



Autor: Lucía Puget Pérez

Tutor: Dr. David Canca Ortíz

**Dpto. Organización Industrial y Gestión de
Empresas I
Escuela Técnica Superior de Ingeniería**

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería de Organización Industrial

Diseño de rutas del servicio de transporte de una empresa de lavandería industrial

Autor:
Lucía Puget Pérez

Tutor:
Dr. David Canca Ortiz

Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Diseño de rutas del servicio de transporte de una empresa de lavandería industrial

Autor: Lucía Puget Pérez

Tutor: Dr. David Canca Ortíz

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

La logística es la actividad empresarial que tiene como objetivo colocar los productos indicados en el lugar adecuado, en el momento preciso y en las condiciones deseadas. Conseguir satisfacer estas necesidades del cliente, minimizando costes, se ha convertido en una de las misiones más importantes de las empresas.

El objetivo de este trabajo consiste en mejorar el plan de distribución de una lavandería con servicio propio de recogida y entrega del producto. A través de la aplicación del tan conocido problema “El Agente Viajero” (TSP - Traveling Salesman Problem) se llevará a cabo el diseño de un nuevo plan de rutas para esta empresa. El problema del Agente Viajero tiene como propósito principal encontrar el camino más corto para realizar sus correspondientes visitas teniendo en cuenta diferentes criterios como el tiempo, el coste o la distancia.

Para obtener un diseño de rutas que mejore el actual, aplicaremos distintas variaciones del TSP. Las dos principales variantes aplicadas difieren en el criterio elegido para optimizar: la primera variante contempla como función objetivo minimizar el tiempo y la segunda variante contempla minimizar la distancia.

Objetivo	viii
Índice	ix
Índice de Tablas	xi
Índice de Figuras	xiii
1 Introducción	1
1.1 <i>El problema en estudio</i>	2
2 The Traveling Salesman Problem	3
2.1 <i>The Traveling Salesman Problem</i>	3
2.1.1 Introducción	3
2.1.2 Definición	3
2.2 The multiple Traveling Salesman Problem	6
2.2.1 Introducción	6
2.2.2 Definición y variantes	6
2.2.3 Aplicaciones	7
2.2.4 Conexión con el VRP	7
2.2.5 Formulación del modelo	8
3 The Vehicle Routing Problem	13
3.1 <i>Introducción</i>	13
3.2 <i>The Vehicle Routing Problem</i>	13
3.3 <i>Variantes</i>	15
3.3.1 VRP con uno o varios depósitos (SDVRP/MDVRP)	15
3.3.2 VRP con ventanas temporales	15
3.3.3 VRP con flota heterogénea	17
3.3.4 VRP con recogida y entrega	18
3.3.5 VRP Dinámico o Estocástico	20
3.3.6 VRP Periódico	23
3.3.7 VRP con entrega dividida	23
3.3.8 VRP con devoluciones	24
4 Diseño de rutas en el servicio de lavandería	25
5 Situación actual	27
6 Situación a desarrollar	29
7 Descripción del modelo	31
7.1 <i>Notación y datos del problema</i>	31
7.2 <i>Modelo A</i>	32
7.3 <i>Modelo B</i>	33
7.4 <i>Modelo A con restricciones de capacidad</i>	35
7.5 <i>Modelo B con restricciones de capacidad</i>	36
8 Programación	38
8.1 <i>Introducción</i>	38
8.2 <i>Modelos A y B</i>	38

8.2.1	Datos	38
8.2.2	Variables	40
8.2.3	Restricciones	41
8.2.4	Función Objetivo	43
8.3	<i>Modelos A y B con restricciones de capacidad</i>	44
8.3.1	Datos	44
8.3.2	Restricciones	44
8.3.3	Función Objetivo	45
9	Experimentación	46
9.1	<i>Modelos A y B</i>	48
9.2	<i>Modelos A y B con capacidad</i>	58
10	Análisis de resultados	74
10.1	<i>Diseño de rutas I</i>	74
10.2	<i>Diseño de rutas II</i>	77
11	Conclusión	90
	Referencias	91
	Bibliografía adicional	92

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Rutas actuales de la empresa	27
Tabla 2. Restricciones horarias de los clientes	28
Tabla 3. Costes asociados al transporte	28
Tabla 4. Clientes a visitar	29
Tabla 5. Demandas diarias por cliente	30
Tabla 6. Tiempo de parada estimado en cada cliente	30
Tabla 7. Resumen de experimentos	48
Tabla 8. Resultados del modelo A para el lunes	48
Tabla 9. Resultados del modelo B para el lunes	48
Tabla 10. Resultados del modelo A para el martes	50
Tabla 11. Resultados del modelo B para el martes	51
Tabla 12. Resultados del modelo A para el jueves	53
Tabla 13. Resultados del modelo B para el jueves	53
Tabla 14. Resultados del modelo A para el viernes	56
Tabla 15. Resultados del modelo B para el viernes	57
Tabla 16. Resultados del modelo A para el sábado	57
Tabla 17. Resultados del modelo B para el sábado	57
Tabla 18. Resultados del modelo A con max. Demanda para el lunes	58
Tabla 19. Resultados del modelo B con max. Demanda para el lunes	59
Tabla 20. Resultados del modelo A con demanda media para el lunes	59
Tabla 21. Resultados del modelo B con demanda media para el lunes	59
Tabla 22. Resultados del modelo A con mín. demanda para el lunes	60
Tabla 23. Resultados del modelo B con mín. demanda para el lunes	60
Tabla 24. Resultados del modelo A con max. demanda para el martes	60
Tabla 25. Resultados del modelo B con max. demanda para el martes.	61
Tabla 26. Resultados del modelo A con demanda media para el martes	61
Tabla 27. Resultados del modelo B con demanda media para el martes	61
Tabla 28. Resultados del modelo A con mín. demanda para el martes	62
Tabla 29. Resultados del modelo B con mín. demanda para el martes	62
Tabla 30. Resultados del modelo A con max. demanda para el jueves	63
Tabla 31. Resultados del modelo B con max. demanda para el jueves	63
Tabla 32. Resultados del modelo B con max. demanda y sin minimizar nº de rutas	64
Tabla 33. Resultados del modelo A con demanda media para el jueves	65
Tabla 34. Resultados del modelo B con demanda media para el jueves	65

Tabla 35. Resultados del modelo A con mín. demanda para el jueves	66
Tabla 36. Resultados del modelo B con mín. demanda para el jueves	66
Tabla 37. Resultados del modelo A con max. demanda para el viernes	66
Tabla 38. Resultados del modelo B con max. demanda para el viernes	67
Tabla 39. Resultados del modelo B con demanda media para el viernes	67
Tabla 40. Resultados del modelo B con demanda media para el viernes	67
Tabla 41. Resultados del modelo A con mín. demanda para el viernes	68
Tabla 42. Resultados del modelo B con mín. demanda para el viernes	68
Tabla 43. Resultados del modelo A con max. demanda para el sábado	68
Tabla 44. Resultados del modelo B con max. demanda para el sábado	69
Tabla 45. Resultados del modelo A con demanda media para el sábado	69
Tabla 46. Resultados del modelo B con demanda media para el sábado	69
Tabla 47. Resultados del modelo A con mín. demanda para el sábado	73
Tabla 48. Resultados del modelo B con mín. demanda para el sábado	73
Tabla 49. Resumen de diseño de rutas I	74
Tabla 50. Tabla de costes del Plan de Rutas de Empresa	77
Tabla 51. Resumen de diseño de rutas II para máxima demanda	78
Tabla 52. Resumen de diseño de rutas II para demanda media	82
Tabla 53. Resumen de diseño de rutas II para mínima demanda	85
Tabla 54. Resumen de costes de los distintos planes de rutas	89

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de TSP	4
Figura 2. Formación de subtours	4
Figura 3. Ejemplo de DVRP	21
Figura 4. Ejemplo de SDVRP	24
Figura 5. Secuencia tipo lista para datos de clientes	38
Figura 6. Secuencia tipo lista para distancias	38
Figura 7. Secuencia tipo lista para restricciones horarias	38
Figura 8. Creación de listas auxiliares	39
Figura 9. Diccionarios para asociar datos a clientes	39
Figura 10. Secuencia tipo lista para distinguir clientes	39
Figura 11. Cálculo de los tiempos de viaje entre clientes	40
Figura 12. Constantes	40
Figura 13. Variable binaria x_{ij}	40
Figura 14. Variable continua t_i	40
Figura 15. Variable entera NR	41
Figura 16. Variable continua S	41
Figura 17. Restricción 1A	41
Figura 18. Restricción 1B	41
Figura 19. Creación de secuencia tipo tupla	42
Figura 20. Restricciones 2	42
Figura 21. Restricción 3A	42
Figura 22. Restricción 3B	42
Figura 23. Restricciones 4A y 4B	42
Figura 24. Restricción 5	43
Figura 25. Función Objetivo correspondiente al modelo A	43
Figura 26. Función Objetivo correspondiente al modelo B	43
Figura 27. Secuencia tipo lista para demandas	44
Figura 28. Diccionario para asociar la demanda a los clientes	44
Figura 29. Constante de capacidad	44
Figura 30. Restricción 1 de capacidad	44

Figura 31. Restricción 2 de capacidad	45
Figura 32. Función objetivo del modelo A con restricciones de capacidad	45
Figura 33. Función objetivo del modelo B con restricciones de capacidad	45
Figura 34. Evolución del tiempo en lunes	49
Figura 35. Variación de la distancia recorrida en lunes	49
Figura 36. Grafo de rutas correspondiente al experimento MA_480	50
Figura 37. Grafo de rutas correspondiente al experimento MA_280	51
Figura 38. Evolución del tiempo en martes	52
Figura 39. Variación de la distancia recorrida en martes	52
Figura 40. Evolución del tiempo en jueves	54
Figura 41. Tiempo de cada una de las rutas en los experimentos JA_900 y JB_900	54
Figura 42. Variación de la distancia recorrida en jueves	55
Figura 43. Grafo de rutas correspondiente al experimento JA_900	55
Figura 44. Grafo de rutas correspondiente al experimento JB_900	56
Figura 45. Grafo de rutas correspondiente experimento JAC_900_MaxD	63
Figura 46. Grafo de rutas correspondiente al experimento JBC_900_MaxD	64
Figura 47. Grafo de rutas correspondiente al experimento *JBC_900_MaxD	65
Figura 48. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_480_MeD	71
Figura 49. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_150_MeD	72
Figura 50. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles	75
Figura 51. Grafo de rutas para el día martes	75
Figura 52. Grafo de rutas para el día jueves	76
Figura 53. Grafo de rutas para el día viernes	76
Figura 54. Grafo de rutas para los días sábado y domingo	77
Figura 55. Comparación de costes I	78
Figura 56. Comparación de costes anuales I	79
Figura 57. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con máxima demanda	79
Figura 58. Grafo de rutas para el día martes con máxima demanda	80
Figura 59. Grafo de rutas para el día jueves con máxima demanda	80
Figura 60. Grafo de rutas para el día viernes con máxima demanda	81
Figura 61. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con máxima demanda	81
Figura 62. Comparación de costes II	82
Figura 63. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con demanda media	83
Figura 64. Grafo de rutas para el día martes con demanda media	83
Figura 65. Grafo de rutas para el día jueves con demanda media	84
Figura 66. Grafo de rutas para el día viernes con demanda media	84
Figura 67. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con demanda media	85
Figura 68. Comparación de costes III.	86
Figura 69. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con mínima demanda	86

Figura 70. Grafo de rutas para el día martes con mínima demanda	87
Figura 71. Grafo de rutas para el día jueves con mínima demanda	87
Figura 72. Grafo de rutas para el día viernes con mínima demanda	88
Figura 73. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con mínima demanda	88

1 INTRODUCCIÓN

El inicio de la actividad logística tiene su origen en la aplicación de estrategias militares del ejército estadounidense, para más tarde ser extendida a campos relacionados con ciencias de la salud y servicios de mensajería. Es a partir de los años 80, cuando la logística se convierte en un arma competitiva para las empresas.

La logística puede ser definida como aquella parte del proceso de la cadena de suministro que planea, implementa y controla el flujo y almacenamiento de productos y servicios, y su información relacionada, desde el punto donde se originan hasta el punto donde se consumen, en forma eficiente y al menor costo posible, para satisfacer los requerimientos de los clientes.

La evolución de las tecnologías y de la demanda del cliente a la hora de conseguir un producto ha hecho que la logística cobre un papel determinante en el mercado. La concepción inicial de la logística de contratar almacenes y vehículos ha sido emplazada por la práctica de una verdadera actividad estratégica y de máxima importancia en la cadena de suministros.

En el proceso logístico se puede diferenciar los siguientes elementos básicos: el servicio al cliente, el inventario, los suministros, el transporte y la distribución y el almacenamiento. Es precisamente en las actividades de transporte y distribución donde se encuentra el principal objeto de este trabajo, como se verá en el caso práctico que se trata posteriormente.

Según diferentes estudios, el transporte constituye entre uno y dos tercios de los costes logísticos para la mayoría de empresas. El sistema de transporte está compuesto por los canales (carretera, vía aérea...) a través de los cuales viaja la mercancía y por el equipo utilizado en su traslado (vehículos, barcos...). La variedad de opciones para realizar la distribución es amplia, es la empresa la que elige qué medios utilizar y como combinarlas para conseguir optimizar sus resultados. Para hacer esta elección hay que considerar qué tipo de producto se va a transportar, el instante en el que debe ser entregado y el coste tanto del servicio bien realizado como el de pérdidas por daños en el transporte o retraso.

En el caso del análisis de costes, si se delega la distribución en otra empresa por ejemplo, se debe contar con los costes del propio alquiler del servicio de recogida y entrega más unos costes adicionales como pueden ser el seguro o la preparación de la mercancía para ser transportada. Mientras que si es la propia empresa la que se encarga de la distribución de sus productos, se pueden incluir, entre otros costes, el combustible, el mantenimiento y el correspondiente al personal contratado para el transporte.

Otro de los puntos claves que analizar para conseguir un sistema de transporte competitivo, es el tiempo de entrega. No sólo se trata de reducir el tiempo medio de entrega al cliente teniendo en cuenta los factores variables, si no de tener la capacidad de reaccionar ante situaciones imprevistas en el menor tiempo de entrega posible. Todo ello debe hacerse pensando siempre en que la mercancía debe llegar en perfecto estado.

1.1 El problema en estudio

El problema que se aborda en este trabajo es el asociado a una empresa dedicada a actividades de lavandería, concretamente a la recogida, transporte y distribución de textil para hoteles, restaurantes, residencias, etc.

En este caso empresarial, la empresa lavandería no solo apuesta por procesar el producto y dejarlo en el estado deseado, si no que decide encargarse de su propio transporte haciéndose responsable de la entrega y recogida del producto.

La entrega de la cantidad correcta y de la llegada a tiempo de la mercancía, toman un papel muy importante en este negocio, ya que no es sólo suficiente procesar el producto y dejarlo en las condiciones requeridas, si no que al tratarse de clientes que normalmente ofrecen un servicio a terceros, la disponibilidad de toallas, mantelería o uniformes de trabajo resulta imprescindible para dar el servicio que sus propios clientes esperan de ellos.

En este tipo de servicio, se deben tener múltiples aspectos en cuenta a la hora de realizar la recogida y entrega de la mercancía.

¿Cuánto debe ser recogido hoy? ¿Cuánto debe ser entregado? ¿Está provisto de suficiente suministro para poder retrasar la entrega? ¿Qué rutas son las más acertadas para ahorrar tiempo? ¿Qué ruta me permite completar la carga de cada vehículo?

Éstas son algunas de las preguntas, que deben estar presentes a la hora de llevar a cabo un diseño de rutas.

Habrà que tener también en cuenta en qué periodo del año nos encontramos, ya que la demanda de un hotel o un restaurante (clientes a los que se atiende) puede variar de un mes a otro. Probablemente, un hotel ubicado en Sevilla tendrá mayor ocupación en Semana Santa, y por tanto un mayor gasto de lencería y mantelería, que en la segunda semana de Agosto.

El proyecto se centra fundamentalmente en el problema tradicional de diseño de rutas. Desde el almacén, la lavandería, se debe transportar el producto hasta los diferentes clientes. El equipo de transporte deberá visitar sólo una vez a cada uno de los clientes predeterminados para cada día.

2 THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM

2.1 The Traveling Salesman Problem

2.1.1 Introducción

El Problema del Agente Viajero (The Traveling Salesman Problem - TSP) es uno de los problemas más estudiados en la optimización combinatoria, principalmente por la variedad de situaciones reales en las que puede ser aplicado. Se trata de un problema clasificado como NP-Hard (nondeterministic polynomial-time hard) ya que la solución óptima no puede ser hallada en tiempo polinómico.

Una extensión de este conocido problema es el problema del múltiple Agente Viajero (m-TSP The Multiple Traveling Salesman). Esta extensión es sobre la que principalmente se basa el caso práctico a desarrollar en este trabajo.

2.1.2 Definición

El problema del Agente Viajero consiste en determinar las rutas que un vendedor debe hacer para visitar exactamente una vez a cada cliente y regresar al punto origen minimizando la distancia recorrida (asumiendo que se conocen las distancias entre clientes).

Según lo descrito anteriormente se puede definir el conjunto finito de n ciudades ($V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$) y un conjunto de caminos que unen cada una de las ciudades, donde el camino $(i, j) \in A$. Cada par de ciudades pueden estar comunicadas o no y su distancia se define como C_{ij} (C_{ij} no es necesariamente igual a C_{ji}); además, se usa un conjunto de variables binarias x_{ij} , una por arco, que indica si el viajero utiliza el arco de la ciudad i a la j en su recorrido solución.

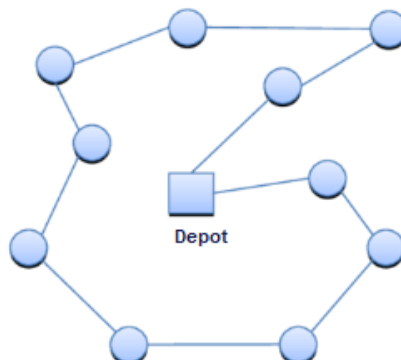


Figura 1. Ejemplo de TSP

Por tanto, el modelo matemático se formula a continuación:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1 \dots n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1 \dots n \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A \quad (4)$$

La restricción (2) asegura que a cada nodo sólo se llegue una vez y la restricción (3) que sólo se salga una vez. Es decir, la ruta empieza y termina en el mismo nodo y cada nodo se visita una sola vez. Estas restricciones no garantizan la inexistencia de subtours en la solución, por ello, es necesario añadir alguno de los tipos de restricciones anti-subtours que existen.

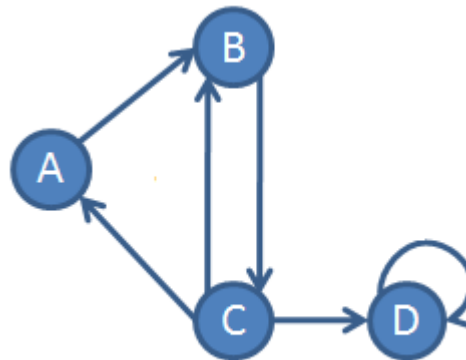


Figura 2. Formación de subtours

Un tipo de restricciones anti subtours son las descritas por Dantzig [5]:

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, S \neq \emptyset \quad (5)$$

O alternativamente

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, S \neq \emptyset \quad (6)$$

El inconveniente de cualquiera de estas dos restricciones es que su número crece exponencialmente con el incremento del número de nodos, por lo que no resultan prácticas si el problema presenta un gran número de clientes.

Otro grupo de restricciones para la eliminación de subtours es el formulado por Miller y Tucker [12] a continuación:

$$u_i - u_j + n \cdot x_{ij} \leq n - 1 \quad 2 \leq i \neq j \leq n \quad (7)$$

Se utiliza una variable nueva de decisión para representar la secuencia de las visitas a los nodos. Una ventaja de utilizar esta formulación es que se puede añadir en la función objetivo el término $-\alpha u_i$ para $\alpha > 0$ si se necesita visitar con mayor antelación a un cliente específico.

La formulación del TSP admite diversas variaciones atendiendo a las condiciones que se quieran imponer al problema. Algunas de ellas se describen a continuación:

- TSPTW, Traveling Salesman Problem with Time Windows. Existen ciertos nodos que deben ser visitados en un determinado intervalo de tiempo, por ello se denomina al problema TSP con ventanas temporales.
- TSP periódico. El agente debe visitar a los clientes un determinado número de veces en un periodo de tiempo. El problema cumple las características generales del TSP más la inclusión de un conjunto $D = \{1 \dots p\}$ siendo p el número de días en los cuales se puede visitar a los clientes y siendo m_i el número de veces que se debe visitar al cliente.
- mTSP, multiple Traveling Salesman Problem. Difiere con el problema general del TSP en que existen varios agentes para realizar las distintas visitas a los clientes. Esta variante se explica con más detalle en el siguiente apartado.

2.2 The multiple Traveling Salesman Problem

2.2.1 Introducción

Dada la naturaleza del caso de estudio que se aborda en este trabajo y la posterior aplicación de modelos basados en esta variante, se considera sustancial describir el mTSP con mayor profundidad.

Como se ha mencionado anteriormente, el problema del múltiple Agente Viajero (m-TSP, multiple Traveling Salesman Problem) es una extensión del conocido TSP. Por tanto, el mTSP es un problema de tipo NP-hard al igual que el TSP, considerando el primero más difícil de resolver. El mTSP básicamente consiste en determinar las rutas que m agentes deben realizar para visitar a todos sus clientes terminando en el mismo nodo origen del que partieron.

Las características del m-TSP parecen más apropiadas para la aplicación en situaciones reales, debido en parte, a que es posible extenderlo a una gran variedad de problemas tales como problemas de ruteo de vehículos (VRP). Ralphs [14] menciona que el VRP resulta en la práctica extremadamente complicado, debido a que su problema base, el mTSP, es también complicado por naturaleza. Este hecho hace que resulte más eficiente resolver el mTSP en lugar de proceder a resolver directamente el VRP. Una de las primeras heurísticas proporcionadas para resolver el mTSP fue publicada por Russell [15].

Otras áreas donde suele aplicarse el mTSP son en problemas de recogida y entrega (Savelsbergh [16]) y en áreas de programación de tareas y mensajería.

2.2.2 Definición y variantes

Dado una serie de nodos (clientes) y m agentes localizados en un nodo origen (almacén, depósito), siendo el resto de nodos llamados ‘nodos intermediarios’, el mTSP consiste en determinar una ruta para cada uno de los m agentes partiendo del depósito y volviendo al mismo, de manera que todos los nodos intermedios son visitados una sola vez por alguno de los agentes minimizando los costes (tiempo, distancia, etc.).

Algunas de las posibles variantes son:

Un solo depósito o varios. En el caso de un solo almacén, todos los agentes empiezan y terminan sus rutas en el mismo nodo. Si existe más de un almacén con un número de agentes determinados en cada uno de ellos, éstos podrán regresar a su nodo origen o a otro de los posibles almacenes siempre y cuando el número de agentes en cada almacén sea el mismo que al comienzo de la ruta.

Número de agentes. El número de agentes puede ser fijo o variable.

Pesos fijos. Si el número de agentes no es fijo a priori, se puede considerar un coste asociado a la utilización de cada agente. En este caso, también se suele minimizar el número de agentes.

Ventanas temporales. Esta restricción ya ha sido descrita anteriormente como variante del TSP. En el caso del mTSP el planteamiento es el mismo: ciertos nodos deben ser visitados en un intervalo de tiempo determinado. Es una de las variantes más aplicadas y suele denominarse como m-TSPTW Traveling Salesman Problem with Time Windows.

Otras restricciones. Algunas de ellas pueden estar relacionadas con el número de nodos que puede visitar un agente, con el máximo o mínimo número de rutas, o con las distancias que puede recorrer cada agente.

2.2.3 Aplicaciones

En comparación con el TSP, el mTSP se adapta más a las situaciones reales ya que considera más de un agente viajero. La mayoría de estas situaciones suelen estar relacionadas con la planificación y la programación de rutas. Algunas aplicaciones son las siguientes:

1. Programación de impresión. Una de las primeras aplicaciones del mTSP, proporcionada por Gorenstein [8], aparece en la programación de una impresora para una revista que publica múltiples ediciones. La impresora consta de cinco pares de cilindros entre los que el papel se enrolla y se imprime ambas caras del papel simultáneamente. Las ediciones pueden imprimirse según tres tipos de forma de página. La programación del problema consiste en decidir qué tipo de página será ejecutada y la longitud de cada ejecución. Según lo descrito, el coste de cambio de modelo de impresión se puede interpretar como los costes de viaje de una ciudad a otra. En un similar contexto, el mTSP puede ser utilizado para llevar a cabo la programación de la impresión de anuncios en los periódicos, como señalaron Carter and Ragsdale [3]. En este caso, los anunciantes introducen sus anuncios en el periódico, para distribuirlos en específicas regiones geográficas. Cada región debe recibir la misma serie de anuncios. En el contexto del mTSP, las regiones corresponden a las ciudades y la línea de producción a los agentes.
2. Programación de grupos. Una aplicación posible presentada por Svestka y Huckfeldtes [17] para dar soporte entre bancos filiales y la oficina central. La mercancía de bancos filiales debe ser recogida por un equipo de mensajeros y devolverla a la oficina central.
3. Rutas de autobuses escolares. El problema de programación de autobuses fue investigado por Angel y otros autores [1] como una variación del mTSP incluyendo ciertas restricciones. El objetivo es conseguir un modelo que minimice el número de rutas y la distancia recorrida por todos los autobuses, garantizando que ningún autobús sobrepase su capacidad de viajeros y la duración de cada ruta no exceda el tiempo permitido por el reglamento.
4. Secuenciación de tareas. Se trata de obtener el orden de n trabajos minimizando el coste de producción. Si t_{ijk} es el tiempo de setup de la máquina i para procesar el trabajo j después de haber procesado el trabajo k , aplicando el mTSP cada trabajo corresponde a un nodo que debe ser visitado minimizando el tiempo total en completar todos los trabajos.
5. Procesos de fabricación. Un ejemplo de esta aplicación es la perforación de agujeros en placas. Cada agujero a realizar se corresponde con un nodo que visitar, y la distancia corresponde al tiempo que tardan las distintas máquinas en desplazarse de un objetivo a otro. El propósito es reducir los tiempos de proceso de fabricación.

2.2.4 Conexión con el VRP

El mTSP puede ser considerado una relajación del VRP, sin las restricciones de capacidad. Esto significa que toda formulación y solución aproximada propuesta para VRP también es válida para el mTSP, siempre y cuando se les asigne una gran capacidad a los agentes (vehículos).

En este contexto, el mTSP puede ser utilizado, por ejemplo, para calcular el mínimo número de vehículos necesarios para atender a una serie de clientes en un *distance-constrained VRP* (VRP con distancias restringidas). En este tipo de variante cada uno de los clientes tiene asociado una demanda no negativa y cada vehículo no puede recorrer más de una determinada distancia.

Otra relación habitual, es que el mTSP sea tratado en la primera parte de un procedimiento de dos etapas para solucionar un problema VRP. Un caso es el VRP *with stochastic service times*, en el cual la solución encontrada en la primera etapa aplicando el mTSP se usa para calcular los costes esperados en la segunda etapa de la solución.

Gracias a la relación tan próxima entre ambos problemas, muchos VRP de gran nivel de dificultad pueden ser reducidos y resueltos adaptándolos al mTSP.

El mTSP también se relaciona con el problema de recogida y entrega (PDP – Pickup and Delivery Problem). El PDP consiste en determinar una serie óptima de rutas con un determinado número de vehículos para satisfacer los pedidos de los clientes. Si los clientes deben ser visitados en una franja horaria específica, entonces el problema es PDP con ventanas temporales (PDPTW- Pickup and Delivery with Time Windows).

2.2.5 Formulación del modelo

La formulación matemática del mTSP corresponde a un problema de programación entera. Como se ha mencionado anteriormente para el TSP, el mTSP se define como un grafo orientado $G = (V, A)$, donde V representa el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos. Asociado a cada arco (i, j) existe coste c_{ij} (o distancia d_{ij}). Esta matriz de costes C puede ser simétrica si cumple que $c_{ij} = c_{ji}, \forall (i, j) \in A$ y asimétrica en cualquier otro caso. También se asume que el nodo 1 es el origen y que los m viajeros parten de este origen.

La formulación más común, define un conjunto de variables binaria x_{ij} para cada arista que toma el valor de 1 si se incluye en un viaje o 0 en caso contrario. A continuación se presenta el modelo completo:

$$\text{mín} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (8)$$

s. a.

$$\sum_{j=2}^n x_{1j} = m \quad (9)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1} = m \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1 \dots n, i \neq j \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1 \dots n, i \neq j \quad (12)$$

$$x_{ij} \in [0,1], \forall (i, j) \in A \quad (13)$$

$$+ \text{restricciones antibucle} \quad (14)$$

Las restricciones (9) y (10) garantizan que el número de agentes que parten del nodo de salida (almacén) sea el mismo que regresa a éste nodo, mientras que las restricciones (11) y (12) aseguran que de cada nodo sólo pueda entrar y salir un arco del mismo nodo.

Como en cualquier extensión del TSP, es necesario prevenir la formación de subtours, que no queda cubierta por las restricciones anteriormente mencionadas. Las encargadas de eliminar posibles subtours son las restricciones (14), conocidas como SECs (subtour elimination constraints).

Un gran número de restricciones de eliminación de subtours han sido propuestas para el problema mTSP. A continuación, se expondrán algunas de las más comunes.

Un grupo de SECs fue originalmente propuestas por Dantzig [5] para el TSP, pero también son válidas para el mTSP:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, S \neq \emptyset \quad (15)$$

O alternativamente

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, S \neq \emptyset \quad (16)$$

Un inconveniente de usar las restricciones (15) y (16) para eliminar subtours es que el número de restricciones aumenta exponencialmente en función del número de nodos. Por tanto, en problemas con un número elevado de nodos que visitar resulta poco práctico.

Otro tipo de SECs fue el propuesto por Miller (denominadas MTZ-SECs), introduciendo variables continuas adicionales y donde p denota el máximo número de nodos que puede visitar un agente:

$$u_i - u_j + px_{ij} \leq p - 1 \quad \text{for } 2 \leq i \neq j \leq n \quad (17)$$

Además de la formulación del mTSP descrita anteriormenete, existen otras posibilidades de modelo para formular este problema. Algunas de las más conocidas son:

- **Formulaciones de Laporte y Nobert.** Laporte y Nobert [11] aportaron dos formulaciones para el problema del mTSP, una para el caso de matrices de costes asimétricas y otra para el caso simétrico. Incluyen un coste fijo f por cada agente utilizado en la solución y también están basadas en una variable de dos índices x_{ij} .

Para el problema asimétrico la formulación sería la siguiente:

$$\min \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij} + fm \quad (18)$$

s.a.

$$\sum_{j=2}^n (x_{1j} + x_{j1}) = 2m \quad (19)$$

$$\sum_{i \neq k} x_{ik} = 1, \quad k = 2, \dots, n \quad (20)$$

$$\sum_{j \neq k} x_{kj} = 1, \quad k = 2, \dots, n \quad (21)$$

$$\sum_{i \neq j; i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad 2 \leq |S| \leq n - 2, \quad S \subseteq V \setminus \{1\} \quad (22)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \neq j \quad (23)$$

$$m \geq 1 \text{ and integer} \quad (24)$$

Como se puede observar, el objetivo de la función objetivo consiste en minimizar el coste total de las rutas y el número total de agentes usados en la solución. Las restricciones (20) y (21) son restricciones estándar de asignación, y las restricciones (22) son las ya mencionadas restricciones antibucle de Dantzig.

Para el caso de matrices simétricas la formulación de Laporte y Nobert propone lo siguiente:

$$\min \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij} + fm \quad (25)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{ij} = 2m \quad (26)$$

$$\sum_{i < k} x_{ik} + \sum_{j > k} x_{kj} = 2, \quad k = 2, \dots, n \quad (27)$$

$$\sum_{i < j; i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad 3 \leq |S| \leq n - 2, \quad S \subseteq V \setminus \{1\} \quad (28)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad 1 < i < j \quad (29)$$

$$x_{1j} \in \{0,1,2\}, \quad j = 2, \dots, n \quad (30)$$

$$m \geq 1 \text{ and integer} \quad (31)$$

Lo característico de esta formulación es que no existe una formulación entera binaria para la variable x_{1j} , si no que puede tomar los valores 0, 1 o 2 y la variable x_{ij} está definida para $i < j$, de tal forma que al tratarse de una matriz de costes simétrica es suficiente con utilizar una variable para representar cada arco usado en la solución.

- **Formulación de Christofides.** La formulación de Christofides [4] fue propuesta para el VRP, pero excluyendo las restricciones de capacidad puede ser adaptada al mTSP. La peculiaridad de esta formulación para el mTSP es que a diferencia del resto, está basada en una variable binaria de tres índices x_{ijk} .

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ visita el nodo } j \text{ inmediatamente después del nodo } i \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ij} \quad (33)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (34)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ipk} - \sum_{j=1}^n x_{pjk} = 0, \quad k = 1 \dots m, \quad p = 1 \dots n \quad (35)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{1jk} = 1, \quad k = 1 \dots m \quad (36)$$

$$u_i - u_j + n \sum_{k=1}^m x_{ijk} \leq n - 1, \quad i \neq j = 2 \dots n \quad (37)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j, k \quad (38)$$

La restricción (34) garantiza que cada cliente sea visitado sólo exactamente una vez y que una vez el agente haya visitado a un cliente, debe partir desde éste mismo. La restricción (36) asegura que cada vehículo sea sólo utilizado en una ruta y la (37) es una extensión de las restricciones antibucle de Miller (MTZ-SECs).

Un inconveniente de esta formulación es el elevado número de variables incluso cuando se trata de problemas mTSP con un número de nodos moderado, por lo que no resulta muy práctico resolver directamente este modelo.

3 THE VEHICLE ROUTING PROBLEM

3.1 Introducción

En el capítulo anterior ya se ha mencionado la relación entre el TSP y el problema de ruteo de vehículos (VRP – Vehicle Routing Problem). Uno de los claros ejemplos de relación existente entre ellos, ha sido la adaptación de mismos modelos de formulación incluyendo o excluyendo ciertas restricciones de capacidad.

Problema de ruteo de vehículos denomina a la clase de problema que busca determinar un número de rutas para una flota de vehículos que logre visitar a un número de clientes con distintas ubicaciones.

En los siguientes apartados, se desarrollará con mayor profundidad el problema de ruteo de vehículos y sus diferentes variantes.

3.2 The Vehicle Routing Problem

El problema de ruteo de vehículos es uno de los problemas más importantes en investigación de operaciones. Su principal objetivo es determinar un número de rutas para una flota de vehículos y visitar a una serie de clientes minimizando los costes de distribución. Las rutas deben cumplir las siguientes restricciones:

- Cada cliente se visita una sólo vez.
- Todas las rutas empiezan y terminan en el almacén.
- La suma de todas las demandas en una ruta no debe exceder la capacidad del vehículo.

La relación con el TSP es tan próxima para Bullnheimer [2], que una vez asignado los vehículos considera el VRP reducido a TSP basándose en dos criterios:

- Si el vehículo tiene capacidad o no.
- Si sólo existe uno o más puntos de partida.

Matemáticamente puede ser definido como un grafo dirigido $G = (V, A)$ siendo $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ un conjunto de vértices representando N clientes y v_0 representando el depósito donde se encuentran M vehículos con idéntica capacidad Q . $E = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ representa el conjunto de arcos que conectan los vértices, asignándose a cada vértice, excepto para el depósito, una demanda no negativa q_i . La matriz $C = (c_{ij})$ es definida en A y dependiendo del contexto puede representar costes de viaje, tiempos de viaje o distancias entre clientes.

Muchos autores asocian el VRP clásico al CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem).

La formulación del problema se presenta a continuación:

$$\min z = \sum_{i=0}^N \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ij}^k \quad (39)$$

s.a:

$$\sum_{i=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, N\} \quad (40)$$

$$\sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (41)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ip}^k - \sum_{j=0}^N x_{pj}^k = 0 \quad \forall p \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (42)$$

$$\sum_{j=0}^N q_j \left(\sum_{i=0}^N x_{ij}^k \right) \leq Q \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (43)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N t_{ij} x_{ij}^k \leq D \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{oj}^k \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, N\} \quad (45)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0}^k \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, N\} \quad (46)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (47)$$

Las restricciones (40) y (41) garantizan que de cada nodo solo salga y entre un sólo arco. Para asegurar la continuidad de ruta se incluye la restricción (42) que impone que cada vez que un vehículo llegue a un nodo, éste debe salir de ese mismo nodo. La restricción (43) evita que un vehículo atienda a un cliente excediendo su capacidad y la (44) que se exceda el máximo tiempo de ruta. Las siguientes dos restricciones (45) y (46) aseguran que cada vehículo no sea utilizado más de una vez.

3.3 Variantes

El VRP básico asume algunas situaciones tales como que la flota de vehículos es homogénea, que sólo puede ser utilizado un vehículo por ruta o que existe un único almacén. Estas suposiciones pueden ser eliminadas o modificadas incluyendo nuevas restricciones. A continuación se desarrollarán las variantes más significativas del problema, varias de ellas compartidas con el m-TSP desarrollado en el capítulo anterior.

3.3.1 VRP con uno o varios depósitos (SDVRP/MDVRP)

En el SDVRP (Single Depot Vehicle Routing Problem), varios vehículos salen de un solo punto de partida y regresan al mismo punto del que partieron después de haber finalizado sus rutas. El MDVRP (Multiple Depot Vehicle Routing Problem) es una generalización del SDVRP en el que varios vehículos salen de distintos depósitos y cada uno regresa al mismo del que partió.

Cómo ya se ha explicado anteriormente, el VRP consiste en dos tipos de problema: problema de ruteo (qué cliente es atendido por qué vehículo o ruta) y problema de programación (en qué orden es atendido cada cliente en cada ruta). En el MDVRP, debido a la existencia de varios almacenes, se le añade la decisión de determinar qué clientes serán atendidos desde cada depósito. Esta variante del VRP, como cualquier VRP es también un problema de tipo NP- hard.

3.3.2 VRP con ventanas temporales

El VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows) es una generalización del VRP considerando que el cliente debe ser atendido dentro de un intervalo de tiempo (time window). Se pueden diferenciar entre dos tipos de ventanas de tiempo: aquellas en las que si se visita al cliente antes o después de los límites de tiempo establecidos se produce algún tipo de penalización (soft constraints), o aquellas en las que resulta estrictamente obligatorio que la visita se realice dentro de ese intervalo, es decir, si el vehículo llegase antes del límite inferior del intervalo debería esperar, y si la hora de llegada sobrepasa el límite superior no podrá visitar al cliente. El tiempo de ruta será la suma del tiempo de viaje, el tiempo de espera y el tiempo de servicio.

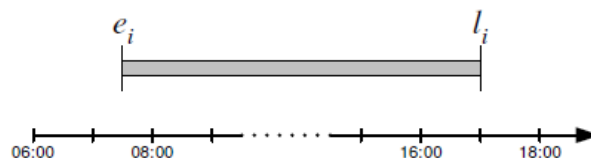


Ilustración 1. Ventana de tiempo estricta

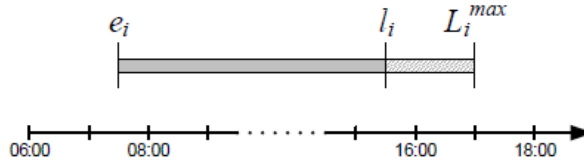


Ilustración 2. Ventana de tiempo permisiva

El VRPTW puede definirse de la misma forma que anteriormente se ha definido el VRP pero asociando a cada cliente una ventana temporal $[a_i, b_i]$. En este caso a desarrollar, se trata de una ventana temporal estricta, en la que el cliente no podrá llegar más tarde de b_i y si llega antes de a_i deberá esperar a que el cliente pueda ser visitado. La ventana temporal del depósito se representa como $[a_0, b_0]$ y ningún vehículo podrá salir antes de a_0 y deberá regresar como mínimo más tarde de b_0 .

Además se asume que q, b_i, a_i, c_{ij} son no negativas y t_{ij} positiva.

Una peculiaridad de esta variante es que incluye otra variable de decisión s_{ik} , la cual representa el instante en que el vehículo k empieza su servicio en el cliente i .

Se siguen tomando las consideraciones descritas anteriormente en el VRP:

- Cada vehículo sólo puede ser utilizado en una ruta
- Cada ruta comienza y termina en el depósito
- El vehículo no puede sobrepasar su límite de capacidad

Según lo descrito, la formulación del VRPTW se presenta a continuación:

$$\min z = \sum_{i=0}^N \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ij}^k \quad (48)$$

s. a:

$$\sum_{i=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, N\} \quad (49)$$

$$\sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (50)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ip}^k - \sum_{j=0}^N x_{pj}^k = 0 \quad \forall p \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (51)$$

$$\sum_{j=0}^N q_j \left(\sum_{i=0}^N x_{ij}^k \right) \leq Q \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (52)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N t_{ij} x_{ij}^k \leq D \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (53)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{oj}^k \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, N\} \quad (54)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0}^k \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, N\} \quad (55)$$

$$x_{ij}^k (s_{ik} + t_{ij} - s_{jk}) \leq 0 \quad \forall i, j \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (56)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (57)$$

Las inecuaciones (56) y (57) son las nuevas restricciones respecto de la formulación anterior del VRP. Éstas indican la relación entre el instante de llegada del vehículo k y su sucesor obligando a que el instante de llegada a su sucesor sea mayor al instante de llegada al cliente i más el tiempo de viaje desde i a j siempre que el arco i, j sea activado.

Tipos de VRPTW

Algunos de los problemas VRP que incluyen ventanas temporales son los siguientes:

- Problemas de recogida y entrega con ventanas temporales.
- VRP con devoluciones y ventanas temporales
- VRPTW con varios depósitos
- VRPTW periódico
- VRPTW dinámico

3.3.3 VRP con flota heterogénea

El HVRP (Heterogeneous Fleet Routing Problem) es una variante del VRP donde la flota de vehículos está formada por distintos tipos de vehículos con una diferente capacidad y coste asociados.

Esto implica que al existir T tipos de vehículos, se deba asignar la capacidad al tipo de vehículo modificando el parámetro de capacidad a p_t y por consiguiente, cada vehículo tendrá una capacidad asociada p_k . Además se incluye un coste fijo asociado a cada vehículo f_k . Los costes asociados a la ruta y al tipo de vehículo se

representan mediante c_{ijt} y se deben añadir las siguientes variables de decisión:

$$\delta_t^k \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ pertenece al tipo } t \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (58)$$

Por tanto, la formulación del HVRP sería la anterior descrita para la variante VRPTW (si abordamos el HVRP con ventanas temporales) modificando las inecuaciones (48) y (52) así como la función objetivo como se muestra a continuación:

$$\min z = \sum_{i=0}^N \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ij}^k \delta_t^k + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n f_k x_{0j}^k \quad (59)$$

$$\sum_{j=0}^N q_j \left(\sum_{i=0}^N x_{ij}^k \right) \leq q_k \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (60)$$

El segundo sumando de la función objetivo (59) indica el coste imputado por cada vehículo k usado en la solución (cualquier vehículo que recorra desde el depósito a cualquier nodo j).

3.3.4 VRP con recogida y entrega

La mayor parte de los modelos VRPPD (Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery) publicados asumen que cada cliente es visitado una sola vez pero algunas heurísticas permiten dos visitas al mismo cliente. Halskau y Gribkovskaia [9], sugieren que es preferible diseñar modelos y heurísticas capaces de construir soluciones generales, visitando a algunos clientes una vez y a otros dos, pero sin fijar a priori el número de visitas en la solución. Este tipo de problemas se adapta bastante a las necesidades de los clientes. A continuación se desarrollarán algunos de ellos.

I. VRP con recogidas y entregas simultáneas

El VRPSPD (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery) es un problema básico en la logística que puede definirse como un conjunto de vehículos con capacidad limitada que deben visitar a una serie de clientes en una red, a cada cliente se le entrega una cantidad dada de mercancía, se le recoge cierta cantidad o ambas. Todos los vehículos deben regresar al depósito desde donde partieron. El objetivo es minimizar la longitud de las rutas de los vehículos.

Su formulación se determina por:

- Un conjunto de N clientes a visitar, numerados como $1, \dots, N$;
- Un depósito, numerado como 0;
- Un grafo dirigido $G(N+, A)$, siendo el conjunto de vértices $N^+ = N \cup \{0\}$ incluyendo a clientes y almacén y siendo A un conjunto de arcos;
- Un entero no negativo representado por p_i para la demanda a entregar y d_i para la demanda a recoger, asociadas a cada cliente $i \in N$;

- Un máximo número de vehículos disponibles K ;
- Una capacidad Q de cada vehículo.

El modelo propuesto por Mauro [6] incluye tres variables para cada arco: una variable binaria x_{ij} que toma el valor 1 si y sólo si el arco (i, j) pertenece a la solución y dos variables continuas no negativas P_{ij} y D_{ij} que indican respectivamente la carga recogida y entregada a lo largo del arco (i, j) .

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (61)$$

s. a:

$$\sum_{j \in N^+} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (62)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j} \leq K \quad (63)$$

$$\sum_{j \in N^+} x_{ij} = \sum_{j \in N^+} x_{ji} \quad \forall i \in N^+ \quad (64)$$

$$\sum_{j \in N^+} P_{ij} - \sum_{j \in N^+} P_{ji} = p_i \quad \forall i \in N \quad (65)$$

$$\sum_{j \in N^+} D_{ji} - \sum_{j \in N^+} D_{ij} = d_i \quad \forall i \in N \quad (66)$$

$$P_{ij} + D_{ij} \leq Q x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (67)$$

$$P_{ij}, D_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (68)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (69)$$

La restricción (62) fuerza que cada cliente sólo sea visitado una vez, la restricción (63) implica que no se puede usar más de K vehículos, la restricciones (64), (65) y (66) son restricciones llamadas de conservación de

flujo para el número de vehículos y las cantidades de recogida y entrega cargadas, la restricción (67) garantiza que la capacidad del vehículo no sea excedida.

Algunas de las aplicaciones reales en la industria de la bebida son descritas por Halskau y Løkketangen [10], mientras que otras aplicaciones encontradas en el transporte del correo son desarrolladas por Wasner y Zaïphel [18].

II. VRPPD con ventanas temporales

Una extensión del VRPTW muy práctica es el VRPPD con ventanas temporales. Éste consiste en la recogida y entrega de mercancías de forma que se procede a la carga en una predeterminada ubicación del cliente antes de la distribución en otra ubicación específica del cliente. Por tanto, un pedido consiste en recoger productos en una ubicación y entregarlos en otra ubicación distinta. En este tipo de problemas se consideran dos ventanas de tiempo, una cuando la mercancía debe ser recogida (Ventana temporal de recogida – Pickup Time Window), y otra cuando la mercancía debe ser entregada (Ventana temporal de entrega – Delivery Time Window). Además, debe considerarse los tiempos de servicio al cliente para cada entrega y recogida. Si un vehículo llega a un cliente antes del instante en el que comienza la ventana de tiempo correspondiente, deberá esperar para poder llevar a cabo la tarea de recogida/entrega. Sin embargo, el vehículo no tiene permitido llegar más tarde del instante en el que acaba dicha ventana.

Como resulta imposible considerar todos los factores de la vida real a la hora de modelar el problema, el grado de importancia de ciertos factores incluidos en el problema debe ser sopesado.

3.3.5 VRP Dinámico o Estocástico

El problema de ruteo de vehículos ha sido estudiado con especial interés en las últimas cuatro décadas. Sin embargo, la mayoría de estos trabajos se centran en los casos estáticos y deterministas en los que toda la información es conocida a la hora de planificar las rutas. En la vida real, no suele ocurrir esto y la información se conoce o varía una vez que se han comenzado las rutas. Algunos ejemplos de aplicación de problemas de ruteo dinámicos en la vida real pueden ser la recogida de mensajería y la planificación de autobuses para el transporte de personas ancianas o discapacitadas. En estos ejemplos, la hora para poder comenzar el servicio, la ubicación o la demanda actual puede ser que no se conozca antes de la planificación.

Existen dos características que hacen que conseguir una buena calidad de rutas en este marco sea más complicado que en su caso determinista equivalente: el constante cambio y el horizonte de tiempo. Cada vez es mayor el número de compañías que entregan el producto al cliente sólo unas horas después de haber realizado el pedido. Por supuesto, este tipo de servicio aumenta la complejidad del sistema.

Durante la pasada década el número de publicaciones sobre modelos de transporte dinámicos ha aumentado. El problema de ruteo de vehículos dinámico es sólo un subconjunto de estos modelos. Psaraftis [13] examina y proporciona un estudio de los resultados encontrados para varios problemas de ruteo de vehículos dinámicos. Éste menciona que sólo se obtienen resultados generales para ciertas versiones simples de este tipo de problemas. Por tanto, este hecho indica que es extremadamente difícil obtener resultados para problemas más complejos.

A continuación, se definen los problemas de ruta tipo estático y dinámico con el fin de aclarar las diferencias entre uno y otro.

I. Problema de ruteo de vehículos estático

En este tipo de problemas:

- Se asume que toda la información importante para la planificación de rutas es conocida antes de comenzar el proceso.
- Dicha información no cambia una vez se ha diseñado el plan de rutas.

La información que se considera importante para el diseño incluye ciertos atributos de clientes como su ubicación, sus horarios de visita y la demanda de cada uno. También se considera que el tiempo de viaje entre clientes es conocido por el planificador.

II. Problema de ruteo de vehículos dinámico

En este tipo de problemas:

- El planificador no conoce toda la información relevante para el diseño de rutas cuando el proceso comienza.
- La información puede cambiar después de que las rutas iniciales hayan sido diseñadas.

Según lo descrito, el DVRP es un problema más rico que el convencional VRP estático. Si la clase de problemas de VRP se denota como $P(\text{VRP})$ y la clase de problemas de DVRP se denota $P(\text{DVRP})$, entonces $P(\text{VRP}) \subset P(\text{DVRP})$.

El problema de ruteo de vehículos dinámico necesita algoritmos que trabajen en tiempo real actualizando la solución para cada nuevo pedido o variación que se produzca durante el proceso. Como se ha mencionado anteriormente, el problema convencional VRP estático es un problema NP-hard, por lo que no siempre es posible encontrar una solución óptima en un tiempo razonable. Esto implica que el DVRP pertenezca a una clase NP-hard, puesto que puede considerarse un VRP estático que debe ser resuelto inmediatamente cada vez que llega un nuevo pedido.

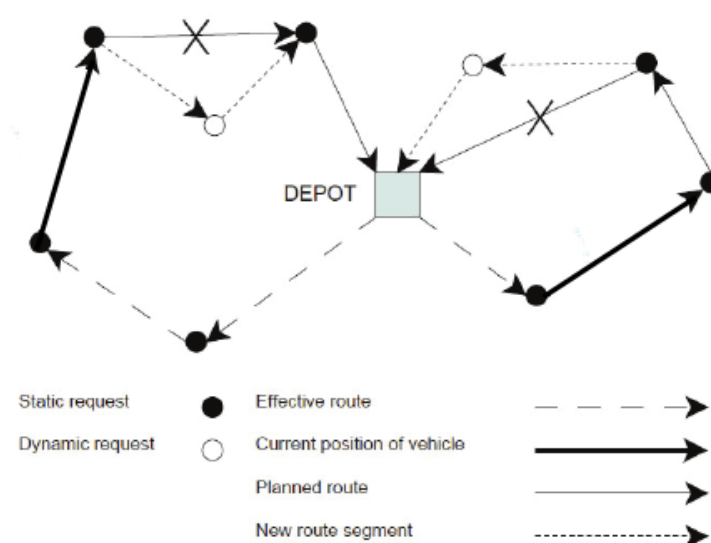


Figura 3. Ejemplo de DVRP

En la *Figura 3. Ejemplo de DVRP* se muestran dos vehículos que deben atender a peticiones planificadas con antelación y pedidos inmediatos de clientes una vez comenzada la ruta sin ventanas de tiempo. En una circunstancia ideal, los nuevos clientes deberían ser visitados sin alterar el orden de los no visitados y con el mínimo retraso. Sin embargo, en la práctica, la inserción de nuevos clientes resulta normalmente más complicada y suele conllevar una replanificación de los clientes no visitados en el sistema de rutas.

Generalmente, la mayor complejidad en este tipo de problemas es la inserción de nuevos clientes, que aumenta si se incluyen ventanas de tiempo. A veces, incluso no es posible la inserción de éstos y se niega el servicio para atenderlos el siguiente día.

A continuación se exponen algunos ejemplos de VRP dinámicos:

- **VRP con demanda estocástica**

El VRPSD (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands) se define como un grafo $G = (V, A, D)$, donde $V = \{0, 1, \dots, n\}$ es una serie de nodos (clientes) siendo el nodo 0 el depósito, $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ es un conjunto de arcos unidos por los nodos, y $D = \{d_{ij} : i, j \in V, i \neq j\}$ representa los costes de viaje (distancias) entre nodos. La matriz de costes D es simétrica y satisface la desigualdad triangular. Un vehículo con capacidad Q debe entregar la mercancía a los clientes acorde con sus demandas, minimizando la distancia total recorrida y dadas las siguientes suposiciones. Las demandas de los clientes se representan como variables estocásticas ε_i , $i = 1, \dots, n$ independientemente distribuidas con distribuciones conocidas. La actual demanda del cliente sólo se conoce cuando el vehículo llega a su ubicación. También se asume que ε_i no excede la capacidad Q del vehículo y sigue una distribución de probabilidad discreta $p_{ik} = \{Prob(\varepsilon_i = k) : k = 0, 1, 2, \dots, K\} \leq Q$. Una solución factible para el VRPSD es una permutación de los clientes $s = (s(1), s(2), \dots, s(n))$ comenzando en el depósito ($s(1) = 0$). El vehículo visita a los clientes en el orden dado por este primer recorrido, y tiene que elegir, en función de la demanda actual del cliente si visitar al próximo cliente o regresar al depósito para reponer. A veces, elegir volver al depósito para reponer mercancía es la mejor opción, incluso sin estar vacío y aun siendo la capacidad del vehículo mayor que la demanda esperada del próximo cliente programado a visitar. Esta acción, es conocida como ‘preventive restocking’ (aprovisionamiento preventivo). El objetivo del aprovisionamiento es evitar una situación desfavorable cuando el vehículo no tiene suficiente carga para atender a un cliente y debe realizar desplazamientos de un lado a otro hasta el depósito para completar la entrega al cliente. En el VRSPD, el objetivo es encontrar a priori un trayecto que minimice la distancia esperada recorrida por el vehículo, que se calcula como sigue. Se considera $s = (0, 1, \dots, n)$ un recorrido fijado a priori. Después de completar el servicio en el cliente j , se asume que el vehículo se queda con una carga q , y $f_j(q)$ representa el coste total esperado desde el nodo j en adelante. Con esta notación, el coste esperado del tour a priori es $f_0(Q)$. Si L_j representa el conjunto de todas las posibles cargas que el vehículo puede tener después de completar el servicio en el cliente j , entonces, $f_j(q)$ para $q \in L_j$ satisface $f_j(q) = \text{Mini}\{f_j^p(q), f_j^r(q)\}$, donde

$$f_j^p(q) = d_{j,j+1} + \sum_{K:K \leq q} f_{j+1}(q - K)p_{j+1,K} + \sum_{K:K > q} [2d_{j+1,0} + f_{j+1}(q + Q - K)]p_{j+1,K} \quad (70)$$

$$f_j^r(q) = d_{j,0} + d_{0,j+1} + \sum_{K=1}^K f_{j+1}(Q - K)p_{j+1,K} \quad (71)$$

Con la condición límite $f_n(q) = d_n, 0, q \in Ln$. En las restricciones (70) y (71), $f_j^p(q)$ es el coste esperado correspondiente a la elección de visitar directamente al siguiente cliente, mientras que $f_j^r(q)$ es el coste esperado en caso de elegir aprovisionamiento preventivo. Como aparece en distintos artículos, la elección óptima es de tipo umbral, es decir, dado un recorrido a priori, para cada cliente j existe una carga umbral h_j de tal forma que, si la carga residual del vehículo después de atender a j es mayor que o igual que h_j , es mejor continuar con el siguiente cliente planificado, en otro caso, es mejor volver al depósito para reponer aprovisionamiento (preventive restocking).

3.3.6 VRP Periódico

En el problema de ruteo de vehículos periódico (PVRP – Periodic Vehicle Routing Problem), un conjunto de clientes debe ser atendido una o varias veces en un horizonte de tiempo dado. El conjunto de fechas en las que el vehículo debe visitarlos no es fijado a priori, pero sí existe una lista con una serie de posibles fechas de visita (plan de visitas) asociadas a cada cliente. Se dispone de una flota de vehículos y cada vehículo sale del depósito, atiende a un conjunto de clientes y, cuando su turno termina o alcanza su máxima capacidad, regresa al depósito. El objetivo del problema es minimizar la longitud de ruta total recorrida por los vehículos en el horizonte de tiempo determinado. Resolver este problema implica asignar un programa de visitas a cada cliente y para cada día del horizonte de tiempo, definiendo las rutas de los vehículos de forma que todos los clientes, cuyos programas asignados incluyan ese día, sean atendidos. El PVRP es esencial en aplicaciones del tipo de recolección de residuos.

Existen diferentes modelos para resolver esta clase de problemas. Algunos de los artículos publicados sobre el PVRP proponen instalaciones intermediarias (nodos intermediarios) en los que el vehículo puede descargar y renovar su capacidad y así continuar su ruta sin regresar al depósito hasta que no acabe su turno.

3.3.7 VRP con entrega dividida

En el SDVRP (Split Delivery Vehicle Routing Problem) se dispone de una flota homogénea de vehículos que deben servir a un conjunto de clientes. Cada cliente puede ser visitado más de una vez (a diferencia del clásico VRP) y la demanda de cada cliente puede ser mayor que la capacidad de los vehículos. Al estar permitidas las entregas divididas, la idea principal sería disminuir el número de vehículos usados y reducir la distancia total recorrida por la flota. Sin embargo, usar menos vehículos no siempre implica reducir la distancia total. No se considera límite en el número de vehículos a utilizar. Sólo existe un depósito y cada vehículo debe empezar y terminar su ruta en dicho depósito. El objetivo es encontrar un conjunto de rutas que atienda a todos los clientes sin que la suma de las cantidades entregadas en cada ruta exceda la capacidad de los vehículos y minimizar la distancia total recorrida. El SDVRP es también NP-hard (Dror and Trudeau [7]) por lo que resulta difícil resolver de forma óptima.

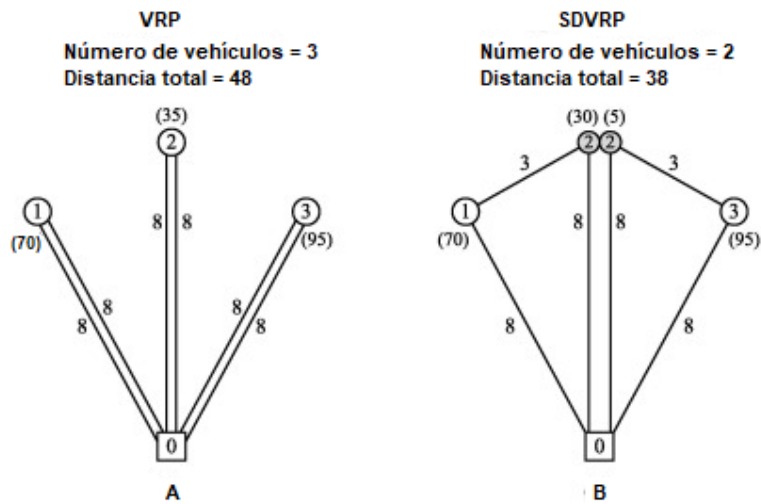


Figura 4. Ejemplo de SDVRP

3.3.8 VRP con devoluciones

El VRPB (Vehicle Routing Problem with Backhauls) es una extensión del VRP que incluye puntos de entrega y recogida. Los puntos de entrega reciben una cantidad de mercancía procedente de un único depósito y los puntos de recogida (backhaul points) envían una cantidad de mercancía de vuelta al depósito. Una suposición fundamental en este tipo de problemas es asumir que todas las entregas deben haberse hecho en cada ruta antes de la recogida. Esto se debe a que la reorganización de las cargas de los vehículos en los puntos de entrega no se considera económica o factible. Las cantidades a entregar y recoger se conocen con antelación. La flota de vehículos es homogénea. Por tanto, una solución admisible para el problema consiste en un conjunto de rutas donde todas las entregas son completadas en cada ruta antes de cualquier recogida y la capacidad del vehículo no es excedida en ningún punto de recogida o entrega asignado a la ruta. El objetivo es conseguir un número de rutas que minimice la distancia total recorrida.

4 DISEÑO DE RUTAS EN EL SERVICIO DE LAVANDERÍA

Una lavandería no fabrica ningún producto, si no que procesa un producto que recibe de un cliente para dejarlo en las condiciones requeridas por éste. En este caso particular, se trata de una lavandería industrial, por lo que sus clientes son otras grandes empresas con demandas acordes a su magnitud. Su cartera de clientes está compuesta principalmente por restaurantes, hoteles y una empresa de energía renovable.

Existen muchos factores a tener en cuenta en el diseño de las rutas de la lavandería. Principalmente son los siguientes:

- El número de clientes que debe atender cada día de la semana. Éste dependerá de la afluencia que haya tenido el cliente durante esa semana y de las dotaciones que disponga (repuestos de mantelería, toallas o uniformes disponibles que tiene el cliente además de las que están en uso).
- Número de vehículos. La flota de la que se dispone y la capacidad de los vehículos.
- Personal. Número de conductores que se necesitan.
- Horarios de visita. Ciertos clientes pueden tener un horario específico para atender la recogida y entrega de mercancías.
- Demanda. Variará según la época del año.
- Variación de la cantidad de recogida y entrega. Puede ser que la cantidad recogida el día anterior a un cliente sea mucho menor que la que debía ser recogida ese día. Por tanto, la cantidad de entrega puede ser 30kg por ejemplo, y la cantidad a recoger 100 kg, si resulta ser el primer cliente que se visita y el vehículo ha salido de la lavandería con capacidad completa, no tendrá espacio suficiente para transportar esta mercancía. Por ello, es muy importante estudiar la secuencia en la que se visitará los clientes y la cantidad que se debe recoger y entregar.
- Costes. Estudiar los diferentes costes de personal, alquiler de vehículo y combustible.
- Tiempo de procesado del producto. También variará en función de la demanda. Cuanta más cantidad haya sido recogida, más tiempo tardará en ser procesada, y por tanto, en estar disponible para su distribución.
- Tipo de cliente. Pueden existir clientes fijos y clientes eventuales. Los clientes fijos son aquellos que tienen acordado unos días determinados de recogida y entrega, por lo que sus visitas pueden ser planificadas con antelación. Los clientes eventuales no tienen ningún tipo de acuerdo, por lo que solicitan el servicio de lavandería en función de su propia demanda.

Como se puede apreciar, existe una gran cantidad de factores que determinan el diseño de rutas en su conjunto, por lo que abordar todos ellos, llevaría un nivel elevado de complejidad y un nivel de detalle de información

de la propia lavandería del que no se dispone. Se abordará el problema con los datos reales disponibles y buscando un plan de rutas que mejore el actual.

5 SITUACIÓN ACTUAL

La lavandería atiende a 21 clientes fijos, con los que tiene un acuerdo de visitar ciertos días de la semana. La lavandería se encuentra situada en Bollullos de la Mitación (Sevilla), por lo que ésta será la ubicación de partida de los vehículos. La jornada laboral es de lunes a domingo y comienza a las 7 de la mañana y a las 22:00 finaliza, programando a esta hora la última colada para que sea procesada durante la noche. El último vehículo debe regresar a las 21:00 para descargar y clasificar la mercancía recogida.

Actualmente, el plan de rutas está compuesto por 6 rutas que se realizan con una frecuencia determinada.

RUTA	FRECUENCIA	CLIENTES	DÍAS
1	5	Triana Pineda	L,X,J,S,D
2	7	Cabildo Sleepin La isla Finda La Flamenka	L,M,X,J,V,S,D
3	3	Alameda Sta.Bárbara Nazareno Cuna G ^a Vinuesa	L,X,V
4	2	Triana Pineda Verallia Norte Sur Tablada	M,V
5	1	Logrosán Carpio Arenas SJ Ecija	J
6	1	Solucar	V

Tabla 1. Rutas actuales de la empresa

En la *Tabla 1. Rutas actuales de la empresa* se indica la frecuencia, los distintos clientes que visita y los días que se realizan las rutas.

Determinados clientes tienen un horario determinado de visitas que se presenta a continuación:

Cliente	Horario recogida/entrega
Logrosán Solucar Carpio Arenas SJ Ecija	08:00 - 17:30
Pineda	08:00 - 09:00
Cabildo Isla	10:00 - 12:00

Tabla 2. Restricciones horarias de los clientes

La flota de la que dispone la lavandería para realizar su servicio de transporte está compuesta por dos vehículos con capacidad de 600kg cada uno. Normalmente, el conductor puede estar como máximo 8 horas trabajando, excepto cuando la ruta que debe realizar es la número 5, que por acuerdo entre el departamento de transporte y recursos humanos, pese a que la duración excede una jornada de trabajo, se le permite realizar la ruta completa.

Respecto a los costes logísticos de interés, el departamento de transporte hace la siguiente distinción entre costes fijos y costes variables:

Costes fijos		Costes variables	
Alquiler vehículo (€/mes)	Gestión (€/mes)	Coste operativo (€/hora)	Coste fuel (€/km)
750	300	5,54	0,09

Tabla 3. Costes asociados al transporte

A partir de esta situación y los datos disponibles, se desarrollará una alternativa que mejore el plan de rutas actual.

6 SITUACIÓN A DESARROLLAR

En el capítulo anterior, se ha presentado la situación actual del servicio de transporte de la lavandería, a partir de la cual se desarrollará un modelo de optimización con el objetivo de mejorarla. Si se analiza la *Tabla 1. Rutas actuales de la empresa*, se puede apreciar que cada día de la semana se visita a unos clientes determinados. Debido a los acuerdos establecidos entre la empresa y los clientes, es necesario (y obligatorio) respetar los días en que cada cliente es visitado. Por tanto, se plantea reestructurar las rutas atendiendo a los clientes que se visitan cada día de la semana independientemente de la ruta a la que pertenezca e ignorando el número de rutas que existe en la actualidad. A continuación se presentan los clientes que deben ser visitados cada día:

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
Triana	Triana	Triana	Triana	Triana	Triana	Triana
Pineda	Pineda	Pineda	Pineda	Pineda	Pineda	Pineda
Cabildo	Cabildo	Cabildo	Cabildo	Cabildo	Cabildo	Cabildo
Sleepin	Sleepin	Sleepin	Sleepin	Sleepin	Sleepin	Sleepin
La Isla	La Isla	La Isla	La Isla	La Isla	La Isla	La Isla
Finda	Finda	Finda	Finda	Finda	Finda	Finda
La Flamenka	La Flamenka	La Flamenka	La Flamenka	La Flamenka	La Flamenka	La Flamenka
Alameda	Verallia	Alameda	Logrosán	Alameda		
Sta.Bárbara	Norte	Sta.Bárbara	Carpio	Sta.Bárbara		
Nazareno	Sur	Nazareno	Arenas SJ	Nazareno		
Cuna	Tablada	Cuna	Écija	Cuna		
GªVinuesa		GªVinuesa		GªVinuesa		
				Verallia		
				Norte		
				Sur		
				Tablada		
				Solucar		
12	11	12	11	17	7	7

Tabla 4. Clientes a visitar

La última fila de *Tabla 4. Clientes a visitar* indica el número de clientes que deben ser atendidos cada día de la semana.

El objetivo consiste en encontrar nuevas rutas reagrupando los clientes de cada día y minimizar el recorrido, respetando las restricciones horarias ya expuestas en el capítulo anterior en la *Tabla 2. Restricciones horarias de los clientes*.

Una vez realizada esta primera parte, se incluirá en una segunda etapa la demanda de cada cliente, y por tanto, restricciones de capacidad. La demanda está basada en un análisis de datos que se ha realizado a partir de la documentación cedida por la empresa. Estos datos pertenecen al año 2016 y haciendo un análisis se ha conseguido obtener una aproximación de las distintas demandas de los clientes para poder estudiar varios casos.

Demanda Diaria(Kg)	ARENAS	ÉCIJA	CARPIO	LOGROSÁN	SOLUCAR	ALAMEDA	CUNA
Máxima	42,93	45,75	23,83	27,43	40,75	55,16	36,95
Mínima	42,93	45,75	23,83	27,43	40,75	8,81	1,93
Media	42,93	45,75	23,83	27,43	40,75	31,98	19,44

Demanda Diaria(Kg)	GVINUESA	FINDA	CABILDO	NORTE	SUR	TABLADA	TRIANA
Máxima	13,65	95,73	69,17	5,39	34,89	5,45	118,55
Mínima	11,73	47,82	5,00	2,50	12,98	2,25	52,35
Media	12,69	71,77	37,08	3,94	23,93	3,85	85,45

Demanda Diaria(Kg)	FLAMENKA	LA ISLA	SLEEPIN	VERALLIA	PINEDA	STA BÁRBARA	NAZARENO
Máxima	32,35	43,58	32,78	25,40	510,16	45,33	23,52
Mínima	8,67	18,11	14,31	7,09	182,81	9,62	5,35
Media	20,51	30,84	23,54	16,24	346,48	27,47	14,43

Tabla 5. Demandas diarias por cliente

Debido a la falta de detalle en la documentación cedida por la empresa, resulta imposible identificar la demanda específica para cada día de la semana, pues se desconoce la fecha exacta de entrada de la mercancía en la lavandería. La demanda de los clientes Logrosán, Carpio, Solucar, Écija y Arenas es fija, ya que sólo se procesan uniformes de trabajadores de dichas empresas industriales. Se asumirá que la demanda de cada cliente será constante a lo largo de la semana, pero se analizarán distintos casos para estudiar el impacto de ésta en el plan de rutas.

También se incluirá una estimación de los tiempos de parada en cada cliente a visitar:

Cliente	TRIANA	PINEDA	CABILDO	SLEEPIN	LA ISLA	FIND	VERALLIA	NORTE
Paradas (min)	15	25	15	15	15	15	15	15

Cliente	NAZARENO	CUNA	G ^a VINUESA	LOGROSAN	CARPIO	ARENAS SJ	ECIJA
Paradas (min)	15	15	15	30	30	30	30

Cliente	LA FLAMENKA	ALAMEDA	STA BARBARA	SUR	TABLADA	SOLUCAR
Paradas (min)	15	15	15	15	15	25

Tabla 6. Tiempo de parada estimado en cada cliente

7 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

A continuación, se describirán cada uno de los modelos formulados para resolver la situación descrita en el capítulo anterior. Se utilizan dos modelos principalmente basados en el mTSP que van a diferir en el objetivo a minimizar para estudiar como varían los costes del plan de rutas resultado.

7.1 Notación y datos del problema

Los modelos usados en el desarrollo del problema, están basados en el mTSP, por lo que su nomenclatura será la propia de este tipo de problemas de grafos.

Datos del problema:

- $N = \{0 \dots n\}$: Representa el conjunto de clientes (nodos), siendo el nodo 0 la lavandería.
- e_i : Instante a partir del cual puede ser visitado el cliente i .
- s_i : Instante máximo permitido para salir del cliente i .
- M : Máxima duración permitida para cada ruta.
- α : Constante que servirá como peso en la función objetivo a fin de controlar el número de rutas.
- d_i : Demanda correspondiente al cliente i .
- K : Capacidad de los vehículos.

Variables:

- x_{ij} : variable binaria que toma el valor 1 si el arco entre el cliente i y el cliente j es utilizado en la solución.
- NR : representa el número de rutas utilizadas en la solución. Es equivalente al número de agentes viajeros en el mTSP original.
- t_{ij} : tiempo de viaje entre un nodo y otro.
- t_i : tiempo de llegada al nodo i .

- S : variable continua que representa el tiempo acumulado de viaje. Tiene como valor inicial la hora de salida de la lavandería.
- u_i : variable que representa la carga del vehículo en el nodo i .
- u_j : variable que representa la carga del vehículo en el nodo j .

7.2 Modelo A

El modelo A está basado en el mTSPTW (multiple Traveling Salesman Problem with Time Windows), variante del mTSP con ventanas temporales que ha sido descrita en apartados anteriores. Con este modelo se busca minimizar el tiempo que se tarda en visitar a todos los clientes en un día concreto de la semana. El tiempo real de la ruta incluirá los tiempos de parada estimados para empaquetar y almacenar la mercancía recogida en el vehículo.

La formulación del problema se presenta a continuación:

$$\text{Min } \sum_i (t_i - S) + \alpha NR \quad (72)$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N, i \neq j \quad (73)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N, i \neq j \quad (74)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = NR \quad (75)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = NR \quad (76)$$

$$S + T_{0j} \leq t_j + M * (1 - x_{0j}) \quad (77)$$

$$t_i + P_i + T_{ij} \leq t_j + M * (1 - x_{ij}) \quad (78)$$

$$t_i \leq s_i \quad (79)$$

$$e_i \leq t_i \quad (80)$$

La función objetivo (72) minimiza la duración de la ruta representada como la suma de las diferencias entre los instantes de llegada a los diferentes nodos y el instante de salida de la lavandería S y el número de rutas. La constante α se utiliza para asignarle mayor peso al número de rutas y evitar que el modelo obtenga la menor distancia posible a costa de un elevado número de rutas.

Las restricciones (73) y (74) son propias de cualquier variante del TSP. Éstas garantizan que de un nodo sólo entre y salga una ruta. Al igual que las anteriores, las restricciones (75) y (76) son comunes a este tipo de problemas y garantizan que el número de arcos que entran y salen de la lavandería sea igual al número de rutas. En este caso, el número de rutas NR es equivalente al número de agentes viajeros en el mTSP o de vehículos si lo consideramos un VRP con capacidad ilimitada.

Las restricciones (77) y (78) indican que, siendo el sentido de la ruta de i a j , el tiempo de llegada al nodo j debe ser mayor al tiempo de llegada del nodo i más el tiempo de parada más el tiempo de viaje de i a j . También sirven de restricciones antibucle.

Las últimas dos restricciones (79)(80) imponen que los tiempos de llegada y salida respeten el horario de visita de los clientes representado en la *Tabla 2. Restricciones horarias de los clientes*. El tiempo de llegada t_i al cliente i debe ser menor o igual que el tiempo de salida s_i y mayor o igual que el tiempo de entrada permitido e_i . Según, esta formulación, se trata de ventanas de tiempo estrictas en las que si el vehículo llega antes de la hora establecida de visita, deberá esperar.

7.3 Modelo B

El modelo B también se basa en el mTSP. Difiere con el modelo A descrito anteriormente en su función objetivo. En este caso, la función objetivo busca minimizar la distancia recorrida y el número de rutas.

El objeto de la primera parte del desarrollo, será resolver ambos modelos (A y B) y comparar soluciones, comprobando en qué casos resulta más óptimo minimizar el tiempo de ruta (modelo A) o minimizar la distancia recorrida (modelo B).

Por tanto, el modelo B se formulará como sigue a continuación:

$$\min \sum_{i,j} d_{ij} x_{ij} + \alpha NR \quad (81)$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in N, i \neq j \quad (82)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in N, i \neq j \quad (83)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = NR \quad (84)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = NR \quad (85)$$

$$S + T_{0j} \leq t_j + M * (1 - x_{0j}) \quad (86)$$

$$t_i + P_i + T_{ij} \leq t_j + M * (1 - x_{ij}) \quad (87)$$

$$t_i \leq s_i \quad (88)$$

$$e_i \leq t_i \quad (89)$$

Las restricciones respecto al modelo A no varían y la función objetivo (81) difiere en minimizar la distancia en lugar del tiempo.

7.4 Modelo A con restricciones de capacidad

En la segunda etapa del problema descrita en capítulos anteriores, se incorporará la demanda de cada cliente para estudiar como varían las rutas según la cantidad a recoger. Debido a ello, el modelo A debe ser modificado y debe incluirse las restricciones apropiadas para encontrar una solución cercana al óptimo considerando esta nueva situación.

El modelo A con restricciones de capacidad se formula a continuación:

$$\text{Min} \sum_i (t_i - S) + \alpha NR \quad (90)$$

s. a :

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in N, i \neq j \quad (91)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in N, i \neq j \quad (92)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = NR \quad (93)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = NR \quad (94)$$

$$S + T_{0j} \leq t_j + M * (1 - x_{0j}) \quad (95)$$

$$t_i + P_i + T_{ij} \leq t_j + M * (1 - x_{ij}) \quad (96)$$

$$t_i \leq s_i \quad (97)$$

$$e_i \leq t_i \quad (98)$$

$$u_j - u_i + K * (1 - x_{ij}) \geq d_j \quad (99)$$

$$d_i \leq u_i \leq K \quad (100)$$

El modelo A se ve modificado al incluir las restricciones (99) y (100) de capacidad. La primera representa que la diferencia entre la carga del vehículo en el nodo i y el nodo j debe ser igual que la demanda a recoger correspondiente en el nodo j , es decir, el incremento de carga del vehículo de un cliente a otro será como mínimo la demanda a recoger en el cliente destino. La segunda restricción de capacidad garantiza que la carga del vehículo en el nodo i siempre sea mayor o igual que la demanda de éste y que no sobrepase la capacidad máxima del vehículo.

7.5 Modelo B con restricciones de capacidad

En el modelo B, se hacen las mismas modificaciones incluyendo restricciones de capacidad para resolver la segunda etapa del problema. Por tanto, la formulación de este modelo sería idéntica al modelo B, que minimiza la distancia recorrida, incluyendo las dos nuevas restricciones.

La formulación es la siguiente:

$$\text{mín} \sum_{i,j} d_{ij} x_{ij} + \alpha NR \quad (101)$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in N, i \neq j \quad (102)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in N, i \neq j \quad (103)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = NR \quad (104)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = NR \quad (105)$$

$$S + T_{0j} \leq t_j + M * (1 - x_{0j}) \quad (106)$$

$$t_i + P_i + T_{ij} \leq t_j + M * (1 - x_{ij}) \quad (107)$$

$$t_i \leq s_i \quad (108)$$

$$e_i \leq t_i \quad (109)$$

$$u_j - u_i + K * (1 - x_{ij}) \geq d_j \quad (110)$$

$$d_i \leq u_i \leq K \quad (111)$$

El modelo B con restricciones de capacidad, sólo difiere del anterior, en su función objetivo, que busca minimizar la distancia. Las dos restricciones de capacidad incluidas (110) y (111) son iguales a la (99) y (100) del modelo A con restricciones de capacidad.

8 PROGRAMACIÓN

8.1 Introducción

En este capítulo, se procede a describir la programación de los modelos anteriores. El objetivo es construir un modelo de programación y resolver en distintas situaciones (variando tiempos máximos de ruta, demandas, clientes...) y estudiar posteriormente estos resultados.

Al variar la lista de clientes a visitar cada día, los datos de cada modelo deben adaptarse, por lo que para cada día de la semana se ejecutará un programa con distintos datos de partida pero misma formulación. Como ejemplo de cómo se ha llevado a cabo la programación de los modelos se escenificará el caso del sábado.

El lenguaje de programación utilizado en este estudio es Python y como solver de resolución se ha usado Gurobi.

8.2 Modelos A y B

8.2.1 Datos

Los clientes que deben visitarse y las características relativas a éstos se han declarado como estructuras de datos tipo listas:

```
clientes=["lavanderia", " triana", " pineda", " cabildo", " sleepin", " laisla", " find", " laflamenka"]
```

Figura 5. Secuencia tipo lista para datos de clientes

```
distancias=[[0.0, 15.8, 26.5, 16.0, 15.3, 16.0, 15.5, 15.5],
[15.8, 0.0, 5.6, 1.0, 1.5, 1.0, 1.3, 1.6],
[26.5, 5.6, 0.0, 5.8, 6.6, 5.8, 6.8, 6.2],
[16.0, 1.0, 5.8, 0.0, 1.7, 0.097, 0.35, 0.75],
[15.3, 1.5, 6.6, 1.7, 0.0, 1.6, 0.24, 0.35],
[16.0, 1.0, 5.8, 0.097, 1.6, 0.0, 1.8, 1.2],
[15.5, 1.3, 6.8, 0.35, 0.24, 1.8, 0.0, 0.9],
[15.5, 1.6, 6.2, 0.75, 0.35, 1.2, 0.9, 0.0]]
```

Figura 6. Secuencia tipo lista para distancias

```
paradas=[0, 15, 25, 15, 15, 15, 15, 15]
hsalida=[21, 20, 9, 12, 20, 12, 20, 20]
hllegada=[7, 7, 8, 10, 7, 10, 7, 7]
```

Figura 7. Secuencia tipo lista para restricciones horarias

El siguiente paso para completar la definición de estos datos es crear diccionarios para asociarlos realmente a los clientes. Los diccionarios son secuencias de ítems. Cada ítem es un par formado por un campo clave y un campo valor (clave: valor).

Primero creamos las siguientes listas que servirán de claves en el diccionario:

```
Comb3=[(i,j) for i in clientes for j in clientes]
Comb4=[]
for i in range(0,len(clientes)):
    for j in range(0,len(clientes)):
        Comb4.append(distancias[i][j])
```

Figura 8. Creación de listas auxiliares

Una vez creadas las listas, se procede a crear los diccionarios para asociar paradas, ventanas temporales y distancias a los clientes:

```
dparadas={i:k for i,k in zip(clientes,paradas)}
ddistancias={i:k for i,k in zip(Comb3,Comb4)}
dllegada={i:k for i,k in zip(clientes,hllegada)}
dsalida={i:k for i,k in zip(clientes,hsalida)}
```

Figura 9. Diccionarios para asociar datos a clientes

La función *zip* sirve para asociar un elemento de una lista con el respectivo de otra.

Para aproximar más el problema a la realidad y calcular el tiempo de viaje, se ha incluido la velocidad media de circulación de los vehículos, distinguiendo para ello entre clientes urbanos y no urbanos, siendo los urbanos los que se ubican en la ciudad de Sevilla.

```
urbanos=[" triana", "pineda", "cabildo", "sleepin", "laisla", "find", "laflamenka"]
nourb=["lavanderia"]
```

Figura 10. Secuencia tipo lista para distinguir clientes

Teniendo ya la distancia asociada a los clientes, se procede a calcular la matriz de tiempos según la velocidad media del vehículo, que dependerá del criterio anteriormente señalado. Si el cliente *i* y el cliente *j* son urbanos, la velocidad media será 30km/hora mientras que si alguno de los dos es interurbano será 65km/hora.

```

VELO={}
for i in clientes:
    for j in clientes:
        if i!=j:
            if i in ["lavanderia"] or j in ["lavanderia"]:
                VELO[i,j]=65
            elif i in urbanos and j in urbanos:
                VELO[i,j]=30

```

```

Tviaje={}
for i in clientes:
    for j in clientes:
        if i!=j:
            Tviaje[i,j]=(ddistancias[i,j]/VELO[i,j])*60

```

Figura 11. Cálculo de los tiempos de viaje entre clientes

Por último, las constantes utilizadas en el problema se presentan a continuación:

```

M=8*60
alfa=10000
...
NumRutas=4

```

Figura 12. Constantes

8.2.2 Variables

La variable binaria x_{ij} se declara como:

```

x={}
for i in clientes:
    for j in clientes:
        if i!=j:
            x[i,j]=m.addVar(vtype=GRB.BINARY,name="x_{}_{}_{}".format(i,j))

```

Figura 13. Variable binaria x_{ij}

La variable t_i que representa el tiempo de llegada al cliente i se declara a continuación:

```

t={}
for i in clientes:
    t[i]=m.addVar(lb=0.0,ub=24*60,vtype=GRB.CONTINUOUS,name="t_{}_{}".format(i))

```

Figura 14. Variable continua t_i

En la *Figura 14. Variable continua t_i* se puede ver que se indica el límite inferior (0 minutos) y el límite superior (1440 minutos) que puede alcanzar la variable.

El número de rutas se representa como NR . El límite superior de esta variable se encuentra determinado en el apartado anterior de datos. NR se declara de la siguiente forma:

```
NR=m.addVar(vtype=GRB.INTEGER,name="NR")

NR.ub=NumRutas
NR.lb=0
```

Figura 15. Variable entera NR

La variable S representa el tiempo acumulado de ruta y su límite inferior es la hora de comienzo de la jornada laboral en la lavandería, es decir, la hora de salida del vehículo y el límite superior, el tiempo máximo permitido de llegada a la lavandería para finalizar la jornada.

```
S=m.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS,name="TS")

S.lb=7*60.0
S.ub=21*60.0
```

Figura 16. Variable continua S

8.2.3 Restricciones

- Grupo 1.

```
for i in clientes[1:len(clientes)]:
    m.addConstr(quicksum(x[i,j] for j in clientes if i!=j) ==1, name='R1A_&s' % (i))
```

Figura 17. Restricción 1A

```
for j in clientes[1:len(clientes)]:
    m.addConstr(quicksum(x[i,j] for i in clientes if i!=j) ==1, name='R1B_&s' % (j))
```

Figura 18. Restricción 1B

Estas restricciones son características del TSP y corresponden a las restricciones (73), (74) y (82),(83) del modelo A y modelo B respectivamente. Garantizan que de cada nodo solo entre y salga un arco.

- Grupo 2

Las siguientes restricciones deben asegurar que el número de rutas que entra en la lavandería y sale es siempre NR. Como el nodo de entrada y salida es siempre la lavandería, se debe crear una secuencia tipo tupla excluyendo el nodo correspondiente a éste para poder construir las restricciones sin recorrer de nuevo el nodo origen y destino.

```
Combl=[j for j in clientes if j!='lavanderia']
Combl=tuplelist(Combl)
```

Figura 19. Creación de secuencia tipo tupla

```
m.addConstr(quicksum(x['lavanderia',j] for j in Combl.select('*'))==NR, name='R2_Salida')
m.addConstr(quicksum(x[i,'lavanderia'] for i in Combl.select('*'))==NR, name='R2_Entrada')
```

Figura 20. Restricciones 2

Ambas restricciones son características del mTSP y equivalen a las ecuaciones (75), (76) y (84), (85) del modelo A y B respectivamente.

- Grupo 3

Estas restricciones garantizan que si se activa algún arco del nodo i al j el tiempo de llegada a j debe ser posterior al de llegada al nodo i más el tiempo de parada en i más el tiempo de viaje de i a j .

```
for j in clientes:
    if j!='lavanderia':
        m.addConstr(S + Tviaje['lavanderia',j] <= t[j] + M * (1-x['lavanderia',j]), name="R3A_<math>s</math>" % (j))
```

Figura 21. Restricción 3A

```
for i in clientes[1:len(clientes)]:
    for j in clientes:
        if j!=i:
            m.addConstr(t[i] + dparadas[i] + Tviaje[i,j] <= t[j] + M * (1-x[i,j]), name="R3B_<math>s</math>" % (i,j))
```

Figura 22. Restricción 3B

- Grupo 4

Este grupo de restricciones garantizan que se cumplan los horarios de visita impuestos por lo clientes. Es decir, el tiempo de llegada al cliente i debe estar dentro de la franja horaria determinada. Son propias del mTSP con ventanas temporales.

```
for i in clientes[1:len(clientes)]:
    m.addConstr(t[i]<=dsalida[i]*60, name="R4A_<math>s</math>" % (i))
    m.addConstr(dllegada[i]*60<=t[i], name="R4B_<math>s</math>" % (i))
```

Figura 23. Restricciones 4A y 4B

Éstas equivalen a (79), (80) y (88), (89) del modelo A y B respectivamente.

- Grupo 5

La siguiente restricción indica que ninguna de las rutas debe sobrepasar el tiempo máximo permitido M .

```
m.addConstr(t['lavanderia']-S<=M, name="R5")
```

Figura 24. Restricción 5

8.2.4 Función Objetivo

- Modelo A

La función objetivo del modelo A minimiza el tiempo que se tarda en visitar a los clientes (duración de las rutas) y el número de rutas. Se presenta a continuación:

```
m.setObjective(t['lavanderia']+quicksum((t[i]-S) for i in clientes[1:len(clientes)])+alfa*NR,GRB.MINIMIZE)
```

Figura 25. Función Objetivo correspondiente al modelo A

Al ser el número de rutas de orden menor que el tiempo, se debe incluir la constante α para aumentar el peso de NR en la función objetivo.

- Modelo B

Esta función objetivo busca minimizar la distancia total recorrida.

```
elementos=[(i,j) for i in clientes for j in clientes if i!=j]
elementos=tuplelist(elementos)
m.addConstr(dis==quicksum(x[i,j]*ddistancias[i,j] for i,j in elementos.select("*", "*")))
objective=m.setObjective(dis+quicksum(0.001*t[j] for j in clientes)+alfa*NR,GRB.MINIMIZE)
```

Figura 26. Función Objetivo correspondiente al modelo B

Existen situaciones en las que se producen soluciones alternativas. Para conseguir que el modelo seleccione la solución que más próxima se encuentre al mínimo tiempo de llegada de cada cliente, a pesar de estar minimizando la distancia se debe incluir en la función objetivo la minimización del tiempo de llegada al nodo j dándole un peso muy reducido.

8.3 Modelos A y B con restricciones de capacidad

Como se ha descrito en capítulos anteriores, la única modificación que se lleva a cabo al incluir la demanda en estos modelos (A y B) es la inclusión de restricciones de capacidad. A continuación se presenta su programación en Python.

8.3.1 Datos

Se incluye la demanda, que se representa al igual que los clientes y horarios, en secuencias tipo lista:

```
demanda=[0.0, 118.55, 510.16, 69.17, 32.78, 43.58, 95.73, 32.35]
```

Figura 27. Secuencia tipo lista para demandas

El siguiente paso es asociar estas demandas a los clientes. Para ello se utilizan diccionarios y la función *zip* como se hizo anteriormente con los otros datos característicos de los clientes:

```
ddemanda={i:k for i,k in zip(clientes,demanda)}
```

Figura 28. Diccionario para asociar la demanda a los clientes

También se debe incluir la constante K , que representa la capacidad máxima de carga del vehículo:

```
K=600.0
```

Figura 29. Constante de capacidad

8.3.2 Restricciones

La única novedad en estos dos modelos es la inclusión de las restricciones de capacidad, ya que el resto de las descritas anteriormente son idénticas para éstos.

```
for i in clientes[1:len(clientes)]:
    for j in clientes:
        if j!=i:
            m.addConstr(u[j]-u[i]+ K*(1-x[i,j])>=ddemanda[j], name="R6a_ %s_ %s" % (i,j))
```

Figura 30. Restricción 1 de capacidad

```

for i in clientes[1:len(clientes)]:
    m.addConstr(ddemanda[i]<=u[i], name="R6b_<math>s</math>" %<math>i</math>))
    m.addConstr(u[i]<=K, name="r6c_<math>s</math>" %<math>i</math>))

```

Figura 31. Restricción 2 de capacidad

La Figura 30. Restricción 1 de capacidad y la Figura 31. Restricción 2 de capacidad hacen referencia a las restricciones (99), (100) y (110), (111) del modelo A y B con restricciones de capacidad respectivamente.

8.3.3 Función Objetivo

- Modelo A con restricciones de capacidad

La función objetivo resulta la misma que la del modelo A. En este caso también pueden aparecer soluciones alternativas provocando una asignación de carga al vehículo superior (al límite de la capacidad). Para evitarlo, debe ser incluida en la función objetivo la minimización de ésta (u_i) asignándole un peso muy reducido.

```

Z=m.addVar(lb=0.0,vtype=GRB.CONTINUOUS,name="duracion")
m.addConstr(Z==quicksum((t[i]-S) for i in clientes[1:len(clientes)]))
m.setObjective(t['lavanderia']+Z+quicksum(0.001*u[i] for i in clientes)+alfa*NR,GRB.MINIMIZE)

```

Figura 32. Función objetivo del modelo A con restricciones de capacidad

- Modelo B con restricciones de capacidad

Al igual que en el caso anterior, la función objetivo es idéntica a la correspondiente del modelo B con la inclusión de la minimización de la carga del vehículo para conseguir que el modelo seleccione la solución buscada de entre las soluciones alternativas.

```

elementos=[(i,j) for i in clientes for j in clientes if i!=j]
elementos=tuplelist(elementos)
m.addConstr(dis==quicksum(x[i,j]*ddistancias[i,j] for i,j in elementos.select("*","*")))
objective=m.setObjective(dis+quicksum(0.001*t[j] for j in clientes)+quicksum(0.001*u[i] for i in clientes)+alfa*NR,GRB.MINIMIZE)

```

Figura 33. Función objetivo del modelo B con restricciones de capacidad

9 EXPERIMENTACIÓN

En el presente capítulo, se desarrollarán los experimentos realizados para los diferentes modelos formulados y se comentarán los casos más significativos. El objeto es producir diferentes escenarios para posteriormente analizarlos y seleccionar la solución más eficiente. En la primera parte, se tratarán los modelos A y B para encontrar un plan de rutas cercano al óptimo y que mejore el actual sin tener en cuenta la demanda de cada cliente y la capacidad del vehículo. Mientras que en la segunda parte del problema, se presentarán distintas situaciones para los modelos A y B con restricciones de capacidad, variando tiempos mínimos de rutas y demandas para encontrar el plan de rutas más eficiente. El tiempo límite de experimentación para la búsqueda de soluciones en los diferentes experimentos ha sido de 6 minutos.

A continuación se muestra un resumen de los experimentos a desarrollar y su correspondiente nomenclatura compuesta por tres partes: en las primeras letras se indica el día de la semana al que corresponde el experimento (L, M, J, V, S), si corresponde al modelo A o B y si trata la capacidad o no; en la segunda el valor que toma el parámetro L; y en la tercera (sólo aparece en los modelos con capacidad) el tipo de demanda que tratan.

		LUNES MIÉRCOLES	MARTES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO DOMINGO
MODELO	A sin capacidad	LA_480	MA_480	JA_900	VA_480	SA_480
		LA_250	MA_280	JA_700	VA_450	SA_200
	A sin capacidad	LA_200	MA_250	JA_650	VA_380	SA_170
		LA_150	MA_200	JA_600	VA_300	
			MA_150		VA_240	
					VA_220	
					VA_170	
	B sin capacidad	LB_480	MB_480	JB_900	VB_480	SB_480
		LB_250	MB_280	JB_850	VB_450	SB_280
		LB_200	MB_250	JB_800	VB_400	SB_250
		LB_150	MB_200	JB_750	VB_350	SB_200
		MB_150	JB_700	VB_300	SB_180	
			JB_650	VB_240		
		JB_600	VB_220			
			VB_170			
A con capacidad	Máxima demanda	LAC_480_MaxD	MAC_480_MaxD	JAC_900_MaxD	VAC_480_MaxD	SAC_480_MaxD
		LAC_350_MaxD	MAC_300_MaxD	JAC_700_MaxD	VAC_350_MaxD	SAC_300_MaxD
		LAC_300_MaxD	MAC_200_MaxD	JAC_600_MaxD	VAC_300_MaxD	SAC_180_MaxD
		LAC_200_MaxD	MAC_170_MaxD		VAC_280_MaxD	
		LAC_160_MaxD	MAC_160_MaxD		VAC_250_MaxD	
	Demanda media				VAC_170_MaxD	
		LAC_480_MeD	MAC_480_MeD	JAC_900_MeD	VAC_480_MeD	SAC_480_MeD
		LAC_350_MeD	MAC_300_MeD	JAC_700_MeD	VAC_300_MeD	SAC_200_MeD
		LAC_250_MeD	MAC_200_MeD	JAC_650_MeD	VAC_280_MeD	SAC_150_MeD
Mínima demanda	LAC_150_MeD	MAC_170_MeD		VAC_250_MeD		
	LAC_130_MeD	MAC_150_MeD		VAC_200_MeD		
	LAC_480_MinD	MAC_480_MinD	JAC_900_MinD	VAC_480_MinD	SAC_480_MinD	
	LAC_350_MinD	MAC_300_MinD	JAC_700_MinD	VAC_450_MinD	SAC_200_MinD	
	LAC_280_MinD	MAC_270_MinD	JAC_650_MinD	VAC_400_MinD	SAC_170_MinD	
B con capacidad	Máxima demanda	LAC_250_MinD	MAC_250_MinD	JAC_600_MinD	VAC_350_MinD	SAC_120_MinD
		LAC_170_MinD	MAC_150_MinD		VAC_250_MinD	
					VAC_220_MinD	
		LBC_480_MaxD	MBC_480_MaxD	JBC_900_MaxD	VBC_480_MaxD	SBC_480_MaxD
		LBC_350_MaxD	MBC_300_MaxD	JBC_800_MaxD	VBC_350_MaxD	SBC_220_MaxD
		LBC_300_MaxD	MBC_200_MaxD	JBC_750_MaxD	VBC_300_MaxD	SBC_200_MaxD
	Demanda media	LBC_230_MaxD	MBC_170_MaxD	JBC_700_MaxD	VBC_270_MaxD	SBC_150_MaxD
		LBC_200_MaxD	MBC_160_MaxD	*JBC_900_MaxD	VBC_250_MaxD	SBC_130_MaxD
		LBC_160_MaxD			VBC_170_MaxD	
		LBC_480_MeD	MBC_480_MeD	JBC_900_MeD	VBC_480_MeD	SBC_480_MeD
		LBC_350_MeD	MBC_300_MeD	JBC_850_MeD	VBC_300_MeD	SBC_300_MeD
		LBC_250_MeD	MBC_200_MeD	JBC_800_MeD	VBC_280_MeD	SBC_220_MeD
		LBC_230_MeD	MBC_170_MeD	JBC_750_MeD	VBC_250_MeD	SBC_200_MeD
	Mínima demanda	LBC_200_MeD	MBC_150_MeD		VBC_230_MeD	SBC_150_MeD
		LBC_150_MeD			VBC_200_MeD	SBC_130_MeD
LBC_130_MeD						
LBC_480_MinD		MBC_480_MinD	JBC_900_MinD	VBC_480_MinD	SBC_480_MinD	
LBC_350_MinD		MBC_300_MinD	JBC_850_MinD	VBC_430_MinD	SBC_250_MinD	
Mínima demanda	LBC_280_MinD	MBC_270_MinD	JBC_800_MinD	VBC_400_MinD	SBC_230_MinD	
	LBC_250_MinD	MBC_250_MinD	JBC_750_MinD	VBC_350_MinD	SBC_200_MinD	
	LBC_170_MinD	MBC_200_MinD		VBC_300_MinD	SBC_180_MinD	
		MBC_150_MinD		VBC_250_MinD		

Tabla 7. Resumen de experimentos

Las tablas en las que se representarán los resultados expresan el tiempo en minutos, la distancia en kilómetros y los costes en euros.

9.1 Modelos A y B

Se procede a realizar distintas resoluciones de los modelos A y B para cada día de la semana. En los diferentes experimentos ejecutados para ambos modelos, se llevará a cabo una variación del parámetro L , que representará el tiempo máximo de ruta permitido y fijado inicialmente a 480 minutos, excepto en las rutas del jueves que será igual a 900 minutos. A continuación se presentarán los distintos resultados para cada uno de los experimentos realizados variando dicho valor, estando expresado el tiempo en minutos, la distancia en kilómetros y el coste en euros.

- LUNES

Los resultados de los experimentos para este día de la semana se presentan a continuación:

LUNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
LA_480	480	1	267,250923	56,287	24,68	5,07	29,74
LA_250	250	2	292,214154	91,384	26,98	8,22	35,21
LA_200	200	2	288,081692	89,587	26,60	8,06	34,66
LA_150	150	2	289,844923	90,684	26,76	8,16	34,92

Tabla 8. Resultados del modelo A para el lunes

LUNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
LB_480	480	1	271,381692	52,284	25,06	4,71	29,76
LB_250	250	2	321,041846	81,184	29,64	7,31	36,95
LB_200	200	2	316,472308	82,834	29,22	7,46	36,68
LB_150	150	2	298,376923	84,387	27,55	7,59	35,14

Tabla 9. Resultados del modelo B para el lunes

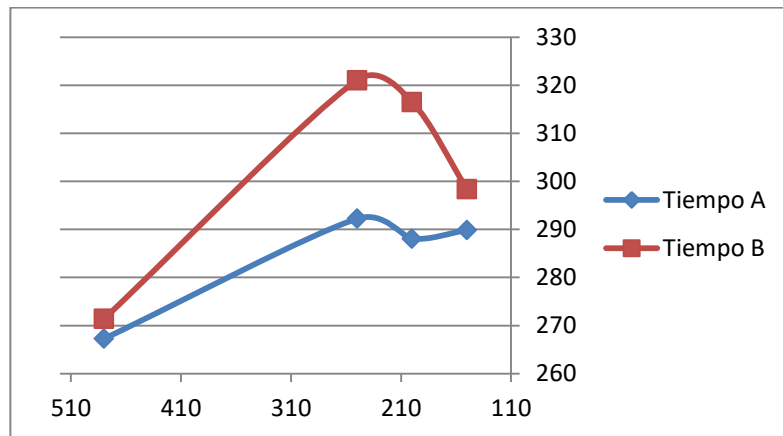


Figura 34. Evolución del tiempo en lunes

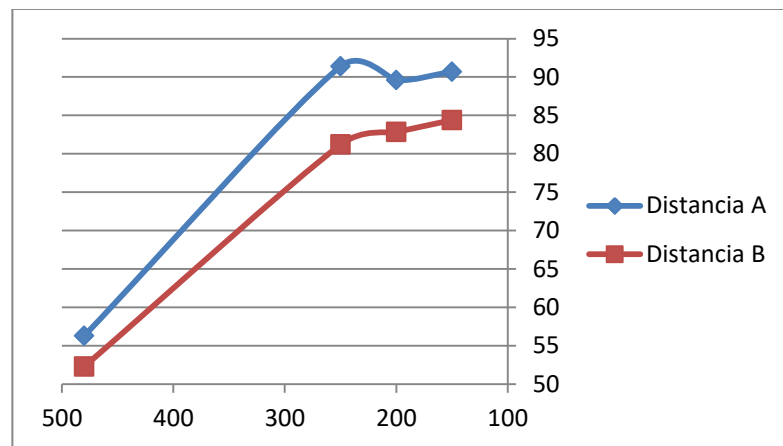


Figura 35. Variación de la distancia recorrida en lunes

Como se observa en la *Figura 34. Evolución del tiempo en lunes* y *Figura 35. Variación de la distancia recorrida en lunes* y a medida que se acota la duración de rutas aumenta el tiempo y la distancia recorrida generalmente, alcanzando un número máximo de dos rutas.

Observando estos resultados, se puede observar un incremento más pronunciado del tiempo en el modelo B (cuya función objetivo minimiza la distancia) y de la distancia en el modelo A (cuya función objetivo minimiza el tiempo) a medida que se varía el parámetro L . En el experimento LB_150 del modelo B se produce una disminución notable de la distancia y el tiempo respecto del resultado del anterior experimento (LB_200), pero sigue existiendo una gran diferencia entre ésta y la primera solución.

Según los costes obtenidos en función del tiempo empleado en las rutas y la distancia recorrida, la mejor solución es la proporcionada por el modelo A en el experimento LA_480 cuyo coste total es 29,74 €. A pesar de existir sólo una diferencia de 2 céntimos entre la mejor solución y la segunda, en las gráficas anteriores no se puede apreciar ningún punto en común o muy cercano entre ellos ya sea en tiempo o distancia. Se podría decir que lo que un resultado mejora en distancia el otro lo hace en tiempo.

- MARTES

El número máximo de rutas alcanzado en esta serie de experimentos es 3 al reducir el parámetro L a 150.

MARTES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
MA_480	480	1	285,9586154	108,787	26,40	9,79	36,19
MA_280	280	1	273,774	95,587	25,28	8,60	33,88
MA_250	250	2	315,6523077	139,49	29,15	12,55	41,70
MA_200	200	2	312,7953846	139,49	28,88	12,55	41,44
MA_150	150	3	349,3076923	179,64	32,25	16,17	48,42

Tabla 10. Resultados del modelo A para el martes

En los gráficos que se presentan a continuación se muestra la variación en la secuencia de visita a los clientes Sur, Norte, Cabildo y La Isla que provoca la disminución de costes entre el experimento MA_480 y el experimento MA_280.

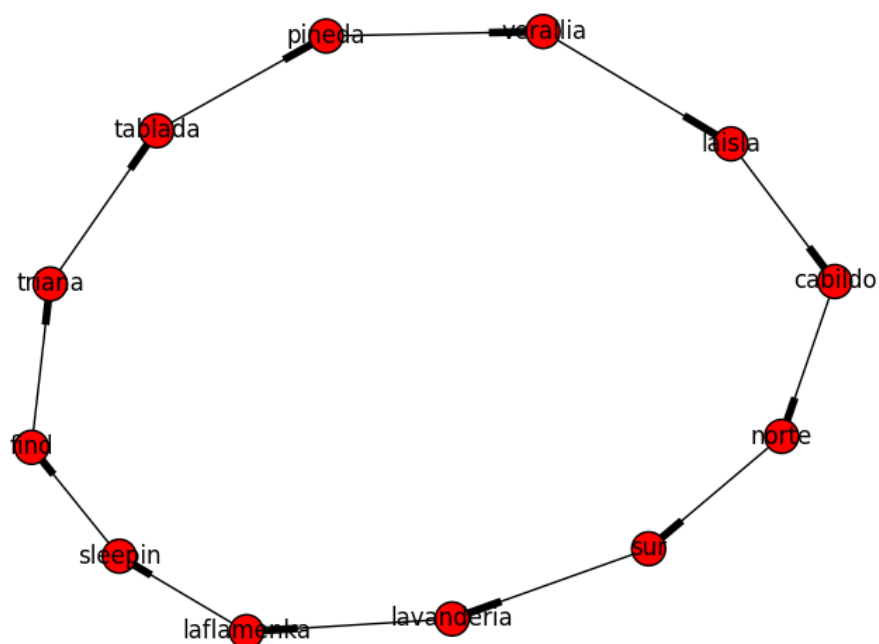


Figura 36. Grafo de rutas correspondiente al experimento MA_480

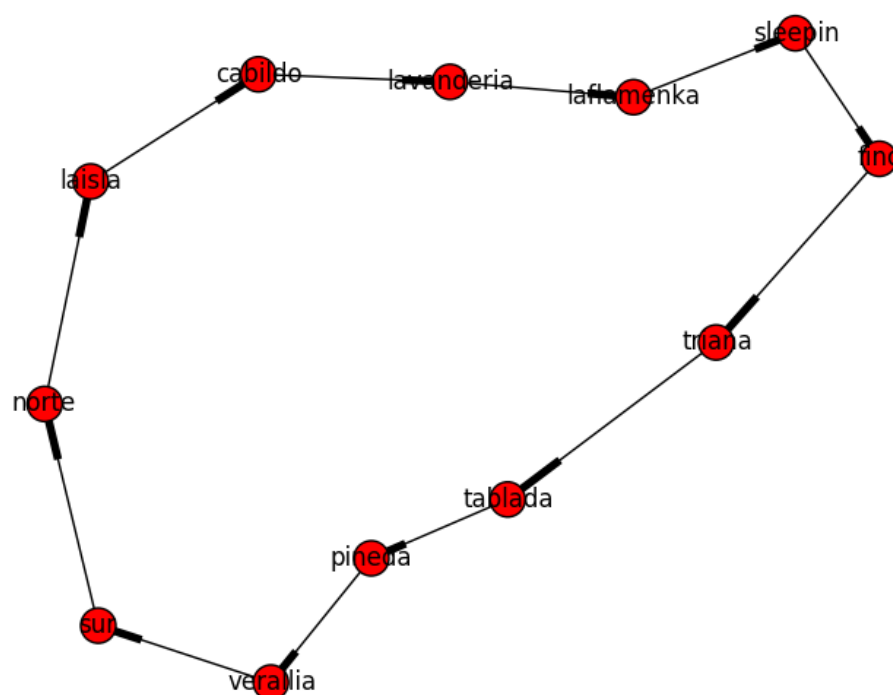


Figura 37. Grafo de rutas correspondiente al experimento MA_280

MARTES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
MB_480	480	1	271,5970769	94,337	25,08	8,49	33,57
MB_280	280	1	271,5970769	94,337	25,08	8,49	33,57
MB_250	250	2	434,0247692	124,787	40,07	11,23	51,31
MB_200	200	2	390,6153846	124,887	36,07	11,24	47,31
MB_150	150	3	399,5846154	165,34	36,89	14,88	51,78

Tabla 11. Resultados del modelo B para el martes

En el caso del modelo B, al variar el parámetro L de 480 a 280 el resultado obtenido es el mismo como se muestra en la *Tabla 11. Resultados del modelo B para el martes*.

Se puede ver en las siguientes gráficas que vuelve a suceder lo mismo que en el caso del lunes, el tiempo aumenta en mayor proporción en el modelo B que en el modelo A, llegando a haber en el último experimento una diferencia de casi 1 hora, mientras que en el modelo A se produce lo mismo para la distancia.

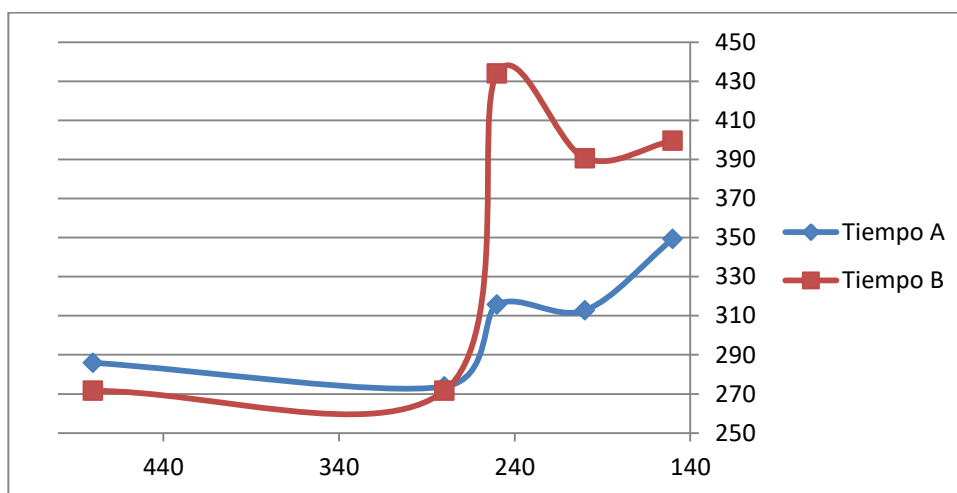


Figura 38. Evolución del tiempo en minutos

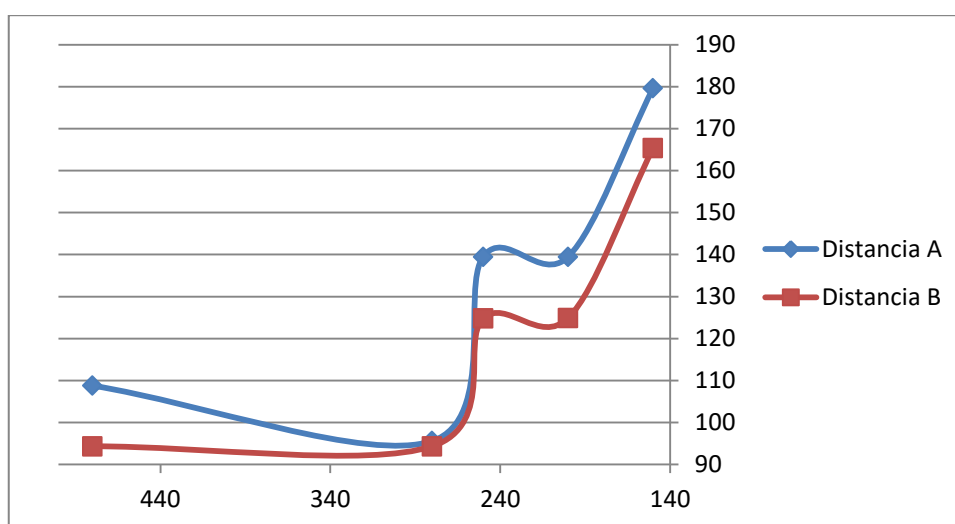


Figura 39. Variación de la distancia recorrida en km

La mejor solución es la obtenida en el experimento MB_480 (y MB_280) del modelo B con unos costes totales de 33,57€, pero como se puede apreciar en las gráficas anteriores la segunda solución de cada modelo es muy parecida tanto en tiempo como en distancia, habiendo sólo una diferencia en costes de 0,31€.

- MIÉRCOLES

Es equivalente al lunes.

- JUEVES

En este caso hay que recordar que el valor del parámetro L es inicialmente 900 minutos, ya que ciertos clientes a visitar se encuentran a una gran distancia y por acuerdo se permite superar las 8 horas establecidas en el resto de situaciones. Otra diferencia respecto a los otros casos, es que la velocidad media entre clientes no urbanos será aumentada a 85km/hora, ya que en este recorrido existe un gran tramo de autovía.

JUEVES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JA_900	900	2	1239,382235	1414,587	114,44	127,31	241,75
JA_700	700	2	1239,382235	1414,587	114,44	127,31	241,75
JA_650	650	3	1511,182235	1777,837	139,53	160,01	299,54
JA_600	600	3	1494,911647	1776,587	138,03	159,89	297,92

Tabla 12. Resultados del modelo A para el jueves

JUEVES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JB_900	900	2	1079,146941	978,537	99,64	88,07	187,71
JB_850	850	2	1063,829294	978,537	98,23	88,07	186,30
JB_800	800	2	1050,415176	982,137	96,99	88,39	185,38
JB_750	750	2	1282,721059	1311,237	118,44	118,01	236,45
JB_700	700	2	1349,779882	1406,237	124,63	126,56	251,19
JB_650	650	3	1457,217529	1514,137	134,55	136,27	270,82
JB_600	600	3	1495,344588	1741,237	138,0701503	156,7113	294,7815

Tabla 13. Resultados del modelo B para el jueves

En el modelo A si se intenta reducir el parámetro L a un valor de 550 o menos, el problema no tiene solución.

Los resultados del modelo B, como se puede ver en *Tabla 13. Resultados del modelo B para el jueves*, en los tres primeros experimentos (JB_900, JB_850, JB_800) logra una señalada mejora respecto del modelo A. Esto se debe a que el modelo B no minimiza el tiempo de ruta, por lo que en este caso, al existir grandes diferencias entre las distancias de grupo de clientes, opta por realizar una ruta cuya duración es muy elevada, y otra ruta muy corta, logrando así la mejor solución. Esto no es posible en el modelo A, ya que éste intenta reducir el tiempo de todas sus rutas, por lo que no permitirá que una de ellas tome un valor muy desproporcionado respecto a otra. Por ello, en el modelo B al ir acotando más la duración de las rutas van empeorando los resultados.

Lo explicado en el párrafo anterior puede verse representado en las gráficas que se presentan a continuación.

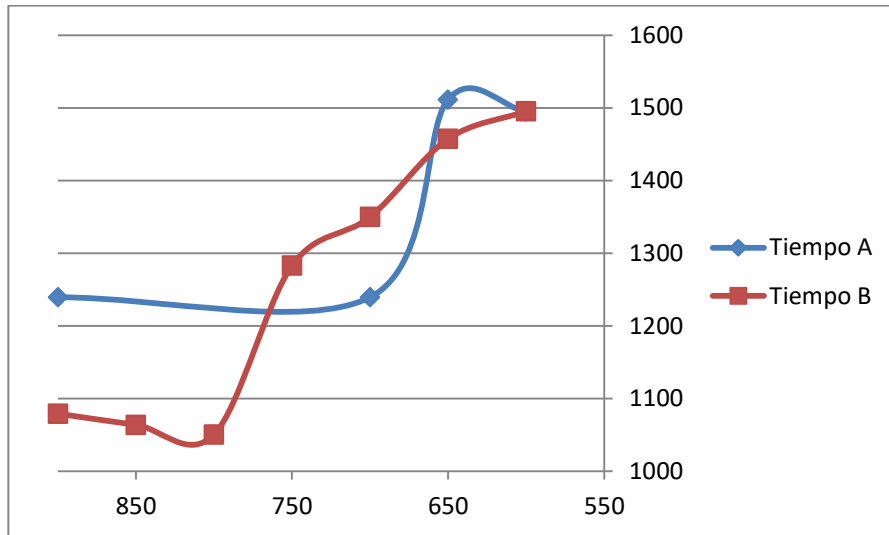


Figura 40. Evolución del tiempo en minutos

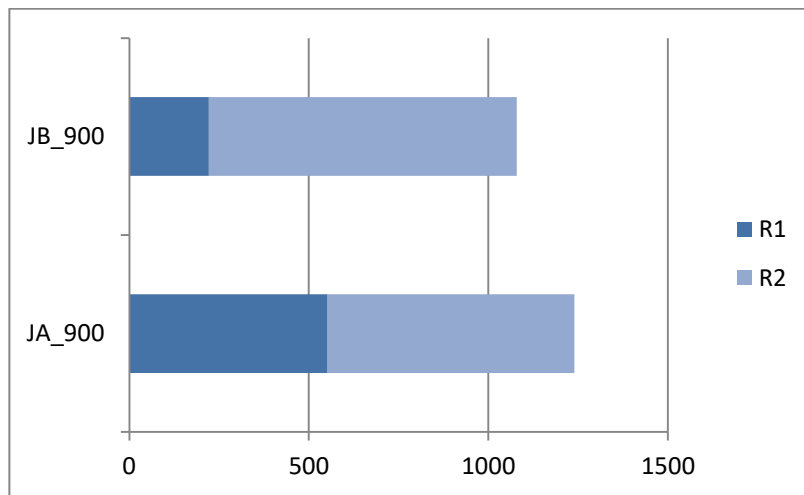


Figura 41. Tiempo de cada una de las rutas en los experimentos JA_900 y JB_900

En la Figura 41. Tiempo de cada una de las rutas en los experimentos JA_900 y JB_900 se puede observar la diferencia entre las duraciones de las rutas obtenidas en los experimentos JA_900 y JB_900.

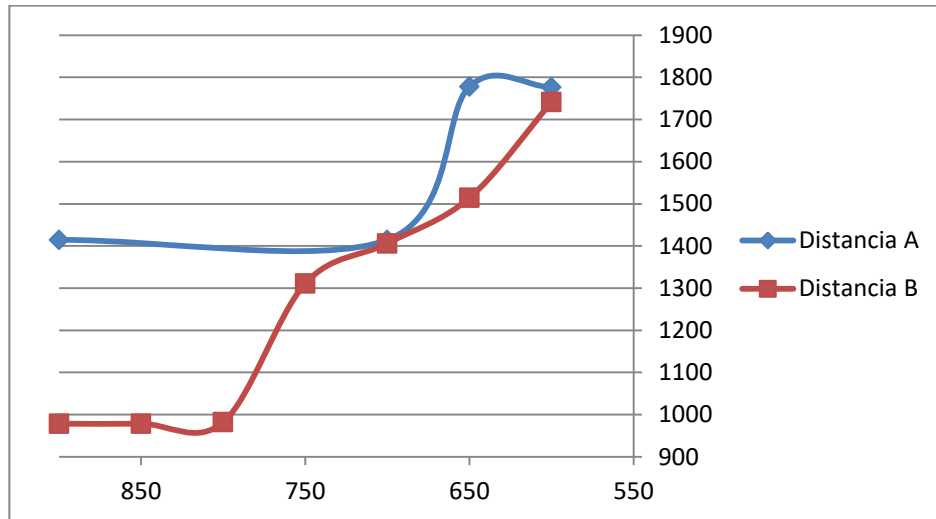


Figura 42. Variación de la distancia recorrida en jueves

Por ejemplo, si comparamos los grafos de ruta de cada modelo en el primer experimento (JA_900 y JB_900), en el modelo A los clientes Logrosan, Carpio, Écija y Arenas (con una ubicación muy lejana) no se visitan en la misma ruta, si no que Logrosán se visita en una y el resto en otra, mientras que en el modelo B estos cuatro clientes son visitados en la misma ruta.

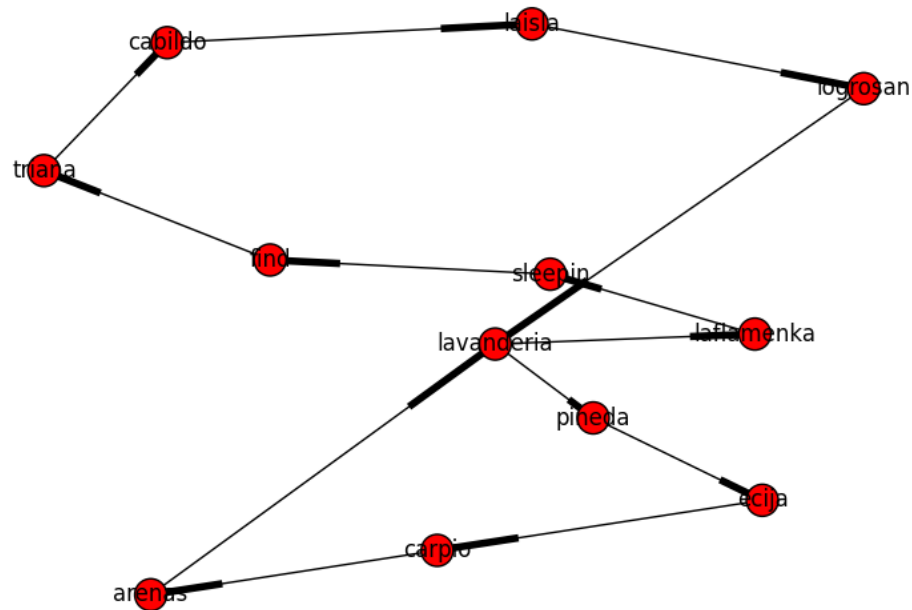


Figura 43. Grafo de rutas correspondiente al experimento JA_900

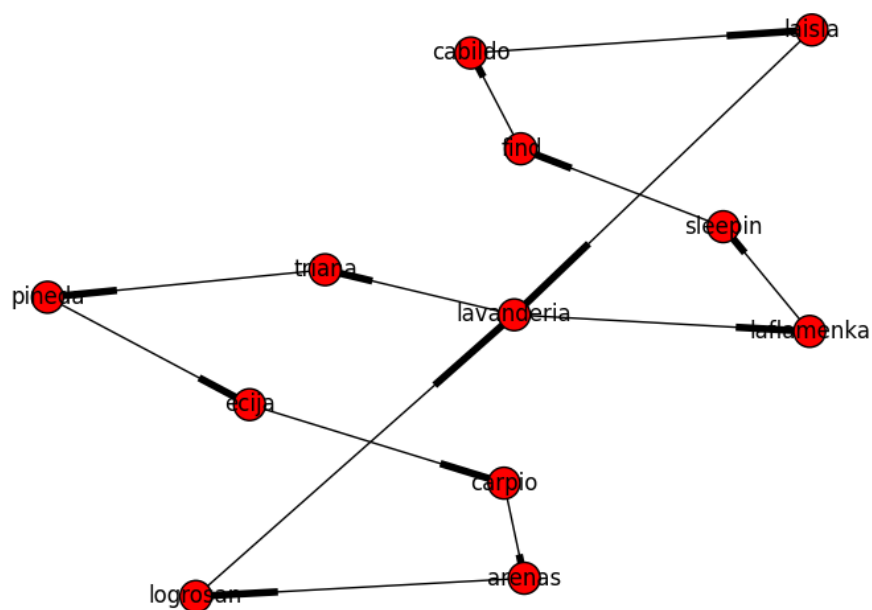


Figura 44. Grafo de rutas correspondiente al experimento JB_900

El mejor resultado es el encontrado por el modelo B en experimento JB_800 con un coste total de 185,38.

- VIERNES

VIERNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
VA_480	480	1	447,5278462	160,087	41,32	14,41	55,73
VA_450	450	1	442,6155385	160,377	40,87	14,43	55,30
VA_380	380	2	471,4555385	191,597	43,53	17,24	60,77
VA_300	300	2	478,2309231	194,137	44,16	17,47	61,63
VA_240	240	2	473,3893846	192,187	43,71	17,30	61,01
VA_220	220	3	510,5338462	223,44	47,14	20,11	67,25
VA_170	170	4	587,7569231	267,74	54,27	24,10	78,37

Tabla 14. Resultados del modelo A para el viernes

VIERNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
VB_480	480	1	443,7833846	146,984	40,98	13,23	54,20
VB_450	450	1	428,306461538	147,084	39,55	13,24	52,78
VB_400	400	2	467,2463077	149,177	43,14	13,43	56,57
VB_350	350	2	553,0709231	175,784	51,07	15,82	66,89
VB_300	300	2	543,3769231	175,784	50,17	15,82	65,99
VB_240	240	2	464,9307692	175,784	42,93	15,82	58,75
VB_220	220	3	481,4923077	178,884	44,46	16,10	60,56
VB_170	170	4	538,7153846	218,344	49,74	19,65	69,39

Tabla 15. Resultados del modelo B para el viernes

Si se observa la *Tabla 15. Resultados del modelo B para el viernes*, se producen varias soluciones cuyos tiempos son distintos pero la distancia total no varía. Esto se debe a que siguen existiendo soluciones alternativas a pesar de haber añadido en la función objetivo la minimización de la variable t_j , ya que el problema se preocupa de encontrar la mínima distancia y las holguras de tiempo sólo se van reduciendo a medida que se acota L puesto que no se minimiza la duración de la ruta. Es decir, el recorrido es el mismo, lo único que varía es la salida del nodo lavandería que se retrasa para evitar grandes holguras entre otros nodos. En casos posteriores se explica con más detalle.

La mejor solución es la hallada por el modelo B en el experimento VB_450 con un coste total de 52,78€

- SÁBADO

El número de clientes a visitar es más reducido durante el fin de semana, por lo que el número de soluciones de interés es más reducido también.

SÁBADO A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
SA_480	480	1	177,850923077	44,987	16,42	4,05	20,47
SA_200	200	1	177,850923077	44,987	16,42	4,05	20,47
SA_170	170	2	228,4615385	81,94	21,09	7,37	28,47

Tabla 16. Resultados del modelo A para el sábado

SÁBADO B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
SB_480	480	1	271,3816923	43,737	25,06	3,94	28,99
SB_280	280	1	271,3816923	43,737	25,06	3,94	28,99
SB_250	250	1	250	43,737	23,08	3,94	27,02
SB_200	200	1	200	43,737	18,47	3,94	22,40
SB_180	180	1	180	44,397	16,62	4,00	20,62

Tabla 17. Resultados del modelo B para el sábado

Se puede observar que existen varias soluciones alternativas, a pesar de haber intentado reducirlas en el modelo B incluyendo la minimización de t_j . Esto se debe a que no se contemplan otras variables en la función objetivo como la duración del viaje entre nodos o la duración total, y en este caso, al existir pocos nodos que visitar, se dispone de un amplio espacio de tiempo para encontrar una solución admisible.

La mejor solución se obtiene en el modelo A con los experimentos SA_480 y SA_200 consiguiendo un coste de 20,47€.

- DOMINGO

Equivalente al sábado.

9.2 Modelos A y B con capacidad

Se realizarán tres escenarios de experimentos, cada uno de ellos correspondiente a los datos de demanda diaria máxima, media y mínima de cada cliente.

En esta situación, en la cual se han añadido las restricciones adecuadas de capacidad, ambos modelos mantienen su función objetivo inicial, por lo que el modelo B que busca minimizar la distancia, hallará soluciones alternativas (explicadas ya en apartados anteriores) cuyas holguras de tiempo entre un cliente y otro se irán reduciendo a medida que se acote L . Por ello, existirán resultados cuya distancia total sea la misma pero el tiempo total varíe.

- LUNES

Caso I: Máxima demanda

LUNES A							
Experimento	M	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
LAC_480_MaxD	480	2	304,440154	94,897	28,11	8,54	36,65
LAC_350_MaxD	350	2	304,255538	93,097	28,09	8,38	36,47
LAC_300_MaxD	300	2	306,040154	94,697	28,26	8,52	36,78
LAC_200_MaxD	200	2	298,327846	88,787	27,55	7,99	35,54
LAC_160_MaxD	160	3	351,723077	126,04	32,48	11,34	43,82

Tabla 18. Resultados del modelo A con max. Demanda para el lunes

LUNES B							
Experimento	M	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
LBC_480_MaxD	480	2	452,453846	83,84	41,78	7,55	49,32
LBC_350_MaxD	350	2	452,453846	83,84	41,78	7,55	49,32
LBC_300_MaxD	300	2	452,453846	83,84	41,78	7,55	49,32
LBC_230_MaxD	230	2	353,130769	84,347	32,61	7,59	40,20
LBC_200_MaxD	200	2	323,130769	84,347	29,84	7,59	37,43
LBC_160_MaxD	160	3	348,961538	113,537	32,22	10,22	42,44

Tabla 19. Resultados del modelo B con max. Demanda para el lunes

En este caso se puede observar que los resultados proporcionados por el modelo B son peores que los proporcionados por el modelo A. Es de señalar también, que el modelo B encuentra una solución de tres rutas en el experimento LBC_160_MaxD mejor que la hallada de dos rutas en los primeros experimentos.

El mejor resultado es el obtenido en el experimento LAC_200_MaxD del modelo A con un coste total de 35,54€.

Caso II: Demanda media

LUNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
LAC_480_MeD	480	2	308,313846	91,84	28,47	8,27	36,73
LAC_350_MeD	350	2	337,353846	88,94	31,15	8,00	39,15
LAC_250_MeD	250	2	308,313846	91,84	28,47	8,27	36,73
LAC_150_MeD	150	2	292,415538	91,527	27,00	8,24	35,24
LAC_130_MeD	130	3	333,067692	124,087	30,75	11,17	41,92

Tabla 20. Resultados del modelo A con demanda media para el lunes

LUNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
LBC_480_MeD	480	2	378,368	82,784	34,94	7,45	42,39
LBC_350_MeD	350	2	380,158615	83,787	35,10	7,54	42,64
LBC_250_MeD	250	2	380,158615	83,787	35,10	7,54	42,64
LBC_230_MeD	230	2	368,672308	82,784	34,04	7,45	41,49
LBC_200_MeD	200	2	338,672308	82,784	31,27	7,45	38,72
LBC_150_MeD	150	2	299,356923	85,187	27,64	7,67	35,31
LBC_130_MeD	130	3	340,840154	118,697	31,47	10,68	42,15

Tabla 21. Resultados del modelo B con demanda media para el lunes

Las primeras simulaciones del modelo B tienen como resultado un mayor coste respecto al A, sin embargo, a partir de acotar a 230 minutos el parámetro *L* se logra minimizar los costes hasta casi igualar la mejor solución proporcionada por el modelo A en el experimento LAC_150_MeD cuyo coste total es 35,24.

Caso III: Mínima demanda

LUNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
LAC_480_MinD	480	1	261,764923	53,544	24,17	4,82	28,99
LAC_350_MinD	350	1	271,626154	57,99	25,08	5,22	30,30
LAC_280_MinD	280	1	268,520154	57,137	24,79	5,14	29,94
LAC_250_MinD	250	2	325,313846	88,39	30,04	7,96	37,99
LAC_170_MinD	170	2	301,633846	87,59	27,85	7,88	35,73

Tabla 22. Resultados del modelo A con mín. demanda para el lunes

LUNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
LBC_480_MinD	480	1	271,381692	52,284	25,06	4,71	29,76
LBC_350_MinD	350	1	271,381692	52,284	25,06	4,71	29,76
LBC_280_MinD	280	1	271,381692	52,284	25,06	4,71	29,76
LBC_250_MinD	250	2	321,041846	81,184	29,64	7,31	36,95
LBC_170_MinD	170	2	324,198615	83,187	29,93	7,49	37,42

Tabla 23. Resultados del modelo B con mín. demanda para el lunes

Se puede observar que los resultados obtenidos resultan más similares a los de las simulaciones anteriores del modelo A y B (sin restricciones de capacidad), ya que en ningún momento la capacidad máxima del vehículo es alcanzada y se puede visitar a todos los clientes en una sólo ruta.

La mejor solución es la obtenida por el modelo A en el experimento LAC_480_MinD con un coste total igual a 28,99 €.

Tanto en el caso de máxima demanda como media, resulta imposible visitar a todos los clientes del lunes en una sólo ruta, como se había obtenido anteriormente en los experimentos de los modelos A y B (sin restricciones de capacidad).

- MARTES

Caso I: Máxima demanda

MARTES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
MAC_480_MaxD	480	2	319,887692	148,69	29,54	13,38	42,92
MAC_300_MaxD	300	2	329,404769	158,887	30,42	14,30	44,71
MAC_200_MaxD	200	2	316,527846	144,587	29,23	13,01	42,24
MAC_170_MaxD	170	2	329,446154	148,69	30,42	13,38	43,80
MAC_160_MaxD	160	2	310,932462	135,487	28,71	12,19	40,90

Tabla 24. Resultados del modelo A con max. demanda para el martes

MARTES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
MBC_480_MaxD	480	2	417,394	125,437	38,54	11,29	49,83
MBC_300_MaxD	300	2	417,394	125,437	38,54	11,29	49,83
MBC_200_MaxD	200	2	375,615385	125,437	34,68	11,29	45,97
MBC_170_MaxD	170	2	328,338462	133,537	30,32	12,02	42,33
MBC_160_MaxD	160	2	318,338462	134,637	29,39	12,12	41,51

Tabla 25. Resultados del modelo B con max. demanda para el martes.

Se puede seguir notando como el modelo B intenta minimizar distancias, en este caso consigue obtener siempre la mínima distancia recorrida en todos sus experimentos respecto del modelo A.

La mejor solución es la obtenida por el modelo A en el experimento MAC_160_MaxD cuyo coste total es 40,90.

Caso II: Demanda media

MARTES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
MAC_480_MeD	480	2	312,795385	139,49	28,88	12,55	41,44
MAC_300_MeD	300	2	315,652308	139,49	29,15	12,55	41,70
MAC_200_MeD	200	2	322,2	142,15	29,75	12,79	42,54
MAC_170_MeD	170	2	315,652308	139,49	29,15	12,55	41,70
MAC_150_MeD	150	3	382,718462	181,99	35,34	16,38	51,72

Tabla 26. Resultados del modelo A con demanda media para el martes

MARTES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
MBC_480_MeD	480	2	417,394	125,437	38,54	11,29	49,83
MBC_300_MeD	300	2	417,394	125,437	38,54	11,29	49,83
MBC_200_MeD	200	2	390,615385	124,887	36,07	11,24	47,31
MBC_170_MeD	170	2	328,338462	133,537	30,32	12,02	42,33
MBC_150_MeD	150	3	407,523077	165,64	37,63	14,91	52,54

Tabla 27. Resultados del modelo B con demanda media para el martes

La mejor solución es la obtenida por el modelo A en el experimento MAC_480_MeD cuyo coste total es 41,44.

Caso III: Mínima demanda

MARTES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
MAC_480_MinD	480	1	285,958615	108,787	26,40	9,79	36,19
MAC_300_MinD	300	1	286,558615	109,087	26,46	9,82	36,28
MAC_270_MinD	270	2	312,795385	139,49	28,88	12,55	41,44
MAC_250_MinD	250	2	316,206154	142,09	29,20	12,79	41,98
MAC_150_MinD	150	3	382,718462	181,99	35,34	16,38	51,72

Tabla 28. Resultados del modelo A con mín. demanda para el martes

MARTES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
MBC_480_MinD	480	1	272,858615	94,537	25,19	8,51	33,70
MBC_300_MinD	300	1	272,858615	94,537	25,19	8,51	33,70
MBC_270_MinD	270	1	270	94,437	24,93	8,50	33,43
MBC_250_MinD	250	2	417,394	125,437	38,54	11,29	49,83
MBC_200_MinD	200	2	390,615385	124,887	36,07	11,24	47,31
MBC_150_MinD	150	3	399,584615	165,34	36,89	14,88	51,78

Tabla 29. Resultados del modelo B con mín. demanda para el martes

La mejor solución obtenida es la proporcionada por el modelo B en el experimento MBC_270_MinD acotando L a 270 minutos. Se puede observar que en el experimento anterior (como ha ocurrido en otros casos anteriores) se recorre la misma distancia pero el tiempo de ruta es mayor debido a las holguras de tiempo que se producen con ciertos clientes debido al horario de visita y al hecho de no minimizar la duración de la ruta. Al reducir el valor de L se reduce el tiempo máximo de ruta y por consiguiente, las holguras.

Sólo en caso de mínima demanda es posible visitar a todos los clientes en una sólo ruta.

- MIÉRCOLES

Equivalente al lunes.

- JUEVES

Se debe recordar que ciertos clientes a visitar en este día de la semana se encuentran ubicados a una mayor distancia que el resto, además se han añadido las restricciones de capacidad, por lo que las posibilidades de elección de rutas son menores.

Caso I: Máxima demanda

JUEVES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JAC_900_MaxD	900	2	1294,794	1493,087	119,55	134,38	253,93
JAC_700_MaxD	700	2	1294,794	1493,087	119,55	134,38	253,93
JAC_600_MaxD	600	3	1494,91165	17765,87	138,03	1598,93	1736,96

Tabla 30. Resultados del modelo A con max. demanda para el jueves

JUEVES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JBC_900_MaxD	900	2	1331,34694	1317,837	122,93	118,61	241,53
JBC_800_MaxD	800	2	1331,34694	1317,837	122,93	118,61	241,53
JBC_750_MaxD	750	2	1299,17647	1420,19	119,96	127,82	247,77
JBC_700_MaxD	700	2	1356,41176	1491,437	125,24	134,23	259,47

Tabla 31. Resultados del modelo B con max. demanda para el jueves

El modelo A es capaz de encontrar solución reduciendo L hasta 600, a partir de este valor no logra resolver.

Anteriormente, en los experimentos correspondientes al modelo A y B del día jueves (sin restricciones de capacidad), el modelo B ha proporcionado la mejor solución debido a su objetivo de minimizar la distancia ignorando el tiempo de cada ruta, y en esta ocasión también lo hace.

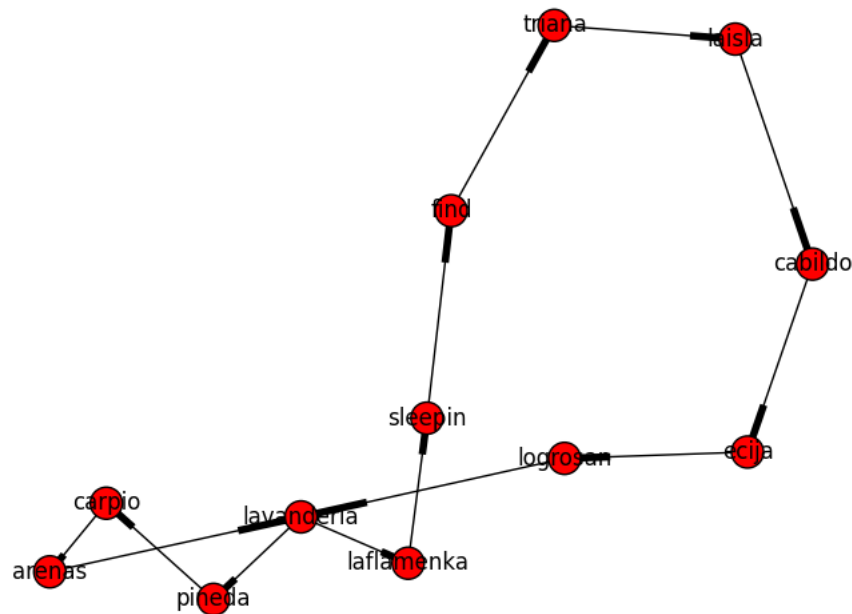


Figura 45. Grafo de rutas correspondiente experimento JAC_900_MaxD

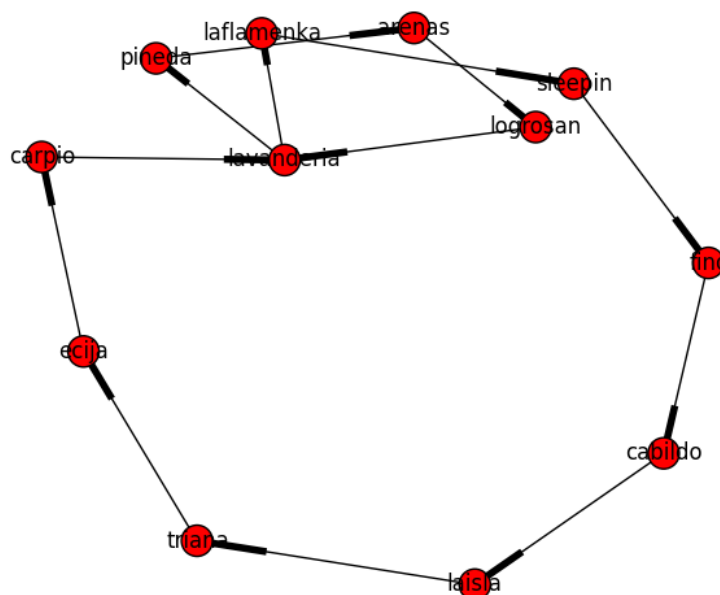


Figura 46. Grafo de rutas correspondiente al experimento JBC_900_MaxD

En esta situación, la mercancía a recoger determina en gran parte las rutas que realizar. Si se compara la ruta proporcionada por el modelo B sin restricciones de capacidad para este día, la ruta que visita a los clientes más lejanos (Logrosán, Arenas, Carpio, Écija) incluye además a Pineda y Triana, lo que es imposible si se tiene en cuenta la capacidad puesto que la mercancía total a recoger de estos dos clientes sobrepasa la capacidad del vehículo. Por ello, en la *Figura 46. Grafo de rutas correspondiente al experimento JBC_900_MaxD* se puede ver cómo no existe una ruta que visite sólo a los clientes ubicados más lejos, ya que debe forzar que Pineda y Triana no se visiten en la misma ruta.

Observando la solución, se intuye que lo ideal sería que los clientes ubicados a mayor distancia se visitaran en la misma ruta. Se recuerda que tanto el modelo A y B minimizan el número de rutas. Si el modelo B, que ignora el tiempo de duración de rutas, no minimizara el número de rutas debería buscar la mejor solución para este caso sólo teniendo en cuenta la capacidad del vehículo y la distancia total recorrida.

Se lleva a cabo dicho experimento y la solución obtenida es la siguiente:

JUEVES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
*JBC_900_MaxD	900	3	1211,84706	1014,59	111,89	91,31	203,21

Tabla 32. Resultados del modelo B con max. demanda y sin minimizar nº de rutas

Al eliminar de la función objetivo la variable *NR* y sólo minimizar la distancia, el número de rutas obtenido aumenta a 3, y la solución mejora con diferencia al resto. Los clientes que visitan estas tres rutas se presentan en el grafo generado a continuación:

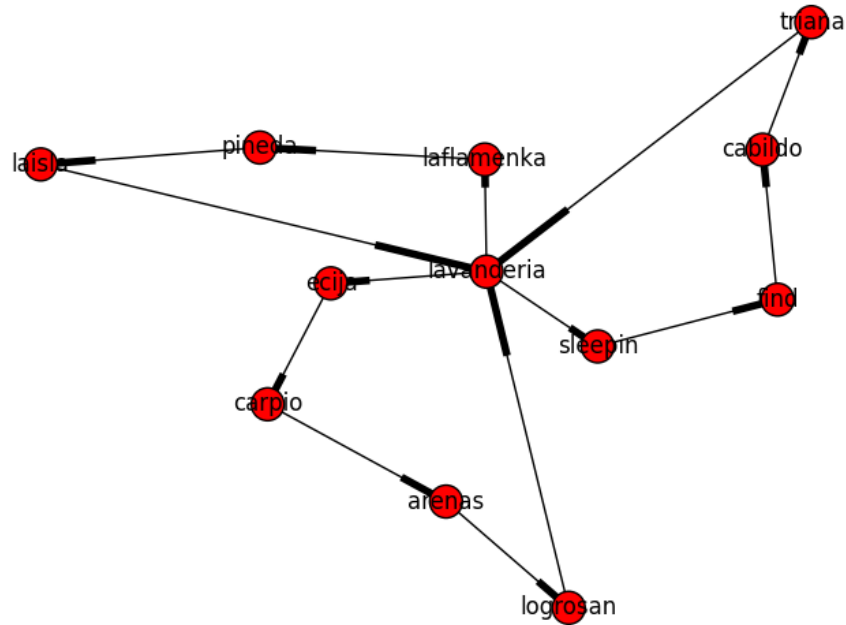


Figura 47. Grafo de rutas correspondiente al experimento *JBC_900_MaxD

La lavandería sólo dispone de dos vehículos, por lo que realizar las tres rutas de forma simultánea resulta imposible. Si se analizan los tiempos de llegada a los nodos y a la lavandería de dicha solución, se comprueba que se puede realizar primero la ruta que visita a La flamenka, Pineda y La isla y después la ruta cuyos clientes incluidos son Sleepin, Find, Cabildo y Triana mientras que el vehículo restante realiza la ruta de mayor duración que incluye a Écija, Carpio, Arenas y Logrosán.

Caso II: Demanda media

En este caso ya se puede notar que las posibilidades de ruta no están tan determinadas por las restricciones de capacidad debido a que la demanda se ha reducido.

JUEVES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JAC_900_MeD	900	2	1239,38224	1414,587	114,44	127,31	241,75
JAC_700_MeD	700	2	1239,38224	1414,587	114,44	127,31	241,75
JAC_650_MeD	650	3	1511,18224	1777,837	139,53	160,01	299,54

Tabla 33. Resultados del modelo A con demanda media para el jueves

JUEVES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
JBC_900_MeD	900	2	1079,14694	978,537	99,64	88,07	187,71
JBC_850_MeD	850	2	1063,82929	978,537	98,23	88,07	186,30
JBC_800_MeD	800	2	1050,27988	982,587	96,98	88,43	185,41
JBC_750_MeD	750	2	1276,42341	1325,097	117,86	119,26	237,12

Tabla 34. Resultados del modelo B con demanda media para el jueves

La mejor opción es la proporcionada por el modelo B cuyo coste total es 185,41€.

Caso III: Mínima demanda

JUEVES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
JAC_900_MinD	900	2	1239,38224	1414,587	114,44	127,31	241,75
JAC_700_MinD	700	2	1239,38224	1414,587	114,44	127,31	241,75
JAC_650_MinD	650	3	1512,02929	1778,037	139,61	160,02	299,63
JAC_600_MinD	600	3	1494,91165	1776,587	138,03	159,89	297,92

Tabla 35. Resultados del modelo A con mín. demanda para el jueves

JUEVES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
JBC_900_MinD	900	2	1079,14694	978,537	99,64	88,07	187,71
JBC_850_MinD	850	2	1063,82929	978,537	98,23	88,07	186,30
JBC_800_MinD	800	2	1019,23518	982,797	94,11	88,45	182,56
JBC_750_MinD	750	2	1251,54106	1311,897	115,56	118,07	233,63

Tabla 36. Resultados del modelo B con mín. demanda para el jueves

La mejor opción es la proporcionada por el modelo B en experimento JBC_800_MinD con un coste total de 182,56€.

Los resultados del modelo A y B para el caso de demanda media y mínima son muy similares, puesto que en ningún momento se podrá llegar a superar la capacidad máxima del vehículo y existe muy poca variación entre el total medio y el total mínimo debido a que gran parte de los clientes tienen demanda fija por tratarse de uniformes de trabajadores de empresas industriales que no dependen de la demanda de un segundo cliente.

- VIERNES

Caso I: Máxima demanda

VIERNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
VAC_480_MaxD	480	2	505,594	225,897	46,68	20,33	67,01
VAC_350_MaxD	350	2	479,558615	196,887	44,28	17,72	62,00
VAC_300_MaxD	300	2	471,320154	190,937	43,52	17,18	60,70
VAC_280_MaxD	280	2	476,601538	197,037	44,01	17,73	61,74
VAC_250_MaxD	250	3	509,163231	230,697	47,01	20,76	67,78
VAC_170_MaxD	170	3	452,523077	260,75	41,78	23,47	65,25

Tabla 37. Resultados del modelo A con max. demanda para el viernes

VIERNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
VBC_480_MaxD	480	2	485,309385	181,784	44,81	16,36	61,17
VBC_350_MaxD	350	2	485,309385	181,784	44,81	16,36	61,17
VBC_300_MaxD	300	2	475,615385	181,784	43,92	16,36	60,28
VBC_270_MaxD	270	2	460,892308	181,887	42,56	16,37	58,93
VBC_250_MaxD	250	3	525,721385	183,784	48,54	16,54	65,08
VBC_170_MaxD	170	3	496,147846	221,337	45,81	19,92	65,73

Tabla 38. Resultados del modelo B con max. demanda para el viernes

La mejor solución es la proporcionada por el modelo B en el experimento VBC_270_MaxD cuyo coste total es igual a 58,93€.

Caso II: Demanda media

VIERNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
VAC_480_MeD	480	2	483,578615	200,997	44,65	18,09	62,74
VAC_300_MeD	300	2	486,886308	206,097	44,96	18,55	63,50
VAC_280_MeD	280	2	498,818462	201,84	46,06	18,17	64,22
VAC_250_MeD	250	2	481,386308	204,047	44,45	18,36	62,81
VAC_200_MeD	200	3	508,038462	233,8	46,91	21,04	67,95

Tabla 39. Resultados del modelo B con demanda media para el viernes

VIERNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operario	Coste fuel	Coste total
VBC_480_MeD	480	2	500,657231	176,084	46,23	15,85	62,07
VBC_300_MeD	300	2	505,398769	176,084	46,67	15,85	62,51
VBC_280_MeD	280	2	523,376923	175,784	48,33	15,82	64,15
VBC_250_MeD	250	2	474,930769	175,737	43,85	15,82	59,67
VBC_230_MeD	230	2	458,369231	179,184	42,32	16,13	58,45
VBC_200_MeD	200	3	461,492308	178,984	42,61	16,11	58,72

Tabla 40. Resultados del modelo B con demanda media para el viernes

La mejor solución es 58,45€ y es proporcionada por el modelo B en el experimento VBC_230_MeD.

Caso III: Mínima demanda

VIERNES A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
VAC_480_MinD	480	1	454,866308	164,187	42,00	14,78	56,78
VAC_450_MinD	450	2	472,966308	188,637	43,67	16,98	60,65
VAC_400_MinD	400	2	479,358615	199,587	44,26	17,96	62,22
VAC_350_MinD	350	2	511,456923	226,89	47,22	20,42	67,64
VAC_250_MinD	250	2	471,355538	196,447	43,52	17,68	61,20
VAC_220_MinD	220	2	349,038462	233,09	32,23	20,98	53,21

Tabla 41. Resultados del modelo A con mín. demanda para el viernes

VIERNES B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
VBC_480_MinD	480	1	428,306462	147,084	39,55	13,24	52,78
VBC_430_MinD	430	1	430	146,984	39,70	13,23	52,93
VBC_400_MinD	400	2	484,377077	149,527	44,72	13,46	58,18
VBC_350_MinD	350	2	570,470923	176,484	52,67	15,88	68,56
VBC_300_MinD	300	2	497,768	176,884	45,96	15,92	61,88
VBC_250_MinD	250	2	493,376923	175,784	45,56	15,82	61,38

Tabla 42. Resultados del modelo B con mín. demanda para el viernes

La mejor solución es la proporcionada por el modelo B en el experimento VBC_480_MinD.

- SÁBADO

En los siguientes casos por tener un número más reducido de clientes que visitar, se puede observar por un lado una reducción de las soluciones por las posibles combinaciones de rutas, y por otro, en el caso del modelo B las soluciones alternativas y la mejora en tiempo que conlleva reducir L .

Caso I: Máxima demanda

SABADO A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SAC_480_MaxD	480	2	228,461538	82,69	21,09	7,44	28,54
SAC_300_MaxD	300	2	228,461538	82,69	21,09	7,44	28,54
SAC_180_MaxD	180	2	228,461538	82,69	21,09	7,44	28,54

Tabla 43. Resultados del modelo A con max. demanda para el sábado

SABADO B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SBC_480_MaxD	480	2	436,353846	76,19	40,29	6,86	47,15
SBC_220_MaxD	220	2	423,184615	76,19	39,07	6,86	45,93
SBC_200_MaxD	200	2	383,184615	76,19	35,38	6,86	42,24
SBC_150_MaxD	150	2	283,184615	76,19	26,15	6,86	33,00
SBC_130_MaxD	130	2	221,169231	82,137	20,42	7,39	27,81

Tabla 44. Resultados del modelo B con max. demanda para el sábado

El modelo A sólo aporta una solución única de coste igual a 28,54€. El modelo B, logra en el experimento SBC_130_MaxD la mejor solución con un coste de 27,81€ a pesar de ser el resultado de mayor distancia recorrida en sus experimentos.

Caso II: Demanda media

SABADO A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SAC_480_MeD	480	2	228,461538	81,94	21,09	7,37	28,47
SAC_200_MeD	200	2	228,461538	81,94	21,09	7,37	28,47
SAC_150_MeD	150	2	228,461538	81,94	21,09	7,37	28,47

Tabla 45. Resultados del modelo A con demanda media para el sábado

SABADO B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SBC_480_MeD	480	2	350,747846	75,087	32,39	6,76	39,14
SBC_300_MeD	300	2	350,747846	75,087	32,39	6,76	39,14
SBC_220_MeD	220	2	340,821385	75,087	31,47	6,76	38,23
SBC_200_MeD	200	2	307,492308	75,087	28,39	6,76	35,15
SBC_150_MeD	150	2	257,492308	75,087	23,78	6,76	30,53
SBC_130_MeD	130	2	220,246154	80,437	20,34	7,24	27,58

Tabla 46. Resultados del modelo B con demanda media para el sábado

El modelo A vuelve a devolver una única solución.

Si se observan los resultados del modelo B en la *Tabla 46. Resultados del modelo B con demanda media para el sábado* se puede apreciar como se hacen hasta cinco experimentos reduciendo *L* y obteniendo la misma distancia recorrida. Éste, es un claro ejemplo de la situación ya mencionada en casos anteriores en los que el tiempo total varía sin hacerlo la distancia debido a que se reducen los tiempos “muertos” entre las visitas de un cliente a otro siendo la secuencia de éstas la misma. A continuación se detalla dicho comportamiento.

Las dos rutas obtenidas en el primer experimento del modelo B se muestran en la *Figura 48. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_480_MeD*. El tiempo de salida del nodo lavandería es igual a 420

mínutos. Los clientes Cabildo y La isla deben visitarse a partir de las 10 y Pineda a partir de las 8 de la mañana por lo que tienen un horario de visita conflictivo puesto que el resto de los clientes de este día pueden ser visitados a partir de las 7 de la mañana. Por ello, en este primer experimento sin reducir L el tiempo total de ruta es 350,75 minutos debido a las holguras que se producen al visitar a estos clientes saliendo del nodo lavandería a las 7 de la mañana.

En este caso, al visitar al cliente La isla después de Cabildo los posibles tiempos de espera se producen entre la salida del nodo La Flamenka y la llegada a Pineda, y entre el nodo Find y Cabildo.

La Flamenka → Pineda

- Tiempo de llegada al cliente La Flamenka: 434,31 minutos
- Tiempo de parada en el cliente La flamenka: 15 minutos
- Tiempo de viaje desde La Flamenka a Pineda: 12,4 minutos
- Tiempo estimado de llegada a Pineda: $434,31 + 15 + 12,4 = 461,71$ minutos
- Tiempo de llegada a Pineda: 480,0 minutos
- Holgura: $480,0 - 461,71 = 18,29$ minutos

Es decir, el conductor debe esperar casi 20 minutos una vez terminada la visita en La Flamenka para poder visitar a Pineda a las 8:00 (480 minutos).

Find → Cabildo

- Tiempo de llegada al cliente Find: 449,60 minutos
- Tiempo de parada en el cliente Find: 15 minutos
- Tiempo de viaje desde Find a Cabildo: 0,7 minutos
- Tiempo estimado de llegada a Cabildo: $449,60 + 15 + 0,7 = 465,30$ minutos
- Tiempo de llegada a Pineda: 600,0 minutos
- Holgura: $600 - 465,30 = 134,70$ minutos

La mayor holgura se produce después de visitar a Find y esperando a que Pineda pueda ser visitado. Este tiempo “muerto” es de más de dos horas, que resulta inadmisibile en un buen diseño de rutas.

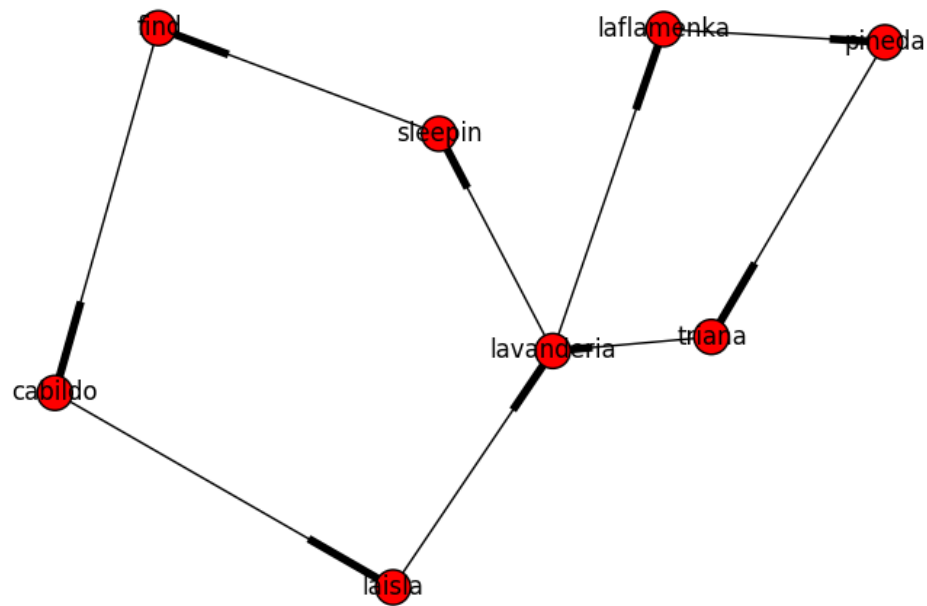


Figura 48. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_480_MeD

Ahora, comparamos con el resultado propuesto para el experimento SBC_150_MeD con un valor de L igual a 150 minutos. En la *Figura 49. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_150_MeD* se puede observar que las rutas son exactamente iguales a las anteriores correspondientes al experimento 1.

En este caso, el vehículo sale del nodo lavandería sobre las 8 y 20 de la mañana, en el instante 494,96 minutos y los resultados para los nodos Pineda y Cabildo son los siguientes:

La Flamenka → Pineda

- Tiempo de llegada al cliente La Flamenka: 509,27 minutos
- Tiempo de parada en el cliente La flamenka: 15 minutos
- Tiempo de viaje desde La Flamenka a Pineda: 12,4 minutos
- Tiempo estimado de llegada a Pineda: $509,27 + 15 + 12,4 = 536,67$ minutos
- Tiempo de llegada a Pineda: 536,67minutos
- Holgura: $536,67 - 536,67 = 0$ minutos

La holgura desaparece igualándose a cero y por tanto no existe ningún tiempo “muerto” desde que se visita a La Flamenka hasta visitar a Pineda.

Find → Cabildo

- Tiempo de llegada al cliente Find: 524,57 minutos

- Tiempo de parada en el cliente Find: 15 minutos
- Tiempo de viaje desde Find a Cabildo: 0,7 minutos
- Tiempo estimado de llegada a Cabildo: $524,57 + 15 + 0,7 = 540,27$ minutos
- Tiempo de llegada a Cabildo: 600,0 minutos
- Holgura: $600 - 540,27 = 59,73$ minutos

La holgura se reduce a más de la mitad gracias a reducir el valor de L y provocar que la salida de la lavandería se produzca más tarde.

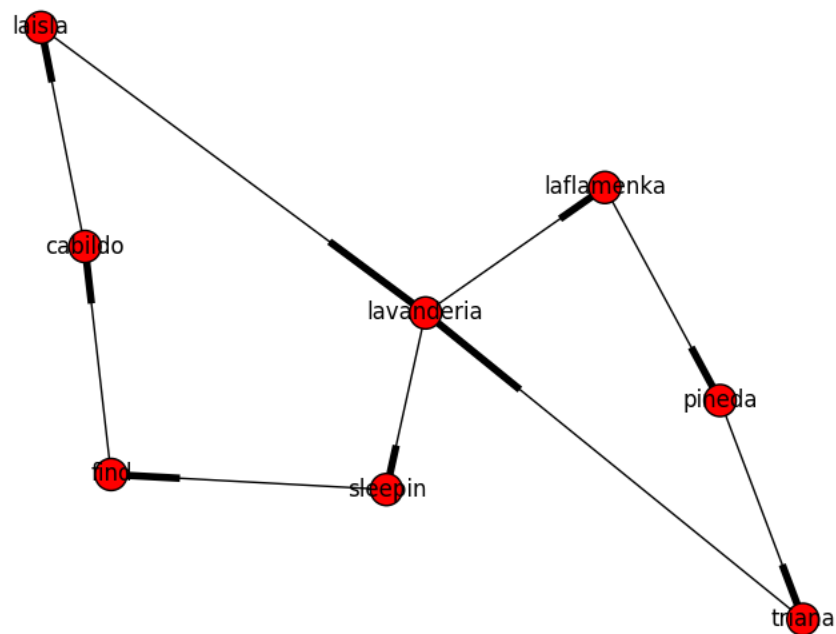


Figura 49. Grafo de rutas correspondiente al experimento SBC_150_MeD

En este caso, la mejor solución es la adquirida en el experimento SBC_130_MeD formada por dos rutas. Dicha solución reduce a 20 minutos el tiempo “muerto” existente para visitar a cabildo y logra visitar a todos los clientes en 220,25 minutos con un coste de 27,58€.

Caso III: Mínima demanda

SABADO A							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SAC_480_MinD	480	1	177,850923	44,987	16,42	4,05	20,47
SAC_200_MinD	200	1	177,850923	44,987	16,42	4,05	20,47
SAC_170_MinD	170	2	228,461538	82,39	21,09	7,42	28,51
SAC_120_MinD	120	2	228,461538	82,39	21,09	7,42	28,51

Tabla 47. Resultados del modelo A con mín. demanda para el sábado

SABADO B							
Experimento	L	Nº Rutas	Tiempo total	Distancia total	Coste operativo	Coste fuel	Coste total
SBC_480_MinD	480	1	240,201692	44,397	22,18	4,00	26,17
SBC_250_MinD	250	1	240,201692	44,397	22,18	4,00	26,17
SBC_230_MinD	230	1	230	44,397	21,24	4,00	25,23
SBC_200_MinD	200	1	200	44,397	18,47	4,00	22,46
SBC_180_MinD	180	1	180	44,397	16,62	4,00	20,62

Tabla 48. Resultados del modelo B con mín. demanda para el sábado

El modelo A obtiene la mejor solución con un coste de 20,47€.

Se puede notar que en los casos donde la demanda es mínima, la solución es similar a la obtenida en los modelos A y B sin restricciones de capacidad, pero a pesar de existir casos en los que la suma total de la demanda nunca supera la capacidad del vehículo, las soluciones no son exactamente iguales, ya que como se comentó al principio de la experimentación se ha truncado la ejecución del Solver tras cierto tiempo de computación, no alcanzando la solución óptima de los problemas.

10 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se llevará a cabo un resumen de los resultados obtenidos y un análisis de éstos.

10.1 Diseño de rutas I

A continuación se presenta el diseño de rutas obtenidos por el modelo A y B con las mejores soluciones encontradas en cada día de la semana.

	Nº Rutas	Tiempo	Distancia	Coste operario	Coste fuel	Coste total	Modelo
LUNES	1	267,25	56,29	24,68	5,07	29,74	A
MARTES	1	271,6	94,34	25,08	8,49	33,57	B
MIÉRCOLES	1	267,25	56,29	24,68	5,07	29,74	A
JUEVES	2	1050,4	982,137	96,99	88,39	185,38	B
VIERNES	1	443,78	146,984	40,98	13,23	54,20	B
SÁBADO	1	177,85	44,987	16,42	4,05	20,47	A
DOMINGO	1	177,85	44,987	16,42	4,05	20,47	A
Total	8	2656	1426,01	245,24	128,34	373,58	

Tabla 49. Resumen de diseño de rutas I

En la última columna de la *Tabla 49. Resumen de diseño de rutas I* se indica qué modelo a proporcionado dicha solución.

La secuencia en la que se visitan los correspondientes clientes cada día de la semana se especifica en los siguientes grafos generados en los experimentos anteriores.

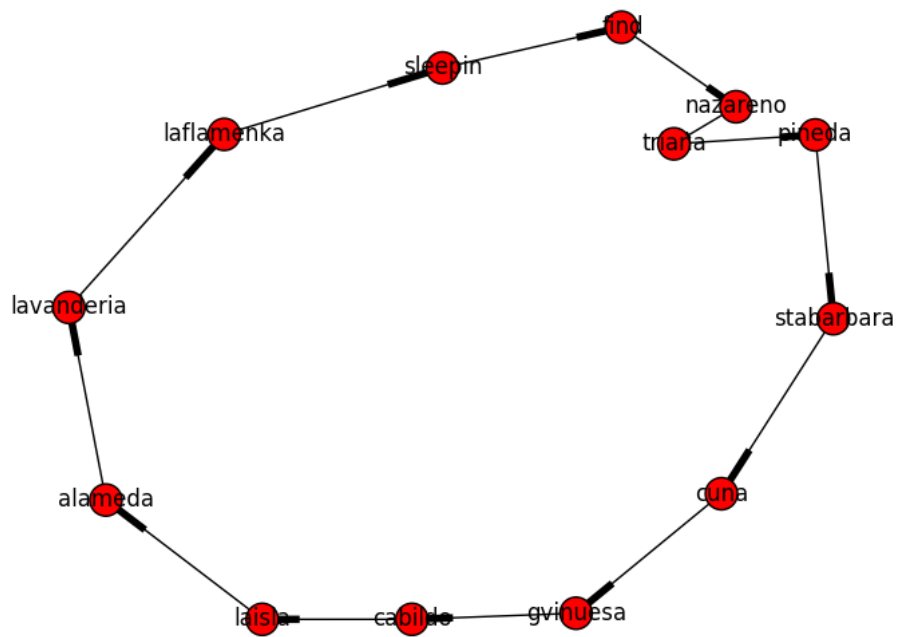


Figura 50. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles

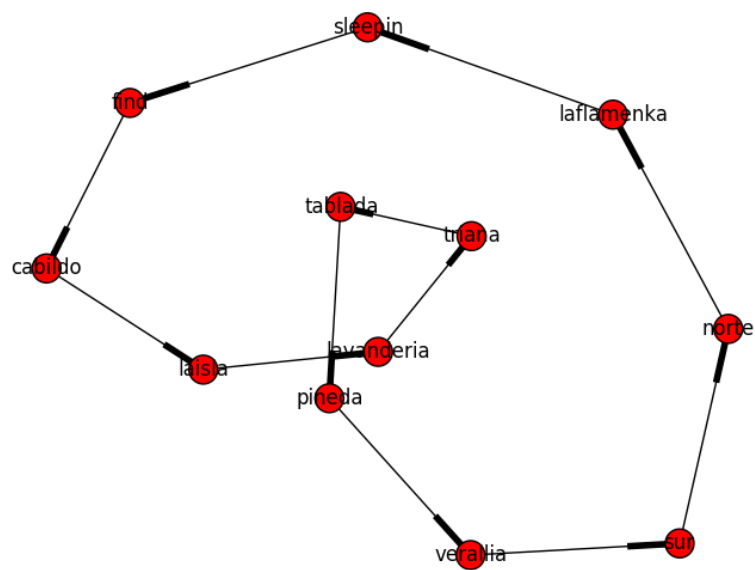


Figura 51. Grafo de rutas para el día martes

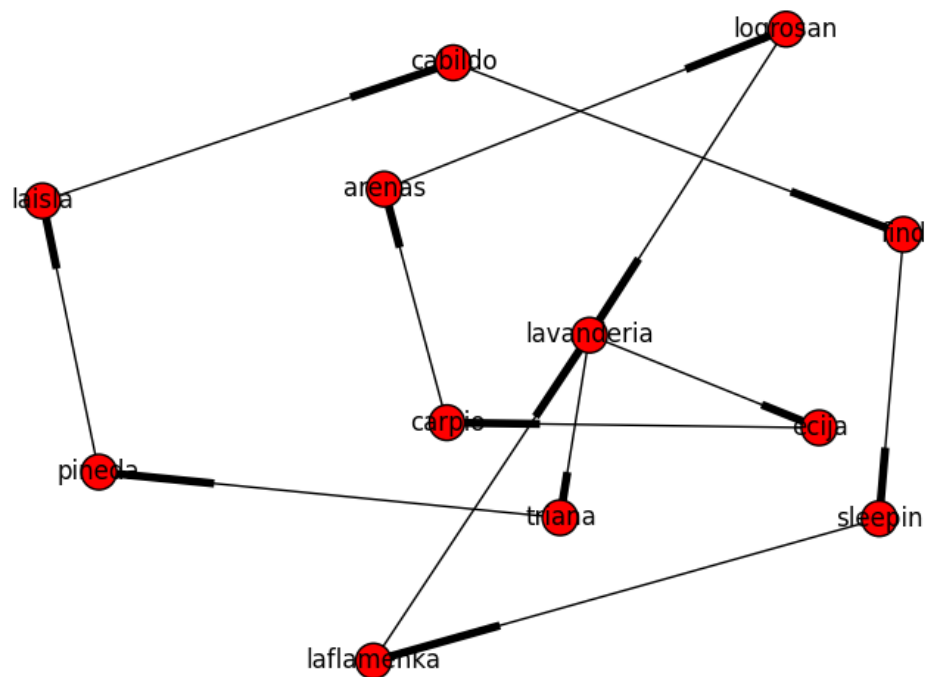


Figura 52. Grafo de rutas para el día jueves

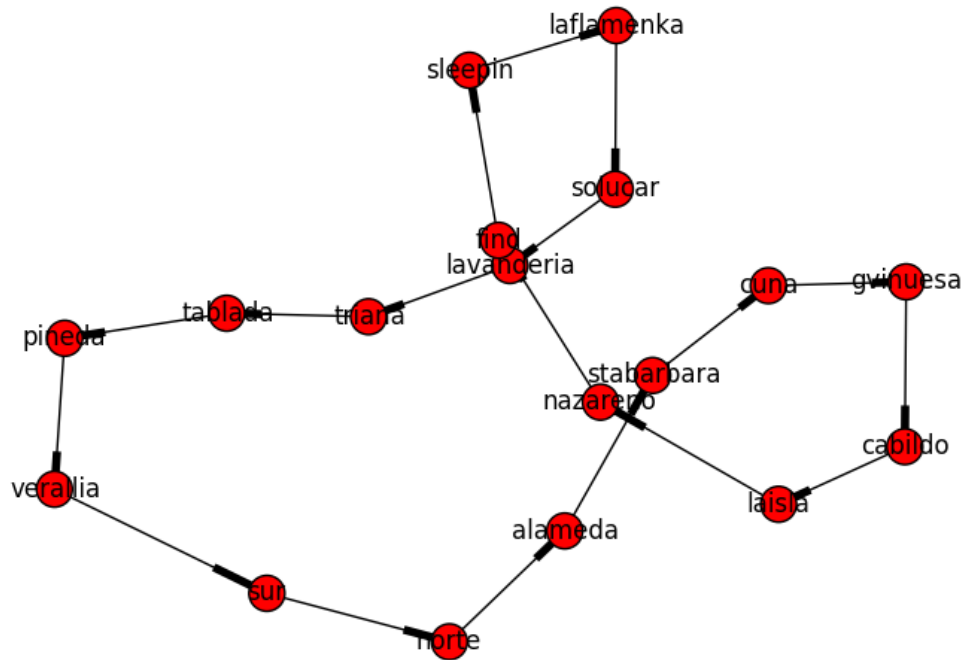


Figura 53. Grafo de rutas para el día viernes

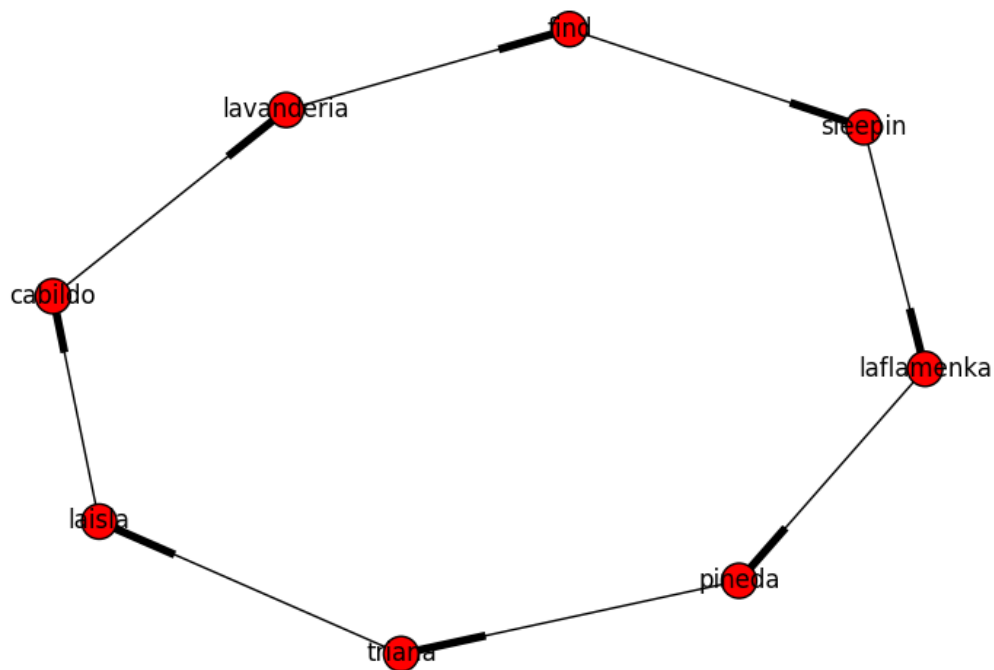


Figura 54. Grafo de rutas para los días sábado y domingo

En esta primera parte no sería muy real una comparación en coste con el modelo actual de la empresa, puesto que no se está teniendo en cuenta ningún tipo de restricción más allá de la distancia y el tiempo. En la segunda parte, que se introducen restricciones de capacidad con ciertos casos de demanda resulta más interesante hacer ciertas comparaciones.

10.2 Diseño de rutas II

En este apartado se exponen los mejores resultados obtenidos considerando las restricciones de capacidad de los vehículos y comparando en coste con el plan de rutas actual de la empresa. Los costes actuales de dicho plan se representan a continuación:

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO	TOTAL
Número de Rutas	3	3	3	3	3	2	2	19
Costes diarios	46,94	59,83	46,94	196,17	50,02	31,58	31,58	463,05

Tabla 50. Tabla de costes del Plan de Rutas de Empresa

En el caso de la demanda máxima, ningún día es posible realizar una sólo ruta que visite a todos los clientes correspondientes. Los costes del plan de rutas para el caso de la máxima demanda se representan en la *Tabla 51. Resumen de diseño de rutas II para máxima demanda.*

	Nº Rutas	Tiempo	Distancia	Coste operario	Coste fuel	Coste total	Modelo
LUNES	2	298,33	88,787	27,55	7,99	35,54	A
MARTES	2	310,93	135,487	28,71	12,19	40,90	A
MIÉRCOLES	2	298,33	88,787	27,55	7,99	35,54	A
JUEVES	3	1211,85	1014,59	111,89	91,31	203,21	B
VIERNES	2	460,89	181,887	42,56	16,37	58,93	B
SÁBADO	2	221,17	82,137	20,42	7,39	27,81	B
DOMINGO	2	221,17	82,137	20,42	7,39	27,81	B
Total	15	3022,67	1673,81	279,09	150,64	429,74	

Tabla 51. Resumen de diseño de rutas II para máxima demanda

Como se ha mencionado en ocasiones anteriores, en las rutas que propone el plan de la empresa, se visita Triana y Pineda en la misma ruta, lo que resultaría imposible en épocas de demanda alta, puesto que puede llegar a ocupar en ciertos días la capacidad del vehículo. Actualmente, si se da esta circunstancia, la empresa opta por recoger la cantidad que no cabe el próximo día de visita. Este es uno de los motivos, por los que el plan de rutas que se ha obtenido propone un mayor número de rutas de las que contempla el plan de la empresa en ciertos días. En total, se obtienen 15 rutas, 4 menos de las que cuenta el plan actual de la empresa de lavandería.

Si se comparan los costes para este caso de máxima demanda, se puede notar que se ha conseguido mejorar los resultados de todos los días de la semana excepto el jueves y el viernes, en los que las rutas actuales de la empresa tienen un menor coste. En el siguiente gráfico se representa lo descrito.

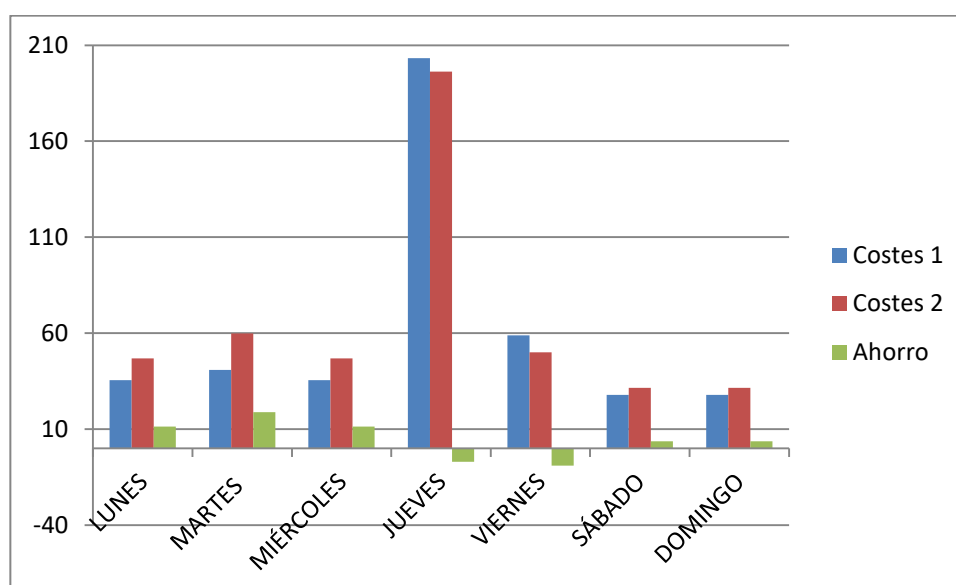


Figura 55. Comparación de costes I

En la *Figura 55. Comparación de costes I* la serie *Costes 1* representa los costes obtenidos a partir de los resultados de los modelos A y B con restricciones de capacidad, la serie *Costes 2* representa el coste actual del plan de rutas de la empresa y la serie *Ahorro* la diferencia de costes (en los gráficos expuestos en los próximos casos de demanda se utilizará la misma nomenclatura).

El ahorro total semanal sería un 7,2%, es decir, 33,31€. Estos datos resultan más significativos si se analizan a largo plazo, y no semanalmente.

Aplicar este plan de rutas durante todo el año supone un ahorro total igual a 1665,71€. Dicho modelo es factible utilizarlo todo el año puesto que se ha supuesto demanda máxima y nunca superará la capacidad del vehículo. En el siguiente gráfico se muestran la comparación anual entre los dos planes de rutas:

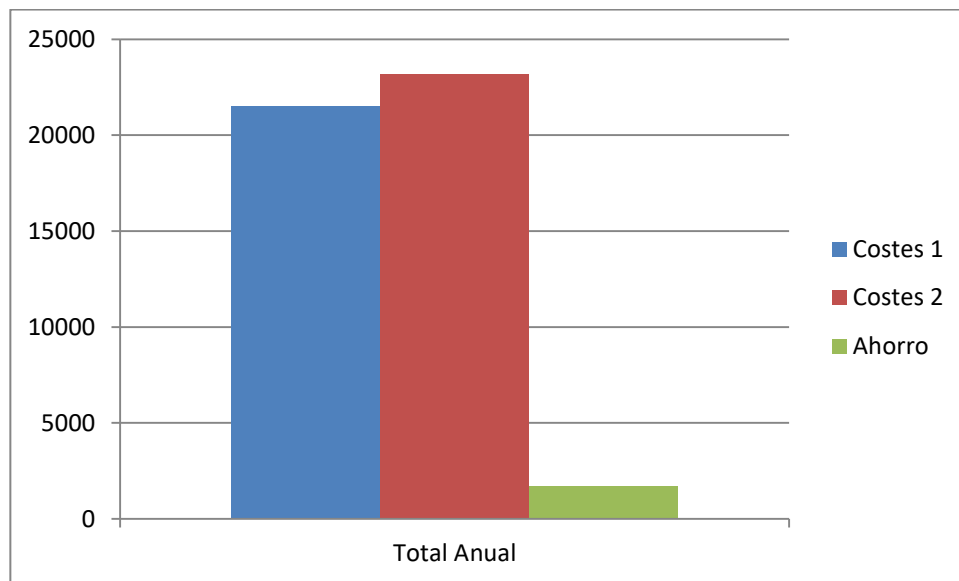


Figura 56. Comparación de costes anuales I

A continuación se muestran las rutas representadas en grafos generados por los experimentos de los modelos con restricciones de capacidad.

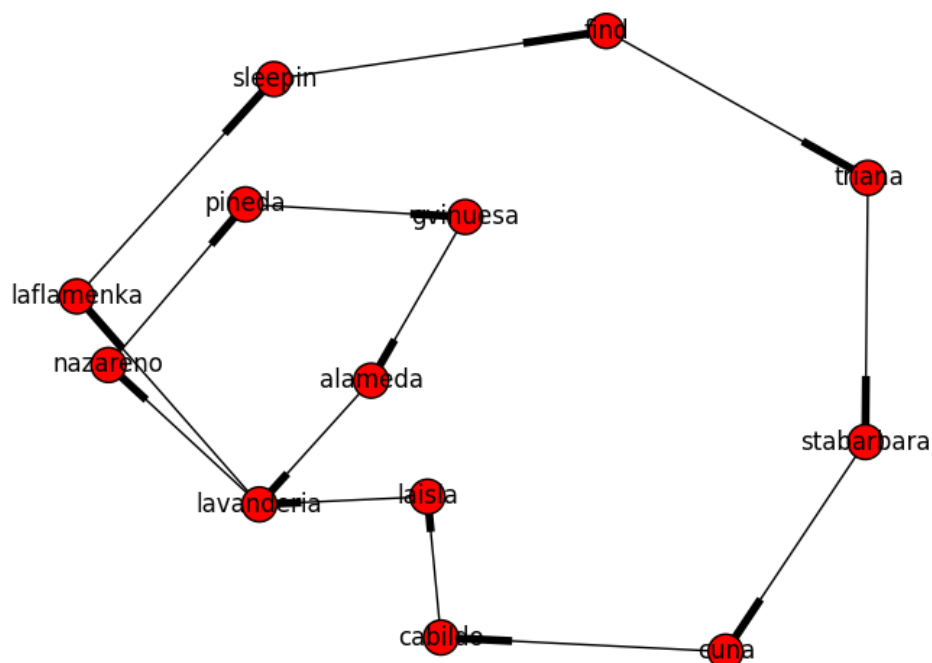


Figura 57. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con máxima demanda

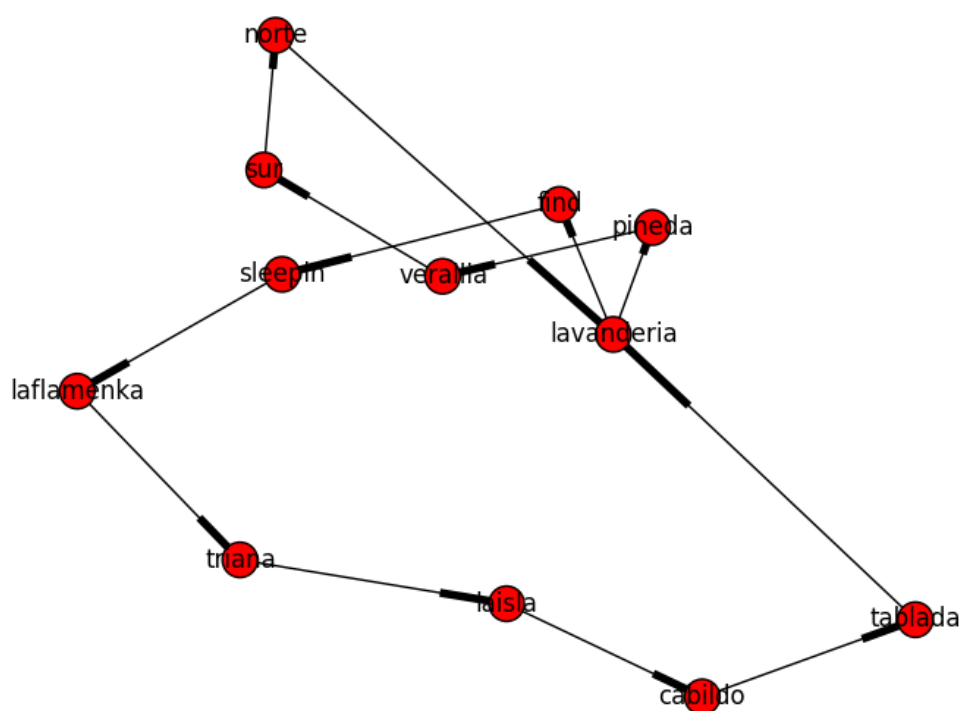


Figura 58. Grafo de rutas para el día martes con máxima demanda

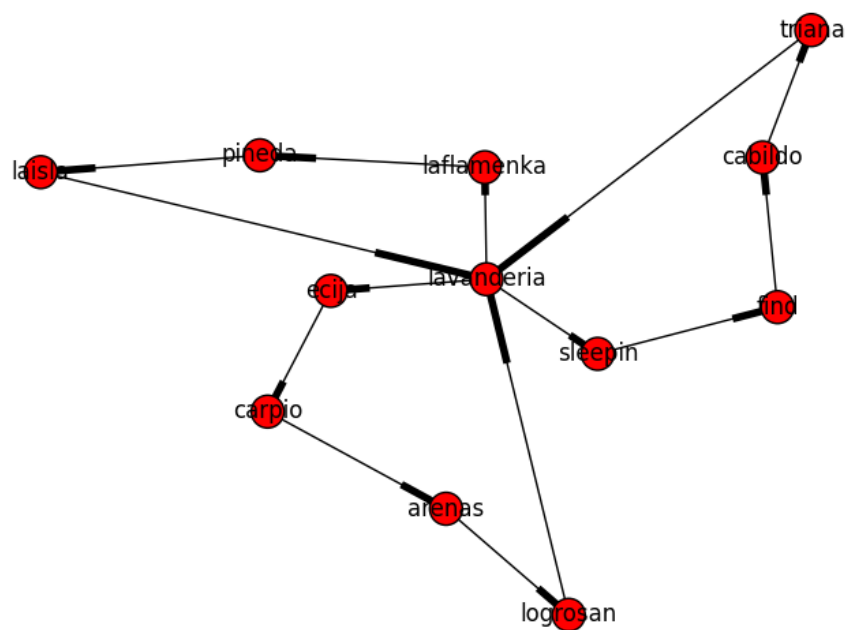


Figura 59. Grafo de rutas para el día jueves con máxima demanda

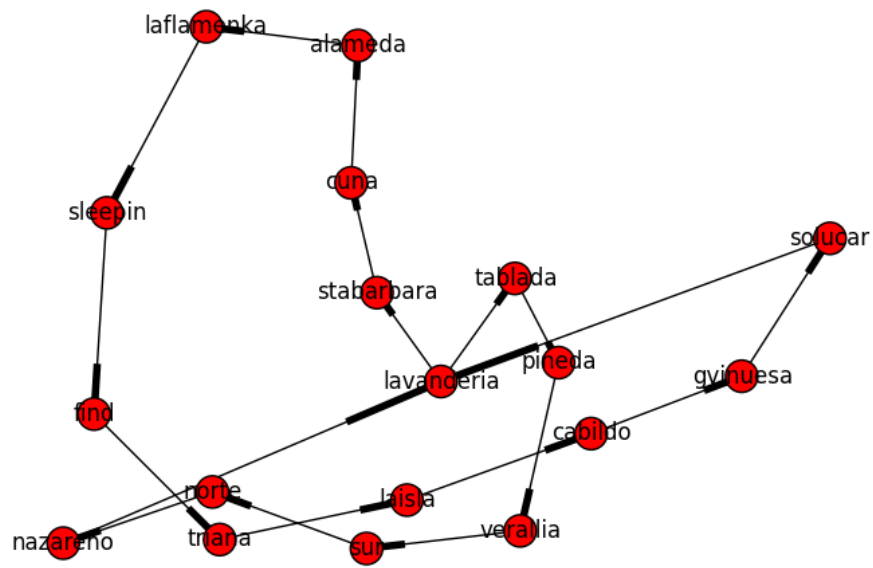


Figura 60. Grafo de rutas para el día viernes con máxima demanda

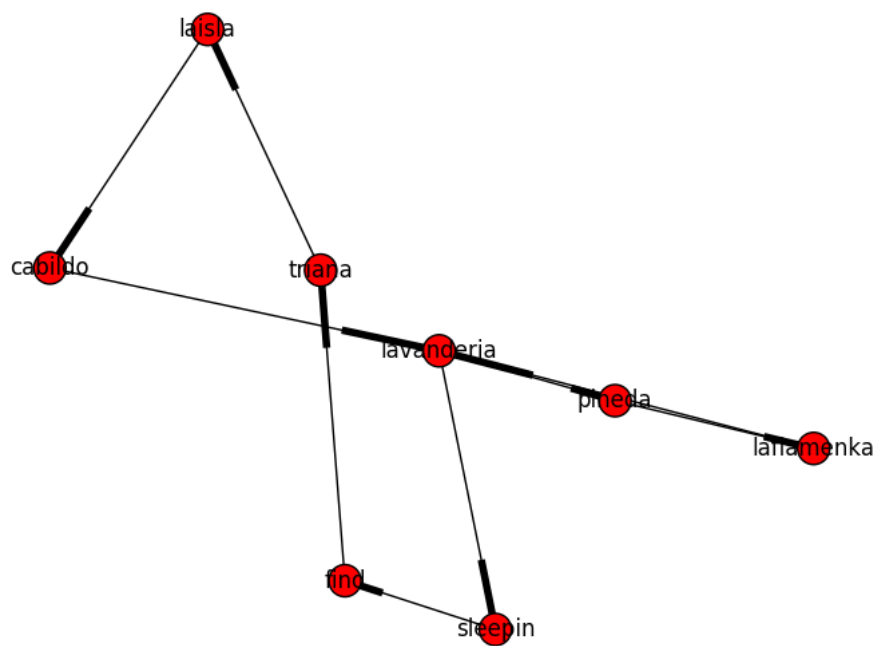


Figura 61. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con máxima demanda

El siguiente caso a analizar es el de la demanda media.

	Nº Rutas	Tiempo	Distancia	Coste operario	Coste fuel	Coste total	Modelo
LUNES	2	292,42	91,527	27	8,24	35,24	A
MARTES	2	312,8	139,49	28,88	12,55	41,44	A
MIÉRCOLES	2	298,38	84,387	27,55	7,59	35,14	B
JUEVES	2	1050,28	982,587	96,98	88,43	185,41	B
VIERNES	2	458,37	179,184	42,32	16,13	58,45	B
SÁBADO	2	220,25	80,437	20,34	7,24	27,58	B
DOMINGO	2	220,25	80,437	20,34	7,24	27,58	B
Total	14	2852,75	1638,05	263,41	147,42	410,84	

Tabla 52. Resumen de diseño de rutas II para demanda media

Si se comparan los costes diarios, el plan de rutas obtenido en los experimentos realizados consigue mejor resultado excepto en el día viernes, cuyo ahorro es negativo.

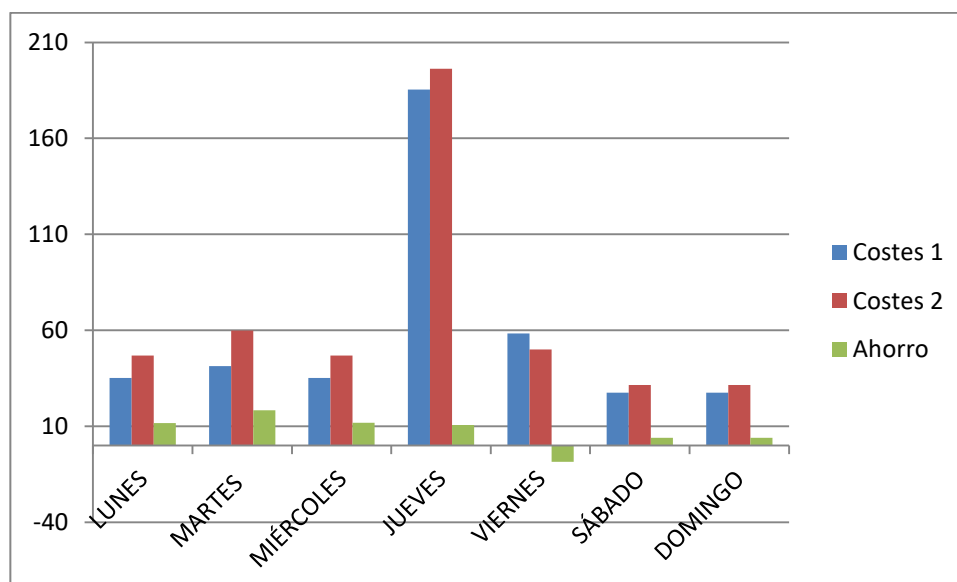


Figura 62. Comparación de costes II

Se consigue ahorrar semanalmente 51,32 €. El ahorro es mayor que en la ruta de máxima demanda.

A continuación, se muestran los grafos obtenidos que representan la secuencia en la que son visitados los clientes.

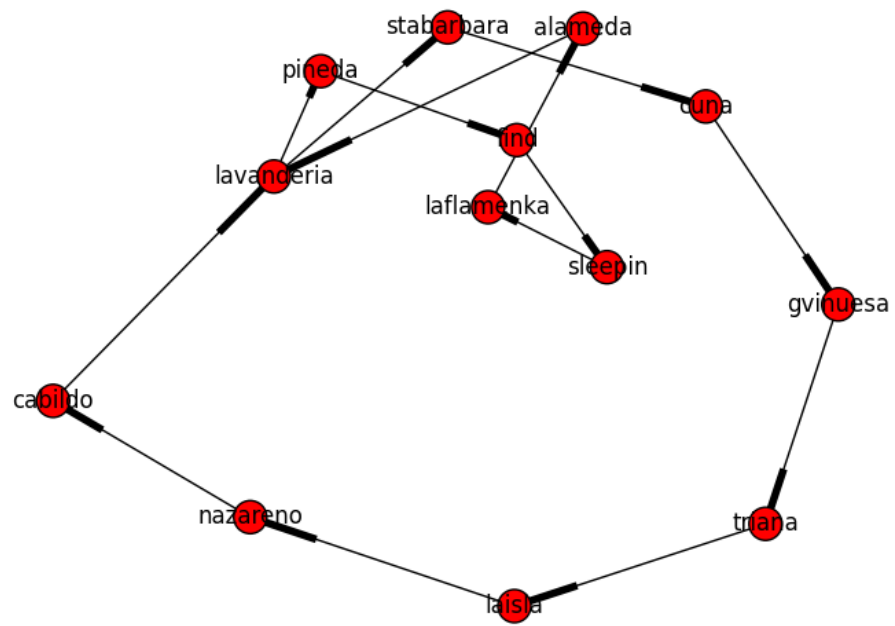


Figura 63. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con demanda media

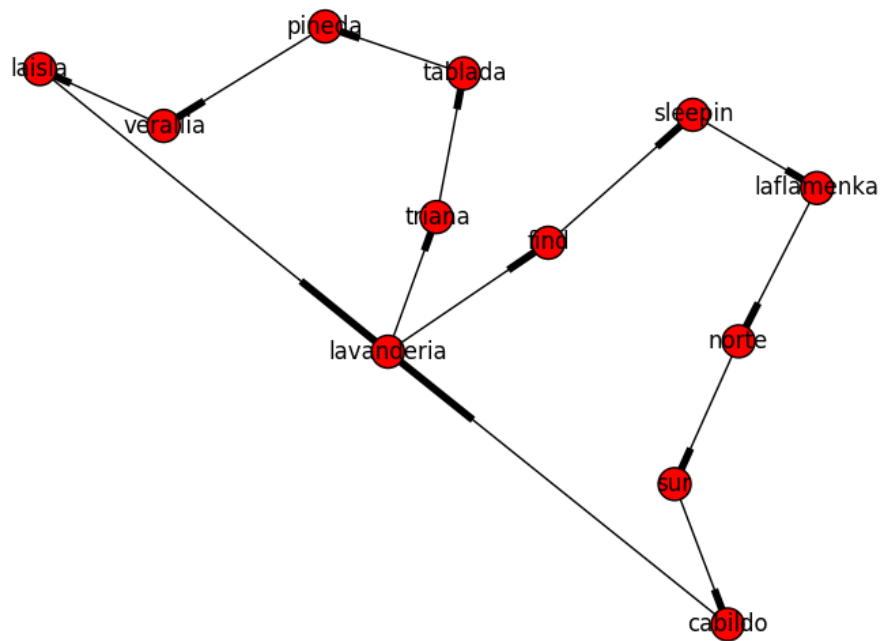
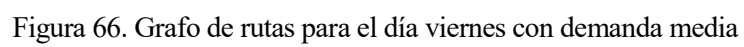
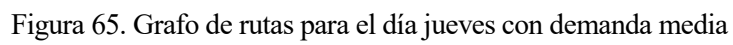


Figura 64. Grafo de rutas para el día martes con demanda media



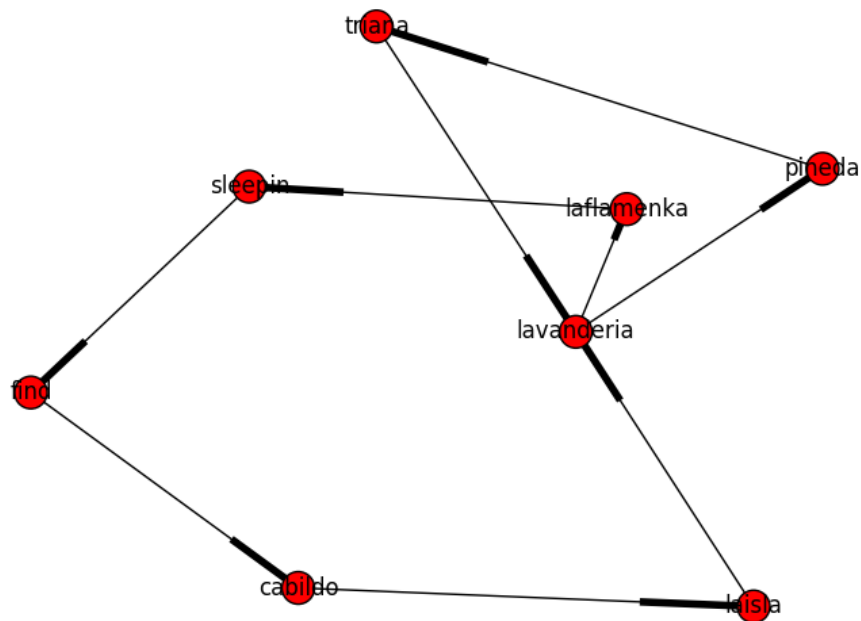


Figura 67. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con demanda media

En el caso de mínima demanda, se obtienen datos similares a los que se han descrito en el apartado 10.1 en el que los modelos usados en la experimentación no tenían restricciones de capacidad. Todos los días se puede visitar a los clientes en una sola ruta, excepto el jueves que se necesitan dos rutas.

	Nº Rutas	Tiempo	Distancia	Coste operario	Coste fuel	Coste total	Modelo
LUNES	1	261,76	53,544	24,17	4,82	28,99	A
MARTES	1	270	94,437	24,93	8,5	33,43	B
MIÉRCOLES	1	261,76	53,544	24,17	4,82	28,99	A
JUEVES	2	1019,24	982,797	94,11	88,45	182,56	B
VIERNES	1	428,31	147,084	39,55	13,24	52,78	B
SÁBADO	1	177,85	44,987	16,42	4,05	20,47	A
DOMINGO	1	177,85	44,987	16,42	4,05	20,47	A
Total	8	2596,77	1421,38	239,77	127,93	367,69	

Tabla 53. Resumen de diseño de rutas II para mínima demanda

En esta ocasión, las rutas obtenidas son mejores para todos los días excepto el viernes, que sigue siendo mejor el plan de rutas propuesto por la empresa para el día viernes.

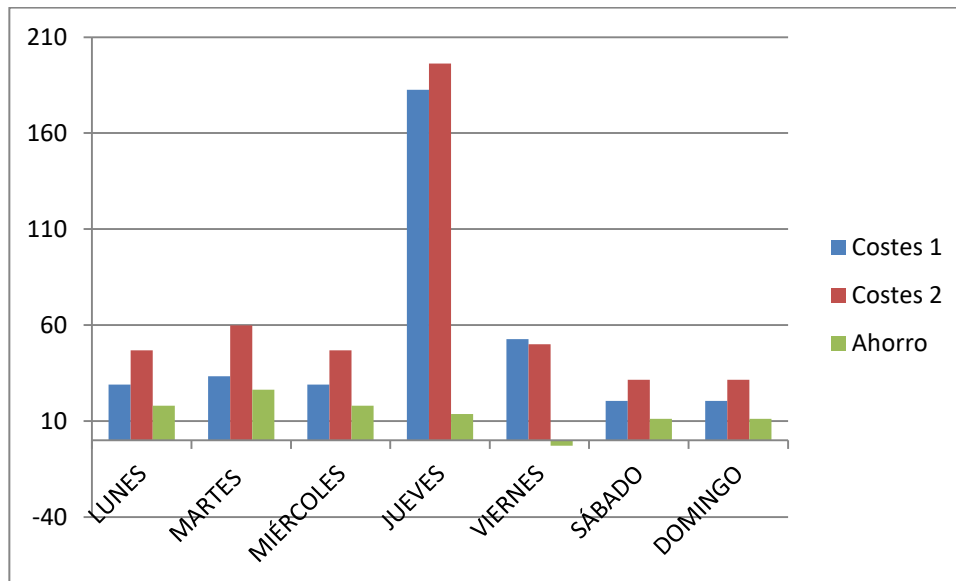


Figura 68. Comparación de costes III.

El ahorro total que se puede conseguir en una semana es 95,36 €.

A continuación se presentan los grafos que muestran la secuencia en la que se visitan los clientes en cada una de las rutas:

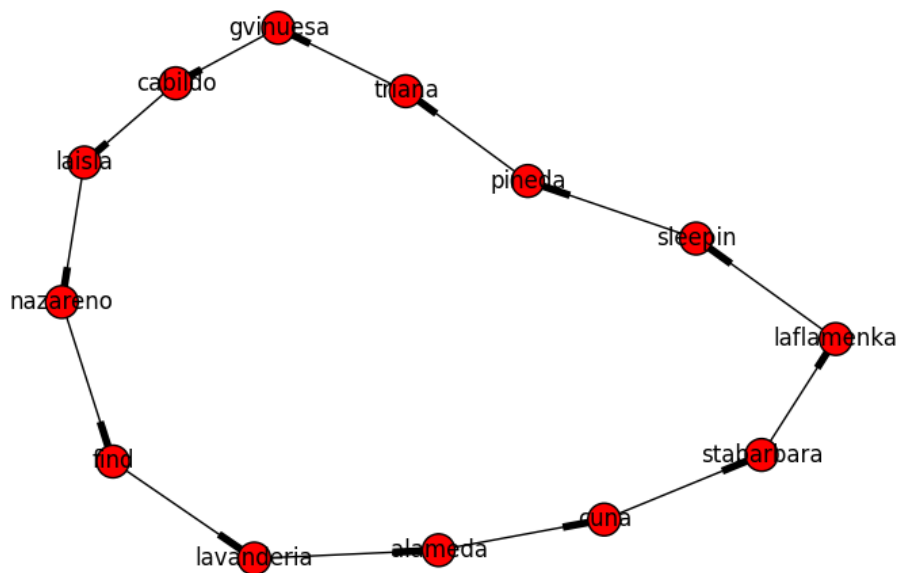


Figura 69. Grafo de rutas para los días lunes y miércoles con mínima demanda

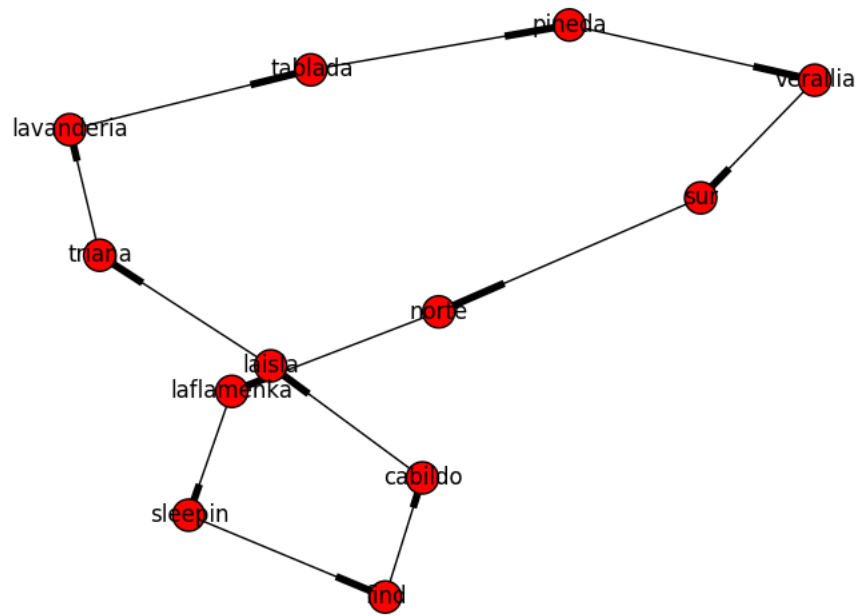


Figura 70. Grafo de rutas para el día martes con mínima demanda

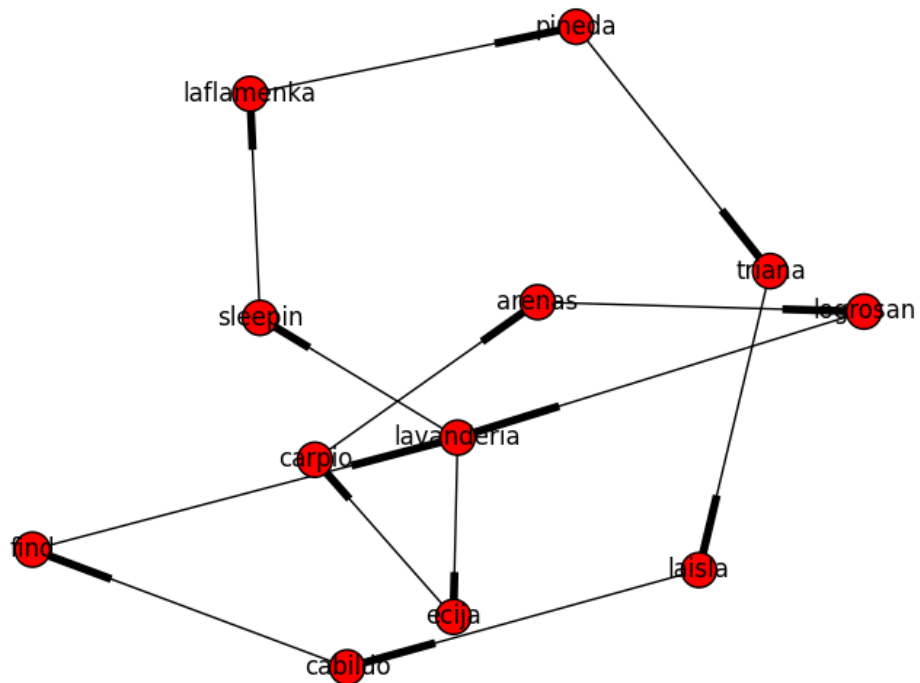


Figura 71. Grafo de rutas para el día jueves con mínima demanda

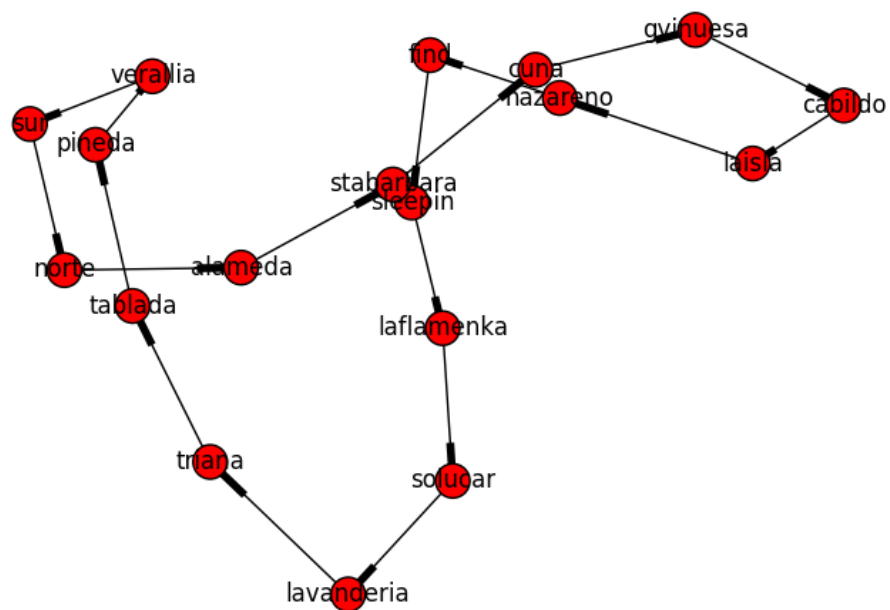


Figura 72. Grafo de rutas para el día viernes con mínima demanda

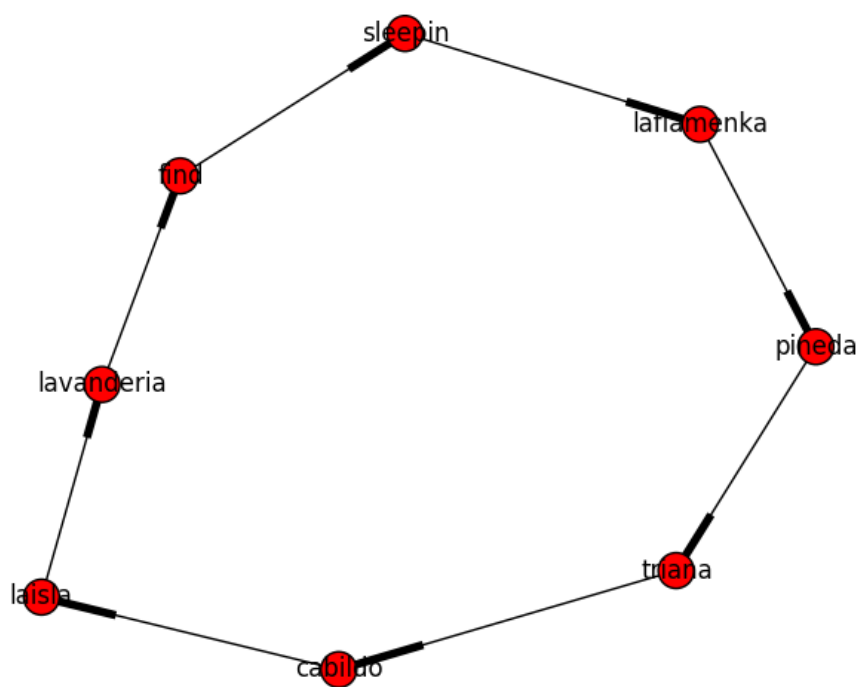


Figura 73. Grafo de rutas para los días sábado y domingo con mínima demanda

Si estos dos últimos planes de ruta correspondientes a los casos de demanda media y mínima demanda se aplicaran durante todo el año, ciertos días no se podría recoger toda la mercancía que entrega el cliente por superar la capacidad de los vehículos, lo que produciría un aumento de coste y tiempo por la modificación de dicho plan para poder solucionar el problema, ya que se tendría que volver a visitar al cliente una segunda vez no prevista en algún momento del día o de la semana.

Sin embargo, estos dos planes producen un mayor ahorro que el plan del caso de la máxima demanda que garantiza tener capacidad para recoger toda la mercancía. Por ello, lo ideal sería hacer un estudio y previsión de la demanda anual de la empresa para localizar las épocas del año con mayor demanda y menor demanda para asignar el correspondiente plan de rutas, consiguiendo un mayor ahorro y garantizando que la mercancía pueda ser recogida según el plan de rutas establecido.

El siguiente cuadro es un resumen de los costes totales anuales incluyendo los costes fijos y el ahorro anual obtenido. El resultado obtenido en los modelos sin restricciones no se ha incluido ya que, la solución obtenida en el modelo que contempla la mínima demanda es mejor.

	ANUAL			
	Costes fijos	Costes Variables	TOTAL	AHORRO
PLAN EMPRESA	12.600 €	23.153 €	35.753 €	-
PLAN MIN. DEMANDA	12.600 €	18.385 €	30.985 €	4.768 €
PLAN MED. DEMANDA	12.600 €	20.542 €	33.142 €	2.611 €
PLAN MAX. DEMANDA	12.600 €	21.487 €	34.087 €	1.666 €

Tabla 54. Resumen de costes de los distintos planes de rutas

11 CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha intentado reflejar la importancia de los problemas mTSP y VRP tanto en aplicaciones teóricas como prácticas. El progreso en el estudio de este tipo de problemas ha sido sustancial en la evolución de gran variedad de actividades industriales y de planificación de tareas, además de en su aplicación tradicional en el transporte.

Demostrando dicha utilidad, se ha llevado a cabo la aplicación real de un modelo tipo mTSP y VRP para rediseñar el plan de rutas de una empresa de lavandería.

Analizando los experimentos llevados a cabo, variando principalmente la función objetivo, se puede comprobar la importancia de definir exactamente qué se quiere conseguir y plasmarlo en el modelo. Existen infinitas posibilidades para definir la función objetivo de un modelo, la elección dependerá, en este caso, del tipo de negocio y su funcionamiento. No se ha podido concretar una preferencia por alguno de los modelos desarrollados para el problema global, pero sí para el caso concreto del día jueves en el que existen clientes ubicados mucho más lejos que el resto y en el que el modelo B que minimiza la distancia siempre ha aportado la mejor solución.

En general, los distintos diseños de rutas obtenidos mejoran el plan de rutas actual de la empresa de lavandería. Sin embargo, como se ha descrito anteriormente, realizar un estudio en profundidad de la demanda durante todo el año de la empresa y pronosticar qué meses o semanas del año son aquellas con más demanda, permitiría una aplicación realista de los modelos descritos, obteniendo soluciones reales en función de la demanda del cliente.

REFERENCIAS

- [1] Angel, R., Caudle, W., Noonan, R. and Whinston, A. 1972. Computer-assisted school bus scheduling. *Management Science*. 18, 6 (1972), B–279.
- [2] Bullnheimer, B., Hartl, R.F. and Strauss, C. 1999. Applying the ant system to the vehicle routing problem. *Meta-heuristics*. Springer. 285–296.
- [3] Carter, A.E. and Ragsdale, C.T. 2002. Scheduling pre-printed newspaper advertising inserts using genetic algorithms. *Omega*. 30, 6, 415–421.
- [4] Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. 1981. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. *Mathematical programming*. 20, 1, 255–282.
- [5] Dantzig, G., Fulkerson, R. and Johnson, S. 1954. Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the operations research society of America*. 2, 4, 393–410.
- [6] Dell’Amico, M., Righini, G. and Salani, M. 2006. A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection. *Transportation science*. 40, 2, 235–247.
- [7] Dror, M. and Trudeau, P. 1990. Split delivery routing. *Naval Research Logistics (NRL)*. 37, 3, 383–402.
- [8] Gorenstein, S. 1970. Printing press scheduling for multi-edition periodicals. *Management Science*. 16, 6, B–373.
- [9] Gribkovskaia, I., Halskau, O. and Myklebost, K.N.B. 2001. Models for pick-up and deliveries from depots with lasso solutions. *NOFOMA2001, Collaboration in logistics: connecting islands using information technology*. 279–293.
- [10] Halskau, Ø. and Løkketangen, A. 1998. Analyse av distribusjonsopplegget ved Sylte Mineralvannfabrikk A. Molde, Møreforskning. (in Norwegian) *Google Scholar*.
- [11] Laporte, G. and Nobert, Y. 1980. A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem. *Journal of the Operational Research society*. 31, 11, 1017–1023.
- [12] Miller, C.E., Tucker, A.W. and Zemlin, R.A. 1960. Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*. 7, 4, 326–329.
- [13] Psaraftis, H.N. 1995. Dynamic vehicle routing: Status and prospects. *Annals of operations research*. 61, 1, 143–164.
- [14] Ralphs, T.K. 2003. Parallel branch and cut for capacitated vehicle routing. *Parallel Computing*. 29, 5, 607–629.
- [15] Russell, R.A. 1977. An effective heuristic for the m-tour traveling salesman problem with some side conditions. *Operations Research*. 25, 3, 517–524.
- [16] Savelsbergh, M.W. and Sol, M. 1995. The general pickup and delivery problem. *Transportation science*. 29, 1, 17–29.
- [17] Svestka, J.A. and Huckfeldt, V.E. 1973. Computational experience with an m-salesman traveling salesman algorithm. *Management Science*. 19, 7, 790–799.
- [18] Wasner, M. and Zäpfel, G. 2004. An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service. *International Journal of Production Economics*. 90, 3, 403–419.

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

- Bektas, T. 2006. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures. *Omega*. 34, 3, 209–219.
- Braekers, K. et al. 2016. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*. 99, 300–313.
- Eksioglu, B. et al. 2009. The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*. 57, 4, 1472–1483.
- Kallehauge, B. et al. 2005. Vehicle routing problem with time windows. *Column generation*. Springer. 67–98.
- Ocampo, E.M.T. et al. 2014. Solución del problema de múltiples agentes viajeros resuelto mediante técnicas heurísticas. *Scientia et technica*. 19, 2, 174–182.
- Pillac, V. et al. 2013. A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*. 225, 1, 1–11.
- Ponraj, R. and Amalanathan, G. 2016. Dynamic Capacity Routing in Networks with MTSP. *International Journal of Computer and Communication Engineering*. 5, 6, 465.
- Riveros, D.P.B. and Silva, P.P.B. 2008. Importancia de la administración logística. *Scientia et technica*. 1, 38.