Trabajo Fin de Grado Ingeniería de la Energía

# Modelado y cálculo de la actividad de los residuos de una central nuclear de agua ligera.

Autor: Borja Temblador Muñoz Tutores: Antonio de la Cruz González Fernández Francisco Barranco Paulano

> Dep. Física Aplicada III Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

> > Sevilla, 2018





Trabajo Fin de Grado Ingeniería de la Energía

# Modelado y cálculo de la actividad de los residuos de una central nuclear de agua ligera.

Autor: Borja Temblador Muñoz

Tutores: Antonio de la Cruz González Fernández Profesor titular de Universidad Francisco Barranco Paulano Catedrático de Universidad

Dep. de Física Aplicada III Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Modelado y cálculo de la actividad de los residuos de una central nuclear de agua ligera.

Autor: Borja Temblador Muñoz

Tutores: Antonio de la Cruz González Fernández Francisco Barranco Paulano

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mi madre Encarni y a mi padre César, os quiero.

A mis maestros por todo lo enseñado.

*A Bella, por el camino recorrido y el que queda por recorrer.* 

Este trabajo nace a raíz de la curiosidad innata de un chico de la Sierra de Cádiz que desde temprana edad tuvo curiosidad por todo lo que le rodeaba. Dicha curiosidad había de ser apaciguada, gracias al amor incondicional de unos padres que le proporcionaron al chico todo lo que pudieron y más, al incansable trabajo de unos maestros y profesores maravillosos que instruyeron al chico durante años, este comenzó a aprender y a interesarse especialmente por la ciencia. Hoy puede decir que es un poco más hombre, un poco más culto y está ante el emocionante camino de intentar ser un gran ingeniero.

Me gustaría agradecer especialmente a todos aquellos que de alguna manera me ayudaron en el camino, pero la lista sería interminable. Sin embargo, sería imposible y desagradecido, el hecho de no darle las gracias a D. Antonio de la Cruz González Fernández, tanto por el apoyo prestado durante el largo proceso de realización de este trabajo, como por las orientaciones profesionales recibidas a lo largo de los años. Antonio, muchas gracias por todo.

Borja Temblador Muñoz Sevilla, 2018

En el presente trabajo final de grado, se ha estudiado el cálculo de la actividad de residuos radiactivos de centrales nucleares de agua ligera a presión. Dicho cálculo, se ha realizado a partir de una muestra real de residuo radiactivo teniendo en cuenta las distintas concentraciones de cada uno de los elementos. Para el modelado matemático se ha utilizado la transformada de Laplace, aplicando las ecuaciones de Bateman. Teniendo en cuenta una serie de hipótesis iniciales se han calculado, utilizando diversos softwares informáticos, las actividades de las distintas series radiactivas que surgían a partir de los elementos presentes en la muestra inicial de residuo nuclear. Por último, se han comparado los resultados obtenidos con un ejemplo real de la actividad de los residuos nucleares salidos de una central nuclear de agua ligera a presión para comprobar así la validez y precisión del modelo.

The main purpose of this project is to propose and test a mathematical model in order to obtain the activity of the nuclear waste from a pressurized light water reactor.

With this aim, the authors have studied the diverse ways in which radioactive nuclei can decay and have proposed a series of equations, using Laplace transform, depending on each case to describe the most important ones. Based on information from a real nuclear waste composition, and with the help of different software, the authors of this project have been able to obtain results which had been compared with empiric data later on.

Agradecimientos			ix
Resumen			xi
Abstract			xiii
Índice			xv
Índice de Tablas			xviiii
Índice de Figuras			xixx
1. Introduccio	ón		11
1.1. Objetiv	/OS		11
1.2. Alcanc	е		11
1.3. Estruct	tura		12
1.4. Metod	ología		13
1.5. Introdu	ucción a la en	ergía nuclear y los residuos nucleares	14
1.6. Reacto	res de agua	ligera a presión	14
1.7. Proces	os nucleares	dentro del reactor	18
1.8. Residu	os y tratamie	ento post reactor	22
2. Series radia	activas		27
2.1. Tipos d	le desintegra	ciones radiactivas	28
2.2. Leyes a	le desintegra	iciones radiactivas	29
2.3. Princip	ales series ra	idiactivas naturales	50
3. Aplicación	del modelad	lo matemático	58
3.1. Proced	limiento de c	álculo	60
3.2. Cálculo	) de la activic		70
3.2.1.	Calculo de	la actividad de las series del U	/1
3.2		o de la actividad de cada isotopo de U	/1
	3.2.1.1.1.	Cálculo de la actividad del U233	72
	3.2.1.1.2.	Calculo de la actividad del U234	73
	3.2.1.1.3.	Cálculo de la actividad del U235	74
	5.2.1.1.4. 2 7 1 1 E	Cálculo de la actividad del U2230	70
	5.2.1.1.5. 2 2 1 1 6	Cálculo de la actividad del U237	70
2 -	5.2.1.1.0. ) 1 2 Cálculo	culculo de la actividad total de los isótonos de Ll	78 70
3.2	2.1.2. Culculo	o de la actividad de las series de cada isótopo de Ll	80
5.2	2 2 1 2 1	Cálculo de la actividad de la serie del 11234	80
	32132	Cálculo de la actividad de la serie del 1/235	80
	32133	Cálculo de la actividad de la serie del 11236	82
	3.2.1.3.4	Cálculo de la actividad de la serie del U238	83
3.2	2.1.4. <i>Cálculo</i>	o de la actividad total de las series de U	84
3.2.2.	Cálculo de	las actividades totales de las series del plutonio. actínidos	2.
	menores v	productos de fisión.	85
3.2	2.2.1. Activid	ad total de las series del plutonio	85

Refere	ncias		98
4.	Conclusion	es	96
		de años)	
	3.3.3.	Análisis de los resultados en un periodo indefinido (~50.000 millones	94
	3.3.2.	Análisis de los resultados en un periodo de 100 años	93
	3.3.1.	Análisis de los resultados en un periodo de 5 años	92
	3.3. Análisi	s de los resultados con ejemplos empíricos	90
	3.2.3.	Actividad total de las series de la muestra de residuo radiactivo	89
	3.2	2.2.3. Actividad total de las series de los productos de fisión	87
	3.2	2.2.2. Actividad total de las series de los actínidos menores	86

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Comparación entre PWR y BWR en funcionamiento a nivel mundial.	14
Tabla 2. Serie radiactiva del Th232.	50
Tabla 3. Serie radiactiva del U235.	52
Tabla 4. Serie radiactiva del U238.	54
Tabla 5. Serie radiactiva del Np237.	56
Tabla 6. Muestra inicial de residuo nuclear.	59
Tabla 7. Elementos que afectan a la actividad de los isótopos de uranio.	71
Tabla 8. Elementos estables dentro de la muestra inicial de residuo.	87
Tabla 9. Variación de la actividad en un periodo de 5 años.	92
Tabla 10. Variación de la actividad en un periodo de 100 años.	93
Tabla 11. Variación de la actividad en un periodo indefinido.	94

### ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de un reactor PWR.	15
Figura 2. Pellet de UO2.	16
Figura 3. Elemento de combustible nuclear.	17
Figura 4. Fisión del U235.	18
Figura 5. Distribución de los productos de fisión del U235.	19
Figura 6. Distribución de los productos de fisión del U235, U233 y Pu239.	19
Figura 7. Proceso de formación de Pu239 a partir de U238.	20
Figura 8. Absorción de neutrones y decaimiento.	21
Figura 9. Composición tipo del combustible nuclear en un PWR.	22
Figura 10. Piscina de almacenamiento de residuo nuclear.	23
Figura 11. Dry cask storage system.	24
Figura 12. ATI central nuclear de Zorita.	24
Figura 13. Recreación del futuro AGP de Forsmark.	25
Figura 14. Concentración Tc99 vs Ru99.	33
Figura 15. Actividad del Tc99.	34
Figura 16. Actividad del Tc99 (Escala logarítmica).	34
Figura 17. Concentración de átomo padre vs hijo vs nieto.	37
Figura 18. Actividad del padre vs hijo vs actividad total.	38
Figura 19. Actividad del padre vs hijo vs actividad total (escala logarítmica).	38
Figura 20. Actividad cuando la semivida del padre es mayor que la del hijo.	39
Figura 21. Actividad cuando la semivida del padre es mayor que la del hijo (escala logarítmica).	39
Figura 22. Actividad cuando la semivida del padre es menor que la del hijo.	40
Figura 23. Actividad cuando la semivida del padre es menor que la del hijo (escala logarítmica).	40
Figura 24. Concentración del padre vs concentración de los hijos.	43
Figura 25. Actividad del padre.	44
Figura 26. Actividad del padre (escala logarítmica).	44

Figura 27. Concentración del padre vs hijos vs nieto.	48
Figura 28. Actividad del padre, hijos y total.	49
Figura 29. Actividad del padre, hijos y total (escala logarítmica).	49
Figura 30. Serie radiactiva del Th232.	51
Figura 31. Serie radiactiva del U235.	53
Figura 32. Serie radiactiva del U238.	55
Figura 33. Serie radiactiva del Np237.	57
Figura 34. Live chart of Nuclides	60
Figura 35 y 36. Principales características del U235.	61
Figura 37. Cadena radiactiva U235.	62
Figura 38. Propiedades de la serie radiactiva del Pu241	64
Figura 39. Propiedades de la serie radiactiva del U238	66
Figura 40. Propiedades de la serie radiactiva del Pu238	66
Figura 41. Propiedades de la serie radiactiva del U236	67
Figura 42. Propiedades de la serie radiactiva del Tc99	68
Figura 43. Propiedades de la serie radiactiva del Cs137	68
Figura 44. Propiedades de la serie radiactiva del Cs133	69
Figura 45. Propiedades del Nd146	69
Figura 46 Actividad del U233	72
Figura 47. Actividad del U234	73
Figura 48. Actividad del U235	74
Figura 49. Actividad del U235, detalle 1.	75
Figura 50. Actividad del U235, detalle 2.	75
Figura 51. Actividad del U236	76
Figura 52. Actividad del U237	76
Figura 53. Propiedades de la serie radiactiva del Pu241	77
Figura 54. Actividad del U238	78
Figura 55. Actividad del U238, detalle.	78
Figura 56. Actividad total de los isótopos de U	79
Figura 57. Actividad de la serie del U234	80

Figura 58. Actividad de la serie del U235	81
Figura 59. Actividad de la serie del U236	82
Figura 60. Actividad de la serie del U236, detalle.	82
Figura 61. Actividad de la serie del U238	83
Figura 62. Actividad total de todas las series de uranio.	84
Figura 63. Actividad total de todas las series de plutonio.	85
Figura 64. Actividad total de todas las series de actínidos menores	86
Figura 65. Actividad total de las series de los productos de fisión.	88
Figura 66. Actividad total de todas las series de los elementos de la muestra de residuo radiactivo.	89
Figura 67. Actividad total del residuo radiactivo calculada empíricamente.	90
Figura 68. Análisis de los resultados en un periodo de 5 años.	92
Figura 69. Análisis de los resultados en un periodo de 100 años.	93
Figura 70. Análisis de los resultados en un periodo indefinido.	94

#### 1.1 Objetivos

El presente Trabajo se centra en dos objetivos fundamentales.

• El primero de ellos es el estudio sobre la composición de los residuos radiactivos de los reactores de agua ligera, centrándonos en los reactores de agua ligera a presión.

Para ello se han consultado diversas fuentes de contenido científico con información recaudada a través de ejemplos empíricos de distintas composiciones de residuos nucleares.

• El segundo objetivo, y el principal, es el análisis de los resultados del modelado matemático del cálculo de la actividad de residuos nucleares, dada una muestra real.

#### 1.2 Alcance

En el presente trabajo final de grado, se ha modelado matemáticamente, utilizando la transformada de Laplace, el cálculo de la actividad de una muestra real de residuos radiactivos procedentes de una central nuclear de agua ligera a presión. Para ello, se han tomado una serie de hipótesis iniciales:

Las series radiactivas se desarrollan sin tener en cuenta que los elementos, tanto padres como hijos, de distintas series puedan relacionarse entre ellos dando lugar a nuevos elementos.

De manera similar, las series radiactivas se desarrollan sin tener en cuenta que los elementos pueden reaccionar con neutrones libres que se encuentren en el ambiente.

No se impone ningún tipo de confinamiento en concreto, por tanto, los desarrollos no tendrán en cuenta que los elementos puedan reaccionar con los materiales por los que pudiera estar compuesto confinamiento de los residuos.

Es necesario mencionar, una serie de factores que, a su vez, no se están teniendo en cuenta en el análisis de este trabajo. Existe una diferencia crucial en partículas liberadas por los residuos, ya que no es lo mismo emitir una partícula alfa, que una beta o una gamma. Este hecho determina en gran medida, el tipo de almacenamiento y blindaje necesarios para la contención de los residuos. A su vez, no estamos teniendo en cuenta la energía liberada durante las desintegraciones. No todas las desintegraciones liberan la misma cantidad de energía, ni siquiera todas las desintegraciones de un mismo tipo tienen por qué liberar la misma cantidad de energía. Este análisis energético requiere un estudio más avanzado que está fuera del alcance de este trabajo.

#### 1.3 Estructura

El texto se compone de distintos objetos de estudio localizados de forma deductiva en diferentes capítulos numerados del 1 al 3. Cada capítulo se compone a su vez de distintas secciones en las cuales se estudian aspectos relativos al principal objeto de estudio.

A continuación, se explica el contenido de cada capítulo.

Capítulo 1.	En este primer capítulo se desarrolla una pequeña introducción del
Introducción.	trabajo, se explican sus principales objetivos, el alcance, la estructura que posee y la metodología que sigue del mismo. A su vez, se hace una introducción a la energía nuclear, los procesos que ocurren dentro del reactor y a los residuos nucleares y su tratamiento una vez salen del reactor.
Capítulo 2.	En este capítulo se introducen los distintos tipos de desintegraciones
Series radiactivas.	que pueden sufrir los distintos átomos, se desarrollan las matemáticas detrás de las leyes de desintegración radiactivas y se explican las principales series radiactivas naturales.
Capítulo 3.	En este capítulo se define el procedimiento de cálculo desarrollado
Aplicación del modelado matemático.	en el trabajo, se muestran analizan figuras representando la actividad de elementos puntuales, familias de isótopos, series completas y la actividad total de la muestra real de residuo radiactivo. Por último, se comparan los resultados del modelo matemático con los resultados analizados empíricamente.
Capítulo 4.	En el capítulo 4, se aúnan todas las conclusiones recogidas a lo largo
Conclusiones.	del trabajo.

#### 1.4 Metodología

La metodología llevada a cabo a la hora de la elaboración de este trabajo ha constado de varios procesos.

Primero, una previa dotación y estudio de toda la información necesaria relativa tanto a la energía nuclear, los tipos de reactores nucleares y su funcionamiento, los residuos nucleares y su composición, los tipos de desintegraciones, series radiactivas y al cálculo de su actividad.

Posteriormente se han realizado una serie de demostraciones matemáticas, aplicando la transformada de Laplace, mostrando el principal abanico de posibilidades que tienen lugar en las desintegraciones radiactivas.

Tras estos pasos iniciales, se ha utilizado una muestra real de residuo nuclear, de la cual se han calculado todas sus propiedades para que sea posible el cálculo de su actividad. Para poder realizar dicho cálculo, en este trabajo se han usado principalmente dos *softwares*, el programa de cálculo *Mathematica* donde se han realizado todos los cálculos necesarios para resolver las diferentes ecuaciones diferenciales y transformadas de Laplace, y *Microsoft Excel* que se ha usado principalmente para la creación de las diferentes figuras y tablas presentes en este trabajo.

Tras esta breve descripción de los objetivos, alcance, estructura y metodología que se seguirá en este trabajo, pasamos a introducir brevemente una serie de conceptos básicos sobre la energía nuclear y los residuos nucleares.

#### 1.5 Introducción a la energía nuclear y los residuos nucleares.

Según su definición, una máquina térmica es aquella que, operando de forma cíclica, toma calor de un foco caliente, realiza un cierto trabajo y posteriormente entrega el calor de desecho a un foco frío, el cual normalmente suele ser el ambiente.

Las centrales nucleares actuales se basan en este principio de funcionamiento y por tanto son consideradas como tales. En este caso el calor utilizado viene producido por una serie de reacciones nucleares en cadena, dicho calor es transferido al agua, la cual es usada como fluido caloportador, provocando que esta se evapore generando así vapor de agua que posteriormente se usa en grupos de turbinas para generar energía eléctrica.

El combustible utilizado para el funcionamiento de las centrales nucleares suele ser uranio enriquecido o uranio natural. Para el caso de reactores nucleares de agua ligera, el cual es el caso de estudio de este trabajo, el combustible utilizado es el uranio enriquecido, normalmente al 3%. Asimismo, centrándonos solamente en los reactores de agua ligera a presión (PWR), también cabe destacar que la potencia habitual de los grupos nucleares armados con este tipo de reactor es de 1GWe y que su rendimiento ronda en torno al 33%. El consumo anual de una central nuclear de dichas características estaría en torno a las 180Tm de uranio al año. A modo de comparativa, una central térmica convencional que utilizase carbón como combustible, tendría un consumo de unas 3MTm de carbón al año para producir la misma potencia.

#### 1.6 Reactores de agua ligera a presión.

Los reactores de agua ligera a presión constituyen la mayor parte de los reactores actuales en funcionamiento en el mundo, son uno de los tres tipos de reactores que usan agua ligera junto con los reactores de agua en ebullición y los reactores de agua en estado supercrítico. En la actualidad existen más de 270 reactores de este tipo en funcionamiento en todo el mundo, siendo los países con mayor cantidad de ellos EEUU, Francia, Japón, Rusia y China. En comparación, de los siguientes reactores más usados, los de agua en ebullición, solo hay instalados 75.

Tipo de reactor	Países principales	Número
Reactor de agua a presión	EEUU, Francia, Japón, Rusia, China	297
Reactor de agua en ebullición	EEUU, Japón, Suecia	75

Tabla 1. Comparación entre PWR y BWR en funcionamiento a nivel mundial.<sup>[1]</sup>

El principio de funcionamiento de un reactor nuclear de agua a presión como el que se muestra en la Figura 1, es el siguiente.



Figura 1. Esquema de un reactor PWR.<sup>[2]</sup>

El calor liberado por el combustible nuclear tras sufrir las reacciones nucleares pasa al agua del circuito primario la cual se calienta y va al intercambiador de calor, donde transfiere calor al agua del circuito secundario, haciendo que esta se convierta en vapor, que posteriormente irá a parar al grupo de turbinas. El agua del circuito primario y del secundario nunca llegan a mezclarse, ya que el agua del circuito primario es radiactiva. Una vez el agua del circuito primario cede el calor al agua del circuito secundario, esta vuelve a la vasija del reactor impulsada por un grupo de bombas.

Los principales componentes de un reactor de agua a presión son: el refrigerante, el moderador, el combustible y los sistemas de control del reactor.

El refrigerante usado en este tipo de reactores es el agua ligera, la cual permanece en el circuito primario en todo momento en estado líquido, gracias a la alta presión que se mantiene en la vasija del reactor. La presión de trabajo varía dependiendo del modelo. En concreto, normalmente en este tipo de reactores unos valores típicos de operación serían 15.5MPa con unas temperaturas de entrada y salida del agua de alrededor de 548 K y 588 K respectivamente.

Dichos 15.5MPa se mantienen gracias a la acción del presionador, una especie de vasija separada de la vasija principal del reactor, parcialmente llena de agua en estado de saturación que se mantiene a la presión deseada manejando la temperatura a la que se encuentra la misma a modo de regulador ante los cambios transitorios producidos dentro del reactor.

En cuanto al agua del circuito secundario, esta suele entrar a 500 K en intercambiador de calor y salir como vapor a 558 K en un proceso que se produce a aproximadamente 6.9MPa.

El moderador utilizado en los PWR es a su vez el agua ligera. El moderador es necesario para que los neutrones de fisión reduzcan su velocidad y así sea más probable que se produzcan reacciones en cadena. Usando el agua como moderador, los neutrones provenientes de la fisión al colisionar con los átomos de hidrógeno reducen su velocidad, esto ocurre en mayor medida cuando el agua es más densa, es decir, a medida que el agua se va calentando, esta se va expandiendo, reduciendo así el número de colisiones entre los neutrones y los átomos de hidrógeno. Esto es una medida de seguridad desde el punto de vista tecnológico en los PWR, a medida que la reactividad aumenta, la temperatura aumenta, si llega un momento en que el reactor se descontrolase, la temperatura haría que el agua se expandiera, los neutrones dejaran de colisionar, y por tanto el reactor se estabilizaría de nuevo.

Como ya se mencionó en la introducción, el combustible utilizado por este tipo de reactores es el uranio, el cual una vez enriquecido, se ensambla en varillas en forma de pellets de UO2 sólido como los que se muestran en la Figura 2.



Figura 2. Pellet de UO2.<sup>[3]</sup>

Las varillas a su vez se ensamblan en un elemento de combustible como la que se muestra en la Figura 3.



Nuclear fuel assembly for a pressurized-water reactor

Figura 3. Elemento de combustible nuclear.

Una configuración típica de PWR, constaría de entre 150 y 250 elementos de combustible con en torno a 200 o 300 varillas de combustible y 24 varillas de control cada uno. Entre dichas varillas fluyen tanto moderador como refrigerante. En los PWR las varillas de control entran desde arriba, sirviéndose así de la gravedad como aliada en caso de emergencia.

Una vez el combustible es utilizado en el reactor y se convierte en residuo, es necesario retirarlo para mantener la eficiencia de la central. En los PWR, este proceso se suele llevar a cabo cada 18 meses. Transcurrido ese tiempo, se retira 1/3 del combustible, se reorganizan los elementos de combustible dependiendo de la composición, y se introducen elementos de combustible nuevos. Los elementos de combustibles extraídos, son almacenados temporalmente en una piscina cerca del reactor. Este proceso puede llegar a tardar en torno a 3 semanas en las cuales se aprovecha para hacer mantenimiento de otros elementos de la central nuclear, tales como turbinas, sistemas de control o grupos diésel.

#### 1.7 Procesos nucleares dentro del reactor.

El principal proceso que se lleva a cabo dentro del reactor nuclear es la fisión nuclear. En rasgos generales, la fisión es un proceso exotérmico en el cual un neutrón térmico colisiona con un átomo pesado que se divide normalmente en otros dos de aproximadamente la mitad del peso del átomo original liberando a su vez entre dos o tres nuevos neutrones y energía.





La clave de todo el proceso, gracias a la cual hoy en día podemos utilizar esta tecnología para obtención de energía, es que, si sumamos las masas de los dos nuevos átomos formados, la cantidad obtenida es menor que la cantidad de masa inicial del átomo pesado con el cual colisionó el neutrón. Este déficit de masa, es el cual da lugar a la energía liberada en la reacción de fisión. Una vez se sabe cuál es la cantidad de masa que nos falta, se puede conocer la energía liberada por la fisión siguiendo la ley de la energía de Albert Einstein,  $E=mc^2$ , donde *m* es el déficit de masa de la reacción. Hay que destacar que, aunque *m* sea muy pequeño, la cantidad de energía liberada es muy grande ya que *m* está multiplicando a  $c^2$  que es la velocidad de la luz al cuadrado.

Los productos que pueden resultar de la fisión del U235, no son constantes en todas las fisiones, este proceso es puramente probabilístico, normalmente tras colisionar con neutrones, un átomo de U235 se dividirá en dos átomos de masas entre 95±15 and 135±15. Esta distribución probabilística suele representarse en la curva *Mass vs Yield* donde *Yield* se refiere a la proporción de átomos de un determinado elemento producidos en una reacción de fisión. Para el caso del U235, la gráfica toma forma similar a una doble campana, situándose la primera campana entre el circonio y el paladio y la segunda campana entre el xenón y el neodimio.



Figura 5. Distribución de los productos de fisión del U235.<sup>[4]</sup>

A su vez, si el elemento bombardeado no fuera U235, si no U233 o Pu239, se obtendría una curva similar, pero con los centros de las campanas ligeramente desviados.



Figura 6. Distribución de los productos de fisión del U235, U233 y Pu239. [5]

Sin embargo, en la práctica, dentro de un reactor nuclear no es tan fácil conseguir la fisión de los átomos pesados. En primer lugar, se necesitan neutrones que sean capaces de inducir la fisión y por supuesto, elementos que sean físiles o físibles.

Haciendo la distinción de núcleos atómicos entre núcleos físiles, aquellos cuya energía de ligadura del último neutrón excede el umbral crítico de fisión, o fisibles, aquellos cuya energía de ligadura no excede dicho umbral. Si queremos originar una reacción de fisión nuclear, debemos tener en cuenta que los elementos físiles experimentan fisión tras colisionar con neutrones térmicos (neutrones con energías de en torno a los MeV) y que los elementos fisibles la experimentan con neutrones rápidos (energías de en torno a los 2MeV).

Un ejemplo de elemento físil es el U235. Para poder por tanto llevar a cabo la fisión del U235 dentro del reactor necesitamos termalizar los neutrones libres, es decir, reducir su energía. En esta parte del proceso, es donde entra en juego el moderador del reactor, en el caso de los PWR o BWR, el agua. Los neutrones libres van colisionando con las moléculas de agua y tras cada colisión, van disminuyendo su energía. Llegado el momento, cuando van lo suficientemente lentos y chocan con un átomo de U235, se produce la fisión descrita anteriormente. Los neutrones liberados tras la fisión, son neutrones rápidos.

Hay que destacar que no todos los neutrones producen una fisión, ya sean neutrones térmicos o rápidos, hay neutrones que son captados por otros átomos, a este proceso se le conoce como captura neutrónica.

Los nuevos átomos posteriormente decaen en otros, como se explicará más adelante, y de esta forma es como se originan mayormente los elementos transuránicos en un reactor nuclear. Como el U238, que es el elemento en mayor proporción dentro del combustible nuclear, puede absorber un neutrón y convertirse en U239, el proceso de captura neutrónica, por probabilidad, es un proceso muy importante dentro del reactor.

Cuando se forma el U239, este se desintegra emitiendo una partícula beta (esto se explicará más en detalle en el apartado 2.1) y decayendo así en Np239, este a su vez, repite el proceso decayendo en Pu239.



Figura 7. Proceso de formación de Pu239 a partir de U238.<sup>[6]</sup>

El Pu239, además de ser un elemento físil en presencia de neutrones térmicos, también puede absorber neutrones, convirtiéndose en Pu240, el cual también puede absorber neutrones y pasar a Pu241 el cual se desintegra emitiendo una partícula beta y decayendo en Am241. Todos estos procesos se pueden observar en la Figura 8.



Figura 8. Absorción de neutrones y decaimiento.<sup>[7]</sup>

Como ya hemos comentado, el Pu239, es un elemento físil, tal y como es el U235. En un reactor PWR, típicamente dos tercios del Pu239 se fisiona a lo largo de tres años, contribuyendo así a aproximadamente un tercio del total de energía liberada por el reactor. Al igual que ocurre con el U235, los elementos en los que se divide el Pu239 son distintos dependiendo de la fisión y siguen un proceso probabilístico, estando sus masas comprendidas principalmente entre  $100\pm15$  y  $135\pm15$  como se puede apreciar en la Figura 6.

Los principales elementos transuránicos que se generan en un reactor nuclear son isótopos del plutonio, curio, neptunio y americio. Estos elementos son emisores de partículas alfa y tienen semividas del orden de magnitud de los isotopos del uranio, lo cual los hace especialmente importantes de cara al tratamiento de los residuos y su almacenamiento a largo plazo.

Aparte de los neutrones que son absorbidos en la captura neutrónica, también hay neutrones que se pierden sin llegar nunca a ser captados ni a producir fisión. Para evitar la fuga de neutrones y poder mantener las reacciones en cadena, se suelen recubrir los reactores con materiales que reflecten los neutrones que vayan a escapar. Así pues, la variación de neutrones  $\Delta n$  dentro de un volumen V del reactor, la podríamos enunciar como:

### $\Delta n = neutrones producidos - neutrones absorbidos + neutrones que entran - neutrones que salen$

#### **1.8** Residuos y tratamiento post reactor.

El combustible nuclear utilizado en los PWR suele tener una composición de en torno al 96.5 % de U238 y del 3.5 % de U235.

Una vez el combustible ha sido utilizado en el reactor, el residuo suele estar compuesto en su mayoría por U238 que ha permanecido intacto, productos de fisión, Plutonio y actínidos menores. A continuación, en la Figura 9, se muestra un ejemplo de composición inicial y residuo asociado, en concreto esta es la muestra que se usará como punto de partida para el capítulo 3.



Figura 9. Composición tipo del combustible nuclear en un PWR.

Hay que destacar que esta composición de combustible nuclear es una composición habitual y razonable a partir de lo observado a lo largo de la historia de la fisión nuclear, pero no tiene por qué ser la composición de los residuos nucleares que salgan de un PWR, pues dicha composición dependerá de multitud de factores entre ellos la proporción de los componentes a la entrada del reactor, la procedencia del combustible, cómo haya tenido lugar la reacción, el enriquecimiento del uranio, el tiempo que los elementos combustibles hayan pasado en el reactor, el modelo de reactor y otra serie de factores aleatorios.

Una vez los residuos salen del reactor, estos producen una gran cantidad de calor y son muy radiactivos, por tanto, se necesita refrigerarlos y para ello los elementos de combustible extraídos del reactor se almacenan en piscinas de agua como la que se puede apreciar en la Figura 10, donde permanecen en torno a 1-3 años dependiendo del país y normativa.



Figura 10. Piscina de almacenamiento de residuo nuclear.<sup>[8]</sup>

Durante este periodo es cuando el residuo es más radiactivo, los productos de fisión de vidas medias más cortas, que a su vez son los más radiactivos, decaen en otros de menor actividad antes de que el residuo sea sacado de la piscina. Una vez el residuo se ha enfriado los suficiente, se puede pasar a la siguiente etapa que dependiendo de la composición del residuo puede ser tanto reprocesamiento como almacenamiento en seco.

El almacenamiento en seco, más conocido como *Dry cask storage* consiste en introducir dentro de unos cilindros sellados de acero y hormigón los residuos rodeados por un gas inerte, el cual suele ser helio.



Figura 11. Dry cask storage system.<sup>[9]</sup>

Dentro de cada cilindro como el que aparece en la Figura 11, caben en torno a 2-6 docenas de elementos de combustible. Este tipo de cilindros a modo de contenedores, se suele ubicar dentro de los límites de la central nuclear y es lo que se conoce como un almacén temporal individualizado (ATI).



Figura 12. ATI central nuclear de Zorita.<sup>[10]</sup>
Existe otra variante a este tipo de almacenamiento, conocida como almacén temporal centralizado (ATC). En España, existe un proyecto de construcción de un ATC para residuos de alta actividad, el cual se encuentra parado en la actualidad, emplazado en la localidad de Villar de Cañas(Cuenca). En el caso español, el ATC sería una instalación industrial diseñada para albergar, en un único lugar, el combustible gastado de las centrales nucleares españolas y los residuos radiactivos de alta actividad.

De manera alternativa, cuando se trata de residuos de muy larga actividad de los cuales ya no hay nada que aprovechar en la actualidad, se ha estudiado la posibilidad de que sean enterrados en profundidad en instalaciones protegidas alejadas de la civilización. Un ejemplo de esto último es el proyecto de almacén geológico profundo (AGP) de Forsmark (Suecia). El AGP sueco estará ubicado en la localidad de Söderviken, cerca de la central nuclear de Forsmark. Los residuos serán enterrados a unos 500m de profundidad en terreno rocoso. Se espera que la construcción del AGP empiece en 2020 y se estima que será capaz de albergar unas 12.000 toneladas de residuo.



Figura 13. Recreación del futuro AGP de Forsmark.<sup>[11]</sup>

Actualmente los residuos de alta actividad suecos van a parar a un ATI en la localidad de Oskarshamn, en funcionamiento desde 1988.



Otro ejemplo de proyecto de AGP podría ser el que se planteó en estados unidos para ser construido en las montañas de Yucca (Nevada). Sin embargo, dicho proyecto fue desestimado en 2010.

U na vez explicados los conceptos básicos sobre la energía nuclear, el funcionamiento de los reactores nucleares de agua ligera a presión, los diversos procesos que ocurren dentro del reactor que afectan posteriormente a la actividad de los residuos y analizada la composición típica de los residuos radiactivos y su almacenamiento. Pasaremos en este capítulo a describir las series radiactivas, los tipos de desintegraciones que se pueden dar dentro de una serie y las matemáticas asociadas a los principales casos de leyes de desintegraciones radiactivas a través de la transformada de Laplace.

En la ciencia nuclear, una cadena radiactiva se refiere a la desintegración radiactiva de distintos productos de previas desintegraciones radiactivas concatenadas. La mayoría de los isótopos radiactivos no decaen en un elemento estable directamente, van decayendo en otros isótopos y estos a su vez decaen en otros hasta que finalmente se llega a un elemento estable. En el argot nuclear, en cuanto a cadenas radiactivas se refiere, los elementos suelen denominarse como *padres*, *hijos o nietos* dependiendo de su procedencia. Por ejemplo:



El U235, decae en Th231 mediante una *desintegración alfa* (explicada en el siguiente epígrafe). En este caso, el U235 sería el padre y el Th231 el hijo. Si el Th231 fuera estable, la cadena radiactiva acabaría ahí, sin embargo, el Th231 decae en Pa231 a través de una *desintegración beta negativa*.



Siguiendo esta dinámica, hasta que no se encuentre un elemento estable la cadena sigue, formada por elementos padres e hijos respectivamente. Para el caso del U235, la cadena completa se detallará en el posterior apartado donde hablaremos de las principales series radiactivas que se encuentran en la naturaleza.

Previo a conocer las principales series radiactivas que se encuentran en la naturaleza, es de interés explicar los tipos de desintegraciones radiactivas más frecuentes en la naturaleza y a su vez conocer qué leyes siguen las desintegraciones radiactivas.

## 2.1 Tipos de desintegraciones radiactivas.

Los núcleos atómicos pueden ser estables o inestables, estos últimos tienden a aproximarse a la configuración estable emitiendo ciertas partículas. Los tipos de desintegraciones radiactivas se clasifican de acuerdo a la clase de partículas que los núcleos emiten al desintegrarse. Entre los tres tipos de desintegraciones más comunes en la naturaleza, se encuentran:

**Desintegración alfa**: Un elemento radiactivo de número atómico *Z*, emite un núcleo de Helio (dos protones y dos neutrones), el número atómico disminuye en dos unidades y el número másico en cuatro unidades, produciéndose un nuevo elemento situado en el lugar *Z*-2 de la Tabla Periódica.



**Desintegración beta:** Un núcleo de un elemento inestable emite una partícula beta (un electrón o positrón) para compensar la relación de neutrones y protones del núcleo atómico. Cuando esta relación es inestable, algunos neutrones se convierten en protones, o viceversa. Cada neutrón emite una partícula beta y un neutrino o antineutrino.

La partícula beta puede ser un electrón, en una emisión beta negativa ( $\beta$ -):



o un positrón, en una emisión beta positiva ( $\beta$ +).



**Desintegración gamma**: Un núcleo de un elemento radiactivo en un estado excitado ( $X^*$ ) emite un fotón de alta energía, la masa y el número atómico no cambian, solamente ocurre un reajuste de los niveles de energía ocupados por los nucleones.



# 2.2 Leyes de desintegraciones radiactivas. <sup>[12] [13]</sup>

Para explicar las matemáticas que rigen las leyes de decaimiento radiactivo, es primordial conocer previamente una serie de conceptos básicos, como por ejemplo *la constante de desintegración, lambda, \lambda*. Dicha constante se define como la probabilidad por unidad de tiempo para un elemento radiactivo de desintegrarse, su valor es constante.

Si tenemos N núclidos radiactivos, el número de ellos que se desintegrarán en un diferencial de tiempo  $\Delta t$  es proporcional al número de átomos existente en ese instante, lo que da la ecuación:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

A esto último podemos llamarlo la tasa de desintegración, el signo negativo implica que, como es evidente, N decrece con el tiempo.

La tasa de desintegración a menudo es también conocida como radiactividad o simplemente como actividad.

Como hemos dicho la actividad es directamente proporcional al número de núclidos N y a la constante de desintegración  $\lambda$ . Al estar expresada en forma de una ecuación diferencial simple, esta puede ser resuelta dando lugar a:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

$$\int_{N_O}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_o}\right) = -\lambda t$$

- -

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

Donde  $N_o$  es el número de núclidos inicial en el instante t = 0.

Otro concepto importante que caracteriza a los núclidos radiactivos, es el concepto de *semivida*,  $T_{1/2}$  el cual se define como tiempo necesario para que, dada una población de núclidos, se desintegren la mitad de ellos.

En ese instante:

$$N = \frac{N_o}{2}$$

Por tanto:

$$\frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}}$$
$$\lambda = \frac{0.693}{T_{\frac{1}{2}}}$$

Gracias a esta relación podemos conocer la constante de desintegración de un elemento conocida su semivida o viceversa.

Hasta ahora hemos explicado cómo obtener la educación que gobierna la actividad de un elemento cuando este se desintegra en uno estable. Es decir:



En este caso, las ecuaciones diferenciales que rigen el modelo son:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t)$$

En física nuclear al modelo matemático que describe las abundancias y las actividades en una cadena radiactiva en función de las abundancias iniciales se conoce como Ecuaciones de Bateman. El modelo fue descrito por primera vez por Ernest Rutherford en 1905, pero fue Harry Bateman quien le dio solución analítica en 1910.

Bateman, basó su solución analítica para encontrar las cantidades de los isótopos radiactivos en una formulación matemática a través de la transformada de Laplace. De esta manera pudo encontrar una fórmula general que diera solución al modelo.

En nuestro caso, haremos uso de este mismo método, por lo cual para el caso que acabamos de mencionar, la formulación usando la transformada de Laplace, sería:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

Como sabemos que:

$$\begin{split} \widehat{N}_{1} &= \int_{0}^{\infty} N_{1}(t) \, e^{-St} dt \\ &S \widehat{N}_{1} - N_{10} = -\lambda_{1} \widehat{N}_{1} \\ &\widehat{N}_{1}(S + \lambda_{1}) = N_{10} \\ &\widehat{N}_{1} = N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_{1})} \\ &L^{-1} \{ \, \widehat{N}_{1} \, \} = L^{-1} \left\{ N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_{1})} \right\} \end{split}$$

A la hora de realizar la antitransformada de Laplace, tenemos que tener en cuenta que:

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{S+\lambda}\right\} = e^{-\lambda t}$$

Para el caso particular en que  $\lambda = 0$ , la antitransformada queda:

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{S}\right\} = e^0 = 1$$

Aplicando estas propiedades matemáticas a nuestro caso, tenemos que:

$$N_1(t) = N_{1o} e^{-\lambda_1 t}$$

Para el caso del hijo:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t)$$

Lo cual indica, que todo lo que se está desintegrando del padre, se está convirtiendo en el hijo.

$$S\widehat{N}_2 - N_2{}_0 = \lambda_1 \widehat{N}_1$$

Como en el instante inicial, no hay elementos del hijo:

$$N_{2_0} = 0$$
$$\widehat{N}_2 = \lambda_1 N_{1_0} \frac{1}{(S + \lambda_1)} \frac{1}{S}$$

Separando los términos, para así poder aprovechar que estamos usando la transformada de Laplace, sabemos que:

$$\frac{1}{S+\lambda}\frac{1}{S} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{S} - \frac{1}{S+\lambda}\right)$$

Aplicando esto a nuestro caso:

$$\begin{split} \widehat{N}_2 &= N_{10} \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{(S + \lambda_1)} \right) \\ L^{-1} \left\{ \, \widehat{N}_2 \, \right\} &= L^{-1} \left\{ \, N_{10} \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{(S + \lambda_1)} \right) \right\} \\ N_2(t) &= \, N_{10} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \end{split}$$

Un caso real del ejemplo anterior, es el caso del Tc99 que se desintegra en Ru99 tras sufrir una desintegración beta negativa.



Figura 14. Concentración Tc99 vs Ru99.

En esta figura podemos apreciar, que la semivida del Tc99 es de 211100 años, como se explicó con anterioridad, este es el tiempo que transcurre hasta que la población de Tc99 se reduce a la mitad, en la gráfica anterior, suponiendo que la cantidad inicial de Tc99 es 10 millones de átomos, podemos observar como al llegar a 0.5, el tiempo transcurrido coincide con la semivida del Tc99.

Para calcular la actividad durante este periodo del Tc99, usamos:

$$A_{Tc_{99}}(t) = \lambda_{Tc_{99}} N_{Tc_{99}}(t)$$



Figura 15. Actividad del Tc99

En escala logarítmica, la actividad del Tc99 quedaría:



Figura 16. Actividad del Tc99 (Escala logarítmica).

A continuación, vamos a ver algunos de los principales casos de desintegraciones, combinándolos, se forman las principales series radiactivas.



En este caso, el elemento inicial no se desintegra en un elemento estable, si no que pasa por un elemento intermedio. Las ecuaciones que rigen esta desintegración radiactiva serían, siendo  $N_1(t)$  el número de núclidos radiactivos del elemento padre en función del tiempo,  $\lambda_1$  su constante de desintegración,  $N_2(t)$  el número de núclidos del elemento hijo en función del tiempo y  $\lambda_2$  su constante de desintegración y  $N_3(t)$  el número de núclidos del elemento nieto en función del tiempo:

En este caso las ecuaciones diferenciales que rigen el modelo son:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t)$$
$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_2 N_2(t)$$

Para el caso del padre, la solución a la ecuación diferencial es:

$$N_1(t) = N_{1_0} e^{-\lambda_1 t}$$

Sin embargo, en el caso del elemento hijo:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t)$$

Siendo  $\frac{dN_2(t)}{dt}$  el ratio de cambio del número de elementos del núclido hijo en función del tiempo,  $-\lambda_2 N_2(t)$  la tasa de decaimiento del hijo y  $+\lambda_1 N_1(t)$  la tasa de formación de elementos del nuclido hijo a partir de las desintegraciones del nuclido padre.

Haciendo uso, de la transformada de Laplace:

$$S\widehat{N}_2 - N_2_0 = -\lambda_2\widehat{N}_2 + \lambda_1\widehat{N}_1$$

Sabemos que  $N_{2_0} = 0$ 

$$S\widehat{N}_2 = -\lambda_2 \widehat{N}_2 + \lambda_1 \widehat{N}_1$$
$$\widehat{N}_2 = \frac{\lambda_1}{S + \lambda_2} \widehat{N}_1$$

Es de especial importancia destacar que esta ecuación se repite siempre siguiendo la misma regla en este tipo de cadenas sin ramificaciones:

$$\widehat{N}_{i+1} = \frac{\lambda_i}{S+\lambda_{i+1}} \widehat{N}_i ; \quad \forall i \ge 1$$

Volviendo al ejemplo anterior, recordemos que  $\widehat{N}_1 = N_{10} \frac{1}{(S+\lambda_1)}$ , por tanto:

$$\widehat{N}_2 = \lambda_1 N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_2)} \frac{1}{(S + \lambda_1)}$$

Nótese, que  $\widehat{N}_2$  resulta un producto de tantos factores, como elementos tenga la serie hasta ese punto.

$$\begin{split} \widehat{N}_{2} &= \lambda_{1} N_{10} \frac{1}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{1})} - \frac{1}{(S + \lambda_{2})} \right) \\ L^{-1} \left\{ \ \widehat{N}_{2} \ \right\} &= L^{-1} \left\{ \ \lambda_{1} N_{10} \frac{1}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{1})} - \frac{1}{(S + \lambda_{2})} \right) \right\} \\ N_{2}(t) &= \lambda_{1} N_{10} \frac{1}{\lambda_{2} - \lambda_{1}} \left( e^{-\lambda_{1}t} - e^{-\lambda_{2}t} \right) \end{split}$$

Para el caso del nieto  $N_3$ :

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_2 N_2(t)$$

Siendo  $N_{3_0} = 0$ 

$$SN_3 = \lambda_2 N_2$$
$$\widehat{N}_3 = \lambda_2 \widehat{N}_2 \frac{1}{S}$$

Sabiendo que:

$$\widehat{N}_2 = \lambda_1 N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_2)} \frac{1}{(S + \lambda_1)}$$

$$\begin{split} \widehat{N}_3 &= \lambda_1 \lambda_2 N_{10} \frac{1}{S} \frac{1}{(S+\lambda_2)} \frac{1}{(S+\lambda_1)} \\ \widehat{N}_3 &= N_{10} \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{\lambda_2}{(S+\lambda_1)} - \frac{\lambda_1}{(S+\lambda_2)} \right) \right) \\ L^{-1} \left\{ \widehat{N}_3 \right\} &= L^{-1} \left\{ N_{10} \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{\lambda_2}{(S+\lambda_1)} - \frac{\lambda_1}{(S+\lambda_2)} \right) \right) \right\} \\ N_3(t) &= N_{10} \left( 1 + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} \right) \right) \end{split}$$

Suponiendo una concentración inicial del padre de 10 millones de átomos, un  $\lambda_1 = 0.105 \ [anos^{-1}]$ , es decir una semivida del padre de 6.6 años y un  $\lambda_2 = 0.1612 \ [anos^{-1}]$ , es decir una semivida del hijo 4.3 años, la concentración de cada elemento de este ejemplo quedaría representada gráficamente de la siguiente manera:



Figura 17. Concentración de átomo padre vs hijo vs nieto.

En este caso, las actividades quedarían de la siguiente forma:

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1(t)$$
$$A_2(t) = \lambda_2 N_2(t)$$
$$A_{total} = A_1(t) + A_2(t)$$

#### Si lo representamos gráficamente:



Figura 18. Actividad del padre vs hijo vs actividad total.

Visto en escala logarítmica:



Figura 19. Actividad del padre vs hijo vs actividad total (escala logarítmica).

Es de especial atención destacar una peculiaridad de este tipo de desintegraciones concatenadas, si la semivida del padre es mucho mayor que la del hijo, la actividad del hijo tenderá a ser como la actividad del padre. En cambio, si la semivida del hijo es mucho mayor que la del padre, la actividad del hijo crecerá hasta un máximo y luego decaerá exponencialmente según su constante de desintegración.

Esto se puede comprobar claramente en los siguientes ejemplos:



# · Si $\lambda_1 > \lambda_2$ , por ejemplo $\lambda_1 = 0.0693$ y $\lambda_2 = 0.693$ :

Figura 20. Actividad cuando la semivida del padre es mayor que la del hijo.

En escala logarítmica:





· Si  $\lambda_1 < \lambda_2$ , por ejemplo  $\lambda_1 = 0.693$  y  $\lambda_2 = 0.0693$ :



Figura 22. Actividad cuando la semivida del padre es menor que la del hijo.

En escala logarítmica:





Otro ejemplo a destacar en la desintegración de un elemento padre, sería la desintegración del mismo en dos elementos hijos estables. Es decir:



Este caso es un poco más particular que los anteriormente descritos, ya que en él aparece por primera vez el hecho probabilístico de que el elemento padre se desintegre en un hijo u otro. Como hemos explicado, cada elemento tiene asociada una constante de desintegración  $\lambda$ , cuando solo existe la posibilidad de que el elemento padre se desintegre en un hijo, lo expresábamos matemáticamente como:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

Sin embargo, para este caso, tenemos que las ecuaciones diferenciales que rigen el modelo son:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_A N_1(t) - \lambda_B N_1(t)$$
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_A N_1(t)$$
$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_B N_1(t)$$

¿Cómo se definen  $\lambda_A$  y  $\lambda_B$ ?

Para poder definir  $\lambda_A$  y  $\lambda_B$ , necesitamos conocer previamente el valor de la constante de desintegración  $\lambda$  del elemento padre y a su vez las probabilidades de que el padre sufra una desintegración dando lugar al hijo 2 o una desintegración dando lugar al hijo 3.

Suponiendo que la probabilidad de desintegrarse en el hijo 2 sea 83% y que la de desintegrarse en el hijo 3 sea de 17%, entonces  $\lambda_A$  y  $\lambda_B$  se definirían como:

$$\lambda_A = 0.83 \lambda$$
  
 $\lambda_B = 0.17 \lambda$ 

Aplicando esto al ejemplo actual, las ecuaciones quedarían:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_A N_1(t) - \lambda_B N_1(t)$$
$$S\widehat{N}_1 - N_{1o} = -\lambda_A \widehat{N}_1 - \lambda_B \widehat{N}_1$$
$$\widehat{N}_1(S + \lambda_A + \lambda_B) = N_{1o}$$
$$\widehat{N}_1 = \frac{N_{1o}}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}$$
$$L^{-1}\{\widehat{N}_1\} = L^{-1}\{\frac{N_{1o}}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}\}$$
$$N_1(t) = N_{1o}e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$$

Siendo la formación de hijos 2 y 3:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_A N_1(t)$$

$$S \,\hat{N}_2 - N_{2o} = \lambda_A \hat{N}_1$$

$$N_{2o} = 0$$

$$S \,\hat{N}_2 = \lambda_A \frac{N_{1o}}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}$$

$$\hat{N}_2 = \lambda_A N_{1o} \frac{1}{S + (\lambda_A + \lambda_B)} \frac{1}{S}$$

Separando términos:

$$\begin{split} \widehat{N}_{2} &= \lambda_{A} N_{1o} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B}} \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{S + (\lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \\ L^{-1} \left\{ \widehat{N}_{2} \right\} &= L^{-1} \left\{ \lambda_{A} N_{1o} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B}} \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{S + (\lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \right\} \\ N_{2}(t) &= \frac{\lambda_{A}}{\lambda_{A} + \lambda_{B}} N_{1o} (1 - e^{-(\lambda_{A} + \lambda_{B})t}) \end{split}$$

De manera análoga:

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_B N_1(t)$$
$$S \hat{N}_3 - N_{3o} = \lambda_B \hat{N}_1$$
$$N_{3o} = 0$$

$$S \hat{N}_{3} = \lambda_{B} \frac{N_{1_{o}}}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})}$$
$$\hat{N}_{3} = \lambda_{B} N_{1_{o}} \frac{1}{S + (\lambda_{A} + \lambda_{B})} \frac{1}{S}$$

Separando términos:

$$\widehat{N}_{3} = \lambda_{B} N_{1o} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B}} \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{S + (\lambda_{A} + \lambda_{B})} \right)$$

$$L^{-1}\left\{\widehat{N}_{3}\right\} = L^{-1}\left\{\lambda_{B}N_{1o}\frac{1}{\lambda_{A}+\lambda_{B}}\left(\frac{1}{S}-\frac{1}{S+(\lambda_{A}+\lambda_{B})}\right)\right\}$$
$$N_{3}(t) = \frac{\lambda_{B}}{\lambda_{A}+\lambda_{B}}N_{1o}(1-e^{-(\lambda_{A}+\lambda_{B})t})$$

Suponiendo, como dijimos con anterioridad, que la probabilidad de desintegrarse en el hijo 2 es del 83% y la de desintegrarse en el hijo 3 es del 17%, si el padre tiene una semivida de 235.6 años, en otras palabras,  $\lambda = 0.02128$ , es decir un  $\lambda_A = 0.00176655[años^{-1}]$  y un  $\lambda_B = 0.00036182$  [ $años^{-1}$ ], la concentración de cada elemento de este ejemplo quedaría representada gráficamente de la siguiente manera, teniendo en cuenta una concentración incial del padre de 10000 átomos:



Figura 24. Concentración del padre vs concentración de los hijos.

Como los hijos son estables, en este ejemplo la actividad total coincide con la actividad del padre, gráficamente queda de la siguiente manera:



Figura 25. Actividad del padre.

#### En escala logarítmica:



Figura 26. Actividad del padre (escala logarítmica)

La última combinación que junto con las anteriores constituiría todos los posibles escenarios de desintegraciones, es el caso de que los dos hijos del ejemplo anterior, se desintegraran en un mismo hijo común. Es decir:



Para este caso, las ecuaciones diferenciales que rigen el modelo serían:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_A N_1(t) - \lambda_B N_1(t)$$
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_A N_1(t) - \lambda_C N_2(t)$$
$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_B N_1(t) - \lambda_D N_3(t)$$
$$\frac{dN_4(t)}{dt} = \lambda_C N_2(t) + \lambda_D N_3(t)$$

Para el padre (1), no hay variación entre este ejemplo y el ejemplo anterior donde el padre se desintegraba en dos hijos estables, es decir:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_A N_1(t) - \lambda_B N_1(t)$$

$$S\widehat{N}_1 - N_{1o} = -\lambda_A \widehat{N}_1 - \lambda_B \widehat{N}_1$$

$$\widehat{N}_1(S + \lambda_A + \lambda_B) = N_{1o}$$

$$\widehat{N}_1 = \frac{N_{1o}}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}$$

$$L^{-1}\{\widehat{N}_1\} = L^{-1}\{\frac{N_{1o}}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}\}$$

$$N_1(t) = N_{1o}e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$$

Sin embargo, en el caso de los hijos, es donde podemos empezar a apreciar diferencias, por ejemplo, para el hijo 2, el desarrollo sería:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_A N_1(t) - \lambda_C N_2(t)$$

$$S\widehat{N}_2 - N_{2o} = \lambda_A \widehat{N}_1 - \lambda_C \widehat{N}_2$$

$$N_{2o} = 0$$

$$\widehat{N}_2(S + \lambda_C) = \lambda_A \widehat{N}_1$$

$$\widehat{N}_2 = \frac{\lambda_A \widehat{N}_1}{(S + \lambda_C)}$$

$$\widehat{N}_2 = \lambda_A N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_C)} \frac{1}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}$$

Separando términos:

$$\begin{split} \widehat{N}_{2} &= \lambda_{A} N_{1_{0}} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C}} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{C})} - \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \\ L^{-1} \left\{ \widehat{N}_{2} \right\} &= L^{-1} \left\{ \lambda_{A} N_{1_{0}} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C}} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{C})} - \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \right\} \\ N_{2}(t) &= \lambda_{A} N_{1_{0}} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C}} \left( e^{-\lambda_{C}t} - e^{-(\lambda_{A} + \lambda_{B})t} \right) \end{split}$$

Para el caso del hijo 3, el desarrollo es similar:

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_B N_1(t) - \lambda_D N_3(t)$$

$$S\widehat{N}_3 - N_{3_0} = \lambda_B \widehat{N}_1 - \lambda_D \widehat{N}_3$$

$$N_{3_0} = 0$$

$$\widehat{N}_3(S + \lambda_D) = \lambda_B \widehat{N}_1$$

$$\widehat{N}_3 = \frac{\lambda_B \widehat{N}_1}{(S + \lambda_D)}$$

$$\widehat{N}_3 = \lambda_B N_{10} \frac{1}{(S + \lambda_D)} \frac{1}{(S + \lambda_A + \lambda_B)}$$

Separando términos:

$$\begin{split} \widehat{N}_{3} &= \lambda_{B} N_{10} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D}} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{D})} - \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \\ L^{-1} \left\{ \ \widehat{N}_{3} \ \right\} &= L^{-1} \left\{ \ \lambda_{B} N_{10} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D}} \left( \frac{1}{(S + \lambda_{D})} - \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \right\} \end{split}$$

$$N_{3}(t) = \lambda_{B} N_{10} \frac{1}{\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D}} \left( e^{-\lambda_{D}t} - e^{-(\lambda_{A} + \lambda_{B})t} \right)$$

En el caso del nieto (4), el desarrollo matemático, es un poco más amplio ya que se van acumulando cada vez más términos, sería:

$$\begin{aligned} \frac{dN_4(t)}{dt} &= \lambda_C N_2(t) + \lambda_D N_3(t) \\ S\widehat{N}_4 - N_{4_0} &= \lambda_C \widehat{N}_2 + \lambda_D \widehat{N}_3 \\ N_{4_0} &= 0 \\ \widehat{N}_4 &= \frac{\lambda_C}{S} \widehat{N}_2 + \frac{\lambda_D}{S} \widehat{N}_3 \\ \widehat{N}_4 &= \lambda_C \lambda_A N_{1_0} \frac{1}{S} \frac{1}{(S + \lambda_C)} \frac{1}{(S + \lambda_A + \lambda_B)} + \lambda_D \lambda_B N_{1_0} \frac{1}{S} \frac{1}{(S + \lambda_D)} \frac{1}{(S + \lambda_A + \lambda_B)} \end{aligned}$$

Nótese, que existen el mismo número de sumandos, como caminos existan hasta llegar al nieto, a su vez, el numerador es el producto de las lambdas que indica la probabilidad de que se recorra ese camino.

Separando términos:

$$\begin{split} \widehat{N}_{4} &= \lambda_{C} \lambda_{A} N_{10} \left( \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) \lambda_{C}} \frac{1}{(S)} + \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) (\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C})} \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C}) \lambda_{C}} \frac{1}{(S + \lambda_{C})} \right) \\ &\quad \left. + \lambda_{D} \lambda_{B} N_{10} \left( \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) \lambda_{D}} \frac{1}{(S)} + \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) (\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D})} \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D}) \lambda_{D}} \frac{1}{(S + \lambda_{D})} \right) \\ L^{-1} \left\{ \widehat{N}_{4} \right\} &= L^{-1} \left\{ \lambda_{C} \lambda_{A} N_{10} \left( \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) \lambda_{C}} \frac{1}{(S)} + \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) (\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C})} \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \\ &\quad \left. - \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{C}) \lambda_{C}} \frac{1}{(S + \lambda_{C})} \right) \\ &\quad \left. + \lambda_{D} \lambda_{B} N_{10} \left( \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) \lambda_{D}} \frac{1}{(S)} + \frac{1}{(\lambda_{A} + \lambda_{B}) (\lambda_{A} + \lambda_{B} - \lambda_{D})} \frac{1}{(S + \lambda_{A} + \lambda_{B})} \right) \right\} \end{split}$$

$$\begin{split} N_4(t) &= \lambda_C \lambda_A N_{1_0} \left( \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B)\lambda_C} + \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B)(\lambda_A + \lambda_B - \lambda_C)} e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t} - \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B - \lambda_C)\lambda_C} e^{-\lambda_C t} \right) \\ &+ \lambda_D \lambda_B N_{1_0} \left( \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B)\lambda_D} + \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B)(\lambda_A + \lambda_B - \lambda_D)} e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t} - \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B - \lambda_D)\lambda_D} e^{-\lambda_D t} \right) \end{split}$$

Suponiendo un  $\lambda_A = 0.085 \ [a \| o s^{-1}]$ , un  $\lambda_B = 0.235 \ [a \| o s^{-1}]$ , un  $\lambda_C = 0.453 \ [a \| o s^{-1}]$  y un  $\lambda_D = 0.0925 \ [a \| o s^{-1}]$ , la concentración de cada elemento de este ejemplo quedaría representada gráficamente de la siguiente manera, partiendo de una concentración inicial del padre de 10 millones de átomos.



Figura 27. Concentración del padre vs hijos vs nieto.

Las actividades en este caso se definen como:

$$A_1(t) = (\lambda_A + \lambda_B)N_1(t)$$
$$A_2(t) = \lambda_C N_2(t)$$
$$A_3(t) = \lambda_D N_3(t)$$
$$A_{total}(t) = A_1(t) + A_2(t) + A_3(t)$$

#### Gráficamente:



Figura 28. Actividad del padre, hijos y total.

#### En escala logarítmica:



Figura 29. Actividad del padre, hijos y total (escala logarítmica)

### 2.3 Principales series radiactivas naturales.

Como se comentó al principio de este capítulo, las series radiactivas, o cadenas de desintegración, se forman una vez que un isótopo radiactivo se desintegra en uno o varios hijos, los cuales vuelven a desintegrarse sucesivamente hasta que se llega a un isótopo estable. Durante todo el proceso, las formas de desintegración más habituales de los isótopos, son las desintegraciones alfa, beta y gamma explicadas anteriormente.

En la naturaleza, se habla de que existen cuatro series radiactivas principales, la del Th232, el Np237, el U238 y el U235. A estas cuatro series radiactivas, se las denomina como series principales ya que son series radiactivas de elementos que existen desde el origen de la tierra en la corteza terrestre. Sin embargo, la serie del Np237 ha desaparecido en la tierra en su forma natural, ya que tiene una vida media inferior a la edad terrestre. Con su forma natural, nos referimos a que hay otras formas de llegar a dicha serie, ya que el Np237 se puede obtener artificialmente en reactores nucleares.<sup>[14]</sup>

La serie radiactiva del Th232, como su nombre indica comienza con dicho elemento, el cual como se puede apreciar en la Tabla 2, tiene una probabilidad de un 100 % de sufrir una desintegración alfa, como el torio tiene 90 protones y 142 neutrones, al sufrir la desintegración alfa, pierde 2 protones y 2 neutrones, pasando a ser un núclido con 88 protones y 140 neutrones, es decir, al Ra228. De forma similar, los hijos resultantes de esta desintegración inicial van sufriendo desintegraciones alfa o betas, hasta llegar al Pb208, como se puede apreciar en la Figura 30.

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+
232Th	90	232	14000 My	100	0	0
228Ra	88	228	5,75 y	0	100	0
228Ac	89	228	6,15 h	0	100	0
228Th	90	228	1,91 y	100	0	0
224Ra	88	224	3,63 days	100	0	0
220Rn	86	220	55,6 s	100	0	0
216Po	84	216	0,145 s	100	0	0
212Pb	82	212	10,64 h	0	100	0
212Bi	83	212	60,55 min	35,94	64,06	0
212Po	84	212	0,299 μs	100	0	0
208TI	81	208	3,053 min	0	100	0
208Pb	82	208	stable	-	-	-

Tabla 2. Serie radiactiva del Th232.



Figura 30. Serie radiactiva del Th232.

De forma análoga al funcionamiento de la serie radiactiva del Th232, transcurren las series del U235, la cual se desarrolla hasta acabar en Pb207 (Tabla 3 y Figura 31), la del U208, que acaba con el Pb206 (Tabla 4 y Figura 32) y la del Np237 que acaba en el Tl205(Tabla 5 y Figura 33).

Cabe destacar que, como se puede observar en la Figura 30, el número másico A disminuye a medida que descendemos por la figura verticalmente, mientras que el número atómico Z aumenta a medida que nos desplazamos horizontalmente hacia la derecha. De esta forma, al pasar por ejemplo del Th232 al Ra228, se produce una desintegración  $\alpha$ ; y al pasar del Ra228 al Ac228, una desintegración  $\beta$ .

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+
U235	92	235	704 My	100	0	0
Th231	90	232	25,52 h	0	100	0
Pa231	91	140	0,03276 y	100	0	0
Ac227	89	227	21,772 у	1,38	98,62	0
Th227	90	227	18,697 days	100	0	0
Fr223	87	223	22 min	0,006	99,994	0
Ra223	88	223	11,43 days	100	0	0
At219	85	219	56 s	93,6	6,4	0
Rn219	86	219	3,96 s	100	0	0
Bi215	83	215	7,6 min	0	100	0
Po215	84	215	1,781 ms	99,99977	0,00023	0
At215	85	215	0,1 ms	100	0	0
Pb211	82	211	36,1 min	0	100	0
Bi211	83	211	2,14 min	99,724	0,276	0
Po211	84	211	0,516 s	100	0	0
TI207	81	207	4,77 min	0	100	0
Pb207	82	207	Stable	-	-	-

Tabla 3. Serie radiactiva del U235.



Figura 31. Serie radiactiva del U235.

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+
238U	92	238	4468 My	100	0	0
234Th	90	234	24,10 days	0	100	0
234Pa	91	234	6,7 h	0	100	0
234U	92	234	245500 y	100	0	0
230Th	90	230	75400 y	100	0	0
226Ra	88	226	1600 y	100	0	0
222Rn	86	222	3,82 days	100	0	0
218Po	84	218	3,09 min	99,98	0,02	0
218At	85	218	1,5 s	99,9	0,1	0
214Pb	82	214	27,06 min	0	100	0
214Bi	83	214	19,9 min	0,021	99,979	0
218Rn	86	218	35 ms	100	100 0	
214Po	84	214	164,3 μs	100 0		0
210Tl	81	210	1,3 min	0	100	0
210Pb	82	210	22,2 у	0	100	0
210Bi	83	210	5,012 days	0	100	0
210Po	84	210	138,37 days	100	0	0
206Pb	82	206	stable	-	-	-

Tabla 4. Serie radiactiva del U238.



Figura 32. Serie radiactiva del U238.

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+
237Np	93	237	2,14 My	100	0	0
233Pa	91	233	26,97 days	0	100	0
233U	92	233	159200 y	100	0	0
229Th	90	229	7880 y	100	0	0
225Ra	88	225	4,9 days	0,026	99,974	0
225Ac	89	225	9,92 days	100	0	0
221Rn	86	221	25 min	22	78	0
221Fr	87	221	4,9 min	100	0	0
217Po	84	217	1,46 s	95	5	0
217At	85	217	32,3 ms	100	0	0
213Pb	82	213	10,2 min	0	100	0
213Bi	83	213	45,59 min	2,2	97,8	0
213Po	84	213	3,72 μs	100	0	0
209TI	81	209	2,16 min	0	0 100	
209Pb	82	209	3,234 h	0	100	0
209Bi	83	209	20,1 Ey	100	100 0	
205TI	81	205	stable	-		

Tabla 5. Serie radiactiva del Np237.



Figura 33. Serie radiactiva del Np237.

# **3 APLICACIÓN DEL MODELADO MATEMÁTICO**

Una vez explicadas las series radiactivas y las matemáticas asociadas a las mismas para la obtención de las actividades y concentraciones de sus elementos, vamos a aplicar las ecuaciones de Bateman previamente descritas, a una muestra real obtenida de un reactor de agua ligera a presión.

Los elementos, que forman el residuo radiactivo, de la muestra que desarrollaremos, forman parte del informe realizado por el Laboratorio Nacional Oak Ridge, Tennessee, el cual es un laboratorio nacional estadounidense de multiprogramas de ciencia y tecnología gestionado para el Departamento de Energía de los Estados Unidos. El estudio en cuestión, forma parte de un análisis experimental dentro del programa internacional ARIANE (*Actinides Research In A Nuclear Element*). Los elementos fueron analizados en dos centros especializados distintos, el *Studiecentrum voor Kernenergie - Centre d'Estude de l'Energie Nucléaire* de Bélgica y el *Institute for Transuranium Elements* de Alemania. La composición inicial del combustible que dio lugar posteriormente a las concentraciones de residuo de la Tabla 6, era de 4.1% de U235, 95.858% de U238 y 0.042% de U234.<sup>[15]</sup>

Según los resultados obtenidos por las entidades mencionadas, la muestra de residuo nuclear con la que se tratará en este trabajo de ahora en adelante, consta de la siguiente composición:

Element	Atomic Mass	Atomic Number	Kg					
U	234	92	0,143	ר[				
U	235	92	6,05	] L	_	938,84	K	g de U
U	236	92	5,65					
U	238	92	927					
Pu	238	94	0,372	רו				
Pu	239	94	5,81					
Pu	240	94	2,84	] ≻	_	11,86	Kg	de Pu
Pu	241	94	1,82					
Pu	242	94	1,02					
Np	237	93	0,811	רו				
Am	241	95	0,228					
Am	243	95	0,238					
Cm	242	96	0,0276	] ≻	_	1,46	Kg de Actí	nidos menores
Cm	243	96	0,000624					

Cm	244	96	0,141				
Cm	245	96	0,011				
Cm	246	96	0,00144				
Cs	133	55	1,63				
Cs	134	55	0,251				
Cs	135	55	0,469				
Cs	137	55	1,87				
Cs	144	55	0,441				
Nd	142	60	0,0423				
Nd	143	60	1,07				
Nd	144	60	2,14				
Nd	145	60	0,989				
Nd	146	60	1,15				
Nd	148	60	0,587				
Pm	147	61	0,193				
Sm	147	62	0,196				
Sm	148	62	0,254	li	16,73	Kg de	Productos de fisión
Sm	149	62	0,00336				
Sm	150	62	0,446				
Sm	151	62	0,0147				
Sm	152	62	0,134				
Sm	154	62	0,0573				
Eu	151	63	0,00042				
Eu	153	63	0,184				
Eu	154	63	0,043				
Eu	155	63	0,0153				
Gd	155	64	0,00393				
Sr	90	38	0,0775				
Мо	95	42	1,18				
Tc	99	43	1,12				
Ru	101	44	1,21				
Ru	106	44	0,29				
Rh	103	45	0,54				
Ag	109	47	0,119				
Sb	125	51	0,0075				
			968,891974	_			

Tabla 6. Muestra inicial de residuo nuclear

A modo de resumen, en nuestra muestra hay 938.84kg de uranio, 11.86kg de plutonio. 1.46kg de otros actínidos menores y 16.73kg de productos de fisión. Todo eso haciendo un total de 968.90kg de residuos radiactivos. En realidad, todo no es residuo radiactivo, ya que muchos elementos arriba mencionados son estables.

Antes de desarrollar nuestra muestra, se deben destacar las condiciones de partida iniciales de nuestro modelado. Los cálculos, gráficos y conclusiones obtenidas en este trabajo sólo se deben considerar dadas las siguientes condiciones:

- Las cadenas radiactivas se desarrollarán sin tener en cuenta que los elementos, tanto padres como hijos, de distintas cadenas puedan relacionarse entre ellos dando lugar a nuevos elementos.
- De manera similar, las cadenas radiactivas se desarrollarán sin tener en cuenta que los elementos pueden reaccionar con neutrones libres que se encuentren en el ambiente.
- No se impondrá ningún tipo de confinamiento en concreto, por tanto, los desarrollos no tendrán en cuenta que los elementos puedan reaccionar con los materiales por los que pudiera estar compuesto confinamiento de los residuos.
- La energía liberada por los elementos a lo largo del tiempo no será objeto de estudio.

A modo de resumen, el modelado tendrá en cuenta una muestra real, que de forma ideal está aislada del entorno y a su vez, cada elemento que constituye la muestra decae ideal e independientemente del resto de elementos, de padres a hijos hasta alcanzar un elemento estable.

# 3.1 Procedimiento de cálculo.

Una vez obtenida la composición de la muestra y descritas las condiciones dentro de las cuales se deben tener en cuenta los cálculos y conclusiones de este estudio, pasaremos a desarrollar el objeto del proyecto.

Para poder calcular las distintas actividades de los elementos de la muestra, lo primero que debemos hacer es identificar las distintas series radiactivas de cada uno de ellos hasta que alcanzan un elemento estable. Para este paso, nos hemos ayudado del *Live Chart of Nuclides* de la página de la Agencia internacional de la energía atómica (IAEA).



Figura 34. Live chart of Nuclides. <sup>[16]</sup>
Gracias a la información proporcionada por la IAEA, podemos identificar fácilmente las principales características de cualquier elemento, por ejemplo, su número másico, número atómico, semivida, principales tipos de desintegraciones que podría sufrir el elemento e incluso identificar la serie radiactiva que sigue el elemento hasta llegar a uno estable.

Por ejemplo, centrándonos en el U235, como se puede apreciar en la Figura 35, sus principales características son:

+	↑ ↗			237 CT	2300	200 CT	2-0 Cr	- Cr	ane Cr	(	5	Cr	Cr	2 NOCI	277 CT	2100	Cr	23°CI	201 Cr	
← (	ഗ് →	Nuc	ide	<sup>236</sup> Bk		<sup>238</sup> Bk	<sup>239</sup> Bk	<sup>240</sup> Bk	<sup>241</sup> Bk	242	3k	<sup>243</sup> Bk	<sup>244</sup> Bk	<sup>245</sup> Bk	<sup>246</sup> Bk	<sup>247</sup> Bk	<sup>248</sup> Bk	<sup>249</sup> Bk	<sup>250</sup> Bk	2!
Ľ	↓ -			<sup>235</sup> Cm	<sup>236</sup> Cm	<sup>237</sup> Cm	<sup>238</sup> Cm	<sup>239</sup> Cm	<sup>240</sup> Cm	241 <sub>1</sub>	23	5 Cm	<sup>245</sup> (Cri	n <sup>244</sup> Cm	<sup>245</sup> Cm	<sup>246</sup> Cm	<sup>247</sup> Cm	<sup>248</sup> Cm	<sup>249</sup> Cm	25
~	Δ										Ura	nium	n	143 2	z 92					
<sup>230</sup> Am		<sup>232</sup> Am	<sup>233</sup> Am	<sup>234</sup> Am	<sup>235</sup> Am	<sup>236</sup> Am	<sup>237</sup> Am	<sup>238</sup> Am	<sup>239</sup> Am	240	Jn T <sub>1/:</sub>	241 Am 2 OF F	<sup>242</sup> /70 7.	/2-340 04 10 <sup>8</sup>	<sup>244</sup> Am y 0.01	<sup>245</sup> Am 10 <sup>8</sup>	<sup>246</sup> Am	<sup>247</sup> Am	248Am	
<sup>229</sup> Pu	<sup>230</sup> Pu	<sup>231</sup> Pu	<sup>232</sup> Pu	<sup>233</sup> Pu	<sup>234</sup> Pu	<sup>235</sup> Pu	<sup>236</sup> Pu	<sup>237</sup> Pu	<sup>238</sup> Pu	239	Abu Deli	indano ta (ke)	ce 0. V) 4	. <mark>7204</mark> 6 0918.84	% 46 1.1	<sup>244</sup> Pu 1 <b>7</b>	<sup>245</sup> Pu	<sup>246</sup> Pu	<sup>247</sup> Pu	1
<sup>228</sup> Np	<sup>229</sup> Np	<sup>230</sup> Np	<sup>231</sup> Np	<sup>232</sup> Np	<sup>233</sup> Np	<sup>234</sup> Np	<sup>235</sup> Np	<sup>236</sup> Np	<sup>237</sup> Np	238	Bin Mas	d/Å (k ss (µAl	œV)7: MU)2:	590.914 350439	4 0.00 <sup>1</sup> 28.19	5 0 <sup>2</sup> 13199	<sup>244</sup> Np			
22711	22811	22911	23011	23111	23211	23311	23411	23511	23611	237	Qa Dß	(keV) (keV)	40 2391-1	678.04 24.262	0.69		24311	150	152	
		0		0				z: 92			Qec	(keV)	-1	370.05	14.01			122	100	
<sup>226</sup> Pa	<sup>227</sup> Pa	<sup>228</sup> Pa	<sup>229</sup> Pa	<sup>230</sup> Pa	<sup>231</sup> Pa	<sup>232</sup> Pa	<sup>233</sup> Pa	234 <sub>Pa</sub>	<sup>235</sup> Pa	236	Sp (	(keV)		709.05	3.99					
<sup>225</sup> Th	<sup>226</sup> Th	<sup>227</sup> Th	<sup>228</sup> Th	<sup>229</sup> Th	<sup>230</sup> Th	<sup>231</sup> Th	<sup>232</sup> Th	<sup>233</sup> Th	<sup>234</sup> Th	235	Th	236Th	237- <b>S</b>	F 7E-99	<b>1</b> 49	150	151			
<sup>224</sup> Ac	<sup>225</sup> Ac	<sup>226</sup> Ac	<sup>227</sup> Ac	<sup>228</sup> Ac	<sup>229</sup> Ac	<sup>230</sup> Ac	<sup>231</sup> Ac	<sup>232</sup> Ac	<sup>233</sup> Ac	234			236 <b>34</b>	'Ne 8E- ISI 8E-1	10% L0%					
222-	224-	225-	226-	227-	220-	220-	220-	221-	222-	322	Mai	or rad	28 iatio	Mg 8E-	10%					
223Ra	22ªRa	223Ra	220 Ra	227Ra	22ºRa	229Ra	230 Ra	231Ra	232Ra	233	Ту	pe ke\	/	-148	%					
<sup>222</sup> Fr	<sup>223</sup> Fr	<sup>224</sup> Fr	<sup>225</sup> Fr	<sup>226</sup> Fr	<sup>227</sup> Fr	<sup>228</sup> Fr		<sup>230</sup> Fr	<sup>231</sup> Fr	232		<sup>233</sup> 439	147		57.19	, )				
<sup>221</sup> Rn	<sup>222</sup> Rn	<sup>223</sup> Rn	<sup>224</sup> Rn	<sup>225</sup> Rn	<sup>226</sup> Rn	<sup>227</sup> Rn	<sup>228</sup> Rn	<sup>229</sup> Rn				430 430 185	54.3 56.1 5.720		18.92 18.80 57.0	)				

Figura 35.

Nuclide	Energy [keV]	ינ	T <sub>1/2</sub> Abund. [mole fract.]	T <sub>1/2</sub> [s]	Decay Modes BR [%]
<sup>235</sup> U <sub>143</sub>	0.0	7/2-	7.04 x 10 <sup>8</sup> y <i>1</i> <b>0.7204 % 6</b>	2.22E16	a 100 SF 7 x 10 <sup>-9</sup> 2 <sup>28</sup> Mg 8 x 10 <sup>-10</sup> <sup>20</sup> Ne 8 x 10 <sup>-10</sup> 4 <sup>20</sup> Ne ≈ 8 x 10 <sup>-10</sup>

Figura 35 y 36. Principales características del U235.

Como se puede apreciar en las Figuras 35 y 36, las principales características del U235 que necesitaremos para nuestros cálculos son: número atómico (Z) 92, número másico (A) 235, semivida  $7.04 \cdot 10^8$  años.



Como ya hemos mencionado, gracias a la información proporcionada por la IAEA, podemos saber la serie radiactiva que sigue el U235 hasta llegar a un elemento estable:

Figura 37. Cadena radiactiva U235.

Una vez identificados los elementos hijos de la serie del U235, lo que necesitamos para poder continuar posteriormente con nuestros cálculos, es obtener los respectivos valores de números atómicos, másicos y semividas de cada uno de ellos, así como el tipo de desintegración que sufren.

En concreto, para el caso del U235, gracias a la información proporcionada por la IAEA podemos obtener la Tabla 3, que recoge toda la información de los elementos hijos y la Figura 31 que representa gráficamente la serie radiactiva del U235, donde las flechas verticales hacia abajo representan desintegraciones alfa y las inclinadas hacia la parte superior derecha desintegraciones beta.

62

#### Serie del 235-U

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+	C14
U235	92	235	704 My	100	0	0	0
Th231	90	232	25,52 h	0	100	0	0
Pa231	91	140	0,03276 y	100	0	0	0
Ac227	89	227	21,772 у	1,38	98,62	0	0
Th227	90	227	18,697 days	100	0	0	0
Fr223	87	223	22 min	0,006	99,994	0	0
Ra223	88	223	11,43 days	100	0	0	0
At219	85	219	56 s	93,6	6,4	0	0
Rn219	86	219	3,96 s	100	0	0	0
Bi215	83	215	7,6 min	0	100	0	0
Po215	84	215	1,781 ms	99,99977	0,00023	0	0
At215	85	215	0,1 ms	100	0	0	0
Pb211	82	211	36,1 min	0	100	0	0
Bi211	83	211	2,14 min	99,724	0,276	0	0
Po211	84	211	0,516 s	100	0	0	0
TI207	81	207	4,77 min	0	100	0	0
Pb207	82	207	Stable	-	-	-	-



De manera análoga, obtendríamos toda la información necesaria de cada elemento de la muestra inicial de residuo, para así sacar todas las series radiactivas con las que trabajaremos. Para abreviar el contenido de esta memoria principal, se mostrarán a continuación solo los casos de los elementos más significativos, aunque todos los casos se pueden encontrar en el Anexo I.

Hay casos, como por ejemplo el del Pu241, cuya serie radiactiva llega a otros elementos que previamente existían ya de por sí en la mezcla inicial, en este caso la serie del Pu241, llega al Np237. Esto deberá tenerse en especial importancia a la hora de analizar la actividad del Np237 ya que la actividad se deberá tanto a la que proviene de la cantidad inicial de Np237, como a la que además se le añade con otros elementos que dan lugar en cierto momento a Np237, como es el caso del Pu241.



Figura 38. Propiedades de la serie radiactiva del Pu241

#### Serie del 237-Np

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+	C14
237Np	93	237	2,14 My	100	0	0	0
233Pa	91	233	26,97 days	0	100	0	0
233U	92	233	159200 y	100	0	0	0
229Th	90	229	7880 y	100	0	0	0
225Ra	88	225	4,9 days	0,026	99,974	0	0
225Ac	89	225	9,92 days	100	0	0	0
221Rn	86	221	25 min	22	78	0	0
221Fr	87	221	4,9 min	100	0	0	0
217Po	84	217	1,46 s	95	5	0	0
217At	85	217	32,3 ms	100	0	0	0
213Pb	82	213	10,2 min	0	100	0	0
213Bi	83	213	45,59 min	2,2	97,8	0	0
213Po	84	213	3,72 µs	100	0	0	0
209TI	81	209	2,16 min	0	100	0	0
209Pb	82	209	3,234 h	0	100	0	0
209Bi	83	209	20,1 Ey	100	0	0	0
205TI	81	205	stable	-	-	-	-



Hay casos en los que varios elementos iniciales, dan lugar a un mismo hijo, con lo que el ejemplo comentado anteriormente se incrementaría. Este es el caso del Pu238 y el U238, ambos tienen series radiactivas que en algún momento pasan por el U234.

#### Serie del 238-U

				Actínidos			
							234U
Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+	
238U	92	238	4468 My	100	0	0	234Pa
234Th	90	234	24,10 days	0	100	0	
234Pa	91	234	6,7 h	0	100	0	234Th
234U series	-	-	-	-	-	-	

Figura 39. Propiedades de la serie radiactiva del U238



Figura 40. Propiedades de la serie radiactiva del Pu238

#### Serie del 236-U

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+	C14
236U	92	236	23,4 My	100	0	0	0
232Th	90	232	14000 My	100	0	0	0
228Ra	88	228	5,75 y	0	100	0	0
228Ac	89	228	6,15 h	0	100	0	0
228Th	90	228	1,91 y	100	0	0	0
224Ra	88	224	3,63 days	100	0	0	0
220Rn	86	220	55,6 s	100	0	0	0
216Po	84	216	0,145 s	100	0	0	0
212Pb	82	212	10,64 h	0	100	0	0
212Bi	83	212	60,55 min	35,94	64,06	0	0
212Po	84	212	0,299 μs	100	0	0	0
208TI	81	208	3,053 min	0	100	0	0
208Pb	82	208	stable	-	-	-	-



Figura 41. Propiedades de la serie radiactiva del U236

Hay casos donde las series radiactivas son muy cortas en cuanto a número de elementos hasta llegar a uno estable. Esto suele darse sobre todo en los productos de fisión. Un ejemplo de esto son el Tc99 o el Cs137.

#### Serie del 99-Tc



Figura 42. Propiedades de la serie radiactiva del Tc99

#### Serie del 137-Cs



Figura 43. Propiedades de la serie radiactiva del Cs137

A su vez, existen casos en la muestra inicial, donde los elementos obtenidos son ya estables por lo que su actividad es nula. Este es el caso por ejemplo del Cs133 o del Nd146.



Figura 44. Propiedades de la serie radiactiva del Cs133



Figura 45. Propiedades del Nd146

# 3.2 Cálculo de la actividad.

Una vez identificadas las series radiactivas de cada elemento, la probabilidad de cada desintegración, tipo de desintegración y el resto de datos necesarios para el cálculo de la actividad, como números atómicos, másicos, semividas y cantidades de átomos iniciales, podemos proceder a aplicar las ecuaciones de Bateman a nuestra muestra real para posteriormente poder analizar las gráficas modeladas con ejemplos empíricos.

Para poder realizar el cálculo matemático, en este trabajo nos hemos ayudado de diferentes softwares como, *Microsoft Excel y Mathematica*. El proceso completo para desarrollo de este estudio ha sido:

- 1. Búsqueda de los parámetros necesarios de todos los elementos de la muestra inicial de residuo radiactivo en la bibliografía y software de la IAEA.
- 2. Tabulación de todos los parámetros e identificación de las diferentes series radiactivas.
- 3. Definición en Mathematica de los parámetros para poder comenzar el modelado matemático.
- 4. Realizar los cálculos de búsqueda de posibles caminos que lleven en cada serie desde el elemento inicial al elemento estable, esto nos marca el número de términos que hay en cada ecuación de la transformada de Laplace, pues por cada posible camino, se añade un término a la ecuación.
- 5. Realizar la transformada de Laplace de cada serie radiactiva, separando términos como se explicó en el apartado 2.2 de este trabajo.
- 6. Realizar la antitransformada de Laplace de cada serie radiactiva.
- 7. Exportar un archivo tipo .*CSV* con la información necesaria de cada serie para poder graficar la actividad en *Microsoft Excel*.

El cálculo de la actividad para un elemento se define como:

$$A_i(t) = \lambda_i N_i(t)$$

Siendo  $\lambda_i$ , la constante de desintegración total de ese elemento, suma de todas las desintegraciones que ese elemento pudiera tener, si hay ramificaciones.

Este concepto, define la actividad para un solo elemento, pero cuando queremos calcular la actividad de varios elementos concatenados, como los que forman una serie, debemos calcular la actividad total, y esta se define como el sumatorio de todas las actividades.

$$A_{total}(t) = \sum \lambda_i N_i(t)$$

En el archivo .*CSV* que hemos exportado de *Mathematica* se muestran, para cada camino que llega hasta cada elemento estable, todos los coeficientes necesarios para el cálculo de las actividades de cada serie.

# 3.2.1 Cálculo de la actividad de las series del U.

Cuando nos referimos a la actividad del uranio del residuo, es necesario distinguir varios casos. Podemos hablar de:

- · Actividad de cada isótopo de uranio de la muestra de combustible.
- · Actividad total de los isótopos de uranio de la muestra de combustible.
- · Actividad de cada serie de cada isótopo de uranio de la muestra de combustible.
- · Actividad total de las series de isótopos de uranio de la muestra de combustible.

Estos cuatro casos, se van a desarrollar en más detalle en este apartado para el caso del uranio, sin embargo, todos los cálculos que se van a desarrollar a continuación, están calculados para todos los elementos de la muestra inicial aunque no se muestren en este trabajo (Los cálculos adicionales se podrán solicitar sin compromiso a los autores de este trabajo).

# 3.2.1.1 Cálculo de la actividad de cada isótpo de U.

En la muestra inicial de nuestro residuo, conteníamos ciertas cantidades de U234, U235, U236 y U238. Sin embargo, una vez desarrolladas las series radiactivas, hemos obtenido que a lo largo del tiempo aparecen también ciertas cantidades de U233 y U237. Por tanto, para el cálculo de la actividad de los isótopos de uranio, tendremos en cuenta tanto los isótopos inicales, como los que se han ido formando una vez se han ido desarollando las series.

Dependiendo de cada isótopo, la actividad puede venir tanto de la cantidad inicial que había de él mismo, o ademas de esta, la actividad asociada a las cantidades que se hayan formado de él a partir de series radiactivas de otros elementos. Concretamente para el caso de los isótopos de uranio, esta información queda recogida en la Tabla 7

Isótopo de U	Elementos que afectan a su actividad
U233	Np237, Am241, Pu241 y Cm245
U234	U234, Pu242, Pu238, U238, Cm242 y Cm246
U235	U235, Pu239, Am243 y Cm243
U236	U236, Pu240 y Cm244
U237	Cm245 y Pu241
U238	U238, Pu242 y Cm246

Tabla 7. Elementos que afectan a la actividad de los isótopos de uranio

## 3.2.1.1.1 Cálculo de la actividad del U233.

Como se ha explicado en el apartado anterior, para calcular la actividad del U233, debemos tener en cuenta las cantidades que se forman de U233 a raíz de las series radiactivas del Np237, Am241, Pu241 y Cm245.

En la Figura 46 podemos observar, cómo varía la actividad del U233 a lo largo del tiempo, así como la actividad total.



Figura 46. Actividad del U233

En esta figura podemos observar como el elemento que más influye en la actividad del U233 es el Pu241, en cambio el Am241 apenas aporta actividad en comparación con el resto de elementos. El retraso de la aparición de la actividad del U233, se debe a que es cuando va apareciendo el U233 a raíz que los demás elementos mencionados se van desintegrando en él.

## 3.2.1.1.2 Cálculo de la actividad del U234.

Para el caso del U234, además de tener en cuenta los elementos que se desintegran en él, en este caso también tenemos que tener en cuenta la actividad asociada a que en nuestra muestra inicial de residuo ya había U234.

En la Figura 47 podemos observar, cómo varía la actividad del U234 a lo largo del tiempo, así como la actividad total.



Figura 47. Actividad del U234

En la Figura 47 se aprecia cómo varia la actividad total una vez van apareciendo actividades asociadas a elementos que se desintegran más tarde a lo largo del tiempo, por ejemplo, podemos ver una gran variación en la actividad del U234, una vez aparece U234 cuando se va desintegrando el Pu238. Lo mismo ocurre cuando se va desintegrando el U238. En cambio, como ya ocurría en el caso del U233, la actividad asociada al curio es muy baja en comparación con el resto de elementos.

En este caso, a diferencia del caso del U233, podemos apreciar un hecho muy significativo del estudio de la actividad radiactiva de un elemento. En un primer momento, se podría pensar que la actividad de un elemento tiene su máximo en el instante inicial y que a partir de ahí va decayendo a medida que el elemento se desintegra. En la Figura 47 se puede comprobar que eso no es cierto, ya que van apareciendo picos en la actividad total, asociados a que otros elementos se han desintegrado en el elemento inicial, por lo que la actividad puede aumentar a lo largo del tiempo. Este hecho no es particular de elementos concretos, sino que también se aplica a las series radiactivas como veremos más adelante, la actividad de una serie no siempre va decayendo, ya que, en algún momento a lo largo del tiempo, puede aparecer un elemento con mayor actividad que el resto, por lo cual la actividad total aumenta.

## 3.2.1.1.3 Cálculo de la actividad del U235.

Para el caso del U235, la actividad viene dada por la cantidad de U235 inicial de la muestra de combustible y además del U235 que se ha ido formando a raíz de las desintegraciones del Pu239, Am243 y Cm243.



Figura 48. Actividad del U235

En la Figura 48, se observa como lo que más influye en la actividad del U235 es la cantidad que había de él mismo y lo que se forma una vez se va desintegrando el Pu239. Esto no quiere decir que la actividad del U235 asociada al Am243 y al Cm243 sea nula como puede parecer en la Figura 48. Si solo graficamos las actividades asociadas a estos dos últimos isótopos mencionados, la actividad del U235 queda como:



Figura 49. Actividad del U235, detalle 1.

Aún sin tener en cuenta los elementos que más influyen en la actividad del U235, la actividad asociada al curio es muy baja como ya ocurría en el caso del U233 y el U234.

Si sólo tenemos en cuenta el curio:



Figura 50. Actividad del U235, detalle 2.

Como podemos comprobar, la actividad asociada al curio es varios ordenes de magnitud más baja que la asociada al resto de elementos, por eso apenas se puede apreciar.

## 3.2.1.1.4 Cálculo de la actividad del U236.

El caso del U236 es similar al del U235, solo que los elementos que al desintegrarse en U236 aportan actividad son distintos. En este caso son el Pu240 y el Cm244.



Figura 51. Actividad del U236

## 3.2.1.1.5 Cálculo de la actividad del U237.

El caso del U237 es similar al del U233, ya que en la muestra inicial de residuo no había U237. En este caso los elementos que se desintegran en el U237 y que por tanto influyen en su actividad son el Cm245 y el Pu241.



Figura 52. Actividad del U237

A diferencia del U233, donde el máximo de la actividad aparece retrasado en el tiempo, en el caso del U237, este máximo aparece al inicio ya que el Pu241 se desintegra en U237 mucho antes de lo que se desintegra en U233. Recordemos que la semivida del Pu241 es de 14.32 años se desintegra en U237 y Am241, sin embargo, el U233 asociado al Pu241 aparece una vez se desarrolla la serie del Np237.

Elemento	Z	Α	T_1/2	alpha	beta-	beta+	C14
241Pu	94	241	14,32 y	0,00247	99,998	0	0
241Am	95	241	432,6 y	100	0	0	0
237U	92	237	6,75 days	0	100	0	0
237Np series	-	-	-	-	-	-	-

#### Serie del 241-Pu



Figura 53. Propiedades de la serie radiactiva del Pu241

# 3.2.1.1.6 Cálculo de la actividad del U238.

Para el caso del U238, como se aprecia en la Figura 54, la mayor parte de la actividad viene dada por la cantidad inicial de U238, al ser tan grande en comparación con el resto de elementos, apenas se puede apreciar la aportación del Pu242 o el Cm246.



Figura 54. Actividad del U238

Si solo tenemos en cuenta el Pu242 y el Cm246:



Figura 55. Actividad del U238, detalle.

# 3.2.1.2 Cálculo de la actividad total de los isótopos de U.

Para analizar la actividad total de los isótopos de uranio, utilizaremos las actividades totales de los apartados 3.2.1.1.1, 3.2.1.1.2, 3.2.1.1.3, 3.2.1.1.4, 3.2.1.1.5 y 3.2.1.1.6.

Las variaciones de la actividad total en la Figura 56, vienen dadas por los hechos explicados en apartados anteriores.



Figura 56. Actividad total de los isótopos de U

#### 3.2.1.3 Cálculo de la actividad de las series de cada isótopo de U.

Para el cálculo de las series, el procedimiento es similar al cálculo de la actividad de cada elemento, solo que esta vez, tenemos en cuenta no solo los isótopos de uranio, si no todos los elementos en los que se van desintegrando hasta llegar a un elemento estable. A diferencia del apartado anterior, en este caso no hay series del U233 ni U237 ya que para las series, solo tenemos en cuenta los elemntos que se encontraban inicialmente en la muestra, el U233 y el U237 aparecerán más adelante como hijos de otras series radiactivas.

Los archivos de *Microsoft Excel* donde se detallan los coeficientes de cada serie a partir de los cuales se obtienen las gráficas que vienen a continuación, se podrán solicitar a los autores de este trabajo en caso de necesidad.



#### 3.2.1.3.1 Cálculo de la actividad de la serie del U234.

Figura 57. Actividad de la serie del U234

En la Figura 57, se muestra la actividad de la serie del U234, el trazo amarillo corresponde a la actividad total de toda la serie, podemos comprobar que el punto de máxima actividad se produce a los 200.000 años, esto se debe a las actividades de los hijos Th230, Ra226, Rn222, Po218, Po214, Po210, Bi214, Bi210, Pb214 y Pb210, los cuales tienen su máximo de actividad en ese periodo. El pico de la actividad total es tan alto, porque las actividades de los elementos anteriormente mencionados, se agrupan justo ahí.

Cabe destacar, que la actividad del U234 no comienza en 0, ya que al incio tenemos una cierta concentración de U234 en nuestra muestra.

## 3.2.1.3.2 Cálculo de la actividad de la serie del U235.



Figura 58. Actividad de la serie del U235

De manera análoga al anterior apartado, hemos calculado la actividad total de la serie del U235. En la Figura 53 hay una serie de hecho dignos de mencionar. En este caso, a diferencia del anterior donde la gráfica de la actividad total del U234 tomaba el mismo valor en el instante inicial que la actividad del U234, en esta podemos observar como la actividad total comienza con un valor el doble de grande que la actividad del U235, esto se debe a que en el instante inicial, la actividad del U235 y la del Th231 están solapadas, por tanto, la actividad total comienza con un valor que es la suma de las dos.

Más adelante en el tiempo, podemos comprobar que el pico de actividad se alcanza entre los 200.000 y los 300.000 años, pues es cuando aparecen las actividades relacionadas con los elementos Pa231, Th227, Ac227, Ra223, Rn219, Bi211, Pb211 y Tl207, los cuales son los que más actividad aportan a esta serie.



#### 3.2.1.3.3 Cálculo de la actividad de la serie del U236.



En el caso de la serie del U236, observando la Figura 59, se comprueba que la actividad de la serie es la misma que la actividad del U236, hasta aproximadamente los 500.000años, donde comienzan a surgir las actividades de los elementos hijos de la serie, de ahí que el trazo de la actividad total de la serie del U236, aumente un poco y no cuadre con el de la actividad del U236 como hacía hasta entonces. En la Figura 60, podemos ver en más detalles la actividad debida a los hijos.



Figura 60. Actividad de la serie del U236, detalle.

En el trazo superior de la Figura 60, se encuentran solapadas las actividades del Pb212, Bi212, Po216, Rn220, Ra224, Ra228, Ac228, Th228 y Th232. En el trazo inferior, se encuentra la actividad debida al Pb208 y entre el trazo superior e inferior se encuentra la actividad debida al Po212.



## 3.2.1.3.4 Cálculo de la actividad de la serie del U238.

Figura 61. Actividad de la serie del U238

El análisis de la actividad de la serie del U238 es similar al de la serie del U235. El hecho de que la actividad total de la serie tenga un valor que es el triple del de la actividad del U238 al comienzo de la Figura 61, es debido al que están superpuestas las actividades del U238, Pa234 y Th234.

Podemos comprobar que el pico de actividad de la serie del U238 se alcanza entre los 200.000 y los 300.000 años, pues es cuando aparecen las actividades relacionadas con los elementos U234, Th230, Ra226, Rn222, Po218, Po214, Po210, Bi214, Bi210, Pb214 y Pb210, los cuales son los que más actividad aportan a esta serie.

# 3.2.1.4 Cálculo de la actividad total de las series de U.

Para analizar la actividad total de las series de uranio, utilizaremos las actividades totales de los apartados 3.2.1.3.1, 3.2.1.3.2, 3.2.1.3.3 y 3.2.1.3.4.

Las variaciones de la actividad total en la Figura 62, vienen dadas por los hechos explicados en apartados anteriores.



Figura 62. Actividad total de todas las series de uranio.

## 3.2.2 Cálculo de las actividades totales de las series del plutonio, actínidos menores y productos de fisión.

Como se ha comentado anteriormente, en este epígrafe vamos a analizar las figuras donde se muestran directamente las actividades totales de las series radiactivas del plutonio, actínidos menores y productos de fisión. Los calculos detallados de cada uno de los casos se podrán solicitar a los autores de este trabajo en caso de necesidad.

# 3.2.2.1 Actividad total de las series del plutonio.



Figura 63. Actividad total de todas las series de plutonio.

En la Figura 63, podemos observer como la actividad total de las series del plutonio, se asemeja a la del Pu241, ya que es este quien aporta más actividad. Otro hecho a tener en cuenta es lo rápido que decae la actividad de las series del plutonio con respecto a otras series. Como se puede observar en la Figura 63, en los primeros 100 años, la actividad cae un 5.16% desde los iniciales 5.6E-12 Bq hasta 2.89E-11 Bq. Este hecho se debe a la semivida del Pu241, que recordemos, es de 14.32 años.



## 3.2.2.2 Actividad total de las series de los actínidos menores.

Figura 64. Actividad total de todas las series de actínidos menores

En el caso de los actínidos menores, ocurre algo similar al caso del plutonio, pues el pico de actividad se da en una etapa temprana, es decir entre los 10 y los 100 años. A su vez, podemos observar como la gráfica que muestra la actividad total de las series de los actínidos menores, tiende a asemejarse a la actividad del Cm242, esto es análogo a lo que ocurría en la Figura 63 con el caso del Pu241.

# 3.2.2.3 Actividad total de las series de los productos de fisión.

Antes de analizar la actividad de las series de los productos de fisión, es necesario destacar que en la muestra inicial de residuo utilizada en nuestro modelado, muchos de los productos de fisión ya eran elementos estables, concretamente en la Tabla 8, podemos observar cuales eran estables y por tanto no se tienen en cuenta en la Figura 65, ya que no aportan actividad.

Elemento	Numero atómico	Número másico	T_1/2	Kg
Cs	133	55	Stable	1,63
Nd	142	60	Stable	0,0423
Nd	143	60	Stable	1,07
Nd	144	60	Stable	2,14
Nd	145	60	Stable	0,989
Nd	146	60	Stable	1,15
Nd	148	60	Stable	0,587
Sm	147	62	Stable	0,196
Sm	148	62	Stable	0,254
Sm	149	62	Stable	0,00336
Sm	150	62	Stable	0,446
Sm	152	62	Stable	0,134
Sm	154	62	Stable	0,0573
Eu	151	63	Stable	0,00042
Eu	153	63	Stable	0,184
Gd	155	64	Stable	0,00393
Мо	95	42	Stable	1,18
Ru	101	44	Stable	1,21
Rh	103	45	Stable	0,54
Ag	109	47	Stable	0,119

Tabla 8. Elementos estables dentro de la muestra inicial de residuo.

El resto de elementos de nuestra muestra inicial, son los que forman la actividad total de los productos de fisión.



Figura 65. Actividad total de las series de los productos de fisión.

En la Figura 65, podemos observar el hecho más significativo de los productos de fisión, dicho hecho es que todos ellos tienen una actividad muy alta, pero una vida "corta", ya que a partir de los 150-200 años, apenas tienen actividad apreciable ya que la mayoría se han desintegrado en elementos estables.

Analizando más a fondo la Figura 65, podemos sacar más conclusiones, como por ejemplo el hecho de que el Sr90 y el Cs137 sean los elementos que más contribuyen a la actividad de la gráfica, como se puede observar, ambos se desintegran totalmente entorno a los 150 años, lo cual, desde el punto de vista de la vida humana, los convierte en elementos a tener en cuenta dada su alta actividad en un periodo de 100-150 años.

## 3.2.3 Actividad total de las series de la muestra de residuo radiactivo.

Una vez analizadas todas las series radiactivas por separado, para poder comprender la actividad total de la muestra de residuo radiactivo debemos agrupar las actividades de las series del uranio, plutonio, actínidos menores y productos de fisión. Esto es lo que se muestra en la Figura 66.



Figura 66. Actividad total de todas las series de los elementos de la muestra de residuo radiactivo.

La Figura 66 es el resultado final que deseábamos obtener con el modelado matemático realizado en este trabajo. En el siguiente apartado, se compararán estos resultados con unos analizados empíricamente.

## 3.3 Análisis de los resultados con ejemplos empíricos.

Una vez obtenidas las gráficas de las actividades totales de las series de uranio, plutonio, actínidos menores y productos de fisión, podemos comparar nuestros resultados obtenidos a través del modelado matemático con resultados de estudios empíricos de muestras similares.

La gráfica con la que vamos a comparar los resultados de nuestro modelo, está recogida en el artículo *Spent Nuclear Fuel* publicado por el *KTH Chemical Science and Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.* Los resultados de la actividad del residuo radiactivo partiendo de una tonelada de combustible, obtenidos en dicho artículo son los siguientes:



Figura 67. Actividad total del residuo radiactivo calculada empíricamente.<sup>[17]</sup>

En la Figura 67, ambos ejes, tanto X, como Y se encuentran en escala logarítmica, el eje Y muestra la radiotoxicidad y el eje X los años a partir de que el residuo sale del reactor.

La radiotoxicidad se mide en *Sieverts* [Sv], mientras que la actividad se mide en Bequerelios [Bq], para pasar de radiotoxicidad a actividad, es necesario conocer el coeficiente de dosis efectiva de cada isótopo. <sup>[18][19]</sup>

$$Radiotoxicidad[Sv] = Actividad[Bq] e(T) \left[\frac{Sv}{Bq}\right]$$

El coeficiente de dosis efectivo e(T), tiene en cuenta una serie de factores de ponderación, dependiendo del tipo de radiación, el tejido, la información metabólica y biocinética. La cantidad T es el tiempo de integración en los años posteriores a la admisión. Para los adultos, el tiempo de integración es de 50 años, de modo que la radiotoxicidad [Sv] o la dosis efectiva comprometida que resulta de la ingesta de un nucleido particular es el producto del coeficiente de dosis efectivo e(T) [Sv/Bq] y la actividad [Bq]. Las dos formas más comunes de que se introduzca un isótopo radiactivo en el cuerpo humano, son por inhalación y por ingesta, de modo que existen dos coeficientes distintos, el  $e_{inh}(50)$  y el  $e_{ing}(50)$ .

En el cálculo desarrollado en este trabajo, solo estamos teniendo en cuenta la actividad de los elementos, por lo que el eje Y variará con respecto a la Figura 67, ya que nuestro eje mide actividad [Bq].

Según los cálculos desarrollados en este trabajo, la actividad del residuo radiactivo a lo largo de los años sería la mostrada en la Figura 66.

Teniendo en cuenta el mismo eje X, tanto en la Figura 66 como en la Figura 67, podemos comprobar que nuestro modelado, tiene gran similitud con el caso empírico de la Figura 67. Hay que destacar, que nuestro modelado no es real, se trata de un caso ideal con condiciones de partida marcadas y que, por tanto, era de esperar que los resultados obtenidos no fueran exactos a la realidad del estudio de la actividad de los residuos de un reactor nuclear.

En la Figura 66, se puede apreciar como la actividad total varía a lo largo de los años dependiendo de qué elementos se vayan desintegrando y llegando a elementos estables. La Figura 66, se muestra en escala logarítmica, para un estudio más individualizado, vamos a analizar figuras con distintos periodos.

Vamos a analizar ahora la actividad del residuo, en distintos periodos de tiempo, 5 años, 100 años y 50.000 millones de años(infinito), para así poder comprobar con mayor visibilidad cuales son los elementos con mayor actividad y de esta manera poder analizar qué tipo de almacenamiento se podría realizar.

#### 3.3.1 Análisis de los resultados en un periodo de 5 años.

Acotando la Figura 66, para un periodo de 5 años, el resultado es la Figura 68 que se muestra a continuación.



Figura 68. Análisis de los resultados en un periodo de 5 años.

Como se puede comprobar en la Figura 68, los 5 primeros años tras la salida del reactor, los elementos que tienen más actividad, son los productos de fisión, seguidos de los isótopos de plutonio y sus elementos de desintegración (a partir de ahora cuando hablemos de plutonio estaremos hablando también de sus elementos de desintegración), los actínidos menores y por último los isótopos de uranio y sus elementos de desintegración (a partir de ahora cuando hablemos de uranio estaremos hablando también de sus elementos de desintegración).

Durante los 5 primeros años, la variación porcentual de actividad viene recogida en la Tabla 9.

	Actividad inicial	Actividad final	Variación
Productos de fisión	1,70E+14	7,78E+13	54,16%
Plutonio	5,62E+12	4,68E+12	16,65%
Actínidos menores	8,28E+11	1,08E+11	86,98%
Uranio	78253375,93	78255088,04	0,00%

Tabla 9. Variación de la actividad en un periodo de 5 años

Cabe destacar, que los productos de fisión tienen una actividad muy superior al resto, siendo 2 órdenes de magnitud superior a la del plutonio, que es la serie con segunda mayor actividad, y 7 órdenes de magnitud superior al uranio, serie con menor actividad. Es por esto que, durante los primeros años tras la salida del reactor, los productos de fisión son los residuos más preocupantes desde el punto de vista medioambiental. Durante este periodo, los residuos están a alta temperatura

además de ser muy radiactivos, como ya se comentó en la introducción de este trabajo, el almacenamiento típico durante los primeros años es en piscinas de agua, que ayudan al enfriamiento de los residuos. Es necesario mencionar, una serie de factores que no se están teniendo en cuenta en el análisis de este trabajo. Existe una diferencia crucial en partículas liberadas por los residuos, ya que no es lo mismo emitir una partícula alfa, que una beta o una gamma. Este hecho determina en gran medida, el tipo de almacenamiento y blindaje necesarios para la contención de los residuos. A su vez, no estamos teniendo en cuenta la energía liberada durante las desintegraciones. No todas las desintegraciones liberan la misma cantidad de energía, ni siquiera todas las desintegraciones de un mismo tipo tienen por qué liberar la misma cantidad de energía. Este análisis energético requiere un estudio más avanzado que está fuera del alcance de este trabajo.

#### 3.3.2 Análisis de los resultados en un periodo de 100 años.

Acotando la Figura 66, para un periodo de 100 años, el resultado es la Figura 69 que se muestra a continuación.



Figura 69. Análisis de los resultados en un periodo de 100 años.

	Actividad inicial	Actividad final	Variación
Productos de fisión	1,70E+14	7,72E+12	95,45%
Plutonio	5,62E+12	2,89E+11	94,85%
Actínidos menores	8,28E+11	3,52E+10	95,75%
Uranio	78253375,93	78291378,54	-0,05%

Tabla 10. Variación de la actividad en un periodo de 100 años

Como se puede observar en la Figura 69 y en la Tabla 10, durante los 100 primeros años, los componentes más radiactivos del residuo siguen siendo los productos de fisión, principalmente debido al Tc99 y al Sr90, seguidos del plutonio y los actínidos menores. Sin embargo, cabe destacar que todos han disminuido su actividad en más de un 94%, el uranio en cambio ha aumentado la suya en un 0.05%. Durante este periodo, los residuos ya no están a alta temperatura y los que eran más

radiactivos se han desintegrado. Por tanto, el almacenamiento en contenedores de hormigón, o *Dry Cask Storage*, suele ser el más típico durante los primeros 100 años desde que los residuos salen de las piscinas de la central.

#### 3.3.3 Análisis de los resultados en un periodo indefinido (~50.000 millones de años).

Acotando la Figura 66, para un periodo indefinido de años, el resultado es la Figura 70 que se muestra a continuación.



Figura 70. Análisis de los resultados en un periodo indefinido.

	Actividad inicial	Actividad final	Variación
Productos de fisión	1,70E+14	1,59E+01	100,00%
Plutonio	5,62E+12	2,89E+11	94,85%
Actínidos menores	8,28E+11	3,52E+10	95,75%
Uranio	78253375,93	78291378,54	-0,05%

Tabla 11. Variación de la actividad en un periodo indefinido

Como podemos comprobar en la Figura 70 y en la Tabla 11, a partir de los 1000 años aproximadamente, el plutonio pasa a ser el que mayor actividad tiene. En cambio, a partir de los 5 millones de años, el uranio es el único que se mantiene constante, mientras que el resto tiende a disminuir su actividad. Es digno de mención, que es para este tipo de casos cuando se valora la posibilidad de que sean enterrados en profundidad en instalaciones protegidas alejadas de la civilización. Como se explicó, en el apartado 1.8 de este trabajo, para el proyecto de almacén geológico profundo (AGP) de Forsmark (Suecia).<sup>[11]</sup>

# **4 C**ONCLUSIONES

A lo largo del primer capítulo de este trabajo se presentaron las principales características de la energía nuclear, con especial énfasis en las centrales nucleares de reactores nucleares agua ligera a presión. Se explicaron en detalle los principales procesos que tienen lugar dentro de los reactores nucleares y que afectan a la posterior actividad de los residuos radiactivos. Por último, se introdujeron las principales características de los residuos radiactivos y los principales métodos de almacenamiento que se usan en la actualidad.

En el segundo capítulo, fueron explicadas las principales desintegraciones radiactivas que pueden sufrir los elementos en la naturaleza, se desarrollaron las ecuaciones diferenciales que rigen las matemáticas asociadas a las leyes de desintegración radiactivas y se utilizó la transformada de Laplace para obtener las ecuaciones de la concentración y actividad de elementos y series radiactivas. Por último, fueron explicadas las principales series radiactivas naturales.

Para finalizar, en el tercer capítulo de este trabajo, se estableció el procedimiento de cálculo que se siguió posteriormente para el desarrollo de los cálculos de la actividad de los residuos radiactivos. Se presentó la composición de una mezcla real, a partir de la cual se desarrollaron los cálculos matemáticos explicados en el segundo capítulo con la ayuda de diferentes softwares matemáticos. Una vez los cálculos fueron realizados, se paso al análisis de las gráficas de la actividad de los distintos isótopos, series radiactivas y de la actividad total de la mezcla. Dicha actividad total, fue comparada con cálculos reales y una vez cotejados los datos se pudo verificar que pese a las diversas condiciones de partida iniciales y a que el modelo matemático realizado está lejos de ser un modelo real, las gráficas modelada y real guardan una gran semejanza.
[1] IAEA, Power Reactor Information System -[https://www.iaea.org/PRIS/WorldStatistics/OperationalReactorsByType.aspx], consultado 11/07/2018.

[2] A. González Arias, Dilemas energéticos contemporáneos -[http://www.geocities.ws/cytparatodos/vidaytierra/Dilemas--energeticos/]. consultado 11/07/2018.

[3] BeO-UO2 Fuel. Mehran Nazir. March 2011. Stanford University.

[4] Fission product yield, Wikipedia - [https://en.wikipedia.org/wiki/Fission\_product\_yield], consultado 11/07/2018.

[5] Fission product yield, Wikipedia - [https://en.wikipedia.org/wiki/Fission\_product\_yield], consultado 11/07/2018.

[6] Fast Breeder reactors - [http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/NucEne/fasbre.html], consultado 11/07/2018.

[7] Plutonium-241, Wikipedia -[https://en.wikipedia.org/wiki/Plutonium-241].

[8] Waste management, Radioactive waste -[http://www.radioactivity.eu.com], consultado 11/07/2018.

[9] Typical Dry Cask Storage System, United States Nuclear Regulatory Commission-[https://www.nrc.gov/waste/spent-fuel-storage/diagram-typical-dry-cask-system.html], consultado 11/07/2018.

[10] El País, ¿Dónde almacenar el combustible nuclear gastado?, 07/08/2017.

[11] The Spent Fuel Repository - [http://www.skb.com/future-projects/the-spent-fuel-repository/], consultado 11/07/2018.

[12] J. Watterson, 2007, Lecture 21, Radioactivity, CERN [https://indico.cern.ch/event/145296/contributions/1381099/attachments/136884/194182/lecture14.p df].

[13] J. Watterson, 2007, Lecture 22, Radioactivity, CERN [https://indico.cern.ch/event/145296/contributions/1381099/attachments/136884/194183/lecture15.p df].

[14] Decay chain, Wikipedia - [https://en.wikipedia.org/wiki/Decay\_chain], consultado 11/07/2018.

[15] United States Nuclear Regulatory Commission, Analysis of Experimental Data for High Burnup PWR Spent Fuel Isotopic Validation- ARIANE and REBUS Programs (UO2 Fuel), June 2009.

[16] Live Chart of Nuclides, IAEA - Nuclear Data Section-[https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html], consultado 11/07/2018.

[17] M. Jonsson. Spent nuclear fuel p.1, KTH Chemical Science and Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden 2013.

[18] CSN. Curso de Supervisores de Instalaciones Radiactivas (IR). Módulo Básico. 2013

[19] Y. Arafat. Radiotoxicity Characterization of HLW from Reprocessing of Uranium-Based and Thorium-Based Fuel-11390. USA, 2011.

[20] Draft environmental impact statement on a Proposed Nuclear Weapons Nonproliferation. USA Department of Energy, Washington DC.

[21] E. Faust. Nuclear Decay- A mathematical perspective, British International School of Cracow, Poland. May 2015.

[22] G.R. Crocker. Fission Product Decay Chains. Schematics with branching fractions, half lives, and literature references, 24th June 1967.

[23] I. Hore-Lacy. Nuclear Energy in the 21st Century, The World Nuclear University Primer, 3rd Edition.

[24] P. Bramson. Transmutation Strategies- a Swedish Perspective. Master Thesis, Royal Institute of Technology, 2010.

[25] S. Fraser University. Radioactive decay and the Bateman equation, Introduction to Nuclear Science, 2011.

[26] V. Arzhanov. Chain Reaction. Reactor Physics, KTH 2008.

[27] Antonio González Fernández, Reactores de agua ligera (PWR y BWR), Tecnología Nuclear, Departamento de Física Aplicada III, Universidad de Sevilla, 2017.

[28] Antonio González Fernández, Elementos de una central nuclear, Tecnología Nuclear, Departamento de Física Aplicada III, Universidad de Sevilla, 2017.

[29] IAEA, Cummulative Fission Yields – [https://www-nds.iaea.org/sgnucdat/c3.htm], consultado 11/07/2018.

[30] Short- lived Fission Products, Radioactivity.Eu -[http://www.radioactivity.eu.com/site/pages/Shorl\_Lived\_Fission\_Products.htm], consultado 11/07/2018.

[31] Spent Nuclear Fuel, Radioactivity.Eu – [http://www.radioactivity.eu.com/site/pages/Spent\_Fuel\_Composition.htm], consultado 11/07/2018.

[32] Periodic table, National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory – [http://www.nndc.bnl.gov/sigma/index.jsp?as=235&lib=endfb7.1&nsub=11], consultado 11/07/18.

[33] Safety of Nuclear Power Reactors, World Nuclear Association- [http://www.world-nuclear.org/information-library/safety-and-security/safety-of-plants/safety-of-nuclear-power-reactors.aspx], consultado 11/07/18.

[34] The Nuclear Fuel Cycle, World Nuclear Association- [http://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/introduction/nuclear-fuel-cycle-overview.aspx], consultado 11/07/18.

[35] Jordi Bruno and Rodney C. Erwing, Spent Nuclear Fuel, 01/12/2006.