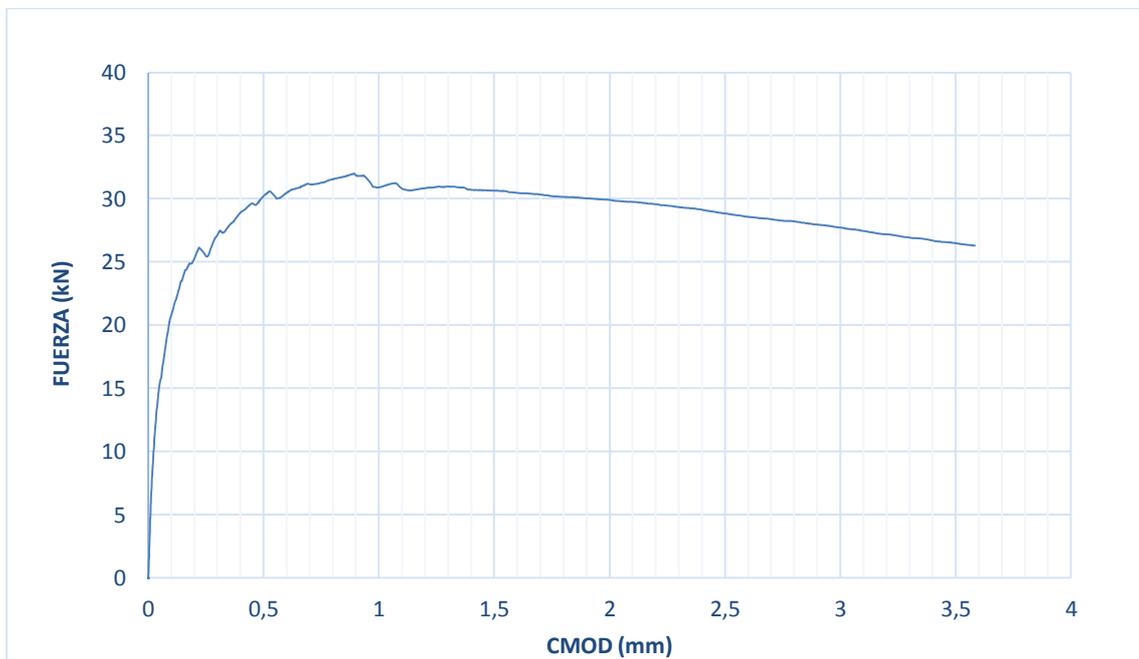
Figura 4-15. Gráfica F- $\delta$ . UHPFRC3.

Figura 4-16. Gráfica F-CMOD. UHPFRC3.

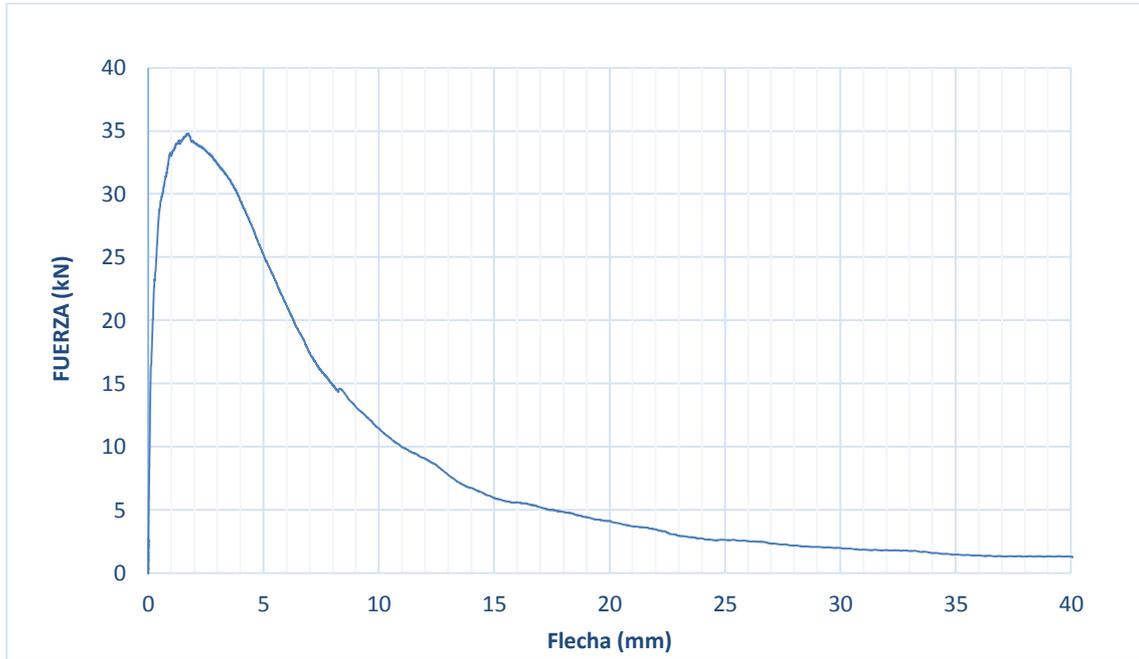
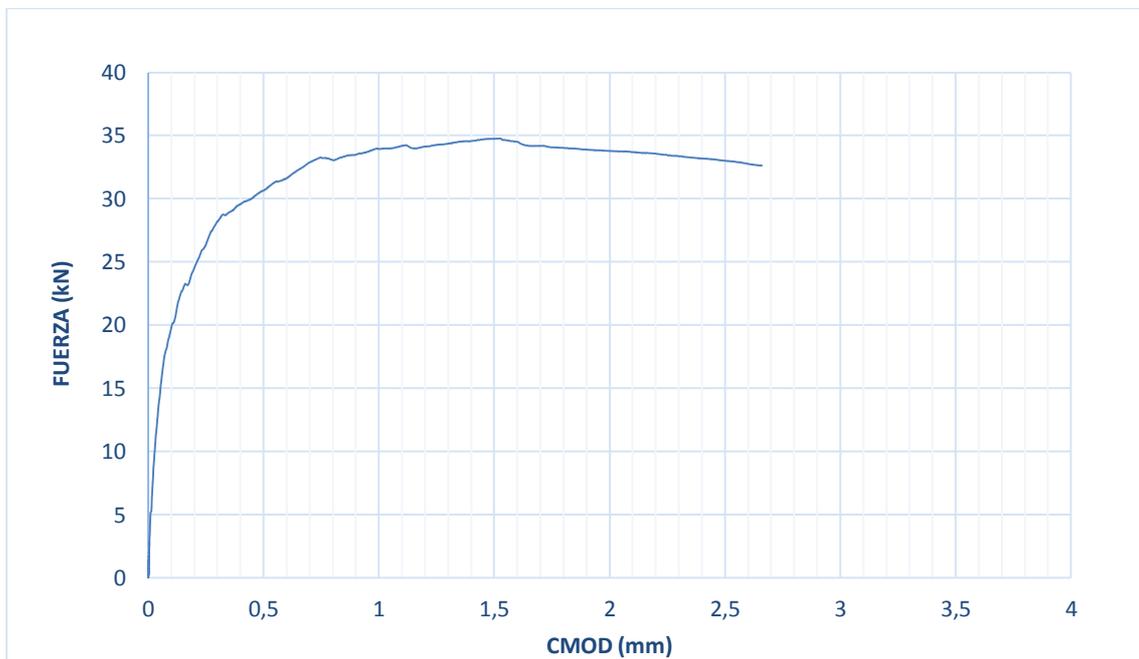
$f_{R1}$  [MPa]=26,1  
 $f_{R2}$  [MPa]=26,5  
 $f_{R3}$  [MPa]=24,9  
 $f_{max}$  [MPa]=27,6

**UHPFRC4-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 25/07/2017

*Figura 4-17. Gráfica F- $\delta$ . UHPFRC4.**Figura 4-18. Gráfica F-CMOD. UHPFRC4.*

$f_{R1}$  [MPa]=26,5  
 $f_{R2}$  [MPa]=30,0  
 $f_{R3}$  [MPa]=28,5  
 $f_{max}$  [MPa]=30,1

**UHPC2-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017

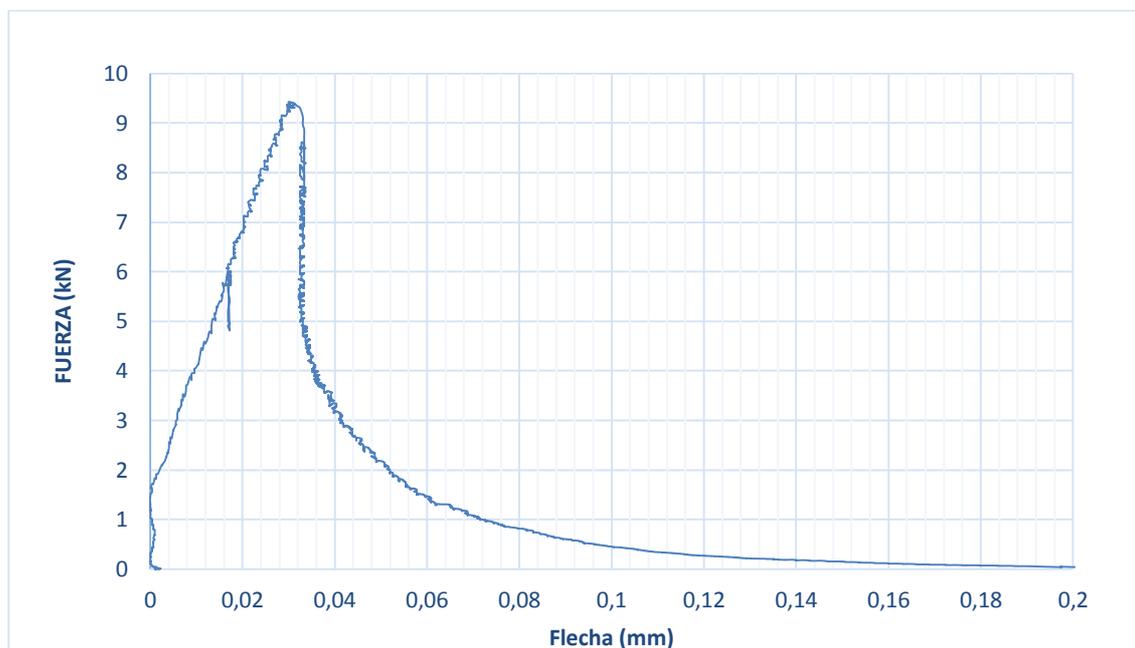
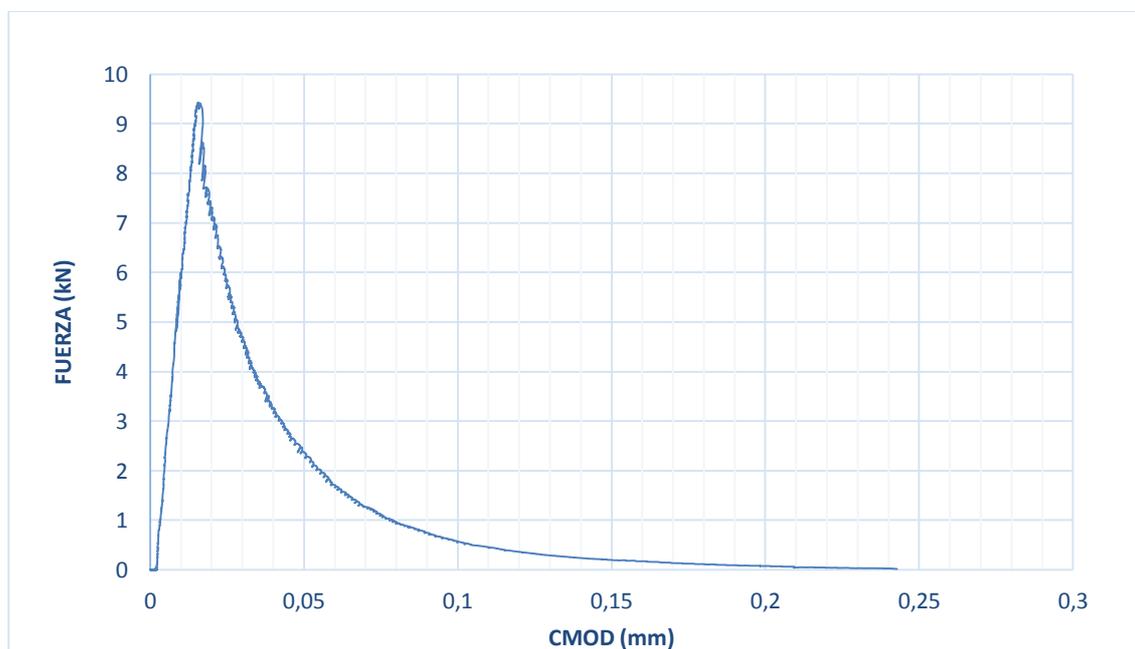
Figura 4-19. Gráfica F- $\delta$ . UHPC2.

Figura 4-20. Gráfica F-CMOD. UHPFRC4.

 $f_{\max} [\text{MPa}] = 8,0$

**UHPC3-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017

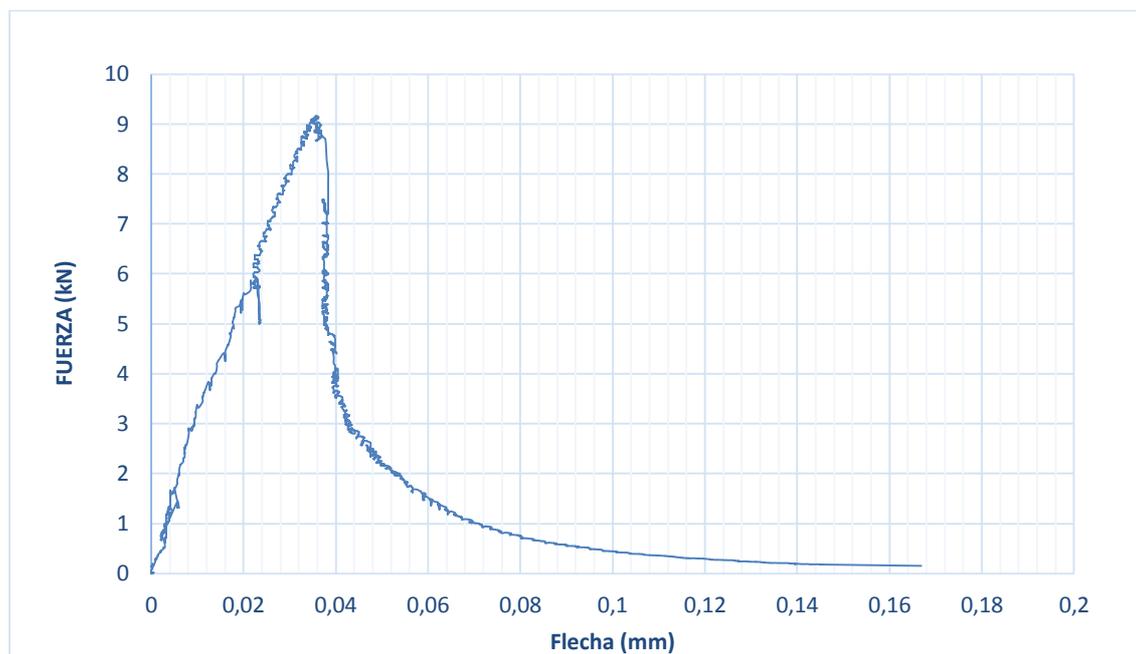
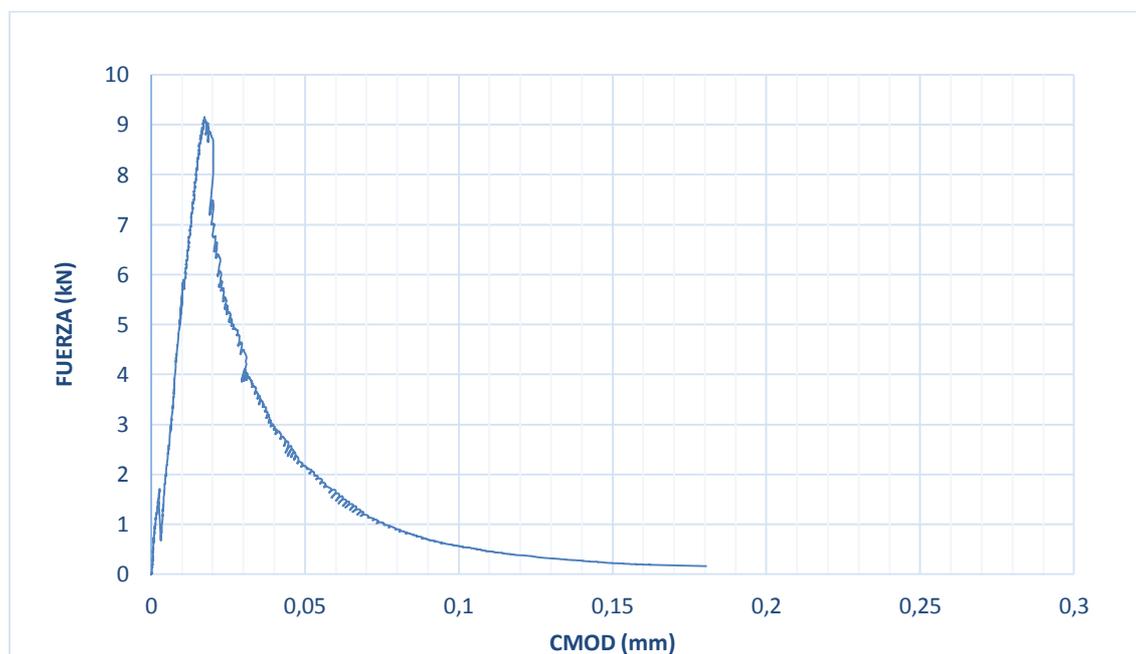
Figura 4-21. Gráfica F- $\delta$ . UHPC3.

Figura 4-22. Gráfica F-CMOD. UHPC3.

 $f_{\max} [\text{MPa}] = 7,9$

**UHPC4-Flexión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017

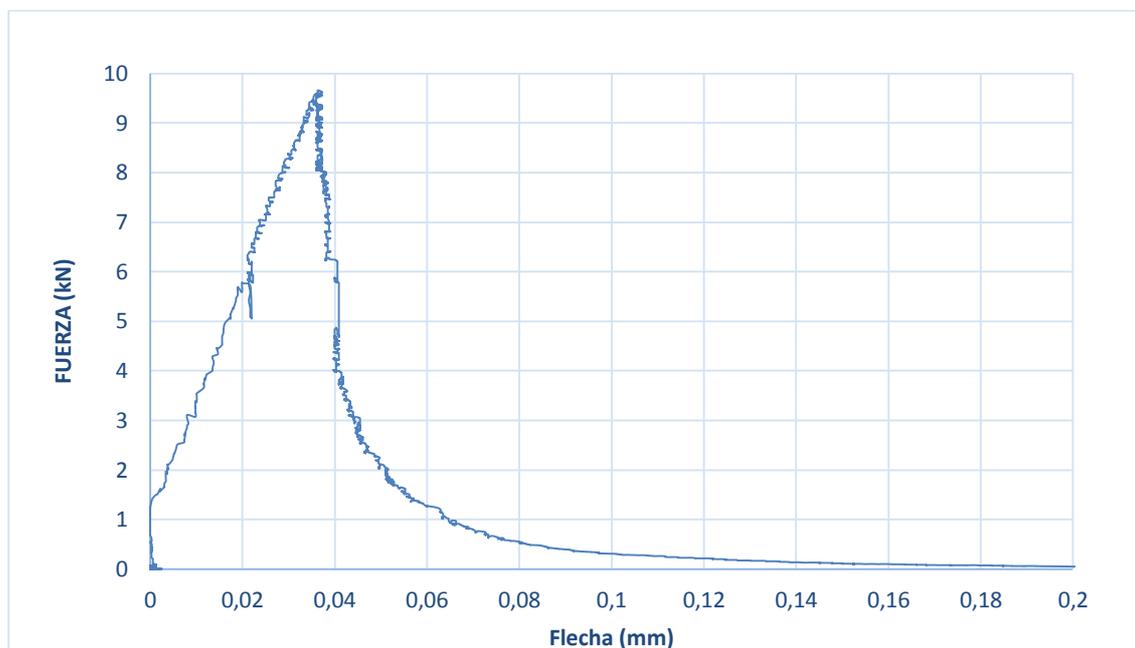
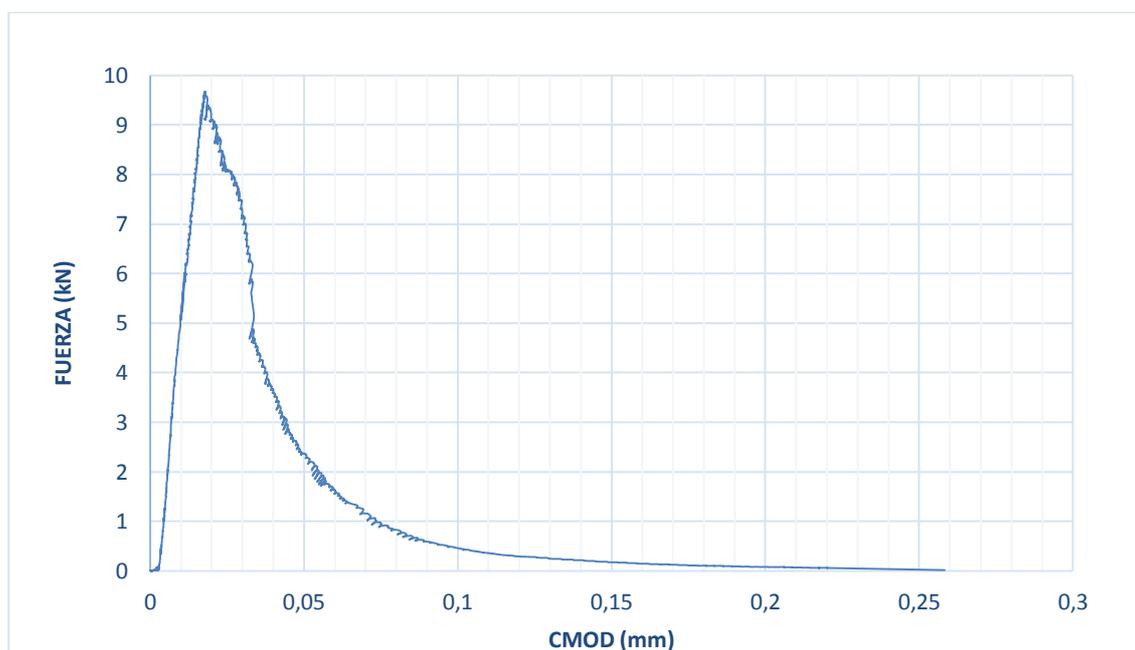
*Figura 4-23. Gráfica F- $\delta$ . UHPC4.**Figura 4-24. Gráfica F-CMOD. UHPC3.* $f_{\max} [\text{MPa}] = 8,3$



Figura 4-25. Reportaje fotográfico. UHPFRC1-Flexión.



Figura 4-26. Reportaje fotográfico. UHPFRC2-Flexión.



Figura 4-27. Reportaje fotográfico. UHPFRC3-Flexión.



Figura 4-28. Reportaje fotográfico. UHPFRC4-Flexión.

**UHPFRC1-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-29. Reportaje fotográfico. UHPFRC1-Compresión.*

$f_c$  [MPa]= 149,92

**UHPFRC2-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-30. Reportaje fotográfico. UHPFRC2-Compresión.*

$f_c$  [MPa]= 137,63

**UHPFRC3-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-31. Reportaje fotográfico. UHPFRC3-Compresión.*

 $f_c$  [MPa]= 138,99**UHPFRC4-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-32. Reportaje fotográfico. UHPFRC4-Compresión.*

 $f_c$  [MPa]= 152,54

**UHPC1-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-33. Reportaje fotográfico. UHPC1-Compresión.*

$f_c$  [MPa]= 112,74

**UHPC2-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-34. Reportaje fotográfico. UHPC2-Compresión.*

$f_c$  [MPa]= 120,87

**UHPC3-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-35. Reportaje fotográfico. UHPC3-Compresión.*

 $f_c$  [MPa]= 117,83**UHPC4-Compresión.**

Fecha de hormigonado: 18/04/2017

Fecha estimada del ensayo: 17/05/2017

Fecha real del ensayo: 23/05/2017



*Figura 4-36. Reportaje fotográfico. UHPC4-Compresión.*

 $f_c$  [MPa]= 137,63

#### 4.4.1 Resumen de resultados.

Tabla 4-2. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas.

	$f_{R,1}$ [MPa]	$f_{R,2}$ [MPa]	$f_{R,3}$ [MPa]	$f_{max}$ [MPa]
UHPC1	-	-	-	-
UHPC2	-	-	-	8,0
UHPC3	-	-	-	7,9
UHPC4	-	-	-	8,3
UHPFRC1	19,6	21,4	19,8	21,6
UHPFRC2	27,2	30,3	28,8	30,4
UHPFRC3	26,1	26,5	24,9	27,6
UHPFRC4	26,5	30,0	28,5	30,1
Media	-	-	-	8,1
[Mpa]	24,9	27,0	25,5	27,4
Desviación	-	-	-	2,2
típica (%)	12,4	13,2	14,3	12,8

Tabla 4-3. Resultados experimentales del ensayo a compresión en probetas cúbicas.

	l(mm)	$F_{max}$ [kN]	$f_c$ [MPa]
UHPC1	100	1127,4	112,74
UHPC2	100	1208,7	120,87
UHPC3	100	1178,3	117,83
UHPC4	100	1234,6	123,46
UHPFRC1	100	1499,2	149,92
UHPFRC2	100	1376,3	137,63
UHPFRC3	100	1389,9	138,99
UHPFRC4	100	1525,4	152,54
Media	-	1187,3	118,7
[Mpa]	-	1447,7	144,8
Desviación	-	3,4	3,4
típica (%)	-	4,5	4,5

#### 4.4.2 Comentarios.

Como se puede comprobar en las Tablas 4-2 y 4-3, los valores de resistencia que proporcionan el hormigón de ultra-alta resistencia son muy superiores al de los hormigones tradicionalmente utilizados en el sector.

Para remarcar alguna deficiencia en el uso de las fibras, es la gran dispersión de resultados que se obtienen. Por ejemplo, el UHPFRC1 presenta un valor de la resistencia residual a la tracción por flexión drásticamente inferior al que presentan las otras probetas con fibras. Evaluando la superficie de rotura de la probeta en cuestión, ha sido posible apreciar cualitativamente, que existe una carencia de fibras especialmente en la zona de la probeta traccionada. Las consecuencias del efecto azaroso de la colocación de las fibras pueden ser devastadoras si no se tienen un control preciso en el vertido de éstas durante el hormigonado.

# 5 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO DE ELEMENTOS FLECTADOS DE HORMIGÓN ARMADO Y PRETENSADO REFORZADOS CON FIBRAS.

El propósito del cálculo consiste en relacionar tres tipos de hormigones reforzados con fibras distintos: Un hormigón de resistencia convencional, un hormigón de alta resistencia y un hormigón de ultra-alta resistencia. De cada uno de ellos se precisa de la suficiente información para caracterizar cuantitativamente su comportamiento tanto a compresión como a tracción.

Así pues, para cada uno de los hormigones mencionados se estudiará la influencia del refuerzo con fibras de acero en su comportamiento tanto como hormigón armado y como hormigón pretensado.

## 5.1. Caracterización de los hormigones.

### 5.1.1 Hormigón de resistencia convencional.

El hormigón convencional empleado en el análisis ha sido obtenido de un artículo de investigación realizado por la Universidad de Castilla-La Mancha y la Universidad de Sevilla. Se trata de una campaña experimental para evaluar el efecto del contenido de fibras en hormigones autocompactante reforzado con fibras de acero sometidos a ciclos de fatiga a compresión (*Elisa Poveda, 2017*).

Se encuentra razonable emplear este hormigón por una serie de motivos: Para realizar la comparación entre los distintos tipos de hormigones, un hormigón que presenta una resistencia tan baja como este lo es, puede ofrecer una información bastante útil cuando se relaciona con otro de mayor resistencia. Por otro lado, se dispone de una amplia gama de distintas dosificaciones de fibras, la cual enriquece la profundidad y alcance del trabajo.

El número de especímenes distintos que cumplen con la categoría de hormigón convencional, son cuatro. El primero de ellos H00, se trata del hormigón sin ningún aporte de fibras. Los tres especímenes siguientes son hormigones a los cuales se les ha ido variando la cuantía de fibras. Siendo el H15, H30 y H60 los hormigones cuyas cuantías de fibras en kg/m<sup>3</sup> son respectivamente 15, 30 y 60.

Como puede observarse en la Tabla 5-2 y la Tabla 5-3, el aumento de la resistencia a tracción por flexión que se produce al incorporar las fibras en el hormigón, es más que apreciable. Para el caso del H15 y H60 con respecto al H00, se produce un incremento de la resistencia de 119% y 157% respectivamente.

Un aspecto a resaltar de estos elementos es que, la resistencia a tracción por flexión apenas sufre cambios a medida que aumentamos la cuantía de fibras. En valores medios, la ganancia de resistencia a tracción por flexión para el caso del H60 con respecto del H15 es del 17.4% teniendo en cuenta que la cantidad de fibras proporcionadas para el H60 es cuatro veces mayor que para el H15, podríamos llegar a intuir, que la resistencia a tracción por flexión depende con una magnitud mayor a la prevista de otros factores ajenos a las fibras, como es la dosificación y el tipo de materiales empleados para conformar la matriz.

A continuación, se muestran tablas con las características que definen los diferentes especímenes nombrados anteriormente:

Tabla 5-1. Dosificación de la matriz de hormigón.

Componentes	H00[kg/m <sup>3</sup> ]	H15[kg/m <sup>3</sup> ]	H30[kg/m <sup>3</sup> ]	H60[kg/m <sup>3</sup> ]
Cemento	360	360	360	360
Árido grueso 0/6	530	530	530	530
Árido natural rodado 0/2	200	200	200	200
Árido calizo 0/2	975	975	975	975
Superplastificante	6.4	6.4	6.4	6.4
Agua	222	222	222	222
Fibras de acero	-	15	30	60

Tabla 5-2. Propiedades mecánicas.

	Ec [GPa]	fc [MPa]	v	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]	SF [kg/m <sup>3</sup> ]
H00	18,5(0,2)	31,6(2)	0,17(0,01)	2310(30)	0
H15	19,4(0,2)	32,5(2)	0,17(0,01)	2310(10)	15
H30	18,5(0,2)	30,7(2)	0,18(0,01)	2280(20)	30
H60	19,0(0,2)	30,3(2)	0,18(0,01)	2280(10)	60

Tabla 5-3. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).

	f <sub>t,fl</sub> [MPa]	f <sub>r1</sub> [MPa]	f <sub>r2</sub> [MPa]	f <sub>r3</sub> [MPa]	f <sub>r4</sub> [MPa]
H15	4,6(0,2)	1,7(0,2)	1,7(0,7)	1,7(0,7)	1,5(0,6)
H30	4,8(0,2)	3,9(0,2)	3,9(0,4)	3,6(0,4)	3,1(0,3)
H45	4,7(0,2)	4,0(0,2)	4,2(0,4)	3,8(0,5)	3,5(0,3)
H60	5,4(0,4)	5,2(0,2)	5,2(0,5)	4,8(0,5)	4,1(0,6)

Tabla 5-4. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).

	b [mm]	h <sub>sp</sub> [mm]	l [mm]	F [N]	f <sub>t,fl</sub> [MPa]
H00-T1	100	83,3	400	2503	2,2
H00-T2	100	83,3	400	2380	2,1
H00-T3	100	83,3	400	2388	2,1
H00-T4	100	83,3	400	2373	2,1
Media [Mpa]					2,1
Desviación típica (%)					2,2

En la tabla 5-3 se señala la resistencia a la tracción por flexión y la resistencia residual a la tracción por flexión para cada una de las siguientes aberturas de la fisura  $CMOD1=0,5$   $CMOD2=1,5$   $CMOD3=2,5$   $CMOD4=3,5$ . A su vez en la tabla 5-4, se ha obtenido la carga máxima a flexión en tres puntos, de cuatro muestras del tipo H00, para así obtener su resistencia a tracción por flexión.

### 5.1.2 Hormigón de alta resistencia.

El hormigón de alta resistencia empleado en el análisis ha sido obtenido de la tesis de Adris Mohamed Abd Elazim Mohamed realizado en la Universidad de Castilla-La Mancha. Se trata del estudio del efecto de la aplicación de la carga en el comportamiento a fractura del hormigón reforzado con fibras de acero. (*Adris Mohamed, 2013*)

Como se puede apreciar en las Tabla 5-5 y la Tabla 5-6, que exponen las características mecánicas del hormigón de alta resistencia, podemos apreciar un aumento considerable de la resistencia a compresión, el módulo de Young, la resistencia a tracción por flexión y la resistencia residual a tracción por flexión. El documento no refleja la dosificación de los componentes para obtener el hormigón PCDR12. Por otro lado, no se ha ensayado ni fabricado el hormigón PCDR12 sin fibras. Por lo que, se asumirán las siguientes hipótesis:

- La resistencia a compresión del PCDR12b con fibras es la obtenida del ensayo de compresión, y se tomará la misma resistencia a compresión para el caso del hormigón virtual PCDR12a (sin fibras).
- La resistencia a tracción por flexión se tomará según la expresión de la EHE-08.

$$f_t = 0.21(f_c)^{2/3}$$

$$f_{t,fl} = f_t \frac{1 + 1.5\left(\frac{h}{100}\right)^{0.7}}{1.5\left(\frac{h}{100}\right)^{0.7}}$$

Siendo:

$f_c$  [Mpa]: La resistencia a compresión

$f_t$  [Mpa]: La resistencia a tracción.

$f_{t,fl}$  [Mpa]: La resistencia a tracción por flexión.

$h$  [mm]: El canto de la pieza

A continuación, se muestran tablas con las características que definen los diferentes especímenes nombrados anteriormente:

Tabla 5-5. Propiedades mecánicas (Desviación típica entre paréntesis)..

	$E_c$ [GPa]	$f_c$ [MPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	SF [kg/m <sup>3</sup> ]
PCDR12	35,1 (1)	92,1 (5)	0,181 (0,015)	2438 (17)	64,5

Tabla 5-6. Resultados experimentales del ensayo a flexión en tres puntos en probetas prismáticas (Desviación típica entre paréntesis).

	$f_t$ [MPa]	$f_{r1}$ [MPa]	$f_{r2}$ [MPa]	$f_{r3}$ [MPa]	$f_{r4}$ [MPa]
PCDR12a	7,1	-	-	-	-
PCDR12b	17,1 (3,8)	14,4 (3,1)	15,8 (3,3)	14,9 (3,5)	13,6 (3,2)

### 5.1.3 Hormigón de ultra-alta resistencia.

El hormigón de ultra-alta resistencia empleado para el trabajo numérico es el desarrollado en la campaña experimental. Este hormigón ha sido caracterizado en el capítulo 4 del presente trabajo.

### 5.1.4 Resumen de características de los hormigones empleados.

A continuación, se muestra en la Tabla 5-7, el resumen de las principales propiedades mecánicas que se emplearan para el estudio experimental de los elementos flectados.

Tabla 5-7. Resumen de propiedades mecánicas de los hormigones empleados

Hormigones empleados		Adición de fibras (kg/m <sup>3</sup> )	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>t,fl</sub> (MPa)	f <sub>R1k</sub> (MPa)	f <sub>R3k</sub> (MPa)
Hormigón de resistencia convencional	H00	×	31,6 (6,3)	2,1 (2,2)	-	-
	H15	15	31,6 (6,3)	4,6 (4,3)	1,7 (12)	1,7 (4,1)
	H30	30	32,5 (6,2)	4,8 (4,2)	3,9 (5,2)	3,6 (11,1)
	H60	60	30,3 (6,6)	5,4 (7,4)	5,2 (3,8)	4,8 (10,4)
Hormigón de alta resistencia	PCDR12a	×	92,1 (5,8)	7,1 (-)	-	-
	PCDR12b	64,5	92,1 (5,8)	14,4 (21,5)	15,8 (20,8)	13,6 (23,5)
Hormigón de ultra-alta resistencia	UHPC	×	118,7 (3,4)	8,1 (2,2)	-	-
	UHPFRC	196	144,8 (4,5)	27,4 (12,8)	24,9 (12,4)	25,5 (14,3)

Entre paréntesis se indica la desviación típica en tanto por ciento.

## 5.2. Procedimiento de cálculo.

### 5.2.1 Introducción.

El objetivo del cálculo es determinar el ahorro de armadura pasiva o activa al emplear fibras de acero en el hormigón. Como se ha indicado en el capítulo 3 del presente trabajo el empleo de fibras de acero permite al hormigón alcanzar una resistencia a tracción estable lo que implicaría que en elementos de hormigón dimensionados de tal forma que la fibra neutra se encontrase en dominios inferiores al dominio 3, donde el tamaño de la zona traccionada es significativo, toda la zona traccionada del hormigón contribuiría en mayor o menor medida a mantener la estructura estable.

Para alcanzar dicho propósito se ha determinado el momento último resistente para los hormigones indicados anteriormente, tanto para el caso de hormigones con fibras como sin fibras.

El estudio se va a centrar tanto para elementos de hormigón armado como para elementos de hormigón pretensado.

#### Hormigón armado:

Para acometer el estudio de este caso, se ha definido:

- Las dimensiones de una sección tipo. (Mantenida para los tres casos).
- La ley constitutiva tensión-deformación para el hormigón y para el acero de la armadura pasiva. En ambos casos se han empleado las leyes proporcionadas por la normativa E.H.E, siendo para el hormigón una ley parábola rectángulo a compresión y una ley rectangular a tracción.

- La cuantía mecánica de la sección. Esta cuantía ha sido definida en función de la posición de la fibra neutra en el agotamiento, del elemento H00. Así pues, se han definido cuatro situaciones de estudio:
  - Sin armadura pasiva
  - Fibra neutra entre el dominio 2a y 2b.
  - Fibra neutra entre el dominio 2b y 3.
  - Fibra neutra entre el dominio 3 y 4a.

Menciones:

Para el caso de UHPFRC no se indica el momento adimensional último, ya que la resistencia a compresión del hormigón con fibras y sin fibras son distintas, por lo que no tiene sentido comparar dos magnitudes adimensionalizadas con parámetros de distinto valor.

### Hormigón pretensado.

Para acometer el estudio de este caso, se ha definido:

- Las dimensiones de una viga tipo. (CC distinta de HPC y UHPC).
- Definición de las cargas en servicio y últimas que solicitan a la viga. (CC distinta de HPC y UHPC)
- La ley constitutiva tensión-deformación para el hormigón y para el acero de la armadura activa. En ambos casos se han empleado las leyes proporcionadas por la normativa EHE-08, siendo para el hormigón una ley parábola rectángulo a compresión y una ley rectangular a tracción.

El procedimiento de resolución del problema es el siguiente. Una vez definida las características geométricas y mecánicas del problema, a continuación, dimensionamos el número de cordones (cuantía de armadura activa) en función del estado límite de servicio. Cada hormigón tiene diferentes valores de resistencia a compresión y resistencia máxima a tracción (residual), estos dos parámetros han sido los elegidos como límites tensionales. Por lo tanto, para cada uno de los tipos de hormigón tenemos subespecies que se diferencian entre ellas por la cuantía de fibras que disponen, se ha determinado para cada una de ellas el número de cordones mínimo para cumplir con el estado límite de servicio.

De tal forma una vez determinado el estado límite de servicio, se determina el momento último resistente de cada una de las subespecies, empleando tanto el número de cordones idóneo para esa subespecie, como el número de cordones de las otras subespecies con el fin de poder comparar los momentos últimos resistentes entre ellas.

Menciones:

- La carga en servicio y última que se han definido, se ha realizado con la intención de que la armadura activa siempre trabaje por encima de su límite elástico en agotamiento, es decir que la armadura activa sea infracrítica.
- La hoja de cálculo empleada presenta a veces problemas numéricos que imposibilitan la obtención de resultados para diversos casos. (UHPFRC con 18 cordones).
- Los resultados presentados con un color de fuente gris claro, indican que no cumplen con el estado límite de servicio para las cargas definidas en el problema.

Para el caso de UHPFRC no se indica el momento adimensional último, ya que la resistencia a compresión del hormigón con fibras y sin fibras son distintas, por lo que no tiene sentido comparar dos magnitudes adimensionalizadas con parámetros de distinto valor. Por el contrario, se ha determinado el momento último del UHPFRC tomando dos resistencias a compresión, la real, y la del UHPC (sin fibras), con el fin de poder analizar el incremento de momento obtenido gracias al aumento de la resistencia a compresión.

## 5.2.2 Procedimiento de resolución.

A lo largo de este subcapítulo se detallará las características mecánicas de los elementos empleados, el procedimiento de resolución, la normativa aplicada y empleada para los cálculos, así como las hipótesis empleadas.

### 5.2.2.1 Definición de materiales y leyes constitutivas.

- Hormigón con y sin fibras (compresión).

Para definir la ley constitutiva tensión-deformación a compresión se ha empleado la normativa EHE-08, en concreto el diagrama de cálculo parábola-rectángulo.

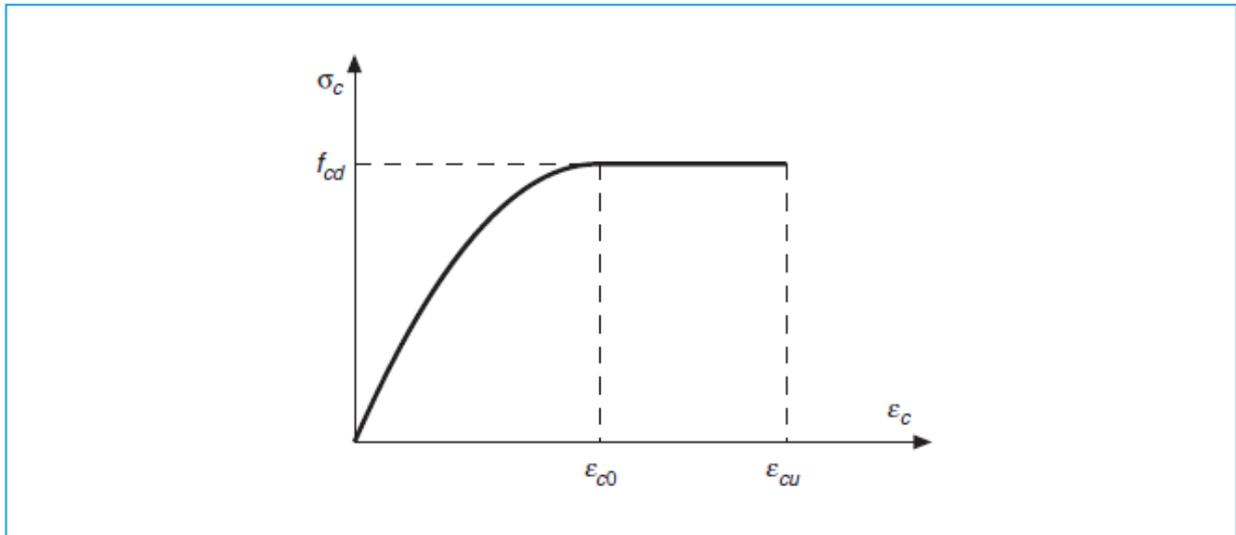


Figura 5-1. Diagrama de cálculo parábola-rectángulo del hormigón.

A continuación, se muestra los valores que definen la relación tensión-deformación del hormigón:

$\varepsilon_{c0}$ : Valor de la deformación a rotura a compresión simple.

$$\varepsilon_{c0} = 0.002 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{c0} = 0.002 + 0.000085 \left( \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} - 50 \right)^{0.5} \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$\varepsilon_{cu}$ : Valor de la deformación última.

$$\varepsilon_{cu} = 0.0035 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0026 + 0.0144 \left( \frac{100 - f_{ck}}{100} \right)^{0.4} \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$n$ : Grado de la parábola

$$n = 2 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$n = 1.4 + 9.6 \left( \frac{100 - f_{ck}}{100} \right)^{0.4} \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$f_{ck}$ : Límite elástico característico del hormigón.

$\gamma_c$ : Coeficiente parcial de seguridad para el hormigón.

$$\gamma_c = 1.5$$

$F_{cd}$ : Resistencia de cálculo del hormigón.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Ley tensión-deformación a compresión para el hormigón (Se ha definido la compresión en valor absoluto):

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) = f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right) \quad \text{si } 0 < \varepsilon_c \ll \varepsilon_{c0}$$

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) = f_{cd} \quad \text{si } \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \ll \varepsilon_{cu}$$

- Hormigón con fibras (tracción).

Para definir la ley constitutiva tensión-deformación a tracción se ha empleado la normativa EHE-08, en concreto el diagrama de cálculo rectangular.

En el capítulo 3 del presente trabajo se han definido todos los valores que definen la ley tensión-deformación a tracción.

Ley tensión-deformación a tracción para el hormigón (Se ha definido la tracción en valor absoluto):

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) = 0,33f_{R,3,d} \quad \text{si } 0 < \varepsilon_c \leq 0,02$$

- Hormigón sin fibras (tracción).

No se considera que el hormigón trabaje a tracción.

- Acero pasivo.

Se ha empleado un acero pasivo B 400 S, por lo que tanto su resistencia a compresión como su resistencia a tracción son 400 MPa. Para definir la ley constitutiva tensión-deformación se ha empleado la normativa EHE-08.

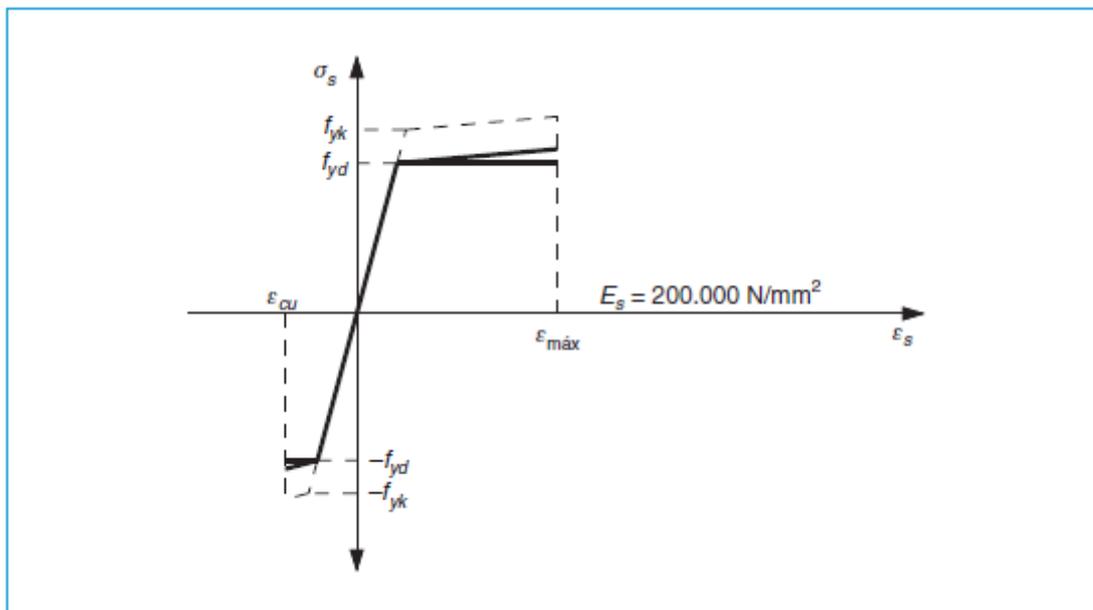


Figura 5-2. Diagrama de cálculo bilineal del acero pasivo (activo).

A continuación, se muestra los valores que definen la relación tensión-deformación del acero pasivo:

$\varepsilon_{max}$ : Deformación máxima del acero pasivo en tracción.

$$\varepsilon_{max} = 0.01$$

$E_s$ : Módulo de elasticidad del acero pasivo.

$$E_s (GPa) = 200$$

$\varepsilon_y$ : Deformación del límite elástico del acero pasivo en tracción.

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yk}}{E_s}$$

$f_{yk}$ : Límite elástico característico del acero.

$$f_{yk} (MPa) = 400$$

$\gamma_s$ : Coeficiente parcial de seguridad para el acero pasivo

$$\gamma_s = 1.15$$

$f_{yd}$ : Resistencia de cálculo del acero.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Ley tensión-deformación para el acero pasivo (Se ha definido compresión negativa y tracción positiva):

$$\sigma_{yd}(\varepsilon_s) = \frac{f_{yd} \varepsilon_s}{\varepsilon_y} \quad \text{si } -\varepsilon_y \ll \varepsilon_s \ll \varepsilon_y$$

$$\sigma_{yd}(\varepsilon_s) = f_{yd} \quad \text{si } \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{max}$$

$$\sigma_{yd}(\varepsilon_s) = -f_{yd} \quad \text{si } -\varepsilon_y > \varepsilon_s \geq -\varepsilon_{max}$$

- Acero activo (pretesado).

Al igual que para el acero pasivo, el acero activo se ha definido considerando una ley constitutiva tensión-deformación bilineal. Para definir la ley constitutiva tensión-deformación se ha empleado la normativa EHE-08.

A continuación, se muestra los valores que definen la relación tensión-deformación del acero pasivo:

$E_p$ : Módulo de elasticidad del acero activo.

$$E_p (GPa) = 195$$

$f_{pmax}$ : Resistencia máxima del acero activo.

$$f_{pmax} (MPa) = 1860$$

$\gamma_p$ : Coeficiente parcial de seguridad para el acero activo.

$$\gamma_p = 1.15$$

$f_{pk}$ : Resistencia característica del acero activo.

$$f_{pk} = 0.9 f_{pmax}$$

$f_{pd}$ : Resistencia de cálculo del acero activo.

$$f_{pd} = \frac{f_{pk}}{\gamma_p}$$

Por otro lado, se incluye los datos de tesado:

$r_t$ : Porcentaje de tesado (Respecto de la resistencia máxima del acero activo).

$$r_t = 75\%$$

$R_p$ : Coeficiente de pérdidas.

$$R_p = 80\%$$

Ley tensión-deformación para el acero pasivo:

$$\sigma_{pd}(\varepsilon_p) = \varepsilon_p E_p \quad \text{si } -f_{pd} \leq \varepsilon_p E_p \leq f_{pd}$$

$$\sigma_{pd}(\varepsilon_p) = f_{pd} \quad \text{si } f_{pd} < \varepsilon_p E_p$$

$$\sigma_{pd}(\varepsilon_p) = -f_{pd} \quad \text{si } \varepsilon_p E_p < -f_{pd}$$

### 5.2.2.2 Elementos de hormigón armado.

Para poder comparar el efecto de la fibra en los hormigones definidos y el efecto en la ganancia de momento último del hormigón de ultra-alta resistencia se ha decidido realizar lo siguiente:

1. Se determina la fibra neutra para que el agotamiento se produzca entre los siguientes dominios:
  - a. Fibra neutra entre el dominio 2a y 2b.
  - b. Fibra neutra entre el dominio 2b y 3.
  - c. Fibra neutra entre el dominio 3 y 4a.
2. Para el hormigón de resistencia convencional sin fibras H00, y a través de las ecuaciones de equilibrio, se determina el momento último resistente de la sección y la cantidad de armadura pasiva a aportar para que se produzca el fallo entre los dominios indicados.

Datos: Fibra neutra. Incógnitas: Armadura pasiva y momento último

3. Se determina la cuantía mecánica para cada uno de los anteriores casos del hormigón de resistencia convencional sin fibras H00. Para esa misma cuantía de fibras, se determina la armadura pasiva para cada uno del resto de hormigones.

Se define la cuantía mecánica,  $\omega$ , de una sección como:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

4. Por último, se emplea de nuevo las ecuaciones de equilibrio y se determina el momento último resistente de la sección y la fibra neutra, para el resto de hormigones.

Datos: Armadura pasiva. Incógnitas: Fibra neutra y momento último

Para realizar el estudio del momento último resistente de los elementos elementos de hormigón armado con o sin fibras, hay que definir los dominios de deformación del hormigón y las ecuaciones de equilibrio.

## 5.2.2.2.1 Dominios de deformación.

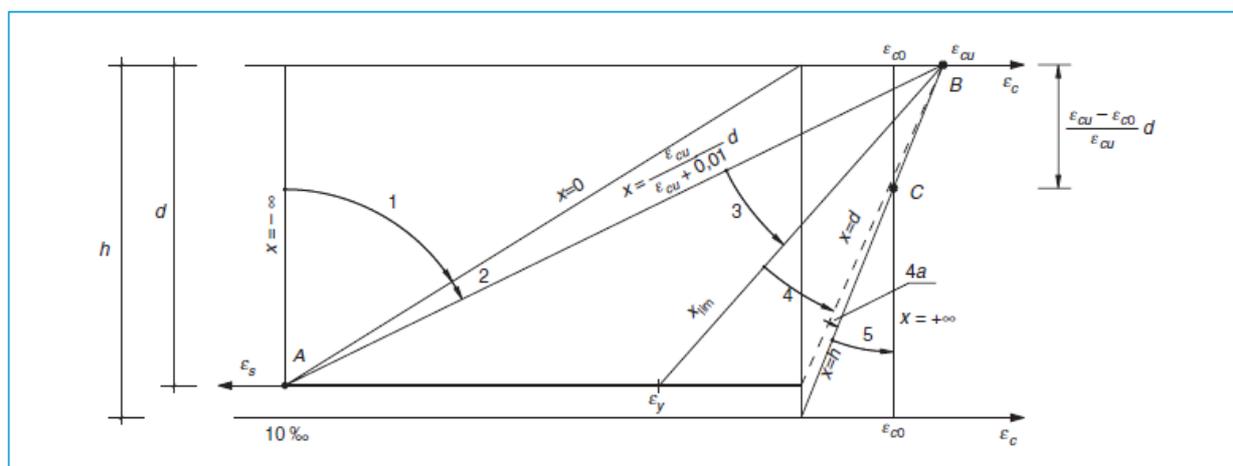


Figura 5-3. Dominios de deformación.

Dominio 1. Corresponde a tracción simple o compuesta donde toda la sección está sometida a tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A, correspondiente a un alargamiento del acero más traccionado del 10‰. La profundidad del eje neutro va desde  $x = -\infty$  hasta  $x = 0$ .

Dominio 2. Flexión simple o compuesta donde el hormigón no alcanza la deformación de rotura por flexión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A. El eje neutro irá desde  $x = 0$  hasta  $x = x_{crit} = 0.259d$  (que corresponde a deformaciones máximas en ambos materiales)

Dominio 3. Flexión simple o compuesta donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B, correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón ( $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$ ). El alargamiento de la armadura está comprendido entre el 10 ‰ y  $\epsilon_y$ , siendo  $\epsilon_y$  el alargamiento correspondiente al límite de fluencia o cedencia del acero. La profundidad de eje neutro que se considera va desde  $x = 0.259 d$ , a  $x = x_{lim}$ , que es la profundidad en que la armadura traccionada alcanza el valor de  $\epsilon_y$ .

Dominio 4. Flexión simple o compuesta donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre  $\epsilon_y$  y cero. El eje neutro variará entre  $x = x_{lim}$  y  $x = d$ , donde la armadura tendrá una deformación de  $\epsilon_s = 0$ .

Dominio 4 a. Compresión compuesta donde todas las armaduras están comprimidas (si existen superior e inferior) y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El eje neutro varía entre  $x = d$  y  $x = h$ , donde todo el hormigón empieza a estar comprimido.

Dominio 5. Compresión simple o compuesta donde ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C, definido por la recta correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión ( $\epsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ ). Aquí, el eje neutro varía entre  $x = h$  y  $x = +\infty$ .

## 5.2.2.2.2 Ecuaciones de equilibrio.

A partir de las siguientes ecuaciones se obtiene el momento último y la fibra neutra.

- Ecuación de equilibrio de fuerza:

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\epsilon_c) \cdot b \cdot dy + A_s \cdot \sigma_{sd}(\epsilon_s) = 0$$

- Ecuación de equilibrio de momentos:

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c) \cdot b \cdot y \cdot dy + A_s \cdot \sigma_{sd}(\varepsilon_s) \cdot d_s + M_d = 0$$

### 5.2.2.3 Elementos de hormigón pretensado.

Para poder comparar el efecto de las fibras en los hormigones definidos y el efecto en la ganancia de momento último del hormigón de ultra-alta resistencia se ha decidido realizar lo siguiente:

1. El estudio se divide en dos casos, el análisis en estado límite de servicio y el análisis en estado límite último. Debido a las características mecánicas de los distintos hormigones, conviene adecuar las dimensiones del elemento (la longitud de la viga) a la capacidad resistente de estos hormigones. Por lo que como posteriormente se comprobará en el siguiente capítulo, las dimensiones de los elementos de hormigón de resistencia convencional son distintos a los demás.
2. A partir de la resolución del estado límite de servicio (Diagrama de Magnel), obtenemos el número de cordones y la excentricidad, para cumplir con las cargas en servicio. Estas cargas en servicio han sido también adecuadas en función de las características mecánicas del elemento, por lo que las cargas de los elementos de hormigón de resistencia convencional son distintas a los demás.
3. Una vez obtenida la armadura activa (número de cordones y excentricidad) se determina el momento último resistente aplicando las ecuaciones de equilibrio.

#### 5.2.2.3.1 Diagrama de Magnel.

Los objetivos fundamentales de la aplicación del pretensado son: Evitar la fisuración en servicio del hormigón y aumentar el momento último resistente del elemento, consiguiendo unas vigas de considerables luces, siendo impensables para elementos de hormigón armado. Para dimensionar el número de cordones que necesitamos tesar en nuestro elemento, tenemos que considerar dos situaciones:

- Situación en la transferencia.
- Situación en el servicio.

Por otro lado, sabemos que las fibras de la sección de hormigón que más van a estar solicitadas debido a la flexión del elemento, son las fibras extremas, por lo que se nos presenta cuatro limitaciones que el pretensado debe cubrir. Durante la transferencia; que la fibra superior no supere un valor límite de tracción y que la fibra inferior no supere un valor límite de compresión. Durante el servicio; que la fibra superior no supere un valor límite de compresión y que la fibra inferior no supere un valor límite de tracción.

Estos valores límites, como estamos realizando un estudio comparativo entre diferentes hormigones, se han decidido que tomen los siguientes valores en valor absoluto:

- Para la compresión:  $\sigma_c \leq f_{cd}$
- Para la tracción:  $\sigma_t \leq f_{t,fl}$

Siendo  $f_{t,fl}$ , la resistencia residual máxima a flexotracción.

A continuación, se muestra en la Figura 5-4 un esquema de la sección con el pretensado:

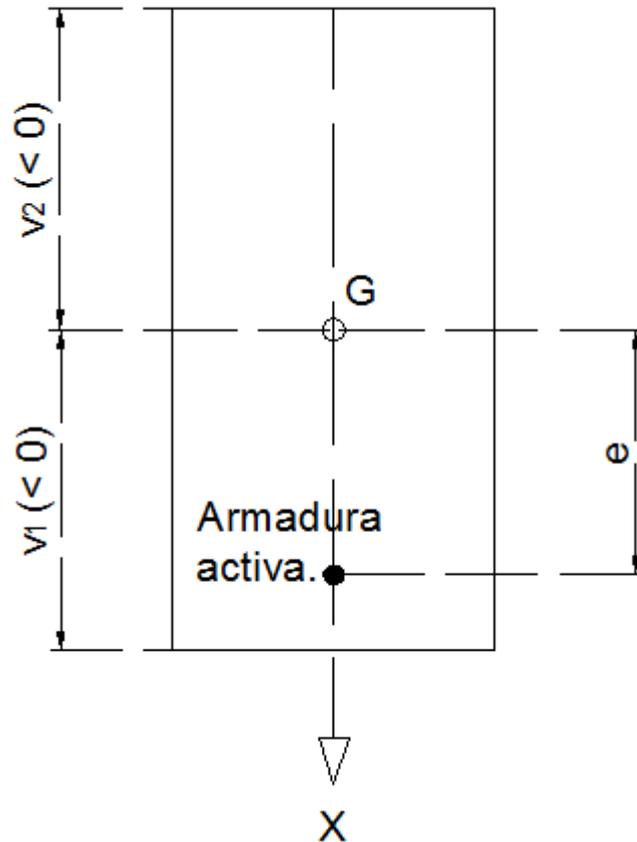


Figura 5-4. Esquema de la sección. Diagrama de Magnel

El origen del sistema de coordenadas está situado en el centro de masas de la sección, y tiene la dirección que se indica en la figura.

Se define:

$v_1$ : Distancia del centro de gravedad a la fibra inferior.

$v_2$ : Distancia del centro de gravedad a la fibra superior.

$I$ : Inercia de la sección.

$Z_1$ : Módulo resistente referido a la fibra inferior.

$$Z_1 = \frac{I}{v_1}$$

$Z_2$ : Módulo resistente referido a la fibra superior.

$$Z_2 = \frac{I}{v_2}$$

$P$ : Fuerza del pretensado sin considerar las pérdidas del pretensado.

$$P = f_{max} \cdot A_p \cdot r_t$$

Las tensiones en las fibras más alejadas de la sección serán entonces:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{Z_1} - \frac{M}{Z_1}$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{Z_2} - \frac{M}{Z_2}$$

Cuando nos encontramos con el estudio en servicio, que no es en transferencia, hay que incluir los efectos de las pérdidas del pretensado.

A continuación, en la Figura 5-5, se muestra un esquema de las cargas/tensiones que solicitan a la sección:

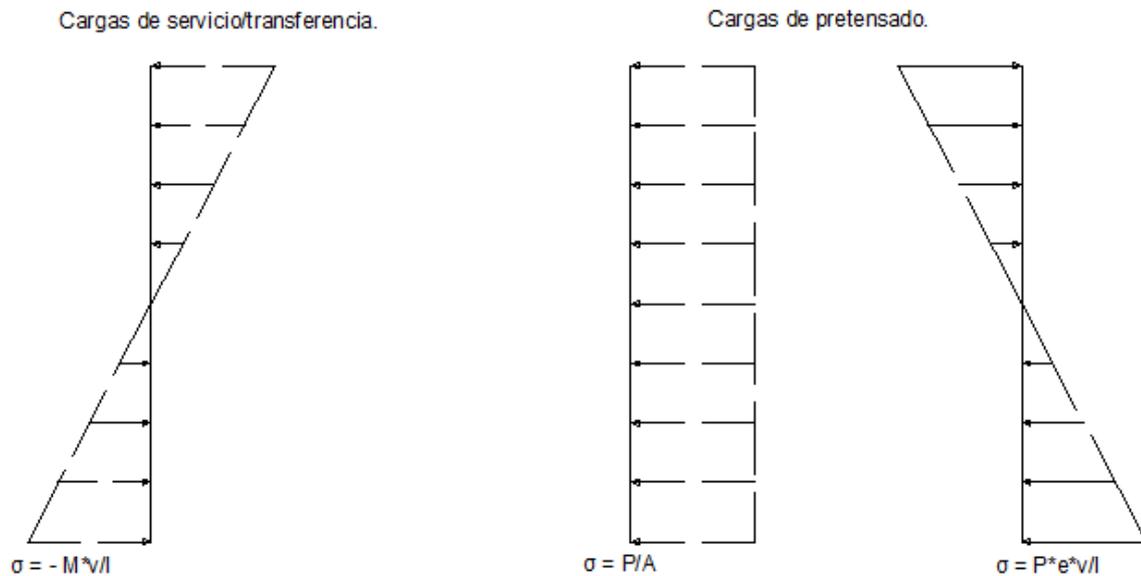


Figura 5-5. Esquema de las cargas. Diagrama de Magnel

Se define:

$M_t$ : Momento en la transferencia.

$M_w$ : Momento en el servicio.

Por lo que, para cumplir los límites tensionales, tenemos que cumplir estas cuatro inecuaciones:

- Transferencia:

$$\sigma_2 > \sigma_{tt}$$

$$\sigma_2 = \frac{f_{max} \cdot r_t}{A} + \frac{P \cdot e}{Z_2} - \frac{M_t}{Z_2} > \sigma_{tt}$$

$$\sigma_1 < \sigma_{ct}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{Z_1} - \frac{M_t}{Z_1} < \sigma_{ct}$$

- Servicio:

$$\sigma_2 < \sigma_{cw}$$

$$\sigma_2 = \frac{P \cdot R_p}{A} + \frac{P \cdot e \cdot R_p}{Z_2} - \frac{M_w}{Z_2} < \sigma_{cw}$$

$$\sigma_1 > \sigma_{tw}$$

$$\sigma_1 = \frac{P \cdot R_p}{A} + \frac{P \cdot e \cdot R_p}{Z_1} - \frac{M_w}{Z_1} > \sigma_{tw}$$

Con estas cuatro ecuaciones podemos obtener el número de cordones óptimo y su excentricidad. En el caso de que esa excentricidad no cumpliera con el tamaño de la sección, tendríamos que aumentar el número de cordones con el fin de reducir esa excentricidad.

Para los futuros cálculos se ha supuesto que la excentricidad máxima para la sección es de 72 cm. Dejando 3 cm de recubrimiento geométrico.

#### 5.2.2.3.2 Ecuaciones de equilibrio.

A partir de las siguientes ecuaciones se obtiene el momento último y la fibra neutra.

- Ecuación de equilibrio de fuerza:

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c) \cdot b \cdot dy + A_p \cdot \sigma_{pd}(\varepsilon_p) = 0$$

- Ecuación de equilibrio de momentos:

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c) \cdot b \cdot y \cdot dy + A_p \cdot \sigma_{pd}(\varepsilon_p) \cdot d_p + M_u = 0$$

## 6 RESULTADOS DEL CÁLCULO. ANÁLISIS.

---

### 6.1. Introducción

En este punto se presenta por un lado las hojas de resultados, de cada uno de los hormigones expuestos en el punto anterior, para cada uno de los casos de estudios, es decir, para elementos de hormigón armado y para elementos de hormigón pretensado. Por otro lado, se realizará el correspondiente análisis de los resultados obtenidos con vistas así, a obtener las conclusiones finales que nos permitan arrojar luz sobre el objetivo fundamental de este trabajo.

La organización de este capítulo se realizará de la siguiente forma:

- Un subcapítulo donde se expone los resultados obtenidos a través del software MathCad. La presentación de estos resultados se realizará en forma de tablas donde se indican las variables calculadas para los distintos hormigones. Estos resultados obtenidos son los que se han explicado en el capítulo 5 del presente trabajo.
- Un último subcapítulo donde se analizan estos resultados obtenidos. Este análisis nos permitirá la posterior redacción de las conclusiones obtenidas del trabajo numérico.

### 6.2. Resultados.

#### 6.2.1 Elementos de hormigón armado.

A continuación, se adjunta los resultados obtenidos para el estudio de los elementos de hormigón armado.

Elemento de hormigón armado. CC

Tabla 6-1. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. CC

b(mm)	h(mm)	d <sub>s</sub> (mm)	f <sub>yk</sub> (MPa)	f <sub>c</sub> (MPa)
30	50	47	400	30

Tabla 6-2. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC

	Momento último M <sub>u</sub>			
	w= 0.0	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
H00	0,0	137,8	247,8	493,0
H15	13,4	148,4	257,1	495,7
H30	27,8	160,4	266,4	498,4
H60	36,7	168,3	271,7	498,4

Tabla 6-3. Elemento de hormigón armado. Momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC.

	Momento adimensional último μ <sub>u</sub>			
	w= 0.0	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
H00	0,0	0,104	0,187	0,372
H15	0,010	0,112	0,194	0,374
H30	0,021	0,121	0,201	0,376
H60	0,028	0,127	0,205	0,376

Tabla 6-4. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. CC.

	Aumento del momento en %		
	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
H00	-	-	-
H15	7,7%	3,7%	0,5%
H30	16,3%	7,5%	1,1%
H60	22,1%	9,6%	1,1%

Elemento de hormigón armado. HPC

Tabla 6-5. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. HPC

b(mm)	h(mm)	$d_s$ (mm)	$f_{yk}$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
30	50	47	400	92,1

Tabla 6-6. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.

	Momento último $M_u$ (MPa)			
	w= 0.0	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
PCDR12a	0,0	447,6	748,7	-
PCDR12b	111,9	533,0	813,8	-

Tabla 6-7. Elemento de hormigón armado. Momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.

	Momento adimensional último $\mu_u$			
	w= 0.0	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
PCDR12a	0,0	0,11	0,184	-
PCDR12b	0,028	0,131	0,2	-

Tabla 6-8. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento adimensional último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. HPC.

	Aumento del momento en %		
	w= 0.119	w= 0.21	w= 0.5
H00	-	-	-
H15	19,1%	8,7%	-

Elemento de hormigón armado. UHPC

Tabla 6-9. Elemento de hormigón armado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. UHPC

b(mm)	h(mm)	d <sub>s</sub> (mm)	f <sub>yk</sub> (MPa)	f <sub>ca</sub> (MPa)	f <sub>cb</sub> (MPa)
30	50	47	400	118,7	144,8

Siendo  $f_{ca}$  la resistencia del UHPC y  $f_{cb}$  la resistencia a compresión del UHPFRC

Tabla 6-10. Elemento de hormigón armado. Momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. UHPC.

	Momento último M <sub>u</sub> (MPa)			
	w= 0.0	w= 0.111	w= 0.21	w= 0.5
UHPC	0,0	541,2	958,8	-
UHPFRC	191,2	711,3	1129,0	-

Tabla 6-11. Elemento de hormigón armado. Aumento en tanto por ciento del momento último en función de la cuantía mecánica y de la dosificación de fibras. UHPC.

	Aumento del momento en %		
	w= 0.119	w= 0.21	w= 0.5
UHPC	-	-	-
UHPFRC	31,4%	17,7%	-

## 6.2.2 Elementos de hormigón pretensado.

A continuación, se adjunta los resultados obtenidos para el estudio de los elementos de hormigón pretensado.

### Elemento de hormigón pretensado. CC

Tabla 6-12. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. CC

b(mm)	h(mm)	$d_s$ (mm)	$d'_s$ (mm)	l(cm)
40	1500	1450	3	2000
$f_c$ (Mpa)	$f_{yk}$ (Mpa)	$f_{pmax}$ (Mpa)	$f_p$ (Mpa)	$A_{unit}$ (mm <sup>2</sup> )
30	400	1860	1302	140
$M_t$ (m·kN)	$M_w$ (m·kN)			
750	2062,5			

### ELS.

Tabla 6-13. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. CC

	$f_{t,fl}$ (Mpa)	N.º cordones	e (cm)
H00	2,1	14	62
H15	4,6	10	72
H30	4,8	9	72
H60	5,4	9	72

### ELU.

Tabla 6-14. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC.

		Número de cordones		
		n=9 e=0.72m	n=10 e=0.72m	n=14 e=0.62m
H00	$M_u$ (m·kN)	2808,94	3094,88	3801,32
	x	0,233	0,252	0,349
H15	$M_u$ (m·kN)	2926,68	3195,8	3885,42
	x	0,247	0,267	0,365
H30	$M_u$ (m·kN)	3027,6	3296,72	3986,34
	x	0,261	0,285	0,381
H60	$M_u$ (m·kN)	3111,7	3364	4036,8
	x	0,274	0,296	0,391

Tabla 6-15. Elemento de hormigón pretensado. Momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC

		Número de cordones		
		n=9 e=0.72m	n=10 e=0.72m	n=14 e=0.62m
H00	$\mu_u$	0,167	0,184	0,226
	x	0,233	0,252	0,349
H15	$\mu_u$	0,174	0,19	0,231
	x	0,247	0,267	0,365
H30	$\mu_u$	0,18	0,196	0,237
	x	0,261	0,285	0,381
H60	$\mu_u$	0,185	0,2	0,24
	x	0,274	0,296	0,391

Tabla 6-16. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. CC

	Número de cordones		
	n=9 e=0.72m	n=10 e=0.72m	n=14 e=0.62m
H00	-	-	-
H15	4,19%	3,26%	2,21%
H30	7,78%	6,52%	4,87%
H60	10,78%	8,70%	6,19%

**Elemento de hormigón pretensado. HPC**

Tabla 6-17. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. HPC

b(mm)	h(mm)	ds (mm)	d's (mm)	l(cm)
40	1500	1450	3	2000
$f_c$ (Mpa)	$f_{yk}$ (Mpa)	$f_{pmax}$ (Mpa)	$f_p$ (Mpa)	$A_{unit}$ (mm <sup>2</sup> )
92,1	400	1860	1302	140
$M_i$ (m·kN)	$M_w$ (m·kN)			
750	4500			

ELS.

Tabla 6-18. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. HPC

	$f_{t,fl}$ (Mpa)	N.º cordones	e (cm)
PCDR12a	7,1	33	50
PCDR12b	15,1	18	68

ELU.

Tabla 6-19. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
PCDR12a	$M_u$ (m·kN)	5779	7846	8210
	x	0,203	0,323	0,367
PCDR12b	$M_u$ (m·kN)	6623	8682	8967
	x	0,269	0,382	0,423

Tabla 6-20. Elemento de hormigón pretensado. Momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
PCDR12a	$\mu_u$	0,112	0,152	0,159
	x	0,203	0,323	0,367
PCDR12b	$\mu_u$	0,128	0,168	0,174
	x	0,269	0,382	0,423

Tabla 6-21. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. HPC.

	Número de cordones		
	n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
PCDR12a	-	-	-
PCDR12b	14,29%	10,53%	9,43%

**Elemento de hormigón pretensado. UHPC**

Tabla 6-22. Elemento de hormigón pretensado. Características geométricas y mecánicas del elemento en estudio. UHPC.

b(mm)	h(mm)	$d_s$ (mm)	l(cm)	$f_{ca}$ (Mpa)
40	1500	1450	2000	118,7
$f_{cb}$ (Mpa)	$f_{yk}$ (Mpa)	$f_{pmax}$ (Mpa)	$f_p$ (Mpa)	$A_{unit}$ (mm <sup>2</sup> )
144,8	400	1860	1302	140
$M_i$ (m·kN)	$M_w$ (m·kN)			
750	4500			

ELS.

Tabla 6-23. Elemento de hormigón pretensado. Número de cordones necesarios y excentricidad para cumplir con ELS. UHPC.

	$f_{t,fl}$ (Mpa)	N.º cordones	e (cm)
UHPC	8,1	29	57
UHPRFC	27,4	-	-

ELU.

Tabla 6-24. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(b).

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
UHPC	$M_u$ (mkN)	5796	8072	8503
	x	0,185	0,259	0,295
UHPRFC	$M_u$ (mkN)		10230	10650
	x		0,25	0,273

Tabla 6-25. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(b).

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
UHPC		-	-	-
UHPRFC			26,73%	25,25%

Tabla 6-26. Elemento de hormigón pretensado. Momento último en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(a).

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
UHPC	$M_u$ (mkN)	5796	8072	8503
	$x$	0,185	0,259	0,295
UHPRFC	$M_u$ (mkN)		9752	10200
	$x$		0,351	0.387

Tabla 6-27. Elemento de hormigón pretensado. Aumento en tanto por ciento del momento último adimensional en función del número de cordones, de la excentricidad de la armadura activa y de la dosificación de fibras. UHPC(a).

		Número de cordones		
		n=18 e=0.68m	n=29 e=0.57m	n=33 e=0.50m
UHPC		-	-	-
UHPRFC			20,81%	19,96%

## 6.3. Análisis de resultados.

### 6.3.1 Elementos de hormigón armado.

A continuación, se analizarán los resultados desde tres puntos de vista:

- a. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con y sin armadura pasiva. Es decir, se pondrá de manifiesto la ganancia de momento último que proporciona las fibras.
- b. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con armadura pasiva. Es decir, se pondrá de manifiesto como afecta en la ganancia de momento último la adición de fibras para distintas cuantías de armadura pasiva.
- c. Entre hormigones de distinto tipo de calidad. Se hará especial énfasis en la comparación del hormigón de ultra-alta resistencia con el hormigón de resistencia convencional, ya que es el objetivo principal de este trabajo.

#### a. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con y sin armadura pasiva.

Según las normativas actuales, debido a la escasa resistencia a tracción junto con la caída brusca de resistencia tras alcanzar la resistencia a tracción que el hormigón posee, en los cálculos se asume que el hormigón no trabaja a tracción.

Al adicionar durante el hormigonado fibras de acero en una cantidad suficiente, el hormigón resultante tiene un diagrama tensión-deformación estabilizado con una resistencia residual a la tracción proporcionadas por la activación de las fibras tras la fisuración. Por ello las normativas consultadas para tener en cuenta este efecto, proporcionan modelos de diagrama tensión deformación para tener en cuenta dicho aporte.

- Comparación entre sección sin armadura con fibras y sección con armadura sin fibras.

El aporte de fibras aumenta lógicamente el momento último resistente de la sección, ya que, en el caso sin fibras, el momento último resistente es nulo. Pero si comparamos la misma sección sin fibras con una sección sin fibras, pero con una cantidad de armadura pasiva cuyo dominio de agotamiento de la sección se encuentra entre el 2a y el 2b, para todos los hormigones estudiados se observa una tendencia parecida, una reducción de alrededor de 4 veces el momento último resistido.

#### b. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con armadura pasiva.

El aporte de fibras es influyente cuando dimensionamos secciones que se agotan en dominios con rotura dúctil, es decir, dominios inferiores al dominio 3.

Como puede observarse en las tablas 6-1, 6-2 y 6-3 el mayor momento último en secciones con fibras con respecto a las secciones sin fibras, se alcanza para fibra neutra entre el dominio 2a y 2b. Esto es un hecho que desde un primer momento se intuye, ya que el efecto de las fibras únicamente se tiene en cuenta en la zona traccionada de la sección, a medida que reducimos esta zona traccionada (aumentamos la fibra neutra) reducimos el efecto de las fibras.

Para el agotamiento entre el dominio 2a y 2b, tanto el hormigón convencional H60 como el hormigón de alta resistencia proporcionan un aumento del momento último resistente de alrededor del 20%. El hormigón de ultra-alta resistencia debido al incremento de resistencia a compresión que ofrecen las fibras, proporciona un aumento del 30%.

Para el agotamiento entre el dominio 2b y 3, tanto el hormigón convencional H60 como el hormigón de alta resistencia proporcionan un aumento del momento último resistente de alrededor del 9%. El hormigón de ultra-alta resistencia debido al incremento de resistencia a compresión que ofrecen las fibras, proporciona un aumento del 18%.

Para el agotamiento entre el dominio 3 y 4, el hormigón convencional H60 proporciona un aumento del 1%, por ineficiencias del software empleado para el cálculo no se ha podido obtener los resultados de los otros hormigones, pero tendría la misma tendencia.

También podemos observar el siguiente efecto en las siguientes gráficas que relacionan momento-curvatura:

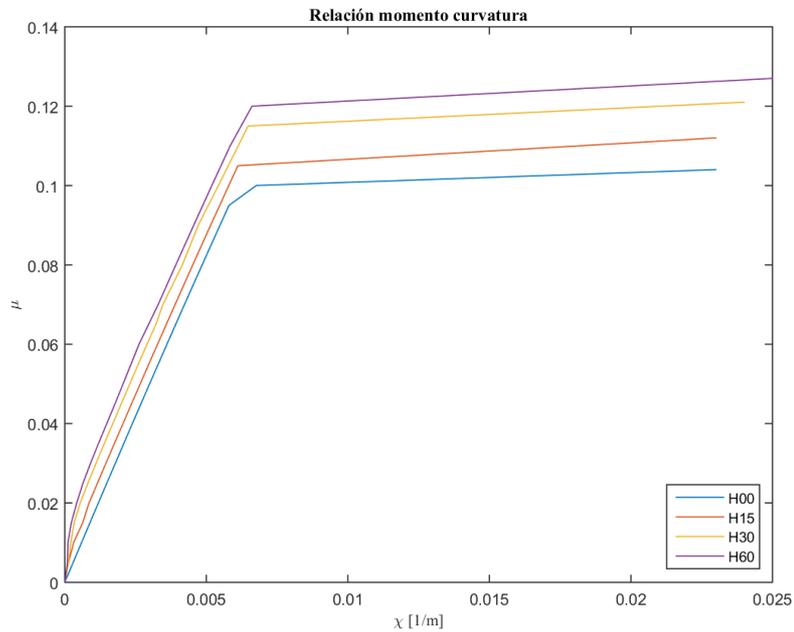


Figura 6-1. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio2a-2b. CC

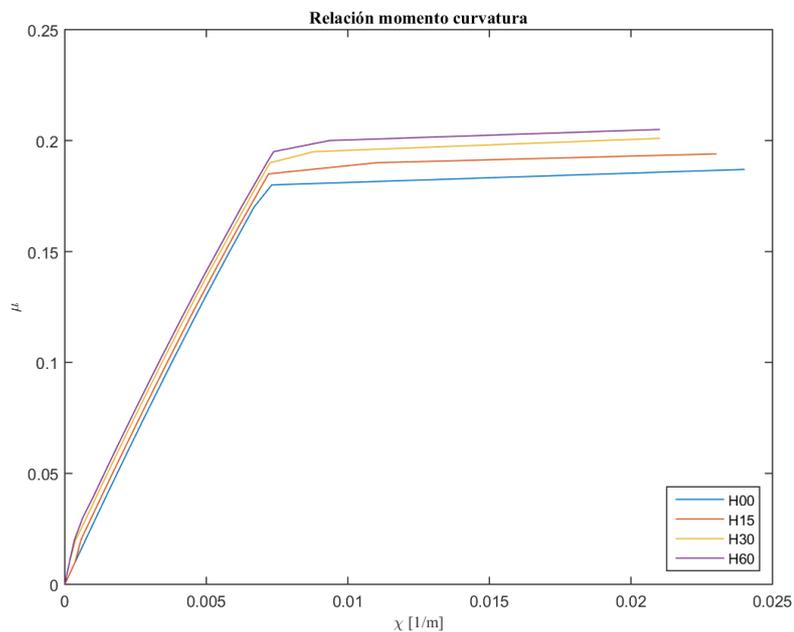


Figura 6-2. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio2b-3. CC

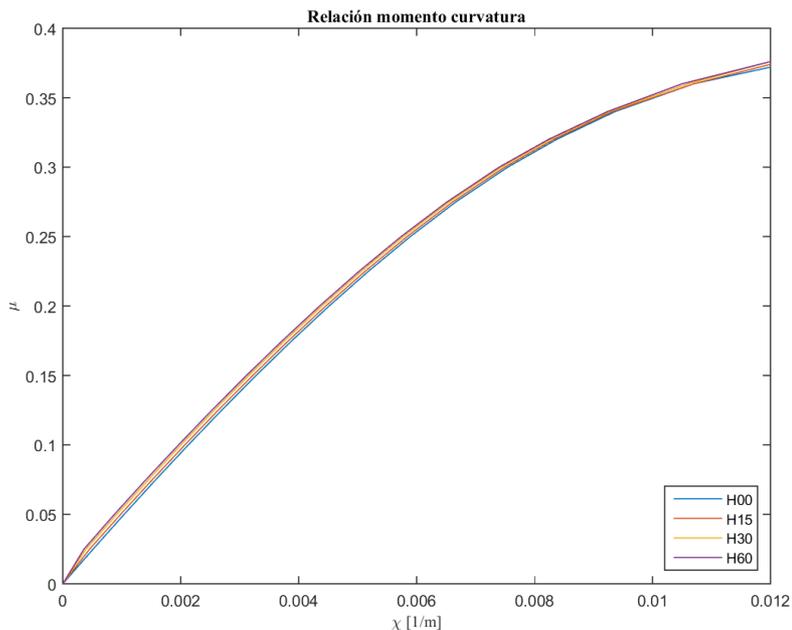


Figura 6-3. Relación momento-curvatura. Agotamiento dominio3-4a. CC

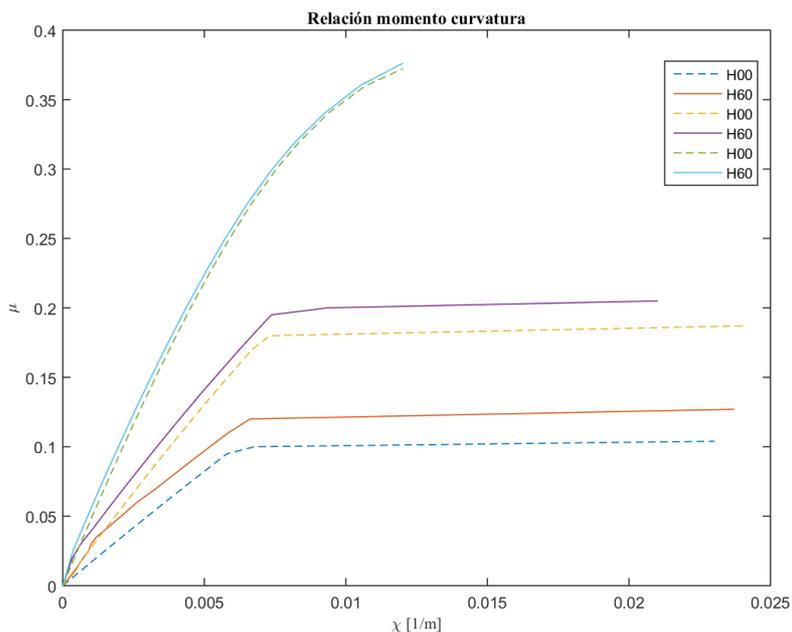


Figura 6-4. Relación momento-curvatura. Comparativa H00-H60.

De estas relaciones curvatura-momento, puede observarse como al dosificar fibras en la matriz de hormigón se aumenta la fibra neutra (y una reducción de la zona traccionada). La curvatura última en el primer caso aumenta, ya que todas las fibras neutras se encuentran por debajo del dominio 3. En cambio, a medida que aumentamos la armadura pasiva y pasamos el límite entre el dominio 2 y el dominio 3, a medida que aumentamos la dosificación de fibras, reducimos la curvatura última.

De igual forma que con las tablas, en las gráficas mostradas se comprueba como al aumentar la fibra neutra, se reduce la ganancia de momento último entre el hormigón sin fibras y el hormigón con fibras.

**c. Entre hormigones de distinto tipo de calidad.**

Por último, se va a comparar la sección del UHPRC y el resto de hormigones sin fibras, pero con armadura pasiva.

El momento último obtenido por el UHPFRC es de 191,2 mkN, mientras que el momento último del resto de hormigones sin fibras, pero con armadura pasiva:

$$M_u (H00/w=0,11) [\text{mkN}] = 137,8$$

$$M_u (H00/w=0,21) [\text{mkN}] = 247,8$$

$$M_u (H00/w=0,5) [\text{mkN}] = 493$$

$$M_u (\text{PCDR12a } /w=0,11) [\text{mkN}] = 447,6$$

$$M_u (\text{PCDR12a } /w=0,21) [\text{mkN}] = 748,7$$

$$M_u (\text{UHPC}/w=0,11) [\text{mkN}] = 541,2$$

$$M_u (\text{UHPC}/w=0,21) [\text{mkN}] = 958,8$$

Como puede observarse en los resultados presentados obtenidos de las tablas 6-x 6-y ... El valor obtenido del momento último del UHPFRC solo supera al proporcionado por el H00 dimensionado con una cuantía mecánica de  $\rho=$ , o lo que es lo mismo, que en el agotamiento la sección falle entre el dominio 2a y 2b.

A priori se podría llegar a pensar que el valor del momento último obtenido por el UHPFRC es insuficiente ya que no cubre más casos, pero, observando la tónica habitual de dimensionado, la cual es buscar que la sección de hormigón falle en dominios con rotura dúctil (menores que el dominio 3), se ha obtenido para una sección genérica, un hormigón UHPFRC sin armadura pasiva que suple un hormigón de resistencia convencional dimensionado a rotura dúctil con armadura pasiva.

**6.3.2 Elementos de hormigón pretensado.**

A continuación, se analizarán los resultados desde dos puntos de vista:

- a. Estado Límite de Servicio. Reducción del número de cordones entre hormigones reforzados con fibras y no reforzados.
- b. Estado Límite último. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con armadura activa. Es decir, se pondrá de manifiesto como afecta en la ganancia de momento último el aumento de armadura activa.

**a. Estado Límite de Servicio. Reducción del número de cordones entre hormigones reforzados con fibras y no reforzados.**

En la actualidad no se ha encontrado ninguna normativa que especifique los límites tensionales del diagrama de Magnell para hormigones reforzados con fibras.

Como se ha comprobado, la adición de fibras mejora el comportamiento a tracción del hormigón consiguiendo un incremento en la resistencia a tracción del hormigón, y estabilizando el diagrama tensión deformación en tracción.

Para hormigones sin refuerzo de fibras, dependiendo de la combinación de cargas se considera como límites tensionales, o la resistencia a tracción, o nada. En este trabajo con objeto de simplificar y obtener una comparación significativa, se ha decidido definir como límites tensionales la resistencia a compresión para la compresión y la resistencia a tracción para la tracción.

Para hormigones con refuerzo de fibras, como se ha explicado anteriormente, una vez se alcanza la resistencia a tracción de la matriz de hormigón, la sección se fisura, e inmediatamente las fibras se activan y cosen la fisura. Ciertamente es que con la aplicación del pretensado se busca que la sección de hormigón no se fisure, pero para el caso de hormigones reforzados con fibras considerar la resistencia de la matriz de hormigón como límite tensional, no aportaría ninguna ventaja adicional. En definitiva, para el trabajo se va a considerar como resistencia a tracción, la máxima resistencia residual a flexotracción de los ensayos de probetas sometidas a

flexión en tres puntos.

Por lo que, analizando los resultados obtenidos:

- Para el hormigón de resistencia convencional: Se produce un ahorro del 35% (Entre H00 y H60).
- Para el hormigón de alta resistencia: Se produce un ahorro del 45%.
- Para el hormigón de ultra-alta resistencia: El ahorro es del 100%.

Como se ha comentado previamente, las cargas se han definido con vistas a que la armadura activa trabaje en agotamiento a su máxima capacidad, para que nos sirva de garantías de que el elemento se ha dimensionado para esa situación más o menos aceptablemente. La resistencia residual a flexotracción para el elemento de UHPFRC es tal magnitud, que aún modificando las cargas para que el UHPFRC necesitase en ELS armadura activa, la cantidad de armadura para el UHPC sería tal que la sección trabajaría muy ineficientemente, por lo que se ha decidido no modificar las cargas.

b. Estado Límite último. Entre hormigones del mismo tipo de calidad, pero de distinta dosificación de fibras con armadura activa.

Una vez definido los cordones y la excentricidad con respecto al centro de gravedad, pasamos a continuación al análisis del ELU.

Como puede observarse para cada uno de los hormigones estudiados, a medida que aumentamos el número de cordones de la sección disminuye la ganancia de momento último del hormigón reforzado con fibras con respecto al no reforzado. Este hecho es obvio ya que, al bajar la fibra neutra, la zona traccionada del hormigón se reduce y, por lo tanto, las fibras tienen menor alcance de actuación.

De entre todos los hormigones estudiados, el que mayor porcentaje de ganancia de momento último (Hormigón con fibras/Hormigón sin fibras) es el UHPFRC/UHPC.

- Hormigón de ultra-alta resistencia.

Centrándonos, en el hormigón del que queremos evaluar sus propiedades, para rotura en dominio 3 se ha obtenido una ganancia del 26 % del momento último entre el UHPFRC y el UHPC. Dicho de otro modo, el hecho de dosificar fibras en la matriz durante el hormigonado permite, para una rotura en dominio 3, aumentar las cargas un 26% más que en el caso de no adicionarlas.

Realizando un análisis más detallado, de cuales son las fuentes de tan alto aumento (recordamos que en el caso del UHPFRC se ha producido un aumento de la resistencia a compresión), un 20 % se debe a un aumento gracias a la consideración de una resistencia a tracción, y un 6% debido al aumento de resistencia a compresión.



# CONCLUSIONES

Durante el trabajo aquí presente se ha ido analizando cada resultado obtenido. A continuación, se resume brevemente las conclusiones obtenidas:

-Campaña experimental:

1. Se ha comprobado con la campaña experimental, el posible desarrollo de un hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras. Las propiedades mecánicas obtenidas tanto a compresión como a tracción, avalan el profundo alcance de este material.
2. Los ensayos a compresión sobre las probetas de hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras y no reforzados indican que, la cantidad de fibras dosificadas ha modificado el comportamiento a compresión del hormigón de ultra-alta resistencia, hecho que no se produce en hormigones de resistencia convencional. El aumento en la resistencia a compresión ha sido del 22 % respecto del hormigón de ultra-alta resistencia sin fibras.
3. El vertido de las fibras durante el hormigonado es un aspecto crucial que afecta sensiblemente al comportamiento a tracción del elemento. Se ha comprobado a través de una valoración visual como una sección con ligeramente menos fibras que las otras ha provocado que este elemento tenga una reducción de hasta el 30% de la máxima resistencia residual a flexotracción con respecto a los demás.

-Cálculo numérico:

1. Cuando nos encontramos dimensionando un elemento de hormigón armado o pretensado a flexión, a mayor zona traccionada del hormigón (menor profundidad de la fibra neutra) se obtiene un mayor aumento del momento último con respecto al hormigón sin fibras. Siendo para dominios superiores al dominio 3, inapreciable el efecto positivo que las fibras aportan (A tracción).
2. Hormigón armado. Para tener una idea general de cual sería el efecto que aportan el efecto combinado de las fibras y del hormigón de ultra-alta resistencia cuando se emplean conjuntamente, se ha comparado el hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras, con un hormigón de resistencia convencional ( $f_c = 30$  Mpa) con armadura pasiva.

El momento último a flexión del primero, es equivalente al momento último a flexión del segundo, cuando la cuantía mecánica de armadura pasiva está dimensionada para que el agotamiento se produzca en un dominio 2b.

Atendiendo a la tendencia actual de dimensionamiento, la cual es dimensionar en dominios donde se produzca un fallo dúctil, cabría estudiar si el coste total en obra del UHPFRC (el cual es bien sabido que el coste de fabricación es superior al de un hormigón de resistencia convencional) es superior al coste total del hormigón de resistencia convencional cuando consideramos el coste añadido tanto de la armadura pasiva como de la ferralla.

3. Hormigón pretensado. Analizaremos a continuación, tanto el comportamiento en estado límite de servicio como el comportamiento en estado límite último:

-Estado Límite de Servicio.

Partiendo de la base de que no existe hoy en día una normativa que incluya los efectos de las fibras en la consideración de los límites tensionales del diagrama de Magnel, se ha requerido el uso de hipótesis adicionales. Considerando la máxima resistencia residual a flexotracción, como límite tensional a tracción de las fibras traccionadas. Se ha obtenido que el hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras, desarrollado en la campaña experimental y, en los casos estudiados, no requiere armadura activa para cumplir con el estado límite de servicio.

-Estado Límite Último.

De todos los hormigones estudiados en el cálculo, el hormigón de ultra-alta resistencia presenta los mayores valores de ganancia de momento último a flexión.

Para un agotamiento en dominio 3 de los casos estudiados, el hormigón de ultra-alta resistencia reforzado con fibras aumenta un 26% respecto al no reforzado (siendo un 20% el efecto de considerar la zona traccionada del hormigón y un 6% el aumento relativo a la mayor resistencia a compresión). Mientras que el hormigón de alta resistencia aumenta únicamente un 15%.



## BLIBIOGRAFÍA

FHWA-HRT-13-060 (2013). Ultra-High Performance Concrete: A State-of-the-Art Report for the Bridge Community.

Jianxin Ma (2004). Comparative Investigations on Ultra-High Performance Concrete with and without Coarse Aggregates.

Roy, D. M.; Gouda, G. R.; and Bobrowsky, A., 1972, "Very High Strength Cement Pastes Prepared by Hot Pressing and Other High Pressure Techniques," *Cement and Concrete Research*, V. 2, pp. 349-366.

Benjamin A. Graybeal (2007). Compressive Behavior of Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete.

Kay Wille, Antoine E. Naaman, and Gustavo J. Parra-Montesinos (2011). Ultra-High Performance Concrete with Compressive Strength Exceeding 150 MPa (22 ksi): A Simpler Way.

Dehui Wang, Caijun Shi, Zemei Wu, Jianfan Xiao, Zhengyu Huang, Zhi Fang (2015). A Review on Ultra High Performance Concrete: Part II. Hydration, Microstructure and Properties.

Doo-Yeol Yoo, Nemkumar Banthia (2016). Mechanical properties of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete: A review.

Model Code CEB-fip 2010 Final Draft (2010).

EHE-08 Instrucción de Hormigón Estructural (2008).

Elisa Poveda, Gonzalo Ruiz, Héctor Cifuentes, Rena C. Yu, Xiaoxin Zhang (2017). Influence of the fiber content on the compressive low-cycle fatigue behavior of self-compacting SFRC.

Adris Mohamed Abd Elazim Mohamed (2013). Loading Rate Effect on the Fracture Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete.

Schmidt, M., "Sustainable Building With Ultra-High-Performance Concrete (UHPC)— Coordinated Research Program in Germany," Proceedings of Hipermat 2012 3rd International Symposium on UHPC and Nanotechnology for High Performance Construction Materials, Ed., Schmidt, M., Fehling, E., Glotzbach, C., Fröhlich, S., and Piotrowski, S., Kassel University Press, Kassel, Germany, 2012, pp. 17–25.

Bétons Fibrés à Ultra-Hautes Performances, Recommandations Provisoires, (Ultra High Performance Fibre-

Reinforced Concretes), Interim Recommendations, SETRA-AFGC, Groupe de travail BFUP, Paris, France, January 2002. (in French and English). Available at <http://www.afgc.asso.fr/statuts-de-lassociation-francaise-de-genie-civil.html> [Cited November 23, 2011].

Blaise, P.Y. and Couture, M., “Precast, Prestressed Pedestrian Bridge—World’s First Reactive Powder Concrete Structure,” *PCI Journal*, Vol. 44, No. 5, September/October 1999, pp. 60–71.

Piotrowski, S. and Schmidt, M., “Life Cycle Cost Analysis of a UHPC-Bridge on Example of Two Bridge Refurbishment Designs,” *Proceedings of Hipermat 2012 3rd International Symposium on UHPC and Nanotechnology for High Performance Construction Materials*, Ed., Schmidt, M., Fehling, E., Glotzbach, C., Fröhlich, S., and Piotrowski, S., Kassel University Press, Kassel, Germany, 2012, pp. 957–964.

Graybeal, B., “Material Property Characterization of Ultra-High Performance Concrete,” FHWA, U.S. Department of Transportation, Report No. FHWA-HRT-06-103, McLean, VA, 2006.

Graybeal, B., “Ultra-High Performance Concrete,” *TechNote*, FHWA-HRT-11-038, Federal Highway Administration, McLean, VA, 2011.

Mazanec, O. and Schießl, P., “Mixing Time Optimization for UHPC,” *Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete*, Ed., Fehling, E., Schmidt, M., and Stürwald, S., Kassel University Press, Kassel, Germany, 2008, pp. 401–408.

Mazanec, O., Lowke, D., and Schießl, P., “Mixing of High Performance Concrete: Effect of Concrete Composition and Mixing Intensity on Mixing Time,” *Materials and Structure*, Vol. 43, No. 3, 2010, pp. 357–365.

Kim, S.W. et al., “Effect of Filling Method on Fibre Orientation & Dispersion and Mechanical Properties of UHPC,” *Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete*, Ed., Fehling, E., Schmidt, M., and Stürwald, S., Kassel University Press, Kassel, Germany, 2008, pp. 185–192.

Graybeal, B. and Baby, F., “Development of a Direct Tension Test Method for UHPFRC,” *ACI Materials Journal*, Vol. 110, No. 2, March–April 2013.

Schmidt, M. and Fröhlich, S., “Testing of UHPC,” *Proceedings of the Third International fib Congress and Exhibition Incorporating the PCI Annual Convention and National Bridge Conference*, Washington, DC, May 29–June 2, 2010, Compact Disc, Paper 237.

# ANEJO DE CÁLCULO

## Hoja de cálculo para elementos de hormigón armado (FRC, HPFRC, UHPFRC)

### Datos de entrada

b	Ancho de la sección transversal de hormigón
h	Canto de la sección transversal de hormigón
$d_s$	Profundidad de la armadura pasiva de tracción
$d'_s$	Profundidad de la armadura pasiva de compresión
$f_{ck}$	Resistencia característica del hormigón.
$f_{yk}$	Resistencia característica del acero pasivo.
$\gamma_c$	Coefficiente de minoración de resistencia del hormigón
$\gamma_s$	Coefficiente de minoración de resistencia del acero pasivo
$E_y$	Módulo de elasticidad del acero pasivo
r	Recubrimiento geométrico de la sección

### Variables calculadas

$f_{cd}$	Resistencia característica minorada del hormigón.
$f_{yd}$	Resistencia característica minorada del acero pasivo.
$\epsilon_y$	Valor de la deformación del límite elástico del acero pasivo
$\epsilon_{c0}$	Valor de la deformación de rotura a compresión simple
$\epsilon_{cu}$	Valor de la deformación última
n	Grado de la parábola
$U_c$	Capacidad mecánica de la sección
$M_u$	Momento último de la sección
$\mu_u$	Momento último adimensional de la sección

### Datos de salida

Momento último (adimensional) para una cuantía de armadura dada.

### Unidades definidas

$$\text{MPa} = 1 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\text{kN} = 1 \times 10^3 \text{ N}$$

Datos:

$b := 30 \text{ cm}$	Ancho de la sección transversal de hormigón
$h := 50 \text{ cm}$	Canto de la sección transversal de hormigón
$d_s := 47 \text{ cm}$	Profundidad de la armadura pasiva de tracción
$d'_s := 3 \text{ cm}$	Profundidad de la armadura pasiva de compresión
$f_{ck} := 30 \text{ MPa}$	Resistencia característica del hormigón.
$f_{yk} := 400 \text{ MPa}$	Resistencia característica del acero pasivo.
$\gamma_c := 1.5$	Coefficiente de minoración de resistencia del hormigón
$\gamma_s := 1.15$	Coefficiente de minoración de resistencia del acero pasivo
$E_y := 200 \text{ GPa}$	Módulo de elasticidad del acero pasivo
$r := 3 \text{ cm}$	Recubrimiento geométrico de la sección

Cálculos:

Para empezar, definiremos aquellas variables que por su simplicidad pueden ser calculadas directamente.

-Variables asociadas a las características resistentes de los elementos:

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 347.826 \text{ MPa}$$

$$U_c := b \cdot d_s \cdot f_{cd} = 2.82 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\varepsilon_y := \frac{f_{yk}}{E_y} = 2 \times 10^{-3}$$

-Variables que definen la relación tensión-deformación del hormigón:

$$\varepsilon_{c0} := \begin{cases} 0.002 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.002 + 0.000085 \left( \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} - 50 \right)^{0.50} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Valor de la deformación de rotura a compresión simple}$$

$$\varepsilon_{cu} := \begin{cases} 0.0035 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.0026 + 0.0144 \left[ \frac{\left( 100 - \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)}{100} \right]^4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Valor de la deformación última}$$

$$n := \begin{cases} 2 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 9.6 \left[ \frac{\left(100 - \frac{f_{ck}}{\text{MPa}}\right)^4}{100} \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Grado de la parábola.}$$

Puntualizar que para la definición de la relación tensión-deformación se ha

empleado la normativa E.H.E-2008

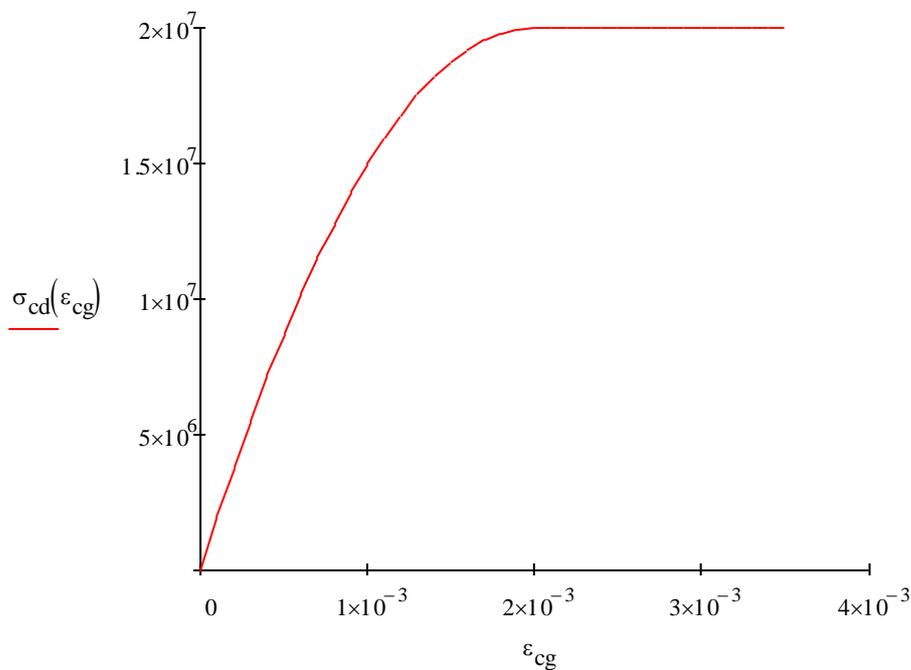
A continuación, pasamos a definir la ley tensión-deformación, debido al empleo

de una hoja de cálculo se ha decidido adoptar la ley constitutiva parábola-rectángulo contemplada en la normativa.

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) := \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] & \text{if } 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{c0} \\ f_{cd} & \text{if } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ley tensión-deformación.} \\ \text{(Según E.H.E)} \end{array}$$

Se adjunta una gráfica para poder visualizar la ley tensional definida anteriormente:

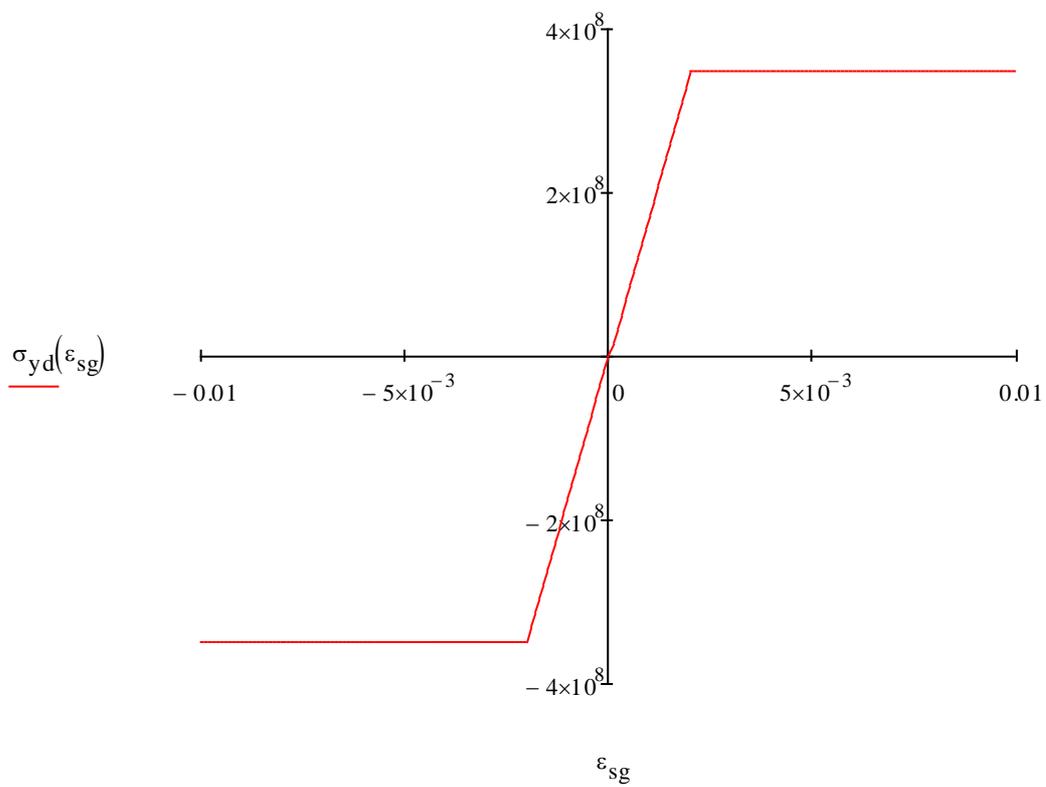
$$\varepsilon_{cg} := 0,0001 \cdot \varepsilon_{cu}$$



Ley tensión-deformación para el acero:

$$\sigma_{yd}(\varepsilon_s) := \begin{cases} \frac{f_{yd} \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_y} & \text{if } -\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \\ f_{yd} & \text{if } \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq 0.01 \\ -f_{yd} & \text{if } -\varepsilon_y > \varepsilon_s \geq -0.01 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{sg} := -0.01, -0.0099, 0.01$$



A continuación, como segundo paso definimos la deformación de cada fibra de la sección en función de dos variables:

- La variable 'y' recorre la sección de hormigón, siendo su origen la fibra superior de la sección.  $y(0)=0 / y(h)=h$
- La variable 'x' define la posición de la fibra neutra.

Con estas dos variables se define la deformación de cada una de las fibras del hormigón para una fibra neutra dada.

En función de la fibra neutra podemos distinguir tres tipos de casos:

- Primer caso: Dominio 1 y 2
- Segundo caso: Dominio 3 y 4
- Tercer caso: Dominio 5

Debido a que no vamos a dimensionar para dominios superiores al dominio 3, no haría falta definir el tercer caso. Aún así se definirá para que la hoja de cálculo sea más consistente.

$$\varepsilon_c(y, x) := \begin{cases} 0.010 \frac{x-y}{d_s - x} & \text{if } x \leq \frac{d_s \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.01} \\ \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x-y}{x} & \text{if } h \geq x > \frac{d_s \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.01} \\ \varepsilon_{c0} \cdot \frac{x-y}{x - 0.429h} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Deformación de la sección de hormigón, en función de la fibra neutra. Se distinguen tres tipos de casos.

Para  $x < 0.259 \cdot d$

Para  $0.259 \cdot d < x < h$

Para  $h < x$

Ya nos encontramos en posición de aplicar las ecuaciones de equilibrio, y calcular así la relación momento último/armadura pasiva que queremos determinar.

Para ello y como se ha estado comentando previamente, dimensionaremos de tal forma que nos aseguremos que la armadura que se disponga en la sección trabaje a su máxima capacidad. Procederemos en primer lugar a calcular el momento último de diseño para la sección sin armadura y la posición de la fibra neutra (En el caso de hormigón sin fibras, el momento último sería nulo). Al aumentar la cuantía de armadura de tracción aumentamos el momento último que resiste la sección, hasta un límite, marcado por la fibra neutra límite. Para seguir aumentando el momento último tendremos que añadir armadura pasiva de tracción, para ello fijaremos la fibra neutra en la fibra neutra límite.

Destacar que requerir añadir armadura de compresión implica un mal dimensionamiento de la sección, en otras palabras, una escasa cabeza de compresión (proporcionada por la sección de hormigón). Por lo que en los cálculos no se ha contemplado esta situación.

Para cada una de las posiciones de la fibra neutra que se estudien, se determinará la armadura y el momento último equivalente.

Ej.: Determinamos la armadura necesaria para encontrarnos entre el dominio 2 y el dominio 3.

$$x := \frac{d_s \cdot \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{c0} + 0.01} = 7.833 \text{ cm}$$

$$M_d := 10\text{m}\cdot\text{kN}$$

Valores iniciales para la resolución de las ecuaciones de equilibrio

$$A_s := 1\cdot\text{cm}^2$$

Given

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, x)) \cdot b \, dy - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

Ecuaciones de equilibrio

$$A_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_c(d_s, x)) \cdot d_s + M_d + \int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, x)) \cdot b \cdot y \, dy = 0$$

$$\begin{pmatrix} M_u \\ A_{su} \end{pmatrix} := \text{Find}(M_d, A_s)$$

$$A_{su} = 9.008\text{cm}^2 \quad M_u = 138.062\text{m}\cdot\text{kN}$$

Definimos la cuantía mecánica de la sección:

$$w := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{U_c} = 0.012$$

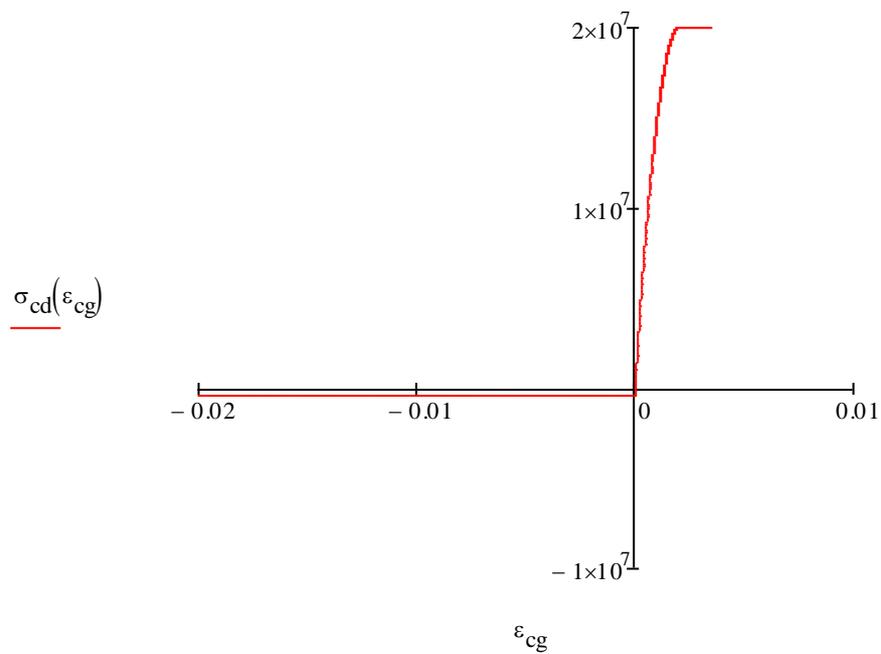
$$\rho_l := w \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.071\%$$

$$\mu_u := \frac{M_u}{U_c \cdot d_s} = 0.104$$

Para el caso del refuerzo de fibras, el procedimiento es el mismo, variando la ley constitutiva empleada para el hormigón:

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) := \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] & \text{if } 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{c0} \\ f_{cd} & \text{if } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ -0.33f_{R3d} & \text{if } -0.02 \leq \varepsilon_c \leq 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c < -0.02 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ley tensión-deformación.} \\ \text{(Según E.H.E)} \end{array}$$

$$\varepsilon_{cg} := -0.02, -0.01999, \varepsilon_{cu}$$



## Hoja de cálculo para elementos de hormigón pretensado (FRC, HPFRC, UHPFRC)

### Datos de entrada

b	Ancho de la sección transversal de hormigón
h	Canto de la sección transversal de hormigón
$L_v$	Longitud de la viga
$d_s$	Profundidad de la armadura pasiva de tracción
$d'_s$	Profundidad de la armadura pasiva de compresión
$f_{ck}$	Resistencia característica del hormigón.
$f_{yk}$	Resistencia característica del acero pasivo.
$f_{p0.1k}$	Resistencia característica del acero activo.
$\gamma_c$	Coefficiente de minoración de resistencia del hormigón
$\gamma_s$	Coefficiente de minoración de resistencia del acero pasivo
$E_y$	Módulo de elasticidad del acero pasivo
$E_p$	Módulo de elasticidad del acero activo
r	Recubrimiento geométrico de la sección

### Variables calculadas

$f_{cd}$	Resistencia característica minorada del hormigón.
$f_{yd}$	Resistencia característica minorada del acero pasivo.
$f_{pd}$	Resistencia característica minorada del acero activo.
$\epsilon_y$	Valor de la deformación del límite elástico del acero pasivo
$\epsilon_{c0}$	Valor de la deformación de rotura a compresión simple
$\epsilon_{cu}$	Valor de la deformación última
n	Grado de la parábola
$x_{jin}$	Valor de la fibra neutra en el límite del dominio 3 y 4
$M_{dlin}$	Momento resistente de la sección para la fibra neutra límite
$A_{slin}$	Armadura pasiva de tracción necesaria para soportar $M_{lin}$

### Datos de salida

ELS: Número de cordones (n) y excentricidad de la armadura activa (e)

ELU: Momento último adimensional para la armadura calculada en ELS

### Unidades definidas

$$\text{MPa} = 1 \times 10^6 \text{ Pa} \quad \text{kN} = 1 \times 10^3 \text{ N}$$

Datos:

$b := 40 \text{ cm}$	Ancho de la sección transversal de hormigón
$h := 1.5r$	Canto de la sección transversal de hormigón
$L_v := 20 \text{ m}$	Longitud de la viga
$d_s := 1.45 \text{ m}$	Profundidad de la armadura pasiva de tracción
$d'_s := 3 \cdot \text{cm}$	Profundidad de la armadura pasiva de compresión
$f_{ck} := 30 \text{ MPa}$	Resistencia característica del hormigón.
$f_{yk} := 400 \text{ MPa}$	Resistencia característica del acero pasivo.
$f_{pmax} := 1860 \text{ MPa}$	Resistencia característica del acero pasivo.
$\gamma_c := 1.5$	Coefficiente de minoración de resistencia del hormigón
$\gamma_s := 1.15$	Coefficiente de minoración de resistencia del acero pasivo
$E_y := 200 \text{ GPa}$	Módulo de elasticidad del acero pasivo
$E_p := 195 \text{ GPa}$	Módulo de elasticidad del acero activo
$r := 3 \cdot \text{cm}$	Recubrimiento geométrico de la sección

Cálculos:

Para empezar, definiremos aquellas variables que por su simplicidad pueden ser calculadas directamente.

-Variables asociadas a las características resistentes de los elementos:

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 347.826 \text{ MPa}$$

$$f_{pk} := 0.9 f_{pmax} = 1.674 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$f_p := 0.7 f_{pmax} = 1.302 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon_y := \frac{f_{yk}}{E_y} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{ps} := \frac{f_{pk}}{E_p} = 8.585 \times 10^{-3}$$

-Variables que definen la relación tensión-deformación del hormigón:

$$\varepsilon_{c0} := \begin{cases} 0.002 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.002 + 0.000085 \left( \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} - 50 \right)^{0.50} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Valor de la deformación de rotura a} \\ \text{compresión simple} \end{array}$$

$$\varepsilon_{cu} := \begin{cases} 0.0035 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.0026 + 0.0144 \left[ \frac{\left( 100 - \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)}{100} \right]^4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Valor de la deformación última} \end{array}$$

$$n := \begin{cases} 2 & \text{if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 9.6 \left[ \frac{\left( 100 - \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)}{100} \right]^4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Grado de la parábola.} \end{array}$$

Puntualizar que para la definición de la relación tensión-deformación se ha

empleado la normativa E.H.E-2008

A continuación, pasamos a definir la ley tensión-deformación, debido al empleo

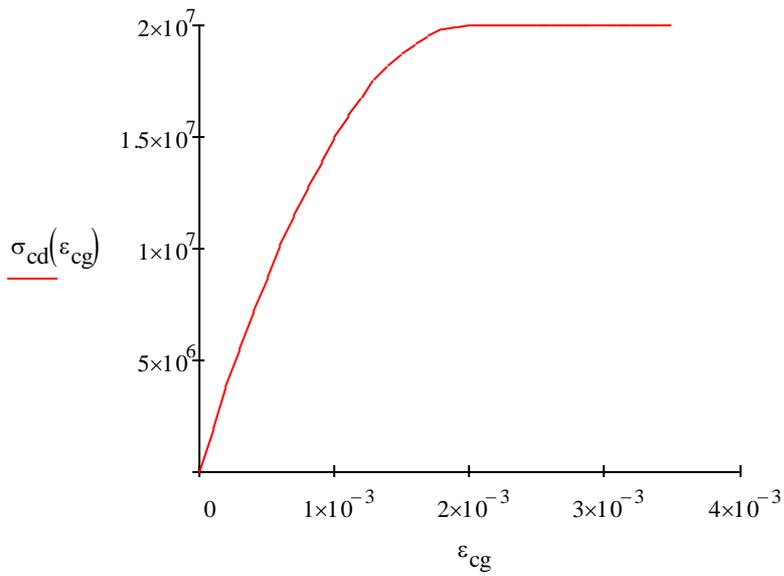
de una hoja de cálculo se ha decidido adoptar la ley constitutiva parábola-rectángulo contemplada en la normativa.

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) := \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] & \text{if } 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{c0} \\ f_{cd} & \text{if } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ley tensión-deformación.} \\ \text{(Según E.H.E)} \end{array}$$

Se adjunta una gráfica para poder visualizar la ley tensional definida anteriormente:

$$\varepsilon_{cg} := 0,0001.. \varepsilon_{cu}$$

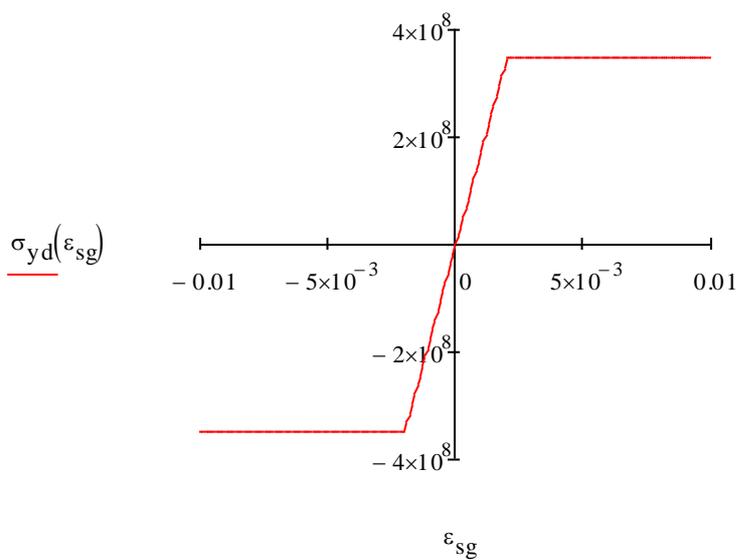
$$\sigma_{cd}(\varepsilon_{cg}) = \boxed{\dots} \blacksquare$$



Ley tensión-deformación para el acero pasivo:

$$\sigma_{yd}(\epsilon_s) := \begin{cases} \frac{f_{yd} \cdot \epsilon_s}{\epsilon_y} & \text{if } -\epsilon_y \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y \\ f_{yd} & \text{if } \epsilon_y < \epsilon_s \leq 0.01 \\ -f_{yd} & \text{if } -\epsilon_y > \epsilon_s \geq -0.01 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

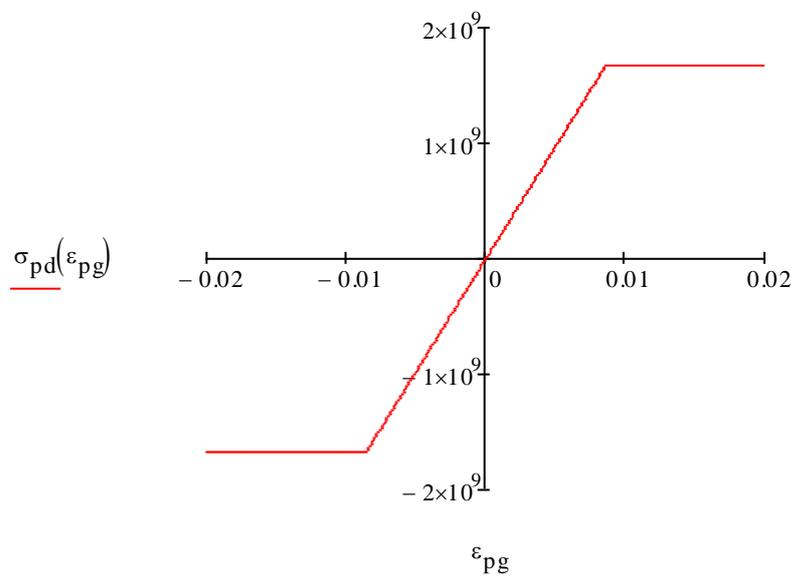
$$\epsilon_{sg} := -0.01, -0.0099..0.01$$



Ley tensión-deformación para el acero activo:

$$\sigma_{pd}(\varepsilon_p) := \begin{cases} \frac{f_{pk} \cdot \varepsilon_p}{\varepsilon_{ps}} & \text{if } -\varepsilon_{ps} \leq \varepsilon_p \leq \varepsilon_{ps} \\ f_{pk} & \text{if } \varepsilon_{ps} < \varepsilon_p \\ -f_{pk} & \text{if } -\varepsilon_{ps} > \varepsilon_p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{pg} := -0.02, -0.0199, 0.02$$



## ANÁLISIS EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

**Geometría:**

Área de la viga

$$A_v := b \cdot h = 0.6 \text{ m}^2$$

Posición del centro de gravedad

$$H_{cg} := \frac{h}{2} = 0.75 \text{ m}$$

Inercia de la viga

$$I_f := \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = 1.125 \times 10^7 \cdot \text{cm}^4$$

Distancia de la fibra inferior al baricentro

$$v_1 := H_{cg} = 0.75 \text{ m}$$

Distancia de la fibra superior al baricentro

$$v_2 := H_{cg} - h = -0.75 \text{ m}$$

Módulo resistente de la fibra traccionada

$$Z_1 := \frac{I_f}{v_1} = 1.5 \times 10^5 \cdot \text{cm}^3$$

Módulo resistente de la fibra comprimida

$$Z_2 := \frac{I_f}{v_2} = -1.5 \times 10^5 \cdot \text{cm}^3$$

Coeficiente K1

$$k_1 := \frac{Z_1}{A_v} = 0.25 \text{ m}$$

Coeficiente K2

$$k_2 := \frac{Z_2}{A_v} = -0.25 \text{ m}$$

Longitud de la viga

$$L_{\text{viga}} := 20 \text{ m}$$

Peso específico del hormigón

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

Carga repartida aplicada

$$q := A_v \cdot \gamma = 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Área unitaria del cordón

$$A_{\text{puni}} := 140 \text{ m}^2$$

**Límites tensionales:**

Tensión máxima de compresión en la transferencia

$$\sigma_{ct} := 1.30 \text{ MPa} = 30 \text{ MPa}$$

Tensión máxima de tracción en la transferencia

$$\sigma_{tt} := -2.1 \text{ MPa}$$

Tensión máxima de compresión en servicio

$$\sigma_{cw} := 30 \text{ MPa}$$

Tensión máxima de tracción en servicio

$$\sigma_{tw} := -2.1 \text{ MPa}$$

**Datos de Tesado:**

Porcentaje de tesado

$$r_t := 75\%$$

Coeficiente de pérdidas

$$R_p := 80\%$$

**Esfuerzos en la sección central:**

Momento en la transferencia

$$M_t := \frac{q \cdot L_v^2}{8} = 750 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Momento de servicio

$$M_w := M_t \cdot 2.75 = 2062.5 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Inecuación I:

$$e_I(\text{inv}P_0) := -k_2 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{tt} \cdot Z_2)$$

Inecuación II:

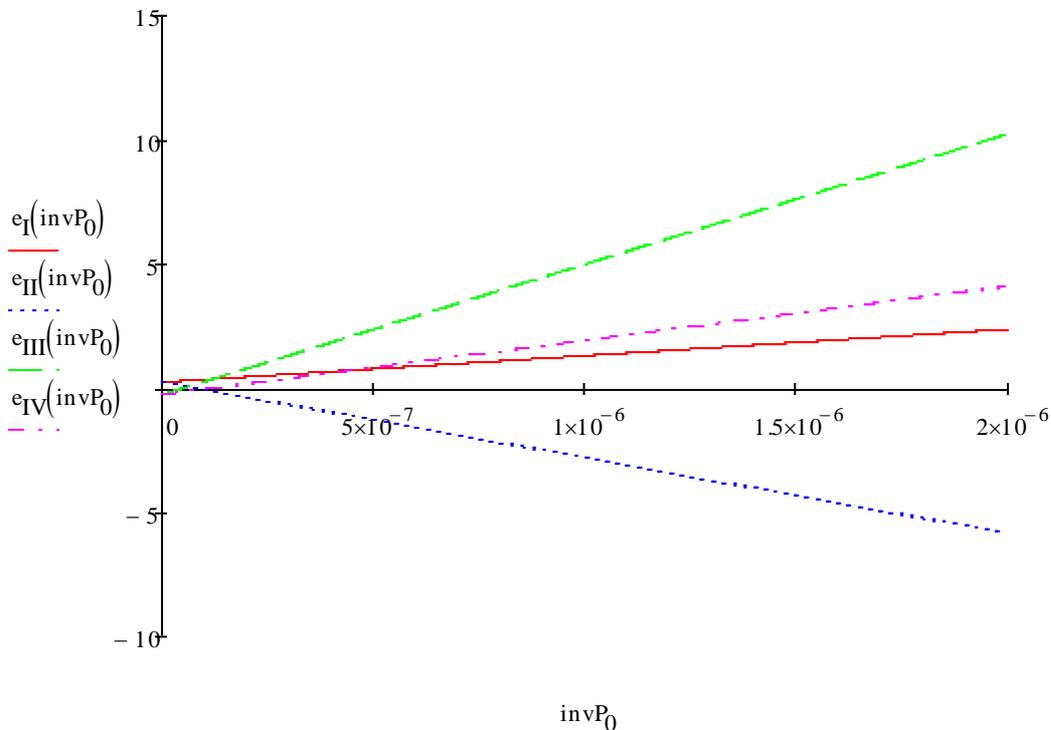
$$e_{II}(\text{inv}P_0) := -k_2 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{cw} \cdot Z_2)$$

Inecuación III:

$$e_{III}(\text{inv}P_0) := -k_1 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{ct} \cdot Z_1)$$

Inecuación IV:

$$e_{IV}(\text{inv}P_0) := -k_1 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{tw} \cdot Z_1)$$



$$\text{inv}P_0 := \frac{1}{\text{kN}}$$

Given

$$e_1(\text{inv}P_0) = e_{IV}(\text{inv}P_0)$$

$$(\text{inv}P_0) := \text{Find}(\text{inv}P_0)$$

### Fuerzas de tesado:

Tesado inicial

$$P_0 := \frac{1}{\text{inv}P_0} = 2238.75 \text{ kN}$$

$$A_p := \frac{P_0}{r_t \cdot f_{pmax}} = 1.605 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$n_{cor} := \frac{A_p}{A_{puni}} = 11.463$$

Elegimos  $n_{cord} := 14$

$$P_{0d} := n_{cord} \cdot A_{puni} \cdot r_t \cdot f_{pmax} = 2.734 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$P_w := R_p \cdot P_{0d} = 2.187 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$e_1\left(\frac{1}{P_{0d}}\right) = 63.951 \text{ cm} \quad e_{IV}\left(\frac{1}{P_{0d}}\right) = 54.891 \text{ cm}$$

## ANÁLISIS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

Definición de las variables que caracterizan el pretensado:

$$A_{pu} := A_{puni} \cdot n_{cord} = 19.6 \text{ cm}^2$$

$$d_p := (75 + 62) \cdot \text{cm} = 1.37 \text{ m}$$

$$f_{pu} := f_{pmax} \cdot r_t = 1.395 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$A_s := 0 \cdot \text{cm}^2$$

$$A'_s := 0 \cdot \text{cm}^2$$

La deformación del acero pasivo será equivalente a la del hormigón, mientras que la deformación del acero activo tiene un gap que será función del tesado inicial.

$$\varepsilon_s := \varepsilon_c$$

$$\varepsilon_p := \varepsilon_c + \Delta\varepsilon_p$$

Planteamos el equilibrio en el pretensado en función de la deformación de las exteriores de la sección de hormigón.

$$\varepsilon_c(y, \varepsilon_1, \varepsilon_2) := \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h} \cdot y + \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_s(y, \varepsilon_1, \varepsilon_2) := \varepsilon_c(y, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$$

$\varepsilon_1 := 0.0000$                       Valores iniciales para la resolución de las ecuaciones de

$\varepsilon_2 := -0.0000$                       equilibrio

Given

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) \cdot b \cdot dy + A_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(d_s, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) - A_{pu} \cdot f_{pu} + A'_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(d'_s, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) = C$$

$$A_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(d_s, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) \cdot d_s - A_{pu} \cdot f_{pu} \cdot d_p + \int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) \cdot b \cdot y \cdot dy + A'_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(d'_s, \varepsilon_1, \varepsilon_2)) \cdot d'_s + M_w = 0$$

$$\varepsilon_{cp} := \varepsilon_c(d_p, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = 1.291 \times 10^{-4}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$$

$$\varepsilon_1 = 3.839 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_2 = 1.049 \times 10^{-4}$$

A través de la resolución de equilibrio hemos obtenido la diferencia de deformación entre el acero activo y el hormigón

$$\eta := 0$$

$$\Delta \varepsilon_p := \frac{-f_{pu}}{E_p} - \eta \cdot \varepsilon_{cp} = -7.154 \times 10^{-3}$$

A continuación, como segundo paso definimos la deformación de cada fibra de la sección en función de dos variables:

-La variable 'y' recorre la sección de hormigón, siendo su origen la fibra superior de la sección.  $y(0)=0$  /  $y(h)=h$

-La variable 'x' define la posición de la fibra neutra.

Con estas dos variables se define la deformación de cada una de las fibras del hormigón para una fibra neutra dada.

En función de la fibra neutra podemos distinguir tres tipos de casos:

-Primer caso: Dominio 1 y 2

-Segundo caso: Dominio 3 y 4

-Tercer caso: Dominio 5

Debido a que no vamos a dimensionar para dominios superiores al dominio 3, no haría falta definir el tercer caso. Aún así se definirá para que la hoja de cálculo sea más consistente.

$$\varepsilon_c(y, x) := \begin{cases} 0.010 \frac{x-y}{d_s - x} & \text{if } x \leq \frac{d_s \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.01} \\ \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x-y}{x} & \text{if } h \geq x > \frac{d_s \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.01} \\ \varepsilon_{c0} \cdot \frac{x-y}{x - 0.429h} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Deformación de la sección de hormigón, en función de la fibra neutra. Se distinguen tres tipos de casos.

Para  $x < 0.259 \cdot d$

Para  $0.259 \cdot d < x < h$

Para  $h < x$

Particularizamos las deformaciones en agotamiento para el resto de armaduras:

$$\varepsilon_p(x) := \varepsilon_c(d_p, x)$$

$$\varepsilon_s(x) := \varepsilon_c(d_s, x)$$

$$\varepsilon'_s(x) := \varepsilon_c(d'_s, x)$$

Resolvemos la ecuación de equilibrio de fuerzas para obtener la profundidad de la fibra neutra

$$x := 1 \cdot \text{cm}$$

$$M_d := 220 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Given

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, x)) \cdot b \cdot dy + A_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(x)) + A_{pu} \cdot \sigma_{pd}(\varepsilon_p(x) + \Delta\varepsilon_p) + A'_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(x)) = 0$$

$$\int_0^h \sigma_{cd}(\varepsilon_c(y, x)) \cdot b \cdot y \cdot dy + A_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(x)) \cdot d_s + A_{pu} \cdot \sigma_{pd}(\varepsilon_p(x) + \Delta\varepsilon_p) \cdot d_p + A'_s \cdot \sigma_{yd}(\varepsilon_s(x)) \cdot d'_s + M_d = 0$$

$$\begin{pmatrix} M_u \\ x \end{pmatrix} := \text{Find}(M_d, x)$$

$$x = 50.663 \text{ cm}$$

$$U_c := b \cdot d_s \cdot f_{cd} = 1.16 \times 10^4 \cdot \text{kN}$$

$$M_u = 3.804 \times 10^3 \cdot \text{m} \cdot \text{kN}$$

$$\mu_u := \frac{M_u}{U_c \cdot d_s} = 0.226 \quad \chi := \frac{x}{d_s} = 0.349$$

Comprobamos la deformación en las fibras extremas de la sección, y si la armadura pasiva trabaja su máxima capacidad en agotamiento.

$$\varepsilon_p(x) + \Delta\varepsilon_p = -0.013$$

$$\varepsilon_c(0, x) = 3.5 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_c(h, x) = -6.863 \times 10^{-3}$$

Siendo la curvatura en el momento último:

$$\chi_u := \frac{\varepsilon_c(0, x) - \varepsilon_c(h, x)}{h} = 6.908 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Para el caso del refuerzo de fibras, el procedimiento es el mismo, variando la ley constitutiva empleada para el hormigón:

$$\sigma_{cd}(\varepsilon_c) := \begin{cases} f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] & \text{if } 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{c0} \\ f_{cd} & \text{if } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \\ -0.33f_{R3d} & \text{if } -0.02 \leq \varepsilon_c \leq 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \\ 0 & \text{if } \varepsilon_c < -0.02 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ley tensión-deformación.} \\ \text{(Según E.H.E)} \end{array}$$

$$\varepsilon_{cg} := -0.02, -0.01999, \varepsilon_{cu}$$

